

Ристо Малчески

РЕДИЦИ ОД БРОЕВИ

На часот по физичко образование ти и твоите другарчиња се редите во колона, најчесто почнувајќи од највисокото дете во одделението, а другите деца застануваат зад него според правилото: секое дете е пониско од детето кое е пред него. Исто како вашето застанување во колона, можеме и броеви да запишеме во редица, при што запишувањето го правиме според определено правило. Во ова наше дружење ќе разгледаме неколку задачи во кои ќе запишуваме броеви според определено правило.

Задача 1. Колку броја во низата $1, 2, 3, 4, \dots, 1000$ имаат непарен број цифри?

Решение. Дадената низа има 1000 членови, од кои парен број цифри имаат двоцифрените и четирицифрените членови на низата. Двоцифрени членови на низата се броевите $10, 11, 12, 13, \dots, 99$, а четирицифрен член на низата е бројот 1000. Според тоа, низата има $90+1=91$ членови кои имаат парен број цифри. Конечно, во дадената низа непарен број цифри имаат $1000-91=909$ броја.

Задача 2. Во низата $87, 84, 80, 77, 73, _, _$ броевите се запишуваат според определено правило. Кои броеви треба да се запишат на цртичките?

Решение. Забележуваме дека

$$87 - 84 = 3, \quad 84 - 80 = 4, \quad 80 - 77 = 3, \quad 77 - 73 = 4,$$

што значи дека вториот член е помал од првиот за 3, третиот е помал од вториот за 4, четвртиот од третиот 3 и петтиот од четвртиот за 4. Според тоа, шестиот член треба да е помал од петтиот за 3, па затоа тој е еднаков на $73 - 3 = 70$. Сега, седмиот член е помал од шестиот за 4, па затоа тој е еднаков на $74 - 4 = 66$.

Задача 3. Определи ги броевите кои недостасуваат во низата:

$$1, 5, 6, 11, 17, _, _, 73.$$

Решение. Забележуваме дека $1+5=6$, $5+6=11$ и $6+11=17$. Според тоа, почнувајќи од третиот член на низата секој член е еднаков на збирот на претходните два члена. Значи, шестиот член на низата е $11+17=28$,

седмиот член на низата е $17 + 28 = 45$ и како $28 + 45 = 73$, заклучуваме дека правилото кое го најдовме важи за сите членови на низата. Според тоа, нашата низа е 1, 5, 6, 11, 17, 28, 45, 73.

Задача 4. Запиши ги следните два члена на низата броеви:

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$$

Пресметај го збирот на првите осум членови на оваа низа.

Решение. Забележуваме дека

$$2 = 2 \cdot 1, 4 = 2 \cdot 2, 8 = 2 \cdot 4, 16 = 2 \cdot 8 \text{ и } 32 = 2 \cdot 16.$$

Според тоа, секој следен член на низата е двапати поголем од претходниот. Значи, седмиот член на низата е $2 \cdot 32 = 64$ и осмиот член на низата е $2 \cdot 64 = 128$.

Збирот на првите осум членови на низата е:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 &= (1 + 4) + (2 + 8) + (16 + 64) + (32 + 128) \\ &= 5 + 10 + 80 + 160 = 255. \end{aligned}$$

Задача 5. Определи го збирот на првите осум членови на низата броеви:

$$2, 3, 5, 9, 17, _, _, _.$$

Решение. Забележуваме дека

$$3 = 2 \cdot 2 - 1, 5 = 2 \cdot 3 - 1, 9 = 2 \cdot 5 - 1 \text{ и } 17 = 2 \cdot 9 - 1.$$

Според тоа, секој следен член на низата се добива кога претходниот член се помножи со 2 и од добиениот производ се одземе 1. Значи, шестиот член на низата е $2 \cdot 17 - 1 = 33$, седмиот член е $2 \cdot 33 - 1 = 65$ и осмиот член е $2 \cdot 65 - 1 = 129$. Конечно, збирот на првите осум членови на дадената низа е еднаков на

$$2 + 3 + 5 + 9 + 17 + 33 + 65 + 129 = 263$$

Задача 6. Определи го збирот на првите седум членови на низата броеви:

$$4, 6, 10, 18, 34, _, _.$$

Решение. Забележуваме дека

$$6 = 2 \cdot 4 - 2, 10 = 2 \cdot 6 - 2, 18 = 2 \cdot 10 - 2 \text{ и } 34 = 2 \cdot 18 - 2.$$

Според тоа, секој следен член на низата се добива кога претходниот член се помножи со 2 и од добиениот производ се одземе 2. Значи, шестиот член на низата е $2 \cdot 34 - 2 = 66$ и седмиот член на низата е $2 \cdot 66 - 2 = 130$. Конечно, збирот на првите седум членови на низата е

$$4 + 6 + 10 + 18 + 34 + 66 + 130 = 268.$$

Задача 7. Определи го збирот на цифрите на броевите кои недостасуваат во низата броеви: 6, 18, 31, __, 60, __, 93

Решение. Забележуваме дека $6 + 12 = 18$ и $18 + 13 = 31$. Затоа логично е да провериме дали четвртиот број се добива кога на третиот му се додаде бројот 14, петтиот кога на четвртиот му се додаде бројот 15, шестиот кога на петтиот му се додаде бројот 16 и седмиот кога на шестиот му се додаде бројот 17. Така, четвртиот број е $31 + 14 = 45$, петтиот број е $45 + 15 = 60$, шестиот број е $60 + 16 = 76$ и седмиот број е $66 + 17 = 93$. Гледаме дека со ова правило ги добивме петтиот и седмиот број, кои ни беа зададени, па затоа броевите кои недостасуваат се 45 и 66. Збирот на нивните цифри е еднаков на $4 + 5 + 6 + 6 = 21$.

Задача 8. Ана запишала 18 членови на низата: 1, 5, 9, 13, 17, Василка запишала 18 членови на низата 1, 8, 15, 22, 29, ... Определи ја разликата меѓу последниот член во низата на Василка и последниот член во низата на Ана.

Решение. За низата на Ана имаме $5 - 1 = 9 - 5 = 13 - 9 = 17 - 13 = 4$, што значи дека секој следен член на низата е за 4 поголем од претходниот. Првиот член на низата е 1, па затоа последниот осумнаесетти член на низата се добива кога на бројот 1 седумнаесет пати ќе го додадеме бројот 4. Значи, последниот член на низата на Ана е $1 + 4 \cdot 17 = 1 + 68 = 69$.

За низата на Василка имаме $8 - 1 = 15 - 8 = 22 - 15 = 29 - 22 = 7$, што значи дека секој следен член на низата е за 7 поголем од претходниот. Првиот член на низата е 1, па затоа последниот осумнаесетти член на низата се добива кога на бројот 1 седумнаесет пати ќе го додадеме бројот 7. Значи, последниот член на низата на Василка е $1 + 7 \cdot 17 = 120$.

Конечно, бараната разлика меѓу последниот член на низата на Василка и последниот член на низата на Ана е $120 - 69 = 51$.

Задача 9. Татјана започнува да ги брои броевите од 1 преку три: 1, 4, 7, ..., а Ана почнува да брои од 101 наназад преку два: 101, 99, 97, Кој број ќе го кажат двете заедно?

Решение. *Прв начин.* Татјана последователно ги кажува броевите 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, 55, 58, 61, 64, ... а Ана последователно ги кажува броевите

101, 99, 97, 95, 93, 91, 89, 87, 85, 83, 81, 79, 77, 75, 73, 71, 69, 67, 65, 63, 61, ... Забележуваме дека прв број кој двете ќе го кажат е бројот 61. Останува да провериме дали бројот 61 ќе го кажат истовремено. Во низата на Татјана бројот 61 се наоѓа на дваесет и прво место, на кое место се наоѓа и во низата на Ана. Според тоа, бројот 61 е бројот кој ќе го кажат двете заедно и тоа е единствениот број, бидејќи потоа Ана кажува броеви кои се помали од 61, а Татјана кажува броеви кои се поголеми од 61.

Втор начин. Во низата на Татјана броевите се зголемуваат за 3, а во низата на Ана тие се намалуваат за 2. Според тоа, тргнувајќи од крајните броеви нивната разлика се намалува за $2 + 3 = 5$. За да двете кажат еден ист број, секоја од нив треба да каже по $1 + (101 - 1) : 5 = 1 + 20 = 21$ број. Татјана тргнува од бројот 1 и брои преку 3, па затоа дваесет и првиот број во нејзината низа е $1 + 20 \cdot 3 = 61$. Ана тргнува од бројот 101 и брои наназад преку 2, па затоа дваесет и првиот број во нејзината низа е $101 - 20 \cdot 2 = 61$. Значи, двете заедно ќе го кажат бројот 61.

Задача 10. Дадена е низата броеви:

$$2, 3, 6, 7, 10, 11, \dots$$

Запиши ги следните четири члена на оваа низа.

Решение. Забележуваме дека третиот и четвртиот член на низата се за 4 поголеми од првиот и вториот член на низата, соодветно. Слично, петтиот и шестиот член на низата се за 4 поголеми од третиот и четвртиот член на низата, соодветно. Оттука заклучуваме дека седмиот и осмиот член на низата се 4 поголеми соодветно од петтиот и шестиот член на низата, т.е следните два члена на низата последователно се $10 + 4 = 14$ и $11 + 4 = 15$. На потполно аналоген начин добиваме дека деветтиот и десеттиот член на низата последователно се $14 + 4 = 18$ и $15 + 4 = 19$.

Задача 11. Определи го седмиот член на низата броеви: 4413, 4404, 4396, 4389, 4383, _____, _____ ...

Решение. Имаме,

$$4413 - 4404 = 9, 4404 - 4396 = 8, 4396 - 4389 = 7 \text{ и } 4389 - 4383 = 6,$$

па затоа шестиот член на низата ќе биде за 5 помал од петтиот, а седмиот член на низата ќе биде за 4 помал од шестиот. Значи, шестиот член на низата е $4383 - 5 = 4378$ и седмиот член на низата е $4378 - 4 = 4374$.