Ристо Малчески
Алекса Малчески
Катерина Аневска

РЕШАВАЊЕ НА ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

Скопје, 2019

Рецензенти
д-р Слаѓана Брсакоска
доцент на Природно-математички факултет, Скопје
д-р Методи Главче
доцент на Педагошки факултет, Скопје

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

51:373.3(079.1)

МАЛЧЕСКИ, Ристо
Решавање на текстуални задачи / Ристо Малчески, Алекса Малчески, Катерина Аневска. - Скопје : Армаганка, 2019. - 194 стр. ; 25 см

Библиографија: стр. 193-194

ISBN 978-608-4904-91-5
1. Малчески, Алекса [автор] 2. Аневска, Катерина [автор]
а) Математика - Основно образование - Задачи од натпревари
COBISS.MK-ID 111792906

СОДРЖИНА

ПРЕДГОВОР КОН ЧЕТВРТОТО ИЗДАНИЕ

> Ниедно истражување на човекот не може да се нарече вистинска наука, ако истото не е поткрепено со математички доказ.
>
> Проблематична е веродостојноста на тврдењата во науките, каде што нема примена на ниту една математичка дисциплина, т.е. кои не се поврзани со математиката.
>
> Леонардо да Винчи

Книгава **РЕШАВАЊЕ НА ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ** е пред се наменета за учениците од основното образование кои сакаат да ги прошират своите математички знаења. Меѓутоа, претпоставуваме дека истата ќе биде интересна и за постарите ученици, за наставниците кои дел од своето слободно време го посветуваат на работа со надарените ученици, а и за сите почитувачи на математиката.

Четвртото издание на оваа книга е проширување на претходното издание и е збирка решени задачи, во која во шест глави е обработено решавањето на текстуални задачи, аритметички и алгебарски. Ова издание содржи 441, односно 115 задачи повеќе од третото издание. За разлика од претходното издание, во секоја од првите пет глави задачите последователно тематски се распределени по содржина, при што е направен обид во секоја целина истите да се подредат по тежина. Сепак, да напоменеме дека подредувањето на задачите по тежина е условно, бидејќи во основа подредувањето на овој вид задачи по тежински нивоа е особено тешко и нееднозначно.

Природата на задачите содржани во оваа книга е таква што тие секогаш се посебно интересни за комисиите кои ги составуваат задачите за математичките натпревари, па затоа во истата можат да се најдат многу задачи од натпреварите кои се одржуваа во Македонија, Србија, Босна и Херцеговина, Хрватска, Црна Гора и Бугарија, но и во други земји. Затоа пожелно е на секоја задача да и се посвети посебно внимание, при што прво треба да се обидеш самостојно да ја решиш, а ако тоа не ти успее, анализирај го понуденото решение. Овде сакаме да споменеме дека, при самостојната работа, од особена важност е да се обидеш да го усвоиш следниов алгоритам за решавање на овој вид задачи:

- разбирање на задачата, при што ќе ги разграничиш основните информации, специфичните информации и несуштествените информации,
- градењето идеја и составување план за решавање на задачата,
- реализација на составениот план за решавање на задачата и
- анализа на добиеното решение, при што е неопходно да се провери дали добиеното решение ги задоволува условите на задачата и по можност да се согледа кои други задачи можат да се решаваат на ист начин.

И покрај вложениот напор, не, можеме да се ослободиме од впечатокот дека се можни значителни подобрувања на оваа збирка решени задачи, па затоа сме благодарни на секоја добронамерна критика и сугестија.

Ќе ни биде особено задоволство ако оваа збирка придонесе повеќе да ја засакаш математиката, да навлезеш во нејзините тајни и можеби таа да ти стане и животен позив.

На крајот сакаме да им се заблагодариме на сите кои дадоа свој придонес во издавањето на оваа збирка решени задачи.

Скопје, 2016 Авторите

1. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ ВО МНОЖЕСТВОТО ПРИРОДНИ БРОЕВИ

1.1. ЗАДАЧИ

1. Костадин оди 10 чекори напред, па се враќа 2 чекори назад, потоа оди 10 чекори напред, па 1 назад, повторно 10 напред и 2 назад итн. Колку чекори треба да направи Костадин за да од почетното место биде оддалечен 1000 чекори?

2. Мирко се наоѓа 60 свои чекори пред Јанко, кој го пристигнува. Додека Мирко направи 9 чекори, Јанко прави 6 чекори, но 4 чекори на Јанко се еднакви на 7 чекори на Мирко. Колку чекори треба да направи Јанко за да го стигне Мирко?

3. На една полица има три книги. Првата има 90, втората 110, а третата 150 страници. Кориците на книгите се со еднаква дебелина и секоја од нив е дебела 2 mm. Колку милиметри се дебели книгите заедно ако се знае дека 10 страници имаат дебелина $1mm$?

4. Дежурните ученици Борјан и Бојана ја мереле училницата со чекори. Чекорот на Борјан е 80 cm. Чекорот на Бојана е за 30 cm покус и затоа мерејќи ја должината на училницата направила 9 чекори повеќе од Борјан, а мерејќи ја ширината направила 6 чекори повеќе. Колку изнесуваат должината и ширината на училницата?

5. Од две различни места A и B истовремено еден спроти друг, тргнуваат двајца велосипедисти. Првиот се движи со брзина $13km/h$, а вториот со брзина $15km/h$. До сретнувањето вториот велосипедист изминал $6km$ повеќе од првиот. Пресметај го растојанието меѓу местата A и B.

6. Минувајќи растојание од 30 km Методија прво се движел пешки, а потоа со автобус. Со автобусот поминал 5 пати подолг пат отколку пешки.
   а) Колку километри поминал пешки, а колку со автобус?
   б) Колку долго патувал Методија ако пешки поминувал 4 km/h, а со автобус 50 km/h?

7. Светлоста се простира со брзина од $300000\,km/s$. Колку е оддалечена земјата од сонцето ако е познато дека светлосниот зрак од сонцето до земјата патува $8\min$ и $18\sec$?

8. За една градинка набавени се еднаков број сандаци со јаболка и круши. Тежината на јаболката во секој сандак изнесува 40 kg, а тежината на крушите 30 kg. Вкупната тежина на јаболката е поголема од вкупната тежина на крушите за 50 kg. Пресметај колку килограми овошје е набавено.

9. Две јаболка тежат исто колку и 3 круши, а 3 јаболка колку 4 портокали. Во однос на цената пак, 6 круши чинат колку 5 портокали. Да се определи што е поскапо: килограм круши или килограм портокали?

10. За 6 kg јаболка и 1 kg портокали платени се 130 денари, а за 4 kg јаболка и 1 kg портокали платени се 100 денари. Колку е цената на килограм јаболка, а колку на килограм портокали?

11. За 3kg јаболка, 2kg лимони и 1kg ананас платено е 320 денари. За 3kg јаболка, 2kg лимони и 2kg ананас платено е 420 денари, а за 2kg лимони, 1kg јаболка и 2kg ананас платено е 380 денари. Колку чини еден килограм јаболка, лимони, односно ананас?

12. За 2kg сливи и 3kg јаболка платено е 69 денари, а за 4kg сливи и 7kg јаболка 153 денари. Колку чини 1kg сливи, а колку 1kg јаболка?

13. Еден сад полн со вода има маса 40 kg. Ако садот е наполнет со вода до половина, тогаш неговата маса е 22 kg. Колкава е масата на празниот сад и колку вода собира садот?

14. Во продавница имало 6 сандаци со јаболка со тежини од $15kg$,$16kg$ $18kg, 19kg, 20kg$ и $31kg$. Двајца купувачи купиле 5 сандаци, така

што едниот зел двапати повеќе јаболка од другиот. Кој сандак останал непродаден?

15. Таткото, мајката и ќерката сега имаат 76 години. Таткото е 4 години постар од мајката. Кога се родила ќерката, таткото и мајката имале заедно 46 години. Колку години има секој од нив сега?

16. Членовите на едно семејство кое се состои од татко, мајка, ќерка и син, заедно имаат 79 години. Таткото е постар од мајката 3 години, а ќерката од синот 2 години. Пред 4 години таткото и мајката заедно имале 55 години. Колку години има секој од нив сега?

17. Сестрата сега има 4 пати повеќе години отколку што имала кога братот бил на нејзини години. Кога сестрата ќе има толку години колку што сега има братот, тогаш тие заедно ќе имаат 51 година. Колку години има сега секој од нив?

18. Дедото сега има 62 години, неговиот син 36 години, внукот 8 години и внуката 6 години. По колку години дедото ќе има толку години колку што имаат заедно неговиот син, внукот и внуката?

19. Во едно купе патувале тројца пријатели Анѓел, Васил и Стојан. Се покажало дека ако ги сменат местата на цифрите на годините на Анѓел, се добива возраста на Васил, разликата на годините на Анѓел и на Васил ги дава годините на Стојан, а Васил е 5 пати постар од Стојан. Колку години има секој од нив?

20. Кога мајката го родила синот имала 23 години, а кога се родила ќерката имала 28 години. Колку години денес имаат мајката, синот и ќерката ако збирот на нивните години е 54?

21. Внукот го прашал дедото: “Дедо, колку години имаш?“. Старецот одговорил: “Не паметам синко, но знам дека кога сум се родил татко ми од радост заклал едно јагне. Од тогаш до сега на секој мој роденден се коле по едно јагне. Последниот пат кога го заклавме јагнето на мојот роденден, беше пред околу еден месец. Кожите се на таванот. Оди и преброј ги, па ќе видиш колку години имам“.
Внукот отишол и ги преброил кожите на таванот, но тие биле само 22. Колку години има дедото?

22. Дедото и внукот заедно имаат 78 години. Колку години има внукот, а колку дедото ако се знае дека внукот има онолку месеци колку што има години дедото?

23. На прашањето колку години има Стојан тој одговорил: “Ако од бројот на моите години го одземете 5, добиениот број го поделите со 5, па од тој резултат повторно одземете 5, ќе добиете 5”. Колку години има Стојан?

24. Ученик ги испишува по ред природните броеви од 1 до 1000. Која цифра стои на 1992-то место?

25. **(Задача на Бек Един).** Замислив еден природен број, го помножив самиот со себе, на тоа додадов 2, резултатот го удвостручив и му додадов 3, па така добиениот збир го поделив со 5 и на крајот, кога добиениот количник го помножив со 10, добив 50. Кој број го замислив?

26. а) Замислив три броја. Ако се соберат се добива 115. Збирот на првиот и вториот број е 40, а збирот на првиот и третиот борј е 90. Кои броеви ги замислив?
б) Замислив три броја. Кои се тие броеви ако се знае дека нивниот производ е 240, производот на првиот и вториот е 60, а производот на вториот и третиот е 80?

27. Збирот на два броја е 450. Ако првиот се зголеми четирипати, а вториот се зголеми двапати, ќе се добие збир 1148. Кои се тие броеви?

28. Збирот на цифрите на непарен четирицифрен број е 11. Збирот на цифрите на единиците и десетките изнесува 5. Колку такви броеви има?

29. Ивица живее на улица Долга улица број 36. На училиште оди по својата улица од страната на која куќите се означени со парни броеви. Училиштето има куќен број 168. По патот Ивица се забавува собирајќи ги куќните броеви. Колкав е вкупниот збир на сите куќни броеви на парната страна од куќата на Ивица до училиштето (Ивица ги собрал и куќниот број и бројот на училиштето)?

30. Во една фабрика работат пет пати повеќе работници отколку работнички. Бројот на работниците е поголем од бројот на работничките за 640. Пресметај го вкупниот број на вработени во таа фабрика.

31. Мирко може да ја заврши поправката на автомобилот за 10 дена. Ако Илија му помогне 2 дена, тогаш поправката ќе биде завршена за 6 дена. За колку дена Илија сам ќе ја заврши поправката?

32. Мајсторот изработува еден производ за 5 минути, а чиракот истиот производ го изработува за 9 минути. Работејќи исто време тие заедно изработиле 84 производи. Колку од нив изработил мајсторот, а колку чиракот? Колку време работел секој од нив?

33. Еден часовник заостанува две секунди за 6 дена. Колку часот ќе покажува часовникот на 8 март 1995 год., напладне, ако е "наместен" на 1 јануари 1995 год напладне?

34. Два часовници се навиени на 05.02.1996 година во 9 часот претпладне. Еден од тие часовници е точен, а вториот "побрзува" минута и половина секој час. Кога двата часовници повторно ќе покажат исто време (кој ден и во колку часот)?

35. Имаме два песочни часовници. Кај првиот целиот песок истекува од едната половина во другата за точно 25 минути, а кај вториот за 20 минути. Како со овие два часовника наједноставно ќе измериме половина час?

36. Иван почнал да гледа некој филм во 20 часот и 20 минути. За време на филмот два пати имало прекин заради прикажување на реклами. Првиот прекин траел 3 минути, а вториот 4 минути. Прикажувањето на филмот завршило во 22 часот и 37 минути. Колку време би траел филмот доколку не се прикажувале реклами?

37. Марко гледал филм кој почнал во 17 часот и 50 минути. За време на прикажувањето на филмот два пати се прикажани реклами, прв пат во траење од 4 минути, а втор пат во траење од 6 минути. Прикажувањето на филмот завршило во 19 часот и 45 минути. Колку време траело прикажувањето на самиот филм без реклами?

38. За извесна сума пари можат да се купат 8 тетратки. Ако цената на тетратките се намали за 5 денари, тогаш за истата сума ќе можат да се купат 9 тетратки. Колку денари чини една тетратка по намалувањето на цената?

39. Една тетратка и еден учебник заедно чинат 160 денари. Три тетратки и четири учебници заедно чинат 600 денари. Колку денари чини една тетратка, а колку еден учебник?

40. Ако Бисера купи 20 kg компири, ќе и останат 60 денари од сумата што ја понела на пазар, а ако купи 25 kg ќе и недостасуваат 40 денари. Колку денари Бисера понела на пазар?

41. За извесна сума пари може да се купат 16 тетратки. Ако цената на тетратките се намали за 1 денар, тогаш за истите пари ќе може да се купат 20 тетратки. Колку денари чини една тетратка?

42. Бидејќи немал доволно пари да купи една книга, Киро позајмил од Весна толку пари колку што имал во џебот. Кога ја купил книгата, позајмил од Лена онолку пари колку што моментално имал во џебот и купил уште една книга. Потоа позајмил од Божидар уште токлу пари колку што му останале при купувањето на втората книга и купил уште една книга. После тоа не му останале пари. Колку пари Киро позајмил од Весна, Лена и Божидар, ако секоја книга чини 40 денари?

43. Никола купил тетратка, молив и гума за што вкупно платил 28 денари. За тетратката платил 18 денари повеќе отколку за моливот, а за моливот и тетратаката заедно платил 24 денари повеќе отколку за гумата. Колку чинат тетратката, моливот и гумата поодделно?

44. Банкнота од 100 денари треба да се размени во монети од 2 и 5 денари така што вкупно да има 35 монети. Колку монети ќе има од едниот, а колку од другиот вид?

45. Три другари Мирко, Гоце и Доне добиле на лотарија премија од 10000 денари. Како ќе ја поделат премијата, ако при купувањето на лозот Мирко дал 5, Гоце 6 и Доне 9 денари?

46. Четворица ученици дале доброволен прилог во вредност од 132 денари. Вториот ученик дал двапати повеќе од првиот, третиот – трипати повеќе од вториот, четвртиот – четрипати повеќе од третитот. Колку денари дал првиот ученик?

47. Петре и Јован имаат различни суми пари. Ако Петре му даде на Јован 10 денари, тогаш ќе имаат еднакви суми пари. Ако Јован му даде на Петар 15 денари, тогаш Петре ќе има двапати повеќе пари од Јован. Колку пари има Петре, а колку Јован?

48. Три лица поделиле 3774 денари на следниов начин: првото лице добило 111 денари помалку од второто, а третото добило колку првото и второто заедно. По колку денари добило секое лице?

49. Во една кутија се наоѓа заедничка заштеда пари на тројца другари. Ако на таа сума пари едниот од нив додаде толку денари колку што има во кутијата и од таа сума земе 400денари, вториот додаде толку колку што останале после првиот и земе 400 денари, и на крајот третиот додаде толку денари колку што останале после вториот и тој земе 400 денари, тогаш кутијата ќе биде празна. Колку денари заедничка заштеда имале другарите?

50. Драган, Боби и Мартин имаат заедно 12000 денари. Половина од своите пари Драган ги поделил на два еднакви дела и ги дал на Боби и Мартин, а другата половна ја задржал за себе. Исто така постапил и Боби, а потоа и Мартин, после што тројцата пријатели имале ист износ, т.е. по 4000 денари кај себе. Колку пари имал секој од нив на почетокот?

51. Дарко и Марко заминале на излет и со себе земале 250 денари. Дарко потрошил три петини од парите, а Марко девет десетини од остатокот. Колку пари им останале?

52. Иван, Јосиф и Томче заедно имаат 12000 денари. Иван половината од своите пари ги поделил на два еднакви дела. По еден дел им дал на Јосиф и Томче, а другата половина ја задржал за себе. Потоа на истиот начин постапил Јосиф, и на крајот тоа го направил и Томче, после што сите имале еднаква сума на пари. Колку пари имал секој од нив на почетокот?

53. **(Стара задача).** Еден римски легионер кога тргнал во војна на својата жена, која била бремена, и оставил 3500 талири (римски пари), под услов со детето да ги подели на следниот начин: “Ако се роди ќерка, мајката да добие двапати повеќе од ќерката, а ако се роди син, синот

да добие двапати повеќе од мајката." Меѓутоа се родиле близнаци - ќерка и син. По колку талири добил секој од нив?

54. Двајца работници извршиле една работа и добиле 1632 денари. Кога првиот работник од својата заработувачка потрошил 360денари, а вториот 72 денари, тогаш на секој му останува иста сума пари. По колку заработил секој работник?

55. Мајсторот Јуре воведува централно греење, а наплаќа така што за својата работа зема половина од цената на потрошениот материјал и за секој ден работа додава уште по 1700 денари. Колку му платил господинот Јуриќ на мајсторот Јуре, а колку го платил материјалот ако вкупната сметка била 33480 денари, а работата е завршена за 3 дена?

56. Во три сада има вода. Ако половината вода од првиот сад ја претуриме во вториот, потоа третината од количеството вода во вториот сад ја претуриме во третиот и на крајот четвтината од вкупното количество вода во третиот сад ја претуриме во првиот сад, тогаш во секој сад ќе има по 12 литри вода. По колку литри вода имало во секој сад на почетокот?

57. Во два сада има вкупно 36 литри течност. Ако од првиот сад претуриме во вториот 5 литри, а потоа од вториот во првиот претуриме 3 литри, во двата сада ќе има подеднакво количество течност. По колку литри течност има во секој сад на почетокот?

58. Во два сада има вкупно 40 литри вода. Ако од првиот сад претуриме во вториот 5 литри вода во вториот, тогаш во вториот ќе има трипати повеќе вода отколку во првиот. По колку литри вода имало во секој од садовите на почетокот?

59. Во еден сад има трипати повеќе млеко отколку во друг. Кога во поголемиот сад ќе се дотури 6 литри, а во малиот 7 литри, тогаш во поголемиот сад ќе има двапати повеќе млеко отколку во помалиот. Колку литри млеко имало на почетокот во секој од садовите?

60. Во еден базен се влева вода од три славини. Низ првата славина за 1 час се влеваат 30 хектолитри, низ втората 35 хектолитри и низ третата

40 хектолитри. Првата славина се отвара во 8 часот наутро, втората 2 часа потоа и третата напладне. Во 14 часот базенот е полн. Колку хектолитри собира базенот, ако во него имало 50 хектолитри вода пред отворањето на првата славина?

61. На еден концерт има 750 посетители, мажи и жени. Колку се мажи, а колку жени ако на секој ред седат по 8 мажи и 7 жени?

62. Во едно училиште на секои две момчиња има три девојчиња, а на секои десет момчиња има еден наставник. Колку ученици и колку наставници има во училиштето, ако нивниот вкупен број е 312?

63. Ванчо и Митко се во зоолошка градина. По одредено време Ванчо го прашал Митко:
- Знаеш ли колку нозе, рогови и крилја изброив?
- Не знам. Сум дошол да ги гледам животните, а не да им ги бројам нозете, роговите и крилјата - одговорил Митко
- Во ред - рекол Ванчо. Досега гледавме: мечки, лавови, диви кози и штркови. Тие заедно имаат 32 нозе, 6 рогови и 12 крилја. Кажи по колку животни од секој вид видовме?

64. На шест дрва имало 129 птици. Во еден момент од првото дрво одлетале 6 птици, од второто 11, од третото 8, од четвртото 10, од петтото 7 и од шестото 9 птици. Тогаш на секое дрво останал еднаков број на птици. Колку птици имало на секое дрво на почетокот?

65. Бабата Даринка од 1 чаша мед, 2 чаши масло, 3 чаши шеќер и 4 чаши брашно прави 25 медењаци. Колку најмногу медењаци таа ќе направи ако дома има 13 чаши мед, 14 чаши масло, 15 чаши шеќер и 16 чаши брашно?

66. Лавот сам може да изеде овца за 2 часа, волкот за 3 часа, а кучето за 6 часа. За колку време лавот, волкот и кучето заедно ќе ја изедат овцата?

67. Во две корпи има еднаков број јаболка. Ако од првата корпа се продадат 150 јаболка, а од втората 194 јаболка, тогаш во правата корпа остануваат трипати повеќе јаболка отколку во втората. Колку јаболка има во секоја корпа?

68. На еден излет на езеро 46 туристи биле сместени во 10 чамци. Во извесен број чамци биле сместени по 6 туристи, а во другите по 4, при што не останале слободни маста. Во колку чамци биле сместени по 6 туристи, а во колку по 4?

69. Во училишниот “Математички клуб“ се наоѓаат определен број маси. Масите имаат три или четри ногалки. Освен тоа, покрај секоја маса се наоѓаат точно четри столчиња и сите тие имаат по 4 ногалки. Сите столчиња заедно имаат 176 ногалки, а сите маси 39 ногалки. Колку има маси со 3, а колку со 4 ногалки?

70. Во секоја од 7 штали сместен е непарен број коњи и тоа така што нивните броеви формираат низа од последователните непарни природни броеви. Во секоја штала се сместени помалку од 77 коњи. Вкупниот број коњи во сите седум штали е запишан со цифри чиј збир е 7. Колку коњи има во секоја штала?

71. **(Кравите на ливада. Задача од Њутновата “Општа аритметика“).** На целата ливада тревата расте подеднакво брзо и густо. Познато е дека целата трева од ливадата 70 крави ќе ја изедат за 24 дена, а 30 крави за 60 дена. Колку крави ќе ја изедат тревата за 96 дена, ако кравите пасат рамномерно?

72. Петар имал 40 крави, од кои првата давала по 1литар млеко на ден, втората давала по 2 литра на ден, и т.н. четириесеттата крава давала по 40 литри млеко на ден. Пред да умре Петар посакал неговите 4 синови после неговата смрт така да ги поделат кравите што секој да добие ист број крави кои даваат подеднакво количества на млеко. Како синовите ќе ги поделат кравите?

73. На денот на вљубените Свети Валентин 11 ученици и 7 ученички од четврто одделение меѓусебно размениле подароци. Секое девојче на секое момче му подарило по едно чоколадо. Секое од момчињата подарокот на девојчињата го реализирало на следниот начин: на едно девојче му подарило еден бомбон, на второто два бомбони, на третото три и сè така до последното девојче. Колку вкупно слатки работи (чоколади и бомбони) е разменето меѓу учениците на денот на вљубените?

1.2. РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ

1. Со 10 чекори напред и 2 назад, потоа 10 напред и 1 назад Костадин прави 23 чекори и се придвижува 17 чекори. После 58 вакви придвижувања Костадин се поместува 986 чекори и притоа прави 58·23=1334 чекори. Останатото растојание од 14 чекори ќе го помине со 10+2+6=18 чекори. Значи, вкупно ќе направи 1352 чекори.

2. Од условот на задачата се гледа дека Јанко со своите 12 чекори изминува пат кој Мирко го поминува со 21 чекор. Значи, Јанко после првите свои 12 чекори му се приближува на Мирко за 3 Миркови чекори. За да Јанко го надополни заостанувањето од 60 чекори, оваа состојба мора да се повтори $60:3=20$ пати. Според тоа, Јанко ќе го стигне Мирко после свои 240 чекори.

3. Секоја книга има по две корици, па вкупниот број на корици е шест, а нивната вкупна дебелина е $12mm$.Вкупниот број на страници е
$$90+110+150=350$$
Па вкупната дебелина на сите страници е $350:10=35mm$. Конечно, дебелината на сите три книги заедно е $12+35=47mm$.

4. Бојана мерејќи ја должината на училницата, направила 9 чекори повеќе од Борјан. Ако направи ист број чекори како и Борјан таа ќе измери $9 \bullet 50=450cm$ помалку од Борјан. Бидејќи секој чекор на Борјан е 30 cm подолг, тој направил $450:30=15$ чекори, па значи должината на училницата е $15 \bullet 80=1200cm$. На ист начин одредуваме дека ширината на училницата е 10 чекори на Борјан, односно 8 m.

5. Вториот велосипедист секој час поминува по $15-13=2km$ повеќе од првиот. Тој вкупно поминал 6 km повеќе, па затоа до сретнувањето поминале 6:2=3 часа. Бидејќи се сретнале после 3 часа, поминатиот пат (растојанието меѓу A и B) е $3(13+15)=84km$.

6. а) Методија пешки поминал еден дел од патот, а со автобус поминал пет такви делови. Значи, патот е шестпати подолг од делот кој Методија го поминал пешки. Според тоа, тој пешки поминал $30:6=5km$, а со автобус го поминал остатокот од $25km$.

б) Бидејќи пешки поминувал $4km/h$ патот од $5km$ ќе го помине за 1 час и 15мин. Методија со автобус патувал 30 минути, па значи вкупно патувал 1 час и 45 минути.

7. Во $8\min 18\sec$ има $8\cdot 60+18=480+18=498\sec$. Па, тогаш растојанието од сонцето до земјата е еднакво на $498\cdot 300000=149600000\ km$.

8. Секој сандак со јаболка тежи 10 kg повеќе отколку сандак со круши. Бидејќи вкупната тежина на јаболката е за 50 kg поголема, добиваме дека има $50:(40-30)=50:10=5$ сандаци со јаболка, а исто толку и со круши. Вкупно се набавени $40\cdot 5+30\cdot 5=350\ kg$ овошје.

9. Ако 2 јаболка тежат колку и 3 круши, тогаш 6 јаболка тежат колку и 9 круши. Слично, од другиот услов следи дека 6 јаболка тежат колку и 8 портокали. Одтука заклучуваме дека 9 круши тежат колку и 8 портокали, а 18 круши колку 16 портокали.

   Од третиот услов пак заклучуваме дека 18 круши коштаат колку 15 портокали, од што следи дека килограм портокали е поскап од килограм круши.

10. Јасно за $6-4=2kg$ јаболка се платени $130-100=30$ денари (бидејќи во двата случаи се работи за исто количество портокали). Според тоа, 1 kg јаболка чини $30:2=15$ денари, а 1 kg портокали чини 40 денари.

11. Бидејќи $3kg$ јаболка, $2kg$ лимони и $1kg$ ананас чинат 320 денари, а $3kg$ јаболка, $2kg$ лимони и $2kg$ ананас чинат 420 денари, добиваме дека $1kg$ ананас чини $420-320=100$ денари. Од вториот и третиот услов заклучуваме дека $2kg$ јаболка чинат 40 денари, односно $1kg$ чини 20 денари, па килограм лимони чини 80 денари.

12. Ако од цената на $4kg$ сливи и $7kg$ јаболка се одземе цената на $4kg$ сливи и $6kg$ јаболка се добива цената на $1kg$ јаболка, т.е. $153-138=15$ денари. Еден килограм сливи ќе чини $(69-3\cdot 15):2=12$ денари.

13. Кога половината од садот е наполнет со вода, тогаш масата од 40 kg е намалена за масата на половината од количеството вода кое може да го собере садот. Значи, $40-22=18kg$ е масата на половина од коли-

чеството вода во садот, според тоа садот собира $2\cdot 18=36$ литри вода, а масата на садот е 4 kg.

14. Збирот на тежините на сите сандаци изнесува $119kg$. Купувачите зеле 5 сандаци, со тоа што едниот зел двапати повеќе од другиот, па затоа вкупната тежина мора да е делива со 3 . Тоа е единствено можно ако се изостави сандакот од $20kg$, бидејќи само 20 при делење со три има ист остаток како и при делењето на 119 со 3 . За да провериме дека задачата има смисла, да видиме кои сандаци ги купиле купувачите. Вкупната тежина на петте сандаци е $99kg$. Првиот купувач зел $66kg$, а вториот $33kg$. Значи, првиот ги купил сандаците со тежини $16kg$,19kg и $31kg$, а вториот ги купил сандаците со тежини $15kg$ и $18kg$.

15. Кога се родила ќерката мајката имала $(46-4):2=21$ година, а таткото $21+4=25$ години. Сега ќерката има $(76-46):3=10$ години, мајката $21+10=31$ година и таткото $25+10=35$ години.

16. Сега таткото и мајката заедно имаат $55+2\cdot 4=63$ години. Мајката има $(63-3):2=30$ години, а таткото 33 години. Синот и ќерката имаат заедно 79-63=16 години. Синот има $(16-2):2=7$ години, а ќерката 9 години.

17. Ако сестрата имала една година кога братот имал толку години колку што таа има сега, таа сега ќе има 4 години, а тој 7, бидејќи тој бил 3 години постар од неа. Затоа, кога таа ќе има 7 години, тој ќе има 10 години, па тие двајцата заедно ќе имаат 17 години. Но, за нив се вели дека тогаш ќе имаат 51 година. Бидејќи $51:17=3$, добиваме дека сестрата сега има $4\cdot 3=12$ години, а братот $7\cdot 3=21$ година.

18. Синот, внукот и внуката сега имаат 50 години заедно, односно 12 години помалку од дедото. За секоја наредна година бројот на годините на дедото се зголемува за 1, а збирот на годините на останатите за 3, односно за 2 повеќе. За да ги достигнат годините на дедото, потребни се: $12:2=6$ години.

19. Јасно е дека годините на Анѓел и Васил се двоцифрени броеви. Раз-

ликата на било кои два двоцифрени броја со сменет редослед на цифри е делива со 9. Значи Стојан има 9*k* години. Но, бидејќи Васил е 5 пати постар од Стојан, добиваме дека Васил има 45*k* години. Бидејќи Васил нема повеќе од 100 години, добиваме дека k=2 или k=1. Лесно се проверува дека не е можно k=2. Значи k=1, па Васил има 45 години, Анѓел има 54 години, а Стојан има 9 години.

20. Од раѓањето на синот до раѓањето на ќерката поминале $28-23=5$ години, што значи дека кога се родила ќерката, тогаш мајката и синот заедно имале $28+5=33$ години. Од раѓањето на ќерката до денес течат годините на мајката, синот и ќерката, т.е. разликата $54-33=21$ е трипати поголема од бројот на годините на ќерката, што значи дека ќерката има $21:3=7$ години. Конечно, мајката има $28+7=35$ години, а синот има $5+7=12$ години.

21. Дедото секако е роден на 29 февруари во високококосна година, така што славел роденден на секои четири години. Меѓутоа на секои 100 години периодично, месец февруари има само 28 дена. Така на пример февруар во 2000-тата година ќе има 28 дена. Според тоа, доколку дедото периодично на секои 4 години славел роденден, тогаш тој има 84 години. Ако пак се случило поради наведеното календарско правило да меѓу некои два родендена на дедото поминат 8 години (тоа може да се случи само еднаш), тогаш дедото има 88 години. Значи, дедото има 84 или 88 години.

22. Задачата ќе ја решиме со помош на табела. Бидејќи една година има 12 месеци имаме:

Години на дедото	Години на внукот	Месеци на внукот
78	0	0
77	1	12
76	2	24
75	3	36
74	4	48
73	5	60
72	**6**	**72**
71	7	84

Значи внукот има 6 години, а дедото има 72 години.

23. Ќе тргнеме со решавање во обратна насока. На бројот 5 што е добиен како резултат му додаваме 5, потоа го множиме со 5, па пак му додаваме 5 и ќе ги добиеме годините на Стојан. Имено, Стојан има $(5+5)\cdot 5+5=55$ години.

24. Со испишување на едноцифрените и двоцифрените броеви, ученикот испишал $9\cdot 1+90\cdot 2=189$ цифри. Значи, остануваат уште $1992-189=1803$ цифри, а $1803:3=601$, т.е. ученикот ги испишал првите 601 трицифрени броеви. Според тоа, 1992-та цифра е третата цифра на 601-от трицифрен број, т.е. 700. Следствено, бараната цифра е 0.

25. Задачата ќе ја решиме "одназад". Последователно имаме,

$$50:10=5,\ \ 5\cdot 5=25,\ \ 25-3=22,\ \ 22:2=11,\ \ 11-2=9 \text{ и } 9:3=3$$

Значи, замислениот број е 3.

26. а) Бидејќи збирот на трите броеви е 115, а збирот на првиот и вториот е 40, добиваме дека третиот број е $115-40=75$. Збирот на првиот и третиот е 90, па првиот број е $90-75=15$. Значи, вториот број е $40-15=25$. Замислените броеви се 15, 25 и 75.

б) Производот на трите броја е 240, а производот на првите два е 60, па затоа третиот број е $240:60=4$. Производот на вториот и третиот број е 80, па вториот број е $80:4=20$, а првиот број е $60:20=3$. Замислените броеви се 3, 20 и 4.

27. Јасно, ако и двата броја се зголемат двапати, тогаш нивниот збир ќе биде 900. Затоа кога првиот број се зголемува двапати се добива бројот $1148-900=248$. Според тоа, првиот број е $248:2=124$, а вториот број е $450-124=326$.

28. Цифрата на единиците мора да биде непарен број, а заедно со цифрата на десетките дава збир 5. Имаме три можности: 41, 23 и 05. Збирот на првите две цифри мора да биде $11-5=6$, па затоа ги имаме следниве можности: 60, 51, 42, 33, 24 и 15. Значи, има вкупно $3\cdot 6=18$ такви броеви.

29. За бараниот збир имаме:

$$36+38+40+...+164+166+168=2(18+19+20+...+82+83+84)$$
$$=(18+84)+(19+83)+(20+82)+...+(82+20)+(83+19)+(84+18)$$
$$=\underbrace{102+102+102+...+102+102+102}_{84-17\ \text{пати}}=102(84-17)=102\cdot 67=6834.$$

30. Бројот на работничките е четири пати помал од 640. Според тоа, во фабриката работат 640:4=160 работнички и 5•160=800 работници, а вкупниот број вработени е 160+800=960.

31. Ангажирањето на Илија во текот на два дена го намалува времетраењето на поправката за $10-6=4$ дена. Значи, Илија работи двапати побрзо од Мирко, па затоа тој поправката ќе ја заврши за 5 дена.

32. Јасно, за 45 минути мајсторот изработува 9 производи, а чиракот за истото време изработува 5 производи. Според тоа, за 45 минути мајсторот и чиракот заедно изработуваат 14 производи. Бидејќи $84:14=6$, добиваме дека секој од нив работел $6\cdot 45=270$ минути и притоа мајсторот изработил $6\cdot 9=54$, а чиракот $6\cdot 5=30$ производи.

33. Од 1. јануари 1995 год. напладне до 8. март 1995 год. напладне има 66 дена. Во 66 дена има 11 пати по 6 дена. Бидејќи за 6 дена часовникот заостанува две секунди. За 66 дена ќе заостане 22 секунди. Часовникот на 8. март 1995 год. напладне ќе покажува 11 часот 59 минути и 38 секунди.

34. Двата часовници повторно ќе покажат исто време во моментот кога вториот часовник (тој што "побрзува") ќе "отиде" напред за 12 часови. Бидејќи секој час вториот часовник "побрзува" по минута и половина, за да појде напред за 12 часови (720 минути) во однос на точниот часовник, ќе му треба $720:1,5=480$ часови, односно 20 дена.

    Значи, часовниците ќе покажат исто време после 20 дена во 9 часот наутро, т.е. на 25.02.1996 год. во 9 часот наутро.

35. Ќе ги завртиме истовремено двата часовника така што песокот да тече од полните во празните делови. После 20 минути вториот часовиик во кој целата количина песок истекла во втората половина ќе го завртиме. Во моментот кога во првиот часовник истече целата количина песок (после 25 минути) ќе го вратиме вториот (помалиот) часовник

во почетната положба, а количесгвото песок кое меѓувреме истекло во празниот дел ќе се врати во следните 5 минути. Така ќе измериме $25+5$ минути, односно бараниот половина час.

36. Ако од 22 ч и 37 мин. одземеме 20 ч и 20 мин (времето кога започнал филмот), добиваме 2 часа и 17 минути. Потоа од нив одземаме 3+4=7 минути кои се пауза за реклами и добиваме дека филмот кој го гледал Иван траел 2 часа и 10 минути.

37. Ако времето потрошено за прикажување на рекламите го одземеме од вкупното време на прикажување на филмот, ќе го добиеме времето на прикажување на филмот без реклами. Рекламите вкупно траат 4+6=10 минути. Ако прикажувањето на филмот без реклами започне 10 минути подоцна (во 18 часот), тогаш филмот ќе заврши во исто време, т.е. во 19 часот и 45 минути. Значи, траењето на самиот филм соодветствува на времето од 18 часот до 19 часот и 45 минути, што значи дека за прикажување на филмот без реклами се потребни 1 час и 45 минути.

38. Кога цената на тетратките се намалува за 5 денари ни останувaат $8\cdot 5=40$ денари и со овие пари може да се купи уште $9-8=1$ тетратка. Значи цената на една тетратка е 40 денари.

39. Јасно, четири тетратки и четири учебници заедно чинат $4\cdot 160= 640$, па затоа една тетратка чини $640-600=40$ денари. Според тоа, еден учебник чини $160-40=120$ денари.

40. Ако Бисера купи $25-20=5kg$ повеќе, тогаш ќе плати $60+40=100$ денари повеќе. Значи цената на $1kg$ компири е $100:5=20$ денари. Според тоа, Бисера на пазар понела $20\cdot 20+60=460$ денари.

41. Ако цената на тетратките се намали за 1 денар, од 16 тетратки ќе останат 16 денари и со овие пари се купени $20-16=4$ тетратки. Значи, цената на намалените тетратки е $16:4=4$ денари, а почетната цена на тетратките е $4+1=5$ денари.

42. Ќе сметаме наназад. Пред последното купување Киро имал 20 денари и позајмил од Божидар уште 20 денари. Така имал 40 денари за купување на последната книга. Оние 20 денари, кои ги имал пред последното по-

зајмување, му останале после купувањето на втората книга. Бидејќи книгата чини 40 денари, заклучуваме дека Киро во тој момент имал 60 денари. Значи пред ова купување од Лена позајмил 30 денари. Оние 30 денари, кои ги имал пред ова позајмување му останале после купувањето на првата книга, што значи дека пред тоа имал 70 денари. Тука се неговите 35 денари и позајмените 35 денари од Весна. Значи, од Весна позајмил 35 денари, од Лена 30 денари и од Божидар 20 денари.

43. Бидејќи моливот и тетратката заедно чинат 24 денари повеќе од гумата заклучуваме дека две гуми чинат $28-24=4$ денари. Значи, гумата чини $4:2=2$ денари. Сега моливот и тетратката чинат 26 денари. па бидејќи за тетратката Никола платил 18 денари повеќе отколку за моливот заклучуваме дека моливот чини $(26-18):2=4$ денари. Конечно, тетратката чини $28-(2+4)=22$ денари.

44. Ако сите монети се од 5 денари, тогаш сумата ќе изнесува $5\bullet 35=175$ денари. Вишокот од 75 денари е добиен така што секоја монета од 2 денари е зголемена за 3 денари. Според тоа, монети од 2 денари ќе има $75:3=25$, а монети од 5 денари ќе има 10.

45. Збирот на влогот со кој го купиле лозот е $5+6+9=20$ денари. На секој вложен денар секој добива по $10000:20=500$ денари. Според тоа, Мирко добил $5\cdot 500=2500$ денари, Гоце добил $6\cdot 500=3000$ денари и Доне $9\cdot 500=4500$ денари.

46. Да претпоставиме дека првиот дал 1 денар. Тогаш вториот дал 2 денари, третиот 6 денари и четвртиот 24 денари, па сите заедно дале 33 денари. Но, според условот на задачата тие дале 132 денари, т.е. четирипати повеќе, што значи дека секој ученик дал четирипати повеќе и тоа: првиот 4, вториот 8, третиот 24 и четвртиот 96 денари.

47. Во задачата е кажано дека Петре и Јован ќе имаат еднакви суми пари ако Петре му даде на Јован 10 денари. Тоа значи дека Петре има 20 денари повеќе од Јован. Петре ќе има двапати повеќе пари од Јован, ако Јован му даде 15 денари и во тој случај разликата во парите на Петре и Јован ќе биде $20+15+15=50$ денари. Оваа разлика ќе биде еднаква на половина од парите на Петре, што значи дека Петре тогаш

ќе има 100 денари, а Јован 50 денари. Ако Петре му врати на Јован 15 денари, тогаш Јован ќе има 65 денари, а Петре 85 денари и тоа се сумите кои Јован и Петре ги имаат.

48. Ако од сумата на второто лице се одбијат 111 денари, тогаш тоа ќе добие колку и првото лице. Бидејќи третото лице добило колку првото и второто заедно, ако од неговата сума пари одбиеме 111 денари, остатокот ќе ја претставува удвоената сума пари на првото лице. Значи во 3774 денари се содржи 4 пати сумата пари на првото лице и 2 пати по 111 денари, па затоа $(3774-2\cdot 111):4=888$ е сумата пари на првото лице. Според тоа, второто лице добило 999 денари, а третото 1887 денари.

49. После земањето на вториот другар во кутијата останале $400:2=200$ денари, после земањето на првиот останале $(200+400):2\ =300$ денари, а на почетокот во кутијата имало $(300+400):2\ =\ 350$ денари. Заедничката заштеда на другарите била 350 денари.

50. Со решавање на задачата ќе тргнеме во обратна насока. На крајот од поделбите на парите сите имале ист износ, односно 4000 денари. Пред поделбата на парите Мартин имал $4000\cdot 2=8000$денари, а Драган и Боби $4000-4000:2=\ 2000$ денари. Пред Боби да го подели својот дел на начин како во задачата, тој имал $2000\cdot 2=4000$, а Драган и Мартин имале $2000-2000:2=1000$ и $8000-2000:2=7000$ денари, соодветно. Конечно на почетокот Драган имал $1000\cdot 2=2000$ денари, Боби имал $4000-1000:2=3500$ денари и Мартин имал

$$7000-1000:2=6500 \text{ денари.}$$

51. Една петина од 250 денари е 50 денари. Дарко потрошил три петтини од вкупната сума, а тоа е 150 денари. Според тоа, останале $250-150=100$ денари. Една десеттина од 100 денари е 10 денари. Марко потрошил девет десетини од 100 денари, а тоа е 90 денари. Според тоа, од вкупната сума пари им останале

$$250-(150+90)=250-240=10 \text{ денари.}$$

52. Ќе решаваме од назад. Вкупно имале 12000 денари и на крајот сите имале еднаква сума на пари, што значи дека секој имал по $12000:3=$

4000 денари.

	Иван	Јосиф	Томче
3 – дели Томче	4000	4000	4000
2 – дели Јосиф	4000-4000:2=2000	4000-4000:2=2000	4000+4000=8000
1 – дели Иван	2000-2000:2=1000	2000+2000=4000	8000-2000:2=7000
0 – почеток	1000+1000=2000	4000-1000:2=3500	7000-1000:2=6500

Значи, Иван имал 2000 денари, Јосиф имал 3500 денари и Точе имал 6500 денари.

53. Ако ќерката добива еден дел од парите тогаш мајката добива двапати повеќе. Но, синот добива двапати повеќе од мајката, па значи тој добива четири пати повеќе од ќерката. Според тоа, парите треба да се поделат на $1+2+4=7$ еднакви делови, а потоа ќерката да добие еден дел, мајката два дела и синот четири дела.
Имаме, $3500:7=500$. Значи, ќерката добила 500 талири, мајката 1000 талири и синот 2000 талири.

54. Ако од 1632 одземеме $360+72$, добиваме колку пари вкупно им останале на двајцата работници. Бидејќи им останале исти суми пари, заклучуваме дека на секој работник му останале
$$(1632-(360+72)):2=600 \text{ денари.}$$
Според тоа, првиот работник заработил $600+360=960$ денари, а вториот $600+72=672$ денари.

55. Мајсторот Јуре работел 3 дена, па вредноста на неговите дневници е 5100 денари, а материјалот и неговата работа без дневници тогаш чинат 28380 денари. Ако работата на мајсторот вреди половина од цената на материјалот, тогаш цената на материјалот е двапати поголема од работата на мајсторот. Нека Јуре заработил x денари. Тогаш цената на материјалот е $2x$ денари или заедно тоа изнесува $3x$ денари. Значи, $3x=28380$ или $x=9460$ денари. Значи, Јуре заработил $9460+5100=14560$ денари, а материјалот чинел 18920 денари.

56. Задача се решава "одназад". Во третиот сад има $12+4-6=10$ литри, во вториот $12+6-8=10$ литри и во првиот сад $12-4+8=16$ литри вода.

57. После второто претурање во секој од двата сада ќе има по 18 литри течност, бидејќи има вкупно 36 литри. После првото претурање во првиот сад има $18-3=15$ литри течност, а во вториот има $18+3=21$ литри течност. На почетокот во првиот сад има 15+5=20 литри течност, а во вториот сад $21-5=16$ литри течност.

58. Ако земеме во предвид дека во првиот сад има еден дел од водата, тогаш после претурањето во вториот сад има три пати повеќе вода отколку во првиот, па заклучуваме дека во двата сада има четири еднакви дела. Секој од овие делови има $40:4=10$ литри. Според тоа во првиот сад има $10+5=15$ литри, а во вториот сад $3\cdot 10-5=25$ литри вода.

59. Количеството млеко во вториот сад да го земеме за единица *е*. Тогаш првиот сад ќе содржи 3 такви единици. Задачата ќе ја решиме во три чекори.

1. Кога во првиот сад се дотура $6l$, тогаш количеството млеко во него го сочинува 3 единечни дела плус $6l$, а кога во вториот сад се дотураат $7l$, тогаш количеството во него го сочинува 1 единечен дел плус $7l$. Ако количеството млеко во вториот сад се зголеми два пати, тогаш во двата сада имаме исто количество млеко. Количеството млеко во вториот сад тогаш ќе биде 2 единечни дела плус $2\cdot 7l=2$ единечни дела плус $14l$

2. Од три единечни дела плус $6l=2$ единечни дела плус $14l$ добиваме дека еден единечен дел е еднаков на $8l$ и тоа е млекото во вториот сад на почетокот.

3. Значи во првиот сад имало $3\cdot 8l=24l$ млеко.

60. Низ првата славина од 8 до 14 часот истекле $6\cdot 30=180$ хектолитри; низ втората од 10 до 14 часот истекле $4\cdot 35=140$ хектолитри; од третата истекло $2\cdot 40=80$ хектолитри вода. Според тоа, низ славините се влеале $180+140+80=400$ хектолитри вода и ако на ова количество се додадат оние 50 хектолитри кои веќе се наоѓале во базенот, добиваме дека тој собира 450 хектолитри вода.

61. Групи од 8 мажи и 7 жени имало вкупно 750:(8+7)=50. Според тоа, мажи има $50\cdot 8=400$, а жени 750-400=350

62. Според условот на задачата на секои $5\cdot 3=15$ девојчиња има $5\cdot 2=10$

момчиња и еден наставник. Значи, на секои 25 ученици има еден наставник. Бидејќи $312 = 26 \cdot 12$, бројот на ученици е $25 \cdot 12 = 300$, а бројот на наставници е $312 - 300 = 12$.

63. Бидејќи само козите имаат рогови, (по два), добиваме дека тие виделе три кози. Слично, само штрковите имаат крилја, (по две), па тие виделе 6 штрка. Овие 6 штрка и 3 диви кози заедно имаат 2·6+4·3=24 нозе. Значи, мечките и лавовите вкупно имаат 32–24=8 нозе. Бидејќи виделе барем една мечка и барем еден лав кои заедно имаат 8 нозе, заклучуваме дека виделе точно една мечка и еден лав.

64. Имаме: $129 - (6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11) = 129 - 51 = 78$. Значи, откако одлетале 51 птица на шесте дрва останале 78 птици. Според тоа, на секое дрво останале по $78 : 6 = 13$ птици. На почетокот ја имаме следнава состојба:
   - на првото дрво имало 13+6=19 птици,
   - на второто дрво имало 13+11=24 птици,
   - на третото дрво имало 13+8=21 птица,
   - на четвртото дрво имало 13+10=23 птици,
   - на петтото дрво имало 13+7=20 птици и
   - на шестото дрво имало 13+9=22 птици.

65. Ако има 16 шољи брашно, потребни се 12 шољи шеќер, 8 шољи масло и 4 шољи мед за да се направат $4 \cdot 25 = 100$ медењаци.
   На неа ќе и останат 3 шољи шеќер, 6 шољи масло и 9 шољи мед (од нив таа не може да направи медењаци бидејќи нема брашно).
   Значи, баба Даринка може да направи најмногу 100 медењаци.

66. Бидејќи НЗС(2,3,6) = 6, добиваме:
   - лавот за 6 часа ќе изеде 6:2=3 овци;
   - волкот за 6 часа ќе изеде 6:3=2 овци;
   - а кучето за 6 часа ќе изеде 6:6=1 овца.
   Заедно, за 6 часа ќе изедат 3+2+1=6 овци или една овца ќе биде изедена за 1 час.

67. Ако од првата корпа се продадат 150 јаболка, а од втората 194 јаболка, тогаш во првата корпа остануваат $194 - 150 = 44$ јаболка повеќе отколку во втората корпа. Бидејќи остатокот во првата корпа е трипати поголем од остатокот во втората корпа, можеме да сметаме дека во

првата корпа остануваат 3 дела, а во втората еден дел јаболка. Според тоа 44 јаболка ќе претставуваат $3-1=2$ дела, т.е. во втората корпа ќе останат $44:2=22$ јаболка. Значи, во втората корпа има $22+194=216$ јаболка, а толку има и во првата корпа.

68. Ако во 10 чамци се сместат по 4 туристи, тогаш нема да има место за $46-4\cdot 10=6$ туристи, кои по двајца треба да ги сместиме во чамците што собираат по 6 туристи. По 6 туристи ќе има во $6:2=3$ чамци, а во 7 чамци ќе има по 4 туристи.

69. Столчиња има $176:4=44$, па значи има 11 маси. Ако сите маси имаат по 4 ногалки, тогаш масите би имале 44 ногалки. Меѓутоа, "недостасуваат" 5 ногалки, што значи дека има 5 маси со 3 ногалки и 6 маси со 4 ногалки.

70. Според условот на задачата вкупниот број коњи мора да биде непарен број кој завршува со цифрите 1, 3 или 5. Првите 7 непарни броеви даваат збир 49, што не одговара на условот на задачата, а последните 7 даваат 483, што исто така не одговара на условот на задачата. Бараниот збир мора да биде меѓу овие збирови и збирот на цифрите со кои е запишан да е 7. Единствен број кој ги задоволува сите услови е 133, а кога тој број ќе го поделиме со 7 (зошто?) го добиваме средниот член на бараната низа: $133:7=19$. Значи, бараната низа е: 13,15,17,19, 21,23,25.

71. Ако количината на тревата која една крава ја пасе за 1 ден ја наречеме "порција", тогаш за 24 денови 70 крави ќе изедат $24\cdot 70=1680$ порции. Во тие 1680 порции освен почетното количество трева влегува и нараснувањето на тревата за 24 денови. Според вториот услов на задачата, 30 крави за 60 денови јадат $60\cdot 30=1800$ порции. Бидејќи во двата случаи е изедена целата трева на ливадата, вишокот од $1800-1680=120$ порции претставува нараснувањето на тревата за $60-24=36$ денови, па значи за 24 денови нараснувањето на тревата ќе биде 80 порции. Затоа почетното количество трева на ливадата било $1680-80=1600$ порции. За 96 денови (а тоа е 4 пати по 24 денови) нараснувањето на тревата ќе биде $4\cdot 80=320$ порции, а вкупното количество трева за исхрана на кравите за 96 денови ќе изнесува $1600+320=1920$ порции. За 1 ден кравите треба да изедат

$1920:96=20$ порции, што значи за 96 дена целата трева ќе ја изедат 20 крави.

72. Крави се 40 и тие заедно даваат

$$1+2+3+\ ...\ +40\ =\ (1+40)+(2+39)+\ ...\ +(20+21)=20\cdot 41=820$$

литри млеко на ден. Значи секој од синовите треба да добие 10 крави кои заедно даваат по 205 литри млеко на ден. Ако се искористи фактот дека $1+40=2+39=3+38=...=20+21$, може да се постапи на следниот начин: Ако некој ја добие кравата која дава n литри млеко на ден, тој ќе ја добие и нејзината "придружничка" која дава $41-n$ литри млеко на ден. Значи доволно е секој од браќата да изберат по 5 различни крави кои даваат најмногу 20 литри млеко на ден, а потоа да ги земат и нивните придружнички. Така на пример една од можните распределби е следната:
Првиот син ги добива кравите со реден број 1,2,3,4,5,36,37,38,39,40
Вториот син ги добива кравите со реден број 6,7,8,9,10,31,32,33,34,35
Третиот син ги добива кравите со реден број 11,12,13,14,15,26, 27,28, 29,30
Четвртиот син ги добива кравите со реден број 16,17,18,19,20,21,22, 23,24,25

73. Секое од момчињата добило по едно чоколадо од секое од девојчињата, што значи дека секое момче добило по 7 чоколади. Бидејќи во одделението се 11 момчиња, тоа значи дека се добиени вкупно $11\cdot 7=77$ чоколади.

За возврат секое од момчињата на девојчињата подарило по

$$1+2+3+4+5+6+7=28$$

бомбони. Бидејќи во одделението има 11 момчиња, тоа значи дека момчињата подариле вкупно $11\cdot 28=308$ бомбони.
Вкупно е подарено, $77+308=385$ слатки работи.

2. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ ВО МНОЖЕСТВОТО РАЦИОНАЛНИ БРОЕВИ

2.1. ЗАДАЧИ

1. Како може од жица со должина $\frac{2}{3}$ метри, без користење на метро, да се исече парче со должина 0,5 метри?

2. Зоки со велосипед изминал 64% од патот, а останатите 9 km ги изминал пеш. Колку километри минал Зоки со велосипедот?

3. За три часа возење автомобилот поминал $180km$. Првиот час тој поминал 0,375 од должината на целиот пат, а вториот час поминал 0,9 од должината на патот што го поминал првиот час. Колку километри поминал автомобилот третиот час?

4. Кога патникот поминал $4\frac{2}{5}$ km, му останале уште $\frac{2}{5}$ од половината пат. Колку изнесува целиот пат?

5. Гумена топка која слободно паѓа секогаш отскокнува до висина за $\frac{1}{4}$ помала од висината од која паѓа. Пресметајте од која висина е спуштена топката, ако во третиот одскок таа достигнала 432 cm. До која висина топката отскокнала во петтиот скок?

6. Петре одел кој училиште. Откога изминал $1\,km$ и половина од преостанатиот дел од патот, го сретнал чичко Стојан кој го прашал Петре уште колку километри има додека стигне до училиштето. Петре му одговорил дека има да оди уште $1\,km$ и третина од вкупната должина на патот. Колкав пат поминува Петре одејќи на училиште?

7. Три автомобили тргнале истовремено од местото A кон местото B. После извесно време првиот автомобил поминал 0,625, вториот $\frac{7}{9}$, а третиот $\frac{4}{5}$ од растојанието меѓу A и B. Колкаво е растојанието меѓу A и B, ако во тој момент најблискиот автомобил до местото B е оддалечен од него 36 km?

8. Од местото A може да се стигне во некое друго место на два начини: да се тргне веднаш и да се оди пешки; или да се повика такси, да се дочека и да се оди со него. Притоа, брзините на пешакот и на таксито се рамномерни, а времето на чекање на таксито е секогаш исто. Ако се постапи на еден од двата начини, се покажува дека од местото A до место оддалечено 1 km најбрзо се стигнува за 10 минути, до место оддалечено 2 km за 14 минути и до место оддалечено 3 km за 15 минути. За кое време може најбрзо да се стигне до место оддалечено 6 km?

9. Велосипедист за 1 час и 24 минути минува $\frac{7}{9}$ од патот меѓу местата A и B. За колку време велосипедистот ја минува половината од патот, ако се движи со константна брзина?

10. Од две места тргнуваат еден спроти друг два пешака. Првиот пешак целиот пат може да го помине за 10 часа, а вториот за 15 часа. После колку време од тргнувањето тие ќе се сретнат?

11. Велосипедист за 1 час и 12 минути минува $\frac{2}{7}$ од растојанието од своето село C до градот $Г$. Одредете го времето за кое велосипедистот, движејќи се со иста брзина, ќе стигне од C до $Г$.

12. Од две различни места A и B во пресрет еден на друг истовремено тргнале двајца велосипедисти. Едниот минува 13km на час, а другиот 15,5 km на час. Се сретнале на 5km од средината на патот AB. Колкаво е растојанието меѓу A и B?

13. Првиот ден автомобилистот поминал $\frac{3}{8}$ од предвидениот пат, вториот ден $\frac{5}{12}$ од предвидениот пат, третиот ден поминал 45 km повеќе од $\frac{1}{6}$ од предвидениот пат и на тој начин стигнал на целта. Колкава е

должината на патот?

14. Велосипедист се движи по автобуска линија меѓу две места во градот. При движењето забележал дека на секои 9 минути го престигнува, а на секои 6 минути го пресретнува по еден автобус кој сообраќа на линијата. Во кој временски интервал тргнуваат автобусите од почетната станица? (Автобусите се движат со еднакви рамномерни брзини и тргнуваат во исти временски интервали, а велосипедистот се движи со рамномерна брзина).

15. На чело на колоната на велосипедиската трка се наоѓаат Анте и Борис, кои возат еден покрај друг. Тие се оддалечиле од останатите учесници во трката и никој не може да ги стигне до целта. На 20 km пред целта на Анте му пукнала гума. Борис продолжил да вози до целта со просечна брзина од 40 km/h. Анте заради поправката загубил 3 минути, а потоа до целта возел со просечна брзина од 45 km/h. Кој победил во трката и со колку метри предност?

16. Двајца возачи на мотори во исто време тргнале од две различни места A и B еден кон друг. Првиот се движел со брзина од 1 km во минута, а вториот со брзина од 800 m во минута. Во моментот кога се сретнале првиот моторџија имал поминато 66 km повеќе од другиот. Колкаво е растојанието помеѓу местата A и B?

17. На оддалеченост од 125 метри куче забележува зајак и потрчува по него. Истовремено зајакот почнуваа да бега. Со еден скок зајакот прескокнува половина метар, а кучето 2 метра. За време додека зајакот прави 7 скока, кучето прави 2 скока. После колку метри, од моментот кога кучето го забележало, ќе го фати зајакот?

18. **(Стара задача).** Една лисица, гонета од куче, веќе направила 60 скока кога кучето тргнало по неа. Лисицата прави три скока, додека кучето направи два скока. Седум скока на лисицата вредат колку три скока на кучето. Колку скока треба да направи кучето за да ја достигне лисицата?

19. Ако на едниот тас на вагата се стави цигла, а на другиот тас се стави $\frac{3}{4}$ цигла и $\frac{3}{4}$ килограм, вагата е во рамнотежа. Колку тежи циглата?

20. На неисправна вага тасот А секогаш покажува маса за 10% поголема од вистинската маса (маса од 100 грама на страната A е во рамнотежа со маса од 110 грама на страната B). Наум мерел 2 kg така што еднаш го ставил тегот од 1 kg на страната A, а стоката на страната B, а вториот пат го ставил тегот од 1 kg на страната B, а стоката на страната A. Дали на овој начин измерил точно 2 kg?

21. Во продавницата имало 180 kg јаболка и круши. Продадени се $\frac{3}{8}$ од јаболката и $\frac{3}{10}$ од крушите, што изнесува $\frac{1}{3}$ од вкупната количина јаболка и круши. Колку тежеле јаболката, а колку крушите?

22. **(Стара грчка задача)** Круна со маса 60 мина (единица за маса во Стара Грција), се состои од легура од злато, бакар, калај и железо. Златото и бакарот заедно учествуваат со $\frac{2}{3}$, златото и калајот со $\frac{3}{4}$, а златото и железото со $\frac{3}{5}$ во вкупната маса на круната. Одредете ја масата на секој метал во круната.

23. Кирил ја прашал наставничката Илина колку години има. Таа му одговорила: "Мојот син и јас сме стари 54 години 4 месеци и 3 дена". "А колку е стар Вашиот син?", запрашал Кирил. "Денеска е точно два и пол пати помлад од мене." Колку биле стари наставничката Илина и нејзиниот син? (Земете дека секоја година има по 12 месеци и секој месец има по 30 дена.)

24. Фросина замислила еден број. Од него извадила 1,05, добиената разлика ја помножила со 0,8, на производот додала 2,84 и добиениот збир го поделила со 0,01. Така добила 700. Кој број го замислила Фросина?

25. Наставникот Петар им задал на учениците да соберат два децимални броја. Илија по грешка ја поместил децималната запирка на поголемиот број за две цифри во лево, па добил збир 62,5876. Меѓутоа, точниот збир, кој останатите ученици го добиле, е 295. Кои броеви требало да се соберат?

26. Самоил прочитал една книга за 3 дена. Првиот ден прочитал $\frac{3}{8}$ од

книгата, вториот ден прочитал $\frac{5}{12}$ од книгата, а третиот ден $\frac{1}{6}$ од книгата и уште 10 страниици, со што ја прочитал целата книга. Колку страници има книгата?

27. За време на зимскиот распуст Иван читал многу интересна книга. Првиот ден прочитал 25 страници и половина од преостанатите, вториот ден прочитал 30 страници и половина од преостанатите, третиот ден прочитал 15 страници и половина од преостанатите, а четвртиот ден ги прочитал половина од преостанатите и последните 14 страници. Колку страници имала книгата која Иван ја читал и во кој ден тој прочитал најмногу?

28. Дактилографката Емилија може да отчука одреден број страни за 5 часови и 20 минути, а дактилографката Софија истата работа ќе ја заврши за 4 часови и 40 минути. Кога чукале еден текст заедно, Софија отчукала три страници повеќе од Емилија. Колку страници има текстот?

29. Во училиштето има 240 девојчиња и момчиња. Ако половината од учениците на училиштето се $\frac{3}{5}$ од девојчињата и $\frac{3}{7}$ од момчињата, колку има девојчиња, а колку момчиња?

30. Во вторник бројот на гледачите во градското кино бил за $\frac{1}{3}$ поголем отколку во понеделник, а во среда бил ист како и во понеделник. За колку бројот на гледачите во среда се намалил во однос на вторник?

31. На прашањето колку ученици се на зимовање наставникот Харалампие одговорил: "Знам само тоа дека половина од нив носат опрема за скијање, $\frac{4}{5}$ од преостанатиот дел имаат санки, а само за 10 немаат обезбедено ниту скии, ниту санки". Колку ученици биле на зимовање?

32. Наставникот Стојко повел 40 ученици на натпревар по математика. Еден од членовите на комисијата го прашал: "Колку вкупно ученици имаш на кои им предаваш, кога толку ученици си повел на натпреварот?" Стојко одговорил: "Доведов $\frac{2}{3}$ од третина од вкупниот број на ученици на кои им предавам. Пресметајте."

33. Во една златара има 400 златни шипки. Од секоја шипка се излиени 10 златници и останува злато така што од остатокот на 20 шипки може да се излие една нова шипка. Колку вкупно златници се излиени од дадените шипки?

34. Бисера правела слатки за своите деца Катерина, Марија и Велко. Секое дете требало да добие ист број слатки. Меѓутоа, Катерина дошла дома прва, зела третина од слатките и отшила да си игра. Потоа дошла Марија и мислејќи дека дошла прва, зела третина од преостанатите слатки и отишла да си игра. На крајот, дошол Велко и зел третина од преостанатите слатки. Кога Бисера се вратила дома нашла само 8 слатки. Колку слатки направила Бисера?

35. Земјоделецот Крсте треба да ја ора својата нива. Тој планирал да почне рано наутро и да заврши до 10 часот пред пладне и секој час да ора по 10 ари. Меѓутоа кога ја завршил првата половина од планираното, на тракторот му се случил дефект, така што за втората половина можел да ора само 5 ари на час. Крсте го завршл орањето во 12 часот. Колку била голема нивата? Кога почнал да ора? Колку часа ја орал првата, а колку втората половина од нивата?

36. Бригадата A може да заврши една работа за 10 дена, а бригадата B истата работа ја завршува за 13,5 дена. За извршување на работата се ангажирани $\frac{1}{3}$ од работниците на бригадата A и 75% од бригадата B. За колку дена е завршена работата?

37. Бригадата A може да заврши една работа за 5 дена, а бригадата B за 4 дена. За колку дена ќе се заврши работата, ако се ангажирани $\frac{1}{4}$ од работниците на бригадата A и $\frac{1}{3}$ од работниците на бригадата B?

38. Еден трактор може да изора некоја нива за 15 часа, а друг за 20 часа. Откако првиот трактор орал сам 2 часа, му се придружил и вториот. Во тој момент на првиот трактор се расипал, па додека се поправил бил отстранет, вториот трактор орал сам 1 час. За колку часа по отстранувањето на проблемот двата трактори заедно ја изорале нивата?

39. Една работа 30 работници можат да ја завршит за 28 дена. Меѓутоа

после 10 дена се вработени уште 6 работници. Уште за колку денови е завршена работата?

40. Еден работник може да завриш некоја работа за 10 дена, а друг работник истата таа работа може да ја заврши за 15 дена. Ако ним им се придружи трет работник, тогаш сите тројца заедно работата ќе ја завршат за 5 дена. За колку денови третиот работник може сам да ја заврши работата?

41. Една работа Дончо може да ја заврши за 12 дена, Трајко за 15 дена, а Ристе за 20 дена. Заедно работеле 4 дена, а потоа остатокот од работата го завршил Трајко. Колку денови вкупно работел Трајко?

42. Четворица работници треба да завршат една работа. Доколку првиот, вториот и третиот работник работат заедно, работата би ја завршиле за 6 часа. Во случај работата да ја работат првиот, вториот и четвртиот работник работата би била завршена за 7,5 часа. Меѓутоа работата ја работат сами третиот и четвртиот работник и тоа за 10 часа. За колку часови четворицата работници работејќи заедно би ја завршиле работата?

43. Нивата е подготвена за сеидба за 3 дена. Првиот ден се подготвени $\frac{3}{10}$ од нивата, вториот ден $\frac{3}{5}$ од остатокот, а третиот ден останатата површина. Колкава е плоштината на нивата, ако третиот ден се обработени 11,2 хектари помалку отколку вториот ден? Колку е обработено секој ден?

44. Една бригада може да заврши некоја работа за 10 дена, а друга за 15. На оваа работа е ангажирана третина од првата и дел од втората бригада, така што работата може да се заврши за 12 дена. Колкав дел е ангажиран од втората бригада?

45. Двајца работници поставуваат паркет. Ако работи сам, првиот работник работата ќе ја заврши за 4 дена. Заедно работата ја завршуваат за 3 дена. Меѓутоа, откако два дена двајцата работеле заедно, првиот работник си заминал, па вториот сам ја довршил работата. Колку дена траело поставувањето на паркетот?

46. Боењето на ѕидовите во новата зграда 10 работници можат да го завршат за 15 дена. Меѓутоа, на почетокот биле само 6 работници, после 5 дена дошле уште 2 работника и после 3 дена дошле уште 4 работници. За колку дена е завршено боењето на зградата?

47. Методија ја исполнува нормата за 6 часа, Гроздан за 5 часа, а Стојан за 4,5 часа. Тие заедно изработиле 795 предмети. По колку предмети изработил секој од нив?

48. **(Задача на Толстој).** Група косачи требало да окосат две ливади. Од утрината до пладне целата група работела на поголемата ливада. На пладне косачите се поделиле. Половина од нив останале да ја докосат поголемата ливада, а другата половина преминала на помалата ливада, која е двапати помала од поголемата. Првата половина од косачите ја докосила поголемата ливада. Втората половина од косачите не можела да ја докоси помалата ливада. Остатокот од помалата ливада го докосил сам еден косач уште за еден ден. Колку косачи имало во групата?

49. Невена, вртејќи се на лизгалки, во текот на 10 секунди се нашла 20 пати со лицето кон Филип, кој за тоа време ја обиколил два пати. Колку завртувања во секунда направила Невена? Разгледајте ги двата случаи: кога се вртат во иста и спротивна насока.

50. Петар една кружна патека ја претрчува за 24 минути. Ако Дејан и Петар на истата таа патека тргнат од исто место и при тоа трчаат во спротивни насоки ќе се сретнат после 9 минути. Ако Дејан и Петар трчаат во иста насока после колку време за прв пат ќе се сретнат и кога прв пат истовремено ќе се најдат на стартната позиција?

51. Патнички воз го преминува растојанието меѓу местата A и B за 6 часа, а теретниот за 10 часа. Ако возовите тргнат истовремено, едниот од A, а другиот од B во пресрет едниот на другиот, после колку време тие ќе се сретнат?

52. Филип од Скопје до Атина стигнал за 55 дена, а Александар од Атина до Скопје стигнал за 66 дена, одејќи по истиот пат?
По колку дена тие се сретнале, ако тргнале во исто време?

53. Пано на пазар донел 258 kg јаболка. Од тоа продал еден дел. Ако продадел уште 15 kg ќе му останале само една шестина од вкупното количество. Од продадените јаболка $\frac{3}{8}$ и уште 5 kg продал по 3,5 денари. За остатокот од јаболката добил $1\frac{5}{7}$ пати повеќе пари отколку за овие јаболка. По колку денари го продал остатокот од јаболката?

54. Двајца другари Јанко и Марко добиле еднаква сума на пари. Двајцата другари купиле по 1 kg бомбони и тоа: Марко купил бомбони чија цена била 40 денари за килограм, а Јанко други бомбони кои чинеле 60 денари за килограм. Потоа бомбоните ги помешале. Која е цената на 1kg од така помешаните бомбони.

55. Трговецот Адријан купил стока за 21210 денари. Од тоа продал $\frac{2}{3}$ со заработувачка $\frac{1}{20}$, а останатите со загуба од $\frac{1}{70}$. Колку Адријан вкупно заработил?

56. Девет еднакви разгледници чинат 11 денари и неколку дени, а тринаесет исти такви разгледници чинат 15 денари и неколку (не исто како и во првиот случај) дени. Колку чини една разгледница?

57. Александар половината од своите пари му ги дал на Иван, а потоа Иван на Александар му дал третина од парите кои ги имал во тој момент. Ако на крајот двајцата имале по 80 денари, колку пари има секој од нив на почетокот?

58. Тројца другари меѓусебно поделиле определена сума на пари. Првиот добил $\frac{1}{3}$ од целата сума и уште 72 денари. Вториот добил $\frac{1}{3}$ од остатокот и уште 72 денари, а третиот добил $\frac{1}{3}$ од новиот остаток и преостанатите 72 денари. Колку добил секој од нив?

59. Бранко и должел на Мира извесна сума пари. Враќањето на долгот е извршено на следниот начин: прво е вратено $\frac{1}{4}$ од долгот, потоа $\frac{4}{9}$ од остатокот и уште 640 денари. После тоа Бранко и должел на Мира уште $\frac{3}{20}$ од долгот. Колку пари Бранко и должел на Мира?

60. Четири другари заеднички купиле фудбалска топка. Првиот дал половина од потребната сума пари, вториот дал третина од сумата која ја дале останатите тројца, а третиот дал четвртина од сумата која ја дале останатите тројца. Четвртиот дал 50 денари. Колку пари чинела топката?

61. Во текот на еден ден Богдан пазарел во 4 продавници. Во првата продавница тој потрошил $\frac{1}{3}$ од парите што ги имал, во втората $\frac{1}{2}$ од парите што му останале, во третата $\frac{1}{3}$ од парите што му останале и во четвртата ги потрошил последните 100 денари. Колку пари имал Богдан пред да почне да пазари?

62. Во една слаткарница за 1 денар може да се купи: 1 колач од прв вид или 2 колачи од втор вид или 3 колачи од трет вид. Во слаткарницата влегува група девојчиња и момчиња (момчиња има колку и девојчиња). Од секој вид зеле еднаков број колачи и секој од нив добил еднаков број колачи од ист вид, а за сето тоа платиле 11 денари. Колку момчиња, колку девојчиња имало и колку колачи и од кој вид добил секој од нив?

63. **(Стара руска** задача) Еден сопственик на имот најмил работник за една година и се договориле за едногодишната работа работникот да добие 12 рубљи и кафтан (палто од чоја). Работникот после 7 месеци решил да си оди и побарал од стопанот да му исплати за дотогашната работа, но притоа да го задржи кафтанот. Сопственикот му го дал кафтанот и уште 5 рубљи. Колку рубљи чинел кафтанот?

64. **(Задача на ерменскиот математичар Ананија од Широк, VII** век **од н.е.)** Еден трговец патувал низ три градови. Во првиот град тој ги потроишл половината и третината од парите што ги носел, во вториот град половина и третина од парите што му останале и во третиот град половина и третина од парите што му останале после вториот град. Кога се вратил дома трговецот имал уште 11 риали (стари ерменски пари). Колку пари имал трговецот кога тргнал на пат?

65. **(Стара индиска задача)**. Еден индиски махараџа на своите 6 синови им оставил дијаманти со еднаква вредност и наредил да ги поделат

така што најстариот син да добие $\frac{1}{7}$ од дијамантите и уште 1, вториот $\frac{1}{7}$ од останатите и 2 дијаманти, третиот $\frac{1}{7}$ од останатите и уште 3 дијаманти итн и најмалиот $\frac{1}{7}$ од останатите и уште 6 дијаманти. На крајот се констатирало дека секој син добил ист број дијаманти. Колку вкупно дијаманти оставил махараџата и по колку дијаманти добил секој од синовите?

66. **(Задача на Л. Ојлер).** Ламберт имал извесна заштеда и пред смртта го составил следниот тестамент: најстариот син да добие од заштедата 1000 франци и една осмина од остатокот, вториот да добие 2000 франци и осмина од новиот остаток, третиот да добие 3000 франци и осмина од новиот остаток итн. до последниот. Знаејќи дека при оваа делба деловите на сите синови се меѓусебно еднакви, одредете: колку синови имал Ламберт, колкава била заштедата на Ламберт и колку франци добил секој син?

67. **(Стара задача).** Круната на кралот Хиерон била тешка 20 фунти. Таа во вода привидно губи $1\frac{1}{4}$ фунти од својата тежина. Колку во неа има злато, а колку сребро, ако се знае дека содржи само злато и сребро и дека $19\frac{1}{4}$ фунти злато губи во водата 1 фунта, а $10\frac{1}{2}$ фунти сребро исто така во водата губи 1 фунта?

68. Една продавница треба да добие 1100 бомбониери. Во складиштето за снабдување постојат пакети од по 70, 40 и 25 бомбониери. Цената на превозот за еден пакет е еднаква соодветно со 2000, 1000 и 700 денари. Какви пакети и во колкави количини треба да се земат за да транспортните трошоци се најмалат? (Во складиштето пакетите не смеат да се отвараат).

69. Дедо Стамен од својот овоштарник набрал $258\ kg$ круши и заминал на пазар. Дел од нив продал тој ден. Ако продадел уште $15\,kg$ би му останале уште шестина од вкупната количина круши. Притоа, $\frac{3}{8}$ од продадените круши и уште $5\,kg$ ги продал претпладне по цена 30 ден/kg. Попладне ја зголемил цената, и добил $1\frac{5}{8}$ пати повеќе па-

ри одколку од крушите што ги продал претпладне. По која цена дедо Стамен ги продал крушите попладне?

70. Златарот Златко за $\frac{1}{2}kg$ сребро и $\frac{1}{3}kg$ злато платил 750000 денари. Потоа, по непроменети цени, за $1\,kg$ сребро и $\frac{1}{2}kg$ злато платил 1250000 денари.
Колку ќе плати Златко за $1\,kg$ сребро и $2\,kg$ сребро?

71. Чистејќи снег Марко, Јуре и Анте заработиле определена сума пари која треба да ја поделат на следниов начин: прво Марко добива 500 денари и $\frac{1}{5}$ од остатокот, потоа Јуре 800 денари и $\frac{1}{4}$ од остатокот и на крајот Анте ги добива преостанатите 900 денари. Колку пари вкупно заработиле Марко, Јуре и Анте? Кој заработил најмногу?

72. Тројца патници седнале да јадат. Првиот извадил 3 сомуни, а вториот 4 сомуни. Ги поделиле седумте сомуни на три еднакви делови и ги изеле. Третиот патник извадил 7 гроша и им рекол: „Јас немав сомуни, но еве ви давам 7 гроша, а вие поделете си ги правилно”. Колку гроша му припаѓаат на првиот, а колку на вториот патник?

73. Ана и Славица тргнале на базен. Ана понела три сока, а Славица пет. На патот ја пристигнале Павлина која ништо не купила, па одлучиле соковите да ги поделат на три еднакви дела. Павлина за соковите има дала 80 денари да си ги поделат. Колку денари треба да добие Ана, а колку Славица за да поделбата биде праведна?

74. Јанко и Методи отишле на риболов. Јанко уловил 3 риби, а Методи 5 риби, и кога запалиле оган да ги испечат рибите поминал некој патник и седнал со нив да руча. Ги испекле сите риби и ги поделиле на три еднакви порции. Откако ги изеле рибите патникот на Јанко и Методи им платил 160 денари. Како Јанко и Методи праведно ќе ги поделат парите?

75. За 30 литри сок приготвени се 39 шишиња, и тоа од $\frac{4}{5}$ литри и $\frac{3}{4}$ литри. Колку шишиња има од секој вид?

76. Во два сада имаме млеко. Ако од првиот сад во вториот се претури $5\frac{5}{6}$ литри млеко, тогаш во вториот сад ќе има 8 литри млеко помалку отколку во првиот сад. Колку млеко има во вториот сад пред претурањето, ако во двата сада има $78\frac{2}{3}$ литри млеко?

77. Од полн балон чист алкохол се истура $\frac{1}{4}$ и се дотура вода. Потоа, од балонот се истура $\frac{1}{3}$ од течноста и се дотура вода. Што има повеќе во балонот, вода или алкохол?

78. Анастасија испила $\frac{1}{6}$ од чаша полна со какао и ја дополнила со млеко. Потоа испила $\frac{1}{3}$ од смесата и повторно ја дополнила со млеко, а потоа испила $\frac{1}{2}$ од течноста и уште еднаш ја дополнила со млеко. Најпосле ја испила целата содржина од чашата. Што испила Анастасија повеќе, какао или млеко?

79. Од едно полно буре се прелева во друго празно буре $\frac{1}{6}$ од водата. Потоа $\frac{2}{3}$ од преостанатата вода повторно се прелева, но во второто буре нема да се соберат 48 литри од водата. Колку литри зафаќа секое буре ако првото буре собира два пати повеќе вода отколку второто?

80. Кога од еден полн сад во друг, празен сад, се преточи најпрво $\frac{1}{8}$ од течноста, а потоа уште $\frac{1}{3}$ од преостанатата течност, тогаш во вториот сад може да се турат уште 24 литри течност. Колку литри зафаќа секој од садовите, ако првиот собира двапати повеќе течност отколку вториот?

81. Во садот A се наоѓаат измешани 8 литри вино и 7 литри вода. Во садот B се наоѓаат измешани 11 литри вино и 9 литри вода. Од двата сада се извадени по 7 литри. Потоа 7 литри од садот A се ставени во садот B, а 7 литри од садот B се ставени во садот A. Пресметајте колку литри вода после тоа ќе има во садот A, а колку во садот B.

82. Еден базен се полни од две цевки. Првата цевка сама може да го наполни базенот за 12 часа. Ако 5 часа по отварањето на првата цевка се отвори и втората, базенот ќе се наполни за 3 часа по отварањето на втората цевка. За колку часови втората цевка сама ќе го наполни базенот?

83. Низ една цевка базенот се полни со вода за 8, низ втора за 10, а низ трета за 12 часа. Докажи дека ако сите три цевки го полнат базенот истовремено, тогаш за еден час ќе се наполни повеќе од четвртина, а помалку од третина на базенот.

84. Еден резервоар може да прими $9117m^3$ вода и може да се полни низ три цевки. Низ првата цевка за 4 часа протекуваат $231m^3$ вода, низ втората за 3 часа протекуваат $144m^3$ вода, а низ третата за 5 часа протекува исто толку количество вода колку што протекуваат низ првата за 4 часа. За колку време ќе се наполни резервоарот, ако истовремено се полни од трите цевки?

85. Мачка и пол, за два и пол дена јаде три и пол глувци. Колку глувци ќе изедат 100 мачки за 45 дена?

86. Првиот ден една фамилија зајци изела $\frac{1}{6}$ од вкупниот род на зелка на една нива. Вториот ден изеле $\frac{1}{5}$ од преостанатата зелка, третиот ден $\frac{1}{4}$ од остатокот, четвртиот ден $\frac{1}{3}$ од остатокот, а петтиот ден $\frac{1}{2}$ од останатата зелка. Колкав дел од родот на зелка на таа нива останал неизеден?

87. На училишниот натпревар по математика учествувале помалку од 30 ученици од шесто одделение, а решавале 4 задачи. Третина од натпреварувачите не решиле точно една задача, четвртина не решиле точно две задачи, една шестина не решиле точно три задачи, а една осмна не решиле ниту една од четирите задачи.
Колку ученици ги решиле сите задачи на натпреварот?

88. **(Стара руска задача).** На прашањето: "Колку коњи порачал царот?", управникот на поштата одговорил: "Половина од коњите се за царот, половина од останатите за првиот министер, половина од преостана-

тите и уште половина коњ за слугите и коњот што останува на крајот е за кочијашот". Колку коњи порачал царот?

89. Три домаќинки купиле извесен број јајца, помалку од 100. Првата купила третина од сите јајца, втората купила третина од останатите, потоа третата купила третина од останатите јајца. Јајцата што останале после тоа, ги поделиле меѓусебно на три еднакви делови. Колку јајца биле вкупно? Колку јајца купила секоја домаќинка?

2.2. РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ

1. Ако жицата ја поделиме точно на половина, деловите ќе бидат по $\frac{1}{3}$ метри, а ако постапката ја повториме уште еднаш ќе добиеме делови по $\frac{1}{6}$ метри. Ако отсечеме еден од крајните делови ќе добиеме $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}m$.

2. Останатите 9 km од патот се 100%-64%=36% од вкупниот пат. Значи, вкупниот пат е $9\cdot\frac{100}{36}=25km.$ Со велосипедот Зоки минал
$$\frac{64}{100}\cdot 25=16km.$$

3. Третиот час автомобилот поминал
$$180-0,375\cdot 180-0,9\cdot 0,375\cdot 180=51,75km=51km\,750m\,.$$

4. Делот што патникот го поминал изнесува точно десетти дел од патот, бидејќи $\frac{1}{2}-\frac{2}{5}=\frac{1}{10}$. Должината на целиот пат е $10\cdot 4\frac{2}{5}=44\ \ km$

5. Дадените $432cm$ изнесуваат $\frac{3}{4}$ од висината која топката ја достигнува во вториот одскок, па затоа истата е $\frac{4}{3}\cdot 432cm=576cm$. На ист начин, висината во првиот одскок е $\frac{4}{3}\cdot 576cm=768cm$ и почетната висина е $\frac{4}{3}\cdot 768cm=1024\,cm$. Топката е спуштена од 10m 24cm. Во петтиот

отскок топката достигнува висина од $\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot 432cm = 243cm$.

6. Кога Петре поминал $1\,km$ и половина од преостанатиот дел од патот нему му останала втората половина од преостанатиот дел од патот. Втората половина од преостанатиот дел од патот претставува $\frac{1}{3}$ од вкупната должина на патот и уште $1\,km$. Значи, откако изминал $1\,km$ на почетокот, на Петре му преостанува $\frac{2}{3}$ од вкупната должина на патот и уште $2\,km$. Преостанатиот дел е за $1\,km$ помал од должината на целиот пат. Според тоа, $\frac{1}{3}$ од вкупната должина на патот изнесува $2\,km + 1\,km = 3\,km$, а вкупната должина на патот е $9\,km$.

7. Споредувајќи го поминатиот пат кој го поминале автомоболите заклучуваме дека $0,625 < \frac{7}{9} < \frac{4}{5}$, односно најблиску до местото B е третиот автомобил. Значи, 36 km изнесува $\frac{1}{5}$ од растојанието на третиот автомобил, па затоа меѓу А и В има $36\cdot 5$ km =180 km.

8. Времето на чекање на такси возилото секогаш е исто и неговата брзина е рамномерна, па затоа, ако во сите три случаи е користено такси, тогаш треба да имаме иста временска разлика за поминување на пат од 1, 2 и 3 km, што според условот на задачата не е точно. Значи, најмалку еднаш најбрзо се стигнува ако се оди пешки. Ќе разгледаме три случаи.
i) Ако до место оддалечено 3 km најбрзо се стигнува пешки, тогаш и до место оддалечено 1km најбрзо се стигнува пешки и тоа за 5минути. Ова противречи на условот на задачата, според кој до место оддалечено 1km најбрзо се стигнува за 10 минути.
ii) Ако до место оддалечено 2 km најбрзо се стигнува пешки, тогаш до место оддалечено 1 km најбрзо се стигнува пешки и тоа за 7 минути. Ова противречи на условот на задачата, според кој до место оддалечено 1 km најбрзо се стигнува за 10 минути.
iii) Ако до место оддалечено 1 km најбрзо се стигнува пешки, тогаш е јасно дека за најбрзо да се стигне до местата оддалечени 2 и 3 km се користи такси (зошто?). Бидејќи за да се помине пат од 3 km е потребна една минута повеќе отколку да се помине пат од 2 km заклу-

чуваме дека такси возилото поминува пат од 1 km за една минута. Значи, за 3 минути такси возилото поминува 3 km, а времето на чекање на такси возилото е 12 минути. Конечно, за одење до место оддалечено 6 km најбрзо може да се стигне со такси и притоа потребното време е $12+6\cdot 1=18$ минути.

9. Бидејќи велосипедистот за 84 минути минува $\frac{7}{9}$ од патот, за 84:7=12 минути минува $\frac{1}{9}$ од патот, а $\frac{1}{18}$ од патот минува за половина од тоа време, т.е. за 6 минути. Според тоа, велосипедистот $\frac{1}{2}=\frac{9}{18}$ од патот минува за $9\cdot 6=54$ минути.

10. Првиот пешак за 1 час поминува $\frac{1}{10}$ од патот, а вториот поминува $\frac{1}{15}$ од патот. За 1 час тие заедно поминуваат $\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{6}$ од патот, што значи ќе се сретнат после 6 часа.

11. Од условот на задачата имаме:
    - $\frac{2}{7}$ од патот поминал за $\frac{6}{5}$ часови;
    - $\frac{1}{7}$ од патот поминал за $\frac{6}{5}:2=\frac{3}{5}$ часови;
    - целиот пат го поминал за $\frac{3}{5}\cdot 7=\frac{21}{5}$ часови, т.е. за 4 часови и 12 минути.

12. Бидејќи побрзиот велосипедист поминал 5km повеќе од половината на патот до местото на среќавањето, тој поминал повеќе 10 km од побавниот велосипедист. Побрзиот велосипедист има 2,5 km/h поголема брзина па затоа за тие 10 km повеќе пат тој треба да вози 4 часа. Според тоа, побрзиот велосипедист поминал 15,5•4=62 km, а побавниот 13•5=52 km. Значи патот е долг 62+52=114 km.

13. За првите два дена автомобилистот поминал $\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{19}{24}$ од патот. Остатокот од $\frac{5}{24}$ го поминал третиот ден. Бидејќи $\frac{5}{24}-\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$ добиваме дека $\frac{1}{24}$ изнесува 45 km од патот. Значи, целиот пат е долг 24·45= 1080 km

14. Ако велосипедистот почне да го мери времето откако двата автобуси ќе се разминат, тогаш за 18 минути ќе го пресретнат 3 автобуси, а ќе го престигнат 2 автобуси (бројот 18 е НЗС за броевите 6 и 9). За уште 18 минути, во спротивен правец, велосипедистот ќе го пресретнат 3, а ќе го пристигнат 2 автобуси. Значи за 36 минути тој ќе сретне во обете насоки по 5 автобуси, т.е. за 36 минути од почетната станица A или B ќе тргнат точно 5 автобуси. Од тука заклучуваме дека автобусите тргнуваат во временски интервал од $\frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$ минути, односно 7 минути и 12 секунди.

15. Борис до целта возел $\frac{20}{40} = 0,5$ часови, т.е. 30 минути. На Анте му се потребни $\frac{20}{45}$ часови и уште 3 минути, т.е. вкупно $\frac{20}{45} \cdot 60 + 3 = \frac{89}{3}$ минути. Гледаме дека победник е Анте, бидејќи стигнал $\frac{1}{3}$ минута, односно за 20 секунди, пред Борис. За тие 20 секунди на Борис му останало да помине уште $\frac{40}{60} \cdot \frac{1}{3} km = \frac{2}{9} km \approx 222,2m$. Значи, Анте влегол во целта со предност од приближно 222,2 метри.

16. Првиот моторџија секоја минута поминувал по 200m повеќе од вториот, по што поминал 66km=66000m повеќе од вториот, од што заклучуваме дека до средбата патувал $66000 : 200 = 330$ минути. Првиот моторџија поминал $330 \cdot 1000m = 330km$, а вториот $330 \cdot 800m = 264km$. Растојанието меѓу местата A и B изнесува $330 + 264 = 594km$.

17. Додека кучето направи 4 скока, зајакот ќе направи 14 скока. За тоа време кучето поминува $4 \cdot 2m = 8m$, а зајакот $14 \cdot 0,5m = 7m$. Значи, после 4 скока кучето го намалило растојанието за 1m. За да ја надополни предноста од 125 m кучето мора да помине 125 пати по 8m. Значи, кучето ќе го фати зајакот после 1000m.

18. Бидејќи 3 скока на кучето вредат колку 7 скока на лисицата, добиваме дека 1 скок на кучето вреди колку $\frac{7}{3}$ скока на лисицата. Додека кучето направи два скока, лисицата прави 3 скока. Значи, кучето прави 1 свој скок, вреден $\frac{7}{3}$ скока на лисицата, додека лисицата направи $\frac{3}{2}$ свои скока. Тоа значи дека со секој свој скок кучето ја намалува пред-

носта на лисицата за $\frac{7}{3}-\frac{3}{2}=\frac{5}{6}$ скока на лисицата. Бидејќи лисицата била во предност за 60 свои скока, за да кучето ја стигне, ќе мора да скокне онолку пати колку што $\frac{5}{6}$ се содржи во 60, т.е. $60:\frac{5}{6}=72$ пати. Според тоа, за да кучето ја стигне лисицата треба да направи 72 скока. За тоа време лисицата прави 108 скока, па значи лисицата направила вкупно 168 скока, кои се еднакви на 72 скока на кучето.

19. Три четвртини од целата цигла тежат колку три четвртини цигла на другиот тас. Бидејќи вагата е во рамнотежа заклучуваме дека преостанатата четвртина од циглата тежи колку трите четвртини килограм. Но, цела цигла има 4 четвртини, па затоа таа тежи $4\cdot\frac{3}{4}=3\ kg$.

20. Во првото мерење со тегот од 1 kg е измерена маса од 1,1 kg. Во второто мерење маса од akg е во рамнотежа со маса од 1,1a kg, па значи $a=\frac{1}{1,1}kg$. Во двете мерења Наум добил 1,1+1,00909...kg= 2,00909…kg, а не 2 kg.

21. $\frac{3}{8}$ од јаболката и $\frac{3}{10}$ од крушите изнесуваат 60 kg, а три пати поголемите количества, т.е. $\frac{9}{8}$ јаболка и $\frac{9}{10}$ круши е еднакво на вкупното количество овошје, т.е. 180 kg. Значи, ако одземеме $\frac{1}{8}$ јаболка и додадеме $\frac{1}{10}$ круши ќе добиеме $\frac{8}{8}$ јаболка и $\frac{10}{10}$ круши, т.е. повторно 180 kg. Според тоа, $\frac{1}{8}$ од количеството јаболка е еднакво на $\frac{1}{10}$ од количеството круши, а тоа значи дека имало 80 kg јаболка и 100 kg круши.

22. Од условот на задачата имаме:

$$\text{злато+бакар} = \frac{2}{3}\cdot 60=40\ \text{мина}$$

$$\text{злато+калај} = \frac{3}{4}\cdot 60=45\ \text{мина}$$

$$\text{злато+железо} = \frac{3}{5}\cdot 60=36\ \text{мина}$$

Според тоа, 3 маси на златото плус масата на секој од останатите метали се 121 мин, или само две маси на златото се 121-60=61 мин. Значи, златото учествува во масата на круната со 30,5мина, бакарот со

40-30,5=9,5 мина, калајот со 45-30,5=14,5 мина и железото со 36-30,5=5,5 мина.

23. Бидејќи синот е 2,5 пати помлад од мајката, неговата старост ќе ја пресметаме така што 54 години 4 месеци и 3 дена ќе ги поделиме со 3,5. Претходно годините и месеците ќе ги претвориме во денови: 54 години 4 месеци 3 дена =19563 дена Според тоа, синот на наставничката Илина е стар 19563:3,5 ≈ 5589,5 денови или 15 години 6 месеци и 9,5 денови, а Илина има 38 години 9 месеци 23,5 денови.

24. До бараниот број ќе дојдеме изведувајќи ги операциите наназад.
$700 \cdot 0,01 = 7$ е добиениот збир,
$7 - 2,84 = 4,16$ е добиениот производ
$4,16 : 0,8 = 5,2$ е бараниот број намален за 1,05
$5,2 + 1,05 = 6,25$ е бараниот број. Фросина го замислила бројот 6,25.

25. Со поместување на запирката во еден од собирците во лево за две цифри, Илија го собрал само неговиот стоти дел, т.е. тој го намалил собирокот за 100 пати, односно за 0,99 од неговата големина. Збирот тогаш се намалил за исто толку. Според тоа, 295-62,5876=232,4124 претставува 0,99 од непознатиот собирок. Тој собирок ќе го најдеме ако 232,4124 го поделиме со 0,99. Добиваме 232,4124 : 0,99 = 234,76. Вториот собирок е 295-234,76=60,24. Значи требало да се соберат броевите 60,24 и 234,76.

26. Ако не ги сметаме 10-те страници, Самоил за три дена прочитал $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{1}{6} = \frac{23}{24}$ делови од книгата. Значи, 10-те страници се $\frac{1}{24}$ од книгата, па затоа книгата имала $24 \cdot 10 = 240$ страници.

27. Бидејќи преостанатите 14 страници се еднакви на половина од страниците кои останале да се прочитаат четвртиот ден, добиваме дека четвртиот ден Иван прочитал $2 \cdot 14 = 28$ страници. Откако во третиот ден Иван прочитал 15 страници, тој прочитал уште половина од преостанатите и му останале 28 страници. Значи, на почетокот на третиот ден на Иван му останале да прочита $2 \cdot 28 + 15 = 71$ страница. Аналогно заклучуваме дека на почетокот од вториот ден Иван имал за читање уште $2 \cdot 71 + 30 = 172$ страници. Конечно, книгата имала $2 \cdot 172 + 25 = 369$

страници и Иван прочитал:

- прв ден $25+\frac{369-25}{2}=197$ страници ,
- втор ден $30+\frac{172-30}{2}=101$ страница,
- трет ден $15+\frac{71-15}{2}=43$ страници и
- четврт ден 28 страници.

28. Емилија текстот го отчукала за 320 минути, а Софија за 280 минути. Брзините на чукање се однесуваат како $\frac{1}{320}:\frac{1}{280}=7:8$, што значи дека на секои 15 страници Емилија чука 7, а Софија 8 страници. Според тоа, ако Софија отчукала три страници повеќе, тоа значи дека таа ќе отчука $3\cdot 8=24$ страници, а за тоа време Емилија отчукала $3\cdot 7=21$ страница. Вкупниот број на страници е 45.

29. Бидејќи $\frac{6}{5}$ од девојчиња и $\frac{6}{7}$ од момчиња го формираат вкупниот број на ученици, добиваме дека $\frac{1}{5}$ од бројот на девојчињата е ист број што и $\frac{1}{7}$ од бројот на момчињата, односно броевите на девојчиња и момчиња се однесуваат како 5:7. Значи девојчиња има $\frac{5}{12}\cdot 240=100$, а момчиња има 240-100=140.

30. Бидејќи бројот на гледачите во вторникот се зголемил за $\frac{1}{3}$ од бројот на гледачите во понеделникот, заклучуваме дека бројот на гледачите во понеделникот е делив со 3. Нека во понеделникот имало $3x$ гледачи. Значи, во вторникот имало $3x+\frac{1}{3}\cdot 3x=4x$ гледачи. Во средата повторно имало $3x$ гледачи, а тоа е $\frac{1}{4}$ помалку отколку во вторникот.

31. Бидејќи само за 10 ученици не се обезбедени ниту скии, ниту санки, тие претставуваат $\frac{1}{5}$ од половината на учениците, односно половината е $10:\frac{1}{5}=50$, а вкупниот број е $50\bullet 2=100$ ученици.

32. Бидејќи 40 ученици се $\frac{2}{3}$ од $\frac{1}{3}$ од вкупниот број на ученици на кои наставникот Стојко им предава, добиваме дека тој предава на

$$40:(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3})=40:\frac{2}{9}=180 \text{ ученици.}$$

33. Од 400 шипки ќе се добијат $400\bullet 10=4000$ златници и 400:20=20 нови шипки. Од 20 нови шипки ќе се добијат $20\bullet 10=200$ златници и 20:20=1 нова шипка. Од оваа шипка ќе се добијат 10 златници и $\frac{1}{20}$ шипка од која не може да се излие златник (зошто?). Значи вкупниот број златници е 4000+200+10=4210.

34. Кога Велко зел третина од преостанатите слатки останале 8, а тоа се $\frac{2}{3}$ од затекнатите слатки. Значи, пред Велко да земе имало 12 слатки. Исто пресметуваме дека Марија затекнала 18 слатки, а Катерина 27 слатки. Значи, Бисера направила 27 слатки.

35. Да не бил проблемот, втората половина од нивата Крсте би ја изорал до 10 часот. Бидејќи после настанувањето на дефектот тој работел два пати побавно, до 10 часот ја изорал половината од остатокот на нивата, односно четвртина од нивата. Преостанатата четвртина ја орал од 10 до 12 часот, и тоа по 5 ари на час. Значи четвртина од нивата е 10 ари, а целата нива е 40 ари. Крсте почнал да ора во 6 часот, првата половина ја изорал за 2 часа, а втората половина за 4 часови.

36. Една третина од првата бригада ќе ја заврши работата за 10•3=30 дена, а 75% односно $\frac{3}{4}$ од втората бригада за $13{,}5:\frac{3}{4}=18$ дена. За еден ден $\frac{1}{3}$ од првата и $\frac{3}{4}$ од втората бригада ќе завршат $\frac{1}{30}+\frac{1}{18}=\frac{8}{90}=\frac{4}{45}$ делови од работата, па затоа целата работа ќе ја завршат за $\frac{45}{4}=11{,}25$ денови.

37. Една четвртина од бригадата A ќе ја заврши работата за $5\cdot 4=20$ дена, па значи тие за еден ден ќе завршат $\frac{1}{20}$ од работата. Една третина од бригадата B ќе ја заврши работата за $3\cdot 4=12$ дена, па значи тие за еден ден ќе завршат $\frac{1}{12}$ од работата. За еден ден $\frac{1}{4}$ од бригадата A и $\frac{1}{3}$ од бригадата B ќе завршат $\frac{1}{20}+\frac{1}{12}=\frac{2}{15}$ делови од работата, па затоа целата работа ќе ја завршат за 7,5 дена.

38. Првиот трактор до доаѓањето на вториот изорал $\frac{2}{15}$ од нивата, а вториот до отстранувањето на проблемот изорал $\frac{1}{20}$ од нивата. Значи останале неизорани $1-\frac{1}{20}-\frac{2}{15}=\frac{49}{60}$ од нивата кои треба заедно да ги изораат. За 1 час заедничка работа тракторите можат да изораат $\frac{1}{20}+\frac{1}{15}=\frac{7}{60}$ од нивата, па значи останатиот дел од нивата ќе го завршат за $\frac{49}{60}:\frac{7}{60}=7$ часови.

39. Ако до крај работат 30 работници, тие работата ќе ја завршат за 18 дена. Со доаѓање на уште 6 работници, бројот на работниците се зголемува на 36. Колку денови работеле на довршување на работата можеме да пресметаме користејќи ја пропорцијата $30:36=x:18$, каде со x означивме колку денови ќе работат овие 36 работницн. Од овде $36x=540$, т.е. $x=15$ денови. Решението може да се добие и на следниот начин: 30 работници треба да работат уште 18 дена, што изнесува $30\bullet 18=540$ работни денови. Бидејќи имаме 36 работници, тие ќе работат $540:36=15$ дена.

40. За еден ден првиот работник ќе изврши $\frac{1}{10}$ од работата, вториот $\frac{1}{15}$, а сите тројца заедно ќе завршат $\frac{1}{5}$ од работата. Според тоа, третиот работник за еден ден може да заврши $\frac{1}{5}-\frac{1}{10}-\frac{1}{15}=\frac{1}{30}$ од работата. Затоа, третиот работник за 30 дена сам ќе ја заврши работата.

41. За еден ден Дончо ќе заврши $\frac{1}{12}$, Трајко $\frac{1}{15}$ и Ристе $\frac{1}{20}$ од работата. За 4 дена тие ќе завршат $4(\frac{1}{12}+\frac{1}{15}+\frac{1}{20})=\frac{12}{15}$ од работата, што значи дека преостанатите $\frac{3}{15}$ од работата Трајко ќе ги заврши за 3 дена. Според тоа, Трајко работел 4+3=7 дена.

42. Со a,b,c,d да го означиме бројот на часови за кои секој од овие четири работника сам би ја завршил работата. За еден час работниците заедно би завршиле: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$ дел од вкупната работа. Од условите на

задачата ги добиваме следните равенства: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{6}$, потоа $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{d}=\frac{1}{7,5}$ и $\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=\frac{1}{10}$. Со собирање на сите три равенки имаме дека $2(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d})=\frac{2}{5}$, од каде $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=\frac{1}{5}$. Значи, четворицата работници заедно работата би ја завршиле за 5часа.

43. Првиот ден се подготвени $\frac{3}{10}$ од нивата, вториот ден $\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{10}=\frac{21}{50}$. Остатокот е $1-(\frac{3}{10}+\frac{21}{50})=\frac{14}{50}$. Разликата на површината обработена третиот ден и површината обработена вториот ден е $\frac{7}{50}$, што според условот е 11,2 хектари. Според тоа, педесетти дел од нивата е 11,2:7=1,6 хектари, па целата површина е 1,6•50=80 хектари. Конечно, првиот ден се подготвени 24 хектари, вториот ден 33,6 хектари и третиот ден 22,4 хектари.

44. За еден ден првата бригада завршува $\frac{1}{10}$ од работата, а втората $\frac{1}{15}$ од работата. Третина од првата бригада за еден ден ќе заврши $\frac{1}{30}$ од работата, а заедно со делот од втората бригаада ќе заврши $\frac{1}{12}$ од работата. Според тоа, делот од втората бригада за еден ден треба да заврши

$$\frac{1}{12}-\frac{1}{30}=\frac{3}{60}=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{15} \text{ од работата.}$$

Бидејќи втората бригада завршува $\frac{1}{15}$ од работата, $\frac{3}{4}$ од втората бригада ќе завршат $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{15}$ од работата. Значи, ангажирани се $\frac{3}{4}$ од втората бригада.

45. Првиот работник за 1 ден завршува $\frac{1}{4}$ од работата. Двајцата заедно за 1 ден завршуваат $\frac{1}{3}$ од работата, па затоа вториот работник за 1 ден завршува $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4-3}{12}=\frac{1}{12}$ од работата. После 2 дена двајцата работници завршиле $\frac{2}{3}$ од работата, што значи дека останало да се заврши $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ од работата. Оваа $\frac{1}{3}$ од работата вториот работник ја завршува за $\frac{1}{3}:\frac{1}{12}=\frac{1}{3}\cdot 12=4$ дена. Конечно, поставувањето на паркетот

траело 6 дена.

46. Ако 10 работници целата работа ја завршуваат за 15 дена, тогаш еден работник ја завршува за $10 \cdot 15 = 150$ дена, што значи дека за 1 ден завршува $\frac{1}{150}$ дел од работата. Тогаш 6 работници за 5 ќе завршат $\frac{30}{150}$ делови од работата. Исто така 8 работници за 3 дена ќе завршат $\frac{24}{150}$ делови од работата. Конечно 12 работници за x денови треба да завршат $1 - \frac{30}{150} - \frac{24}{150} = \frac{96}{150}$ делови од работата, па затоа $12x = 96$, односно $x = 8$. Според тоа, целата работа е завршена за $5 + 3 + x = 16$ дена.

47. За 6 часа Методија остварува една норма, Гроздан $\frac{6}{5}$ норми и Стојан $\frac{6}{4,5}$ норми. Според тоа, за 6 часа сите тројца остваруваат $1 + \frac{6}{5} + \frac{6}{4,5} = \frac{159}{45}$ норми. За изработка на 795 предмети на Методија, Гроздан и Стојан им се потребни $795 : \frac{159}{45} = 225$ норми. Значи Методија изработил 225 предмети, Гроздан $\frac{6}{5} \cdot 225 = 270$ предмети, а Стојан $\frac{6}{4,5} \cdot 225 = 300$ предмети.

48. На големата ливада сите косачи работеле половина ден, а половината уште половина ден, што вкупно изнесува $\frac{3}{4}$ работен ден на целата група. На втората ливада половина од косачите работеле половина ден, што вкупно изнесува $\frac{1}{4}$ работен ден на сите косачи. Бидејќи оваа ливада, според условот, е двалати помала од првата ливада, за да истата се окоси потребни се половина од $\frac{3}{4}$ работен ден на сите косачи, т.е. $\frac{3}{8}$ работен ден. Но, на малата ливада останала работа уште за еден косач за еден ден, што претставува $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ работен ден на сите косачи. Бидејќи еден косач сам ја завршил оваа работа за еден ден, добиваме дека вкупно имало 8 косачи.

49. Ако Филип мирува, Невена треба да направи 20 завртувања за да се најде 20 пати со лицето кон Филип. Меѓутоа, бидејќи тој за тоа време ја обиколил Невена 2 пати, секој пат местото на среќавање лице в лице се поместувало во насока на обиколувањето. Ако Филип ја оби-

колувал Невена во насока во која таа се вртела, тогаш таа морала да направи две завртувања повеќе, т.е. 22 завртувања (бидејќи Филип при секое свртување на Невена се поместува). Ако Филип ја обиколува Невена во спротивна насока од нејзиното вртење, тогаш до дваесеттото среќавање ќе дојде после 18 свртувања на Невена. Во првиот случај брзината на вртењето на Невена е 2,2 вртења во секунда, а во вториот случај 1,8 вртења во секунда.

50. До средбата Петар претчал $\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$ од патеката. Тоа значи дека Дејан за тоа време претрчал $\frac{5}{8}$ од патеката, или за $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ повеќе од Петар. Кога трчаат од почетната позиција во иста насока, тогаш Дејан на секои 9минути претрчува за $\frac{1}{4}$ повеќе од патеката. Значи, прв пат ќе се сретнат после $4\bullet 9=36$минути. За тоа време Петар ќе помине еден ипол круг. Во следните 36 минути ќе помине уште толку и тогаш (после 72 минути) двајцата истовремено ќе се најдат на стартната позиција.

51. Патничкиот воз за еден час поминува $\frac{1}{6}$, а теретниот $\frac{1}{10}$ од растојанието меѓу A и B. Заедно поминуваат $\frac{1}{6}+\frac{1}{10}=\frac{4}{15}$ од растојанието. Бидејќи до сретнувањето возовите го поминуваат целото растојание од A до B, добиваме дека ќе им требаат $1:\frac{4}{15}=\frac{15}{4}$ часови, односно 3 часови и 45 минути.

52. За еден ден Филип поминува $\frac{1}{55}$ од патот, а Александар поминува $\frac{1}{66}$ од патот. Значи, тие за еден ден се доближуваат

$$\frac{1}{55}+\frac{1}{66}=\frac{6}{55\cdot 6}+\frac{5}{66\cdot 5}=\frac{6}{30\cdot 11}+\frac{5}{30\cdot 11}=\frac{6+5}{30\cdot 11}=\frac{11}{30\cdot 11}=\frac{1}{30}$$

од патот, еден кон друг. Според тоа, тие ќе се сретнат по 30 дена. Притоа Филип ќе помине $30\cdot\frac{1}{55}=\frac{6}{11}$ од должината на целиот пат, а Александар $30\cdot\frac{1}{66}=\frac{5}{11}$ од должината на целиот пат.

53. Пано не продал $\frac{1}{6}$ и уште 15 kg, што значи му останале $\frac{1}{6}\cdot 258+15=58$ kg, а продал 200 kg. Од 200 kg, $\frac{3}{8}$ и уште 5 kg, т.е. 80

kg продал по 3,5 денари и за нив добил $80 \bullet 3{,}5 = 280$ денари. За остатокот добил $1\frac{5}{7} \cdot 280 = 480$ денари, па значи преостанатите 120 kg ги продал по 480:120=4 денари по килограм.

54. Јанко и Марко имале по d денари. Јанко купил $\frac{d}{60}kg$ бомбони, а Марко $\frac{d}{40}kg$ бомбони. Вкупно купиле $\frac{d}{60} + \frac{d}{40} = \frac{5d}{120} = \frac{d}{24}kg$. Цената на мешавината ќе ја означиме со x и ќе ја пресметаме на тој начин што вкупната сума на пари, а тоа е $2d$ ќе ја поделиме со вкупната количина на бомбони, т.е. $x = 2d : \frac{d}{24} = 2d \cdot \frac{24}{d} = 48$ денари.

55. Адријан продал $\frac{2}{3}$ стока од 21210 денари, т.е. 14140 со добивка $\frac{1}{20}$. Добивката изнесува 707 денари. Остатокот од стоката, во вредност од 7070 денари, ја продал со загуба од $\frac{1}{70}$. Загубата изнесува 101 денар. Вкупната заработувачка изнесува 606 денари.

56. Од првиот услов следува дека една разгледница чини меѓу 1,23 и 1,33 денари, земајќи ги предвид и овие две цени. Од вториот услов следува дека цената на разгледницата може да биде меѓу 1,15 и 1,23 денари, земајќи ги предвид и овие две вредности. Значи, цената на една разгледница е 1,23 денари.

57. Пред втората замена $\frac{2}{3}$ од парите на Иван биле 80 денари, т.е. Иван има 120 денари, а Александар 40. Бидејќи Александар во првата размена дал половина од своите пари, добиваме дека на почетокот Александар имал 80 денари. Според тоа, на почетокот и двајцата имале по 80 денари.

58. Третиот добил $\frac{1}{3}$ од вториот остаток и преостанатите 72 денари. Значи овие 72 денари се $\frac{2}{3}$ од вториот остаток, т.е. вториот остаток е $72 : \frac{2}{3} = 108$ денари.

Вториот добил освен $\frac{1}{3}$ од првиот остаток, уште 72 денари, после што останале 108 денари. Според тоа, 72+108= 180 денари се $\frac{2}{3}$ од првиот остаток. Значи, $180:\frac{2}{3}=270$ денари е првиот остаток..

Првиот добил $\frac{1}{3}$ од вкупната сума и уште 72 денари, после што преостанале 270 денари. Според тоа, 72+270=342 денари е првиот остаток и тоа е $\frac{2}{3}$ од целата сума. Значи, целата сума е 513 денари. Сега, не е тешко да се види дека првиот добил 243 денари, вториот 162 денари, а третиот 108 денари.

59. Кога вратил $\frac{1}{4}$ од долгот Бранко и должел на Мира $\frac{3}{4}$ од долгот. Кога и вратил $\frac{4}{9}$ од остатокот, вратил уште $\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{3}$ од долгот. Бидејќи $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{3}{20}=\frac{11}{15}$ добиваме дека вратените 640 денари изнесуваат $\frac{4}{15}$ делови од долгот. Значи, долгот изнесува $640:\frac{4}{15}=2400$ денари.

60. Ако второто момче дало третина од сумата што ја дале останатите тројца, добиваме дека тој дал четвртина од целокупниот износ, а останатите $\frac{3}{4}$. Ако третиот дал четвртина од сумата што ја дале останатите тројца, тој значи, дал петина од целокупниот износ, а како првиот дал половина од целиот износ, добиваме дека четвртиот платил $1-(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})=\frac{1}{20}$, што е еднакво на 50 денари. Конечно, топката чинела $20\cdot 50=1000$ денари.

61. Во првата продавница потрошил $\frac{1}{3}$ од парите, па му останале $\frac{2}{3}$ од парите. Во втората продавница потрошил $\frac{1}{2}$ од преостанатите пари, т.е. $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ од парите што Богдан ги понел на пазар. Значи, во првите две продавници Богдан потрошил $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ од парите, што значи за третата и четвртата продавница му останале $\frac{1}{3}$ од почетната сума. Од оваа сума Богдан потрошил $\frac{1}{3}$, т.е. $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ од почетната сума и за четвртата продавнница му останале $\frac{1}{3}-\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$ од почетната сума, што е

еднакво на 100 денари, кои ги потрошил во оваа продавница. Според тоа, Богдан понел $\frac{9}{2}\cdot 100 = 450$ денари.

62. Од секој вид е купен ист број колачи и секое дете добило ист број колачи од ист вид, па затоа заклучуваме дека секое дете добило извесен број тројки различни колачи. Од кои секоја тројка чинела $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6}$ денари. Но, платени се 11 денари, па значи купени се вкупно 6 вакви тројки. Во слаткарницата влегле еднаков број девојчиња и момчиња, од што следува дека во групата биле 3 момчиња и 3 девојчиња и секој од нив добил по еден колач од секој вид.

63. За еден месец работникот требало да добие 1 рубља и $\frac{1}{12}$ од цената на кафтанот, а за 7 месеци требало да добие 7 рубљи и $\frac{7}{12}$ од цената на кафтанот. Тој за овие 7 месеци добил 5 рубљи и го добил кафтанот, што значи дека 2 рубљи се еднакви на $\frac{5}{12}$ од цената на кафтанот кои работникот не ги заработил. Значи, $\frac{1}{12}$ од цената на кафтанот е $2:5=0,4$ рубљи, т.е., кафтанот чини $12\cdot 4=4,8$ рубљи.

64. Во третиот град трговецот потрошил $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ од парите и му останале 11 риали, кои всушност претставуваат $\frac{1}{6}$ од парите кои ги имал после вториот град, па затоа после вториот град имал 66 риали. Овие 66 риали се всушност $\frac{1}{6}$ од парите кои трговецот ги имал после првиот град, бидејќи во вториот град потрошил $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ од парите кои му останале после првиот град. Значи, после првиот град трговецот имал $6\cdot 66=396$ риали. Слично, пред доаѓањето во првиот град, во кој потрошил $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ од парите, трговецот имал $6\cdot 396 = 2376$ риали.

65. Бидејќи шестиот син добил $\frac{1}{7}$ од дијамантите останати после петтата распределба и уште 6 дијаманти заклучуваме дека овие 6 дијаманти се $\frac{6}{7}$ од дијамантите кои останале во последната распределба, т.е. за последниот син останале 7 дијаманти. Но, сите синови добиле ист број

дијаманти, од што следува дека махараџата оставил $6\cdot 7=42$ дијаманти и секој син добил по 7 дијаманти.

66. Бидејќи сите синови добиле еднакви суми, добиваме дека $\frac{1}{8}$ од секој остаток е за 1000 франци помала од $\frac{1}{8}$ од претходниот остаток, па значи секој нов остаток е за 8000 франци помал од претходниот. Според тестаментот целата сума била поделена. Кога најмалиот син, освен неколку илјади франци, требало да добие уште $\frac{1}{8}$ од остатокот, тогаш остаток немало. Претходниот остаток изнесува 8000 франци. Од тој остаток претпоследниот син добил $\frac{1}{8}$ во износ од 1000 франци, а преостанатите 7000 франци ги добил најмладиот син, па затоа тој бил седми син. Според тоа, биле 7 синови, секој добил по 7000 франци и заштедата на Ламберт изнесувала 49000 франци

67. Според условот на задачата, златото во водата губи привидно $\frac{1}{19\frac{1}{4}}=\frac{4}{77}$ од својата тежина, а среброто $\frac{1}{10\frac{1}{2}}=\frac{2}{21}$ од својата тежина.

i) Ако претпоставиме дека целата круна се состои само од сребро, тогаш таа во водата привидно би загубила $\frac{2}{21}\cdot 20=1\frac{19}{21}$ фунти.

ii) Круната во водата привидно од својата тежина загубила $1\frac{1}{4}$ фунти, па ако златото во крунате е заменето со сребро, тогаш привидната загуба ќе биде поголема за $1\frac{19}{21}-1\frac{1}{4}=\frac{55}{84}$ фунти.

iii) Секоја фунта сребро во однос на фунта злато привидно во водата губи повеќе за $\frac{2}{21}-\frac{4}{77}=\frac{10}{231}$ фунти.

iv) Бидејќи промената во загубата на тежината настанала заради примеси на златото во сребрена круна, лесно можеме да констатираме колку злато има во круната: $\frac{55}{84}:\frac{10}{231}=\frac{121}{8}=15\frac{1}{8}$ фунти.

v) Сега, сребро во круната е $20-15\frac{1}{8}=4\frac{7}{8}$ фунти.

68. Цената на производот од првиот вид пакети е $\frac{2000}{70}\approx 28,57$, од вториот $\frac{1000}{40}=25$, а од третиот $\frac{700}{25}=28$ денари. Најефтин е превозот на бомбониерите од вториот вид, потоа од третиот, а најскап е превозот

на бомбонирите од првиот вид.

Бидејќи $1100:40=27{,}5$ следува дека може да се земат најмногу 27 пакети од 40 бомбониери. Но, тогаш остануваат 20 бомбониери што не прават цел пакет од ниеден вид. Значи, треба да се земат помалку од 27 пакети од вториот вид.

Ако земеме 26 пакети од вториот вид, тогаш остануваат уште 60 бомбониери, што исто така, не прават цел пакет од ниту еден вид. Ако земеме 25 пакети од вториот вид, тогаш остануваат уште 100 бомбониери, кои што прават четири пакети од по 25 бомбониери. Забележуваме дека цената на превозот на бомбониерите од овој вид на пакети следува веднаш по цената на бомбониерите од вториот вид. Значи, за да производот биде најефтин, треба да се земат 25 пакети со 40 бомбониери и 4 пакети со 25 бомбониери.

69. Дедо Стамен тој ден продал $\frac{5}{6}\cdot 258-15=200\ kg$ круши. Претпладнето продал $\frac{3}{8}\cdot 200+5=80\ kg.$ круши и заработил $80\cdot 30=2400$ денари. Попладнето продал $200-80=120\ kg$ круши и за нив добил

$$2400\cdot 1\frac{5}{8}=2400\cdot\frac{13}{8}=3900 \text{ денари.}$$

Тоа значи дека попладнето крушите ги продавал по цена од $3900:120=32{,}5$ денари.

70. Ако златарот Златко за $\frac{1}{2}kg$ сребро и $\frac{1}{3}kg$ злато платил 750000 денари, тогаш за двојна количина, т.е. за $1\ kg$ сребро и $\frac{2}{3}kg$ злато ќе плати 1500000 денари. Сега од вториот услов на задачата добиваме дека за $(\frac{2}{3}-\frac{1}{2})kg=\frac{1}{6}kg$ злато ќе плати 250000 денари.

Според тоа $1\ kg$ злато чини 1500000 денари. Но, тогаш од вториот услов на задачата не е тешко да се добие дека $1\ kg$ сребро чини 500000 денари. Значи, $1kg$ сребро и $2kg$ злато чинат

$$500000+2\cdot 1500000=500000+3000000=3500000 \text{ денари.}$$

71. Откако Јуре земал $\frac{1}{4}$ од остатокот, останале $\frac{3}{4}$ од остатокот и тоа е еднакво на 900 денари, што значи дека $\frac{1}{4}$ од остатокот изнесува 300 денари. Значи, Јуре заработил 800+300=1100 денари. Слично, кога

Марко зел $\frac{1}{5}$ од остатокот останале $\frac{4}{5}$ од парите и тоа се парите кои ги зеле Јуре и Анте, т.е. вкупно 900+1100=2000 денари. Значи, $\frac{1}{5}$ од остатокот е еднаква на 500 денари, па затоа Марко заработил 500+500=1000 денари. Конечно, Марко, Јуре и Анте заработиле

1000+1100+900=3000 денари.

72. Секој патник изел $\frac{7}{3}$ од сомуните. Третиот патник ги платил своите $\frac{7}{3}$ со 7 гроша-значи секоја третина сомун ја платил по 1 грош. Првиот патник донел 3 сомуни, т.е. $\frac{9}{3}$, а изел $\frac{7}{3}$, што значи на третиот патник му дал $\frac{2}{3}$. Слично, вториот патник донел $\frac{12}{3}$, а изел $\frac{7}{3}$, што значи на третиот патник му дал $\frac{5}{3}$ од сомуните. Конечно, првиот патник треба да добие 2 гроша, а вториот патник 5 гроша.

73. Бидејќи 8 сокови поделиле на 3 еднакви дела, секое девојче добило по $\frac{8}{3}$ сокови. Ана имала 3 сокови, а како самата испила $\frac{8}{3}$, добиваме дека Павлина од неа добила $\frac{1}{3}$ сок. Славица имала 5 сокови, а како самата испила $\frac{8}{3}$ сокови, добиваме дека Павлина од неа добила $\frac{7}{3}$ сокови. Конечно, бидејќи $\frac{7}{3}$ е седум пати поголемо од $\frac{1}{3}$ добиваме дека праведно е Ана да добие 10 денари, а Славица 70 денари.

74. Секој изел по $\frac{3+5}{3}=\frac{8}{3}$ риби. Јанко на патникот му дал $3-\frac{8}{3}=\frac{1}{3}$ риби, а Методи $5-\frac{8}{3}=\frac{7}{3}$ риби. Бидејќи за $\frac{1}{3}+\frac{7}{3}=\frac{8}{3}$ е платено 160 денари, добиваме дека $\frac{1}{3}$ риби чини 20 денари. Значи, Јанко треба да добие 20 денари, а Методи 140 денари.

75. Ако сите шишиња се од $\frac{4}{5}$ литри, тогаш ќе има $39\cdot\frac{4}{5}=31\frac{1}{5}$ литри сок. Заменувајќи поголемо шише со помало, количеството сок ќе го намалиме за $\frac{4}{5}-\frac{3}{4}=\frac{1}{20}$ литри. Според тоа, мали шишиња има $\frac{6}{5}:\frac{1}{20}=24$, а големи шишиња има 15.

76. Во вториот сад пред претурањето имало
$$(78\tfrac{2}{3}-(5\tfrac{5}{6}+5\tfrac{5}{6}+8)):2=29\tfrac{1}{2} \text{ литри млеко.}$$

77. Ако од балонот се истури $\frac{1}{4}$ од алкохолот и се дотури вода, во тој момент во балонот има $\frac{1}{4}$ вода и $\frac{3}{4}$ алкохол. Кога од балонот ќе се истури $\frac{1}{3}$ од течноста, се истура $\frac{1}{12}$ вода, па во балонот останува $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ вода. Со додавање $\frac{1}{3}$ вода во балонот ќе имаме $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$ вода. Значи, во балонот имаме еднакви количества вода и алкохол.

78. Анастасија испила 1 чаша какао и $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=1$ чаша млеко кое го дотурала. Значи, Анастасија испила исто количество какао и млеко.

79. Ако од полното буре се прелие $\frac{1}{6}$ од водата, во него остануваат $\frac{5}{6}$ полни со вода. Ако прелиеме уште $\frac{2}{3}$ од остатокот сме прелиле уште $\frac{5}{9}$ од водата, што заедно со $\frac{1}{6}$ која е веќе прелеана изнесува $\frac{13}{18}$ од течноста. Второто буре собира $\frac{1}{2}=\frac{9}{18}$ од количеството вода, па затоа оние 48 литри кои во второто претурање нема да ги собере се $\frac{13}{18}-\frac{9}{18}=\frac{4}{18}$ од водата. Значи, $\frac{1}{18}$ од водата се 12 литри, па затоа првото буре собира 12·18=216 литри, а второто 108 литри.

80. Од првиот сад се преточени $\frac{1}{8}+\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{8}=\frac{10}{24}$ од волуменот на садот. Бидејќи вториот сад е двапати помал, ова количество ќе биде $\frac{10}{12}$ од вториот помал сад. Значи, остатокот од 24 литри, претставува $\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$ од вториот сад. Според тоа, волуменот на вториот сад е 144литри, а првиот 288 литри.

81. Во садот *A* има 15 литри течност, од што $\frac{7}{15}$ е вода, а во садот *B* има 20 литри течност и од тоа $\frac{9}{20}$ е вода. Кога од садот *A* се извадат *7l,* во него остануваат $7-\frac{7}{15}\cdot 7=\frac{56}{15}$ литри вода. Слично, од другиот сад ќе

се извадат $\frac{63}{20}$ литри вода, а во него ќе останат $\frac{117}{20}$ литри вода. После претурањето по 7 литри во садот A ќе има $\frac{53}{15}+\frac{63}{20}=6\frac{53}{20}$ литри вода,а во садот B ќе има $9\frac{7}{60}$ литри вода.

82. Првата цевка за 8 часа ќе наполни $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ од базенот. Според тоа, втората цевка за 3 часа полни $\frac{1}{3}$ од базенот. Значи, за 1 час втората цевка ќе наполни $\frac{1}{3}:3=\frac{1}{9}$ од базенот. Конечно, втората цевка сама ќе го наполни базенот за 9 часа.

83. За еден час се полнат

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}=\frac{37}{120}$$

делови од базенот. Бидејќи

$$\frac{1}{4}=\frac{30}{120}<\frac{37}{120}<\frac{40}{120}=\frac{1}{3},$$

тврдењето е докажано.

84. Од првата цевка за 4 часа истекуваат $231m^3$ вода, а за 1 час ќе истечат четирипати помалку, т.е. $\frac{231}{4}m^3$ вода. Од втората цевка за 1 час истекуваат $\frac{144}{3}m^3$ вода, а од третата $\frac{231}{5}m^3$ вода. За еден час од трите цевки ќе истечат

$$(\frac{231}{5}+\frac{144}{3}+\frac{231}{4})=\frac{9117}{60}m^3$$

Според тоа, за 60 часа во резервоарот ќе истечат $60\cdot\frac{9117}{60}=9117\,m^3$ вода, т.е. тој ќе се наполни.

85. Мачка и пол за два и пол дена јаде три и пол глувци. Значи, 3 мачки за 5 дена јадат $4\cdot 3{,}5=14$ глувци, а една мачка за еден ден јаде $\frac{14}{15}$ глувци. Една мачка за 45 дена јаде $45\cdot\frac{14}{15}=42$ глувци, а 100 мачки за 45 дена јадат 4200 глувци.

86. Првиот ден на нивата останало $\frac{5}{6}$ од вкупниот род на нивата. Вториот ден останало

$$\frac{5}{6}-\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{6}=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

од вкупниот род, третиот ден останало

$$\frac{4}{6}-\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{6}=\frac{4}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

од вкупниот род, четвртиот ден останало

$$\frac{3}{6}-\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{6}=\frac{3}{6}-\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

од вкупниот род и петтиот ден останало

$$\frac{2}{6}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{6}=\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$$

од вкупниот род. Значи по пет дена останало само $\frac{1}{6}$ од вкупниот род на зелка.

87. Вкупниот број на ученици што учествувале на училишниот натпревар треба да е помал од 30 и да е делив со $3, 4, 6$ и 8. Единствениот таков број е 24. Од друга страна

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{21}{24}=\frac{7}{8}$$

па според тоа $\frac{7}{8}$ од учениците решиле барем една задача. Сите задачи ги решиле

$$1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8},$$

од вкупниот број на ученици, односно $\frac{1}{8}\cdot 24=3$ ученици.

88. Еден коњ за кочијашот и оној половина коњ за слугите всушност се половина од преостанатите коњи кои треба да ги распределат слугите и кочијашот. Значи слугите и кочијашот треба да распределат $2(1+\frac{1}{2})=3$ коњи. Овие 3 коњи се половина од коњите кои треба да ги распределат првиот министер, слугите и кочијашот, што значи дека тие распределиле 6 коњи и бидејќи тоа се половина од порачаните коњи (едната половина ја добил царот), добиваме дека биле порачани 12 коњи.

89. Првата домаќинка купила $\frac{1}{3}$ од јајцата. Втората купила $\frac{1}{3}$ од остатокот, што изнесува $\frac{2}{9}$ од вкупниот број јајца. Третата купила $\frac{1}{3}$ од новиот остаток, па значи $\frac{1}{3}$ од $\frac{4}{9}$ односно $\frac{4}{27}$ од вкупниот број јајца.

Остатокот од $\frac{8}{27}$ од вкупниот број јајца поделен е на три еднакви делови, т.е. секоја купила уште $\frac{8}{81}$ од вкупниот број јајца. Затоа вкупниот број на јајцата се дели со 81, а како тој број е помал од 100, следува дека имало 81 јајце. Првата домаќинка купила 35, втората 26, а третата 20 јајца.

3. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ СО ПРОЦЕНТИ И РАЗМЕРИ

3.1. ЗАДАЧИ

1. За време на престојот во Земјата на чудата Алиса четири пати ја менувала својата висина. Таа најпрвин испила голтка од шишето со етикета „Испиј ме“ и пораснала за 25%, потоа земала залак од питата на која пишувало „Изеди ме“ и се смалила за 10%. Потоа земала голтка од шишето со натпис „Испи ме“ и пораснала за 10% и на крајот земала еден залак од питата на која пишувало „Изеди ме“ и се смалила за 20%. Да се утврди дали на крајот Алиса била пониска или повисока од почетокот?

2. Фудбалско игралиште во форма на правоаголник, чија ширина е двапати помала од должината, нацртано е на два плана; на едниот во размер 1:2500, а на другиот во размер 1:7500. Збирот на обиколките на двата правоаголници на плановите е 144 *mm*. Најдие ги вистинските димензии на игралиштето.

3. Растојанието меѓу местата A и B е 300km. Местата C и D се наоѓаат меѓу местата A и B, така што растојанието меѓу местото C и местото B е трипати поголемо од растојанието меѓу A и C. Растојанието меѓу местото B и местото D е четири пати поголемо од растојанието меѓу местата A и D. Колкаво е растојанието меѓу местата D и C на карта која е изработена во размер 1:500000?

4. Отсечката AB е поделена во размер 2:3:4, така што растојанието меѓу средините на крајните делови е 36 cm. Колкава е должината на отсечката AB?

5. На една фарма се засеани три ниви со пченица. Плоштината на првата

нива изнесува 48% од вкупната плоштина на сите триниви, а плоштините на првата и третата нива се однесуваат како $0{,}1:\frac{7}{60}$. Плоштината на третата нива е помала од плоштината на втората нива за $2{,}5ha$. Најдете колку ha вкупно фармата засеала под пченица и колкава е плоштината на секоја нива одделно?

6. Ако брзината на движење по некој пат се зголеми за 50%, за колку проценти ќе се намали времето на движење на тој пат?

7. Балванот во моментот на пресекувањето тежи $2{,}25t$ и содржи 64% вода. После една недела тој содржи 46% вода. За колку се намалила тежината на балванот?

8. Колку килограми леб ќе се добијат од $380kg$ брашно, ако при месењето му се додава 45% вода, а при печењето се губи 10% од тежината на тестото?

9. Во текот на пролетта Милош изгубил 25% од својата тежина, а во текот на летото се здебелил за 20%. Во текот на есента ослабел за 10%, а во текот на зимата се здебелил за 20%. Како се променила тежината на Милош во текот на таа година?

10. При ископувањето на камен јаглен е констатирано дека неговата влажност е 2%. Ископани се $2210t$ јаглен. На стовариштето јагленот впил уште вода, па после извесно време е констатирано дека содржи 15% вода. За колку тони се зголемила тежината на јагленот?

11. Свежо грозје содржи 80% вода, а суво 12%. Колку килограми свежо грозје е потребно за да се добие 25 kg суво грозје?

12. Познато е дека цената на дијамантот е пропорционална со квадратот на неговата тежина. При брусењето на некој дијамант отпаднало парче, така што цената се намалила за 36%. Колкав процент од вкупната тежина отпаѓа на откршеното парче?

13. Една легура на цинк и сребро со маса 3,5 kg, содржи 76% сребро. Легурата е стопена со друга легура на цинк и сребро и е добиена нова легура чија тежина е 10,5 kg и содржи 84% сребро. Колкав е процен-

тот на среброто на втората легура?

14. Во еден магацин има 5600 kg брашно. Првиот ден се продадени 10% од брашното, а вториот ден $\frac{1}{3}$ од остатокот. Преостанатото брашно е поделено на две продавници во однос $0,2:\frac{4}{25}$. Колку брашно добила секоја продавница?

15. Вкупната маса на сад наполнет со вода (садот заедно со водата) изнесува 2000g. Одлеани се 20% од водата и вкупната маса се намалила на 88% од првобитната маса. Одреди ја масата на празниот сад и масата на водата.

16. Набрани се 600 kg печурки чија влажност е 98%. После сушењето влажноста е намалена на 96%. Колкава е масата на печурките по сушењето?

17. Морска вода содржи 5% сол (тежински). Колку килограми обична вода треба да се дотури на 40 kg морска вода, за да во новодобиената вода да има 2% сол?

18. Легура на цинк и сребро со маса $3,5$ kg содржи 75% сребро. Кога оваа легура ќе се стопи и ќе се измеша со друга легура од истите елементи, се добива трета легура со маса $10,5$ kg, која има 84% сребро. Колкав е процентот на сребро во втората легура?

19. При изработка на еден метален клин, отпадок е 12,5% од користениот материјал. На тој начин, од едно парче метал направени се точно 100000 клинови. Добиениот отпадок е излиен во едно парче метал и од него се изработени потполно исти такви клинови. Оваа постапка се повторува се додека е можно од отпадоците да се изработи барем еден клин. Колку вкупно клинови се добиени, сметајќи ги и првите 100000 клинови?

20. Во еден магацин имало 100 kg јаготки. Извршената анализа покажала дека тие јаготки содржат 99% вода. После извесно време анализата е повторно извршена и е констатирано дека учеството на водата во јаготките се намалило на 98%. Колку се сега тешки јаготките? (Под

"јаготки" ги подразбираме јагодките како плод, што значи сите состојки заедно.)

21. Четири работници минатиот месец работеле важна работа, па затоа не можеле да одат на годишен одмор. На тој начин прекувремено заработиле 14135 денари. Овој износ треба да се подели на работниците, сразмерно со бројот на часовите поминати на работа. Бројот на часовите, кои овие работници ги поминале на работа, се во размер $a:b:c:d$, каде a, b, c и d се дропки чии именители се едноцифрени броеви и притоа $\frac{7}{9} < a < b < c < d < \frac{8}{9}$. Колку заработил секој работник?

22. Двајца работници работат иста работа. Првиот ја надминал нормата за 50%, а вториот за 20%.
а) Ако се земе дека нормата е работата што ја завршил вториот работник, за колку проценти ја надминал нормата првиот работник?
б) Ако се земе дека нормата е работата што ја завршил првиот работник, за колку проценти вториот работник не ја исполнил нормата?

23. Трајко може да заврши една работа за 30 дена, а пак Антонио за 30 дена завршува 75% од истата работа. Двајцата работеле заедно 12 дена. За колку дена Антонио сам ќе го заврши преостанатиот дел од работата?

24. Младите еколози засадиле вкупно 6006 садници: багрем, ела и бор, така што за секоја багремова садница се засадени 26 елови садници и 12 борови садници. Колку вкупно работни саати имале еколозите, ако за засадување на багремова садница се потребни 15, за елова садница се потребни 18, а за борова садница се потребни 20 минути?

25. Од одредена сума на пари најпрво се одбиени 5% за трошоци, потоа 90 денари за заеднички потреби и а остатокот е поделен на три лица подеднакво. Колку изнесува целата сума ако секое лице добило по 160 денари?

26. Второто издание на една книга се продавало по цена која претставува 120% од првото издание. Цената на третото издание е за 20% пониска од цената на второто издание. Да се определи кое издание е поевтино: првото или третото и за колку проценти.

27. Цената на еден билет е 50 денари. Кога цената е намалена, бројот на посетителите е зголемен за 50%, а заработувачката за 20%. За колку е намалена цената на влезниот билет?

28. По намалувањето на цената за 20%, за 80 денари може да се купи 1m платно повеќе отколку што можело да се купи за 90 денари пред намалувањето. Колкава била цената на платното пред намалувањето?

29. Трговецот Ефто ја намалил цената на една стока за 20%, а потоа новодобиената цена ја намалил уште 20%. Колку проценти треба Ефто да ја зголеми новодобиената цена, па стоката да се продава по иста цена како и пред првото намалување?

30. Маја отишла во книжара да купи две книги. Цената на едната книга била 65%, а цената на другата книга била 57,5% од парите што ги имала. За да ги купи двете книги и недостигале 45 денари. Колку пари имала со себе Маја?

31. Таткото на своите три сина им дал вкупно џепарлак од 657 денари кој го поделил во однос $\frac{5}{6}:\frac{4}{3}:\frac{7}{8}$. Колку добил секој од нив?

32. После две намалувања за ист процент цената на еден производ е намалена од 25000 на 16000 денари. Да се определи процентот на намалување на цената.

33. Горазд и Тимотеј заработиле одредена сума на пари која требало да ја поделат во однос 5:3. Благајничката Мирјана згрешила и сумата ја поделила во однос 2:3, па така Тимотеј добил 360 денари повеќе отколку што требало. Колку пари требало да поделат Горазд и Тимотеј и по колку требало да добие секој од нив?

34. Во една фабрика се изработуваат два вида фрижидери. Фабричката цена на поевтиниот фрижидер е за $\frac{1}{6}$ помала од цената на поскапиот фрижидер. За колку проценти се зголемува фабричката цена на поевтиниот фрижидер во трговската мрежа, ако таму поевтиниот фрижидер се продава по цена која претставува $\frac{9}{8}$ од фабричката цена на поскапиот фрижидер?

35. Илија планирал да потроши $\frac{3}{4}$ од парите кои ги понел на пазар. При пазарењето увидел дека стоката поевтинила 10%. После пазарењето му останале 650 денари. Колку пари со себе понел Илија, ако не купил повеќе од планираното?

36. Колку литри вода треба да се стават во $40l$ 60%-тен раствор на алкохол и $60l$ 40%-тен раствор на алкохол за да се добие 25%-тен раствор на алкохол?

37. Во $8\,l$ смеша има $65\,\%$ алкохол и $35\,\%$ вода. Колку вода треба да се додаде за да во разредената смеса има $45\,\%$ вода?

38. Преминувајќи во мраз, водата го зголемува својот волумен за $9\frac{1}{11}\%$. За колку проценти се намалува волуменот на парче мраз кога тоа ќе се стопи?

39. Во првата бочва мешавината на вода и оцет е таква да односот на водата и оцетот е 2:1. Во втората бочва, со двапати поголем волумен од првата бочва, мешавината на вода и оцет е таква да односот на водата и оцетот е 3:1. Содржините на двете бочви се прелеани во трета бочва. Колкав е односот на водата и оцетот во третата бочва?

40. Во 1000 kg свежи јагоди има 99% вода. Во текот на транспортот испарило извесно количество вода, така што сега тежината на јагодите е 500 kg. Колку проценти вода сега содржат јагодите?

41. Колку литри дестилирана вода треба да се измеша со 4 l 5%-тен раствор на оцетна киселина за да се добие 1%-тен раствор на оцетна киселина?

42. Во петтите одделенија од едно училиште има 140 ученици. Во шестите одделенија има 5% помалку отколку во петтите. Бројот на учениците од петтите и шестите одделенија заедно претставува 91 % од бројот на учениците во шестите и седмите одделенија заедно, а тој број во исто време претставува и 26% од сите ученици во училиштето. Колку ученици има во седмите одделенија, а колку во целото училиште

43. Група момчиња и девојчиња одлучиле да одат на излет. Од нив 25% биле девојчиња. Меѓутоа, едно девојче не отишло и на нејзино место на излетот бил нејзиниот брат, со што на излетот имало 20% девојчиња. Колку момчиња и колку девојчиња биле на излетот?

44. Во едно училиште има 760 ученици и наставници. Момчња има осум пати повеќе од наставници, а бројот на девојчињата наспроти бројот на момчињата е 5:4. Колку наставници, колку момчиња и колку девојчиња има во училиштето?

45. На почетокот на учебната година во едно училиште имало еднаков број девојчиња и момчиња. Во текот на првото полугодие дошле уште 15 девојчиња и 5 момчиња. После тоа бројот на девојчињата е 51% од вкупниот број ученици во училиштето. Колку момчиња, а колку девојчиња биле на почетокот на учебната година?

3.2. РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ

1. Нека висината на Алиса на почетокот изнесувала Acm. После првата голтка Алиса пораснала до висина $1,25A$ итн. Нејзината висина на крајот била $1,25A\cdot 0,9\cdot 1,1\cdot 0,8=0,99A$. Значи, на крајот Алиса била за 1% пониска отколку на почетокот.

2. Нека во размерот 1:7500 должината на помалата страна е x. Тогаш поголемата страна има должина $2x$ и обиколката е $6x$. Во размерот 1:2500 помалата страна е $3x$, поголемата страна е $6x$ и обиколката е $18x$. Збирот на обиколките на двата правоаголници на плановите е $24x$, па затоа должината на помалата страна на правоаголникот во размер $1:7500$ е $144:24=6mm$. Конечно, помалата страна на игралиштето има $6mm\cdot 7500=45000mm=45m$, а поголемата страна е двапати подолга, т.е. има $90m$.

3. Бидејќи растојанието меѓу B и C е три пати поголемо од растојанието меѓу A и C добиваме $\overline{AC}=300km:4=75km$. Бидејќи растојанието меѓу B и D е четири пати поголемо од растојанието меѓу A и D добиваме $\overline{AD}=300km:5=60km$, па е $\overline{CD}=15km$. Картата е изработена во раз-

мер 1:500000, што значи дека растојанието од 5 *km* во природата на картата ќе биде претставено со 1 *cm*. Според тоа растојанисто меѓу местата C и D на картата ќе изнесува 3 *cm*.

4. Отсечката AB се состои од 2+3+4=9 еднакви делови. Бидејќи растојанието меѓу средините на крајните отсечки се состои од 6 еднакви делови (зошто?) и тоа е еднакво на 36*cm*, добиваме дека еден дел на отсечката AB е еднаков на $36cm:6=6cm$. Според тоа, отсечката AB е долга $9\cdot 6cm=54cm$.

5. Плоштината на првата нива изнесува 48% од вкупно засеаната плоштина. Плоштините на првата и третата нива се однесуваат како $0{,}1:\frac{7}{60}=\frac{6}{7}$, што значи дека плоштината на третата нива е поголема од плоштината на првата за $\frac{1}{6}$. Значи, во однос на вкупно засеаната површина третата нива ќе зафаќа 56%, што не е можно бидејќи првата нива зафаќа 48%, а $48\%+56\%=104\%>100\%$.

6. Да ги означимс времето со t, патот со s и брзината на движење по тој пат со v. Тогаш $t=\frac{s}{v}$. Ако брзината се зголеми за 50% добиваме $v_1=1{,}5v$ и $t_1=\frac{s}{1{,}5v}=\frac{2}{3}\cdot\frac{s}{v}$, т.е времето ќе се намали за $\frac{1}{3}$ или приближно за 33,33%.

7. Суво дрво, без вода тежи $2{,}25\cdot 0{,}36=0{,}81\,t$. Оваа тежина после една недела изнесува 54% од вкупната тежина на дрвото. Значи, тежината на дрвото е $0{,}81:0{,}54=1{,}5\,t$.

8. На 380 *kg* брашно се додаваат $0{,}45\cdot 380=171$ *kg* вода и добиваме $380+171=551$ *kg* тесто. Од тоа ќе се добијат $0{,}90\cdot 551=495{,}5$ *kg* леб.

9. Ако Милош на почетокот на годината имал x *kg*, тогаш на крајот на годината имал $x\cdot 0{,}75\cdot 1{,}2\cdot 0{,}9\cdot 1{,}2=0{,}972xkg$. Значи, Милош во текот на годината изгубил 2,8% од својата тежина.

10. При ископувањето јагленот содржи 98%, односно 2165,8t сува материја. Со стоењето количеството сува материја не се менува. Бидејќи

сега јагленот содржи 15% вода, овие 2165,8t претставуваат 85% од тежината на јагленот, а 2165,8:0,85=2548t е масата на јагленот после впивањето вода на стовариштето. Значи, со стоењето масата на јагленот се зголемила за 338t.

11. Сувото грозје содржи 88% материја што не е вода, па во 25 kg ќе имаме $25\cdot\frac{88}{100}=22\,kg$ од сува материја. Овие 22 kg се 20% од свежото грозје, што значи дека 100% од свежото грозје се $22\cdot 5=110kg$.

12. Цената на преостанатото парче дијамант е 0,64 пати од цената на целиот дијамант и сразмерно е на квадратот од 0,8 делови на дијамантот. Значи, откршеното парче претставува 20% од првобитната тежина на дијамантот.

13. Во првата легура има $3,5\cdot 0,76=2,66kg$ сребро. Во третата легура има $10,5\cdot 0,84=8,82kg$ сребро. На првата легура и е додадено $10,5-3,5=7kg$ легура која содржи $8,82-2,66=6,16kg$ сребро. Значи втората легура содржи $\frac{6,16\cdot 100}{7}=88\%$ сребро.

14. Првиот ден е продадено 10% од 5600 kg, т.е. 560 kg брашно, а вториот ден $\frac{1}{3}(5600-560)=1680\,kg$. Преостанатото количество од 3360 kg треба да се подели во однос $0,2:\frac{4}{25}$, односно во однос 5:4. Вкупно имаме $5+4=9$ делови. Според тоа, едната продавница ќе добие $\frac{5}{9}\cdot 3360=1866\frac{2}{3}$ kg, а другата $\frac{4}{9}\cdot 3360=1493\frac{1}{3}$ kg, од брашното.

15. Со одлевање на 20% вода вкупната маса се намалила на 1760 g, колку што изнесуваат 88% од 2000 g. Значи, масата се намалила за 240 грама, а тоа се точно оние 20% вода, кои се одлеани. Според тоа, вода во садот имало 5 пати повеќе или точно 1200 g. Празниот сад тежи 800 g.

16. Во 600 kg печурки со влажност 98% има $588\,kg$ вода и $12\,kg$ сува материја. После сушењето $12\,kg$ сува материја претставува 4% од вкупната маса на печурките. Нека со x ја означима масата на печурките после сушењето. Тогаш $0,04\cdot x=12$, од каде $x=300$ kg.

17. Морската вода содржи 5% сол; значи, во 100 kg вода има 5 kg сол. Ако со x го означиме количеството сол (во килограми) што се наоѓа во 40 kg морска вода, ќе имаме

$$\begin{array}{cc} 100\,kg \quad м.в & 5\,kg \;\; сол \\ 40\,kg \quad м.в & x\,kg \;\; сол \\ \hline \multicolumn{2}{c}{100x = 200,\;\; x = 2} \end{array}$$

Значи, во 40 kg морска вода има 2 kg сол.

Со y да го означиме количеството обична вода (во килограми), што треба да се додаде на 40 kg морска вода, за новодобиената вода да содржи 2% сол. Како и во претходната дискусија, имаме

$$\begin{array}{cc} 100 \quad kg \quad м.в & 2\;\; kg \;\; сол \\ 40+y \;\; kg \quad м.в & 2\;\; kg \;\; сол \\ \hline \multicolumn{2}{c}{2(40+y) = 200,\;\; y = 60} \end{array}$$

18. Во првата легура имало $3{,}5\cdot 0{,}75\,kg$=$2{,}625\,kg$ сребро. Во третата легура имало $10{,}5\cdot 0{,}84\; kg = 8{,}82\; kg$ сребро. На првата легура и се додадени $(10{,}5-3{,}5)kg = 7kg$ легура, која имала $(8{,}82-2{,}625)kg = 6{,}195kg$ сребро. Значи, во втората легура имало $\frac{6{,}195\cdot 100}{7} = 88{,}5\%$ сребро.

19. Отпадот добиен после изработката на првите 100000 клинови е $\frac{1}{8}$ од вкупниот материјал. Затоа може да се смета дека 100000 клинови претставуваат $\frac{7}{8}$ од вкупниот број на клинови (со корекција за неискористениот дел од материјалот). Од

$$100000\cdot\frac{8}{7} = \frac{800000}{7} = 114285 + \frac{5}{7}$$

добиваме дека вкупниот број клинови е 114285 при што остатокот од $\frac{5}{7}$ претставува $\frac{5}{8}$ од материјалот потребен за изработка на еден клин.

20. Количеството на "сува материја" во јаготките изнесува $1kg$ и тоа со стоењето на јаготките не се менува. Кога учеството на водата во јаготките се намалило на 98% добиваме дека учеството на останатите состојки ("сувата матрија") е 2%, и бидејќи овие 2% се маса од 1 kg, јасно е дека масата на јагодите сега (100%) е 50 kg, т.е. таа се нама-

лила два пати.

21. Да ги определиме сите дропки од видот $\frac{m}{n}$, каде $m,n<9$ се природни броеви и $\frac{7}{9}<\frac{m}{n}<\frac{8}{9}$. Менувајќи го n од 2 до 8, ги добиваме бараните дропки. На пример, за $n=5$ важи $\frac{7}{9}<\frac{m}{5}<\frac{8}{9}$. Со сведување на заеднички содржател добиваме $\frac{35}{45}<\frac{9m}{45}<\frac{40}{45}$, па е $m=4$, односно $\frac{m}{n}=\frac{4}{5}$. Така:

$$a=\frac{4}{5}, b=\frac{5}{6}, c=\frac{6}{7}, d=\frac{7}{8}$$

Со *A*, *B*, *C*, *D* да ги означиме заработувачките на работниците. Тогаш, $A:B:C:D=\frac{4}{5}:\frac{5}{6}:\frac{6}{7}:\frac{7}{8}$. Проширувајќи ги дропките на десната страна на пропорцијата со 840 добиваме $A:B:C:D=672:700:720:735$. Сега да извршиме поделба на заработувачката

$$14135:(672+700+720+735)=14135:2827=5.$$

Според тоа, заработувачките се

$A=672\cdot 5=3360$ денари,

$B=700\cdot 5=3500$ денари,

$C=720\cdot 5=3600$ денари,

$D=735\cdot 5=3675$ денари.

22. Првиот работник остварил 150% или 1,5 норми, а вториот 1,2 норми.
а) ако работата што ја завршил вториот работник ја земеме за норма, тогаш првиот работник остварил $1,5:1,2=1,25$ норми, т.е. нормата ја надминал за 25%.
б) Во вториот случај, од $1,2:1,5=0,8$ добиваме дека вториот работник не ја достигнал нормата за 20%.

23. Антонио сам ја завршува работата за $30:\frac{75}{100}=40$ дена, па значи за еден ден може да заврши $\frac{1}{40}$ од работата, а Трајко за еден ден може да заврши $\frac{1}{30}$ од работата. За 12 дена заедно ќе завршат $12(\frac{1}{40}+\frac{1}{30})=\frac{7}{10}$ од работата. Според тоа, на Антонио му преостанува да заврши $\frac{3}{10}$ од работата и бидејќи за еден ден завршува $\frac{1}{40}$ од работата, тој ќе работи

уште $\frac{3}{10}:\frac{1}{40}=12$ дена.

24. На секоја засадена багремова садница се засадени 26 елови садници и 12 борови садници, па затоа на секоја багремова садница имаме група од $1+26+12=39$ садници. Значи, посадени се $6006:39=154$ багремови садници. Јасно, бројот на еловите садници е 154·26=4004, а бројот на боровите садници е 6006-4004-154=1848. Конечно, младите еколози имале

$$(154\cdot 15+4004\cdot 18+1848\cdot 20):60=1855{,}7 \text{ работни часови.}$$

25. Бидејќи секое лице добило по 160 денари, пред поделбата имало $3\cdot 160=480$ денари. Ако на оваа сума се додадат 90 денари се добива сума од 570 денари. Бидејќи 5% од целата сума се одбиени за трошоци, овие 570 денари се 95% од целата сума. Значи, почетната сума е $\frac{570\cdot 100}{95}=600$ денари.

26. Ако цената на првото издание е x денари, тогаш цената на второто издание е 1,2x денари. Цената на третото издание е $1{,}2x\cdot 0{,}8=0{,}96x$, па заклучуваме дека третото издание е поевтино од првото за 4%.

27. Две лица, по старата цена би платиле 100 денари, а три лица (50% повеќе), по новата цена би платиле 120 денари (20% повеќе од 100 денари). Значи, едно лице, по новата цена, би платило 40 денари, од каде што следува дека намалувањето е 20% (од 50 денари на 40 денари).

28. Ако пред намалувањето цената на 1m платно е x денари, тогаш за 90 денари може да се купат $\frac{90}{x}\,m$ платно. После намалувањето, цената на 1m платно е 80% од првобитната цена, т.е. таа е 0,8x денари, па за 80 денари може да се купат $\frac{80}{0{,}8x}=\frac{100}{x}m$ платно. Значи, $\frac{90}{x}+1=\frac{100}{x}$ од каде добиваме дека $x=10$ денари.

29. После првото намалување цената на стоката изнесува 80% од почетната цена. Оваа цена била намалена за 20% т.е, за $80\%\cdot\frac{20}{100}=16\%$ во однос на почетната цена. Според тоа вкупното намалување на почетната цена изнесува $(20+16)\%=36\%$, т.е. сега производот се

продава по 64% од почетната цена. Овие 64% во 100% учествуваат со $100\cdot\frac{100}{64}\%=156,25\%$, па значи за да се постигне почетната цена треба новата цена да се зголеми за

$$(156,25-100)\%=56,25\%.$$

30. Нека Маја имала со себе x денари. Тогаш, од условот на задачата $\frac{65}{100}x+\frac{57,5}{100}x=45+x$, односно

$$65x+57,5x=4500+100x,$$

па $22,5x=4500$, и конечно $x=200$. Значи, Маја со себе имала 200 денари.

31. Ако со a, b и c го означиме износот што го добиле синовите соодветно, тогаш

$$a:b:c=\frac{5}{6}:\frac{4}{3}:\frac{7}{8}.$$

Овие дропки можат да се запишат на ист именител 24, па

$$a:b:c=\frac{20}{24}:\frac{32}{24}:\frac{21}{24},$$

односно $a:b:c=20:32:21$. Од добиениот однос се добива дека $a=20k$, $b=32k$, $c=21k$. Важи дека

$$a+b+c=20k+32k+21k=73k=657,$$

од каде се добива дека $k=9$. Значи таткото им дал на синовите 180, 288 и 189 денари џепарлак, соодветно.

32. Намалената цена за p% ја наоѓаме како производ на првобитната цена со факторот $1-\frac{p}{100}$. Од тоа што нашата првобитна цена е намалена два пати ја имаме равенката $25000\cdot(1-\frac{p}{100})\cdot(1-\frac{p}{100})=16000$. Од каде $(1-\frac{p}{100})^2=\frac{16}{25}$ па $1-\frac{p}{100}=\frac{4}{5}$, односно $p=20\%$.

33. Тимотеј наместо $\frac{3}{8}$, добил $\frac{3}{5}$ од целата сума. Тој добил 360 денари повеќе, што изнесува $\frac{3}{5}-\frac{3}{8}=\frac{9}{40}$ од целата сума. Значи, целата сума е $360:\frac{9}{40}=1600$ денари, па Горазд требало да добие 1000 денари, а Тимотеј 600 денари.

34. Фабричката цена на поевтиниот фрижидер е $\frac{5}{6}$ од цената на поскапиот фрижидер, а продажната цена е $\frac{9}{8}$ од фабричката цена на поскапиот фрижидер. Бидејќи, $\frac{9}{8}:\frac{5}{6}=1,35$ добиваме дека продажната цена на поевтиниот фрижидер е за 35% повисока од фабричката цена.

35. Илија планирал да потроши 75% од парите. Бидејќи стоката поевтинила 10%, тој потрошил 7,5% помалку пари, односно 67,5% од парите кои ги понел на пазар. Значи, му останале 32,5% од парите што изнесува 650 денари. Конечно, тој на пазар понел $\frac{650\cdot 100}{32,5}=2000$ денари.

36. Во растворот има $40\cdot\frac{60}{100}+60\cdot\frac{40}{100}=48\,l$ алкохол и 100 – 48 = 52 l вода. За да се добие 25%-тен раствор треба вкупно $48\cdot 3=144$ литри вода. Затоа треба да се дотураат 144 – 52 = 92 l вода.

37. Бидејќи 1% од смесата е $80ml$, во смешата има $2800ml$ вода и $5200ml$ алкохол. Нека x е количеството вода, во милилитри, што треба да се додаде. Тогаш $2800+x$ треба да е 45% од $8000+x$, т.е. $2800+x=0,45(8000+x)$, од каде што се добива $x=1454,(54)$.
Значи, за да се добие смеса која содржи $45\,\%$ вода треба да се додадат $1454,54ml$ вода.

38. Волуменот на мразот е поголем од волуменот на водата од која настанал за $9\frac{1}{11}\%=\frac{100}{11}\%$, т.е за $\frac{100}{11\cdot 100}=\frac{1}{11}$. Значи, тој е $\frac{12}{11}$ во однос на волуменот на водата од која настанал мразот. Според тоа, кога парчето мраз ќе се стопи, настанатата вода ќе зафаќа $\frac{11}{12}$ од волуменот на мразот, т.е волуменот ќе се намали за $\frac{1}{12}$ или во проценти за $\frac{1}{12}\cdot 100\%=8\frac{1}{3}\%$.

39. Ако v е волуменот на првата бочва, тогаш волуменот на втората бочва е $2v$. Односот на оцетот и водата во правата бочва е 2:1, па затоа во неа има $\frac{2}{3}v$ вода и $\frac{1}{3}v$ оцет . Слично, бидејќи односот на водата и

оцетот во втората бочва е 3:1 добиваме дека во неа има $\frac{3}{4}2v=\frac{3}{2}v$ вода и $\frac{1}{4}2v=\frac{1}{2}v$ оцет. После прелевањето во третата бочва ќе има $\frac{2}{3}v+\frac{3}{2}v=\frac{13}{6}v$ вода и $\frac{1}{3}v+\frac{1}{2}v \ =\frac{5}{6}v$ оцет. Конечно, односот на водата и оцетот во третата бочва ќе биде $\frac{13}{6}v:\frac{5}{6}v=13:5$.

40. Во 1000 kg јагоди има 990 kg вода и 10 kg сува материја. После транспортот во 500 kg јагоди повторно има 10 kg сува материја, па значи вода има 490 kg. Значи, сега во јагодите има $\frac{490}{500}\cdot 100=98\%$ вода.

41. Наместо 4 l од 5%-тен раствор да земеме 1 l 5%-тен раствор и во него да додадеме 4 l дестилирана вода. Ќе добиеме 5 l 1%-тен раствор оцетна киселина. Јасно, за 4 l ќе треба да додадеме $4\cdot 4=16$ l дестилирана вода, со што ќе добиеме 20 l 1%-тен раствор оцетна киселина.

42. Во шестите одделенија има $0,95\cdot 140=133$ ученици. Во петтите и шестите одделенија заедно има 273 ученици. Бидејќи овој број е 91% од бројот на учениците во шестите и седмите одделенија заедно, добиваме дека во шестите и седмите одделенија заедно има $\frac{273\cdot 100}{91}=300$ ученици. Само во седмите одделенија има $300-133=167$ ученици. Бидејќи 273 е 26% од бројот на сите ученици во училиштето, добиваме дека во училиштето има $\frac{273\cdot 100}{26}=1050$ ученици.

43. Јасно, едно девојче претставува $25\%-20\%=5\%$ од вкупниот број излетници. Значи, вкупно биле $100:5=20$ излетници. На излетот биле $\frac{20\cdot 20}{100}=4$ девојчиња и 20-4=16 момчиња.

44. Бидејќи момчиња има осум пати повеќе од наставници, на секој наставник има 8 момчиња. Но, според условот на задачата на секои 8 момчиња соодветствуваат 10 девојчиња. Според тоа, за секој наставник имаме група од 19 лица. Такви групи се 760:19=40. Значи, во училиштето има 40 наставници, 320 момчиња и 400 девојчиња.

45. Во текот на полугодието бројот на момчињата и девојчињата се зголемил, па имаме 10 девојчиња повеќе отколку момчиња, кои претставу-

ваат 2% од вкупниот број ученици во второто полугодие. Ако 10 девојчиња се 2% од сите ученици, тогаш во училиштето има $50 \cdot 10 = 500$ ученици. На почетокот на учебната година имаме еднаков број на момчиња и девојчиња во училиштето и тоа $(500-20):2=240$.

4. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ КОИ СЕ СВЕДУВААТ НА РАВЕНКА СО ЕДНА НЕПОЗНАТА

4.1. ЗАДАЧИ

1. Воз влегува во тунел за 15 секунди. До излегувањето на последниот вагон поминува уште половина минута. Колкава е должината на возот и со која брзина се движи возот ако должината на тунелот е 300 *m*?

2. Брзината на движење на еден велосипедист на угорнина е 10 *km/h*, а брзината со која се движи по удолнина е 15 *km/h*. Колкава е должината на угорнината, ако времето на спуштање е 10 минути помало од времето на качување?

3. Темелко тргнал на планинарење во 8 часот и секој час пешачел по 4*km*. Во 10 часот и 30 минути по истата патека, по него, тргнал Душан кој секој час пешачел по 6 *km*. Кога Душан ќе го стигне Темелко и на која оддалеченост од местото на тргнувањето?

4. Оддалеченоста меѓу местата *A* и *B* е 55 *km*. Јован тргнал од местото *A* во местото *B* со брзина од 5*km/h*. Два часа подоцна од местото В му тргнал во пресрет Митре со брзина од 4*km/h*. После колку часа ќе се сретнат Јован и Митре, сметајќи од поаѓањето на Јован? На која оддалеченост од местото *A* ќе се сретнат?

5. Марко и Јанко тргнале истовремено од местото *A* кон местото *B*. Оддалеченоста од *A* до *B* е 6*km*. Марко одел со брзина од 4 *km/h,* а Јанко со брзина од 5 *km/h*. Кога Јанко дошол до местото *B*, тргнал назад. На која оддалеченост од местото *A* ќе го сретне Марко?

6. Оддалеченоста на местата A и B е 38 *km*. Од A до B во 10 часот и 13 минути тргнал велосипедист движејќи се со брзина од 8 *km/h*. Следниот ден во 13 часот тој тргнал во обратна насока со брзина од 10 *km/h*. И првиот и вториот ден тој преминал преку мост, кој се наоѓа на патот, во исто време. Во кое време вториот ден велосипедистот поминал преку мостот.

7. Пешаците A, B и C се движат со брзини 3 *km/h*, 4 *km/h* и 5 *km/h* соодветно. Тие тргнуваат од местото P во иста насока, но со временска дистанца од по 1 час. Пешакот A тргнал прв во 12 часот. Кога пешакот B го стигнал пешакот A, тој веднаш тргнал назад кон P. Кога и на кое место пешакот B го сретнал пешакот C.

8. Велосипедист кој вози со брзина од 10 *km/h* планира да оди во соседното место и таму да пристигне во 12 часот. Меѓутоа, откако изминал половина од патот, велосипедот му се расипал. Другиот дел од патот го минал одејќи пешки со брзина од 5 *km/h* и пристигнал на определеното место во 14 часот. Колку километри изминал велосипедистот?

9. Од градовите A и B што се наоѓаат на растојание од 390 *km* истовремено тргнале два камиони еден кон друг. Брзината на едниот е за 10*km/h* поголема од брзината на другиот камион. По три часа патување тие се наоѓале на растојание од 24 *km* еден од друг. Колкава е брзината на секој од нив?

10. Морнарот Климе го посетил својот пријател Рампо во селото S. Кога се враќал во пристанишитето Климе немал превозно средство, па затоа тргнал пешки. Откако поминал 4 *km* во првиот час, тој пресметал дека ако продолжи со истата брзина ќе задоцни половина час до тргнувањето на бродот. Затоа, останатиот дел од патот Климе го минувал со брзина од 6 *km/h* и пристигнал 40 минути пред тргнувањето на бродот.
Колкаво е растојанието од селото до пристаништето?

11. Еден камион чија брзина е 60 *km/h* тргнал од градот A кон градот B. По некое време, од градот A кон градот B тргнал и автомобил со брзина 90 *km/h*. Било предвидено автомобилот да го стигне камионот во градот B. Меѓутоа, откако поминал $\frac{2}{3}$ од патот, камионот морал да

ја намали брзината на 30 km/h заради дефект и автомобилот го стигнал камионот 50 km пред градот B. Колкава е должината на патот меѓу градовите A и B?

12. Кучето забележало еден зајак на 200 (кучешки) чекори од него, кој почнал во тој момент да бега, а кучето се затрчало по него. Додека кучето направи 5 чекори, за тоа време зајакот ќе направи 6 чекори. Колку чекори ќе направи зајакот, додека го стигне кучето, ако се знае дека 2 чекори од кучето по должина се еднакви на 3 чекори од зајакот?

13. Лисица бегајќи од куче направила 60 чекори пред кучето да тргне по неа. Лисицата прави 3 чекори, додека кучето направи 2 чекори. Освен тоа, познато е дека 7 чекори на лисицата имаат иста должина колку и 3 чекори на кучето. Колку чекори треба да направи кучето за да ја стигне лисицата?

14. Предната гума на еден велосипед станува неупотреблива после изминати 250 km, а задната по изминати 150 km. После колку изминати километри треба да ги промениме местата на гумите за да тие се истовремено бидат неупотребливи?

15. Велосипедист тргнал во 12 часот од градот A во градот B со брзина од 24 km/h. Во градот B се задржал 20 минути, а потоа се вратил во градот A со брзина од 20 km/h. Во градот A стинал во 16 часот. По истиот пат тргнал и автомобил од градот A во 14 часот, со брзина од 60 km/h. Кога се сретнале автомобилот и велосипедистот? Кога велосипедистот стигнал во градот B?

16. Растојанието меѓу A и B е a km. Велосипедистот Марко првиот пат возел од A до B и назад со константна брзина. Вториот пат од A до B возел со брзина поголема за 6 km/h, а назад за 4 km/h помала отколку првиот пат. Во двата случаи патот го поминал за исто време. Пресметај ја брзината на движењето на велосипедистот во првото возење. Дали резултатот зависи од должината на патот $2a$?

17. Автомобилот тргнал од местото A кон местото B, а истовремено и камионот од местото B кон местото A. Оддалеченоста меѓу овие две

места е 462 *km*, а возилата се разминале после три и пол часа возење. Колку се нивните средни брзини, ако средната брзина на автомобилот е за 12 *km/h* поголема од средната брзина на камионот?

18. Двајца велосипедисти тргнале од местата A и B еден кон друг. Кога се сретнале, првиот велосипедист поминал $\frac{4}{7}$ од патот и уште $\frac{24}{10}km$, а вториот велосипедист поминал два пати помалку од првиот. Определи го растојанието од A до B.

19. Две села се оддалечени 12 *km*. Рампо тргнагл од своето село во 9 часот и 25 минути и во другото село стигнал во 13 часот и 15 минути. Утредента се вратил, но тргнал во 11 часот и стигнал во 14 часот и 40 минути. Одредете на кое растојание од неговото село се наоѓа местото на патот на кое Рампо ги поминал двата дена во исто време и во колку часот тој поминал покрај тоа место?

20. Воз тргнал од Битола 15 минути подоцна од предвиденото време. Затоа ја зголемил брзината за 20% од предвидената брзина, за време во кое го надополнил задоцнувањето. За колку време од тргнувањето од Битола, возот го надополнил задоцнувањето?

21. Растојанието меѓу местата A и B возот го поминал за 23 часа, и тоа: половината од патот со брзина 80 *km/h*, третина од патот со брзина 60 *km/h*, а остатокот од патот со брзина од 40 *km/h*. Одреди го растојанието меѓу местата A и B.

22. Воз требало без запирање да се движи со брзина од 60 *km/h* од местото A во местото B. Меѓутоа заради светлосен сигнал машиновозачот го запрел возот на пругата. Тука возот, се задржал 3 минути. Потоа го продолжил возењето со брзина од 75 *km/h* и во местото B стигнал точно според редот на возењето. Колку километри пред местото B се наожа светлосниот сигнал?

23. За да го помине патот меѓу местата A и B автобусот потрошил определено време. Една четвртина од тоа време тој возел со брзина од 45 *km/h*, а преостанатото време со брзина од 75 *km/h*. Колкава е средната (просечната) брзина на автобусот на патот од A до B.

24. Според редот на возење, од местото A до местото B автобусот треба да се движи со просечна брзина од 60 km/h. Еден ден, заради проблем на крајот од првата половина на патот автобусот доцнел 20 минути. Колкаво е растојанието од местото A до местото B, ако поминувајќи ја втората половина од патот со просечна брзина од 70 km/h автобусот стигнал во местото B според возниот ред?

25. Еден воз тргнува од местото A во 6 часот и 20 минути и стигнува во местото B во 11 часот и 50 минути. Друг воза тргнува од местото В во 4 часот и 5 минути и стигнува во местото A во 9 часот и 50 минути. Во колку часот се разминале возовите?

26. Автобусот од местото A до местото B се движел со просечна брзина од 60 km/h, а на враќање од B до A со просечна брзина од 30 km/h.

а) Колкава е просечната брзина на автобусот, сметајќи го патувањето во двете насоки?

б) Ако просечната брзина на автобусот се зголеми за 25%, тогаш патувањето во двете насоки ќе трае 4 часа и 48 минути. Колку се оддалечени местата A и B?

в) Според редот на возењето на патувањето од A до B автобусот се движи со просечна брзина од 60 km/h, а на враќање од B до A со просечна брзина од 30 km/h. Меѓутоа по доаѓањето во местото B, автобусот полнел гориво 48 минути. За колку проценти автобусот мора да ја наголеми просечната брзина при враќањето од местото B, за да го запази возниот ред?

27. Дамјан ја испуштил топката слободно да падне од одредна височина. После паѓање топката отскокнува $\frac{1}{3}$ од висината од која паднала. После второто паѓање топката се издигнала за 1 метар помалку отколку при првото паѓање. Од која височина Дамјан ја испуштил топката?

28. Полетувајќи истовремено, хеликоптерот и авионот летаат во пресрет еден на друг. Во моментот на среќавањето хеликоптерот прелетал 100 km помалку од авионот и на местото на полетувањето на авионот, стигнал 3часа после среќавањето. Авионот стигнал на местото на полетувањето на хеликоптерот 1 час и 20 минути после среќавањето. Одреди ги брзините на авионот и хеликоптерот и растојанието меѓу местата на полетувањата.

29. Колона извидници со должина од $1km$ и се движи рамномерно. Куриротот кој е на чело на колоната трча до крајот на колоната, ја предава пораката и повторно се враќа на чело на колоната. За тоа време колоната изминува пат од $1km$. Колкав пат поминал куриротот?

30. Точно на пладне еден кон друг тргнуваат два воза. Едниот од Минеаполис за Чикаго и патот го изминува за 4 часа, а другиот од Чикаго кон Минеаполис за што му се потребни 5 часа. Возовите се движат рамномерно и без запирање. Кога двата воза ќе се сретнат?

31. Еден возач првите 180 km ги минал со својот автомобил возејќи со брзина од 80 km/h. Преостанатиот дел од патот го минал со брзина од 110 km/h. Средната брзина со која се движел возачот по целиот пат била 100 km/h. Колкав е патот што го поминал возачот со својот автомобил?

32. Трчајќи по подвижен ескалатор пешакот застанал на 30-тото скалило. При истата брзина на пешакот и на ескалаторот движејќи се надоле пешакот застанал на 150-тото скалило. На кое скалило ќе застане пешакот ако се качува со иста брзина, а ескалаторот мирува?

33. Растојанието од местото A до местото B е $30\,km$. Петар, еден дел од патот го минал пешки, а остатокот од патот го минал со автобус. Со автобус минал пет пати повеќе пат отколку пешки.
Колку време патувал Петар, ако пешки минува $4\,km/h$ а со автобус минува $50\,km/h$?

34. Таткото на Мато оди на работа со автомобил. Во понеделникот возел со $60km/h$ и задоцнил една минута. Во вторникот тргнал во исто време, возел по ист пат, но со брзина $65km/h$ и стигнал една минута порано. Колкав пат таткото на Мато поминува од дома до работа и назад?

35. За време на тренинг сумо борач треба да помине растојание од град A до град $Б$ рамномерно и без прекин за определено време. Тој тргнал во 7 часот од градот A и во 8 часот и 30 минути се наоѓал на растојание $3km$ после средината на патот. Во градот $Б$ пристигнал во 9 часот и 45 минути што се покажало како 15 минути пред определеното време. Со

која брзина требало да се движи сумо борачот.

36. Автомобил се движел од градот A кон градот B со брзина $60km/h$ на нагорнините, $72km/h$ на рамните делови и $90km/h$ на надолнините и целиот пат го изминал за 5 часа. За да се врати назад, движејќи се со истите брзини на автомобилот му биле потребни 4 часа. Колкаво е растојанието од A до B?

37. Јосиф ја бојадисал дрвената ограда околу својата градина. Преку викендот бојадисал $12m$ повеќе од $\frac{3}{8}$ од вкупната должина на оградата. Во понеделникот бојадисал $3m$ повеќе од $\frac{1}{4}$ од вкупната должина на оградата, а во вторникот бојадисал $\frac{1}{3}$ од должината која ја бојадисал преку викендот и во понеделникот. Во средата го бојадисал преостанатиот дел од оградата кој изнесувал точно $\frac{1}{24}$ од вкупната должина на оградата. Колку метри е долга оградата на бавчата на Јосиф?

38. Дадени се пет пакети. Првиот и вториот заедно тежат 12 kg, вториот и третиот 13,5 kg, третиот и четвртиот 11,5 kg, четвртиот и петтиот 8 kg, а првиот, третиот и петтиот 16 kg. Колку тежи секој од пакетите?

39. Тежината на едно тело на Месечината е помала 16% од тежина на истото тоа тело на Земјата, а на Марс е за 38% помала од тежината на телото на Земјата, а на Јупитер е 164% поголема отколку на Земјата. Одредете ја тежината на телото на Месечината и на Јупитер, ако неговата тежина на Марс е $31N$.

40. Јован и Стојан се браќа. После 2 години Јован ќе биде два пати постар отколку што бил пред 2 години. Стојан пак после три години ќе биде три пати постар отколку што бил пред три години. Колку години има секој од нив сега?

41. Кога се родил Митре неговата мајка имала 25 години. Во 1992 година мајката била 6 пати постара од Митре. Колку години има сега Митре, а колку неговата мајка?

42. На прашањето колку години има неговиот син, Харалампие одгово-

рил: "Ако на мојот син удвоените години сега се намалат за трикратните години што тој ги имаше пред 6 години, ќе се добие неговата сегашна возраст." Колку години има синот на Харалампие?

43. Дедото Трајко го прашале:
 - Дедо, колку години има твојот син?
 - Тој има толку седмици, колку што има денови мојот внук. А мојот внук има толку месеци колку што јас имам години.
 - А ти дедо колку години имаш?
 - Па, заедно со синот и внукот имаме точно 100 години.
 Колку години има секој од нив?

44. Таткото сега има 35 години, а синот има 7 години. По колку години таткото ќе биде двапати постар од синот?

45. Мајката на Борче е трипати постара од Борче, а неговиот татко е четири години постар од мајката на Борче. Колку години има секој од нив ако заедно имаат 88 години?

46. Мирјана рекла: ”По три години ќе имам трипати помалку години од мојата мајка која сега има 27 години”. Колку години сега има Мирјана?

47. Збирот на годините во кои се родени Зоран, неговата сестра и неговата мајка е 5916. Во 2000-тата година Зоран имал двапати повеќе години од својата сестра и двапати помалку години од својата мајка. Колку години ќе има Зоран 2013-та година.

48. Три девојчиња Ана, Марија и Елена во шумата собрале 770 костени и одлучиле да си ги поделат меѓу себе пропорционално на своите години. Секој пат кога Марија земала 4 костени, Ана земала 3, а на секои 6 што ги земала Марија, Елена земала 7 костени. Колку години има секое девојче ако заедно имаат 35 години? По колку костени припаднало на секоја од нив?

49. Јоцо замислил некој број, кој потоа го зголемил 4,5 пати. Така добиениот резултат го намалил за 12,3 и го добил бројот 5,7. Кој број го замислил Јоцо?

50. На Марко му е дадена следната задача: бројот 78 да се помножи со двоцифрен број во кој цифрата на десетките е три пати поголема од цифрата на единиците. По грешка Марко го помножил бројот 78 со двоцифрен број со изменет редослед на цифрите поради што добил производ кој бил 2808 помал од бараниот. Кој е бројот со кој требало да се помножи бројот 78?

51. Еден шестцифрен број почнува со цифрата 5. Ако таа цифра се премести од лево на десно, т.е. се избрише на почетокот и се допише од десно, на крајот на бројот, тогаш новодобиениот број ќе биде 4 пати помал од почетниот број. Определи го почетниот број.

52. Едноцифрен број x е зголемен за 10 и со тоа бројот x е зголемен за некој процент. Ако добиениот број го зголемиме за истиот процент како и првиот пат, го добиваме бројот 72. Одреди го бројот x.

53. Петар множел два природни броја, од кои едниот е за 10 поголем од другиот, но се збунил и добил производ во кој цифрата на десетките е помала за 4. Проверувајќи го множењето го поделил добиениот производ со помалиот множител и добил количник 10 и остаток 9. Кои броеви ги множел?

54. Шестцифрен број на местото на единиците има цифра 7. Ако таа цифра се префрли на местото на стоилјадите се добива петпати поголем број од почетниот. Кој е тој број?

55. Збирот на четири броја е 396. Ако на првиот му се додаде 5, од вториот се одземе 5, третиот се помножи со 5, а четвртиот се подели со 5 се добиваат четири исти броја. Кои се тие броеви?

56. На кој број треба да му се додаде бројот 4, збирот да се помножи со бројот 9 и од производот да се одземе бројот 311, за да се добие бројот 2011?

57. Ако на четирицифрен природен број со цифра на единици 4, му ја изоставиме цифрата на единиците, бројот ќе се намали за 2011. Кој е тој четирицифрен број?

58. Збирот на 31 последователен природен број е за 2010 поголем од средниот (шеснаесеттиот по големина) од тие броеви. Кој е најголемиот број?

59. Ако од некој број се одземе $1\frac{5}{100}$, па добиената разлика се помножи со $\frac{4}{5}$, на добиениот производ се додаде $2\frac{21}{25}$ и добиениот број се подели со 0,01, ќе се добие 1400. Најди го почетниот број!

60. После завршувањето на театарската претстава дел од гледачите отишле дома со автобус, при што во секој автобус имало ист број на гледачи, а биле 6 автобуси. Останатите гледачи кои биле за 15% повеќе, отишле пешки. Колку вкупно гледачи имало во театарот, ако се знае дека театарската сала во која биле не може да прими повеќе од 400 гледачи, а со автобусите отишле повеќе од 150 гледачи?

61. Двајца работници можат да завршат една работа за 12 дена. Тие работеле заедно 5 дена, а потоа едниот работник се разболел. Преостанатиот дел од работата другиот го завршил за уште $17,5$ дена. За колку дена секој од нив може да ја заврши работата ако работи сам?

62. Една работа ја започнале 33 работници и според планот требало да ја завршат за 80 дена. Но, по 16 дена работење, 9 работници се ангажирани на друга работа. За колку дена ќе задоцни завршувањето на работата?

63. Милан изработил $\frac{3}{5}$ од некоја работа, а потоа истата работа ја доврршил Марко. На тој начин целата работа е завршена за 12 дена. За колку дена истата работа би ја завршиле заедно, ако се знае дека доколку работат секој по сам на Марко му се потребни 5 дена повеќе отколку што му се потребни на Милан?

64. Две цевки полнат еден базен. Втората цевка, сама, ќе го наполни базенот за 5 часа подолго отколку првата цевка. Ако се пуштат истовремено двете цевки базенот ќе се наполни за 6 часа. За колку време втората цевка може сама да го наполни базенот?

65. На Мирјана и Милица за превод на определен број страници текст им

требаат 30 часа, на Мирјана и Милан им требаат 42 часа, а Милица и Милан преводот ќе го завршат за 35 часа. За кое време преводот ќе биде завршен ако сите тројца работат заедно?

66. Ивана книга која имала 480 страни ја прочитала за неколку дена. Ако Ивана секој ден читала по 16 страници повеќе, тогаш целата книга ќе ја прочитала 5 дена порано. За колку дена Ивана ја прочитала книгата?

67. Стрелките на часовникот покажуваат точно 9 часот. После колку време големата стрелка ќе ја стигне малата?

68. Стрелките на часовникот се преклопени во 12 часот. После колку часа стрелките на часовникот повторно ќе бидат преклопени?

69. Кога купувачот влегол во продавницата часовникот покажувал точно 15 часот. За колку време купувачот завршил со купувањето, ако од продавницата излегол во моментот кога стрелките на часовникот прв пат се поклопиле?

70. Тодор влегувајќи во берберницата, после 6 часот наутро, забележал дека стрелките на часовникот зафаќаат агол од 90^0, а при излегувањето, нешто пред 7 часот, забележал дека стрелките зафаќаат агол од 75^0. Колку време Тодор се задржал во берберницата?

71. Одредете го моментот меѓу 5 и 6 часот во кој стрелките на часовникот
а) се поклопуваат, и
б) формираат прав агол.

72. Часовник кој оди побрзо 4 минути дневно, точно е наместен денеска во 6 часот. Колку ќе биде точното време утре, кога часовникот ќе покажува 20 часот?

73. Милан тргнал од Скопје за Охрид неколку минути пред 9 часот, и стигнал во Охрид неколку минути пред 12 часот, и забележал дека малата и големата стрелка на часовникот ги замениле местата. Колку време патувал Милан и кога тргнал на пат?

74. Во 20 часот биле запалени две еднакво долги свеќи. По извесно време

свеќите биле изгаснати и притоа е констатирано дека остатокот од првата свеќа е 4 пати поголем од остатокот на втората свеќа. Пресметај во колку часот се изгаснати свеќите, ако се знае дека првата свеќа изгорува за 5 часа, а втората за 4 часа.

75. Три деца решиле да купат топка. Првото дете дало 70 денари, второто 62 денари, а третото 58 денари. После купувањето на топката забележале дека на секое од нив им останала еднаква сума на пари. Колку пари имало секое дете, ако сите вкупно имале 400 денари?

76. Лена има три пати повеќе пари отколку Жарко. Ако двајцата потрошат по 10 денари, тогаш Лена ќе има четири пати повеќе пари од Жарко. Колку пари имал секој од нив на почетокот?

77. Една книга подврзана чини 320 денари. Вредноста на подврската претставува 28% од вредноста на книгата кога таа е неподврзана. Колку чини книгата кога е неподврзана?

78. Петар и Марко имале вкупно 90 денари. Кога Петар потрошил $\frac{3}{8}$ од својата сума, а Марко $\frac{3}{10}$ од својата сума, заклучиле дека потрошиле $\frac{1}{3}$ од вкупната сума. Колку пари имал секој од нив?

79. Лазо влегол во продавница да купи книга за која планирал да потроши $\frac{5}{6}$ од вкупната сума на пари. При купувањето дознал дека книгата поевтинила за 40%. Лазо ја купил книгата, го частел продавачот 50 денари и му останале 700 денари. Колку пари имал Лазо?

80. Владо, Нада и Јагода имаат вкупно 600 денари. Ако Владо потроши $\frac{1}{2}$ од своите пари, Нада $\frac{2}{3}$ од своите пари и Јагода $\frac{4}{5}$ од своите пари, им остануваат еднакви суми пари. Колку пари имал секој од нив?

81. Во близина на еден мост се сретнале еден скитник и ѓавол. Скитникот се жалел дека е многу сиромав. Тогаш ѓаволот му предложил: "Можам да ти помогнам. При секое поминување преку мостот парите што ги имаш ќе ти ги дуплирам, но откако ќе ги примиш парите, ќе ми дадеш

24 денари". Скитникот се согласил. Поминал три пати преку мостот, и кога погледнол во ќесето немало ништо. Колку денари имал скитникот?

82. Аце, Ване и Стојче заработиле заедно 6000 денари. Аце заработил двапати повеќе од Ване, а Стојче заработил 180 денари повеќе од Аце и Ване заедно. По колку денари заработил секој од нив?

83. Тројца другари треба да поделат 7777 денари. Колку ќе добие секој од нив ако две петтини од сумата на Јован е еднаква на сумата на Михајло, а седум деветини од сумата на Михајло е еднаква на сумата на Симон?

84. Цената на влезницата за кошаркарски натпревар е 200 денари. Кога цената на влезницата е намалена бројот на посетителите се зголемил за 50%, а приходот за 20%. Колку пари е новата цена на влезницата?

85. Една четвртина од вкупното количество роба е продадена со заработувачка од 5%, а $\frac{1}{2}$ со загуба од 10%. Со колку проценти заработувачка треба да се продаде остатокот од робата за да се покрие загубата?

86. Третина од стоката A е продадена по цена која е за 10% поголема од планираната, а половина од истата стока е продадена за 15% поевтино од планираната цена. Одреди за колку проценти повеќе од планираната цена треба да се продаде остатокот од стоката, за да од вкупното количество од стоката A се добие онаа сума на пари, која би се добила ако целата стока е продадена по планираната цена.

87. Цане, секој ден, прво трошел по 100 денари, а потоа заработувал по $\frac{1}{3}$ од останатите. По три дена тој констатирал дека почетната сума на пари му се зголемила за два пати. Колку пари имал Цане на почетокот?

88. **(Задача од учебникот "Општа аритметика" од Исак Њутн)** Еден трговец во текот на три години го зголемувал своето богатство за $\frac{2}{5}$ годишно, но трошел по 100 фунти годишно за семејството. После три години тој констатирал дека богатството го зголемил два пати. Колку фунти имал трговецот на почетокот?

89. Неколку браќа поделиле извесна количина златници. Првиот брат зел 100 златници и $\frac{1}{6}$ од остатокот. Вториот брат зел 200 златници и $\frac{1}{6}$ од новиот остаток. Потоа третиот брат зел 300 златници и $\frac{1}{6}$ од новиот остаток итн. Последниот брат зел се што останало од неговите претходници. Се покажало дека секој брат добил еднаков број златници. Колку браќа учествувале во поделбата?

90. Таткото им поделил на своите деца определена сума пари по следниов редослед. На најстариот син му дал 1000 денари и $\frac{1}{8}$ од остатокот од парите, на второто дете му дал 2000 денари и $\frac{1}{8}$ од новиот остаток, на третото дете му дал 3000 денари и $\frac{1}{8}$ од новиот остаток, и така натаму се до последното дете. При тоа целата сума пари е поделена и секое дете добило еднаков дел. По колку пари им поделил на секое од децата и колку деца имал?

91. Трговецот Миле купил извесно количество грав по цена од 5 денари за килограм и уште 163 kg по цена од 10 денари за килограм. Потоа купенниот грав го помешал и така добиената мешавина ја продавал по 8 денари за килограм. Кога го продал гравот платил данок од 23% на вкуниот промет. На крајот Миле заклучил дека заработил 1998 денари. Колку килограми грав продал Миле?

92. Цената на некој материјал е намалена за 52%. После тоа намалување, за 240 денари може да се купи 1 m материјал повеќе отколку што би можело да се купи пред намалувањето за 270 денари. Одреди ја цената на тој материјал пред намалувањето.

93. Ана сака да купи неколку моливчиња. Ако купи 6 моливчиња, ќе и останат 7 денари, а ако купи 10 моливчиња ќе и недостасуваат 5 денари. Колку чини секое моливче и колку денари имала Ана?

94. Катерина за $7\,kg$ јагоди платила исто колку и за $9\,kg$ цреши. Колку чинат јагодите, ако еден килограм јагоди е за 40 денари поскап од еден килограм цреши?

95. Дејан и Марко заедно имале 900 денари. Кога Дејан потрошил $\frac{3}{8}$ од својата сума, а Марко $\frac{3}{10}$ од својата сума заклучиле дека потрошиле третина од заедничката сума. По колку денари имал секој од нив поединечно?

96. Шише со тапа чини 20 денари. Шишето (без тапа) е поскапо од тапата за 19 денари. Колку чини шишето без тапа?

97. Некој човек, секој ден, прво трошел по 100, а потоа заработувал по $\frac{1}{3}$ од останатите. По три дена тој утврдил дека почетната сума пари се зголемила за два пати.
Колку пари имал човекот на почетокот?

98. Градинарот Симе на пазар однел $258kg$ јаболки од кои еден дел продал истиот ден. Ако продал уште $15kg$ јаболки, тогаш ќе му останала една шестина од вкупното количество јаболки. $\frac{3}{8}$ од продадените јаболки и уште $5kg$ продал претпладне по цена од 35 денари. Попладне ја покачил цената и за јаболките продадени попладне добил $1\frac{5}{7}$ повеќе пари отколку за јаболките продадени претпладне. По која цена Симе ги продавал јаболките попладне?

99. По намалувањето на цената за 30%, за износ од 1918 денари може да се купи 1 kg чоколадни бонбони повеќе отколку што можело да се купи за износ од 2700 денари пред намалувањето. Колкава е цената на чоколадните бонбони пред намалувањето?

100. Еден базен се полни од две цевки. Првата цевка сама може да го наполни базенот за 18 минути, а втората за 12 минути. По 8 минути од пуштањето на првата цевка, пуштена е и втората цевка, за да го полнат базенот заедно. Колку минути течеле заедно двете цевки?

101. Еден базен се полни со две цевки. Првата цевка може сама да го наполни празниот базен за 12 часа. 7 часа по отворањето на првата цевка, отворена е и втората цевка, па двете заедно го дополниле базенот за 3 часа. За колку часа втората цевка ќе го наполни базенот?

102. Во една цистерна има 540 литри вода, а во друга 360. За еден час од првата цистерна се излева три пати повеќе вода отколку од втората. После 6 часа во првата цистерна ќе останат 60 l вода помалку отколку во втората. По колку литри вода се одлева за еден час од првата, а по колку од втората цистерна?

103. Димитрија може да испие буре пиво за 21 ден. Но, ако му помага неговата жена Елена, тогаш бурето ќе биде испиено за 14 дена. За колку дена Елена сама ќе го испие пивото?

104. Колку литри вода треба да се стават во 42 литри оцетна киселина со јачина 95%, за да добиеме оцетна киселина со јачина 70%?

105. Од една чаша полна со млеко, Петре испил $\frac{1}{5}$ и ја дополнил со кафе. Потоа пак испил $\frac{1}{5}$ од полната чаша и пак дополнил кафе. Откако трет пат испил $\frac{1}{5}$ од содржината на чашата, во неа останале 28cm^3 повеќе млеко отколку кафе. Најди го волуменот на чашата.

106. Колку литри чиста дестилирана вода треба да се смеша со 120 литри 10% раствор на алкохол, за да со разблажувањето се добие 4% раствор на алкохол?

107. Сад е наполнет со стопроцентен алкохол. Одлеваме два литри алкохол и да дотуриме исто толку дестилирана вода. Оваа постапка ја повторуваме уште еднаш, т.е. одлеваме 2 литри од растворот и дотураме 2 литри дестилирана вода. На тој начин во садот добиваме 36% раствор од алкохол. Колку литри раствор содржи овој сад?

108. Одредете колку литри вода загреана на температура од 12^0 C треба да се измеша со 5 l вода загреана на 70°C за да се добие вода со температура од 37^0 C.

109. Во една фирма работат мажи и жени. Мажи се 42 повеќе од жени. Колку вкупно работници има, ако се знае дека 35% од нив се жени?

110. Познатиот математичар Питагора, на прашањето колку ученици ја посетуваат неговата школа, одговорил: "Половина од учениците учат

математика, четвртина од нив музика, една седмина само молчат, а покрај нив има и три ученички". Колку ученици имал Питагора?

111. Минатата година бројот на учениците (момчиња и девојчиња) во некое училиште изнесувал 850. Оваа година бројот на момчињата се намалил за 4%, а бројот на девојчињата се зголемил за 3% и во училиштето имало 844 ученици. Колку девојчиња има оваа година во училиштето?

112. На писмен испит треба да се решат 20 задачи. За секоја решена задача ученикот добива 4 бода, а за секоја нерешена задача губи 3 бода. Ако на крајот ученикот имал 38 бодови, колку задачи решил? Колкав е процентот на решените задачи?

113. Тројца луѓе *A, B* и *C* се допишуваат меѓусебно, така што:
- *A* му пишува на *B* секој трет ден, а на *C* секој втор ден;
- *B* му пишува на *A* после четири добиени писма од *A* и *C*, а на *C* секој трет ден;
- *C* му пишува на *A* после три писма од *A* и *B*, а на *B* секој четврти ден.
По колку дена *A* ќе добие 61 писмо, ако писмата патуваат по еден ден?

114. Петре дотерал дома неколку волови. Во дворот имало забиено неколку колци. Ако на секој кол се врзе по еден вол, за еден вол нема кол. Ако на секој кол се врзат по два вола, еден кол останува без ниту еден вол. Колку колци имало забиено во дворот и колку волови дотерал Петре?

115. Баба Стојна и дедо Стојан имале 4 внуци. Баба Стојна им поделила на внуците 45 ореви. Дедо Стојан го повикал првото внуче и му дал уште толку ореви колку што му дала бабата, а на второто му дал уште 2 орева. За тоа време третото внуче изело 2 од оревите кои му ги дала бабата, а четвртото внуче ги изело половината од оревите кои му ги дала бабата. На крај, четирите деца ги пребројале оревите и виделе дека имаат еднаков број ореви. По колку ореви им дала баба Стојна на внуците?

116. Учениците од едно училиште требало да одат на екскурзија. Се пријавиле $\frac{2}{9}$ повеќе ученици од планираниот број. Пред тргнување по-

ради настинка се откажале $\frac{3}{11}$ од пријавените ученици, па на екскурзија отишле 5 ученици помалку од планираниот број. Колку ученици заминале на екскурзија?

117. На еден фудбласки турнир учествувале 10 фудбалски екипи и притоа секоја екипа одиграла точно по еден натпревар со секоја друга. За секоја победа се добива 3 поени, за нерешено 1 поен и за пораз 0 поени. На крај е дадена конечна табела од збир на поени на секоја екипа. Ако збирот од сите поени на конечната табела изнесувал 120, тогаш колку натпревари на турнирот завршиле нерешено?

118. Бојан, Мирко и Здравко имале кеса со џамлии. Бојан во кесата додал онолку џамлии колку што имало во кесата и уште една џамлија. Потоа, Мирко додал во кесата двојно повеќе џамлии од бројот на џамлии што во тој момент се наоѓал во кесата плус три џамлии. На крај Здравко додал тројно повеќе џамлии од бројот на џамлии што во тој момент се наоѓале во кесата и уште пет џамлии. На крај во кесата имало 149 џамлии. Колку џамлии имало во кесата на почетокот?

119. Во зоолошката градина мајмунот Муки за 5 дена изел вкупно 115 банани. Секој ден јадел по 6 банани повеќе од претходниот ден. Колку банани изел петтиот ден? Ако продолжи да јаде со тоа темпо, колку банани ќе изеде десеттиот ден?

120. Илина од новоотворена ќеса со бомбони изела $\frac{1}{5}$ од вкупниот број на бомбони и уште 3 бомбони. Од преостанатиот број на бомбони, вториот ден изела $\frac{1}{5}$ од бомбоните и уште 5 бомбони. Третиот ден ги изела преостанатите 15 бомбони. Колку бомбони имало во ќесата на почетокот?

121. Илина добила нарачка за изработка на честитки. Првиот дек изработила 10% од нарачката. Вториот ден изработила 25% од остатокот, а третиот 40% од новиот остаток. Четвртиот ден ги изработила преостанатите 81 честитка од нарачката. Колку честитки биле нарачани?

122. Една слаткарница добила нарачка да направи извесен број на слатки

за три дена. Првиот ден направила $\frac{2}{5}$ од нарачаните слатки, вториот ден направила $\frac{5}{9}$ од остатокот од нарачката а третиот ден ги направила преостанатите 40 слатки од нарачката. Колку слатки биле нарачани во слаткарницата?

123. Продавач има извесен број живи пилиња. Првиот купувач побарал да купи половина од сите пилиња и уште половина пиле. Се разбира, бил услужен. Следниот купувач побарал половина од останатите и уште половина пиле. И тој бил услужен. Третиот купувач исто така добил половина од преостанатите пилиња и уште половина пиле. Откако го услужил третиот купувач, продавачот останал без ниту едно пиле. Дали продавачот успеал да ги продаде сите пилиња живи?

124. Една фудбалска екипа одиграла одреден број на натпревари. Во $\frac{2}{3}$ од натпреварите победила, во $\frac{1}{4}$ од нив изгубила а во преостанатите натпревари одиграла нерешено. Колку натпревари одиграла екипата, ако бројот на загубени натпревари е за 4 поголем од бројот на нерешено одиграни натпревари?

125. Едно момче за да стигне до саканата цел треба да помине низ три врати. На секоја врата стои по еден чувар. Момчето во себе носи извесен број јаболка. На првиот чувар треба да му даде половина од тој број и уште половина јаболко. На вториот чувар треба да му даде половина од остатокот и уште половина јаболко и на третиот чувар треба да му даде половина од остатокот и уште половина јаболко. Да се најде најмалиот број на јаболка што треба да го носи со себе момчето, за да стигне до саканата цел, без да се пресече ниту едно јаболко.

126. Три уморни патници пристигнале во еден ан и побарале да јадат. Анџијата немал ништо друго да им понуди освен печени компири. Додека компирите се печеле патниците заспале. После некое време, откако компирите биле готови, првиот патник се разбудил, изел $\frac{1}{3}$ од компирите и продолжил да спие, без да ги разбуди останатите патници. Потоа вториот патник се разбудил, изел $\frac{1}{3}$ од преостанатите компири и легнал да спие. На крајот и третиот патник се разбудил и изел

$\frac{1}{3}$ од преостанатите компири и се вратил да спие. Анџијата сето ова внимателно го набљудувал и кога ги преброил преостанатите компири видел дека се 8. Колку компири испекол анџијата?

4.2. РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ

1. Ако брзината на возот е v, тогаш е $30v = 300$, па е $v = 10m/s$. Според тоа, возот се движел со брзина од 10 *m/s*. Должината на возот е $d = 15 \cdot 10 = 150m$.

2. Ако велосипедистот на угорнина вози x часови по $10km/h$, тогаш поминатиот пат $10x\ km$ е еднаков на патот кој го поминува при спуштањето $15(x-\frac{1}{6})$. Решавајќи ја равенката $15(x-\frac{1}{6}) = 10x$ добиваме дека $x = \frac{1}{2}$, па значи велосипедистот по угорнината возел 30 минути. Според тоа, должината на бараната угорница е $10x = 5km$.

3. Темелко до 10 часот и 30 минути поминал 10 *km*. Патот кој ќе го помине после x часови е $10+4x$. Душан за исто време поминува $6x$ *km*. Решението на равенката $10+4x = 6x$ е $x = 5$, што покажува дека Душан ќе го стигне Темелко после 5 часа одење, а тоа е во 15 часот и 30 минути, на оддалеченост 30 *km* од местото на тргнувањето.

4. Нека до моментот на среќавањето Јован се движел t часови, а Митре $t-2$ часови. Јован и Митре заедно поминале 55 *km*. Одовде ја имаме равенката
$$5t + 4(t-2) = 55,$$
од што следува $t = 7$ часови. До среќавање дошло на $7 \cdot 5 = 35km$ од местото A.

5. Нека до среќавањето дошло после t часови. За тоа време Марко и Јанко поминале заедно 12 *km*. Тоа ќе го изразиме со помош на равенката $5t + 4t = 12$, од што добиваме $t = \frac{4}{3}$ часови. Марко поминал $4 \cdot \frac{4}{3}km = 5\frac{1}{3}km$ и тоа е бараната оддалеченост.

6. Ако велосиледистот стигнал од местото *B* на мостот за *t* часови, тогаш првиот ден велосипедистот стигнал на мостот за $t+2,5$ часови. Врз основа на тоа ја составуваме равенката

$$8(t+2,5)+10t=38,$$

од што добиваме $t=1$. Велосипедистот поминал преку мостот во 14 часот.

7. Прво ќе одредиме кога пешакот *B* го стигнал пешакот *A*. Нека *t* е бројот на часовите кои му биле потребни на пешакот *B* да го стигне пешакот *A*. Од условите на задачата ја добиваме равенката:

$$4t=3(t+1),\text{ т.е. } t=3.$$

Значи, *B* го стигнал *A* во 16 часот, на 12 *km* од местото на тргнување. Бидејќи C тргнал 2 часа подоцна од *A*, тој до 16 часот поминал 10 *km*. Сега растонието меѓу *B* и *C* е 2 *km*. Бројот на часовите *x* до сре-ќавањето на *B* и *C* ќе го пресметаме од равенката $4x+5x=2$, од што следува $x=\frac{2}{9}$, што значи дека *B* и *C* се сретнале во 16 часот 13 минути и 20 секунди, враќајќи се за $4\cdot\frac{2}{9}=\frac{8}{9}$ *km*. Значи, *B* го сретнал *C* на $11\frac{1}{9}$ *km* од местото *P*.

8. Велосипедистот пеш оди само половина од патот и доцни 2 часа, но кога целиот пат би го одел пеш, тој би доцнел 4 часа. Значи, ако го минал патот за *x* часа со велосипед, тогаш пешки патот ќе го помине за $x+4$. Имаме,

$$5(x+4)=10x,\text{ т.е. } x=4.$$

Значи, велосипедистот би возел 4 часа, а пеш би одел 8 часа, и притоа, во двата случаи би изминал $40km$.

9. Ако брзината на едниот камнон е xkm/h, тогаш брзината на другиот камион е $(x+10)km/h$. Постојат две можности:

а) Во првиот случај камионите се наоѓаат на растојание од 24 *km*, пред нивната средба. Тогаш е

$$3x+3(x+10)=390-24,$$

т.е. $x=56$ и $x+10=66$. Значи, во овој случај брзината на едниот камион е $56km/h$, а на другиот камион е $66km/h$.

б) Во вториот случај камионите се наоѓаат на растојание од 24 *km* по разминувањето и тогаш е

$$3x+3(x+10)=390+24,$$

т.е. $x=64$ и $x+10=74$. Значи во овој случај брзината на едниот камион е $64km/h$, а на другиот камион е $74km/h$.

10. Нека растојанието од селото до пристаништето е *x*. Ако Климе оди со брзина од $4km/h$, потребни му се $\frac{x}{4}$ часови да стигне од *S* до *P*. Бидејќи по изминати 4 *km*, во првиот час, оди со брзина од 6 *km/h*, времето потребно да стигне од *S* до *P* е $1+\frac{x-4}{6}$. Ако целиот пат го помине со $4km/h$, ќе задоцни $\frac{1}{2}$ час, но како што оди, тој стигнува 40 минути порано, т.е. $\frac{2}{3}$ од час. Според тоа, времето потребно да стигне точно за тргнувањето на бродот е $\frac{x}{4}-\frac{1}{2}$, односно $1+\frac{x-4}{6}+\frac{2}{3}$ часови. Значи,

$$\frac{x}{4}-\frac{1}{2}=1+\frac{x-4}{6}+\frac{2}{3},$$

од каде што добиваме $x=18$, т.е. растојанието од селото до пристаништето е 18 *km*.

11. Нека должината на патот меѓу двата града е *x km*. Ако камионот се движи по целиот пат со 60 *km/h*. За да стигне во градот *B* ќе му требаат $\frac{x}{60}$ часови. Но, тој патот $\frac{2x}{3}$, го поминал со брзина од 60 *km/h*, а остатокот до средбата $\frac{x}{3}-50$ со брзина 30 *km/h*.

Значи, до средбата поминале $(\frac{2}{3}\cdot\frac{x}{60}+\frac{\frac{x}{3}-50}{30})$ часови.

Од друга страна, автомобилот требало да го стигне камионот за $\frac{x}{90}$ часови по тргнувањето. Меѓутоа тој го стигнал по $\frac{x-50}{90}$ часови. Значи, се сретнале $\frac{50}{90}$ часови пред предвиденото време. Од претходно изнесеното ја добиваме равенката

$$\frac{x}{60}-(\frac{2}{3}\cdot\frac{x}{60}+\frac{\frac{x}{3}-50}{30})=\frac{50}{90}$$

чие решение е $x=200$. Според тоа, должината на патот од *A* до *B* е 200 *km*.

12. Нека зајакот направил x чекори до неговото пристигнување. Тие одговараат на $\frac{2}{3}x$ чекори на кучето. Затоа кучето мора да направи $\frac{2}{3}x+200$ чекори. Бидејќи знаеме дека за времето за кое кучето прави 5 чекори, зајакот за тоа време прави 6 чекори, добиваме

$$\frac{200+\frac{2}{3}x}{5}=\frac{x}{6}$$

од каде x=1200. Значи, зајакот ќе направи 1200 чекори.

13. Нека кучето направи x чекори додека ја стигне лисицата. За тоа време лисицата ќе направи $\frac{3}{2}x$ чекори или вкупно $60+\frac{3}{2}x$ чекори. Знаеме дека 3 чекори на кучето имаат иста должина колку 7 чекори на лисицата. Затоа ќе важи

$$\frac{60+\frac{3}{2}x}{7}=\frac{x}{3}$$

Од овде е $x=72$. Значи, кучето ќе направи 72 чекори додека ја стигне лисицата.

14. Ако после x *km* треба да ги промениме местата на гумите, тогаш според условот на задачата ќе имаме

$$\frac{x}{250}+\frac{x}{150}=1$$

од каде добиваме $x=93,75$. Значи по изминати 93,75 *km* треба да се сменат местата на гумите.

15. Нека оддалеченоста од A до B е x *km.* Велосипедистот од A до B патувал $\frac{x}{24}$ часа, во градот B се задржал $\frac{1}{3}$ часа и од B до A патувал $\frac{x}{20}$ часа. Се вратил после точно 4 часа. Ова можеме да го запишеме во вид на равенка $\frac{1}{3}+\frac{x}{24}+\frac{x}{20}=4$. Решението на оваа равенка е $x=40$. Значи растојанието од A до B е $40km$. Велосипедистот стигнал во градот B во 13 часот и 40 минути, а тргнал од градот B во 14 часот, т.е. точно во моментот кога автомобилот тргнал од градот A. Со t да го означиме времето на патување (изразено во часови) на велосипедистот и автомобилот до срекавањето. За тоа време автомобилот поминал $60tkm$, а велосипедистот $20t\,km$. Сега ја добиваме равенката $20t+60t=40$, чие решение е $t=\frac{1}{2}$. Значи, автомобилот и велосипедистот се сретнале во 14

часот и 30 минути. Од тоа што патот од *A* до *B,* добиваме дека автомобилот во местото *B* стигнал во 14 часот и 40 минути.

16. Нека брзината на велосипедистот во првото возење е $x\,km/h$. Ја добиваме равенката

$$\frac{2a}{x}=\frac{a}{x+6}+\frac{a}{x-4},$$

т.е.

(1) $$\frac{2}{x}=\frac{1}{x+6}+\frac{1}{x-4}.$$

Последната равенка не зависи од должината на патот, па затоа и резултатот не зависи од должината на патот. Решение на (1) е $x=24$, т.е. во првото возење Марко возел со $24km/h$.

17. Нека средната брзина на камнонот е $2x$. Тогаш средната брзина на автомобилот е $2x+12$. За 3,5 часа камионот поминал 7*x,* а автомобилот

$$3,5(2x+12)=7x+42\ \ km.$$

Значи,

$$7x+7x+42=462 \text{ или } x=30km/h.$$

Конечно, средната брзина на камионот е $60km/h$, а на автомобилот $72km/h$.

18. Ако со x го означиме растојанието од A до B, тогаш од условите во задачата следува равенството:

$$\frac{4}{7}x+\frac{24}{10}+\frac{1}{2}(\frac{4}{7}x+\frac{24}{10})=x.$$

Оттука следува дека

$$(1-\frac{4}{7}-\frac{2}{7})x=\frac{24}{10}+\frac{12}{10}$$

од каде се добива дека е $x=25,2km$.

19. Првиот ден Рампо патувал $3\frac{5}{6}$ часови, а вториот ден $3\frac{2}{3}$ часови. Првиот ден се движел со брзина $12:3\frac{5}{6}=\frac{72}{23}km/h$, а вториот ден со брзина $12:3\frac{2}{3}=\frac{36}{11}km/h$. Ако со x го означиме времето во кое Рампо поминувал покрај бараното место, ја добиваме равенката

$$\frac{72}{23}(x-9\frac{5}{12})+\frac{36}{11}(x-11)=12.$$

Решение на оваа равенка е 12,1. Значи бараното место е оддалечено од селото на Рапмо

$$\frac{72}{23}(12{,}1-9\frac{5}{12})=8{,}4km\ ,$$

и покрај ова место тој поминал во 12 часот и 6 минути.

20. Со v да ја означиме планираната брзина, а со t часови нека е изразено времето за кое е надополнето задоцнувањето. Зголемената брзина изнесува $1{,}2v$. Во моментот на надополнување на задоцнувањето важи равенката $1{,}2vt=v(t+0{,}25)$, од каде добиваме $0{,}2v=0{,}25vt$. Бидејќи $v\neq 0$, добиваме $t=1{,}25$. Значи, возот го надополнил задоцнувањето за 1 час и 15 минути.

21. Ако со x го означиме растојанието меѓу местата A и B, ја добиваме равенката $\frac{x}{2}:80+\frac{x}{3}:60+\frac{x}{6}:40=23$ чие решение е $x=1440$. Значи бараното растојание е 1440 *km*.

22. Нека оддалеченоста на сигналот од местото B е $x\,km$. Ако возот продолжел да се движи без застанување со брзина од $60km/h$, според редот на возењето ќе стигнел за $\frac{x}{60}$ часови. После задржувањето од $3\min=\frac{1}{20}h$, возот морал да го надополни загубеното време. Затоа го продолжил возењето со брзина од $75km/h$. Според тоа, тој возел точно $\frac{x}{75}$ часови. Значи, $\frac{x}{60}=\frac{1}{20}+\frac{x}{75}$ т.е. $x=15$, па бараната оддалеченост е 15 *km*.

23. Ако автобусот од A до B патувал x часови, тогаш за четвртина време поминал $45\cdot\frac{x}{4}km$, а остатокот од патот е $75\cdot\frac{3x}{4}km$. Целиот пат изнесува $\frac{45x}{4}+\frac{225x}{4}=67{,}5xkm$. Значи, просечната брзина на целиот пат е 67,5 *km/h*.

24. Со t да го означиме времето за кое автобусот го поминува половината од патот движејќи се со просечна брзина од $60km/h$. Тој ист пат автобусот го поминал со брзина од $70km/h$ за време пократко за 20 минути, односно во часови за $t-\frac{1}{3}$, па затоа $60t=70(t-\frac{1}{3})$. Од овде

$t=\frac{7}{3}$. Растојанието од A до B изнесува $2\cdot 60\cdot \frac{7}{3}=280km$.

25. Првиот воз патот со должина од k km го поминува за 5часа и 30 минути. А вториот воз истата релација ја минува за 5 часа и 45 минути. Брзинаите на движење на првиот и вториот воз се: $\frac{k}{5,5}=\frac{2k}{11}$ и $\frac{k}{5,75}=\frac{4k}{23}$ соодветно. Ако земеме дека t е времето потребно возовите да се сретнат се добива дека $(t-6\frac{20}{60})\frac{2k}{11}+(t-4\frac{5}{60})\frac{4k}{23}=k$. Со решавање на равенката добиваме $t=\frac{724}{90}$ часови, што поинаку кажано претставува 8 часа 2минути и 40 секунди.

26. а) Нека x е оддалеченоста од A до B. Времето t потребно на автобусот да го помине патот од A до B и назад е $t=\frac{x}{60}+\frac{x}{30}=\frac{x}{20}$, па значи бараната просечна брчина е $v=2x:t=2x:\frac{x}{20}=40km/h$.

б) Зголемената брзина е $50km/h$, па е $2x=50\cdot\frac{24}{5}=240km$, па е $x=120km$.

в) На враќање, според возниот ред автобусот патува 4 часа, па заради загубата од 48 минути, треба истиот пат да го помине за $3\frac{1}{5}$ часа. Потребната брзина е $120:3\frac{1}{5}=37,5km/h$. Значи, автобусот треба просечната брзина при враќањето да ја наголеми за 25%

27. Нека x е висината од која топката е испуштена. После првото паѓање топката се издигнала $\frac{x}{3}$. После второто паѓање топката се издигнала за $\frac{x}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{x}{9}$ Затоа имаме $\frac{x}{3}-\frac{x}{9}=1$, од каде добиваме $x=4,5m$.

28. Со $2x$ да го означиме растојанието меѓу местата на полетувањата на авиоиот и хеликоптерот. Во моментот на среќавањето авионот прелетал $(x+50)km$, а хеликоптерот $(x-50)km$. Бидејќи после среќавањето авионот прелетал $(x-50)km$ *за* 1 час и 20 минути, неговата брзина е

$$(x-50):\frac{4}{3}=\frac{3(x-50)}{4}km/h.$$

На ист начин ја пресметуваме брзината на хеликоптерот $\frac{x+50}{3} km/h$.

Да пресметаме колку долго летале до моментот на среќавањето. Авионот летал

$$(x+50):\frac{3(x-50)}{4}=\frac{4(x+50)}{3(x-50)},$$

а хеликоптерот

$$(x-50):\frac{x+50}{3}=\frac{3(x-50)}{x+50}.$$

Бидејќи летале истовремено, добиваме

$$\frac{4(x+50)}{3(x-50)}=\frac{3(x-50)}{x+50}.$$

Од овде добиваме

$$4(x+50)^2=9(x-50)^2,$$

Односно

$$2(x+50)=3(x-50)$$

(Не е можно $2(x+50)=-3(x-50)$, бидејќи должините на патиштата $x+50$ и $x-50$ се позитивни величини.) Решавајќи ја последната равенка наоѓаме $x=250km$. Сега ги пресметуваме бараните величини: брзината на авионот е 150 *km/h*, брзината на хеликоптерот е 100 *km/h*, а оддалеченоста меѓу местата на полетување е $500km$.

29. Нека курирот се движи со брзина x, колоната со брзина y и нека со s го означиме патот што курирот го минува од чело на колоната до нејзиниот крај. Тогаш е:

$$\frac{s}{x}=\frac{1-s}{y};\quad \frac{s+1}{x}=\frac{s}{y}.$$

Од овие две равенства следува дека

$$\frac{x}{y}=\frac{s}{1-s}=\frac{s+1}{s};\ (s\neq 0, s\neq 1)$$

од каде се добива:

$$2s^2=1; s=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Изминатиот пат е

$$2s+1=2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+1=(\sqrt{2}+1)km.$$

30. Ако со s го означиме растојанието меѓу Минеаполис и Чикаго, а со t времето од тргнувањето до средбата на возовите добиваме добиваме

$\frac{s}{4}$ за брзина на првиот воз и $\frac{s}{5}$ како брзина на вториот воз. На тој начин ја добиваме равенката $\frac{s}{4}(t-12)+\frac{s}{5}(t-12)=s$, од каде по кратење со *s*, решаваме по *t* и добиваме дека $t=14h\,13\min\,20s$.

31. Возачот со брзина од 80 *km/h* возел 180:80=2,25 часа. Остатокот од патот $(s-180)km$ го изминал за (*s*-180):110 часа, па вкупното време на патување е следното: $(2,25+\frac{s-180}{110})$. Вкупниот изминат пат пак го добиваме кога врзината ќе ја помножиме со времето, од што се добива равенката $s=100\cdot(2,25+\frac{s-180}{110})$, чие решение е $s=675km$.

32. Нека *t* е времето потребно еден пешак да искачи едно скалило, што значи дека 30 скалила ќе искачи за време од 30*t*. Ако во единица време ескалаторот се подигне за *s* скалила, а пешакот помине *p* скалила, тогаш во врска со дадениоит услов го добиваме равенството $(s+p)30t=(s-p)150t$. Оттука $3p=2s$, па вкупниот број на скалила е количник од вкупно избројаните скалила и брзината *s* на движење на ескалаторот:

$$\frac{30(s+p)}{s}=\frac{30(s+\frac{2}{3}s)}{s}=50.$$

33. Ако Петар поминал x километри пешки, тогаш со автобус поминал $5x$ километри. Според тоа,

$$6x=30$$
$$x=5\ km.$$

Растојанието од $5\,km$ на кое Петар пешачел ќе го помине за $1\text{ h }15\min$, а растојанието на кое се возел со автобус ќе го помине за $30\min$.

Според тоа, Петар патувал $1\text{ h }45\min$.

34. Нека со x ја означиме должината на патот од дома до работа. Кога таткото на Мато вози со брзина од $65km/h$, стигнува 1 минута порано, а кога вози со брзина $60km/h$ задоцнува 1 минута. Значи, разликата е 2 минути или $\frac{2}{60}=\frac{1}{30}$ од часот. Времето поминато на пат во првиот слу-

чај е $\frac{x}{65}$ часови, а во вториот случај е $\frac{x}{60}$ часови. Значи

$$\frac{x}{60}-\frac{x}{65}=\frac{1}{30}\text{, т.е. } 65x-60x=130\,,$$

од каде наоѓаме $x=26km$. Значи, таткото на Мато секој ден од дома до работа и назад поминува $52km$.

35. Нека со s го означиме патот меѓу градовите, а со v брзината на сумо борачот. Од равенките $1\frac{1}{2}v=\frac{s}{2}+3$ и $2\frac{45}{60}v=s$ добиваме $v=24km/h$. Ако v_x е брзината со која требало да се движи сумо борачот тогаш $3v_x=\frac{11}{4}v$ откаде имаме дека $v_x=22km/h$.

36. Нека $g\,km$ од патот A до B се состои од нагорнини, $r\,km$ се состои од рамни делови и $d\,km$ се состои од надолнини. Тогаш, според условите на задачата, добиваме:

$$\frac{g}{60}+\frac{r}{72}+\frac{d}{90}=5 \tag{1}$$

Движејќи се наназад, оние делови кои биле нагорнини стануваат надолнини и обратно, па затоа имаме:

$$\frac{g}{90}+\frac{r}{72}+\frac{d}{60}=4\,. \tag{2}$$

Од сумирањето на (1) и (2) добиваме

$$\frac{g+r+d}{36}=9\text{, т.е. } g+r+d=324\,.$$

Значи, растојанието од A до B е $324km$.

37. Со x да ја означиме должината на оградата на бавчата на Јосиф. Преку викендот бојадисал $\frac{3}{8}x+12$ метри од оградата. Во понеделникот бојадисал $\frac{1}{4}x+3$ метри од должината на оградата. Во вторникот бојадисал $\frac{1}{3}(\frac{3}{8}x+12+\frac{1}{4}x+3)=\frac{5}{24}x+5$ метри од должината на оградата и во средата бојадисал $\frac{1}{24}x$ метри од градата. Според тоа,

$$\frac{3}{8}x+12+\frac{1}{4}x+3+\frac{5}{24}x+5+\frac{1}{24}x=x\,,$$

т.е. $\frac{7}{8}x+20=x$, односно $x=160m$.

38. Бидејќи првиот и вториот заедно тежат 12 *kg*, вториот и третиот заедн

тежат 13,5 *kg* добиваме дека третиот пакет е 1,5 *kg* потежок од првиот. Бидејќи третиот и четвртиот заедно тежат 11,5 *kg*, а четвртиот и петтиот заедно 8 *kg*, добиваме дека третиот пакет е 3,5 *kg* потежок од петтиот. Го означуваме третиот пакет со x. Од условот следува дека:

$$(x-1,5)+x+(x-3,5)=16$$

од каде $x=7$. Лесно се добива тежината на секој од пакетите. Првиот тежи 5,5 *kg*, вториот 6,5 *kg*, четвртиот 4,5 *kg* и петтиот 3,5 *kg*.

39. Нека x е мерниот број на тежината на телото на Земјата чиј мерен број на тежината на Марс е 31. Тогаш $x-0,38x=31$ што значи дека тежината на телото на Земјата е $x=50$. Според тоа, телото кое на Марс тежи 31*N*, на Земјата тежи 50*N*, на Месечината тежи

$$50-0,16\cdot 50=42N\,,$$

а на Јупитер тежи $50\cdot 2,64=132N$

40. Нека Јован има x години, а Стојан има y години. По две години Јован ќе има два пати повеќе години отколку што имал пред две години, па $x+2=2(x-2)$. Од овде е $x=6$, што значи дека Јован сега има 6 години.
Аналогно добиваме дека $y+3=3(y-3)$, од каде е $y=6$. Значи и Стојан има 6 години.

41. Ако Митре во 1992 година имал x години, тогаш неговата мајка имала $x+25$ години и била шест пати постара од него. Значи, $6x=x+25$, па е $x=5$. Митре во 1992 година имал 5 години, а денеска 2013 година има $21+5=26$ години. Мајката на Митре има $26+25=51$ година.

42. Нека детето сега има y години. Според изјавата на Харалампие добиваме

$$2y-3(y-6)=y$$

од каде $y=9$. Значи, детето имало 9 години.

43. Нека внукот има x години. Тогаш таткото има $7x$ години, а дедото има $12x$ години. Од равенката

$$x+7x+12x=100$$

добиваме $x=5$. Значи, внукот има 5, таткото има 35, а дедото има 60 години.

44. Да го означиме со x бројот на годините што треба да поминат за таткото да биде двапати постар од синот. По изминувањето на x години, бројот на годините на таткото, $35+x$, ќе биде двапати поголем од бројот на годините на синот, $7+x$, па имаме

$$35+x=2(7+x),$$

од каде што добиваме $x=21$.

Значи, таткото ќе биде двапати постар од синот после 21 година.

45. Ќе го означиме бројот на годините на Борче со x. Тогаш мајката на Борче има три пати повеќе години, односно $3x$ години, а таткото има четири години повеќе од мајката, односно има $3x+4$ години. Бидејќи вкупно имаат 88 години, добиваме $x+3x+(3x+4)=88$, односно $7x+4=88$. Значи $7x=84$ и $x=12$. Значи, Борче има 12 години, неговата мајка 36, а неговиот татко 40 години.

46. Ако по три години Мирјана има x години, а нејзината мајка ќе има 30 години. Од условот на задачата имаме $3\cdot x=30$. Според тоа, Мирјана по три години ќе има $x=30:3=10$ години, а сега има $10-3=7$ години.

47. Ако сестрата на Зоран има x години, тогаш тој има $2x$ години, а мајка му има $4x$ години во 2000-тата година. Тие се родени

$$2000-x, 2000-2x, 2000-4x,$$

година. Од условот на задачата имаме

$$(2000-x)+(2000-2x)+(2000-4x)=5916\text{, т.е. } 7x=84$$

Значи, Зоран во 2000-тата година имал 24 години, а во 2013-та година ќе има 37 години.

48. Нека a се годините на Ана, m се годините на Марија, а e се годините на Елена. Па според тоа, $a+m+e=35$. Годините се однесуваат како костените и тоа:

$$m:a=4:3,\quad m:e=6:7$$

$$a=\tfrac{3}{4}m,\quad e=\tfrac{7}{6}m$$

Сега,

$$m+\tfrac{3}{4}m+\tfrac{7}{6}m=35$$

$$\frac{12m+9m+14m}{12}=35$$

$$\frac{35}{12}m = 35$$

$$m = 12, \quad a = \frac{3}{4}\cdot 12 = 9, \quad e = \frac{7}{6}\cdot 12 = 14$$

Бидејќи $770:35 = 22$, следува дека на Марија и припаднале $22\cdot 12 = 264$ костени, на Ана $22\cdot 9 = 198$ костени, а на Елена $22\cdot 14 = 308$ костени.

49. Нека Јоцо го замислил бројот x. Тогаш од условот на задачата имаме $4,5x - 12,3 = 5,7$. Оттука $x = 4$, што значи дека Јоцо го замислил бројот 4.

50. Ако цифрата на единиците ја означиме со x, тогаш цифрата на десетките ќе биде $3x$. Од условот на задачата имаме

$$78(10\cdot 3x + x) = 78(10x + 3x) + 2808,$$

од каде добиваме $1404x = 2808$, т.е. $x = 2$.
Значи, бараниот бој е 62.

51. Со x да го означиме петцифрениот број составен од цифрите, после бројот 5, на почетниот број во истиот редослед. Тогаш почетниот број е $500000 + x$, а новодобиениот број е $10x + 5$. Според условот на задачата ја добиваме равенката $500000 + x = 4(10x + 5)$ од која наоѓаме $x = 12820$. Почетниот број е $500000 + 12820 = 512820$.

52. Со додавање на 10 бројот x е зголемен $\frac{1000}{x}$%. Ако го зголемиме бројот $x + 10$ за $\frac{1000}{x}$% добиваме 72. Значи,

$$x + 10 + \frac{10}{x}(x + 10) = 72,$$

односно,

$$x^2 - 52x + 100 = 0$$

или

$$(x - 2)(x - 50) = 0.$$

Производот на два броја е еднаков на нула ако едниот или другиот е еднаков на нула. Значи $x = 2$ или $x = 50$. Условот на задачата го задоволува само решението $x = 2$.

53. Нека бараните броеви се x и $x + 10$. Петар го добил бројот

$$p = x(x + 10) - 40,$$

па извршената проверка дала $10x+9$. Бројот x е решение на равенката

$$x(x+10)-40=10x+9.$$

Одовде $x^2=49$, односно $x=7$. Бараните броеви се 7 и 17.

54. Според услов $5\cdot\overline{abcde7}=\overline{7abcde}$. Ако бројот $\overline{abcde}$ го означиме со x, тогаш $5(10x+7)=700000+x$ од што следува $x=14285$. Шестцифрениот број е 142857.

55. Нека со x го означиме најмалиот од четирите броеви. Тогаш ги имаме следните четири броеви: $5x-5,\ 5x+5,\ x$ и $25x$. Од тоа што дадениот збир е 396 се добива равенката:

$$(5x-5)+(5x+5)+x+25x=396,$$

односно $36x=396$, од каде $x=11$. Па, бараните броеви се: 50, 60, 11 и 275.

56. Ако непознатиот број го означиме со x, од условот ја добиваме равенката:

$$(x+4)\cdot 9-311=2011,$$

од што наоѓаме

$$9(x+4)=2011+311,$$

т.е.

$$9(x+4)=2322,\ x+4=258,$$

односно $x=254$. Бараниот број е 254.

57. Нека бараниот четирицифрен број е $\overline{abc4}$. Од условот на задачата последователно имаме

$$\overline{abc4}=\overline{abc}+2011$$
$$\overline{abc0}+4=\overline{abc}+2011$$
$$10\overline{abc}-\overline{abc}=2011-4$$
$$9\overline{abc}=2007$$
$$\overline{abc}=223$$

што значи дека бараниот број е 2234.

58. Нека x е најмалиот од собраните броеви. Тогаш најголемиот број е $x+30$, а средниот меѓу собраните броеви е $x+15$, па затоа важи

$$x+x+1+x+2+x+3+...+x+30=2010+x+15$$
$$31x+1+2+3+...+28+29+30=2025+x$$
$$31x+(1+30)+(2+29)+...+(15+16)=2025+x$$
$$31x+15\cdot 31=2025+x$$
$$31x+465=2025+x$$
$$31x-x=2025-465$$
$$30x=1560$$
$$x=52.$$

Бараните броеви се 52, 53, 54, 55, ..., 80, 81, 82 и најголем меѓу нив е бројот 82.

59. *Прв начин.* Бараниот број да го означиме со x. Од условот на задачата последователно добиваме

$$[(x-1\tfrac{1}{20})\cdot\tfrac{4}{5}+2\tfrac{21}{25}]:0,01=1400$$
$$(x-\tfrac{21}{20})\cdot\tfrac{4}{5}+\tfrac{71}{25}=14$$
$$(x-\tfrac{21}{20})\cdot\tfrac{4}{5}=\tfrac{279}{25}$$
$$x=15.$$

Втор начин. Пред да се добие резултатот 1400 добиен е бројот $1400\cdot 0,01=14$. Понатаму, пред да се добие бројот 14 добиен е бројот $14-2\frac{21}{25}=14-\frac{71}{25}=\frac{279}{25}$. Пред да се добие бројот $\frac{279}{25}$ добиен е бројот $\frac{279}{25}\cdot\frac{5}{4}=\frac{279}{20}$. Конечно, почетниот број е $\frac{279}{20}+1\frac{1}{20}=\frac{279}{25}+\frac{21}{20}=15$.

60. Нека во секој автобус имало по x патници (x е природен број). Тогаш пешки отишле $6x+\frac{6x\cdot 15}{100}=\frac{69x}{10}$ патници. Но, $\frac{69x}{10}$ е природен број, што значи дека x е делив со 10. Од дадените податоци имаме: $6x>150$, $6x+\frac{69x}{10}\le 400$, па е $25<x\le 31\frac{1}{129}$. Бидејќи x е цел број делив со 10, наоѓаме $x=30$.

61. За првите 5 дена двајцата работници ќе завршат $\frac{5}{12}$ од работата, а преостанатите $\frac{7}{12}$ од работата вториот работник ќе ги заврши за 17,5 дена. Ако со y го означиме делот од работата која за еден ден ќе ја заврши вториот работник добиваме

$$17{,}5y = \frac{7}{12}\text{, т.е. } y = \frac{7}{12\cdot 17{,}5} = \frac{1}{30}$$

од што следува дека тој работата самостојно ќе ја заврши за 30 дена. Бидејќи целата работа двајцата работници заедно ја завршуваат за 12 дена, ако со x го означиме бројот на деновите за кои првиот работник самостојно ќе ја заврши работата добиваме $\frac{1}{x}+\frac{1}{30}=\frac{1}{12}$, од каде наоѓаме $x=20$.

62. Нека, почнувајќи од 16-тиот ден, $33-9$ работници ја завршат работата за x дена. Тогаш важи: $80\cdot 33 = 16\cdot 33 + x(33-9)$ од каде $x=88$. Значи, целата работа ќе се заврши за $88+16$ дена, па задоцнувањето ќе биде $8+16=24$ дена.

63. Ако претпоставиме дека Милан за x денови ќе ја заврши целата работа, тогаш на Марко ќе му бидат потребни $x+5$-денови. Начинот на кој е извршена работата е даден со следната равенка $\frac{3}{5}x+\frac{2}{5}(x+5)=12$ откаде со решавање се добива дека x=10. За еден ден Милан и Марко заедно би завршиле $\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{6}$ од работата, што значи дека целата работа заедно би ја завршиле за 6 дена.

64. Нека првата цевка сама го полни базенот за t часа. Тогаш за 6 часа ќе наполни $\frac{6}{t}$ делови од базенот. Според условот, втората цевка го полни базенот за $t+5$ часа. За еден час полни $\frac{1}{t+5}$ делови од базенот, а за 6 часа $\frac{6}{t+5}$ делови од базенот. Бидејќи за 6 часа со истовремена работа на двете цевки базенот ќе се наполни, равенката е:

$$\frac{6}{t}+\frac{6}{t+5}=1 \Leftrightarrow \frac{6(t+5)+6t}{t(t+5)}=1 \qquad \Leftrightarrow t^2-7t-30=0,\left(t\neq 0; t\neq -5\right),$$

чии решенија се $t_1=10; t_2=-3$. Бидејќи времето не може да биде негативно единствено решение е t =10. Значи времето потребно втората цевка да го наполни базенот е $t+5$, т.е. 15 часа.

65. Бидејќи на Мирјана и Милица за преводот на текстот им се потребни 30 часови, добиваме дека за 1 час тие ќе преведат $\frac{1}{30}$ дел од текстот.

Аналогно, Мирјана и Милан за 1 час ќе преведат $\frac{1}{42}$ дел од текстот и Милица и Милан за еден час ќе преведат $\frac{1}{35}$ дел од текстот. Според тоа, за два часа Мирјана, Милица и Милан ќе преведат

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{35}=\frac{7+5+6}{210}=\frac{18}{210}=\frac{3}{35}$$

дел од текстот, што значи дека за 1 час тие заедно ќе преведат $\frac{3}{35}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{70}$ дел од текстот. Целиот текст би го превеле за x часови, па оттука ја имаме равенката $\frac{3}{70}x=1$, чие решение е $x=\frac{70}{3}$.

Конечно, ако сите тројца работата заедно, работата ќе ја завршат за 23 часа и 20 минути.

66. Нека x е бројот на деновите за кои Ивана ја прочитала книгата. Тогаш просечно таа читала по $\frac{480}{x}$ страници на ден, а $\frac{480}{x-5}$ е просечниот број на страници кои би ги прочитала, ако дневно читала по 16 страници повеќе. Затоа важи $\frac{480}{x}+16=\frac{480}{x-5}$. Последната равенка после средувањето можеме да ја запишеме во обликот $x^2-5x-150=0$, односно $(x+10)(x-15)=0$. Производ на два броја е еднаков на нула, ако еден од множителите е еднаков на нула, па затоа решенија на последната равенка се $x_1=-10$ и $x_2=15$. Бројот на деновите не може да биде негативен број, што значи дека Ивана книгата ја прочитала за 15 дена.

67. Прво да забележиме дека бројчаникот на часовникот е поделен на 60 еднакви дела и дека поголемата стрелка поминува едно делче за една минута, малата стрелка исто такво делче поминува за 12 минути, т.е. изминатите "патишта" за исто време се однесуваат како 12:1.
Со x да го означиме "патот" што ќе го измине големата стрелка до поклопувањето со малата стрелка. За тоа време малата стрелка ќе измине пат од $x-45$ поделци, па, значи:

$$x:(x-45)=12:1,$$

од каде што добиваме $x=12(x-45)$, т.е. $x=49\frac{1}{11}$. Значи, големата стрелка ќе ја стигне малата откако ќе помине $49\frac{1}{11}$ делови, т.е. после $49\frac{1}{11}$ минути.

68. Стрелката што ги покажува минутите ротира 12 пати побрзо од стрелката што ги покажува часовите. Ако со x го означиме аголот меѓу две преклопувања изразен во $\frac{1}{60}$ - тиот дел од цел круг (агол кој го ротира минутарникот за 1 минута), тогаш важи $x=\frac{60+x}{12}$; $x=\frac{60}{11}=5+\frac{5}{11}$. Значи, наредното преклопување ќе се случи за $1\frac{1}{11}$ часа.

69. Големата стрелка на часовникот е 12 пати побрза отколку малата, а се наоѓа на поделокот кој означува 15 минути. Ако со x го означиме времето потребно купувачот да заврши со купувањето (изразено во минути), ја добиваме равенката $15+\frac{x}{12}=x$, од каде $x=16\frac{4}{11}$ минути.

70. Нека малата стрелка, која ги покажува часовите, за тоа време изминала x степени. Тогаш големата стрелка изминала од една страна $12x$ степени, а од друга страна $90+x+75$ степени. Значи, $165+x=12x$, т.е. $x=15$. Значи големата стрелка изминала 165+15=180 степени. Бидејќи секои 6^0 се една минута, добиваме дека Тодор се задржал 30 минути во берберницата.

71. Стрелката која покажува минути се движи 12 пати побрзо од стрелката која покажува часови. Затоа првата, за исто време, поминува 12 пати поголем пат од втората, односно втората поминува 12 пати помал пат од првата. Според тоа, додека првата направи x минути, втората ќе направи $\frac{x}{12}$ минути. Во моментот кога стрелките се поклопуваат, меѓу 5 и 6 часот, за x важи $x-\frac{x}{12}=25$. Значи, $x=27\frac{3}{11}$. Според тоа, стрелките се поклопуваат во 5 часот и $27\frac{3}{11}$ минути. Во моментот кога стрелките формираат прав агол, меѓу 5 и 6 часот, за x важи $x-\frac{x}{12}=25-15$. Според тоа, $x=10\frac{10}{11}$. Значи, стрелките формираат прав агол во 5 часот и $10\frac{10}{11}$ минути.

72. За 1 час часовникот оди побрзо $\frac{4}{24}$ мин = $\frac{1}{6}$ мин, а тоа е $\frac{1}{360}$-ти дел од часот. Од 6 часот денес до 20 часот утре ќе поминат 38 часови. Нашиот часовник после x часови ќе го покажува бараното време, а исто-

времено ќе оди побрзо $\frac{x}{360}$ часови. Од тука ја имаме равенката

$$x+\frac{x}{360}=38,$$

чие решение е $x=37\frac{17}{19}$. Значи, точното време ќе биде

$$37\frac{17}{19}-18=19\frac{17}{19} \text{ часови.}$$

73. Големата стрелка прави цел круг, додека малата минува $\frac{1}{12}$ од кругот (5 минути). Ако со x го означиме бројот на минутите кои Милан ги поминал на пат, добиваме дека за тоа време малата стрелка минала $\frac{x}{12}$ минутни делови, па е

$$x-120+\frac{x}{12}=60.$$

Оттука

$$x=\frac{12}{13}\cdot 180=2^{h}46\frac{2}{13}\min .$$

Ако Милан тргнал во y до 9^{h}, тогаш до 9^{h} големата стрелка ќе помине y минутни делови, а малата $\frac{y}{12}$ минутни делови. Бидејќи растојанието меѓу стрелките е $\frac{180}{13}$ минутни делови, добиваме

$$\frac{180}{13}-\frac{y}{12}+y=15,$$

од каде што следува дека $y=\frac{180}{11\cdot 13}$.

74. Нека со a ја означиме должината на свеќите.. Тогаш, за x часови од првата свеќа ќе изгори $\frac{a}{5}x$, а од втората $\frac{a}{4}x$. Значи, она што останало од првата свеќа $a-\frac{a}{5}x$, а од втората $a-\frac{a}{4}x$. Според условот на задачата следува дека остатокот од првата свеќа е 4 пати поголем од остатокот на втората свеќа, имаме:

$$a-\frac{a}{5}x=4(a-\frac{a}{4}x) .$$

По решавањето на равенката се гледа дека должината на свеќата не влијае на решението. Се добива $x=3h\,45\min$, што значи дека свеќите се изгаснати во 23 часот и 45 минути.

75. Нека x е сумата пари која ја има секое дете после купувањето на топ-

ката. Од условот на задачата имаме

$$x+70+x+62+x+58=400,$$
$$3x+190=400,$$
$$x=(400-190):3=70.$$

Конечно, првото дете имало $70+70=140$ денари, второто имало $70+62=132$ денари и третото имало $70+58=128$ денари.

76. Ако со x ги означиме парите што Жарко ги имал на почетокот, тогаш Лена на почетокот имала $3x$ денари. Според условот $4(x-10)=3x-10$ се добива $x=30$, од каде заклучуваме дека на почетокот Жарко имал 30 денари, а Лена 90 денари.

77. Нека неподврзана книга чини x денари. Тогаш подврзана книга чини $x+\frac{28}{100}x$ па $x+\frac{28}{100}x=320$. Од овде е x=250, односно неподврзана книга чини 250 денари.

78. Ако Марко имал x денари, тогаш Петар имал 90-x денари. Кога Петар потрошил $\frac{3}{8}$ од својата сума, а Марко $\frac{3}{10}$ од својата сума, потрошиле $\frac{1}{3}$ од вкупната сума, односно 30 денари. Решавајќи ја равенката

$$\frac{3}{8}(90-x)+\frac{3}{10}x=30$$

Добиваме x = 50. Значи Марко имал 50 денари, а Петар 40 денари.

79. Ако Лазо понел x денари, тогаш

$$\frac{5}{6}x\cdot\frac{60}{100}+50+700=x.$$

Од последната равенка добиваме x = 1500. Значи, Лазо имал 1500 денари.

80. Нека остатокот од парите на Владо, Нада и Јагода е x денари. Значи Владо има $2x$, Нада $3x$, а Јагода $5x$ денари. Според тоа,

$$2x+3x+5x=600,$$

од каде x = 60. Конечно, Владо има 120 денари, Нада 180, а Јагода 300 денари.

81. Нека скитникот имал x денари. После првото поминување на мостот скитникот имал $2x-24$ денари. После второто поминување на мостот

скитникот имал $2(2x-24)-24$ денари, а после третото минење на мостот скитникот имал $2(2(2x-24)-24)-24$ денари. Затоа, решавајќи ја равенката

$$2(2(2x-24)-24)-24=0,$$

добиваме $x=21$. Значи, скитникот имал 21 денар.

82. Ако Ване заработил *x* денари, тогаш Аце заработил *2x* денари, а Стојче заработил $x+2x+180=3x+180$ денари. Тогаш од

$$x+2x+3x+180=6000,$$

добиваме $x=970$. Значи, Ване заработил 970, Аце 1940 и Стојче 3090 денари.

83. Бидејќи $НЗС(5,9)=45$ ќе земеме дека Јован добил $45x$ денари. Тогаш Михајло добил $\frac{2}{5}\cdot 45x=18x$, а Симон $\frac{7}{9}\cdot 18x=14x$ денари. Вкупната сума е

$$45x+18x+14x=77x=7777,$$

т.е. $x=101$. Значи Јован добил 4545, Михајло 1818 и Симон 1414 денари.

84. Ако x е вкупниот број посетители, тогаш вкупниот приход на почетокот е $200x$, а потоа е за 20% поголем т.е. $240x$. Бидејќи бројот на посетителите е 50% поголем тој сега е $1,5x$. Според тоа, новата цена на влезницата е $240x:1,5x=2400:15=160$ денари.

85. Имаме:

$$\tfrac{1}{4}105\%+\tfrac{1}{2}90\%+\tfrac{1}{4}(100+x)\%=1,$$

т.е.

$$\tfrac{1}{4}1,05+\tfrac{1}{2}0,9+\tfrac{1}{4}\tfrac{100+x}{100}=1,$$

што значи

$$105+180+100+x=400,$$

па затоа $x=15$.

86. Стоката која останала непродадена е $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$. Од половина од стоката заработено е $\frac{1}{2}\cdot\frac{85}{100}$ од планираната сума пари, а од третина од

стоката $\frac{1}{3}\cdot\frac{110}{100}$ од планираната сума пари. Според тоа, од остатокот од стоката треба да се заработи $1-\frac{1}{3}\cdot\frac{110}{100}-\frac{1}{2}\cdot\frac{85}{100}=\frac{125}{600}$ од планираната сума пари. Ако со x го означиме процентот по кој остатокот од стоката е продаден добиваме $\frac{1}{6}\cdot\frac{x}{100}=\frac{125}{600}$, т.е. $x=125\%$. Значи, остатокот од стоката треба да го продадеме по цена 25% повисока од планираната.

87. Нека на почетокот Цане имал x денари. На крајот од првиот ден имал $x-100+\frac{x-100}{3}=\frac{4}{3}(x-100)$ денари. На крајот од вториот ден имал $\frac{4}{3}(\frac{4}{3}(x-100)-100)$ денари. На крајот од третиот ден имал

$$\frac{4}{3}(\frac{4}{3}(\frac{4}{3}(x-100)-100)-100) \text{ денари.}$$

Според тоа,

$$\frac{4}{3}(\frac{4}{3}(\frac{4}{3}(x-100)-100)-100)=2x$$

Решението на оваа равенка е $x=1480$ денари

88. Ако со x ја означиме сумата која трговецот ја имал на почетокот, тогаш: после првата година на трговецот му останале $\frac{7}{5}x-100$ фунти, после втората година $\frac{7}{5}(\frac{7}{5}x-100)-100$, а после третата година $\frac{7}{5}(\frac{7}{5}(\frac{7}{5}x-100)-100)-100$ фунти, и тоа е еднакво на $2x$ фунти. Значи,

$$\frac{7}{5}(\frac{7}{5}(\frac{7}{5}x-100)-100)-100=2x$$

т.е. $x=586,02151$ или 586 фунти и 2 пени имал трговецот на почетокот на првата година

89. Бројот на златниците да го означиме со x. Првиот брат добил $100+\frac{1}{6}(x-100)$, а вториот $200+\frac{1}{6}(x-200-100-\frac{1}{6}(x-100))$ златници. Бидејќи добиле еднаков број златници имаме

$$100+\frac{1}{6}(x-100)=200+\frac{1}{6}(x-200-100-\frac{1}{6}(x-100))$$

од каде наоѓаме $x=2500$. Значи, првиот брат добил 500 златници, а бројот на браќата е 5. Лесно се проверува дека 2500 златници можат да се поделат на 5 браќа на споменатиот начин.

90. Нека x е сумата пари кои таткото им ги поделил на своите деца. Првото дете добило $1000+\frac{1}{8}(x-1000)$ односно $\frac{1}{8}x+875$. Второто дете добило $2000+\frac{1}{8}(x-\frac{1}{8}x-875-2000)$ односно $\frac{7}{64}x+\frac{13125}{8}$. Бидејќи двете деца добиле исто пари важи

$$\frac{1}{8}x+875=\frac{7}{64}x+\frac{13125}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{64}x=\frac{6125}{8} \Leftrightarrow x=49000.$$

Притоа првото дете добило $\frac{1}{8}\cdot 49000+875=7000$, од каде следува дека вкупно биле 7 деца.

91. Нека со x ја означиме количината на грав која Миле ја продал по 8 денари за килограм и при тоа заработил $8x$ денари. Миле вложил 1630 денари за 163 kg грав по цена од 10 денари и $5(x-163)$ денари за купување на евтиниот грав. Кога платил 23% данок, што пресметано изнесува $8x\cdot 0.23$ му останале 1998 денари. На тој начин ја составуваме равенката

$$8x-1630-5(x-163)-8x\cdot 0,23=1998$$

чие решение е $x=2425\,kg$.

92. Нека означиме со x - цената на материјалот, а со y - количината на материјалот во метри. После намалувањето имаме:

$$x-52\%x=x-0,52x=0,48x$$

Тогаш

$$240=0,48x\cdot y+0,48x$$

Пред намалувањето имаме: $270=xy$, па затоа

$$240=0,48\cdot 270+0,48x$$
$$240=129,6+0,48x$$
$$x=230$$

Цената на материјалот пред намалувањето била 230 денари.

93. Едно моливче чини x денари. Тогаш, од условот на задачата имаме дека $6x+7=10x-5$, односно $4x=12$ или едно моливче чини $x=3$ денари. Ана имала 6·3+7=25 денари.

94. Ако еден килограм цреши е p денари, тогаш еден килограм јагоди е $p+40$ денари. Според условот на задачата

$$7p+280=9p$$
$$2p=280$$
$$p=140.$$

Цреишите чинат 140 денари за килограм, а јагодите 180 денари за килограм.

95. Ако Дејан имал x денари, тогаш Марко имал $900-x$ денари. Според условот $\frac{3}{8}x+\frac{3}{10}(900-x)=300$. Со решавање на равенката добиваме $x=400$. Од што Дејан имал 400 денари, а Марко 500 денари.

96. Ако цената на тапата е x денари, тогаш цената на шишето без тапа е $x+19$. Според тоа $x+x+19=20$, односно $2x=1$. Решение на последната равенка е $x=0,5$ денари. Сега, цената на шишето(без тапа) е $20-0,5=19,5$ денари.

97. Нека човекот на почетокот имал x денари. На крајот од првиот ден имал $x-100+\frac{x-100}{3}=\frac{4}{3}(x-100)$ денари. На крајот од вториот ден имал $\frac{4}{3}[\frac{4}{3}(x-100)-100]$ денари. На крајот од третиот ден имал $\frac{4}{3}\{\frac{4}{3}[\frac{4}{3}(x-100)-100]-100\}$ денари.

Според тоа:

$$\frac{4}{3}\{\frac{4}{3}[\frac{4}{3}(x-100)-100]-100\}=2x.$$

Решението на ова равенка е $x=1480$ денари.

98. Кога ги донел јаболките на пазар Симе продал x јаболка, што значи дека $x+15=\frac{5}{6}\cdot 258$, односно $x=\frac{5}{6}\cdot 258-15=200kg$. Претпладне продал $\frac{3}{8}\cdot 200+5=80kg$ и заработил $80\cdot 35=2800$ денари. Според тоа, попладне продал $200-80=120kg$ и за тоа добил $2800\cdot 1\frac{5}{7}=4800$ денари. Според тоа, попладне Симе јаболките ги продавал $4800:120=40$ денари за килограм.

99. Нека пред намалувањето на цената 1 kg чоколадни бонбони чинеле x денари. Тогаш, за 2700 ден. може да се купат $\frac{2700}{x}$ kg бонбони. По на-

малувањето на цената 1 kg чоколадни бонбони вреди 70% од првобитната цена, т.е. $0,7x$ kg, па за 1918 денари може да се купи $\frac{1918}{0,7x}$ kg бонбони. Притоа, $\frac{1918}{0,7x}-\frac{2700}{x}=1$, т.е. $1918-1890=0,7x$, односно $x=40kg$. Според тоа, пред намалувањето, цената на 1 kg бонбони била 40 денари, односно за 2700 денари може да купи 67,5 кг бонбони.

100. Првата цевка за 1 минута сама ќе наполни $\frac{1}{18}$ од базенот, а втората цевка за 1 минута сама ќе наполни $\frac{1}{12}$ од базенот. За првите 8 минути првата цевка ќе наполни $\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$ од базенот. Нека после x минути двете цевки заедно го наполниле базенот. За тие x минути тие заедно наполниле $x\frac{1}{18}+x\frac{1}{12}$ од базенот. Значи, $x\frac{1}{18}+x\frac{1}{12}+\frac{4}{9}=1$ од каде е $x=4$. Значи, двете цевки заедно течеле 4 минути.

101. Нека втората цевка сама го полни базенот за x часа. Тогаш за еден час, првата цевка сама полни $\frac{1}{12}$ од базенот, додека втората $\frac{1}{x}$ од базенот. Од условите на задачата, ја добиваме равенката
$$7\cdot\frac{1}{12}+3(\frac{1}{12}+\frac{1}{x})=1,$$
од каде се добива $x=18$. Значи втората цевка сама го полни базенот за 18 часа.

102. Ако после 6 часа од втората цистерна се излеат x литри вода, за истото тоа време од првата цистерна ќе се излеат $3x$ литри вода. На тој начин ја добиваме равенката $540-3x=360-x-60$, од каде $x=120l$. Па, од првата цистерна за еден час ќе се излеат $60l$ вода, а од втората $20l$.

103. Ако Елена го испие пивото за x денови, тогаш таа дневно ќе испие $\frac{1}{x}$ дел од пивото. Но, Димитрија дневно пие $\frac{1}{21}$ дел од пивото, а заедно со Елена $\frac{1}{14}$ дел од пивото. Затоа $\frac{1}{x}+\frac{1}{21}=\frac{1}{14}$, т.е. $\frac{1}{x}=\frac{1}{14}-\frac{1}{21}=\frac{1}{42}$. Конечно $x=42$. Значи, Елена сама ќе го испие пивото за 42 дена.

104. Во дадените 42 литри има $42\cdot 0,95=39,9$ литри чиста оцетна кисели-

на. Нека со додавање на x литри вода се добива оцетна киселина со јачина70%. Значи,

$$\frac{39,9}{42+x}=\frac{70}{100}$$

од каде е $x=15$. Според тоа, треба да се додадат 15 литри вода.

105. Со x да го означиме волуменот на чашата. После секое пиење, во чашата останувало млеко односно кафе како што следува:

- после првото пиење: $\frac{4}{5}x$ млеко и $\frac{1}{5}x$ кафе;

- после второто пиење:

$$\frac{4}{5}x-\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}x=\frac{16}{25}x \text{ млеко и } \frac{1}{5}x-\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}x=\frac{9}{26}x \text{ кафе}$$

- после третото пиење:

$$\frac{16}{25}x-\frac{1}{5}\cdot\frac{16}{25}x=\frac{64}{125}x \text{ млеко и } \frac{9}{25}x-\frac{1}{5}\cdot\frac{9}{25}x=\frac{36}{125}x \text{ кафе.}$$

Според тоа,

$$\frac{64}{125}x-\frac{36}{125}x=28,$$

од што добиваме $x=125cm^3$.

106. Во 120 литри 10% раствор на алкохол имаме 12 литри чист алкохол и 108 литри вода. Нека се додадени x литри вода. Тогаш имаме 12 литри алкохол и $120+x$ литри раствор, па е

$$12:(120+x)=0,04 \text{ или } 12:0,04=120+x$$

Значи, $x=300-120=180$ литри.

107. Кога од x литри алкохол одлееме 2 литри и дотуриме 2 литри вода во растворот, ќе добиеме $x-2$ литри чист алкохол, т.е. ќе добиеме $\frac{100(x-2)}{x}$ процентен алкохол. Вкупното количество на чист алкохол после второто претурање ќе биде $x-2-2\cdot\frac{x-2}{x}$ литри, а тоа според условот е $0,36x$. Така ја добиваме равенката

$$x-2-2\cdot\frac{x-2}{x}=0,36x.$$

После множење со x добиваме

$$x(x-2)-2(x-2)=0,36x^2$$

односно

$$(x-2)^2=0,36x^2$$

Бидејќи x и $x-2$ се позитивни величини, добиваме $x-2=0,6x$, од каде е $x=5$. Значи, садот содржи 5 литри раствор.

108. Нека x е бројот на литрите кој треба да се одреди и нека t е количеството на топлина со која 1 l вода се загрева за 1^0 C. Тогаш количеството топлина кое се наоѓа во xl вода од 12^0C е $12xt$, количеството на топлина кое се наоѓа во $5l$ вода со температура од 70^0C е $350t$, а количеството на топлина кое се наоѓа во $(x+5)\,l$ мешавина со температура од 37°C е $37(x+5)t$. Количеството топлина кое се наоѓа во xl вода со температура од 12^0C и кое се наоѓа во 5 l вода со температура од 70^0C е еднакво на количеството на топлина кое се наоѓа во $(x+5)l$ вода на температура од 37^0 C. Според тоа,

$$12xt+350t=37(x+5)t$$

или како е $t\neq 0$, имаме

$$12x+350=37(x+5)\,.$$

Решението на оваа равенка е $x=6,6$. Значи, бараното количество на вода е $6,6l$.

109. Нека има x работници. Жени има 35%, а мажи 65%. Значи мажи има $x\cdot 30\%$ повеќе од жени, па $\frac{30}{100}x=42$. Значи, $x=140$, т.е. во претпријатието работат 140 работници.

110. Нека Питагора имал x ученици. Од неговиот одговор ја добиваме равенката $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{7}+3=x$ чие решение е x= 28. Значи, Питагора имал 28 ученици.

111. Нека минатата година бројот на девојчињата во тоа училиште е x. Тогаш минатата година бројот на момчињата изнесува $850-x$. Оваа година девојчиња има $x+3\%x=1,03x$, а момчиња има

$$850-x-4\%(850-x)=0,96(850-x)\,.$$

Важи

$$1,03x+0,96(850-x)=844\,,$$

од каде наоѓаме $x=400$, односно $1,03x=412$. Според тоа, оваа година бројот на девојчињата во училиштето е 412.

112. Ако со x го означиме бројот на задачите кои ученикот ги решил, тогаш му останале $20-x$ нерешени задачи. Според условот на задачата можеме да ја составиме равенката

$$4x- \; 3(20-x)=38$$

чие решение е x = 14. Значи, ученикот решил 14 задачи, односно 70% од вкупниот број задачи.

113. Со x да го означиме бројот на деновите за кои на А му е испратено 61 писмо. За тоа време B од A добил $\frac{x-1}{3}$ писма, а од C $\frac{x-1}{4}$ писма, или од A и C вкупно добил $\frac{7(x-1)}{12}$ писма. Исто така, C од A добил $\frac{x-1}{2}$ писма, а од B $\frac{x-1}{3}$ писма или од A и B вкупно $\frac{5(x-1)}{6}$ писма.

Значи, за x дена B ќе му прати на A $\frac{7(x-1)}{12\cdot 4}$ писма, а C ќе му испрати на A : $\frac{5(x-1)}{6\cdot 3}$ писма, па затоа $\frac{7(x-1)}{48}+\frac{5(x-1)}{18}=61$ писмо. Решението на оваа равенка е x=145. Бидејќи последното испратено писмо треба да патува еден ден, A ќе добие 61 писмо за 146 дена.

114. Нека со x го очначиме бројот на колците. Тогаш има $x+1$ вол. Од вториот услов добиваме дека $x+1=2(x-1)$, од каде е $x=3$. Значи, во дворот имало три колци, а Петре дотерал 4 волови.

115. Со x да го означиме бројот на ореви што ги имале децата на крајот. Тогаш, бабата на првото внуче му дала $\frac{x}{2}$ ореви, на второто му дала $x-2$ ореви, на третото му дала $x+2$ ореви, а на четвртото му дала $2x$ ореви. Бидејќи бабата на сите внучиња им поделила вкупно 45 ореви, добиваме дека

$$\frac{x}{2}+x-2+x+2+2x=45$$

од каде $x=10$. Затоа првото внуче добило од баба Стојна 5 ореви, второто добило 8 ореви, третото добило 12 ореви и четвртото добило 20 ореви.

116. Да го означиме планираниот број на ученици со x. Тогаш по пријавувањето имало $x+\frac{2}{9}x=\frac{11}{9}x$. Пред тргнувањето се откажале $\frac{3}{11}$ од при-

јавените ученици, т.е. се откажале

$$\frac{3}{11}\cdot\frac{11}{9}x=\frac{3}{9}x=\frac{1}{3}x$$

од планираниот број на ученици. Значи, вкупниот број на ученици кои одат на екскурзија е

$$\frac{11}{9}x-\frac{1}{3}x=\frac{8}{9}x\,.$$

На екскурзија отишле 5 ученици помалку од планираниот број, па според тоа $\frac{8}{9}x=x-5$, т.е. $x=45$

Значи, на екскурзија заминале $x-5=45-5=40$ ученици.

117. Бројот на сите одиграни натпревари на фудбалскиот натпревар е

$$9+8+7+...+2+1=45\,.$$

Ако со x го означиме бројот на нерешени натпревари тогаш $45-x$ е бројот на натпревари кои завршиле со победник. Оттука ја добиваме равенката

$$3(45-x)+2x=120\,,$$

чие решение е $x=15$.

Значи, на фудбалскиот турнир 15 натпревари завршиле нерешено.

118. Нека на почетокот во кесата имало x џамлии. Откога Бојан додал џамлии во кесата, во неа имало $x+x+1=2x+1$ џамлии. Кога Мирко ги додал џамлиите, во кесата имало $2x+1+4x+2+3=6x+6$ џамлии. На крај, откога Здравко ги додал џамлиите во кесата, во неа имало $6x+6+18x+18+5=24x+29$ џамлии. Сега доволно е да ја решиме равенката

$$24x+29=149\,.$$

Нејзино решение е $x=5$.

На почетокот во кесата имало 5 џамлии.

119. Имаме

1. ден x банани,
2. ден $x+6$ банани,
3. ден $(x+6)+6=x+12$ банани,
4. ден $(x+12)+6=x+18$ банани,
5. ден $(x+18)+6=x+24$ банани,

па затоа

$$x+x+6+x+12+x+18+x+24=115$$
$$5x=115-60=55,$$

т.е. $x=11$ банани. Петтиот ден Муки изел 35 банани, а десеттиот ден ќе изеде

$$11+(10-1)\cdot 6=11+54=65 \text{ банани.}$$

120. Според условот на задачата, ако x е вкупниот број на бомбони, Илина првиот ден изела $\frac{1}{5}x+3$ бомбони, а во ќесата останале $\frac{4}{5}x-3$ бомбони. Вториот ден Илина изела $\frac{1}{5}(\frac{4}{5}x-3)+5$ бомбони и за третиот ден и останале 15 бомбони. Според тоа,

$$\frac{1}{5}x+3+\frac{1}{5}(\frac{4}{5}x-3)+5+15=x,$$

од каде последователно наоѓаме

$$x+15+\frac{4}{5}x-3+100=5x,\ 112=4x-\frac{4}{5}x,\ 560=16x,\ x=35.$$

Значи, на почетокот во ќесата имало 35 бомбони.

121. Нека x е бројот на нарачаните честитки. Илина првиот ден изработила $0,1x$ и останале $0,9x$. Вториот ден изработила

$$0,25\cdot 0,9x=0,225x$$

и останале

$$0,9x-0,225x=0,675x,$$

а третиот ден изработила

$$0,4\cdot 0,675x=0,27x,$$

а останале

$$0,675x-0,27x=0,405x$$

честитки. Значи, $0,405x=81$, т.е. биле нарачани $x=81:0,405=200$ честитки.

122. Нека со x го означиме бројот на нарачаните слатки. Тогаш првиот ден се направени $\frac{2}{5}x$ од слатките, вториот ден се направени $\frac{5}{9}(x-\frac{2}{5}x)$, а третиот ден се направени 40 слатки . Значи,

$$\frac{2}{5}x+\frac{5}{9}(x-\frac{2}{5}x)+40=x.$$

Со решавање на оваа равенка се добива дека бројот на нарачани слатки е $x=150$.

123. Кога бројот на пилиња би бил парен, првиот купувач би добил половина пилиња и едно пиле на половина, значи не би било живо. Бидејќи сите пилиња се продадени живи, мора нивниот број на почетокот да бил непарен. Ќе ги поставиме равенките за секој од купувачите. Нека биле вкупно x пилиња.

Првиот купувач купил b, а останале $x-(\frac{x}{2}+\frac{1}{2})=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$ пилиња.

Вториот купувач купил a, а останале $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}-(\frac{x}{4}+\frac{1}{4})=\frac{x}{4}-\frac{3}{4}$.

На крај третиот купувач: $\frac{1}{2}(\frac{x}{4}-\frac{3}{4})+\frac{1}{2}=\frac{x}{8}+\frac{1}{8}$, при што не останало ниту едно пиле, од каде добиваме равенка $\frac{x}{8}-\frac{7}{8}=0$, или бројот на пилињата бил 7.

124. Нека бројот на одиграни натпревари е x. Од условот на задачата имаме: $\frac{2}{3}x$ е бројот на натпревари во кои победила, $\frac{1}{4}x$ е бројот на натпревари во кои изгубила, а

$$x-\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}x=\frac{12x-8x-3x}{12}=\frac{x}{12}$$

е бројот на натпревари во кои играла нерешено. Но, тогаш

$$\frac{1}{4}x-4=\frac{x}{12}\text{, т.е. } x=24.$$

Значи, фудбалската екипа одиграла 24 натпревари, од кои во 16 победила, 6 изгубила, а во два натпревари играла нерешено.

125. Нека x е бројот на јаболката што момчето ги носи со себе. На првиот чувар треба да му даде $\frac{x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{2}$ јаболка. Му останале $x-\frac{x+1}{2}=\frac{x-1}{2}$ јаболка. На вториот чувар трба да му даде $\frac{x-1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{4}$ јаболка. Му останале $\frac{x-1}{2}-\frac{x+1}{4}=\frac{x-3}{4}$ јаболка. И на третиот чувар треба да му даде $\frac{x-3}{8}+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{8}$ јаболка. Бидејќи не е дозволено сечење на јаболката, потребно е броевите $\frac{x+1}{2}$, $\frac{x+1}{4}$ и $\frac{x+1}{8}$ да бидат природни. Значи бројот $x+1$ треба да биде деллив со 8. Најмалиот природен број x за кој што важи ова е $x=7$.

126. **Прв начин.** Ако со x го означиме бројот на компирите што им ги испе-

кол анџијата, тогаш после постапката на првиот патник останале $x-\frac{1}{3}x$ компири. Вториот патник изел $\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x)$ компири, после што останале $x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x)$ компири, од кои третиот патник изел $\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x))$. Според тоа, анџијата изброил

$$x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x)-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x))$$

компири. Од досега изнесеното ја добиваме равенката

$$x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x)-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}x))=8,$$

чие решение е $x=27$ што не е тешко да се добие.

Значи, анџијата испекол 27 компири.

Втор начин. Очигледно третиот патник затекнал 12 компири, бидејќи земал $\frac{1}{3}$ од нив, а останале $\frac{2}{3}$, т.е 8. На сличен начин заклучуваме дека вториот патник затекнал 18 компири, бидејќи зел $\frac{1}{3}$ од нив, а останале $\frac{2}{3}$, т.е. 12. Првиот патник оставил 18 компири што е $\frac{2}{3}$ од компирите што ги затекнал. Значи, тој затекнал 27 компири.

5. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ КОИ СЕ СВЕДУВААТ НА СИСТЕМИ РАВЕНКИ

5.1. ЗАДАЧИ

1. Купени се две свеќи со различна должина и дебелина. Подолгата свеќа сосема изгорува за 3,5 часа, а покусата за 5 часа. Свеќите се запалени во исто време, гореле 2 часа, и должините се изедначиле. Колку проценти едната свеќа на почетокот била подолга од другата?

2. Еден автомобил тргнал од местото A. После половина час, по него, тргнал друг автомобил и го стигнал по 2,5 часови возење. Продолжувајќи го возењето двата автомобили во иста насока, забележано е дека побрзиот автомобил после 1,5 час бил 24 km пред поспориот автомобил. Одредете ги средните брзини на овие два автомобили.

3. Воз преминал преку мост долг 225 m, возејќи со константна брзина, за 27 секунди, сметајќи од доаѓањето на локомотивата на мостот до излегувањето на последниот вагон од мостот. Потоа возот поминал покрај еден пешак, кој се движел спротивно од насоката на движење на возот, за 9 секунди. За тоа време пешакот поминал 9 m. Одреди ја должината на возот во метри и неговата брзина на движење во km/h.

4. Лицето A се движи со чамец низводно по реката минувајќи го патот од местото B до местото C за 10 часа. Растојанието меѓу B и C е 20km. Најди ја брзината на текот на реката ако се знае дека за исто време лицето A поминува 3 km низводно, а 2 km во обратна насока.

5. Стојан и Алекса се качуваат по подвижни скали, кои се движат нагоре. Стојан се движи двапати побрзо од Алекса. Стојан застанал на 15 скалило, а Алекса на 10 скалило. Колку видливи скалила имаат

подвижните скали?

6. Авион прелетал 385 *km* со брзина од 220 *km/h*. Преостанатиот дел од патот го прелетал со брзина од 330 *km/h*. Средната брзина на летот на целиот пат била 250 *km/h*. Колкав пат прелетал авионот?

7. На патека, покрај железничка пруга, се движи пешак со брзина од 6*km/h*. Воз, кој доаѓа од спротивна насока, се разминува со пешакот за 12,6 секунди. Истиот воз пристигнува друг пешак, кој со брзина од 3,6 *km/h* се движи во иста насока како и возот, и го поминува за 15 секунди. Колку е долг возот и со која брзина се движи?

8. Воз долг 110 *m* движејќи се со брзина од $\frac{25}{3}$ *m/s*, во 9 часот и 10 минути пристигнува пешак и го поминува за време од 15 секунди. Во 9 часот 16 минути возот сретнува друг пешак и со него се разминува за 12 секунди. Во колку часот се сретнале пешаците?

9. Воз тргнал од станицата A кон станицата C преку станицата B. Патот од A до B го минал со брзина од 48 *km/h*, а од B до C со брзина намалена за 25%. По пристигнувањето во станицата C, возот се вратил назад. Патот од C до B го минал со брзина од 48 *km/h*, а од B до A со брзина намалена за 25%. Колку време возот патувал од A до B ако се знае дека патот од A до B го минал за исто време како и патот од B до C, а времето за минување на патот од A до C е $\frac{5}{12}$ часа помало од времето минато во обратна насока?

10. Два автомобила тргнале од исто место но во спротивна насока. Во моментот кога нивното растојание било 18 *km*, едниот автомобил поминал 3 *km* помалку од двојниот пат на другиот. За секој автомобил да се одреди патот што го поминал до тој момент.

11. Пресметај ги брзината и должината на возот кој за 8 секунди поминува покрај неподвижен набљудувач, а за 32 секунди го поминува перонот долг 480 *m*.

12. Двајца велосипедисти тргнуваат од местата A и B во пресрет еден на друг. Секој од нив по пристигнувањето во другото место се враќа во

местото од каде што тргнал. Првата средба помеѓу велосипедистите е на 5 *km* од *A*, а втората на 3 *km* од *B*. Колкаво е растојанието од *A* до *B*?

13. Од местото *A* кон местото *B* истовремено тргнуваат две групи туристи. Првата група тргнала со автобус движејќи се со просечна брзина од 20 *km/h* и стигнала до местото *C*, што е на половина пат меѓу *A* и *B*, а потоа тргнала пеш. Втората група тргнала пеш, а по 1 час се качила во автобус, кој се движел со просечна брзина од 30 *km/h*. Во местото *C*, првата група стигнала 35 минути порано од втората, а во местото *B* стигнала 1 час и 25 минути подоцна. Колку се оддалечени местата *A* и *B* и колкава е просечната брзина на групите, кога одат пеш, ако просечната брзина на првата група е за 1 *km/h* поголема од просечната брзина на втората група?

14. Од две различни места *A* и *B* истовремено еден кон друг тргнуваат двајца пешаци. Во моментот кога првиот пешак ја поминал половината од патот на вториот пешак му останале 25 *km*, а во моментот кога вториот пешак ја поминал половината од патот на првиот пешак му останале уште 15 *km*. Да се определи растојанието помеѓу местата *A* и *B*.

15. Патниците *A* и *B* тргнуваат еден кон друг во пресрет и се среќаваат после 4 часа. Ако двајцата минуваат по половина километар повеќе на час, тие ќе се сретнат после 3,6 часови. Но, ако двајцата тргнат во иста насока, *A* после *B*, дури после 6 часа растојанието меѓу нив ќе се намали за $\frac{1}{6}$.
    а) Колкава е брзината на секој патник?
    б) Колкаво е растојнието меѓу нив на почетокот?

16. Анастас патува со чамец по реката Дрим, од Струга до Глобочица и обратно. Растојанието меѓу Струга и Глобочица е 18 *km*, а тој патува вкупно 5 часови. Колкава е брзината на реката Дрим, ако Анастас патува за исто време 4 *km* низводно, а 2 *km* во обратната насока?

17. Речен брод за 11 часа, без прекин поминал 168 *km* по течението, а 48 *km* спротивно од течението на реката. Следниот пат, за истото време поминал 144 *km* по течението, а 60 *km* спротивно од течението на

реката. Колкава е брзината на бродот, а колкава брзината на реката?

18. По патеката покрај стрмна пруга се движи пешак (по надолнина) со брзина од $6km/h$. Тој забележал дека возот што доаѓа од спротивен правец минува крај него за $12,6$ секунди. Со истиот воз, со кој по угорнина се движел со брзина од $3,6km/h$ се разминувал 15 секунди. Колку е долг возот и колкава е неговата брзина?

19. Два патника тргнуваат од местата A и B еден кон друг во пресрет. Секој од нив кога ќе стигне во едно место, се враќа назад во почетното место. Првиот пат патниците се среќаваат на $8km$ од местото A, а вториот пат, кога се враќаат назад, на $6km$ од местото B. Колку се оддалечени местата A и B?

20. Рано наутро Ана со автомобил тргнала од местото А кон местото Б, а Бранка со мотор во исто време тргнала од местото Б кон местото А. Тие се движеле секоја со своја константна брзина. Се сретнале точно напладне и продолжиле да возат без запирање. Ана во местото Б стигнала во 16 часот, а Бранка во местото А стигнала во 21 часот. Во колку часот тргнале на пат?

21. Еден автомобил растојанието од местото A до местото B го поминал со брзина од $60km/h$, а од B до A со брзина од $40km/h$. Определи ја средната брзина на движењето на автомобилот.

22. Два автомобили тргнале од едно исто место, но во спротивна насока. Во моментот кога нивното растојание било $18\,km$, едниот автомобил поминал $3\,km$ помалку од двојниот пат на другиот. Да се определи патот на двата автомобили што го поминале до тој момент.

23. Пресметај ги брзината и должината на возот кој за 8 секунди поминува покрај неподвижен набљудувач, а за 32 секунди го поминува перонот долг 480 метри.

24. Дадени се 12 летви, секоја со дожина од $13\,dm$. Секоја летва е поделена на неколку парчиња, од кои што се направени 13 триаголници. Секој од нив е направен од парчиња со должини $3dm, 4dm$ и $5dm$.

На кој начин треба да се исечат 12-те летви?

25. Имаме две смеси од злато и сребро. Во првата смеса количествата на овие метали се однесуваат како 2:3, а во втората како 3:7. Колку треба да се земе од секоја од смесите за да се добие 8 kg нова смеса во која златото и среброто ќе бидат во однос 5:11?

26. Во златарска работилница треба да се направи 9 kg смеса во која златото и среброто ќе бидат во соодност 7:11. На залиха има две смеси. Во едната количествата злато и сребро се во однос 4:5, а во втората 2:5. Колку треба да се земе од секоја смеса за да се добие нова смеса во зададениот соодност?

27. Парче легура од цинк и бакар, со тежина од 40 kg, кога сосема ќе се потопи во вода, привидно губи 5 kg од својата тежина. Одреди колку проценти во него има цинк, а колку бакар, ако е познато дека во вода цинкот губи $14\frac{2}{7}\%$ од својата тежина, а бакарот губи $11\frac{1}{9}\%$ од својата тежина.

28. На краевите на една прачка, долга 1m, закачени се тегови од 3 kg и 4,5 kg. Во која точка на прачката треба да се постави потпор за да се постигне рамнотежа?

29. Во златарската работилница треба да се направи 5 kg смеса во која односот на количествата на злато и сребро е $22:41$. Во залиха има две смеси. Во едната количествата злато и сребро се наоѓаат во однос $4:5$, а во втората $2:5$. Колку треба да се земе од секоја смеса за да се добие бараната смеса?

30. На располагање имаме смеса AB составена од супстанциите A и B во однос 2:3, смеса BC, составена од супстанциите B и C во однос 1:2 и смеса CA, составена во однос 1:1. По колку грама од секоја од смесите треба да се земат за да се добие $24\ g$ смеса во која односот на супстанциите A, B и C е 1:1:1?

31. Четворица ученици Ангел, Борис, Цветко и Дамјан собирале стара хартија. Заедно собрале 288 kg хартија. Колку килограми хартија со-

брал секој од нив, ако се знае дека Ангел собрал 36 kg повеќе од Борис, односно $\frac{3}{4}$ од количината која ја собрале Борис и Цветко заедно, а Дамјан собрал два пати повеќе од Цветко?

32. Киро му вели на Марко: "Јас сега имам двапати повеќе години отколку што имаше ти кога јас имав толку години колку што имаш ти сега. Кога ти ќе имаш толку години колку што јас имам сега, тогаш збирот на нашите години ќе биде 63". Колку години има секој од нив?

33. Маја и Ана заедно имаат 44 години. Маја имала два пати повеќе години отколку што имала Ана, кога Маја имала половина години колку што ќе има Ана, кога Маја ќе има три пати години колку што има Ана. Колку години има Маја?

34. Денес Марко, Ацо и Виктор вкупно имаат 22 години. После неколку години, кога Ацо ќе има години колку Марко, збирот на нивните години ќе биде 28. Повторно, после неколку години, кога Ацо ќе има години колку Виктор денес, збирот на нивните години ќе биде 37. Колку години имаат Марко, Ацо и Виктор денес?

35. Возраста на едно лице во 1984 година е еднаква на збирот на цифрите од годината на неговото раѓање. Колку години има лицето?

36. Збирот на четири природни броеви е 1000. Ако на првиот му додадеме 4, од вториот одземеме 4, третиот го помножиме со 4 и четвртиот го поделиме со 4, добиваме ист резултат. Кои се тие броеви?

37. Збирот на три различни броја кои се делат со 12 е еднаков на 108. Кои се тие броеви?

38. Збирот на 4 броја е 100. Збирот на првиот, третиот и четвртиот е 65, а збирот на првиот, вториот и третиот е 78. Одреди ги тие броеви, ако првиот број е за 10 помал од вториот.

39. Постојат два трицифрени броја со својството: ако на поголемиот, од десно, му се допише помалиот број, се добива шестцифрен број кој е за 499500 поголем од бројот кој се добива кога на помалиот, од десно, му се допише поголемиот број. Ако поголемиот шестцифрен број се

подели со помалиот трицифрен број, се добива количник 201. Кои се тие броеви?

40. Бројот a е 92% од бројот b. Ако бројот b го зголемиме за 700, тогаш тој ќе биде поголем од бројот a за 9% од својата нова вредност. Определи ги броевите a и b.

41. Во еден трицифрен број средната цифра е три пати помала од збирот на другите две цифри, а збирот на последните две цифри е двапати помал од првата цифра. Ако си ги заменат местата цифрите на десетките и единиците, се добива број за 18 помал од дадениот. Кој е тој број?

42. Збирот на два броја е 2013. Ако едниот го зголемиме за 213, а другиот го намалиме за 202 се добиваат исти броеви. Кои се тие броеви?

43. Збирот на цифрите на еден троцифрен број е 10. Цифрата на десетките е еднаква на збирот од цифрата на стотките и цифрата на единиците. Ако цифрата на единиците и цифрата на десетките си ги променат местата се добива трицифрен број, којшто е за 9 помал од почетниот број. Најди го тој број.

44. Двајца работници една работа ја сработуваат за 8 часа. Започнале да работат во исто време, при што првиот работел 6 часа и престанал да работи, а вториот работел 9 часа и престанал да работи. За времето за кое работеле сработиле $\frac{51}{56}$ од работата. За колку часови секој од нив посебно може да ја сработи целата работа?

45. Јанко и Марко, работејќи заедно, една работа можат да ја завршат за 36 минути. Ако Јанко работи сам, за да ја заврши работата му требаат 30 повеќе отколку кога Марко работи сам. Колку време му треба ба Јанко сам да ја заврши работата?

46. „Мики и јас”, рече Филип, „можеме да ја завршиме зададената работа за 20 дена, но ако работам со Иван истата работа би ја завршиле за 5 дена порано. ”
„Имам подобра комбинација”, рече Иван, „Кога јас би работел со Мики би ја завршиле работата за петтина од времето порано отколку кога би ја работел со Филип. ”

За колку дена секој од нив би ја завршил работата сам, а за колку дена би ја завршиле сите заедно?

47. Двајца работници со постојано темпо на работа можат да завршат една работа за 30 дена. По 6 дена заедничка работа, првиот работник се откажува, а вториот ја довршува работата за 40 дена од денот на откажувањето на првиот работник. За колку дена би ја завршил првиот работник истата работа, ако тој остане сам после 6 дена заедничка работа?

48. Цане тргнал на училиште меѓу 8 и 9 часот наутро, во моментот кога стрелките на часовникот се поклопуваат. Се вратил меѓу 2 и 3 часот попладне кога стрелките зафаќале рамен агол. Колку време поминало до враќањето?

49. Двете цевки заедно полнат базен за 12 часа. Ако првата цевка сама го полни базенот до половина, а потоа другата цевка сама го дополни базенот, тогаш тој ќе се наполни за 25 часа. За колку време секоја цевка сама може да го наполни базенот?

50. Милан, Петар и Ацо имаат различни суми денари. Ако Ацо им даде на Милан и Петар по онолку денари, колку што секој од нив има, а потоа Милан му даде на Ацо онолку денари, колку што му останале на Ацо, тогаш секој од нив ќе има по 80 денари. Колку денари имал секој од нив на почетокот?

51. Илија и Никола меѓусебно поделиле сума од 1632 денари. Кога Илија потрошил $\frac{3}{5}$, а Никола $\frac{3}{7}$ од својот дел на двајцата им останале еднакви суми. Колку пари добил секој од нив?

52. При купување на ташна, книга и пенкало Андреј патрошил определена сума пари. Ако ташната е петпати, пенкалото двапати, а книгата 2,5 пати поевтина од вистинските цени, тогаш тој би потрошил 160 денари. Ако ташната е двапати, пенкалото четири пати, а книгата трипати поевтина, тогаш тој би потрошил 240 денари. Колку пари потрошил Андреј?

53. Зоран, Димитрија и Никола со себе на екскурзија понеле вкупно 2220

денари. Зоран потрошил $\frac{1}{3}$ од својата сума, Димитрија $\frac{1}{5}$ од својата сума, а Никола $\frac{7}{15}$ од својата сума, после што на сите тројца им останале еднакви суми пари. Колку денари секој од нив понел на екскурзија?

54. Три ученика од седмо одделение собирајќи стара хартија вкупно заработиле 657 денари. Ако парите ги поделиле во однос $\frac{5}{6}:\frac{4}{3}:\frac{7}{8}$, колку добил секој од нив?

55. Цената на една математичка книга во книжарницата А на почетокот од месец јануари 2012 година била повисока од цената на истата книга во книжарницата Б. На 15 февруари 2012 година цената на книгата во книжарницата А се намалила за 30%, а цената на истата книга во книжарницата Б се зголемила за 30%. Потоа на 15 март 2012 година, цената на книгата во книжарницата А се зголемила за 30%, а цената на книгата во книжарницата Б се намалила за 30%. Разликата во цените на книгата после промените на 15 март 2012 година била 273 денари. За колку цената на математичката книга во книжарницата А била повисока од цената на истата книга во книжарницата Б на почетокот од месец јануари 2012 година?

56. Четворица пријатели заедно купуваат камера. Првиот платил 50% од вкупниот износ на камерата, вториот платил третина од изосот кој го платиле останатите тројца, а третиот платил 25% од вкупниот износ кој го платиле останатите тројца. Четвртиот платил 5000 денари. Колку чини камерата?

57. Миле за три леба, пет млека и четири теглички мармалад платил 670 денари. Димитар пак за пет леба, девет млека и седум теглички мармалад во истата продавница платил 1180 денари. Ако цените за Миле и Димитар во продавницата биле исти, колку чинат еден леб, едно млеко и една тегличка мармалад?

58. Некоја стока, која чини 455 денари, е платена со монети од 5 денари и банкноти од 10 и 50 денари, при што вкупно се дадени 23 монети и банкноти. Бројот на монетите од 5 денари е помал од бројот на банкнотите од 10 денари. Со колку монети од 5 денари и банкноти од

10 и 50 денари е платена стоката?

59. Имаме две сорти на вино, едното чини 19 денари по литар, а другото 16 денари по литар. Ако сакаме со нив да добиеме 930 литри вино кое ќе чини 18 денари по литар, тогаш по колку литри од секоја сорта вино треба да земеме?

60. Пет работници извршиле некоја работа и вкупно заработиле 210000 денари. Парите ги поделиле така што првите двајца добиле $\frac{2}{5}$ од делот на останатите тројца. Првиот и вториот рботник својот дел го поделиле во однос 3:2, а третиот, четвртиот и петтиот работник својот дел во однос 3:5:4. Колку добил секој работник?

61. Во три цистерни имало вкупно 780 литри сок. Ако од првата цистерна испуштиме $\frac{1}{4}$ од нејзината количина, од втората цистерна испуштиме $\frac{1}{5}$ од вкупната нејзина количина и од третата цистерна испуштиме $\frac{3}{7}$ од вкупната нејзина количина, тогаш во сите три цистерни ќе има иста количина сок. Колку сок имало во секоја од цистерните на почетокот?

62. Во три садови има вода. Ако една половина од водата во првиот сад се прелие во вториот, потоа една третина од водата во вториот сад се прелие во третиот сад и најпосле една четвртина од водата во третиот сад се прелие во првиот, тогаш во секој сад ќе има по 6 литри вода. По колку литри вода имало во секој сад на почетокот?

63. Во три цистерни се наоѓа млеко. Ако од првата цистерна се одлее $\frac{1}{4}$, од втората $\frac{1}{5}$ и од третата $\frac{1}{6}$ од млекото, во сите цистерни ќе остане еднакво количество млеко. Колку млеко има во секоја цистерна ако во сите три цистерни пред одлевањето вкупно имало 1135 литри млеко?

64. Ако на секоја клупа во паркот седнат по 4 деца, тогаш за 2 деца ќе нема место, а ако на секоја клупа седнат по 5 деца, тогаш една клупа ќе остане празна. Колку деца и колку клупи има во паркот?

65. Мирјана во кошницата имала 15 овошни плодови од три вида: јаболка,

круши и праски. Јаболка и круши заедно биле 12, а круши и праски заедно биле 5. По колку овошни плодови од секој вид имала Мирјана во кошницата?

66. Го прашале Младен колку браќа и сестри има. Тој одговорил дека има исто толку браќа, колку што има и сестри. Потоа ја прашале неговата сестра Деспина, колку таа има браќа и сестри, а таа одговорила дека има два пати повеќе браќа отколку што има сестри. Колку биле браќа, а колку сестри биле?

67. **(Стара кинеска задача)** Во еден кафез има зајаци и фазани, кои заедно имаат 100 нозе и 36 глави. Колку зајаци, а колку фазани има во кафезот?

68. Еден тест со заокружување на понудени решенија се состои од 20 задачи. За секоја точно решена задача се добиваат 8 поени, а за погрешно решена се одземаат 5 поени. Доколку на некоја задача не се заокружи ниту еден од понудените одговори, за неа се добиваат 0 поени. Некој ученик на крајот на тестот освоил 13 поени. Колку задачи точно решил ученикот?

69. Ако од една страница на една книга се отфрлат по три букви од секој ред и потоа се извадат два такви реда, бројот на сите букви ќе се намали за 145. Ако пак на секој ред додадеме по четири букви и допишеме три такви реда, тогаш бројот на сите букви ќе се зголеми за 224. Колку редови има на таа страница и по колку букви има во секој ред?

5.2. РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ

1. Подолгата свеќа, со должина a би изгорела за 3,5 часови, а за еден час ќе изгори $a:\frac{7}{2}=\frac{2a}{7}$. Покусата свеќа, со должина b, целосно ќе изгори за 5 часови, а за 2 часа ќе изгори $0,4b$. После два часа од првата свеќа ќе остане $\frac{3}{7}a$, а од другата $\frac{3}{5}b$. Според тоа, $\frac{3}{7}a=\frac{3}{5}b$, од што добиваме $a=\frac{7}{5}b=1,4b$. Значи, едната свеќа е подолга од другата за 40%.

2. Брзината на првиот автомобил да ја означиме со x *km/h,* а на вториот со y *km/h*. Од првиот услов на задачата имаме: $3x = 2,5y$, а од вториот добиваме: $1,5x + 24 = 1,5y$.

   Решавајќи го системот составен од овие две равенки добиваме $x = 80$ и $y = 96$.

3. Да претпоставиме дека возот за една секунда поминува y метри, и дека должината на возот е x метри. Тогаш локомотивата за 27 секунди поминува $(225 + x)$ метри, т.е.

$$27y = 225 + x$$

   Пешакот се движи спротивно од движењето на возот и за 9 секунди локомотивата поминува $(x - 9)$ метри, т.е.

$$9y = x - 9.$$

   Од системот равенки

$$\begin{cases} 9y = x - 9 \\ 27y = 225 + x \end{cases}$$

   добиваме $x = 126,\ y = 13$. Значи, должината на возот е 126 *m*, а брзината е $\frac{13 \cdot 3600}{1000} km/h = 46,8 km/h$

4. Ако брзината на речниот тек ја означиме со x, а брзината која чамецот ја постигнува во мирна вода со y, тогаш $y + x = 2$, бидејќи брзината на движење на чамецот низводно е 2 *km/h*. Освен тоа, брзината на движењето во обратна насока е $y - x$ и притоа важи $\frac{y-x}{y+x} = \frac{2}{3}$. Решавајќи го системот

$$\begin{cases} \frac{y-x}{y+x} = \frac{2}{3} \\ y + x = 2 \end{cases}$$

   Добиваме $x = \frac{1}{3} km/h$.

5. Нека v_1, v_2 и v_3 се брзините со кои се движат Стојан, Алекса и подвижните скали, соодветно. Понатаму, нека t_1 и t_2 се времињата кои ќе ги минат Стојан и Алекса на скалите и нека t е времето за кое

произволно скалило го минува видливиот дел. Тогаш, $15 = v_1 t_1$ и $10 = v_2 t_2$, и бидејќи $v_1 = 2v_2$, добиваме $15 = 2v_2 t_1$. Сега $\frac{2v_2 t_1}{v_2 t_2} = \frac{15}{10}$, т.е. $\frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{4}$.

Со s да го означиме бројот на видливите скалила. Тогаш од

$$s - 15 = vt_1, \ s - 10 = vt_2$$

добиваме $\frac{t_1}{t_2} = \frac{s-15}{s-10}$, и бидејќи $\frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{4}$ имаме $\frac{s-15}{s-10} = \frac{3}{4}$, $s = 30$. Значи, скалите имаат 30 видливи скалила.

6. Првиот дел од патот авионот го прелетал за $\frac{385}{220} = 1,75$ часа. Останатиот дел од патот, x km, авионот го прелетал за t часови. Од досега изнесеното добиваме:

$$x = 330t \text{ и } 385 + x = 250(1,75 + t)$$

Со замена за $x = 52,5 + 250t$, во $x = 330t$ добиваме $330t = 52,5 + 250t$, т.е. $t = \frac{52,5}{80} = 0,65625$. Според тоа $x = 216,5625km$. Значи авионот прелетал пат од $601,5625km$.

7. Нека брзината на возот е x km/h, а неговата должина е y km. При разминувањето на возот и првиот пешак должината на возот разгледувана како пат се поминува за 12,6 секунди со брзина $x + 6$ (зошто?), па затоа:

$$y = \frac{12,6}{3600}(x + 6). \qquad (1)$$

Аналогно, кога возот го пристигнува вториот пешак ја добиваме равенката

$$y = \frac{15}{3600}(x - 3,6). \qquad (2)$$

Решението на системот равенки (1) и (2) е: $x = 54$, $y = 0,21$.

Значи, возот е долг 210 метри и неговата брзина е 54 km/h.

8. Ако првиот пешак за 15 секунди поминал x метри, тогаш

$$110 + x = \frac{25}{3} \cdot 15$$

од што добиваме $x = 15$. Значи брзината на пешакот е $1m/s$. Ако вториот пешак за 12 секунди поминал y метри, тогаш

$$110-y=\tfrac{25}{3}\cdot 12,$$

т.е. $y=10$. Значи, неговата брзина е $\tfrac{5}{6}m/s$. Растојанието од местото на среќавање на возот со првиот до местото на среќавање со вториот пешак е $s=360\cdot\tfrac{25}{3}=3000m$. Нека пешаците се сретнале после t секунди од среќавањето на првиот пешак со возот. Тогаш

$$t+\tfrac{5}{6}(t-360)=3000,$$

т.е.t = 1800. Според тоа, пешаците се сретнале после 30 минути, т.е. во 9 часот и 40 минути.

9. Од A до B возот се движи со брзина од 48 km/h, а од B до C со брзина помала за 25% т.е. $48-48\cdot 0,25=36km/h$. Патот x од A до B и y од B до C ги минува за исто време, па затоа

$$\tfrac{x}{48}=\tfrac{y}{36}. \qquad (1)$$

Од другиот услов на задачата имаме

$$\tfrac{x}{48}+\tfrac{y}{36}+\tfrac{5}{12}=\tfrac{y}{48}+\tfrac{x}{36}. \qquad (2)$$

Ако го решиме системот составен од равенките (1) и (2) добиваме $y=180,\ x=240$. Значи, патот од A до B е 240 km, а од B до C е 180km.

Времето за кое возот патувал од A до C е еднакво на $t=\tfrac{240}{48}+\tfrac{180}{36}=10$ часа.

10. Нека x и y се растојанијата што ги поминале автомобилите. Од условот на задачата добиваме:

$$\begin{cases} x+y=18 \\ x=2y-3 \end{cases}$$

Решението на овој систем равенки е $x=11,\ y=7$. Значи едниот автомобил поминал 11km,а другиот 7km.

11. Нека v е брзината на возот изразена во m/s, а x е неговата должина во метри. Тогаш од условот на задачата имаме:

$$8v=x$$
$$32v=x+480$$

Од овде добиваме $x=160, v=20$. Значи возот е долг 160 m и неговата брзина е 20 m/s.

12. Да го означиме растојанието од *A* до *B* со *x*, брзините со кои се движат велосипедистите од *A* и *B* нека се v_1 и v_2 соодветно, времето од тргнувањето до првата средба да го означиме со t_1, а времето од првата до втората средба со t_2. Имаме,

$$v_1t_1 = 5,\ \ v_2t_1 = x-5,\ \ v_1t_2 = x-5+3,\ \ \ v_2t_2 = 5+x-3$$

од каде што добиваме

$$\frac{x-5}{x+2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{5}{x-2},$$

или $x(x-12)=0$, т.е. $x=12$.

13. Со x да ја означиме просечната брзина на првата група кога одат пеш. Тогаш просечната брзина на втората група е $y = x-1$, кога тие одат пеш. Ако со s го означиме растојанието меѓу местата *A* и *B*, тогаш од условите на задачата, добиваме:

$$\frac{\frac{s}{2}}{20} + \frac{7}{12} = 1 + \frac{\frac{s}{2}-(x-1)}{30},$$

$$\frac{\frac{s}{2}}{x} = \frac{\frac{s}{2}}{30} + 2,$$

од каде што добиваме $x = 6, s = 30$ и $x = 67,25,\ s = -215$. Бидејќи не е можно растојанието да е негативно, второто решение отпаѓа. Значи, просечната брзина на првата група, кога одат пеш, е 6 *km/h*, на втората група 5 *km/h*, а местата *A* и *B* се оддалечени 30 *km*.

14. Нека со *a* и *b* ги означиме брзините на првиот и вториот пешак, соодветно и нека t_1 и t_2 е времето изразено во часови, потребно секој од нив да го пропешачи половината од патот $AB = s$. Од тоа што првиот пешак изминал половина од патот се добиваат следните равенства: $at_1 = \frac{s}{2}$ и $bt_1 = s-25$. Од втората равенка $s = bt_1 + 25$, од каде што со замена во првата се добива: $(2a-b)t_1 = 25$. Од вториот услов на задачата ги запишуваме следниве равенства $at_2 + 15 = s$ и $bt_2 = \frac{s}{2}$. Идентично на претходното добиваме $(2b-a)t_2 = 15$. Користејќи ја формулата за пат, $s = at_1 = bt_2$ ја добиваме релацијата $\frac{a}{b} = \frac{t_2}{t_1}$. Со делење на двете претходни равенки се добива следното:

$$\frac{(2b-a)t_2}{(2a-b)t_1}=\frac{15}{25}\text{, т.е. }\frac{2b-a}{2a-b}\cdot\frac{a}{b}=\frac{3}{5}.$$

После средување на условот имаме дека

$$5a^2-4ab-3b^2=0,$$

односно

$$25a^2-20ab-15b^2=0.$$

Одтука

$$25a^2-20ab+4b^2=19b^2.$$

Применувајќи формула за бином на квадрат имаме

$$(5a-2b)^2=19b^2,$$

односно

$$(5a-2b)=b\sqrt{19}\text{ или }\frac{a}{b}=\frac{2+\sqrt{19}}{5}.$$

Тргнувајќи сега од $at_2=s-15$ и $bt_1=s-25$, т.е. од

$$\frac{at_2}{bt_1}=\frac{s-15}{s-25}$$

добиваме

$$\frac{s-15}{s-25}=(\frac{a}{b})^2=(\frac{2+\sqrt{19}}{5})^2.$$

Решавајќи по *s* добиваме $s=\frac{1}{3}(10\sqrt{19}+80)$.

15. Ако брзината на првиот патник е xkm/h, а на вториот е ykm/h, тие заедно за еден час ќе поминат $(x+y)km$. До моментот на срекавањето тие го поминале целиот пат. Бидејќи се сретнале после 4 часа, растојанието меѓу нив на почетокот било $4(x+y)km$.

Ако за еден час секој од нив поминувал по половина километар повеќе, тогаш тие за еден час заедно поминале $(x+y+0,5+0,5)km$. До моментот на срекавањето тие го поминале целиот пат, кој во овој случај изнесува $3,6(x+y+1)$ *km*.

Бидејќи растојанието во двата случаи е исто, можеме да ја запишеме равенката: $4(x+y)=3,6(x+y+1)$ или $0,4(x+y)=3,6$ од што добиваме

$$x+y=9. \tag{1}$$

Ако одат во иста насока, *A* зад *B*, под претпоставка *A* да оди побрзо од B, тогаш растојанието меѓу нив секој час се намалува за $(x-y)km$. За

6 часа растојанието меѓу нив ќе се намали $6(x-y)km$. Според условот на задачата, ова намалување изнесува $\frac{1}{6}$ од почетното растојание, за кое претходно кажавме дека е $3,6(x+y+1)$. Според тоа,

$$6(x-y)=0,6(x+y+1),$$

од каде наоѓаме

$$9x-11y=1. \tag{2}$$

Решавајќи го системот на равенки составен од равенките (1) и (2) добиваме $x=5,\ y=4$.

Според тоа, пешакот A поминува $5km/h$, пешакот B поминува $4km/h$, а растојанието меѓу нив е 36 km.

16. Нека брзината на реката е xkm/h, а брзината на чамецот во мирна вода е ykm/h. Од условот на задачата следува дека

$$\frac{18}{x+y}+\frac{18}{y-x}=5,$$

$$\frac{4}{x+y}=\frac{2}{y-x}.$$

Од втората равенка имаме

$$4y-4x=2y+2x, \text{ т.е. } y=3x.$$

Со замена во првата равенка добиваме:

$$20x=18+36, \text{ т.е. } x=2,7.$$

Значи, брзината на реката е $2,7km/h$.

17. Нека x е брзината на бродот, а y брзината на реката. Од условите на задачата се добива следниот систем од две равенки со две непознати:

$$\begin{cases} \frac{168}{x+y}+\frac{48}{x-y}=11 \\ \frac{144}{x+y}+\frac{60}{x-y}=11 \end{cases}$$

Овој систем се трансформира во системот

$$\begin{cases} 168(x-y)+48(x+y)=11(x^2-y^2) \\ 144(x-y)+60(x+y)=11(x^2-y^2) \end{cases}$$

од каде што со одземање на втората равенка од првата се добива дека

$$24(x-y)-12(x+y)=0, \text{ т.е. } x=3y.$$

Со замена во една од равенките, добиваме

$$\frac{168}{4y}+\frac{48}{2y}=11,$$

а со решавање на таа равенка имаме $y=6$. Според тоа, брзината на бродот е 18 km/h, а на реката е 6 km/h.

18. Нека брзината на возот е $x\,m/s$, а неговата должина е $y\,m$. Сега $6km/h=\frac{5}{3}m/s$ и $3{,}6km/h=1m/s$. Од условите на задачата го добиваме следниот систем равенки:

$$\begin{cases}12{,}6x+\frac{5}{3}\cdot 12{,}6=y\\ 15x-1\cdot 15=y\end{cases}$$

од каде добиваме $x=15$, $y=210$. Значи, брзината на возот е $15m/s=54km/h$, а неговата должина е $210m$.

19. Нека растојанието меѓу местата *A* и *B* е x. Нека v_1 и v_2 се брзините на патникот кој тргнува од *A*, односно *B*, соодветно. Нека t_1 е времето кое поминало до првата средба. Тогаш важи $v_1t_1=8$ и $v_2t_1=x-8$, па затоа

$$\frac{8}{v_1}=t_1=\frac{x-8}{v_2}\text{, т.е. }\frac{v_2}{v_1}=\frac{x-8}{8}.$$

Нека t_2 е времето кое поминало од првата до втората средба. Тогаш важи $v_1t_2=x-2$ и $v_2t_2=x+2$, па затоа

$$\frac{x-2}{v_1}=t_2=\frac{x+2}{v_2}\text{, т.е. }\frac{v_2}{v_1}=\frac{x+2}{x-2}.$$

Според тоа,

$$\frac{x-8}{8}=\frac{x+2}{x-2},$$

па затоа

$$x^2-8x-2x+16=8x+16,$$

т.е.

$$x^2-18x=0.$$

Решенија на последната равенка се $x=0$ и $x=18$. Јасно, $x=0$ не е можно, па затоа решение на почетната задача е $x=18$, што значи дека растојанието меѓу местата *A* и *B* е $18km$.

20. Пред средбата, за време t, Ана минала пат s_1 со брзина v_1, а во исто време Бранка поминала пат s_2 со брзина v_2, па затоа важи $s_1 = v_1 t$ и $s_2 = v_2 t$. После средбата Ана делот од патот s_2 го минала за 4 часа, па имаме $s_2 = 4v_1$, а Бранка минала пат s_1 за 9 часа, па важи $s_1 = 9v_2$. Според тоа, $v_1 t = 9v_2$ и $v_2 t = 4v_1$, па затоа $v_1 = \frac{9v_2}{t}$ и $v_1 = \frac{v_2 t}{4}$, од каде наоѓаме $\frac{9v_2}{t} = \frac{v_2 t}{4}$, односно $t^2 = 36$. Значи $t = 6$ (негативното решение $t = -6$ го отфрламе). Значи, Ана и Бранка тргнале во 6 часот наутро.

21. Нека со s го означиме растојанието од A до B, со v_1 брзината кога автомобилот се движел од A до B, а со v_2 брзината кога се движел од B до A. Времето за кое се движел од A до B изнесува $t_1 = \frac{s}{v_1}$, а од B до A е $t_2 = \frac{s}{v_2}$. Затоа средната брзина на вкупниот пат изнесува

$$v = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = 48 km/h.$$

22. Нека x и y се патиштата што ги поминале автомобилите. Од условот на задачата: $x + y = 18$ и $x = 2y - 3$. Решение на овој систем равенки е $x = 11$, $y = 7$. Значи, едниот автомобил поминал $11\,km$, а другиот $7\,km$.

23. Нека v е брзината на возот изразена во m/s, а s е неговата должина изразена во метри. Тогаш од условот на задачата имаме:

$$v = \frac{s}{8} \text{ и } v = \frac{s+480}{32}.$$

Од тука добиваме $s = 160$ m и $v = 20 m/s$ ($= 72\ km/h$).

24. Периметарот на секој од триаголниците е

$$3\text{dm} + 4\text{dm} + 5\text{dm} = 12\text{ dm}$$

Збирот на сите периметри е

$$13 \cdot 12\text{dm} = 156\text{ dm}$$

т.е. еднаков на збирот на должините на сите летви. Значи, сите летви се исечени така што секое делче кое е добиено е искористено.

Бројот 13 може да се запише како збир од 3-ки, 4-ки и 5-ки на следниве три начини

I начин:	$13=3+3+3+4$	(x -летви)
II начин:	$13=4+4+5$	(y -летви)
III начин:	$13=3+5+5$	(z -летви)

Нека x - летви се исечени на првиот начин, y - летви се пресечени на вториот начин и z - летви се пресечени на третиот начин.

Сега се добиваат равенствата

$x+y+z=12$, затоа што бројот на летви е 12

$3x+z=13$, има 13 дела со должина 3 cm

$x+2y=13$, има 13 дела со должина 4 cm

$y+2z=13$, има 13 дела со должина 5 cm .

Веќе не е тешко да се определат вредностите за x, y и z . Навистина,

$$x=13-2y$$

$$z=13-3x=13-3(13-2y)=6y-26\,,$$

од каде добиваме

$$13-2y+y+6y-26=12$$

$$5y-13=12\,.$$

Значи, $y=5$ летви треба да се исечат на делови $4\text{ dm}, 4\text{ dm}, 5\text{ dm}$, $x=3$ летви треба да се исечат на четири дела со должини $3\text{ dm}, 3\text{ dm}$, $3\text{ dm}, 4\text{ dm}$ и $z=4$ летви треба да се исечат на три дела со должини $3\text{ dm}, 5\text{ dm}, 5\text{ dm}$.

25. Ако x и y се количествата на дадените смеси, кои со мешање даваат $8kg$ нова смеса, тогаш:

$$x+y=8\,. \tag{1}$$

Во првата смеса има $\frac{2}{5}x$ злато, во втората $\frac{3}{10}y$ злато, а во третата, новодобиената смеса треба да има $\frac{5}{16}\cdot 8=2{,}5kg$ злато. Оттука ја добиваме равенката:

$$\frac{2}{5}x+\frac{3}{10}y=2{,}5\,. \tag{2}$$

Решавајќи го системот составен од равенките (1) и (2) добиваме: $x=1,\ y=7$. Значи, треба да се земе $1kg$ од првата и 7 kg од втората смеса.

26. Во 9 *kg* смеса треба да има 3,5 *kg* злато и 5,5 *kg* сребро. Ако земеме *x* делови од смесата со размер 4:5 и *y* делови од смесата со размер 2:5 го добиваме следниот систем од линеарни равенки:

$$4x+2y=3,5$$
$$5x+5y=5,5.$$

Решението е $x=0,65$, $y=0,45$. Според тоа, треба даземеме

$$0,65(4+5)=5,85\ kg$$

од првата и

$$0,45(2+5)=3,15\ kg$$

од втората смеса.

27. Ако бакарот е тежок *x kg*, а цинкот *y kg*, тогаш

$$x+y=40$$
$$\frac{100}{9}\cdot\frac{x}{100}+\frac{100}{7}\cdot\frac{y}{100}=5.$$

Според тоа, $y=17,5\ kg$ и $x=22,5kg$.

28. Нека прачката ја означиме со *AB*. и нека на крајот *A* е закачен тег од 3*kg*, а на крајот *B* е закачен тег од 4,5 *kg*. Нека потпорот треба да се стави на *x cm* од крајната точка *A*, односно *y cm* од крајната точка *B*. Тогаш,

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 3x=4,5y \end{cases}$$

Од овде добиваме $x=60, y=40$. Значи потпорот треба да се стави на $60cm$ од точката *A*, односно $40cm$ од точката *B*.

29. Во новата смеса од $5\,kg$ треба да има $5\cdot\frac{22}{63}$ kg злато. Да земеме x kg од првата и y kg од втората смеса. Количеството злато што треба да се добие на овој начин е $x\cdot\frac{4}{9}+y\cdot\frac{2}{7}$.

Според условите на задачата го добиваме системот

$$\begin{cases} x\cdot\frac{4}{9}+y\cdot\frac{2}{7}=5\cdot\frac{22}{63} \\ x+y=5, \end{cases}$$

чиешто решение е $x=2$ и $y=3$.

Според тоа, треба да земеме 2 kg од првата и 3 kg од втората смеса.

30. Да земеме x g од првата смеса, y грама од втората смеса и $24-x-y\,g$ од третата смеса. Во добиената смеса треба да има по $8g$ од секоја од супстанциите.

Од друга страна, во добиената смеса има $\frac{2}{5}x+\frac{1}{2}(24-x-y)\,g$ од супстанцијата A и ($\frac{3}{5}x+\frac{1}{3}y$) g од супстанцата B. Решавајќи го системот равенки

$$\begin{cases} \frac{2}{5}x+\frac{1}{2}(24-x-y)=8 \\ \frac{3}{5}x+\frac{1}{3}y=8, \end{cases}$$

добиваме $x=10, y=6$, а оттаму и $z=8$.

Значи, потребни се 10 g од првата, 6 g од втората и 8 g од третата смеса.

31. Нека Борис собрал x kg, а Цветко y kg хартија. Тогаш имаме дека Ангел собрал $(x+36)$ kg, Борис x kg, Цветко y kg и Дамјан $2y$ kg. Од условот на задачата добиваме

$$(x+36)+x+y+2y=288\,. \qquad (1)$$

Бидејќи

$$x+36=\frac{3}{4}(x+y)\,,$$

имаме $x=3y-144$ и со замена во (1) добиваме:

$$(3y-144+36)+3y-144+y+2y=288$$

Од овде $y=60,\ \ x=36$. Значи Ангел собрал 72 kg, Борис 36 kg, Цветко 60 kg и Дамјан 120 kg.

32. Нека x е бројот на годините на Киро, а y бројот на годините на Марко во моментот на разговорот. Со овие ознаки, условите на задачата можеме да ги запишеме на следниот начин:

$$x=2(y-(x-y))\,,$$

$$x+(x+(x-y))=63\,,$$

од каде што добиваме $x=28, y=21$. Значи, во моментот кога разговараат, Киро има 28 години, а Марко 21 година.

33. Нека Маја има x, а Ана y години. Тогаш $x+y=44$. Пред z години Ана имала $x-z$ години, т.е. $x=2(y-z)$. Тогаш Маја имала $x-z$, години,

а тоа е половина од годините кои Ана ќе ги има после w години. Значи, $2(x-z)=y+w$. После w години Ана ќе има трипати повеќе години колку што имала Маја пред v години. Значи, $y+w=3(x-v)$. Тогаш Маја имала трипати повеќе години од Ана. Значи $x-v=3(y-v)$. Според тоа,

$$\begin{aligned}&x+y=44\\&x=2(y-z)\\&2(x-z)=y+w\\&y+w=3(x-v)\\&x-v=3(y-v)\end{aligned}$$

Од овој систем равенки имаме $x=27,5$. Значи, Маја има 27,5 години

34. Бидејќи во првиот случај бројот на години на секој од нив се зголемува за x, а во вториот случај за y од условот на задачата добиваме $22+3x=28$ и $22+3y=37$, т.е. $x=2$ и $y=5$. Значи, по 2 години Ацо ќе има онолку години колку што има Марко денес, а после 5 години Ацо ќе има онолку години колку што има Виктор денес. Ако со a го означиме бројот на годините на Ацо, тогаш денес Марко има $a+2$, а Виктор има $a+5$ години. Според тоа,

$$a+a+2+a+5=22,$$

па затоа $a=5$. Конечно, Ацо денес има 5 години, Марко има 7 години и Виктор има 10 години.

35. Лицето има најмногу $9+9+9+9=36$ години, што значи дека е родено во XX -от век, т.е. првите две цифри на годината на неговото раѓање се 1 и 9. Нека x е цифрата на десетките, а y цифрата на единиците од годината на раѓањето; Според условот од задачата имаме $1+9+x+y=1984-(1000+900+10x+y)$, т.е.

$$11x+2y=74.$$

Бидејќи $0\le x,y\le 9$, од равенката добиваме $x=6$, $y=4$, односно лицето е родено 1964 година и сега има $1+9+6+4=20$ години.

36. Нека a,b,c и d се бараните броеви. Од условот на задачата имаме

$$a+b+c+d=1000 \text{ и } a+4=b-4=4c=\tfrac{d}{4}.$$

Според тоа, $a=4c-4, b=4c+4$ и $d=16c$ и ако замениме во првата равенка последователно добиваме

$$4c-4+4c+4+c+16c=1000,$$
$$25c=1000,$$
$$c=40,$$

па

$$a=4\cdot 40-4=156, b=4\cdot 40+4=164 \text{ и } d=16\cdot 40=640.$$

Бараните броеви се 156, 164, 40 и 640.

37. Од условот на задачата имаме $a<b<c$, $a=12x, b=12y, c=12z$ и $a+b+c=108$. Според тоа, ако замениме во последната равенка, го примениме дистрибутивното својство и поделиме со 12 последователно добиваме

$$12x+12y+12z=108$$
$$12(x+y+z)=108$$
$$x+y+z=9.$$

Јасно, $x<y<z$, бидејќи ако, на пример, $x=y$, тогаш

$$a=12x=12y=b,$$

што не е можно. Бидејќи $x<y<z$ единствени решенија на

$$x+y+z=9$$

се:

1) $x=1, y=2, z=6$ и бараните броеви се 12, 24 и 72,
2) $x=1, y=3, z=5$ и бараните броеви се 12, 36 и 60,
3) $x=2, y=3, z=4$ и бараните броеви се 24, 36 и 48.

38. Ако a,b,c и d се првиот, вториот, третиот и четвртиот број соодветно, од условот на задачата имаме

$$a+b+c+d=100$$

Бидејќи $a+c+d=65$, добиваме дека $b+65=100$, односно $b=35$. Од друга страна, од $a+b+c=78$, добиваме $78+d=100$, односно $d=22$. Бидејќи, $a+10=b$, добиваме $a=35-10=25$. Сега е јасно дека $c=18$.

39. Нека x и y се трицифрените броеви кои го имаат даденото својство, $x>y$. Од условот на задачата го добивама системот равенки:

$$1000x + y = 499500 + 1000y + x$$
$$1000y + x = 201x$$

кој е еквивалентен на системот

$$x - y = 500$$
$$5y = x\ .$$

Од последниот систем добиваме: $x = 625$ и $y = 125$.

40. Од првиот услов добиваме

$$a = 0{,}92b\,, \tag{1}$$

а од вториот

$$a = 0{,}91(b + 700) \tag{2}$$

Со замена за a од (1) во (2) добиваме:

$$0{,}92b = 0{,}91(b + 700)\,,$$

односно $b = 63700$. Значи, $a = 58604$.

41. Со x, y и z да ги означиме цифрите на единиците, десетките и стотките на бараниот трицифрен број, соодветно. Според условите на задачата имаме:

$$3y = x + z$$
$$x = 2(y + z)$$
$$100x + 10y + z = 100x + 10z + y + 18$$

од што добиваме $x = 8,\ y = 3,\ z = 1$. Значи, бараниот број е 831.

42. Нека помалиот собирок е b а поголемиот собирок е a. Според условот на задачата тие се разликуваат за 415. Според тоа,

$$a = b + 415$$

Сега, нивниот збир е $2b + 415$, па од равенката

$$2b + 415 = 2013$$

добиваме

$$2b = 1598, \qquad b = 1598 : 2 = 799\,.$$

Значи, $a = 799 + 415 = 1214$.

43. Ако x е цифрата на единиците, y цифрата на десетките и z-цифрата на стотките на бараниот трицифрен број, тогаш тој може да се запише во облик $x + 10y + 100z$. Бидејќи збирот на цифрите на бараниот број е 10, имаме:

$$x+y+z=10. \qquad (1)$$

Од друга страна, цифрата на десетките е еднаква со збирот од цифрата на единиците и цифрата на стотките, т.е.

$$y=x+z. \qquad (2)$$

Кога цифрата на единиците и цифрата на десетките во дадениот трицифрен број ќе си ги променат своите места, се добива трицифрен број $y+10x+100z$, којшто е за 9 помал од првобитниот $x+10y+100z$, па имаме

$$y+10x+100z+9=x+10y+100z. \qquad (3)$$

Решавајќи го системот составен од равенките (1), (2) и (3) добивме $x=4, y=5$ и $z=1$, па бараниот број е 154.

44. Ако првиот работник целата работа ја завршува за x часа, а вториот работник целата работа ја сработува за y часа, тогаш за 1 час ќе завршат

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{8}.$$

Ако првиот работник работи 6 часа, а вториот работник работи 9 часа непрекинато тие заедно сработуваат $\frac{51}{56}$ делови од работата, па затоа

$$6\frac{1}{x}+9\frac{1}{y}=\frac{51}{56}.$$

Во системот

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{8}\\ \frac{6}{x}+\frac{9}{y}=\frac{51}{56}\end{cases},$$

воведуваме смени $\frac{1}{x}=u$ и $\frac{1}{y}=v$ и добиваме

$$\begin{cases}u+v=\frac{1}{8}\\ 6u+9v=\frac{51}{56}\end{cases}.$$

Решенија на последниот систем се $u=\frac{1}{14}$ и $v=\frac{3}{56}$, од каде добиваме $x=14h$ и $y=18\frac{2}{3}h$.

45. Нека x е бројот на минутите за кои Јанко може сам да ја заврши работата, а y е бројот на минутите за кои Марко може сам да ја заврши

работата. Од условот на задачата имаме $x = y + 30$. Понатаму, за една минута Јанко ќе заврши $\frac{1}{x}$ од работата, а Марко $\frac{1}{y}$ од работата, а заедно ќе завршат $\frac{1}{36}$ од работата, па затоа

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{36}$$

т.е.

$$\frac{1}{y+30} + \frac{1}{y} = \frac{1}{36}$$

Последната равенка последователно е еквивалентна на равенките

$$\frac{2y+30}{y(y+30)} = \frac{1}{36},$$

$$y^2 - 42y - 1080 = 0$$

$$(y-21)^2 - 39^2 = 0$$

$$(y-21-39)(y-21+39) = 0$$

$$(y-60)(y+18) = 0.$$

Понатаму, производ на два броја е еднаков на нула, ако еден од множителите е еднаков на нула, што значи или $y - 60 = 0$ или $y + 18 = 0$, т.е. или $y = 60$ или $y = -18$. Според условоите на задачата y не може да биде негативен број, па затоа $y = 60$, што значи дека Марко сам ќе ја заврши работата за 60 минути, а Јанко сам ќе ја заврши работата за $x = 60 + 30 = 90$ минути.

46. Да ги означиме со x, y, z бројот на денови за кои работата би ја завршил Мики, Филип и Иван соодветно. Тогаш $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ е делот од работата која соодветно би ја завршиле Мики, Филип и Иван за еден ден. Па, заради условот од задачата имаме:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

Со собирање на овие три равенки, а потоа и по средување се добива:

$$2(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}) = \frac{1}{20} + \frac{1}{15} + \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$$

Значи работејќи заедно за еден ден би завршиле десеттина од работата, т.е. целата работа заедно би ја завршиле за 10 дена. Па, сега:

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{10}-(\frac{1}{y}+\frac{1}{z})=\frac{1}{10}-\frac{1}{15}=\frac{1}{30}\Rightarrow x=30$$

$$\frac{1}{y}=\frac{1}{10}-(\frac{1}{x}+\frac{1}{z})=\frac{1}{10}-\frac{1}{12}=\frac{1}{60}\Rightarrow y=60$$

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{10}-(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})=\frac{1}{10}-\frac{1}{20}=\frac{1}{20}\Rightarrow z=20$$

Значи, истата работа Мики сам би ја завршил работата за 30 дена, Филип за 60, а Иван за 20 дена.

47. Нека првиот работник сам ја завршува целата работа за a дена, а вториот за b дена. Тогаш $x=\frac{1}{a}$ е делот од работата што првиот работник ја завршува за еден ден, а $y=\frac{1}{b}$ е делот од работата што вториот работник ја завршува за еден ден. Бидејќи целата работа двајцата работници ја завршуваат за 30 дена, добиваме дека

$$30x+30y=1. \tag{1}$$

Од друга страна, бидејќи после 6 дена заедничка работа, вториот работник работи уште 40 дена за да ја доврши работата, добиваме дека

$$6x+6y+40y=1. \tag{2}$$

Решавајќи го системот линеарни равенки составен од (1) и (2), се добива дека

$$x=\frac{1}{75},\qquad y=\frac{1}{50}, \tag{3}$$

т.е. првиот работник сам целата работа ја завршува за 75 дена, а вториот за 50.

Со z да го означиме бројот на денови потребни првиот работник да ја доврши работата после 6 дена заедничка работа. Тогаш

$$6x+6y+zx=1, \tag{4}$$

Заменувајќи ги вредностите на x и y од (3) во (4) се добива $z=60$. Значи, на првиот работник би му биле потребни 60 дена додатна работа за да ја доврши работата после 6 дена заедничка работа.

48. Со x да го означиме бројот на минутите после 8 часот во првиот случај. Додека големата стрелка поминува цел круг, малата поминува дванаесетти дел, а тоа е дел кој соодветствува на пет минути. Малата стрелка тргнува од бројот 8, а големата од бројот 12. Па ја добиваме

равенката

$$40+\frac{x}{12}=x\,.$$

чие решение е $x=\frac{480}{11}$. Аналогно во вториот случај, ја имаме равенката

$$10+\frac{y}{12}=y-30\,.$$

Чие решение е $y=\frac{480}{11}$.

Бидејќи $x=y$, добиваме дека од поаѓањето на училиште до враќањето од училиште поминале точно 6 часа.

49. Нека x е бројот на часови за кои првата цевка сама го полни базенот, а y е бројот на часови за кои втората цевка сама го полни базенот. За 12 часа првата цевка ќе наполни $\frac{12}{x}$ делови од базенот, а втората цевка ќе налолни $\frac{12}{y}$ делови од базенот. Затоа

$$\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1\,.$$

Освен тоа од вториот услов на задачата добиваме дека

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=25\,.$$

Така го добиваме системот

$$\begin{cases}\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1\\[2mm] \frac{x}{2}+\frac{y}{2}=25\end{cases}$$

Од втората равенка добиваме $y=50-x$ и ако замениме во првата равенка, ја добиваме равенката

$$\begin{aligned}&x^2-50x+600=0\\&x^2-20x-30x+600=0\\&x(x-20)-30(x-20)=0\\&(x-20)(x-30)=0\,.\end{aligned}$$

Бидејќи производ на два броја е еднаков на нула ако барем еднииот множител е еднаков на нула добиваме $x=20$ или $x=30$. Според тоа, едната цевка го полни базенот за 20 часа, а другата го полни за 30 часа.

50. Со m, p и a да ги означиме бројот на денари со кои располагаат Милан, Петар и Ацо, соодветно. Кога Ацо им дава на Милан и Петар онолку денари колку што има секој од нив, тие ќе имаат $2m, 2p$ и $a-m-p$ денари, соодветно. Кога, потоа, Милан му дава на Ацо онолку денари колку што има Ацо, тогаш секој од нив има по 80 денари. Значи,

$$2m-(a-m-p)=80$$

$$2p=80$$

$$2(a-m-p)=80$$

Од овде добиваме $p=40$, $m=60$ и $a=140$.

51. Нека Илија добил x денари, а Никола y денари. Од условите на задачата имаме

$$\begin{cases} x+y=1632 \\ \frac{2}{5}x=\frac{4}{7}y \end{cases}$$

Решавајќи го добиениот систем равенки, добиваме $x=960, y=672$. Значи Илија добил 960, а Никола 672 денари.

52. Со x да ја означиме цената на ташната, со y цената на пенкалото и со z цената на книгата. Тогаш од условот на задачата следува дека важат равенствата

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=240 \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2,5}=160 \end{cases}$$

Ослободувајќи се од дропките ги добиваме равенките

$$\begin{cases} 2x+5y+4z=1600 \\ 6x+3y+4z=2880 \end{cases}$$

Со собирање на овие две равенки добиваме

$$8x+8y+8z=4480,$$

т.е.

$$x+y+z=560.$$

Значи, Андреј потрошил 560 денари.

53. Со Z, D и N да ги означиме сумите пари кои Зоран, Димитрија и Никола ги понеле на екскурзија. Според условот на задачата добиваме дека:

$$\frac{2}{3}Z = \frac{4}{5}D = \frac{8}{15}N$$

односно

$$\frac{Z}{12} = \frac{D}{10} = \frac{N}{15}.$$

Значи, дванаесеттиот дел од Зорановата сума, десеттиот дел од сумата на Димирија и петнаесеттиот дел од сумата на Никола се еднакви. Ако тој еднаков дел го означиме со k, добиваме Z=12k, D=10k, N=15k. Бидејќи N+D+Z=2220 добиваме $37k = 2220$, т.е. $k = 60$.

Значи, Зоран понел $12 \cdot 60 = 720$ денари, Димитрија 600 денари и Никола 900 денари.

54. Одделните заработувачки да ги означиме со a, b, c, соодветно. Тогаш

$$a:b:c = \frac{5}{6}:\frac{4}{3}:\frac{7}{8}, \text{ т.е. } a:b:c = \frac{20}{24}:\frac{32}{24}:\frac{21}{24},$$

односно

$$a:b:c = 20:32:21.$$

Од добиената продолжена пропорција следува

$$a:b = 20:32, \text{ т.е. } a = \frac{20}{32}b$$

и

$$b:c = 32:21, \text{ т.е. } c = \frac{21}{32}b.$$

Но, вкупната заработувачка е 657 денари, па затоа $a+b+c=657$, т.е.

$$\frac{20}{32}b + b + \frac{21}{32}b = 657,$$

од каде $b = 288$ денари. Сега

$$a = \frac{20}{32}b = \frac{20}{32}\cdot 288 = 180 \text{ денари и } c = \frac{21}{32}b = \frac{21}{32}\cdot 288 = 189 \text{ денари.}$$

55. Нека цената на книгата во книжарницата А на почетокот од месец јануари 2012 година била x, а цената на истата книга во книжарницата Б била y. Ако цената z се намали за 30%, новата цена ќе биде $z - 30\%z = z - 0,3z = 0,7z$, додека ако цената z се зголеми за 30%, новата цена ќе биде $z + 30\%z = 1,3z$.

	1 јануари	15 февруари	15 март
книжарница А	x	$0,7 \cdot x$	$1,3 \cdot 0,7x = 0,91x$
книжарница Б	y	$1,3 \cdot y$	$0,7 \cdot 1,3y = 0,91y$

Дадено е дека $x > y$, и затоа

$$0,91x - 0,91y = 0,91(x - y) = 273$$

$$x - y = \frac{273}{0,91} = 300$$

Цената на математичката книга во книжарницата А, на почетокот од месец јануари 2012 година, била за 300 денари повисока од цената на истата книга во книжарницата Б.

56. Нека цената на камерата е x денари, а тие платиле a, b, c, d денари соодветно. Првиот платил 50% од камерата, т.е. платил $a = \frac{x}{2}$. Вториот платил третина од износот кој го платиле другите тројца, т.е.

$$(a + c + d) + \frac{1}{3}(a + c + d) = x \text{ или } a + c + d = \frac{3}{4}x.$$

Според тоа, вториот платил $\frac{1}{4}$ или 25% од цената на камерата. Слично,

$$(a + b + d) + \frac{1}{4}(a + b + d) = x \text{ или } a + b + d = \frac{4}{5}x,$$

што значи дека третиот платил $\frac{1}{5}$ или 20% од цената на камерата. Конечно, четвртиот платил 100%-50%-25%-20%=5% од цената на камерата и тоа изнесува 5000 денари. Според тоа,

$$5\%x = 5000, \text{ т.е. } x = \frac{5000}{0,05} = 100000.$$

Цената на камерата е 100000 денари.

57. Нека L е цената на еден леб, M е цената на едно млеко и P е цената на една тегличка мармалад. Од условите на задачата имаме

$$\begin{cases} 3L + 5M + 4P = 670 \\ 5L + 9M + 7P = 1180 \end{cases}$$

Ако првата равенка ја помножиме со 2, добиваме

$$\begin{cases} 6L + 10M + 8P = 1340 \\ 5L + 9M + 7P = 1180 \end{cases}$$

Ако од првата равенка на последниот систем ја одземеме втората, добиваме

$$L + M + P = 160.$$

Значи, еден леб, едно млеко и една тегличка мармалад чинат 160 денари.

58. Нека x е бројот на монети од 5 денар , а броевите на банкноте со 10 и 50 денари се y и z соодветно.

За избрано z, најмала можна сума што може да се плати со расположивите банкноти и монети е $50z+(23-z)\cdot 5=45z+115$. Ако $z\geq 8$ оваа сума ќе ја надмине сумата од 455 денари, па значи, $z\leq 7$.
Слично, за избрано z, најголема сума што може да се плати е $50z+(23-z)\cdot 10$ односно $40z+230$. Ако $z\leq 5$ оваа сума ќе биде помала од 455 денари, па, значи, $z\geq 6$.
Нека $z=7$. Од условите на задачата го добиваме системот:

$$\begin{cases}5x+10y=105\\ x+y=16\end{cases}$$

чие што решение $x=11,\ y=5$ не ги задоволува условите од задачата, бидејќи е познато дека $x<y$.
Нека $z=6$. Од условите на задачата го добиваме системот:

$$\begin{cases}5x+10y=155\\ x+y=17\end{cases}$$

чиешто решение е $x=3, y=14$. Ова решение ги задволува сите услови на задачата.
Значи, стоката е платена со 3 монети од 5 денари, 14 банкноти од 10 денари и 6 банкноти од 50 денари.

59. Нека од првата сорта вино треба да се изберат x литри а од втората сорта y литри. Тогаш

$$x+y=930. \tag{1}$$

а за да цената биде 18 денари по литар, добиваме

$$19x+16y=930\cdot 18. \tag{2}$$

Со решавање на системот од (1) и (2) се добива $x=620, y=310$. Значи треба да се земе 620 литри од виното кое чини 19 денари по литар и 310 литри од виното кое чини 16 денари по литар.

60. Нека x е заработувачката на третиот, четвртиот и петтиот работник. Тогаш $\frac{2}{5}x$ е заработувачката на првиот и вториот работник, па затоа

$$\frac{2}{5}x+x=210000,$$

т.е. $\frac{7}{5}x=210000$, од каде добиваме $x=150000$ и $\frac{2}{5}x=60000$.

Со a,b,c,d,e да ги означиме заработувачките на првиот, вториот, третиот, четвртиот и петтиот работник, соодветно. Тогаш, $a:b=3:2$, па затоа $a=\frac{3b}{2}$ и како $a+b=60000$ добиваме $b+\frac{3b}{2}=60000$, т.е. $b=24000$ денари и $a=36000$ денари. Слично,

$$c:d:e=3:5:4,$$

па затоа $c=\frac{3d}{5}$, $e=\frac{4d}{5}$ и како

$$c+d+e=150000$$

добиваме

$$\frac{3d}{5}+d+\frac{4d}{5}=150000,$$

т.е. $d=62500$ денари, $c=37500$ денари и $e=50000$ денари.

61. Нека x е количината на сок која се наоѓа во секоја од цистерните по испуштањето. Ако z,y и w се количините на сок во цистерните пред од нив да се испушти сок, тогаш

$$x=\frac{3}{4}y,\ x=\frac{4}{5}z,\ x=\frac{4}{7}w.$$

Но, тогаш

$$y=\frac{4}{3}x,\ z=\frac{5}{4}x \text{ и } w=\frac{7}{4}x.$$

Сега, од условот на задачата $y+z+w=780$, односно

$$\frac{4}{3}x+\frac{5}{4}x+\frac{7}{4}x=780.$$

Ако последната равенка ја помножиме со 12, таа го добива обликот

$$16x+15x+21x=780\cdot 12, \text{ т.е. } 52x=78\cdot 120.$$

Нејзино решение е $x=180$.

Значи, на почетокот во цистерните имало

$$y=\frac{4}{3}\cdot 180=240,\ z=\frac{5}{4}180=225\ l \text{ и } w=\frac{7}{4}\cdot 180=315\ l \text{ сок.}$$

62. Ако во првиот сад има x l, во вториот има y l, а во третиот сад има z l, тогаш после првото прелевање, во првиот сад ќе има $x-\frac{x}{2}=\frac{x}{2}$, во вториот сад ќе има $y+\frac{x}{2}$, додека после прелевањето од вториот сад во третиот, во вториот сад ќе остане

$$y+\frac{x}{2}-\frac{1}{3}(y+\frac{x}{2})=\frac{1}{3}(2y+x), \quad (1)$$

а во третиот сад ќе има

$$z+\frac{1}{3}(y+\frac{x}{2})=\frac{1}{6}(6z+2y+x)\,.$$

После прелевањето од третиот во првиот сад, во третиот сад ќе остане

$$\frac{1}{6}(6z+2y+x)-\frac{1}{24}(6z+2y+x)=\frac{1}{8}(6z+2y+x) \qquad (2)$$

литри вода, а во првиот сад ќе има

$$\frac{x}{2}+\frac{1}{24}(6z+2y+x)=\frac{1}{24}(6z+2y+13x) \qquad (3)$$

литри вода. Имајќи го предвид условот на задачата и (1), (2) и (3) го добиваме следниов систем на равенки:

$$\begin{cases} x+2y=18 \\ x+2y+6z=48 \\ 13x+2y+6z=144 \end{cases}$$

чие решение е: $x=8,\ y=5,\ z=5$. Според тоа, во првиот сад имало 8 литри вода, а во вториот и третиот по 5 литри вода.

63. Нека после одлевањето во секоја цистерна имало по x литри млеко. Значи,

$$\frac{3}{4}a=\frac{4}{5}b=\frac{5}{6}c=x\,,$$

или

$$a=\frac{4}{3}x\,,\ b=\frac{5}{4}x, c=\frac{6}{5}x\,.$$

Според тоа,

$$\frac{4}{3}x+\frac{5}{4}x+\frac{6}{5}x=1135\,,$$

од што добиваме $x=300$. Во првата цистерна имало 400 литри, во втората 375 литри, а во третата 360 литри млеко.

64. Нека се x деца и y клупи. Ако на секоја клупа седнат по 4 деца, тогаш за две деца ќе нема место. Тоа значи дека

$$x=4y+29 \qquad (1)$$

Ако на секоја клупа седнат по 5 деца, тогаш 1 клупа ќе остане празна, па затоа

$$x=5(y-1) \qquad (2)$$

Од (1) и (2) добиваме $x=30,\ \ y=7$. Значи, има 30 деца и 7 клупи.

65. Со x ќе го означиме бројот на јаболка, со y бројот на круши, а со z бројот на праски. Од условот на задачата имаме

$$\begin{aligned} x+y&=12 \\ y+z&=5 \end{aligned}.$$

Но, тогаш

$$z=15-(x+y)=15-12=3$$

$$x=15-(y+z)=15-5=10.$$

Значи, во корпата Мирјана имала 10 јаболка, 3 праски и 2 круши.

66. Нека x е бројот на браќата и y е бројот на сестрите. Според одговорот на Младен добиваме

$$x-1=y, \tag{1}$$

а според одговорот на неговата сестра добиваме

$$x=2(y-1) \tag{2}$$

Од (1) и (2) добиваме $x=4$ и $y=3$. Значи, биле 4 браќа и 3 сестри.

67. Нека во кафезот има x зајаци и y фазани. Тогаш

$$x+y=36 \tag{1}$$

Бидејќи зајаците имаат по 4 нозе, а фазаните по 2 нозе, добиваме

$$4x+2y=100 \tag{2}$$

Со решавање на системот составен од (1) и (2) добиваме $x=14$, $y=22$. Значи, во кафезот има 14 зајаци и 22 фазани.

68. Нека x е бројот на точно решени задачи, y е бројот на неточно решени задачи, а z е бројот на задачи на кои ученикот не одговорил ништо. Според условите од задачата, се добива системот

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ 8x-5y=13 \end{cases}$$

при што x, y и z се ненегативни цели броеви. Од втората равенка, се добива дека

$$8x=13+5y$$

$$x=\frac{13+5y}{8}=1+\frac{5+5y}{8}=1+\frac{5}{8}(1+y)$$

од каде, за x да е цел број, треба $1+y$ да биде делив со 8, т.е. $1+y=0$ или $1+y=8$ или $1+y=16$. При тоа

1) $y=-1$, што не можно, бидејќи y не може да е негативен број.

2) $y=7$, $x=\frac{13+5y}{8}=\frac{48}{8}=6$, $z=20-6-7=7$

3) $y=15$, $x=\frac{13+5\cdot 15}{8}=11$, $z=20-15-11=-6<0$, што не е можно бидејќи $z\in\mathbf{N}$.

Значи, ученикот одговорил точно на 7 задачи.

69. Нека на таа страница има x редови, а во секој ред по y букви. Од првиот услов на задачата ја формираме равенката

$$3x+2(y-3)=145 \tag{1}$$

а од вториот, равенката

$$4x+3(y+4)=224. \tag{2}$$

Решавајќи го системот равенки, составен од равенките (1) и (2), добиваме $x=29$, $y=32$. Значи, на споменатата страница од книгата има 29 реда, а во секој ред по 32 букви.

6. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

6.1. ЗАДАЧИ

1. Гоца и Нина имаат ист број на јаболка. Гоца за 3 свои јаболка земала 1 денар, а пак Нина продавала 2 јаболка за 1 денар. Ако ги соединат јаболкате и ги продаваат по цена од 5 јаболка за 2 денари ќе заработат 4 денари помалу отколку што би заработиле кога би ги продавале секоја поединечно. Колку јаболка имале Гоца и Нина, ако и при поединечната и при заедничката продажба не останало ниту едно јаболко?

2. Климе гаѓа во мета и за секој погодок добива по 5 поени, а за секое промашување губи по 3 поени. Дента Климе немал многу среќа и после повеќе од 10, а помалку од 20 обиди на крајот завршил со 0 поени. Колку обиди за погодување на метата имал Климе и колку од нив биле успешни?

3. На една дрвена плоча во форма на триагилник во редови се поредени златници и сребреници на следниот начин: во првиот ред 1 златник, во вториот ред 2 сребреника, во третиот ред 3 златника, во четвртиот ред 4 сребреника итн. Колку вкупно сребреници има ако се избројани вкупно 625 златници?

4. Од две парчиња легура со маси 6 kg и 3 kg и со различни проценти на бакар, отсечено е по едно парче со иста маса. Секое од отсечените парчиња е слеано со остатокот од другото парче. По тоа спојување, процентот на бакар во двете легури се изедначува. Колкави се масите на отсечените парчиња?

5. Илија дневно поминувајќи цел број километри поминал $105km$. Ако дневно поминувал по $6km$ помалку, би патувал два дена повеќе. Кол-

ку километри дневно поминувал Илија?

6. Две илјади домина се исправени на еднакво мало растојание едно од друго. Потоа, домината се нумерираат од 1 до 2000. Пред доминото со реден број 1 се редат на ист начин уште неколку домина, а на другиот крај k пати повеќе $(k>8)$. Едновремено и со еднаква сила крајните домина се поттурнуваат кон средината. Колку домина се наредени, ако на крајот останало доминото со реден број 1984?

7. Еден возач патувал од местото A до местото B, оддалечени 800 km едно од друго. Наместо да вози со планираната брзина од 80 km/h на првата половина од својот пат, возачот бил принуден да вози со брзина $(80-m)km/h$. Ако на втората половина од својот пат возачот вози со брзина од $(80+m)km/h$, дали ќе стигне навреме во B?

8. Бродовите A и B се движат по меѓусебно нормални патеки кои се сечат во точката O. Бродот A од точката O е оддалечен $300km$ и се движи со брзина од $40km/h$, а бродот B од точката O е оддалечен $100km$ и се движи со брзина од $30km/h$. Кога растојанието меѓу бродовите ќе биде најмало и колку изнесува тоа растојание?

9. Петар има за продавање два автомобила со различна цена на чинење.
   а) Дали Петар ќе биде во добивка или во загуба ако поскапиот автомобил го продаде со 10% пониска цена, а поевтиниот автомобил го продаде со 10% повисока цена?
   б) Дали Петар ќе биде во добивка или во загуба ако поскапиот автомобил го продаде со 10% повисока цена, а поевтиниот автомобил го продаде со 10% пониска цена?

10. Дедото на Филип е роден во дваесеттиот век. Филип забележал дека збирот на цифрите од годината на раѓањето на дедо му е еднаков со збирот на цифрите од бројот на годините што дедо му ги имал во 1985 год. Кога е роден дедото на Филип?

11. Со три различни цифри, различни од нула, формирајте ги сите можни трицифрени броеви со различни цифри. Збирот на двата најголеми од овие броеви е 1444. Кои се тие броеви?

12. Миле има три албуми со марки. Во првиот се наоѓа петтина од сите марки, во вториот неколку седмини и во третиот 303 марки. Колку марки има во сите три албуми?

13. Најди ги сите правоаголници чии димензии (должина и ширина) се природни броеви, а чии обиколки и плоштини имаат исти мерни броеви.

14. Во низа од шест природни броеви, третиот и секој следен е збир на двата претходни броја. Најди ги овие шест броеви, ако петтиот е еднаков на 7.

15. Нека m и n се природни броеви за кои важи $m+\frac{1}{n}=n+\frac{1}{m}$. Кој број е поголем, m или n?

16. Што е поголемо z или x ако е познато дека $\frac{x+y}{2}=\frac{1}{2}$ и $\frac{z}{y-x}=3$, каде $x>0$.

17. Два града A и B лежат на бреговите на една река. Растојанието помеѓу нив е 10 km. Да се определи дали времето потребно еден брод да плови од местото A до местото B и потоа назад е подолго отколку времето потребно истиот тој брод по мирно езеро да помине 20 km.

18. Од сите двоцифрени броеви одредете го оној кој поделен со збирот на своите цифри дава најголем резултат.

19. Збирот на еден двоцифрен број и број запишан со исти цифри но по обратен редослед е полн квадрат. Да се определат сите такви броеви.

20. Иван, Милан и Милош заедно имаат помалку од 500 денари. Најпрвин Иван земал една третина од парите, потоа Милан една третина од остатокот и на крајот Милош третина од она што останало после земањето на Иван и Милан. Остатокот од парите го поделиле на еднакви делови. Колку вкупно пари имале на почетокот и колку добил секој од нив? Да се определат сите решенија, ако е познато дека секој од нив добил по цел број денари.

21. Цената на едно пенкало е цел број центи од долар (цент е дел од долар; еден долар има 100 центи). Цената на девет пенкала е поголема од $11\,\$$, а помала од $12\,\$$ и цената на 13 пенкала е поголема од $15\$$, а помала од $16\,\$$. Колку изнесува цената на едно пенкало?

22. **(Могли во заробеништво).** Веројатно се сеќавате на приказните од "Книга за џунглата" од Р. Киплинг, за Могли момчето воспитано во волчји чопор. Еднаш Могли паднал во заробеништво кај Бандар-Лог (така во џунглата ги нарекувале мајмуните).
"... Гладен сум, - рекол Могли.
- Никого овде не познавам, затоа донесете ми да јадам или дозволете нешто да уловам.
Дваесет до триесет мајмуни се растрчале да најдат ореви и диви плодови за Могли. Мајмуните, играјќи си, се растрчале и отишле да наберат ореви. Секој собрал ист број ореви. При враќањето мајмуните се степале, при што секој на секого фрли по еден орев ..."
Колку ореви собрал секој мајмун, ако на Могли му донеле 26 ореви?

23. При ограничување на потрошувачката на електрична енергија за време на најголемо оптеретување на мрежата, 35 фабрики се обрзале да ја намалат потрошувачката. Имало вкупно три групи на вакви фабрики. Во првата група секоја фабрика ја намалила потрошувачката за 50% од редовната потрошувачка, во втората група секоја фабрика ја намалила потрошувачката за $\frac{1}{3}$ од својата редовна потрошувачка, а во третата група за $\frac{1}{4}$ од својата редовна потрошувачка. На овој начин фабриките заедно ја намалиле за 40% заедничката редовна потрошувачка. Најди го бројот на фабриките во секоја група, ако во првата група имало два пати повеќе фабрики отколку во втората група и ако сите фабрики имале еднаква редовна потрошувачка на електрична енергија.

24. Во државата ТАЛЕНТ парични единици се пари и парички, така што 1 пара = 100 парички. Тројца бизнисмени од таа држава решиле да финансираат математичко натпреварување. Финансирале на следниот начин: првиот бизнисмен дал онолку пари колку и парички, вториот дал три пари повеќе и осум пати помалку парички од првиот, а третиот седум пати помалку отколку првите двајца заедно. Колку е вкуп-

ната финансиска помош и дали може да се реализира натпреварувањето ако е познато дека за негова реализација се потребни 150 пари?

25. Во една пештера познатиот разбојник Али Баба пронашол скриено богатство: злато и дијаманти, како и празен сандак. Во сандакот можел да стави 200 kg злато или 40 kg дијаманти. За златото може да добие по 20 дукати за килограм, а за дијамантите по 60 дукати за килограм. Али Баба наеднаш може да подигне и изнесе маса од 100 kg во сандакот. Колку злато и колку дијаманти треба да земе Али Баба за да земе најмногу дукати за еден товар?

26. Сумата од 4800 денари треба да ја поделат неколку другари на еднакви делови. Ако тројца од нив се откажат од својот дел, тогаш останатите ќе добијат по 80 денари повеќе. Колку другари учествуваат во поделбата на парите?

27. Да ја разгледаме следната табела

$$\begin{array}{ccccc} 4 & & & & \\ 8 & 12 & & & \\ 16 & 20 & 24 & & \\ 28 & 32 & 36 & 40 & \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{array}$$

Во која редица (хоризонтала) се наоѓа бројот 2012.

28. Подели ги броевите од 101 до 140 (заклучно) во четири групи од по 10 броја така да збировите на броевите во групите бидат еднакви. Објасни ја постапката. Запиши едно решение.

29. Со кој број треба да заврши низата $1,-2,3,-4,5,\ldots$ за да нејзиниот збир е 2011?

30. Збирот на два двоцифрени броја е 60. Ако ги запишеме еден до друг, се добива четирицифрен број кој е за 1188 помал од бројот што се добива ако истите двоцифрени броеви ги запишеме еден до друг но во обратен редослед. Кои се тие броеви?

31. Колку трицифрени броеви започнуваат со непарна и завршуваат со непарна цифра? Определи го збирот на сите такви броеви.

32. Петар влегол во супермаркет при што имал само монети од 1 долар и од 1 цент. Бројот на монети од 1 цент бил помал од бројот на монети од 1 долар. Во супермаркетот ја потрошил половина од сумата на пари што ја имал. Кога излегол тој имал само монети од 1 долар и 1 цент, и тоа од 1 цент колку што имал монети од 1 долар кога влегол во супермаркетот, а монети од 1 долар двапати помалку од бројот на монети од 1 цент што ги имал кога влегол во супермаркетот.
Колку долари и колку центи имал Петар на почеток?

33. Никола ги запишал сите трицифрени броеви и за секој од нив го нашол производот на неговите цифри, а потоа ги собрал добиените производи. Кој број го добил?

34. Во едно училиште учат помалку од 400 ученици во шесто одделение поделени во неколку паралелки. Шест од паралелките имаат по еднаков број на ученици и тие шест паралелки имаат вкупно повеќе од 150 ученици. Во останатите паралелки во шесто одделение има вкупно за 15% повеќе ученици отколку во овие шест паралелки заедно. Колку вкупно ученици во шесто одделение има во ова училиште?

35. Разликата помеѓу $\frac{3}{11}$ од првиот и $\frac{3}{11}$ од вториот број изнесува $\frac{2}{7}$. Колку изнесува разликата на $\frac{4}{7}$ од првиот и $\frac{4}{7}$ од вториот број?

36. Во еден сеф имало банкноти од евра и долари. Ако вкупниот број на банкноти од евра се зголеми неколку пати, тогаш во сефот ќе има вкупно 2012 банкноти. Ако пак толку пати се зголеми бројот на долари, тогаш во сефот вкупно ќе има 2011 банкноти.
Колку евра и колку долари имало во сефот (на почетокот)?

37. Една продавница треба да добие 1100 бомбониери. Во складот за снабдување постојат пакети од по 70, 40 и 25 бомбониери. Цената на превозот за еден пакет е еднаква на 20, 10 и 7 денари соодветно. Какви пакети и во колкави количества продавницата треба да порача, за да превозните трошоци бидат најмали? (Пакетите не смеат да се отвораат во складот.)

38. Таткото на своите синови во наследство им оставил 160000 евра, со

желба таа сума да ја поделат на еднакви делови. Но, еден од синовите се откажал од својот дел, па секој од останатите синови добил по 8000 евра повеќе. Колку синови имал таткото?

39. Трговец со недвижности настојува да продаде стан по цена од 4821000 денари, со што просечната цена на становите кои ги продал во таа зграда би изнесувала 5195000 денари. Но, заради заситеност на пазарот, тој станот го продал за само 4515000 денари, па просечната цена на становите кои ги продал во таа зграда изнесува 5177000 денари. Колку станови во таа зграда продал трговецот?

6.2. РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ

1. Бројот на јаболката што ги имала Гоца (исто има и Нина) очигледно е делив со 2 и со 3, па го има обликот $6k$. Вкупниот број на јаболка, а тоа е $12k$, делив е уште и со 5, па k може да се запише и во облик $5n$. Значи двете имале $30n$ јаболка. Нина сама заработила $30n:2=15n$ денари, а Гоца $30n:3=10n$ денари. Ако продаваат заедно 5 јаболка за 2 денари ќе заработат $(60n:5)\cdot 2=24n$ денари. Според условот, продавајќи заедно губат 4 денари се добива дека $15n+10n-24n=4$ така што $n=4$. Конечно, Нина и Гоца имале по $15n=15\cdot 4=60$ јаболка.

2. Нека Климе погодил x пати, а промашил y пати. Тогаш $5x-3y=0$ и уште $10<x+y<20$, од што следува дека $x=6, y=10$ е единствено решение. Значи, од 16 обиди Клима имал 6 успешни

3. Ако претпоставиме дека има вкупно n-редови златници, тогаш вкупно има $1+3+5+...+(2n-1)=625$ златници. Збирот на левата страна на равенството изнесува $\frac{n}{2}(1+2n-1)=n^2$, па n = 25. Меѓу секои два реда на златници има по еден ред сребреници, чиј вкупен збир е
$$2+4+6+...+48 \text{ или } 2+4+6+...+48+50$$
(во зависност од тоа дали последниот ред е од златници или сребреници). Според тоа, во првиот случај има 600, а во вториот 650 сребреници.

4. Со A да ја означиме легурата чија маса е 6 kg, а со B легурата чија маса е 3 kg. Нека во 1kg од легурата A има u kg бакар, а во 1 kg од легурата B има v kg бакар. Од условите на задачата имаме $u \neq v$. Нека масите на отсечените парчиња од легурите A и B се x kg По спојувањето на отсечените парчиња со остатоците на другите парчиња, во 1 kg од легурата A ќе има $\frac{(6-x)u+xv}{6}kg$ бакар, а во 1 kg од легурата B ќе има $\frac{(3-x)v+xu}{3}$ kg бакар. Бидејќи процентот на бакар во двете легури по спојувањсто е ист, имаме

$$\frac{(3-x)v+xu}{3} = \frac{(6-x)u+xv}{6}.$$

Но, $u \neq v$, па затоа од последната равенка се добива

$$(u-v)(9x-18)=0,$$

односно $x=2$.

5. Ако Илија дневно минувал x km, тогаш е $\frac{105}{x-6} - \frac{105}{x} = 2$, од што следува $x(x-6)=315=21 \cdot 15$, па е $x=21$ km.

6. Нека x е бројот на домината поставени пред доминото со реден број 1. Тогаш $16+kx=1983+x$, од што добиваме $(k-1)x=1967$.

Но, $1967=7 \cdot 281$, а броевите 7 и 281 се прости, па затоа добиваме $k-1=281, x=7$, бидејќи по услов $k>8$. Според тоа, наредени се вкупно $(k+1)x+2000=3981$ домино.

7. Нека t е времето за кое возачот ја поминал првата половина, а T е времето за кое тој ја поминал втората половина од патот. Тогаш

$$400=(80-m)t \text{ и } 400=(80+m)T.$$

Бидејќи $80-m<80+m$, следува дека $t>T$. Собирајќи ги последните равенства, се добива

$$800=(80-m)t+(80+m)T=80(t+T)-m(t-T),$$

од што следува дека $80(t+T)>800$, т.е $t+T>10$ часа.

Ако возачот вози со планираната брзина, во B ќе стигне за 10 часа. Значи, возачот ќе задоцни.

8. После x часови растојанието меѓу бродовите е

$$\sqrt{(300-40x)^2+(100-30x)^2} = 50\sqrt{(x-6)^2+4}.$$

Растојанието е најмало за $x=6$ и тоа изнесува $50\sqrt{4}=100\ km$.

9. Нека поскапиот автомобил чини x денари, а поевтиниот автомобил чини y денари, $x>y$.

а) Во овој случај Петар ќе добие $0,9x+1,1y$ денари, така што

$$0,9x+1,1y-x-y=-0,1x+0,1y=-0,1(x-y)<0$$
$$0,9x+1,1y<x+y$$

што значи, во овој случај Петар ќе биде во загуба.

б) Во овој случај Петар ќе добие $1,1x+0,9y$ денари, така што

$$1,1x+0,9y-x-y=0,1x-0,1y=0,1(x-y)>0$$
$$1,1x+0,9y>x+y$$

па затоа, во овој случај Петар ќе биде во добивка.

10. Нека дедото на Филип е роден во $\overline{19xy}$ година за $0\le x\le 9,\ 0\le y\le 9$. Цифрите на бројот на годините во 1985 година се $8-x$ и $5-y$ или $7-x$ и $15-y$. Тогаш,

$$1+9+x+y=8-x+5-y$$

или

$$1+9+x+y=7-x+15-y,$$

т.е.

$$2(x+y)=3 \text{ или } 2(x+y)=12.$$

Бидејќи 3 не е делив со 2, па затоа останува да го разгледаме вториот случај, од каде $x+y=6$. Ако $x\ge 1$, тогаш дедото во 1985 година има помалку од 71 година, а збирот на цифрите на секој природен број помал од 71 е помал од $16=1+9+x+y$. Значи $x=0$, $y=6$, т.е. дедото е роден 1906 година.

11. Нека цифрите се a,b,c и a е најголемата цифра. Тогаш:

$$100a+10b+c+100a+10c+b=1444, \text{ т.е. } 200a+11(b+c)=1444$$

Оваа равенка можеме да ја запишеме во обликот:

$$11(b+c)-44=200(7-a)$$

Бидејќи левата страна е делива со 11, следува дека и десната страна е делива со 11. Ова е можно само ако $7-a=0$, односно $a=7$. Сега добиваме $b+c=4$, па $b=3, c=1$. Значи, бараните броеви се 731 и 713.

12. Нека Миле има вкупно x марки, а бројот на седмините во вториот албум да го означиме со k. Така, ја имаме равенката $\frac{x}{5}+\frac{kx}{7}+303=x$ од што добиваме $x=\frac{35\cdot 303}{28-5k}$. Очигледно k е непарен број помал од 7. Од броевите $1,3,5$ само за $k=5$ имаме целобројно решение за x, и притоа $x=3535$.

13. Ако со a и b ги означиме должината и ширината на правоаголникот, добиваме $ab=2a+2b$, т.е. $a(b-2)=2b$, односно $a=\frac{2b}{b-2}$.
Десната страна на последната равенка можеме да ја трансформираме во обликот $a=2+\frac{4}{b-2}$.
За да a и b се природни броеви потребно е $(b-2)\in\{1,2,4\}$. Добиваме $b=3, a=6$ или $b=4,\ a=4$ или $b=6,\ a=3$.
Значи, постојат еден правоаголник и еден квадрат со бараното својство.

14. Од дадените услови имаме $a_5=7$ па е
$$a_4+a_3=7\text{, т.е. }(a_2+a_3)+(a_2+a_1)=7,$$
односно
$$3a_2+2a_1=7\ .$$
Од последната равенка, бидејќи a_2, a_1 се природни броеви добиваме $a_2=1,\ a_1=2.$ Конечно, бараните броеви се 2, 1, 3, 4, 7 и 11.

15. Ако даденото равенство го помножиме со mn, добиваме
$$m^2n+m=n+n^2m$$
или
$$m(mn+1)=n(mn+1)\ .$$
Бидејќи m и n се природни броеви, важи $mn+1\neq 0$, па ако последната равенка ја поделиме со $mn+1$ добиваме $m=n$.

16. Од првиот услов добиваме
$$z=2x+2y, \tag{1}$$

а од вториот

$$z = 3y - 3x\,. \qquad (2)$$

Ако (1) равенка ја помножиме со 3, (2) со -2 и добиените равенки ги собереме, добиваме: $z = 12x$. Бидејќи x е позитивен број заклучуваме дека $z > x$.

17. Ако со v ја означиме брзината на бродот, а со v_1 брзината на реката, тогаш брзината на бродот кога се движи по течението на реката е $v + v_1$, а кога се движи спроти течението на реката е $v - v_1$. Времето за кое бродот се движи од местото A кон местото B и назад инесува

$$\frac{10}{v+v_1} + \frac{10}{v-v_1} = \frac{20v}{(v+v_1)(v-v_1)} = \frac{20v}{v^2-v_1^2} = \frac{20}{v-\frac{v_1^2}{v}} > \frac{20}{v}\,.$$

Ако бродот се движи 20 km по мирно езеро со брзина v, времето кое е потребно да го измине патот е $\frac{20}{v}$. Од тука може да се заклучи дека за пловидба низводно и во правец на течението на реката трае подолго, отколку пловидбата по мирно езеро.

18. Нека $10x + s$ е бараниот број, (x и s се цифри и $x > 0$). Од $\frac{10x+y}{x+y} = k$, последователно имаме $\frac{9x}{x+y} + 1 = k$ и ако броителот и именителот на дропката во последната равенка ги поделиме со x добиваме

$$\frac{9}{1+\frac{y}{x}} = k - 1\,.$$

Количникот $k - 1$ (па значи и k) е најголем ако $\frac{y}{x} = 0$, т.е. кога $y = 0$ и x е произволен едноцифрен број различен од нула. Според тоа, условите на задачата ги задоволуваат сите двоцифрени броеви кај кои цифрата на единиците е еднаква на нула. Тие броеви се: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 и 90.

19. Нека $\overline{ab}$ е бараниот број, за кој важи условот $\overline{ab} + \overline{ba} = k^2$, каде a и b се позитивни едноцифрени броеви и k е природен број. Од тоа што $\overline{ab} = 10a + b$ дадениот услов може да се запише со следнава равенка: $11(a+b) = k^2$. Од тоа што $2 \le a + b \le 18$ следува дека $a + b = 11$ па бараните броеви се 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92.

20. Нека вкупната сума $x<500$. Иван земал $\frac{x}{3}$ денари, а Милан третина од остатокот, т.е. третина од $\frac{2}{3}x$, што претставува $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}x=\frac{2}{9}x$. Она што останало е $\frac{4}{9}x$. Од тоа Милош земал третина, а тоа е $\frac{4}{27}x$ денари. Преостанатиот износ

$$x-\frac{x}{3}-\frac{2}{9}x-\frac{4}{27}x=\frac{8}{27}x$$

го поделиле на три еднакви дела, т.е. секој зел по $\frac{8}{81}x$. Значи, целата сума е помала од 500 и е делива со 81. Па можната вкупна сума на пари е: 81,162,243,324, 405 или 486 денари. На пример, ако x=405денари, тогаш Иван добил

$$\frac{1}{3}\cdot 405+\frac{8}{81}\cdot 405=175 \text{ денари,}$$

Милан 130, а Милош 100денари.

21. Нека x е цената на едно пенкало во изразена во центи. Според тоа,

$$1100<9x<1200,\ 1500<13x<1600.$$

Бидејќи x е цел број, добиваме

$$122<x<134,\ 115<x<124.$$

Од последните неравенства имаме

$$115<122<x<124<134,$$

од каде добиваме $x=123$. Значи, цената на едно пенкало е 123 центи или $1,23\,\$$.

22. Со x да го означиме бројот на мајмуните, а со y бројот на оревите што секој мајмун ги собрал. Значи, собрани се xy ореви. Секој мајмун фрлил на останатите мајмуни $x-1$ орев, па затоа се фрлени $x(x-1)$ ореви. Според тоа, за Могли останале $xy-x(x-1)$ ореви. Од условот на задачата имаме: $xy-x(x-1)=26$, т.е. $x(y-x+1)=26$.

Значи, бројот x мора да биде делител на бројот 26, т.е. x може да биде 1,2,13 или 26.

Ако е $x=1$,тогаш од $y-x+1=26$, имаме $y=26$.

Ако е $x=2$, тогаш од $y-x+1=13$, имаме $y=14$.

Ако е $x=13$, тогаш од $y-x+1=2$, имаме $y=14$.

Ако е $x=26$, тогаш од $y-x+1=1$, имаме $y=26$.

Според тоа, имаме четири можности:

i) Бил еден мајмун и тој собрал 26 ореви.
ii) Биле два мајмуни, а секој набрал 14 ореви.
iii) Биле тринаест мајмуни, а секој набрал 14 ореви.
iv) Биле 26 мајмуни, а секој набрал по 26 ореви.

Очигледно, само третата можност е во согласност со текстот на задачата ("… Дваесет до триесет мајмуни се растрчале..")

23. Нека x е потрошувачката на секоја од фабриките пред намалувањето. Вкупната потрошувачка на сите фабрики после намалувањето изнесува $35x\cdot 0,6=21x$. Нека a е бројот на фабриките во втората група. Тогаш, во првата група има $2a$, а во третата $35-3a$ фабрики. По намалувањето на потрошувачката вкупната потрошувачка на фабриките од првата група изнесува $2a\cdot 0,5x=ax$, на втората $a\cdot\frac{2}{3}x=\frac{2ax}{3}$ и на третата
$$(35-3a)\cdot\frac{3}{4}x=\frac{105-9a}{4}x.$$
Од равенката
$$21x=ax+\frac{2ax}{3}+\frac{105-9a}{4}x$$
добиваме $a=9$. Според тоа, првата група има 18, втората 9, а третата 8 фабрики.

24. Нека првиот дал x-пари и x-парички и при тоа $x\le 99$. Според тоа, вториот дал $x+3$ пари и $y=\frac{x}{8}$ парички, од каде $x=8y$ и $y\le 12$. Ако пресметаме колку парички дале првите двајца имаме:
$$\begin{aligned}(100x+x)+(100(x+3)+y)&=808y+801y+300\\&=1609y+300=7(230y+43)-(y+1)\end{aligned}$$
и овој збир мора да биде делив со 7. Од тоа што $y\le 12$ следува дека $y=6, x=48$. Па вкупното спонзорство на тројцата бизнисмени е 113 пари и 76 парички (првиот 48 пари и 48 парички, вториот 51 пара и 6 парички и третиот 14 пари и 22 парички), од што може да се заклучи дека натпреварувањето не може да се реализира.

25. Во сандакот може да се стават $40kg$ дијаманти, што значи дека $1kg$ зафаќа $\frac{1}{40}$ од сандакот. Слично, $1kg$ злато зафаќа $\frac{1}{200}$ дел од сандакот. Ако со V го означиме волуменот на сандакот, а со z, d – количините на злато и дијаманти кои треба да ги пренесе Али Баба тогаш

$\frac{V}{40}d+\frac{V}{200}z\le V$, откаде $5d+z\le 200$. Имајќи го предвид и условот дека Али Баба може да понесе најмногу 100 *kg* ја добиваме и следната неравенка $d+z\le 100$. Нашето барање е да се одредат вредностите на *d, z* така што збирот $60d+20z$ да биде максимален. Да ги одредиме најпрвин d и z за случаи кога неравенствата преминуваат во равенства, т.е. $d+z=100$ и $5d+z=200$. Решението на овој систем е $d=25$, $z=75$. Тогаш, $60d+20z=3000$ дукати. Сега треба да покажеме дека ова е бараното максимално решение. Навистина, ако се намали вредноста на d на пример за 1 *kg*, тогаш заради условот на задачата $d+z\le 100$, z може да се зголеми за најмногу 1 *kg*, па Али Баба ќе земе $3000-60+20<3000$ дукати. Ако пак d се зголеми за 1 *kg*, тогаш согласно условот на задачата $5d+z\le 200$, Али Баба ќе земе $3000+60-100<3000$ дукати.

26. Нека n другари поделиле 4800 денари и при тоа секој од нив добил по d денари. Тогаш $n\cdot d=4800$. После откажувањето на тројца од нив имаме нов услов $(n-3)\cdot(d+80)=nd$ од каде $-3d-240+80n=0$. Заменувајќи го d од првото равенство $d=\frac{4800}{n}$ добиваме

$$-\frac{14400}{n}-240+80n=0,$$

а кога ова равенство ќе го помножиме со $\frac{n}{80}$ добиваме

$$n^2-3n-180=0 \text{ или } n(n-3)=15\cdot 12, \text{ т.е. } n=15.$$

Биле 15 другари.

27. **Решение. Прв начин.** Во првата вертикала, разликата меѓу секои два соседни броја е за 4 поголема од разликата на претходните два такви броја. Според тоа, во првата колона се броевите:

$$4,8,16,28,44,64,88,116,148,184,224,268,316,368,424,484,548,616,688,$$
$$764,844,928,1016,1108,1204,1304,1408,1516,1628,1744,1864,1988,2116$$

Бројот 2012 се наоѓа помеѓу броевите 1988 и 2116, па според тоа тој се наоѓа во 32-та редица (хоризонтала).

Втор начин. Забележуваме дека последен елемент во n-тата редица е $2n(n+1)$. Ако 2012-от број е во n-тата редица, важи

$$2(n-1)n<2012\le 2n(n+1) \text{ или } (n-1)n<1006\le n(n+1).$$

Јасно $n > 30$, бидејќи $30 \cdot 31 = 930$. За $n = 31$, $31 \cdot 32 = 992$ и за $n = 32$, $32 \cdot 33 = 1056$. Оттука добиваме дека $n = 32$. Значи 2012-от елемент се наоѓа во 32 редица.

28. Збирот на броевите во секоја група ќе биде

$$(101 + 102 + 103 + ... + 138 + 139 + 140) : 4 = 4820 : 4 = 1205.$$

Бидејќи

$$101 + 140 = 102 + 139 = 103 + 138 = ... = 120 + 121 = 241,\ 5 \cdot 241 = 1205$$

и постојат 20 парови броеви, заклучуваме дека во секоја од четирите групи треба да има по 5 парови броеви. На пример:

101, 140, 102, 139, 103, 138, 104, 137, 105, 136; прва група
106, 135, 107, 134, 108, 133, 109, 132, 110, 131; втора група
111, 130, 112, 129, 113, 128, 114, 127, 115, 126; трета група
116, 125, 117, 124, 118, 123, 119, 122, 120, 121.; четврта група.

29. Бидејќи $-2 + 3 = -4 + 5 = -6 + 7 = ... = 1$, добиваме

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - ... = 2011,$$

т.е.

$$-2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - ... = 2010,$$

а тоа значи дека треба да имаме 2010 парови. Последниот пар ќе биде $-4020, 4021$. Конечно, бараниот број е 4021.

30. Нека бараните броеви се $\overline{ab}$ и $\overline{xy}$. Од условот на задачата имаме

$$\overline{ab} + \overline{xy} = 60$$

$$\overline{abxy} + 1188 = \overline{xyab}$$

Но, тогаш од првата равенка имаме

$$\overline{xy} = 60 - \overline{ab}$$

од втората равенка

$$100\overline{ab} + \overline{xy} + 1188 = 100\ \overline{xy} + \overline{ab}$$

па според тоа,

$$100\overline{ab} + 60 - \overline{ab} + 1188 = 100(60 - \overline{ab}) + \overline{ab}$$

$$100\ \overline{ab} + 100\ \overline{ab} - 2 \cdot \overline{ab} = 6000 - 1188 - 60$$

$$198\overline{ab} = 4752.$$

Значи,

$$\overline{ab} = 24 \text{ и } \overline{xy} = 60 - 24 = 36,$$

т.е. бараните броеви се 24 и 36.

31. Непарни цифри се 1, 3, 5, 7 и 9. Трицифрени броеви кои почнуваат со непарна цифра x и завршува со непарна цифра y има 10 и тоа се $\overline{xzy}$, $z\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Нивниот збир е

$$\overline{x0y}+\overline{x1y}+\overline{x2y}+\overline{x3y}+\overline{x4y}+\overline{x5y}+\overline{x6y}+\overline{x7y}+\overline{x8y}+\overline{x9y}=$$
$$=10\cdot 100x+10y+(10+20+...+90)$$
$$=1000x+10y+450$$

Можности за x се $x\in\{1,3,5,7,9\}$, а можности за y се $y\in\{1,3,5,7,9\}$. Според тоа, такви броеви има 25. Нивниот збир е

$$5\cdot 1000\cdot(1+3+5+7+9)+5\cdot 10\cdot(1+3+5+7+9)+25\cdot 450=$$
$$=5000\cdot 25+50\cdot 25+11250$$
$$=125000+1250+11250=137500$$

32. Нека на почетокот Петар имал x монети од 1 долар и y монети од по 1 цент. Значи тој имал вкупно $100x+y$ центи. Кога излегол од продавницата тој имал $50x+\frac{1}{2}y$ центи. Од друга страна, кога тој излегол од продавницата имал $0,5y$ монети од по 1 долар и x центи, односно $50y+x$ центи. Според тоа,

$$50x+0,5y=50y+x$$
$$98x=99y$$
$$98(x-y)=y$$

Бидејќи x и y се цели броеви добиваме дека $99\,|\,y$. Бидејќи Петар има помалку монети од центи отколку од долари, добиваме дека $y<100$. Но тогаш $y=98$ и $x=99$.

33. Производот на цифрите на трицифрен број во кој цифрата на единиците или цифрата на десетките е еднаква на нула изнесува 0. Според тоа, таквите броеви нема да влијаат на вкупниот збир на сите производи. За броевите на првата стотка добиваме:

- збирот на производите на цифрите на броевите 111, 112, 113, 114, ..., 119 е $1+2+3+...+8+9=45$,
- збирот на производите на цифрите на броевите 121,122,123,124,..., 129 е $2\cdot 1+2\cdot 2+2\cdot 3+...+2\cdot 8+2\cdot 9=2(1+2+3+...+8+9)=2\cdot 45$,

- збирот на производите на цифрите на броевите 131,132,133,134,..., 139 е $3\cdot1+3\cdot2+3\cdot3+...+3\cdot8+3\cdot9=3(1+2+3+...+8+9)=3\cdot45$,
- збировите на производите од цифрите на броевите од петтата, шестата, седмата, осмата, деветтата и десеттата десетка од првата стотка се $4\cdot45$, $5\cdot45$, $6\cdot45$, $7\cdot45$, $8\cdot45$ и $9\cdot45$, соодветно.

Според тоа, збирот на производите на цифрите на броевите од првата стотка трицифрени броеви е

$$45+2\cdot45+3\cdot45+...+8\cdot45+9\cdot45=45(1+2+3+...+8+9)=45^2 .$$

За броевите од втората стотка трицифрени броеви, заради тоа што цифрата на стотките наместо 1 е 2, добиваме дека збирот на производите на цифрите е $2\cdot45^2$. На потполно ист начин заклучуваме дека збировите на производите на цифрите на броевите од останатите стотки трицифрени броеви редоследно се:

$$3\cdot45^2,\ 4\cdot45^2,\ 5\cdot45^2,\ 6\cdot45^2,\ 7\cdot45^2,\ 8\cdot45^2 \text{ и } 9\cdot45^2 .$$

Конечно, бараниот збир е

$$\begin{aligned}45^2+2\cdot45^2+3\cdot45^2+...+8\cdot45^2+9\cdot45^2&=45^2(1+2+3+...+8+9)\\&=45^2\cdot45=45^3.\end{aligned}$$

34. Да го означиме со n вкупниот број на ученици во шесте паралелки. Значи, $6|n$. Од тоа што во останатите паралелки има вкупно за 15% повеќе ученици отколку во овие шест паралелки имаме дека $15\%\cdot n=\frac{15}{100}\cdot n=\frac{3}{20}\cdot n$ треба да е природен број, од каде следи дека $20|n$. Од $6|n$ и $20|n$ следи дека $60|n$, односно $n=60k$. Од условот на задачата имаме дека $n>150$ и $n+n+15\%\cdot n=2{,}15n<400$. Најмалиот природен број делив со 60 и поголем од 150 е $n=180$ и за него имаме дека $2{,}15n=2{,}15\cdot180=387$. Следниот природен број делив со 60 е $n=240$, но за $n\geq240$ имаме дека $2{,}15n\geq2{,}15\cdot240=516$, па условот $2{,}15n<400$ не е исполнет. Значи, вкупниот број на ученици во шесто одделение во ова училиште е 387 ученици.

35. Нека со x го означиме првиот број, а со y го означиме вториот број. Тогаш

$$\frac{3}{11}x-\frac{3}{11}y=\frac{3}{11}(x-y)=\frac{2}{7},$$

од каде $x-y=\frac{22}{21}$. Разликата на $\frac{4}{7}x$ и $\frac{4}{7}y$ е

$$\frac{4}{7}x-\frac{4}{7}y=\frac{4}{7}(x-y)=\frac{4}{7}\cdot\frac{22}{21}=\frac{88}{147}.$$

36. На почетокот во сефот имало x евра и y долари. Тогаш од условот на задачата имаме $nx+y=2012$ и $x+ny=2011$. Сега, ако во системот

$$\begin{cases} nx+y=2012 \\ x+ny=2011 \end{cases}$$

од првата равенка ја одземеме втората равенка па добиваме

$$(n-1)x-(n-1)y=1\text{, т.е. }(n-1)(x-y)=1.$$

Јасно е дека $n-1$ и $x-y$ се природни броеви, па според тоа $n-1=1$ и $x-y=1$, т.е. $n=2$ и $x=y+1$. Со замена во системот го добиваме решението $x=671$ и $y=670$.

37. **Прв начин**. Цената на превозот на една бомбониера од првиот вид пакети е $\frac{20}{70}=\frac{2}{7}$ ден., од вториот вид е $\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$ ден., а од третиот вид е $\frac{7}{25}$ ден. Најефтин е превозот на бомбониерите од вториот вид, потоа од третиот, а најскап е од првиот. Бидејќи, $1100:40=27,5$ следи дека може да се порачаат најмногу 27 пакети од по 40 бонбониери. Но, тогаш остануваат $1100-27\cdot 40=20$ бомбониери, што не прават цел пакет од ниту еден вид. Значи, треба да се порачаат помалку од 27 пакети од вториот вид. Ако се порачаат 26 пакети од вториот вид, тогаш остануваат уште $1100-26\cdot 40=60$ бомбониери, што пак не прави цел пакет или цел број пакети од ниту еден вид. Ако се порачаат 25 пакети од вториот вид, тогаш остануваат уште $1100-25\cdot 40=100$ бонбониери кои прават 4 пакети од по 25 бомбониери. Значи, за да биде најефтин превозот треба да се порачаат 25 пакети од вториот вид и 4 пакети од третиот вид.

Втор начин. Нека x е бројот на пакети што треба да се порачаат од првиот вид, y бројот на пакети од вториот вид и z бројот на пакети од третиот вид. Тогаш,

$$70x+40y+25z=1100$$

и вредноста на изразот

$$A=20x+10y+7z$$

треба да е најмала. При тоа x, y и z се цели броеви такви што $0\le x\le 15$, $0\le y\le 27$ и $0\le z\le 44$. Со замена на

$$z=\frac{1100-70x-40y}{25}$$

во изразот A, се добива

$$A=308+\frac{2}{5}x-\frac{6}{5}y\,.$$

Бидејќи, вредноста на изразот A е цел број, следи дека треба $5\,|\,x$ и $5\,|\,y$. Значи, вредноста на A е најмала, ако за x се земе најмалата дозволена вредност делива со 5, а за y се земе најголемата дозволена вредност делива со 5, односно вредноста на A е најмала ако $x=0$ и $y=25$. Тогаш,

$$z=\frac{1100-70\cdot0-40\cdot25}{25}=4\,.$$

Значи, за да биде најефтин превозот треба да се порачаат 25 пакети од вториот вид и 4 пакети од третиот вид.

38. Нека се n синови и нека секој од нив требало да добие по x евра. Тогаш важи $nx=160000$. Кога едениот син се откажал од наследството, поделбата е извршена меѓу $n-1$ синови и секој добил по $x+8000$ евра, па затоа важи

$$(n-1)(x+8000)=160000\,.$$

Според тоа,

$$nx=(n-1)(x+8000)\,,$$

од каде наоѓаме $x=8000n-8000$. Ако замениме во првата равенка последователно добиваме

$$\begin{aligned}&n(8000n-8000)=160000\\&n^2-n-20=0\\&n^2-5n+4n-20=0\\&n(n-5)+4(n-5)=0\\&(n-5)(n+4)=0.\end{aligned}$$

Решенија на последната равенка се $n_1=5, n_2=-4$, но негативното решение нема смисла. Според тоа, таткото имал 5 синови и секој од нив требало да добие наследство во висина од 32000 евра.

39. Нека n е бројот на становите во таа зграда кои ги продал трговецот, а $x_1,x_2,...,x_{n-1}$ се цените на претходно продадените станови. Тогаш важи

$$\frac{x_1+x_2+...+x_{n-1}+4821000}{n}=5195000 \text{ и } \frac{x_1+x_2+...+x_{n-1}+4515000}{n}=5177000,$$

па затоа

$$x_1+x_2+...+x_{n-1}+4821000=5195000n \text{ и}$$

$$x_1+x_2+...+x_{n-1}+4515000=5177000n,$$

од каде наоѓаме $306000=18000n$, односно $n=17$. Според тоа, трговецот со недвижности во таа зграда продал 17 станови.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andrić, V.: Pripremni zadaci za matematićka takmićenja, DM SRBIJA, Beograd, 1991
2. Arslanagić, Š.: Matematika za nadarene, Riječ, Sarajevo, 2004
3. Đurković, R.: Matematička takmičenja srednjoškolaca u Jugoslaviji 1990, DM Srbije, Beograd, 1991
4. Kostić, Z. K.: Između igre i matematike, Tehnička knjiga, Beograd, 1963
5. Zbirka zadataka sa matematičkih takmičenja učenika osnovnih škola Srbija u 1993 godini, DMS, Valjevo, 1993
6. Zolić, A.: Zbirka rešenih konkursnih zadataka, Mat.list, Beograd, 1990
7. Андрић, В.: Математика (приручник за припремање за такмичење ученика основних школа од IV разред VIII), Круг, Београд, 2006
8. Антонов, Н.П. и др.: Сборник задач по елементарној математике, Москва, 1961
9. Васильев, Н. Б.; Егоров, А. А.: Задачи всесоюзных математических олимпиады, Наука, Москва, 1988
10. Група аутора: 1000 задатака са математичких такмичења, ДМС, Београд, 2006
11. Група аутора: Припремни задаци за математичка такмичења, ДМС, Ниш, 1998
12. Зубелевич, Г. И.: Сборник задач московских математических олимпиад, Просвещение, Москва, 1967
13. Stojanović, V.: Matematiskop 2, Naučna kniga, Beograd, 1985
14. Stojanović, V.; Zolić, A.: Savezna takmičenja iz matematike (osnovne škole), DM Srbija, Beograd, 1991
15. Јанев, И., Мишевски, К,: Десет години републички натпревари по математика (основни училишта), Нумерус, Скопје, 1985
16. Математичко списание СИГМА, комплетна едиција, СДМИ на Македонија, Скопје
17. Натпревари по математика за учениците од средните училишта во СФР Југославија во 1989год, Библиотека математичка школа бр. 12, Скопје, 1989
18. Регионални натпревари по математика за учениците во средните училишта во СР Македонија, Библиотска Математичка школа бр.10, Скопје, 1988.
19. Републички натпревари по математика за учениците во средните училишта во СР Македонија, Библиотека Математичка школа бр.8,

Скопје, 1977

20. Републички натпревари по математика за учениците во средните училишта во СР Македонија, Библиотека Математичка школа бр.9, Скопје, 1988
21. Списание Нумерус, СММ, Скопје, 1975-2012
22. Тфекчиев, И.; Лесов, Х.: Задачи за извнкласна работа по математака в IV и V клас, Софија, 1988