

**Статијата прв пат е објавена во списанието Математички
лист на ДМ на Србија**

B. Marinković

ŠIFROVANE OPERACIJE

(Brojni rebusi)

Verovatno se dešavalo da vam mastilo kapne na izradeni zadatak ili da vam se pri računanju izbrišu neke cifre i račun postane nečitak. Ponekad je moguće na osnovu preostalih oskudnih podataka i tragova računanja rekonstruisati čitav tok dotične računске операције. Logički rasuđujući postepeno se ustanovljava jedna po jedna od izbrisanih cifara. Pored poznavanja određenih činjenica iz aritmetike, za dešifrovanje brojnih rebusa u mnogim slučajevima je potrebna dosetljivost i upornost.

Kako se to radi pokazaćemo na primerima.

1. Umesto zvezdica staviti odgovarajuće cifre tako da račun bude tačan:

$$\begin{array}{r} 4 * \\ + * * 3 \\ \hline * * 0 1 \end{array}$$

Rešenje — U prvom sabirku cifra jedinica mora biti 8 (jer $3+8=11$). Sabiramo desetice: $4+*+1=10$, odakle proizlazi da u drugom sabirku cifra desetica mora biti 5. Pošto $*+1$ mora biti dvocifren broj ($**$ na početku rezultata), to cifra stotina u drugom sabirku mora biti 9. Prema tome, imamo:

$$\begin{array}{r} 4 8 \\ + 9 5 3 \\ \hline 1 0 0 1 \end{array}$$

2. Rekonstruisati oduzimanje, tj. umesto zvezdica staviti odgovarajuće cifre:

$$\begin{array}{r} 6 * 5 * \\ - * 8 * 4 \\ \hline 2 8 5 6 \end{array}$$

Rešenje. — Pošto je $6+4=10$, to zadnja cifra umanjnika jeste 0; $1+5+*=15$ — znači, preposlednja cifra umanjioaca mora biti 9; pošto je $1+8+8=17$, to će cifra stotina u umanjeniku biti 7; $1+2+*=6$, te je u umanjioocu prva cifra 3. Prema tome, $6750-3894=2856$.

3. Rekonstruisati množenje:

$$\begin{array}{r} * 2 * . * 7 \\ \hline * * * \\ * * * * \\ \hline * * * * 8 \end{array}$$

Rešenje. — Poslednja cifra prvog delimičnog proizvoda (ispod prve crte) je 8; znači, poslednja cifra množenika mora biti 4, jer $7 \cdot 4=28$. Prva cifra množenika je 1, jer kad bi bila 2, onda bi $224 \cdot 7$ bio četvorocifren broj. Proizvod množenika (124) sa prvom cifrom množioca (zasad nepoznatog) je četvorocifren

broj, te prva cifra množioca mora biti 9 (jer, kad bi bila, npr. 8, imali bismo $124 \cdot 8 = 992$). Prema tome, radi se o množenju $124 \cdot 97 = 12028$.

4. Dešifrovati množenje (umesto zvezdica staviti odgovarajuće cifre):

$$\begin{array}{r} * * * . * 2 \\ \hline * 0 8 \\ * 6 * \\ \hline * 1 2 * \end{array}$$

Rešenje. — Odmah vidimo da poslednja cifra proizvoda mora biti 8, a poslednja cifra drugog delimičnog proizvoda (ona posle 6) mora biti 2. Cifra stotina u prvom delimičnom proizvodu je 5, jer će samo u tom slučaju suma $* + 6$ biti broj koji se završava jedinicom ($5 + 6 = 11$). Znači, prvi delimični proizvod je 508, a pošto je on dobijen množenjem množienika sa 2, to će množienik biti $508 : 2 = 254$. Prema tome, za sada imamo:

$$\begin{array}{r} 2 5 4 . * 2 \\ \hline \cdot 5 0 8 \\ * 6 2 \\ \hline * 1 2 8 \end{array}$$

Pošto množenjem broja 254 s prvom cifrom množioca treba da se dobije trocifren broj ($* 6 2$), to ta cifra mora biti manja od 4, jer bi već $254 \cdot 5$ bio trocifren broj (samim tim otpada i mogućnost da bude 8). Pošto je u drugom delimičnom proizvodu cifra jedinica 2, to prva cifra množioca treba da bude 3 (jer $3 \cdot 4 = 12$).

Prema tome, posle dešifrovanja imamo konačno:

$$\begin{array}{r} 2 5 4 \cdot 3 2 \\ \hline 5 0 8 \\ 7 6 2 \\ \hline 8 1 2 8 \end{array}$$

5. Rekonstruisati sledeće množenje:

$$\begin{array}{r}
 * * * . * * \\
 \hline
 8 * * * \\
 * 8 * \\
 \hline
 * * * * 8
 \end{array}$$

Rešenje. — Poslednja cifra u prvom delimičnom proizvodu (u drugom redu) je 8. Množenjem trocifrenog množenika (* * * u prvom redu) sa poslednjom cifrom množioca, treba da se dobije četvorocifreni broj 8 * * 8, što znači da poslednja cifra množioca mora biti 9 (jer i najveći trocifreni broj, tj. 999, pomnožen sa 8 dao bi manje od 8000). Onda je odmah jasno da poslednja cifra množenika mora biti 2. Prema tome, posle ove delimične rekonstrukcije imamo:

$$\begin{array}{r}
 * * 2 . * 9 \\
 \hline
 8 * * 8 \\
 * 8 * \\
 \hline
 * * * * 8
 \end{array}$$

Prva cifra množenika mora biti veća od 7, jer $792 \cdot 9$ je manje od 8000, ali tada bi prva cifra množioca mogla biti samo 1 (jer je drugi delimični proizvod trocifreni broj). No tada srednja cifra množenika mora biti 8, a prva mora da bude 9, jer ako bi prva cifra u množeniku bila 8, imali bismo $882 \cdot 9 < 8000$ (a međutim, prvi delimični proizvod $8 * * 8$ je veći od 8000). Znači: množenik je 982, a množilac 19, pa imamo:

$$\begin{array}{r}
 9 8 2 . 1 9 \\
 \hline
 8 * * 8 \\
 9 8 2 \\
 \hline
 * * * * 8
 \end{array}$$

Rekonstrukciju dovršite sami!

6. Rekonstruisati ovo deljenje:

$$\begin{array}{r}
 * * * * : 1 1 = * * \\
 - \quad * * \\
 \hline
 \quad 3 * \\
 - \quad * * \\
 \hline
 \quad \quad = 0
 \end{array}$$

Rešenje. – Najveći dvocifreni broj, deljiv sa 11, a koji je najbliži trocifrenom broju (razlikuje se od njega samo za 3), jeste 99. Znači da shema deljenja sada izgleda ovako:

$$\begin{array}{r}
 * * * * : 1 1 = 9 * \\
 \quad 9 9 \\
 \hline
 \quad 3 * \\
 \quad * * \\
 \hline
 \quad \quad = 0
 \end{array}$$

Trocifreni broj kojeg čine prve tri cifre deljenika jeste $99 + 3 = 102$. Jedini broj oblika $3 *$ deljiv sa 11 (jer je krajnji ostatak nula) jeste 33. Prema tome, deljenik je 1023, a količnik 93. Itd.

7. Rekonstruisati sledeće deljenje:

$$\begin{array}{r}
 * * * * 5 : * * = * * * \\
 - \quad * 7 \\
 \hline
 \quad * * * \\
 - \quad * * * \\
 \hline
 \quad \quad 0
 \end{array}$$

Rešenje. – Iz prvog oduzimanja $* * * - 7 = *$ proizilazi da $* 7 + * = * * *$ jeste trocifren broj (prve tri zvezdice u prvom redu), a to može biti samo kada je $* 7 = 97$. Tada će prve tri cifre deljenika biti $* * * = 1 0 *$. Proizvod delioca ($* *$) s prvom cifrom količnika je 97; ali pošto je 97 prost broj, to delilac mora biti $* * = 97$, a prva cifra količnika je 1. Iz sheme deljenja se vidi da druga cifra količnika mora biti 0.

Proizvod delioca i poslednje cifre količnika završava se cifrom 5, što znači da je poslednja cifra količnika takođe 5. Prema tome,

$$\begin{array}{r}
 10185 : 97 = 105 \\
 \underline{97} \\
 485 \\
 \underline{485} \\
 0
 \end{array}$$

8. Rekonstruisati sledeće deljenje:

$$\begin{array}{r}
 * * * * * : * * = * * 8 * * \\
 * * * \\
 \underline{\quad} \\
 * * \\
 * * \\
 \underline{\quad} \\
 * * * \\
 * * * \\
 \underline{\quad} \\
 = = 0
 \end{array}$$

Rešenje. – Poći ćemo od onoga što već imamo poznato (cifra stotina u količniku). Prema gornjoj shemi proizvod delioca (koji je dvocifren) i 8 jeste dvocifren broj (to je onaj iznad druge crte na shemi), a proizvod delioca sa prvom cifrom (a takođe i sa zadnjom) količnika je trocifreni broj. Znači:

1) prva cifra delioca mora biti 1, jer bi u protivnom $* * \cdot 8$ bilo veće od 100;

2) druga cifra delioca manja je od 3, jer bi već $13 \cdot 8$ bio trocifren broj (104), a u shemi je dvocifren (broj na drugoj crti);

3) prva i poslednja cifra količnika mora biti 9 (da bi $1 * \cdot 9$ bio trocifren broj);

4) druga i pretposlednja cifra u količniku je 0.

Dakle, delilac je ili 10, ili 11, ili 12. Ali $10 \cdot 9$ i $11 \cdot 9$ su dvocifreni brojevi. Pošto je $12 \cdot 9$ trocifren broj (=108), a $12 \cdot 8$ – dvocifren (=96), onda taj broj (12) odgovara i zahtevu pod 2). Prema tome, delilac je 12, pa će deljenje (za sada)

izgledati ovako:

$$\begin{array}{r}
 \text{* * * * *} : 12 = 90809 \\
 - 108 \\
 \hline
 \text{* *} \\
 - 96 \\
 \hline
 \text{* * *} \\
 - 108 \\
 \hline
 = 0
 \end{array}$$

Sada vam neće biti teško da sami dovršite rekonstrukciju celog deljenja.

9. Dešifrovati sledeće deljenje (zvezdice zameniti odgovarajućim ciframa):

$$\begin{array}{r}
 \text{* * * * *} : \text{* * *} = \text{* * 8} \\
 \text{* * * 5} \\
 \hline
 \text{* * * *} \\
 \text{* * *} \\
 \hline
 \text{* * *} \\
 \text{* * *} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Rešenje.— Proizvod delioca sa poslednjom cifrom količnika (8) je trocifren broj (zvezdice na trećoj crti). Znači, delilac mora počinjati cifrom 1, tj. imati oblik 1 * *, pri čemu njegova druga cifra mora biti manja od 3 (jer bi već 13 · 8 bio četvorocifreni broj). Pošto je proizvod delioca i prve cifre količnika četvorocifreni broj (***)5, to ta cifra mora biti 9. No pošto se taj proizvod (1** · 9) = ***5 završava cifrom 5, to i poslednja cifra delioca treba da bude 5. Onda je jasno da poslednja cifra deljenika mora biti 0 (jer se 1 * 5 · 8 završava nulom). Pošto je 125 · 8 četvorocifren broj, a 105 · 9 trocifren, onda to znači da srednja cifra delioca (za koju smo utvrdili da mora biti manja od 3), može biti jedino 1, tj. delilac je 115. Iz sheme se vidi da proizvod 115 sa srednjom cifrom količnika jeste najveći trocifreni broj deljiv sa 115; to će biti broj 115 · 8 = 920, pa je srednja cifra količnika—8.

Sad znamo količnik (988) i delilac (115) te neće biti teško da se dešifrovanje izvrši do kraja.