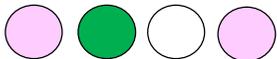


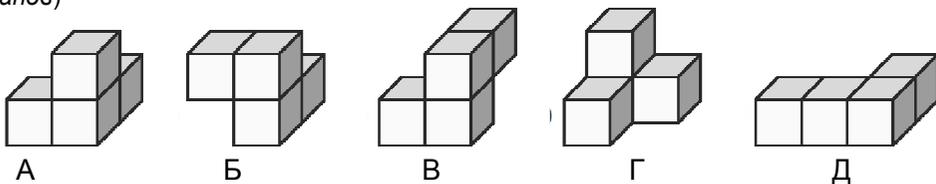
Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Раскрасьте четыре кружка в три цвета так, чтобы нашлись стоящие рядом кружки любых двух цветов. (фольклор)



Ответ. Например, красный – зелёный – белый – красный.

Задача 2. Укажите, какие из приведенных здесь фигурок из 4 кубиков одинаковые. (В.Иванов)



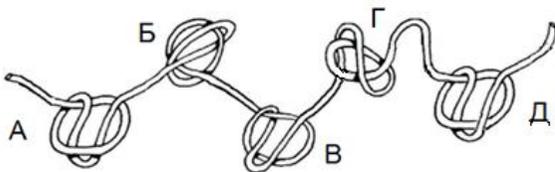
Ответ. Одинаковые фигурки А и Г.

Задача 3. Вариного папу зовут Никита Андреевич, а ее дедушку – Эдуард Васильевич. Какое отчество у Вариной мамы? (фольклор)

Ответ. Эдуардовна.

Решение. Поскольку отчество Никиты Андреевича не Эдуардович, то Эдуард Васильевич не его папа. Но он дедушка Вари. Значит, этот дедушка – папа Вариной мамы, откуда получаем ее отчество.

Задача 4. Юнга тренируется завязывать узлы. На рисунке изображены его пять попыток. Какие узлы завяжутся, если веревку потянуть за концы? (Е.Орехова)



Ответ. Завяжутся узлы В и Д.

Задача 5. Маша складывает из спичек цифры. Она выложила цифру «5» и теперь прикладывает к этой цифре зеркало всеми возможными способами и смотрит с разных сторон. Какие однозначные и двузначные числа она сможет увидеть таким образом? (С.Клименко)

Ответ. Маша сможет увидеть 5, 2, 3, 25, 52.

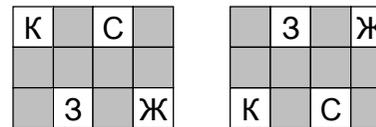
Решение. Пунктиром показано положение зеркала:



Задача 6. Для игры в «Твистер» используют поле из 12 клеток 4 цветов красного (К), желтого (Ж), зеленого (З) и синего (С) (см.рис). Кошка Мурка разлеглась на поле так, что остались свободными только 4 клетки разных цветов, не соприкасающихся даже в одной точке. Нарисуйте, какие клетки занимает Мурка. (Е.Гущина)

| | | | |
|---|---|---|---|
| К | З | С | Ж |
| С | Ж | К | З |
| К | З | С | Ж |

Ответ. Возможны два симметричных варианта.



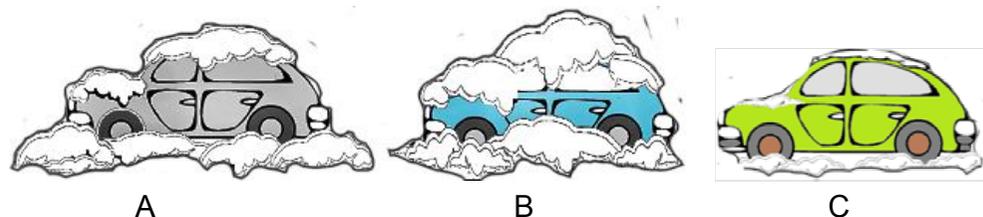
Решение. В любом квадратике размером 2x2 соприкасаются все четыре цвета, поэтому в таком квадратике может остаться свободной только одна клетка.

Задача 7. Пятачок посадил 10 желудей. Из всех, кроме трёх, выросли дубы. На всех дубах, кроме двух, растут желуди. На всех дубах с желудями, кроме одного, желуди невкусные. Сколько дубов с невкусными желудями? (Кенгуру 2003)

Ответ. Дубов с невкусными желудями 4.

Решение. Выросло дубов $10 - 3 = 7$. Выросли желуди на $7 - 2 = 5$ дубах. Вкусные желуди только на одном. Значит дубов с невкусными желудями $5 - 1 = 4$.

Задача 8. Однажды всю ночь шел снег. Три машины приехали этой ночью в разное время и припарковались около дома. Определите, в каком порядке приехали машины:



(Н.Михайловский)

Ответ. Первой приехала машина В, второй приехала машина А. Третьей приехала машина С.

Решение. Первой приехала та машина, на которой снега больше всего. Последней приехала та машина, на которой снега меньше всего.



XXII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

11 февраля 2018г

Младшая группа, 2 класс.



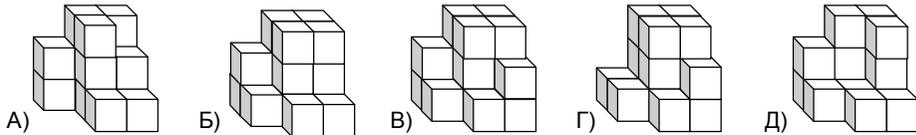
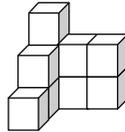
Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Мои друзья – повар и врач. Отца врача зовут Николай Петрович, а отца повара – Иван Васильевич. Какова профессия внука Петра Ивановича, если у него нет дочерей, только один внук и это один из моих друзей? (О.Парамонова)

Ответ. Профессия внука – врач.

Решение. Внуку Петра Ивановича – это сын человека с отчеством Петрович. А по условию у Николая Петровича сын – врач.

Задача 2. Петя собрал куб из 27 маленьких кубиков, а потом разделил его на две части. Одна часть изображена справа. На каком рисунке изображена вторая часть Петинного куба? (Е.Иванова)



Ответ. Б.

Задача 3. Чебурашка учится считать с помощью домино. Например, $\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} + \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} = \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix}$ значит $42+13=55$. Изобразите с помощью доминошек $\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix}$, $\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix}$ и $\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix}$ верный пример на сложение двухзначных чисел.

Ответ. $25 + 26 = 51$.

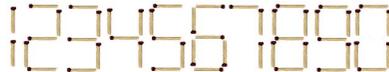
Задача 4. Винтик и Шпунтик катаются на Колесе обозрения. Винтик в кабине №7, а Шпунтик в кабине №29. Когда Шпунтик был на самой верхней точке, между Винтиком и самой нижней кабиной было 3 кабинки. Сколько всего кабинок может быть на Колесе обозрения, если расстояния между соседними кабинками везде одинаковые? (Укажите все возможные варианты) (Е.Орехова)

Комментарий в аудиториях: кабинки пронумерованы подряд с 1

Ответ. Количество кабинок может быть 36 или 52.

Решение. Будем считать, что кабинки пронумерованы по часовой стрелке. (Другой случай аналогичен и на количество кабинок не влияет) Кабинка №7 может находиться правее или левее нижней точки, в которой находится самая нижняя кабинка. Тогда между 7ой кабинкой и нижней кабинкой находятся кабинки с номерами 6,5,4 или 8,9,10. Соответственно в нижней точке располагается кабинка №3 или №11. Между верхней кабинкой и нижней кабинкой, не считая их, располагаются $29-3-1=25$ или $29-11-1=17$ кабинок. Столько же – с противоположной стороны, не считая верхнюю и нижнюю. Всего на колесе $25+25+2=52$ или $17+17+2=36$ кабинок.

Задача 5. Снежана складывает из спичек цифры:

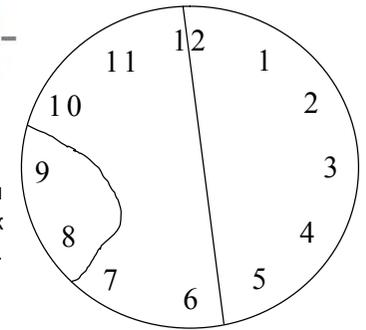
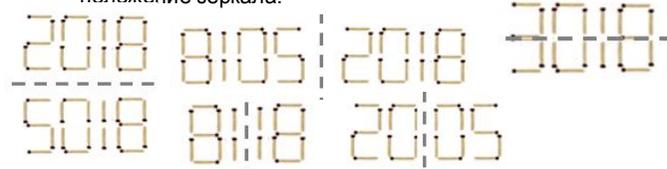


Она выложила номер года и теперь прикладывает к этому числу зеркало всеми возможными способами, но листок не поворачивает. Какие четырехзначные числа она сможет получить таким образом? (С.Клименко)



Ответ. 8105, 5018, 3018, 2005, 8118. Если листок поворачивать или смотреть с разных сторон, то можно еще увидеть числа 8103, 5002. Если считать, что искомые числа могут быть частью более длинного числа, то это еще числа 2011, 1105, 1881, 8810, 8100, 1052, но, что при проверке наличие этих чисел в ответе не учитывалось.

Решение. На рисунке приведено, как можно получить указанные числа. Пунктир – положение зеркала.



Задача 6. Однажды стенные часы Кролика упали и разбились. Циферблат раскололся на три куска. Кролик сосчитал, что сумма цифр на всех кусках одна и та же. Нарисуйте, как мог разбиться циферблат. (Е.Иванова)

Ответ. на рисунке

Решение. Заметим, что сумма всех цифр на циферблате равна 51, значит, в каждом куске нужно получить 17.

Задача 7. Кто-то из братьев Вася или Саша – съел все конфеты. На вопрос мамы «Кто это сделал?» Вася сказал: «Это старший». Саша сказал: «Это не я». Известно, что солгал тот, кто съел конфеты. Кто старший? (Е.Иванова)

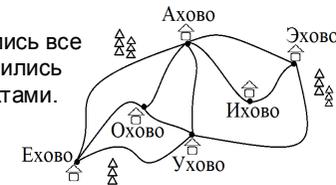
Ответ. Старшего брата зовут Саша.

Решение. Пусть Саша сказал правду. Тогда конфеты съел Вася, и он должен был соврать. Значит, Вася младший, а старший — Саша. Пусть Саша солгал. Тогда конфеты съел он. Тогда Вася говорит правду. Значит, Саша — старший. (Замечание. Мы выяснили, кто старший, однако, так и не узнали, кто съел конфеты! 😊)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ? | ? | ? | ? | ? | ? | 0 |
| ? | 2 | 5 | 8 | 6 | 3 | |
| ? | 2 | | 1 | | | |
| ? | 5 | 1 | | 4 | | |
| ? | 8 | | 4 | | 4 | 6 |
| ? | 6 | | | 4 | | 3 |
| 0 | 3 | | | 6 | 3 | |

Задача 8. В таблице расстояний стерлись все названия сел, кроме Охово. Но сохранились длины дорог между населенными пунктами. Восстановите остальные названия.

(если ячейка пуста, это значит, что прямой дороги между селами нет) (Ю.Антонова)



Ответ. В таблице.

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 0 |
| Ахово | | 2 | 5 | 8 | 6 | 3 |
| Ихово | 2 | | 1 | | | |
| Эхово | 5 | 1 | | 4 | | |
| Ухово | 8 | | 4 | | 4 | 6 |
| Охово | 6 | | | 4 | | 3 |
| Охово | 3 | | | 6 | 3 | |

Решение. Количество цифр в строке или столбце равно количеству дорог, выходящих из этого населенного пункта. Заметим, что в первой строчке чисел 5, во второй 2, и так далее – 3, 4, 3 и 3.

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 0 |
| Ахово | | 2 | 5 | 8 | 6 | 3 |
| Ихово | 2 | | 1 | | | |
| | 5 | 1 | | 4 | | |
| Ухово | 8 | | 4 | | 4 | 6 |
| | 6 | | | 4 | | 3 |
| Охово | 3 | | | 6 | 3 | |

На плане пять дорог выходит только из Ахово, две – только из Ихово и четыре – только из Ухово. Поэтому эти три села определяются однозначно.

Осталось два села, из которых выходит по 3 дороги. Но одно из них (Эхово) связано с Ихово, а другое нет. Тем самым заполняем таблицу до конца

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Карабас-Барабас перемножил три различных числа больше 1 и получил 36. Какие числа умножал Карабас-Барабас? (фольклор)

Ответ. Числа 2, 3 и 6.

Решение. Число 36 можно разложить на простые множители – $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Поскольку числа должны быть разными, то одно из них из двух множителей, а другие – из одного.

Задача 2. В автомате продаются шоколадки трех видов А, Б и В. Макс хочет купить несколько А)  Б)  В)  шоколадок, чтобы из некоторых из них (не ломая) сложить квадрат 3х3. Он видит, что в автомате лежит 1 шоколадка вида А, 3 – вида Б и 7 – вида В. Сколько денег стоит приготовить Макс, чтобы наверняка справится с задачей, если одна шоколадка стоит 10руб? (Е.Фадеева)

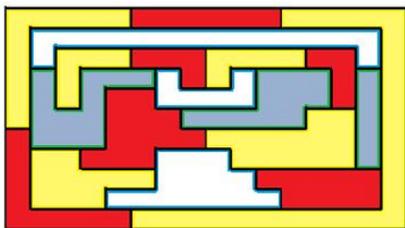
Ответ. 50 рублей.

Решение. Составить квадрат 3х3 можно тремя способами: 1) из трех фигурок вида В; 2) из трех разных фигурок – А, Б и В; 3) трех фигурок вида Б и одной фигурки вида В. Докажем, что 4 фигурок может не хватить, а пяти всегда достаточно.

Если вытащить 1 квадратик (фигура А) и 3 коротких полоски (фигуры Б), то собрать квадратик 3х3 не получится.

Если же вытащить 5 фигурок, то там обязательно будет длинная полоска (фигурка вида В), поскольку всех остальных в сумме только 4. Рассмотрим, какие фигуры будут среди этих четырех – либо там есть еще две вида В (и квадрат 3х3 складывается), либо только одна, но тогда среди остальных трех либо три вида Б и квадрат составляется третьим способом, либо есть фигурка вида А и квадрат составляется первым способом.

Задача 3. Владельцы картинной галереи решили покрасить стены залов в 4 цвета так, чтобы соседние по стене залы были покрашены в разные цвета. Покажите, как они могли это сделать. План галереи на рисунке. (И.Григоренко)



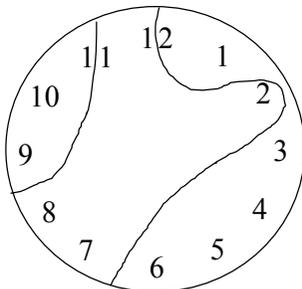
Ответ. Один из вариантов приведен на рисунке.

Задача 4. Однажды стенные часы Инги Борисовны упали и разбились. Циферблат

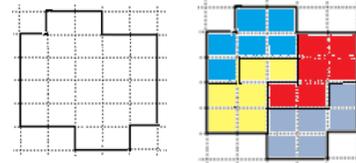
раскололся на три куска. Коля сосчитал, что сумма чисел на этих кусках образуют три последовательных числа.

Нарисуйте, как мог разбиться циферблат. (Е.Иванова)

Ответ. один из вариантов на рисунке. (Более стандартный вариант указан на следующей странице)



Задача 5. Разрежьте фигуру по линиям сетки на 4 одинаковые части. (части можно переворачивать) (Е.Иванова)

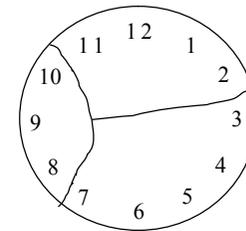
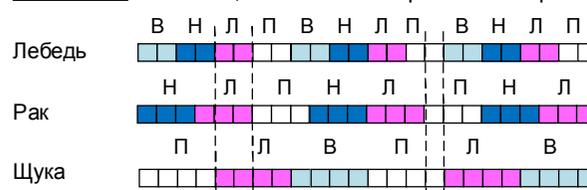


Ответ. на рисунке.

Задача 6. Лебедь, Рак и Щука в течение 2 часов пытаются отвезти воз. Лебедь 10мин рвется вперед, затем 10мин назад, потом 10мин налево и 10мин направо, снова 10мин вперед и так далее. Рак 15мин пятится назад, затем 15мин налево, потом 15мин направо, снова назад и так далее. Щука 20мин тянет направо, 20мин налево, 20мин вперед, снова направо и так далее. Воз движется только, когда они все тянут в одном направлении. Сколько минут за эти 2 часа воз куда-то двигался? (Е.Иванова)

Ответ. 15 минут.

Решение 1. Отметим, как меняли направление персонажи:



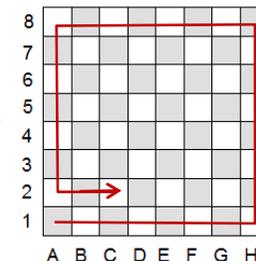
По рисунку видно, что в одном направлении они тянули с 20й по 30ю минуту 1 часа (налево), и с 15й по 20ю минут второго часа (направо)

Решение 2. Поскольку Рак не тянет вперед, а Щука – назад, то в одном направлении они будут тянуть только влево или вправо. Проверим «влево» - на второй 20минутке Щука тянет налево, Рак тянет вторые 15мин, Лебедь – третьи 10минут. Эти 10мин и подходят. Во втором часу Щука тянет влево на второй 20мин, но больше никто. Проверим «направо». Первые 20мин тянет только Щука, остальные в другую сторону. Первые 20мин на втором часу находим еще 5мин.

Задача 7. Доминошки с точками от 0 до 6 стали выкладывать в спираль на шахматной доске (см.рис.). В какой-то момент все доминошки кончились. Как обозначены клетки, которую накрыла последняя доминошка? (О.Парамонова)

Ответ. e6, f6 .

Решение. Всего доминошек в наборе 28 штук. Следовательно, в спирали будет занято 56 клеток.



Задача 8. Три жителя острова рыцарей и лжецов собрались вместе. Один заявил: «Мы все лжецы». Второй возразил: «Мы все рыцари!» А третий промолчал. Определите, кто есть кто, если лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. (Е.Иванова)

Ответ. Тот, кто промолчал, - рыцарь, а двое других - лжецы.

Решение. Заметим, что рыцарь не мог сказать утверждение «Мы все лжецы», значит, первый – лжец. Следовательно, второй тоже не мог сказать правду. Он тоже лжец. И чтобы утверждение первого было ложью, третий должен быть рыцарем.

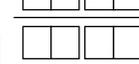


Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1 Пирожное стоит столько же, сколько два пирожка, а три пирожка – столько же, сколько две шоколадки. Что дороже два пирожных или три шоколадки? (фольклор)

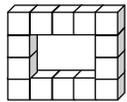
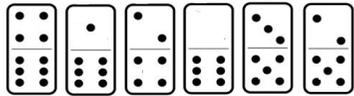
Ответ. Дороже 3 шоколадки

Решение. Четыре пирожных стоят столько же, сколько 8 пирожков, а шесть шоколадок стоят столько же, сколько 9 пирожков. То есть 6 шоколадок дороже, чем 4 пирожных. Значит, и 3 шоколадки дороже 2 пирожных.

Задача 2. Из доминошек можно складывать числа. Например,  +  изображает число 4203. Сложите из данных доминошек верный пример на сложение четырехзначных чисел:  (Ю. Антонова, Е. Иванова)

Ответ. Один из возможных вариантов:

$$2560 + 3564 = 6124$$



Задача 3. Кубик размера $4 \times 4 \times 4 \text{ см}^3$ распилили на кубики $1 \times 1 \times 1$. Затем из этих кубиков склеили прямоугольную рамку для фотографии толщиной в 1 кубик. Оказалось, что площадь фотографии, поместившейся в рамку, равна 216 см^2 . Найдите размеры фотографии. (О. Парамонова)

Ответ. $12 \text{ см} \times 18 \text{ см}$

Решение. Всего получилось кубиков 64. Заметим, что периметр фотографии равен 60 кубикам (количество кубиков в рамке без угловых кубиков). Соответственно сумма длины и ширины фотографии равна 30см. Теперь нужно найти такие числа, сумма которых равна 30, а произведение 216. Поскольку произведение четно, то можно выбросить все нечетные числа. А так как произведение делится на 3, то одна из сторон должна делиться на 3. Поэтому стоит рассматривать только пары (6,24) и (12,18). Проверяем – подходит 12 и 18.



Задача 4. Разрежьте фигуру по линиям сетки на 3 одинаковые части. (части можно переворачивать) (Е. Иванова)

Ответ. На рисунке.

Задача 5. На улице Радужной все дома расположены один ряд. Каждый из домов покрашен в один какой-то из 5 цветов. Оказалось, что для любых двух из этих цветов можно найти соседние дома, покрашенные в эти два цвета. Какое наименьшее количество домов может быть на улице Радужной? (модификация Ю. Шлапак)

Ответ. 11

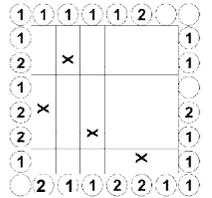
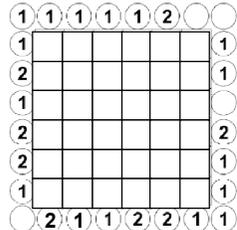
Решение. Всего возможных пар цветов $(5 \times 4) : 2 = 10$. Поставим между каждой парой домов, выбранных двух цветов – флажок. Тогда для каждой пары цветов флажок как минимум один. И флажков не может быть меньше, чем промежутков между домами. Но для 10 промежутков домов 11. Пример для 11 домов КОЖЗГКЖГОЗК или 12345135241

Задача 6. Роботы попали в ловушку, которая имеет форму квадрата и состоит из 36 квадратных полей, окруженных Колоннами, как на рисунке. Каждый робот стреляет лазером одновременно в 8 направлений: во все 4 стороны и по диагоналям. Роботы не стоят на линии огня друг друга. Они одновременно выстрелили, и все выстрелы попали в колонны. На схеме показано количество попаданий в колонны. Сколько было роботов и где они могли стоять? (К. Бондаренко)

Комментарии в аудитории – было нарисовано на доске, как стреляет робот

Ответ. 4 робота, расположение возможно, как на рисунке.

Решение. Можно сосчитать, что всего было 32 попадания. Поскольку каждый робот попал 8 раз, то роботов $32 : 8 = 4$. Пример расположения указан на рисунке

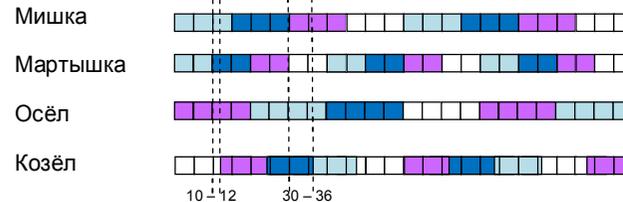


Задача 7. Проказница Мартышка, Осел, Козёл да косолапый Мишка затеяли сыграть в квартет. У них есть скрипки (С), флейты (Ф), барабаны (Б) и гитары (Г). Сначала Мишка и Мартышка взяли гитары, Козёл барабан, а Осел – флейту. Затем стали менять инструменты. Мишка каждые 15мин в таком порядке: Г-С-Ф-Б-Г-.... Мартышка в том же порядке, но каждые 10мин. Осел стал менять в порядке: Ф-Г-С-Б-Ф-.... каждые 20мин. Козёл – в порядке Б-Ф-С-Г-Б-.... каждые 12мин. Они репетировали 2 часа. Известно, что у них получалось слаженно играть, только когда у всех были разные инструменты. Сколько времени за 2 часа репетиции у них получилось слаженно играть? (Е. Иванова)

Ответ. 8 минут.

Решение. Отметим, как играли персонажи. Пусть один квадратик это 5 минут

Голубой - гитара □, синий – скрипка □, фиолетовый – флейта □ и белый – барабаны □.



На рисунке видно, что разные цвета получаются в двух промежутках: с 10 по 12 минуту и с 30 по 36. То есть всего в сумме 8 минут.

Задача 8. Пятеро жителей Острова рыцарей и лжецов встали друг за другом. Последний (пятый) сказал: «Передо мной стоит 4 лжеца». Четвертый: «Передо мной 3 лжеца». Третий: «Передо мной 2 лжеца». Второй: «Передо мной 1 лжец». А первый промолчал. Сколько среди них на самом деле лжецов? (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут) (Е. Иванова)

Ответ. 4 лжеца.

Решение. Рассмотрим первого и второго. Среди них ровно 1 рыцарь и ровно 1 лжец. Действительно, если второй рыцарь, то первый должен быть лжецом. И наоборот, если второй лжец, то первый рыцарь. Следовательно, все остальные лгут.

Краткие решения задач олимпиады 5 класса

28 января 2018

Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. Между некоторыми цифрами поставьте знаки арифметических действий и скобки, чтобы получилось верное равенство:
(И.Решетников)

Ответ. Один из возможных вариантов:

$$2017 + (7 + 1 + 0 + 2) : (2 + 0 + 1 + 7) = 2018$$

2. Автомобиль в пробке въехал в туннель со скоростью 5м/мин. Сначала он ехал 11мин, затем стоял 2мин, затем ехал 10мин, стоял 3мин, затем 9мин ехал, 4 – стоял и так далее, пока туннель не кончился. Он достиг конца туннеля через 55мин. Какова длина туннеля? (Т.Антошкина)

Ответ. 205м.

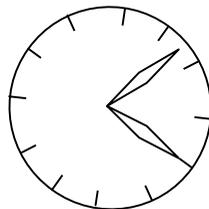
Решение. Один этап «ехал+стоял»=13мин, в 55мин укладывается 4 таких промежутка + 3мин. Следовательно, автомобиль ехал $11+10+9+8+3 = 41$ мин

3. Егор выписал несколько подряд идущих двузначных чисел. Оказалось, что каждая цифра выписана хотя бы один раз. Какое минимальное количество чисел мог выписать Егор? (Е.Иванова)

Ответ. 8

Решение. Докажем, что Егор не мог выписать менее 8 чисел. Для того, чтобы в записи 7 чисел встречались все 10 цифр, нужно, чтобы хотя бы у трех выписанных чисел в записи участвовали 5 разных цифр. Иначе не наберется 10 разных цифр. Но тогда среди выписанных 7 чисел была два раза смена цифры десятка. А среди 7 последовательных чисел это невозможно. Пример на 8 чисел: 13 14 15 16 17 18 19 20

4. На часах у Кролика нет цифр и стрелки одинаковой длины. Как-то раз часы упали, и Кролик повесил их обратно, не обратив внимания на то, как они висели. Сколько времени показывают часы? (фольклор)



Ответ. 15:30 или 3:30. (половина 4 тоже принималась)

Решение. Стрелка, стоящая точно на делении, не может быть часовой, так как иначе вторая должна также стоять точно на делении (на 12). Значит,

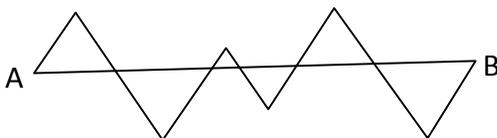
точно на делении стоит минутная стрелка. Тогда часовая стоит ровно посередине между делениями и часы показывают половину какого-то часа.

5. Костя выкладывает доминошки в цепочку по правилам домино, выбирая при этом из оставшихся каждый раз доминошку с максимальной суммой точек. **А)** Какой длины получится цепочка? **Б)** Какой будет последняя доминошка в цепочке? (Е.Иванова)

Ответ. А) 13 доминошек, Б) последняя 0-6.

Решение. При таких правилах возможен только один вариант 66-65-55-54-46-63-35-52-26-61-15-50-06.

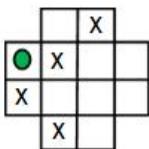
6. Ломаную из 7 звеньев с концами в точках А и В пересекли отрезком АВ. Оказалось, что все получившиеся треугольники – равносторонние. Длина отрезка АВ равна 12 дюймам. Найдите длину исходной ломаной. (Равносторонний треугольник – треугольник, у которого все стороны равны) (фольклор)



Ответ. 24 дюйма.

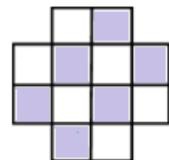
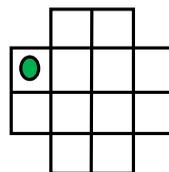
Решение. Поскольку все треугольники равносторонние, то сумма длин двух сторон в два раза больше соответствующего кусочка отрезка АВ.

7. На клетчатой доске в одной из клеток стоит фишка. Она может перемещаться в соседнюю по стороне клетку. Фишка обошла все клетки доски по одному разу и остановилась. В какой клетке доски она могла оказаться? Отметьте все возможные клетки. (по мотивам Уральских турниров 2000г)



Ответ. на рисунке

Решение. Раскрасим доску в шахматном порядке. Тогда шашка каждым ходом меняет цвет клетки. Поскольку белых и черных одинаковое количество, то закончить маршрут фишка может только на черном поле. Однако закончить на двух неотмеченных черных клетках не получится. Для остальных четырех маршрутов существует.

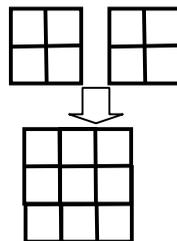


8. В Марсианском заповеднике живут драконы с тремя головами и четырьмя лапами и чучундры с пятью лапами и шестью головами. Алиса сосчитала, что всего у них 126 голов и 123 лапы. Сколько драконов и сколько чучундр живет в марсианском зоопарке? (И.Григоренко)

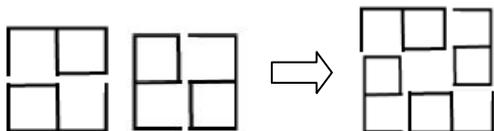
Ответ. 12 драконов и 15 чучундр

Решение. Заметим, что у дракона лап на 1 больше, чем голов, а у чучундры наоборот – голов на 1 больше, чем лап. Поскольку в результате голов на 3 больше, то чучундр на 3 больше, чем драконов. Вычтем 3 чучундр и получим, что у остальных 108 голов и 108 лап. Так как в паре дракон-чучундра 9 голов и 9 лап, то таких пар 12.

9. Имеется две проволочные решетки в виде квадратов из 4 клеток. Разрежьте решетки на 2 одинаковые фигурки (всего 4 фигурки) и сложите из них проволочную решетку из 9 клеток. См. рис.



(В.Илюхин)



Ответ.

есть и другие варианты.

10. В комнате сидело 11 человек – жителей острова рыцарей и лжецов (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут)

Первый сказал : «Среди нас есть лжец» Второй: «среди нас есть рыцарь» Третий: «Среди нас есть 2 лжеца». Четвертый: «Среди нас есть 2 рыцаря» И так далее, Десятый: «Среди нас есть 5 рыцарей». Последний промолчал
Сколько на самом деле в комнате могло быть лжецов?

Ответ. 3

Решение. Заметим, что если какое-то утверждение про N рыцарей (или лжецов) верно, то верны и все утверждения про меньшее количество лжецов (или рыцарей соответственно)

Первый обязательно рыцарь, иначе лжец сказал бы правду. Тогда второй тоже сказал правду. Следовательно, правду сказал четвертый, а затем и шестой, восьмой и десятый. То есть рыцарей не меньше 6. Следовательно, девятый лжет. Если седьмой говорит правду, то правду должны говорить третий и пятый, получим противоречие с количеством лжецов. Значит, седьмой лжет и лжецов как минимум 2. Но тогда третий говорит правду. Предположим, что 5й лжет, тогда лжецов как минимум 3 (5,7,9) и он говорит правду – противоречие. Значит, 5й говорит правду. Но тогда лжецов должно быть не менее трех и, значит, 11й – лжец. В этом случае все подходит.

Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. У Буратино есть 5 монет на вид совершенно одинаковых. Из них 2 фальшивых, обе они легче настоящих, а весят одинаково. Буратино требуется заплатить за обед одну настоящую монету. Хозяин харчевни разрешает воспользоваться чашечными весами без гирь ровно один раз. Как Буратино найти одну настоящую монету? (на чаши весов можно класть какое угодно количество монет)
(И.Сиротовский)

Решение. На одну чашу положим две монеты, на другую – другие две. Рассмотрим варианты. А) если весы в равновесии, значит, на обеих чашах 1 легкая и 1 тяжелая. Значит, оставшаяся монета – тяжелая. Б) если весы не в равновесии, то на тяжелой чаше точно обе монеты настоящие. Так как если б там была хотя бы одна фальшивая, то на легкой чаше должны были бы находиться две легкие (фальшивые) монеты, а фальшивых только 2.

2. На клетчатой бумаге нарисовали прямоугольник, стороны которого идут по линиям сетки. Прямоугольник разрезали на четыре прямоугольника двумя прямолинейными разрезами, также идущими по линиям сетки. Пятиклассник Петя сосчитал, что у трёх из этих прямоугольников площади составляют 4см^2 , 8см^2 и 16см^2 . Чему равна площадь исходного прямоугольника? Найдите все возможные варианты и докажите, что других нет. (Омск, олимпиада им.Кукина, 2010г.)

Ответ. 30см^2 , 36см^2 , 60см^2 .

Решение. Обозначим площади маленьких прямоугольников через a , b , c и d (см.рис) Тогда произведения ad и bc , равны, поскольку каждое из них есть произведение длин одних и тех же четырёх отрезков. Поэтому площадь четвертого прямоугольника равна произведению двух площадей, деленное на третью площадь. Возможны три варианта: 2см^2 , 8см^2 и 32см^2 . Для каждого из них строится пример.

| | |
|-----|-----|
| a | b |
| c | d |

3. Чтобы приготовить зелье для превращения розового пони в голубого единорога нужно 33 минуты варить на слабом огне птичье молоко, затем сразу добавить звездной пыли и варить еще 6 минут, после чего добавить маковую росинку и пять умных мыслей. У Гарри Поттера есть двое песочных часов: на 4мин и на 7мин. Помогите ему с помощью этих часов отмерить нужные промежутки времени и сварить зелье. (И.Григоренко)

Решение. Запускаем часы на 7 и на 4 одновременно. Когда кончаются 4мин – переворачиваем эти часы, когда кончаются 7 – ставим на огонь птичье молоко. Когда снова кончаются 4мин, переворачиваем и ждем. Таким образом отмерится 5 минут. Как только кончаются 4мин (третий раз) запускаем 4 раза 7мин (отмеряем 28мин). Таким образом, отмерили $5+28=33\text{мин}$. Пока варится молоко, готовимся отмерять 6мин. А именно, как только прошло 14мин (два раза по 7), ставим часы на 4мин и к моменту, когда молоко будет вариться 33мин, у нас останется еще 2мин в 4минутных часах. Добавляем пыль и ждем, когда кончатся 2мин, и еще раз ставим 4мин. Итого $2+4=6\text{мин}$

4. Три разбойника нашли клад из 9 изумрудов – весом 3, 4, 7, 8, 9, 12, 17, 21, 22 граммов. Они хотят разделить изумруды так, чтобы каждому досталось по три штуки, при этом старшему в 2 раза

больше по весу, чем среднему, а среднему – в 2 раза больше, чем младшему. Смогут ли они поделить изумруды таким образом? Если можно, то как, если нельзя, то почему. (И. Григоренко)

Ответ. Не смогут

Решение. Предположим, что поделить получилось. Тогда младшему досталось A грамм, среднему $2A$ грамм (в 2 раза больше), а старшему – $4A$ грамм (в 4 раза больше, чем младшему). То есть всего должно быть $7A$ грамм. То есть общий вес изумрудов должен делиться на 7. Но сумма равна 103 грамма и на 7 не делится.

5. В городе Октопусе построили метро из 8 станций. При этом из них выходит 4, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 1 линий метро соответственно (одна линия соединяет ровно две станции). Одну линию закрыли на ремонт. Могло ли оказаться, что теперь карта метро состоит из двух одинаковых независимых кусков? (Е. Иванова)

Ответ. Не могло.

Решение 1. Предположим, что такое получится могло. Тогда карта разбилась на два одинаковых куска по 4 станции, из которых выходит соответственно равное количество линий. Значит, после удаления одной линии станций с 4 исходящими линиями больше нет (иначе она попала бы в какой-то только один кусок, и в другом куске такой станции не было бы). Также, чтобы такое разделение имело место, нужно, чтобы после закрытия одной линии, число станций с двумя исходящими линиями должно быть четно (чтобы поделилось пополам на 2 куска). Следовательно, необходимо, чтобы была закрыта линия, соединяющая станцию с 4 исходящими линиями и станцию с 2 исходящими линиями. Тогда получим, что в каждом куске должны быть такие станции с таким числом исходящих линий: 3, 3, 2, 1, что невозможно.

Докажем это. Сосчитаем количество всех линий в этом куске – $(3+3+2+1) : 2$ – каждую линию мы сосчитали дважды и должно было получиться четное число, но оно нечетное. Следовательно, такой вариант невозможен.

Решение 2. Предположим, что такое получится могло. Тогда карта разбилась на два одинаковых куска по 4 станции, из которых выходит соответственно равное количество линий. Значит, после удаления одной линии количество линий должно стать четным. Но изначально их уже было $(4+3+3+3+3+2+2+2+1) : 2 = 10$ – четно. Соответственно будет нечетно и поделить на две части будет нельзя.

Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла (если пунктов несколько, то каждый пункт стоит 2 балла).

В части Б оценивается решение – от 0 до 5 баллов.

Творческая Лаборатория «Дважды Два»



Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Кроме того мы проводим мини-школы или школы выходного дня. Ближайшая такая школа планируется *с 22 февраля*.

Летняя школа в Болгарии (2 смены) – *с 27 июня по 25 июля* – 1-9 класс.
Летняя школа в Подмоскowie – *с 4 по 25 августа* – для 4–10 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалей на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран. В частности в 2015 и 2016 годах наших ученики в составе сборной России на международной Олимпиаде по математике завоевали две серебряные и две золотые медали.

Один из наших новых проектов – «Малый Лицей» совместно с лицеем 1535 <http://mathbaby.ru/classes/2018/malyy-licey>

Более подробно со всеми направлениями нашей работы в можете познакомиться на сайте.

Олимпиада 5 класса

Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы *после 15 февраля* на нашем сайте. <http://mathbaby.ru>

Устный тур.

Устный тур пройдет 18 марта в помещении МИРЭА. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.