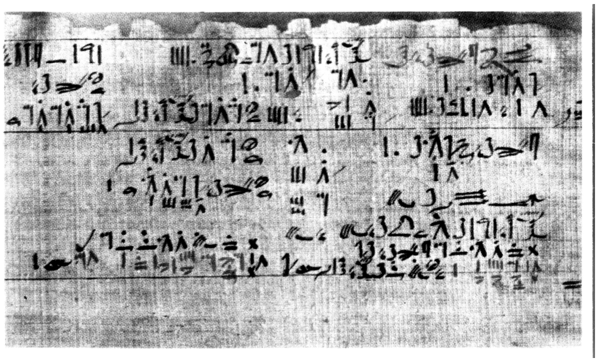
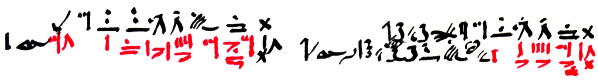
Лилјана Поповиќ Грибовска

МАТЕМАТИКАТА НА ВРЕМЕНСКАТА ОСКА (2000 п. н. е. - 2000 н. е.)

Во времето кога се појавила писменоста, претставите за основните математички поими број, величина, фигура веќе постоеле. Во тоа време биле изградени и различни системи за означување на броевите. Во овој дел од книгата хронолошки и фрагментарно ќе бидат спомнати поважните настани во развојот на математиката.

2000-1700 п.н.е. Први математички текстови кои доаѓаат до нас се двата египетски папируси: *Раиндов (или Ахмесов)* и *Московски,* како и многубројните таблици во теракота од стариот Вавилон. Тие содржат формулации и решенија на конкретни проблеми од секојдневната практика.



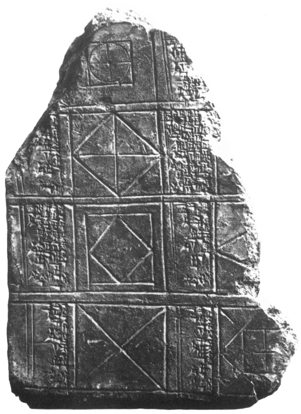


Фрагмент од Риндовиот папирус, долу повторен со хиероглифи.

Глинена таблица со квадрати и квадратни корени на броеви, најдена во Нипур.

Египјаните го користат декадниот непозиционен систем за нумерација и се служат со основните дропки (дропки чиј броител е единица). Кај Вавилонците се користи шеесетичен позиционен систем, таблици за множење и делење. Во овој период најголемо достигнување е создавањето на елементи од алгебрата преку наоѓањето на правила за решавање на задачи кои се сведуваат на решавање линеарни и квадратни равенки, како и на системи равенки. Исто така, умеат да најдат и приближни вредности на квадратен корен од некои броеви. Ја дознаваат формулата за збирот на членовите на аритметичката прогресија, како и формулата за збирот на квадратите на низата природни броеви.

Геометријата и во Вавилон и во Египет се сведувала на бројни пресметки. Познати се правилата за пресметување плоштина на триаголник со позната основа и висина, како и на круг со даден радиус. При тоа египетската вредност за бројот π (односот на периметарот на кружницата и нејзиниот дијаметар) изнесува 3.16, што е многу поблизу до денешната (3.14159...), отколку вавилонската вредност 3.0.



Вавилонска таблица, на која се гледа дека плоштината на кругот е пресметувана преку плоштината на опишаниот му квадрат.

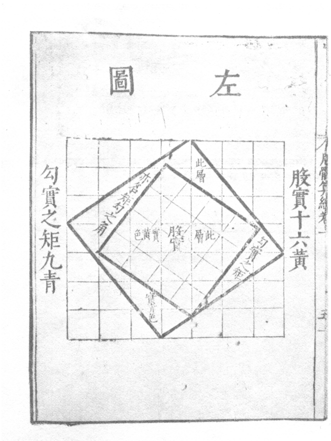
Египјаните ја познаваат и формулата за волумен на пирамида и потсечена пирамида чија основа е квадрат. Вавилонците знаат дека во правоаголниот триаголник квадратот над хипотенузата е еднаков на збирот на квадратите над катетите, како и обратнато тврдење. Најверојатно двата става ги откриле преку примери, но не умеат да ги докажат во општ облик. Во тоа време математичките вистини се изложуваат во облик на рецепти, чија правилност не е докажувана. Обично се наведуваат типизирани бројни примери и нивни решенија. Математиката уште не постои како наука.

1700-700 п.н.е. Тоа е време на развојот на математиката на древниот исток, преку развојот на астрономијата кај Египјаните, Вавилонците, Индусите и Кинезите. Се појавуваат првите соларни календари, неопходни за регулирање на сеидбените работи, кои зависат од годишните времиња. Се усогласува лунарното и соларното пресметување на времето заради различни општествени потреби, кои наложувале народите да го одбележуваат одминувањето на времето.

Астрономски текст, насликан на ѕидовите на гробот на Рамзес ВИИ, во кој е одредена висината на некои ѕвезди со една, а понекаде и со две координати во правоаголен координатен систем.

700-600 п.н.е. Со појавата на Талес од Милет, еден од седумте антички мудреци, се раѓа дедуктивната геометрија. Нему и на неговата школа им се припишуваат првите докази на некои геометриски тврдења во историјата на математиката. Во овој период доаѓа до раѓање на теоријата на броевите: парни, непарни и совршени броеви. Се испитуваат правилните многуаголници. Доаѓа до откривање на несомерливите големини. Се појавуваат никулците на геометриската алгебра.

600-500 п.н.е. Питагора го применува системското воведување на логички докази. Во Питагоровата школа, се гради геометријата како апстрактна наука чии, вистини се изведуваат со помош на докази од мал број појдовни аксиоми. Се раѓа планиметрија на праволиниски фигури, а се претпоставува дека тогаше е даден и строгиот доказ на Питагоровата теорема.

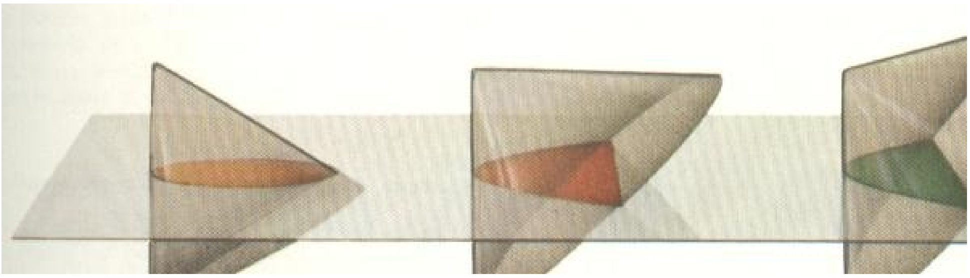


Кинески печатен текст, со приказ на теоремата денес позната како Питагорова, доведена во врска со математичарот Чу Пеи, веројатно современик на Питагора.

Во Питагоровата школа се откриваат четири од петте правилни полиедри: коцката, тетраедарот, октаедарот и додекаедарот; како и елементи од теоријата на броеви, со воведување на поимите за прост број и взаемно прости броеви. Се прават испитувања во теоријата за деливост на броевите.

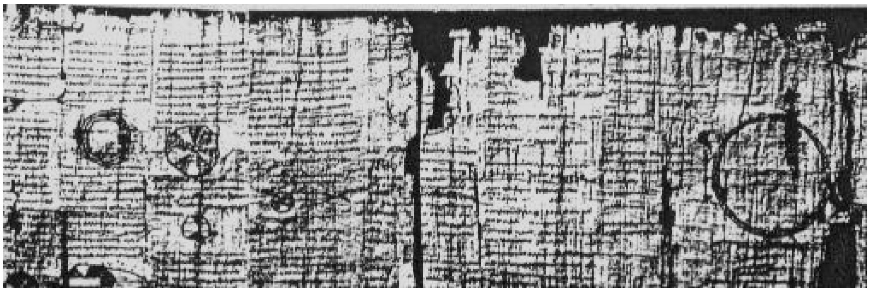
500-400 п.н.е. Во Питагоровата школа доаѓа до големото откритие за несомерливоста на страната на квадратот и неговата дијагонала (види страна 95 за бројот $\sqrt{2}$). Ова откритие покажува дека рационалните броеви се недоволни за мерење на геометриските големини, но и за научното засновање на докажувањето на сличноста кај фигурите. По ова откритие се јавува потребата за создавање на теоријата на размер кај геометриските големини. Во овој период се развива и геометриската алгебра која овозможува геометриски да се решаваат задачи кои се сведуваат на квадратни равенки и системи од истите, користејќи само шестар и линијар. Во ова време се формулирани трите познати проблеми на стариот век: конструирање на коцка со два пати поголем волумен од дадена коцка (удвојување на коцка), делење на произволен агол на три еднакви дела (трисекција на агол) и конструирање на квадрат со плоштина еднаква на плоштина на даден круг (квадратура на круг). Дури во 19. век ќе биде докажано дека ниту една од овие конструкции не може да се изведе само со помош на шестар и линијар. Решавањето на овие проблеми доведува до поголемо испитување на новите криви: елипсата, хиперболата и параболата, познати како конусни пресеци, како и на квадратрисата. Хипократ од Хиос ги пишува првите *Елементи,* дело во кое систематски е изложена целата дотогаш познатата математика, но кое, за жал, не е сочувано. Ова е златниот век на Хеленската култура, во кој голем придонес дале филозофите-математичари: Сократ, Анаксагора, Антифон, Демокрит, Зенон, Хипократ, Хипијас и други.

400-300 п.н.е. Векот на Платон и Аристотел. Аристотел ја развива теоријата на дедукција како основа на логиката. Воспоставени се принципите на конструкција на дедуктивната наука. Архит од Тарент ја применува математиката во астрономијата, механиката и музиката. Теетет ги класифицира ирационалностите. Менехмо детално ги проучува конусните пресеци.



Современ приказ на начинот на кој Менехмо ги разгледувал конусните пресеци: елипса, парабола и хипербола.

Евдокс од Книд ја презентира првата математичка теорија на планетите како и општата теорија на пропорции на произволни големини од ист тип. Оваа теорија всушност е теоријата на реалните броеви разработена од Дедекинд во 19-от век. За одредување на плоштини и волумени го разработува методот на исцрпување (ексхаустија). Тој за прв пат докажува дека волуменот на конусот е третина од волуменот на цилиндарот со кој има еднаква основа и висина. (Исто важи и за пирамида во однос на призма.) Докажал дека плоштините на два круга се пропорционални со квадратите на нивните дијаметри. Евдем од Родос ја пишува првата историја на математиката.



Дел од астрономски папирус, напишан во Египет меѓу 4. и 2. век п.н.е. Египетските папируси им помогнале на Грците да ги воочат математичките знаења на древните цивилизации.

300-200 п.н.е. Векот на Евклид. Тој ги создава своите *Елементи* во кои е даден развојот на севкупната математика на античко време. Методот на изложување во нив е дедуктивен и станува основа за изградба на математичките теории. Во делото е формулиран Евклидовиот алгоритам за одредување на најголем заеднички делител на два броја, покажано е дека производ од два прости броја не е делив со некој трет прост број, утврдено е дека има бесконечно многу прости броеви. За прв пат строго е изведена формулата за збир на конечен број членови на геометриска прогресија и е докажано дека има само пет правилни рабести тела (коцка, тетраедар, октаедар, додекаедар, икосоедар).

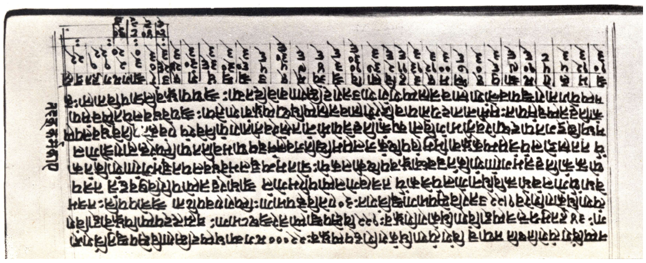
Ова е и векот кога Архимед ги дава инфинитезималните методи (почетоци на интегралното сметање) за наоѓање на плоштини и волумени, како и методите за одредување на максимум и минимум на променливи големини преку методот на тангенти. Ја применува геометријата во проблеми од статиката, хидростатиката и теоријата на рамнотежа на тела што пливаат. Аполониј од Перга систематски ја изложува теоријата на конусните пресеци, базирана врз идејата на праволиниски координати, која подоцна ќе биде основа за создавањето на аналитичката и проективната геометрија. Во ова време се разгледуваат геометриските места на точки и во врска со тоа поимите за хомотетија, сличност и инверзија.

200 п.н.е до почетокот на новата ера. Математиката се применува во математичката картографија: географски координати, ширини, должини, мерење на меридијани. Се развива сферната тригонометрија и таблиците на тетиви. Во најстариот кинески математички трактат *Математика,* во девет книги, се појавуваат алгоритми за решавање на системи линеарни равенки со повеќе променливи и алгоритми за одредување на кубни корени. Се појавуваат и негативните броеви за кои се формулирани правилата за собирање и одземање. При решавање на задачи се применува и теоремата која денес го носи името на Питагора.

1. и 2. век н.е. Се развива алгебарско-пресметувачкиот метод во математиката. Се појавува Херон од Александрија со неговата применета математика: приближно пресметување на корени, правила за одредување на плоштини на неправилни површини и рамни фигури. Се појавуваат совршените броеви кај Никомах. Менелај од Александрија во неговото дело *Сферики* систематски ја изложува сферната геометрија изградена на Евклидовите *Елементи* и ја развива сферната тригонометрија. Се појавува поимот за сферен триаголник, доказ на теоремата дека збирот на внатрешните агли на сферен триаголник е поголем од два прави агли. Клаудиј Птолемај во неговиот *Алмагест,* за потребите на своите астрономски трудови, ја развива рамната и сферната тригонометрија и составува детални таблици на тетиви (место должината која претставува синус, античките научници разгледувале тетиви). За првпат се појавуваат ортогонални проекции над три взаемно нормални рамнини.

3. век н.е. Папус од Александрија во делото *Математички зборник* дава обопштување на Питагоровата теорема, сложениот и хармонискиот (двоен) однос на четири точки и четири прави, хармониски својства на полниот четириаголник, конфигурациите и почетокот на теоријата на полари. Диофант од Александрија ја создава неговата *Аритметика* во која ги формулира општите правила на алгебрата за пренесување на членови од една на друга страна кај равенките, за сведување на слични членови, како и правилото за множење на полиноми. Во оваа книга, за првпат во историјата на науката, се воведува алгебарската симболика за означување на непознати големини, се дава симболот за равенство и одземање. Диофант ја развива теоријата за решавање на неопределени равенки со цели коефициенти со целобројни решенија (денес познати како Диофантови равенки). Во Кина, во трактатот *Сун Ци* за првпат се среќаваат десетичните дропки.

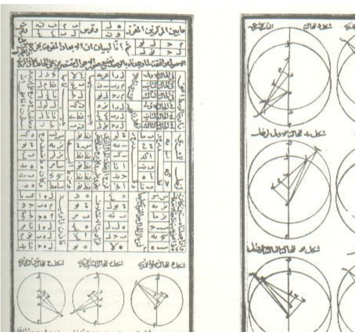
4. и 5. век н.е. Првата жена-математичар, Хипатија, дава исцрпни коментари на Диофантовата *Аритметика* и Аполониевите *Конусни пресеци* и држи предавања на познатата Александриска школа. Како коментатор на Евклидовите *Елементи* се јавува Прокло. Се прави обид за доказ на Евклидовиот петти постулат: *Низ точка надвор од права минува само една права паралелна на дадената.* Во Индија е создаден декадниот позиционен систем на броеви и се именува нулата како посебен број. Се воведуваат синусот и косинусот, се решаваат разни задачи за правоаголен триаголник. Се сумираат аритметичките редови. Се решаваат неопределени равенки од прв степен во астрономската расправа Аријабхата.



Дел од копијата на делото Сурја Сиддханта 16. век, астрономски трактат составен околу 400. н.е.кога на индиските математичари веќе им била позната употребата на синус, косинус, тангенс и котангенс

6. - 8. век н.е. Во Индија се формулирани правилата за аритметичките операции со цели и со дробни броеви. Се појавува тројното правило. Индискиот астроном Брахмагупта слободно оперира со негативни броеви, дава едноставно правило за решавање на општа квадратна равенка. Ги формулира правилата за пресметување со нулата. Дава решенија на неодредени равенки од прв и втор степен. На широко ја користи алгебарската симболика. Во Византија се прават обиди да се докаже познатиот петти постулат во учењето за паралелни прави. Во Ерменија се забележува процвет на математиката. Се пресметува времето. Основана е астрономско-математичка школа во Багдад.

9. век н.е. На Блискиот и Средниот Исток математиката доживува процвет. Мохамед ал-Хорезми детално ги објаснува правилата во сметачките операции со броеви напишани во декаден позиционен систем, ги испитува квадратните равенки и ги класифицира. Се воведуваат тангенсот и котангенсот и се прават нивни таблици. Се преведуваат на арапски јазик делата на грчките математичари и нивни коментатори.



Арапско издание на Птолемеевиот Алмагест од 13. век. Од 800. до 1500. ова дело било ценето исто колку и Евклидовите Елементи.

Се развива алгебрата, практичната аритметика, тригонометријата и конструктивната геометрија.

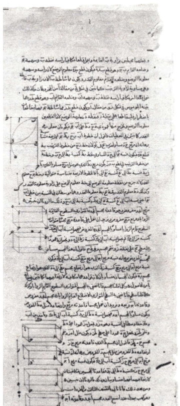
10. век н.е. Кај Арапите, Ал-Батани го усовршува делото *Алмагест* од Птолемај. Абу-Камил работи со сложени квадратни ирационалности. Во Индија, се јавува сумирање на аритметичките и геометриските редови. Изведени се приближните формули за пресметување на плоштини. Се појавуваат коментари на Диофантовата аритметика како и сферните теории за синус и тангенс.

11. век н.е. Во овој век е забележан понатамошен развој на математиката кај Арапите. Ал-Караџи разработува проблеми во областа на аритметичките операции со квадратни и кубни ирационалности. Се решаваат равенки од повисок степен кои се сведуваат на квадратни. Ибн ал-Хајсам го разработува геометриското решавање на равенки од трет и четврт степен. Ал-Беруни проучува во областа на рамната и сферната тригонометрија.

Астрономски трактат на Ал-Беруни (околу 1044. н.е.), заснован на индиските астрономски текстови.

Ибн-Сина иницира внесување на математички поглавија во енциклопедиските расправи. Доаѓа до поинтензивни контакти меѓу арапската и европската наука и култура и први знаци на духовно будење во Европа.

12. век н.е. Омар Хајам, во своите дела, ја развива алгебрата како самостојна дисциплина. Се работи на проблемот на наоѓање на корен од било кој степен. Се класифицираат и геометриски решаваат кубните равенки преку конусни пресеци. Се создава принципот на непрекинатост и се проширува поимот за број. Преку развојот на теоријата за паралелни прави, се доаѓа до првите теореми од неевклидската геометрија. Се прават обиди за систематско изложување на рамна и сферна тригонометрија надвор од астрономијата.



Една математичка расправа на Омар Хајам, во арапски ракопис од 16. век.

Индискиот научник Бахскара ги формулира сите правила за операции со негативни броеви и посебно подвлекува дека квадратен корен од негативен број не е реален број. Тој забележува дека, заради двозначноста на квадатниот корен, квадратната равенка може да има две решенија. Почнува обратниот процес, примена на алгебрата во геометријата. Се преведуваат математичките дела од арапски и грчки јазик на латински јазик, јазикот на науката во тогашна западна Европа.

13. век н.е. Кај Арапите се прави систематско изложување на сферната тригонометрија во делата на Дин ат Туси. Развивајќи ги идеите на Хајам, тој ги испитува сите случаи на сферни триаголници и, меѓу нив, случајот кога се дадени трите негови агли, прави астрономски таблици. Во овој период и понатаму се проучува Евклид, се обопштува поимот за број, се изведува биномната формула до *н* - тиот степен (денес позната во нејзиниот општ облик како Њутнова формула). Во Кина се развива алгебрата. Се решаваат нелинеарни системи равенки со четири непознати. Се врши сумирање на конечни редови. Се работи на квадратна и кубна интерполација (вметнување). Се забележува прв напредок во развојот на математиката во западна Европа, по проучувањето на старите математички трудови на Грците и Арапите. Постепено се проширува декадниот позиционен систем. Во делата на Фибоначи, прво изложување на аритметиката и алгебрата на линеарните и квадратни равенки во Европа. Тој испитува разни бројни редови, поставува и решава разни диференцни (рекурентни) равенки. Во ова време се прават нови истражувања во теоријата на броеви, за првпат се појавува доказот за пресек на тежишни линии на триаголник во една точка. Се испитува непрекинатоста. Се проучува перспективата. Исто така, се дополнува и усовршува алгебарската симболика. Се прават и нови преводи на Евклидовите *Елементи* со коментари и дополнувања.

14. век н.е. Во Индија, Нарајана прави сумирање на бројните редови. За првпат се истражува Принципот на математичката индукција од Леви Бен Хершон. Брадвардин излегува со својата теориска геометрија. Се развива учењето за ѕвездестите многуаголници, изопериметриски својства на фигурите. Се поставува проблемот на пополнување на просторот со конгруентни и правилни тела. Се појавува синусната теорема. Се изложува учењето за континуумот, како и критиката на инфинитно - атомистичка концепција. Се развива учењето за пропорциите. Се воопштува степенувањето со позитивен рационален показател. Се формира функционалната зависност и нејзино графичко претставување. Бонфис го прави првиот обид на систематско изложување на учењето за декадни дропки.

15. век н.е. Ал-Каши ги воведува и систематски ги користи декадните дропки. Декадниот позиционен систем е проширен за обележување на било кој реален број. Тој го пресметал бројот π со точност до седумнаесетта децимала. Го формулира во општ облик правилото за степенување на бином со произволен цел број и го опишува начинот на пресметување на произволен корен. Во Западна Европа се забележува понатамошно развивање на геометријата. За тоа сведочат приближните конструкции на Кузански, шеесетичен и декаден систем во тригонометријата на Пејрбах, петте книги за триаголниците од секаков облик на Региомонтан. За првпат во Европа систематски се изложува тригонометријата како самостојна дисциплина. Се применува декаден позиционен систем во тригонометриските таблици, се доаѓа до точни тригонометриски таблици. Се развива алгебарската симболика со воведување на алгебарски знаци. Во делото *Наука за броевите* Никола Шике ги воведува нулата и негативниот број како показатели на степените. Лука Пачоли ги сумира знаењата од аритметика, геометрија, пропорции и пропорционалност.

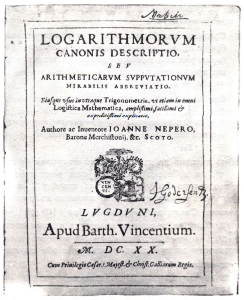
16. век н.е. Се појавуваат индиски ракописи со правила за разложување на тригонометриски функции во степенски редови. А во Европа доаѓа до прв поголем успех на италијанските научници Феро, Тартаља и Кардано при решавање на равенки од трет степен со помош на радикали.

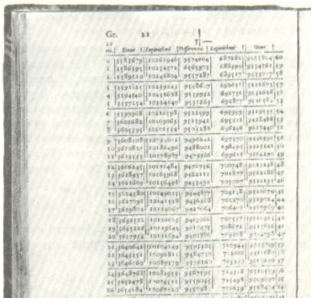
Страна од Кардановово дело (16. век) во кое е *изложено решавањето на некои кубни равенки.*

Кардановиот ученик Ферари ја решава равенката од четврти степен. Се прават првите истражувања на имагинарни корени на равенката, како и приближно решавање на равенки од произволен степен. Бомбели, во својата *Алгебра,* прв ги разгледува комплексните броеви и ги формулира правилата за операции со нив. Се откриваат непрекинати дропки. Математиката се применува во теоријата за движењето на небеските тела на Коперник и во астрономските мерења на Тихо Брахе. Создаден е Грегоријанскиот календар. Се составуваат таблици на сложени проценти и се јавуваат зачетоци на логаритамски таблици. Се појавуваат математичките таблици на Виет. Тој воведува букви како ознаки за непознати и константи. Ја формулира теоремата за врската меѓу коефициентите и корените на квадратната равенка, денес позната под името Виетова теорема. Ги испитува алгебарските равенки и изведува формули за врски меѓу тригонометриските функции.

17. век н.е. Тоа е векот на големите успеси во областа на механиката на Земјата и небеските тела. Во врска со тоа се јавуваат проблеми при проучувањето на зависноста меѓу едни и други големини, проблеми на одредување на брзини и забрзувања, пресметување на плоштини на криволиниски фигури, одредување на тежишта и друго. За решавање на овие проблеми во математиката дотогаш немало подготвен аналитички апарат. Научниците почнуваат да бараат патишта за проучување на променливите големини во математиката, користејќи ги и развивајќи резултатите на античките математичари. Како резултат на тоа во математиката се воведува функционалната зависност. Функцијата станува основен предмет на проучување во математиката, исто како бројот и големината. Оттука огромна застапеност на математиката во делата на Галилеј, Кеплер и Њутн.

Во тоа време Непер ги воведува логаритмите и ги објавува првите логаритамски таблици 1614., а заедно со Бригс и таблиците на декадните логаритми, 1617.

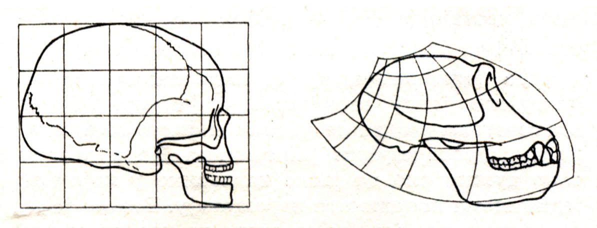

LOGARITHMORVM
CANONIS DESCRIPTIO,
SEV
ARITHMETICARVM SVPPVTATIONVM
MIRABILIS ABBREVIATIO.
Authore ac Inventore IOANNE NEPERO,
Barone Merchistonij, &c. SCOTO.
LVGDVNI,
Apud Barth. Vincentium.
M. DC. XX.



Насловната и една внатрешна страна со таблици од Неперовата книга за логаритмите.

Марин Геталдиќ со вистинската примена на Виетовата алгебра на геометриски проблеми го трасира патот на аналитичката геометрија.

Декарт и Ферма, во 1636. и 1637., во математиката го воведуваат методот на координати кој овозможува геометриските проблеми да се сведат на алгебарски и да се проучува широката област на функционалните зависности.



Цртеж на човечки череп, нацртан во мрежа од декартови координати, а потоа истиот цртеж во мрежа од криволиниски координати дава слика на череп од шимпанзо.

Дезарг ги дава основите на проективната геометрија.

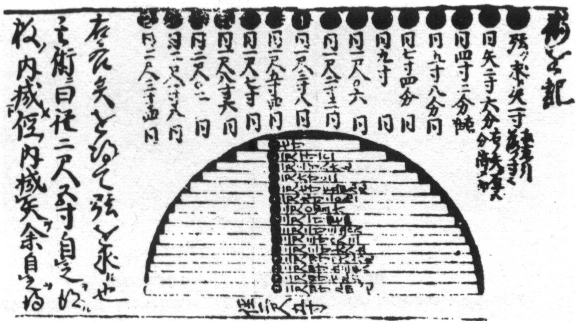
Ферма со методите на истражување на максимумот и минимумот, решава низа задачи од диференцијалното сметање. Тој работи и на теоријата на броеви и формулира проблеми со кои ќе се занимаваат математичарите од оваа област, во текот на следните двеста години.

Тобоган во луна - парк. Примена на Фермаовиот принцип за наоѓање на точки на максимум.

Во делата на Кеплер, Кавалиери, Торичели, Ферма, Паскал, Валис и други, се забележува развој на методи за анализа на бесконечно малите големини (методи за одредување на волумени, плоштини, тежишта, тангенти, екстреми, брзини, забрзувања).

Во втората половина на 17-от век Њутн и Лајбниц, независно еден од друг, го создаваат диференцијалното и интегралното сметање и бесконечните редови ги воведуваат како основен апарат во математичката анализа. Функциите се преставуваат со помош на бесконечни редови. Симпсон ја изложува формулата на приближно пресметување на интеграл.

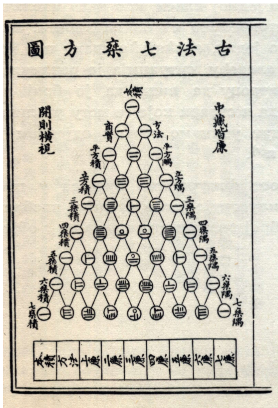
Исак Бароу ја констатира взаемната врска меѓу диференцирањето и интегрирањето. Работи на проблеми што доведуваат до диференцијалните равенки, подоцна испитувани и применувани од Лајбниц и Њутн.



Јапонски дијаграм (крај на 17. век) кој ни покажува како се пресметува плоштина со помош на интеграција.

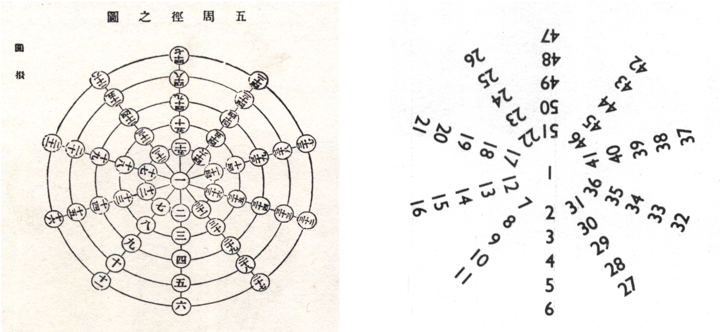
Првиот обид на геометриско објаснување на имагинарните броеви, го дава Валис.

Блез Паскал работи на проблемите на деливост на броеви, комбинаториката, примената на принципот на математичка индукција, теоријата на веројатност. Тој ја создава и првата сметачка машина.



Во кинеско дело печатено 1303. се среќава триаголникот, денес познат како Паскалов триаголник.

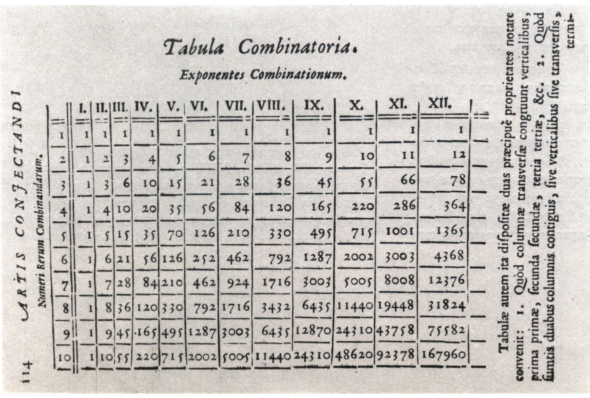
Јапонскиот математичар Секи Кове ги открива детерминантите при решавањето на систем линеарни равенки, како и сите важни матрични операции кои се јавуваат при решавањето на системи линеанрни равенки со повеќе непознати.



Јапонски магичен круг во делото на Секи Кове, 17. век.

Со овој век се сврзува и почетокот на теоријата на детерминанти во Европа. Исто така се појавува теоријата на веројатност и статистиката и се решаваат разни задачи од овие области, од страна на поголемиот дел математичари кои живееле и работеле во тоа време. Овој век е обележан со делото *Математички принципи на природната филозофија* од Њутн во кое, за прв пат, е дадена математичка конструкција на основите на класичната механика на Земјата и другите небески тела.

18. век н.е. На почетокот на векот, математичарите ги заокружуваат трудовите на Виет, Декарт и други со преоѓањето од реторичка и геометриска алгебра во симболичка и бројна алгебра. Се појавува Њутновата *Универзална аритметика.* Се појавува Моавровата формула. Јакоб Бернули дава свој придонес кон еден од основните закони во теоријата на веројатноста, Законот на големите броеви.



114 ARTIS CONJECTANDI

Tabula Combinatoria.

Exponentes Combinationum.

Numeri Rerum Combinandarum.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78
4	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286	364
5	1	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001	1365
6	1	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003	4368
7	1	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008	12376
8	1	8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	19448	31824
9	1	9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24310	43758	75582
10	1	10	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	92378	167960

Tabulæ autem ita diſpoſitæ duas præcipuè proprietates notare convenit: 1. Quòd columnæ transverſæ congruunt verticalibus, prima primæ, ſecunda ſecundæ, tertia tertiæ, &c. 2. Quòd ſumtis duabus columnis contiguis, ſive verticalibus ſive transverſis, termi-

Страна од делото Артис Цонјецтанди на Јакоб Бернули, објавено 1713.

Објавена е *Расправа од динамика* на Даламбер, со општите правила за составување на диференцијални равенки на движењето на било кој систем; подоцна теоријата на парцијалните диференцијални равенки.

Ојлер го развива учењето за функциите како од реална така и од комплексна променлива. Тој детално ги испитува елементарните функции и ги изразува во облик на бесконечни редови. Ги дефинира логаритмите на негативните и имагинарните броеви. Работи на аналитичка геометрија во простор.

Крамер, во делото *Вовод во анализа на алгебарските криви* дава прво систематско изложување на основната теорија на детерминанти (независно од Секи Кове) и ги формулира правилата за наоѓање на решение на систем равенки.

Лагранж ги пишува *Размислувањата за алгебарско решавање на равенките*. Во нив ги анализира сите методи за решавање на равенки од прв до четврти степен и покажува зошто ниту една од овие методи не може да се примени на равенка од петти степен. Тој открива дека можноста за решавање равенки, користејќи го коренувањето, зависи од особините на групата пермутации на решенија на таа равенка и со самото тоа свртува внимание на важноста на проучувањето на групите.

Гаспар Монж ја применува анализата во геометријата и дава прво систематско изложување на теоријата на површини. Ги толкува парцијалните диференцијални равенки со помош на криви и површини. Тој го објавува делото *Нацртна геометрија*.

Гаус го објавува своето решение на задачата за *делење на кругот*. Тој покажува во кој случај правилен многуаголник со *н* страни може да се конструира со шестар.

Меѓу значајните теории од овој период треба да се истакне Лежандровата теорија на броеви, како и општа теорија на равенки на Руфини.

Весел се зафаќа со аналитичко преставување на права. Тој дава геометриска интерпретација на комплексните броеви, која дури со Гаус добива општо признание во математиката.

19. век н.е. Во овој век, но и во следниот, математичките методи се применуваат во скоро сите области на физиката, хемијата, биологијата, медицината, лингвистиката, економските науки. Самата математика квантитативно се проширува, но и квалитативо трпи длабоки промени. Во целина таа се издигнува на значително повисок степен на апстркција. Овој век е обележан со трудовите на Гаус и плејада други врвни математичари кои ја развиваат математичката мисла и откриваат нови полиња за работа. Гаус ја докажува основната теорема во алгебрата (*секоја равенка од н-ти степен со комплексни коефициенти има точно н корени*). Тој дава повеќе различни докази на оваа теорема. Ја создава основата на теоријата на броеви. Прв ја развива теоријата на конгруеции и ја проучува до крај теоријата на квадратни остатоци, ја докажува основната теорема на оваа теорија.

Се појавува Лапласовата *Аналитичка теорија на веројатноста*. Се појавуваат докази на првите гранични теореми во теоријата на веројатноста.

Коши ја развива теоријата на граници и врз основа на оваа теорија го изградува учењето за функциите, го дефинира поимот на збир на ред, непрекинатост на функции, а подоцна теоријата на границите ја вградува во основата на математичката анализа. При изложувањето на оваа научна гранка ние и денес одиме по патот кој го трасирал Коши, со усовршувањата што подоцна ги извршил Ваерштрас. Коши исто така ја развива и основната теорија на функции од комплексна променлива.

Младиот Норвежанин, Абел докажал дека равенките од петти степен не можат да се решат со радикали (т.е со петте операции: собирање, одземање, множење, делење и коренување).

Уште помладиот Галоа ги развива критериумите врз основа на кои може да одреди дали една равенка со бројни коефициенти може да се реши со помош на радикали. Галоа ја развива теоријата на групи и полиња. Тие добиваат големо значење во математиката и во нејзините примени.

Гаус неуморно продолжува да работи и ја развива т.н. внатрешна геометрија на површини, според која секоја површина има своја сопствена геометрија. Тој врши понатамошни истражувања во теоријата на броеви. Го обопштува поимот за цел број на комплексните броеви, *а+би*. Го дефинира поимот за прост број, релативно прости броеви. На новите броеви го пренесува алгоритамот за одредување на најголем заеднички делител и развива целосна аритметика на комплексни броеви.

Подоцна Хамилтон го обопштува поимот за комплексен број, воведувајќи ги кватернионите, броеви од обликот $а + би + цј + дк$, каде $а$, $б$, $ц$ и $д$ се реални броеви, додека $и^2 = ј^2 = к^2 = -1$ и $и\,ј\,к = -1$. Се покажува дека за овие броеви не важат сите закони на обичната аритметика (на пример комутативниот закон при множењето). Тоа е почетокот на развојот на векторска алгебра.

На полето на геометријата, Риман ги воведува *н* - димензионалните простори и ги обопштува Гаусовите идеи за внатрешна геометрија на површините, дава начин за изградба на различни метрички неевклидски геометрии. Римановата геометрија подоцна ќе биде искористена како основа за математичката подршка на општата теорија на релативност. Евклидската геометрија, како и геометријата на Лобачевски се специјални случаи на Римановата геометрија.

Дедекинд, Кантор и Ваерштрас, на три различни начини, ја изградуваат теоријата на реалните броеви. Набргу, во трудовите на Дедекинд, а особено во трудовите на Кантор се раѓа нова област на современата математика, теоријата на множества.

Кон крајот на векот Хилберт, во *Основите на геометријата* изградува потполна аксиоматика на Евклидската геометрија и ги анализира односите меѓу различните групи на аксиоми. Од тоа време аксиоматскиот метод во математиката почнува бргу да се развива.

Ова е и времето кога почнува да се развива математичката логика во делата на Фреџ и Порецки. Логиката, како научна дисциплина се оддалечува од филозофијата и тежнее да стане математичка дисциплина. Таа, како самостојна математичка дисциплина ќе го обележи дваесетиот век и повторно длабоко ќе ги поврзе математиката и филозофијата, од каде што и се појавила математиката како наука.

20. век н.е. Овој век, освен со развојот на математичката логика, е обележан и со наоѓање на потврда и примена на новите геометрии во делата на Ајнштајн. Тој ја создава теоријата на релативноста со која се потврди искривеноста на нашиот простор. Кривите линии ги преставуваме на рамнина, кривите површини во простор, сега се поставува прашањето каде ќе го замислиме кривиот простор. За потребите на оваа теорија создаден е математичкиот апарат за осознавање на Ајнштајновиот универзум, четиридимензионалниот *простор - време.*

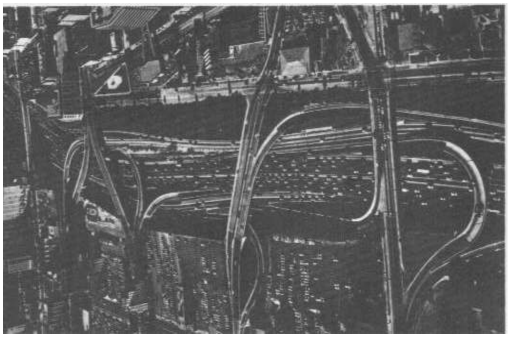
Сосема на почетокот на векот Хилберт формулира 23 основни проблеми на математиката, со што ги ангажира математичарите за подолг период.

Додека Пеано и Пикар ја развиваат методата на сукцесивни приближни вредности за докажување на теоремата за постоење на решение на диференцијалните равенки, француските математичари Бер, Борел и Лебег прават истражувања во метричката и дескриптивната теорија на функции од реална променлива.

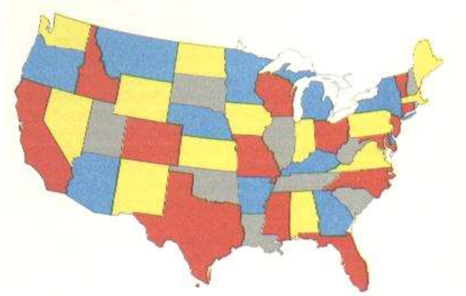
Волтера, Хилберт и Рис ги истражуваат функционалните простори, а Минковски и Вороног прават истражувања во теоријата на броеви со геометриски методи.

Хилберт ја развива теоријата на интегрални равенки и ги поставува темелите на современата теорија на линеарни оператори.

Фреше, Рис и Хаусдорф ја развиваат теоријата на топологија на множествата. Топологијата ги проучува својствата на најопштите простори т.н. тополошки простори и непрекинатите пресликувања.



Автомобилската клучка претставува едно од решенијата во сообраќајот. Тоа е еден едноставен пример на примена на топологијата.



Тополошкиот проблем на четири бои, применет на мапа за разликување на соседни територии.

Подоцна се јавува и Банаховата теорија на линеарни нормирани простори.

Во областа на теоријата на веројатноста, Марков го дава доказот на граничната теорема на теоријата на веројатноста, дава свое видување за пресметување на веројатноста.

Бернштајн се појавува со првата аксиоматска конструкција на теоријата на веројатноста, за подоцна да ја развие и прошири Колмогоров.

Во делата на Черч и Тјуринг се јавува теоријата на алгоритми.

Конструирана е првата електронска машина за пресметување во САД.

Се појавува Винеровата кибернетика, како и Шеноновата теорија на информации.

Доаѓа до развој на теоријата на оптимални процеси.

Ова е векот на развојот на дискретната или конечна математика, што е во врска со основните задачи на теоријата на управувачките системи. За овој век значајна е и улогата на комбинаторичката теорија на графови и теоријата на кодирање.