

ПРОГРАМА ЗА РАБОТА СО НАДАРЕНИТЕ УЧЕНИЦИ ЗА МАТЕМАТИКА ОД 15-16 ГОДИШНА ВОЗРАСТ

Во овој дел ќе презентираме интегрална наставна програма за работа со надарените ученици за математика на возраст од 15-16 години, т.е. за учениците во I година од средното образование. Понудената програма всушност се надоврзува на соодветните наставни програми кои претходно се изработени за учениците од 6 – 9 одделение во основното образование. При изработката на програмата е користен методот на концентрични кругови, што значи дека дел од содржините кои во претходните години се освоени на определено ниво се прошируваат и надоградуваат. Оваа наставна програма треба да се реализира континуирано, а не само во периодите кога учениците се подготвуваат за одделните натпревари по математика. Цели на наставната програма за учениците на возраст од 15-16 години се:

- кај ученикот/ученичката да се развиваат квалитетите на мислењето како што се: еластичноста, шаблонизацијата, широчината, рационалноста, длабочината и критичноста,
- да се настојува ученикот/ученичката да ги усвојува научните методи: набљудување, споредување, експеримент, анализа, синтеза, класификација, систематизација и аксиоматскиот метод,
- да се настојува во ученикот/ученичката да ги усвојува видовите заклучувања: индукција, дедукција и аналогича, при што од особена важност да се презентираат погодни примери од кои ученикот/ученичката ќе осознава дека заклучувањето по аналогича не е секогаш точно,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од алгебрата и да се оспособи истите да ги применува при решавање на соодветни проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените знаења од областа на комбинаториката и да се оспособи истите да ги користи,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од областа на теоријата на броеви и да се оспособи истите да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од областа на неравенствата и да се оспособи истите да ги користи,

- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од областа на полиномите и да се оспособи истите да ги користи,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од областа на геометријата и да се оспособи истите да ги користи,
- ученикот/ученичката да ја усвои математичката индукција и да се оспособи истата да ја применува.

За постигнување на претходно наведените цели потребно е да се усвојат следниве содржини:

Алгебра (4 часа седмично – 144 часа на годишно ниво). *Логика:* искази, конјункција, дисјункција, негација, импликација и еквиваленција, исказни формули, тафтологија, методи за докажување на тафтологии, комплетност на изказната логика, предикати и квантификатори, правила за изведување заклучоци, методи за докажување математички тврдења, решавање логички задачи, *Множества и комбинаторика:* множества, операции и релации со множества, докажување на основните множествени идентитети, поим за пресликувања, инјекција, сурјекција и биекција, композиција на пресликувања (својства), инверзно пресликување (функција) и негови својства, еквивалентни множества, принцип на еднаквост, принцип на збир, производ, вклучување и исклучување, принцип на Дирихле, *Бинарни релации:* поим за бинарна релација, рефлексивна, симетрична, транзитивна и антисиметрична релација, релација за еквиваленција и релација за подредување, *Природни и цели броеви:* природни броеви, Пеанови аксиоми, операции со природни броеви, принцип на математичка индукција, регресивна индукција, цели броеви, операции со цели броеви, *Теорија на броеви:* деливост во множеството на целите броеви, делење со остаток, општи и посебни признаци за деливост, најголем заеднички делител, Евклидов алгоритам и најмал заеднички содржател, поим за прост и сложен број, Ератостеново сито, бесконечност на множеството прости броеви, основна теорема на аритметиката, Ферматови и Мерсенови броеви, функциите $y = [x]$, $y = \{x\}$ и нивна примена во теоријата на броеви, линеарна Диофантова равенка, Ојлеров метод, елементарни методи за решавање на нелинеарни Диофантови равенки, поим за конгруенција, основни својства на конгруенциите, примена на конгруенциите, класи на конгруенции, линеарна конгруентна равека, *Реални броеви:* групоид, подгрупа, подгрупоид и потполугрупа, неутрален и инверзен елемент, поим за група, подгрупа (примери), прстен и поле, подредено поле, полето рацио-

нални броеви, ирационални броеви, полето реални броеви, *Неравенства*: основни својства за релациите $\leq, <$ во множеството реални броеви, докажување на елементарни неравенства, докажување на неравенства со помош на индукција, аритметичка, геометриска, хармониска и квадратна средина, неравенства меѓу нив и примена, *Полиноми и алгебарски рационални изрази*: полиноми, дефиниција, еднаквост на полиноми, собирање, одземање, множење и делење на полиноми, теорема на Безу, формули за разлика на квадрати, збир и разлика на кубови, квадрат и куб на бином, Евклидов алгоритам за полиноми, полиноми со реални коефициенти, факторизација на полиноми, НЗС и НЗД на полиноми, поим за алгебарски рационален израз, собирање, одземање, множење и делење на алгебарски рационални изрази, трансформација на алгебарски рационални изрази, *Линеарна функција, равенка и неравенка*: линеарна функција и нејзин график, график на функцијата $y=|x|$, задачи со линеарна функција, равенката $ax+b=0$, дискусија и задачи со линеарни равенки, линеарна равенка со апсолутни вредности и параметарски линеарни равенки, проблеми со една непозната, систем две линеарни со две непознати, дискусија, проблеми со две непознати, систем три линеарни со две непознати, дискусија, проблеми со три непознати, систем линеарни неравенки, графичка интерпретација, *Степен и степенска функција*: степенување, дефиниција и својства, функцијата $y=x^n$, $n \in \mathbb{N}$ степенување со целоброен степен показател, функцијата $y=x^{-n}$, $n \in \mathbb{N}$, трансформации на изрази во кои се појавува степената функција, поим за квадратен корен од реален број, својства на квадратниот корен, поим за n -ти корен од реален број, степенување со рационален степен показател и својства на степенување со рационале степен показател, трансформација на ирационални изрази,

Геометрија (4 часа седмично – 144 часа на годишно ниво. *Вовед во геометрија*: дедуктивни и индуктивни методи на заклучување, аксиоматско засновање на геометријата, основни поими и основни тврдења во геометријата, аксиоми за инциденција и последици, аксиоми за подредување и последици, дефиниција на отсечка, полуправа, полурамнина, агол, аксиоми за складност, аксиома за непрекинатост, аксиома за паралелност (Плејферова аксиома) и последици, *Складност*: изометриски трансформации, релацијата складност на фигури, складност на отсечки, складност на агли, прави агли, релацијата нормални прави, складност на триаголници, агли на трансферзалата, збир на агли на триаголник, неравенство на три-

аголник, четириаголник, паралелограм, средна линија на триаголник, значајни точки на триаголникот (центар на опишана кружница, центар на впишана кружница, тежиште и ортоцентар), Ојлерова кружница (кружница на девет точки), теорема на Штајнер, проблем на Силвестер, *Вектори*: поим за вектор, собирање на вектори, n -ти дел на вектор, множење на вектор со рационален број, делење на отсечка во даден однос, производ на вектор со реален број, Талесова и обратна Талесова теорема, примена на векторите во Евклидската геометрија (средна линија на триаголник, трапез и слично), теорема на Хамилтон, Ојлерова права, линеарна зависност на вектори, база на векторски простор, разложување на вектори, операции со вектори во координатен систем, *Примена на складноста*: примена на складноста на круг и кружница, централен и периферен агол на кружница, својства, тангента на кружница, тангентен четириаголник, тетивен четириаголник, точка на Микел за триаголник, Симсонова права и теорема на Симсон, точка на Торичели за триаголник, релацијата нормалност на права на рамнина, диедар, ортогоналност на рамнини, агол меѓу права и рамнина, агол меѓу раминувачки прави, *Конструкции*: решавање на конструктивна задача, конструкција на рамнински фигури со помош на претходно изучените својства на триаголникот, четириаголникот и кружницата, Изометриски трансформации на рамнината и нивна класификација, директни и индиректни изометриски трансформации, инволуции, осна симетрија, претставување на изометрија на рамнина со помош на осни симетрии, прамени прави во рамнина, централна ротација, централна симетрија, транслација, клизечка симетрија, класификација на изометриите на рамнината, теорема на Шал, *Сличност*: размер на отсечки, Талесова теорема, хомотетија, својства, композиција на хомотетии, трансформација на сличност, слични фигури, сличност на триаголници, Ојлерова формула, должина на тежишна линија, должина на симетрала на внатрешен агол на триаголник, хармониска спрегнатост на парови точки, Аполониева кружница, теорема на Чева, теорема на Менелај, теорема на Птоломеј, Стјуарт, Лајбниц, Дезарг, Паскал, Пап, Морли и Карно, неравенство на Птоломеј, Питагорова теорема, точка на Жергон, точка на Нагел за триаголник, точка на Лемоан на триаголник, пеперутка теорема, теорема на Ојлер за четириаголник, степен на точка во однос на кружница, радикална оска и прамен кружници, радикален центар, златен пресек, *Инверзија*: поим и основни својства на инверзијата, Аполониев проблем за допир на кружници, теорема на Микел за шест кружници, точки на Фоербах за триаголник, *Тригонометрија на правоаголен триаголник*: тригонометриски

функции од остар агол, вредности на тригонометриските функции од некои остри агли, поважни тригонометриски идентитети, тригонометриски функции од комплементен агол, решавање на правоаголен триаголник.

Литература

1. Малчески, Р. (2002). Елементарна алгебра, Скопје
2. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К. (2020). Вовед во елементарна теорија на броеви (второ издание), Скопје
3. Малчески, Р., Малчески, А. (2019). Функции и функционални равенки (второ издание), Скопје
4. Малчески, Р. (2019). Елементарни алгебарски и аналитички неравенства (второ издание), Скопје
5. Малчески, Р., Малчески, А. (1993). Избрани содржини од елементарна математика, Скопје
6. Малчески, Р. (2019). Математички талент 7 (олимписки теми – прв дел, алгебра и теорија на броеви), Скопје
7. Малчески, Р. (2019). Математички талент 8 (олимписки теми – втор дел, геометрија и комбинаторика), Скопје
8. Малчески, Р., Малчески, А., Малчески, С. (2019). Математички талент 11 (олимписки теми – трет дел), Скопје
9. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С1 (збирка задачи за I година, прв дел), Армаганка, Скопје
10. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С2 (збирка задачи за I година, втор дел), Армаганка, Скопје
11. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С3 (збирка задачи за II година, прв дел), Армаганка, Скопје
12. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С4 (збирка задачи за II година, втор дел), Армаганка, Скопје
13. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С5 (збирка задачи за III година, прв дел), Армаганка, Скопје

14. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С6 (збирка задачи за III година, втор дел), Армаганка, Скопје
15. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С7 (збирка задачи за IV година, прв дел), Армаганка, Скопје
16. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2020). Математички талент С8 (збирка задачи за IV година, втор дел), Армаганка, Скопје
17. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С9 (збирка нерешени задачи за натпревари за средно образование), Скопје
18. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С10 (збирка нерешени задачи за натпревари за средно образование – втор дел), Скопје
19. Малчески, Р., Малчески, А., Малчески, С. (2021). Математички талент С11 – параметарски равенки и неравенки, Скопје
20. Малчески, Р. (2011). Математички талент С12 – Збирка задачи: идентитети, неравенства, низи, полиноми и функции, Скопје
21. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – прв дел, Скопје
22. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – втор дел, Скопје
23. Малчески, А., Малчески, Р., Главче, М., Малчески, С., Треневски, Д. (2020). Репетиториј по елементарна математика – трет дел, Армаганка, Скопје
24. Малчески, А., Малчески, Р., Аневска, К., Малчески, С., Треневски, Д. (2020). Репетиториј по елементарна математика – четврт дел, Армаганка, Скопје
25. Младеновиќ, П. (2013). Комбинаторика (четврто издање), ДМС, Београд
26. Mitrović, M., Ognjanović, S., Veljković, M., Petković, Lj., Lazarević, N. (1998). Geometrija za I razred Matematičke gimnazije, Krug, Beograd