

Ристо Малчески  
Дончо Димовски  
Слаѓана Јакимовиќ  
Алекса Малчески

**Есенски математички турнир  
“Црноризец Храбар”**

*1992-1996, задачи и одговори*

**И**

*1998-2000, задачи*

Скопје, јануари 2001

CIP каталогизација во публикација на  
Народна и универзитетска библиотека  
“Св. Климент Охридски”, Скопје

51(079.1)

Есенски математички турнир “Црноризец Храбар”: 1992-1996 задачи и одговори и 1998-2000 задачи/ Ристо Малчески, Дончо Димовски, Слаѓана Јакимовиќ, Алекса Малчески. –Скопје: Сојуз на математичари на Македонија, 2001. -44 стр.: графички прикази; 24 см. -(Библиотека Сигма; 9)

ISBN 9989-9954-3-5

1. Малчески, Ристо
  - а) Математика - Задачи од натпревари

Обработка на компјутер: Р. Малчески и С. Јакимовиќ  
Печати: АЛФА '94, Скопје

## ПРЕДГОВОР

Есенскиот математички турнир “Црноризец Храбар” по математика и компјутерски науки традиционално се спроведува секоја година на 1 ноември. Иницијатор за ваков вид на натпреварување е колегата Јордан Табов, член на Институтот за математика при Бугарската академија за науки. Се разбира дека спроведувањето на Турнирот не беше возможно без учество на повеќе колеги, како од Бугарија, така и од Македонија, од кои овде ќе ги споменеме: Борислав Лазаров, Љубомир Давидов, Емил Келеведчиев, Румен Улучев, Иван Тонов, Бојко Банчев, Румен Козарев, Ивајло Кортезов, Евгенија Сендова, Албена Василева, Дончо Димовски, Ристо Малчески, Зоран Шуник, Виолета Василевска, Кирил Банков, Слаѓана Јакимовиќ, Митко Кунчев и Љубомир Љубенов.

Целите на Есенскиот математички турнир “Црноризец Храбар” се неколку. Без да ги степенуваме по важност ќе наброиме неколку од нив:

- да се потполни празнината во календарот на математичките натпревари, од кои поголемиот дел се организираат во второто полугодие од учебната година;
- да се потполни една празнина во формите на реализирање на математичките натпревари, при што се користи натпреварувачка тема составена од задачи со понудени одговори, како што тоа е и во натпреварот “Кенгур”;
- да се даде можност за учество на математички натпревар на поголема група на ученици, кои немаат пристап до регионалните и републичките натпревари; и
- на колегите, а и на пошироката јавност да и се укаже дека со мало залагање може да се мотивираат учениците за постигнување на подобри резултати, со што несомнено се прави нешто добро за младата генерација македонски математичари.

### Инструкции за спроведување на тестот

1. Време за работа 90 минути.
2. Не е дозволена употреба на калкулатори и други сметачки помагала.
3. Со секоја задача се понудени 5 можни одговори: А), Б), В), Г), Д). Од нив само еден е точен.
4. На празното место спроти редниот број на секоја задача запишете го, според вас, точниот одговор, при што ќе употребите една од следните букви: А, Б, В, Г, Д.
5. Пишувајте јасно и читливо. Секакви поправки и внесување на повеќе од еден одговор за една задача е погрешно. Ако не можете да го најдете одговорот на некоја задача оставете го местото за одговор празно.

6. Пред да го внесете одговорот, помислете и ако треба користете одделен лист за решавање на задачата.

Се добиваат следните поени:

***Петто и шесто одделение:***

За точен одговор на секоја задача по 7 поени.

За непополнет одговор на задача - по 3 поени.

За неточен одговор на задача - 0 поени.

***Седмо и осмо одделение:***

За точен одговор на секоја задача со реден број од 1 до 8 по 5 поени.

За точен одговор на секоја задача со реден број од 9 до 17 по 7 поени.

За точен одговор на секоја задача со реден број од 18 до 25 по 9 поени.

За непополнет одговор на задача - по 3 поени.

За неточен одговор на задача - 0 поени.

***Средно образование:***

За точен одговор на секоја задача со реден број од 1 до 10 по 5 поени.

За точен одговор на секоја задача со реден број од 11 до 20 по 7 поени.

За точен одговор на секоја задача со реден број од 21 до 30 по 9 поени.

За непополнет одговор на задача - по 3 поени.

За неточен одговор на задача - 0 поени.

---

***Забелешка***

На турнирот во 1992 година оценувањето беше реализирано на следниот начин:

За точен одговор на секоја задача со реден број од 1 до 8 по 5 поени.

За точен одговор на секоја задача со реден број од 9 до 19 по 7 поени.

За точен одговор на секоја задача со реден број од 20 до 30 по 9 поени.

За непополнет одговор на задача - по 3 поени.

За неточен одговор на задача - 0 поени.

На турнирот во 1993 година оценувањето беше реализирано на следниот начин:

За точен одговор на секоја задача со реден број од 1 до 9 по 5 поени.

За точен одговор на секоја задача со реден број од 10 до 22 по 7 поени.

За точен одговор на секоја задача со реден број од 23 до 30 по 9 поени.

За непополнет одговор на задача - по 3 поени.

За неточен одговор на задача - 0 поени.

## Задачи

1992 година

1. Кој од следните полиноми е делител на  $x^{17} - 4x^{15} - x^3 + 4$ ?
- А)  $x + 2$       Б)  $x - 2$  В)  $x + 1$   
Г)  $x - 1$       Д) ниту еден од посочените.
2. Бројот на решенијата на равенката  $[x + 1] = [\frac{x+2}{2}]$ , каде  $[a]$  го означува најголемиот цел број кој не го надминува  $a$ , е еднаков на
- А) 0      Б) 1      В) 2  
Г) 4      Д) безброј многу.
3. Вредноста на изразот  $\sqrt{3 + \sqrt{8}} - \sqrt{3 - \sqrt{8}}$  е еднаква на
- А) 3      Б) 4      В) 2  
Г)  $2\sqrt{8} - 2$       Д)  $\frac{3}{2}$ .
4. Нека  $x_1$  и  $x_2$  се корените на квадратната равенка  $x^2 + ax + \frac{a^2 - 1}{2} = 0$ . Да се најде  $x_1^3 + x_2^3$ .
- А)  $\frac{a}{2}$       Б)  $a + 1$       В)  $\frac{-a + \sqrt{a^2 - 1}}{4}$   
Г)  $\frac{a(a^2 - 3)}{2}$       Д)  $\frac{a^2 \sqrt{a^2 - 1}}{2}$ .
5. Дропката  $\frac{1}{7000}$  е претставена како бескрајна децимална дробка:  $\frac{1}{7000} = 0, a_1 a_2 a_3 \dots$  Цифрата  $a_{7000}$  е еднаква на
- А) 1      Б) 2      В) 4      Г) 7      Д) 8.
6. Нека  $b$  е реален број за кој  $b^3 = b + 1$ . Кое од следните равенства не е точно:
- А)  $b^4 = b^2 + b$       Б)  $b^5 = b^4 + 1$       В)  $b^4 = b^3 + b^2 - 1$   
Г)  $b^2 + b + 1 = 1 + \frac{1}{b-1}$       Д)  $b^4 + b^3 = b^2 + 1$ .
7. Правилен  $n$ -аголник е впишан во кружница. Кој е најмалиот цел позитивен број, кој за никој  $n$  не може да е мерка во степени на централниот агол што одговара на лакот од кружницата ограничен меѓу два соседни врва?
- А) 1      Б) 2      В) 7      Г) 13      Д) нема таков
8. Бројот на решенијата на равенката  $|2x - 3| - |x + 1| = 5x - 10$  е еднаков на
- А) 1      Б) 2      В) 3  
Г) бесконечно многу      Д) 0.

9. Нека  $s_1$  е сумата на првите  $n$  члена на аритметичката прогресија 8,12, ..., а  $s_2$  е сумата на првите  $n$  члена на аритметичката прогресија 17,18,... . Ако  $n \neq 0$ , тогаш  $s_1 = s_2$  за:

- А) ниту една вредност на  $n$       Б) една вредност на  $n$   
 В) две вредности на  $n$       Г) четири вредности на  $n$   
 Д) бесконечно многу вредности на  $n$ .

10. Нека  $m$  е цел позитивен број. Се знае дека системот равенки

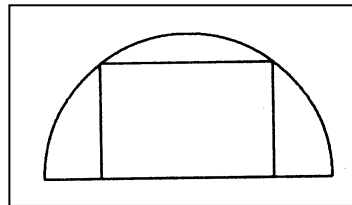
$$\begin{cases} 13x - 11y = 700 \\ y = mx - 1 \end{cases}$$

има целобројни решенија. Тогаш  $m$  може да биде:

- А) само 4      Б) само 5      В) само 6      Г) само 7  
 Д) еден од броевите 4, 5, 6 и уште некој друг број.

11. На цртежот е претставен правоаголник впишан во полукружница со радиус 1 cm. Колкава е максималната можна плоштина на таквиот правоаголник?

- А)  $2 \text{ cm}^2$       Б)  $1\frac{1}{4} \text{ cm}^2$       В)  $1\frac{1}{2} \text{ cm}^2$   
 Г)  $1 \text{ cm}^2$       Д)  $\frac{4}{5} \text{ cm}^2$ .



12. Во кружница се дадени три тетиви со должина 1, кои се сечат така што секоја од нив се дели со пресечните точки со другите две на три еднакви дела. Радиусот на кружницата е еднаков на

- А)  $\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}$       Б)  $\frac{\sqrt{7}}{3}$       В)  $\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{7}}$       Г)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       Д) 2.

13. Со колку најмалку множења, при даден број  $a$ , може да се пресмета  $a^{15}$  (при што не се користат други операции, како на пример степенување)?

- А) 3      Б) 4      В) 5      Г) 6      Д) 14.

14. Во кој броен систем е точно дека  $15 \times 15 = 321$ :

- А) со основа 5      Б) со основа 6  
 В) со основа 7      Г) со основа 8  
 Д) во ниеден броен систем равенството не е точно.

15. Колку е  $\frac{1}{4}$  во броен систем со основа 3:

- А) 0.02      Б) 0.(02)      В) 0.2      Г) 0.(2)      Д) 0.3.

16. Девет точки се распоредени како на цртежот



Колку триаголници можат да се образуваат со врвови во некои од дадените точки?

- А) 68                      Б) 76                      В) 84  
Г) 92                      Д) одговорот е друг.

17. Ако  $a = \frac{xy}{x+y}$ ,  $b = \frac{yz}{y+z}$ ,  $c = \frac{xz}{z+x}$ , кога  $abc \neq 0$ , тогаш  $x$  е еднаков на

- А)  $\frac{abc}{ab+bc+ca}$                       Б)  $\frac{2abc}{ab+bc+ca}$                       В)  $\frac{2abc}{ab-bc+ca}$   
Г)  $\frac{2abc}{-ab+bc+ca}$                       Д)  $\frac{2abc}{ab+bc-ca}$ .

18. Бројот на различни двојки природни броеви  $(a, b)$  за кои

$$a + b \leq 100 \text{ и } \frac{a + \frac{1}{b}}{b + \frac{1}{a}} = 13$$

е еднаков на

- А) 1                      Б) 5                      В) 7                      Г) 9                      Д) 13.

19. За триаголникот  $ABC$  е познато дека  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $\overline{AB} = 3$  и  $\overline{BC} = 4$ . Права низ  $A$ , нормална на  $AB$ , ја сече правата низ  $C$ , нормална на  $BC$  во точка  $D$ . Должината на отсечката  $CD$  е еднаква на

- А) 3                      Б)  $\frac{8}{\sqrt{3}}$                       В) 5                      Г)  $\frac{11}{2}$                       Д)  $\frac{10}{\sqrt{3}}$ .

20. Бројот на природните броеви  $k$  помали или еднакви на 50, такви што  $2 \cdot 3^{6n} + k \cdot 2^{3n+1} - 1$  се дели со 7 за секој природен број  $n$ , е еднаков на

- А) 0                      Б) 1                      В) 3                      Г) 7                      Д) 11.

21. Бројот на целобројни решенија на равенката  $3 \cdot 2^x + 1 = y^2$  е еднаков на

- А) 0                      Б) 1                      В) 2  
Г) 3                      Д) бесконечно многу.

22. Ако  $x_1$  и  $x_2$  се реални решенија на неравенката

$$\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} \geq \frac{1}{2},$$

тогаш максималната можна вредност на изразот  $|x_1 - x_2|$  е

- А)  $\frac{3}{2}$                       Б)  $2 - \frac{\sqrt{31}}{8}$                       В)  $1 + \frac{\sqrt{7}}{4}$                       Г)  $2 - \frac{\sqrt{37}}{8}$                       Д) 4.

23. Основите на траpez се 8 и 1, а бочните страни се 14 и 10,5. Со две прави паралелни на основите траpezот е поделен на три слични траpezи. Периметарот на најмалиот добиен траpez е

- А) 4                      Б)  $6\frac{1}{2}$                       В) 8                      Г)  $4\frac{1}{2}$                       Д)  $4\frac{2}{2}$ .

24. Кој од посочените броеви е најточно приближување на бројот на декадни цифри на  $100!$  (100 факториел):

- А) 10                      Б) 50                      В) 80                      Г) 150                      Д) 250.

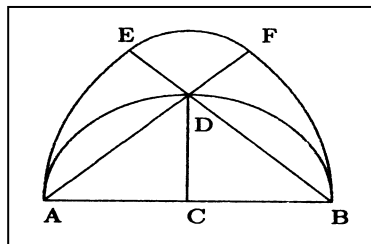
25. Неколку града се соединети со патишта. Еден програмер напишал програма, која правилно посочува како тргнувајќи од еден од градовите  $A$  може да се стигне до друг град  $B$ , така што да се помине по секој од дадените патишта точно еднаш. Што е точно:

- А) Од градовите  $A$  и  $B$  излегуваат непарен број патишта, а од сите други градови - парен број.  
 Б) Од градовите  $A$  и  $B$  излегуваат парен број патишта, а од сите други градови - непарен број.  
 В) Од сите градови излегува парен број патишта.  
 Г) Од градот  $A$  излегува парен број патишта, а од  $B$  - непарен број.  
 Д) Бројот на сите патишта е непарен.

26. Во една продавница бонбоните се продаваат само во пакувања со по 6, 9 и 20 бонбони. Кој е најголемиот број бонбони кои не можат да се купат?

- А) 29                      Б) 41                      В) 43  
 Г) секаков број може да се купи                      Д) нема таков број.

27. Полукружница  $AB$  има центар  $C$  и радиус 1. Точка  $D$  лежи на полукружницата  $AB$ , при што  $CD \perp AB$ . Отсечките  $BD$  и  $AD$  се продолжени до точки  $E$  и  $F$ , така што  $AE$  и  $BF$  се лакови од кружници со центри  $B$  и  $A$ . Лакот  $EF$  е дел од кружница со центар  $D$ . Плоштината на делот од кружницата ограничена со лаките  $ADB$ ,  $BF$ ,  $FE$ ,  $EA$ , е еднаква на



- А)  $(2 - \sqrt{2})\pi$                       Б)  $2\pi - \pi\sqrt{2} - 1$   
 В)  $(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})\pi$                       Г)  $\frac{5\pi}{2} - \pi\sqrt{2} - 1$                       Д)  $(3 - 2\sqrt{2})\pi$ .

28. Рамностран трапез  $ABCD$  има основи  $\overline{AB} = 92$  и  $\overline{CD} = 19$ . Нека  $\overline{AD} = \overline{BC} = x$  и кружница со центар на  $AB$  се допира до отсечките  $AD$  и  $BC$ . Ако  $m$  е најмалата можна вредност на  $x$ , тогаш  $m^2$  е еднаков на

- А) 1369                      Б) 1679                      В) 1748                      Г) 2109                      Д) 8825.

29. Ако  $a_1, a_2, \dots, a_n$  е конечна бројна низа, сума на Чезаро за таа низа се вика бројот  $\frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{n}$ , каде  $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ). Ако сумата на Чезаро за 99-члената низа  $a_1, a_2, \dots, a_{99}$  е еднаква на 1000, тогаш сумата на Чезаро за 100-члената низа  $1, a_1, a_2, \dots, a_{99}$  е еднаква на

- А) 991                      Б) 999                      В) 1000                      Г) 1001                      Д) 1009.

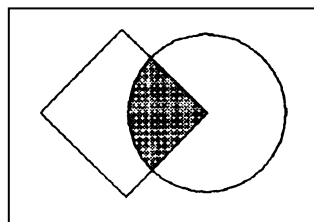


30. Двоцифрените броеви од 19 до 92 се запишани еден по друг и е добиен бројот  $N = 19202122\dots909192$ . Ако  $3^k$  е највисокиот степен на 3, кој го дели  $N$ , тогаш  $k$  еднаков на

- А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 3                      Д) 5.

1993 година

1. На цртежот, центарот на кружницата, со дијаметар 4, се совпаѓа со еден од врвовите на квадратот. Ако плоштината на штрафираната фигура е 3 пати помала од плоштината на квадратот, тогаш страната на квадратот е еднаква на



- А)  $\pi$                       Б)  $\sqrt{3}\pi$                       В)  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$                       Г)  $\sqrt{3\pi}$                       Д)  $\sqrt{\frac{3\pi}{2}}$ .

2. Еден многу возрасен човек имал вкупно 2800 деца, внуци, правнуци и праправнуци, сите живи. Праправнуците немаат деца, а сите останати имаат по еднаков број деца. Колку деца има тој возрасен човек?

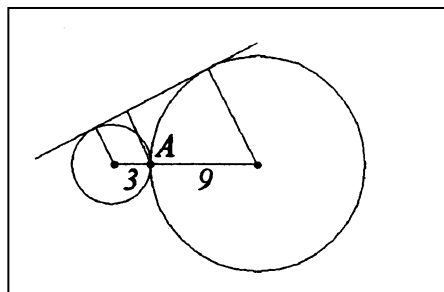
- А) 5                      Б) 6                      В) 7                      Г) 8                      Д) 9.

3. Да се најде збирот од квадратите на корените на равенката

$$x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0.$$

- А) 1                      Б) 3                      В) 5                      Г)  $\frac{7}{2}$                       Д) 7.

4. Две кружници, со радиуси 3 и 9, се допираат еднадвор во точката  $A$ . Да се најде растојанието од  $A$  до нивната заедничка тангента која не минува низ  $A$ .



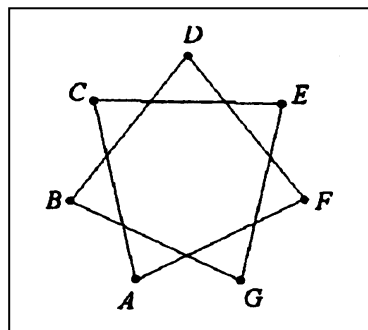
- А) 4                      Б)  $4\frac{1}{2}$   
 В)  $4\frac{1}{3}$                       Г) 7  
 Д)  $7\frac{1}{2}$ .

5. Да се најде најмалата вредност на параметрот  $a$ , за кој што равенката  $x^2 + ax + 4 = 0$  има реални ненегативни корени.

- А) -4                      Б) 0                      В) 4  
 Г) 16                      Д) не постои.

6. Колкава е сумата од аглиите  $A, B, C, D, E, F, G$  на ѕвездата  $ABCDEFG$ ?

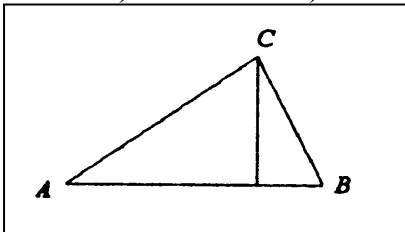
- А)  $180^\circ$                       Б)  $270^\circ$



- В)  $360^\circ$       Г)  $540^\circ$   
 Д)  $630^\circ$ .

7. Колку пати во нашето столетие има датуми, чии што ден, месец и година се запишуваат со еднакви цифри?

- А) 9      Б) 10      В) 12      Г) 13      Д) 14.



8. Во  $\triangle ABC$  висината повлечена од врвот  $C$  е два пати помала од страната  $AB$ . Најдете ја најголемата можна вредност за  $\angle C$ .

- А)  $90^\circ$       Б)  $30^\circ$       В)  $60^\circ$   
 Г)  $120^\circ$       Д)  $45^\circ$ .

9. Колку реални решенија има системот

$$\begin{cases} x + \frac{1}{x} = y \\ y + \frac{1}{y} = z \\ z + \frac{1}{z} = x \end{cases} ?$$

- А) системот нема реални решенија  
 Б) 1      В) 2      Г) 3      Д) 4.

10. Колку броеви од множеството  $\{1, 2, 3, \dots, 999\}$  не се делат ниту со 8, ниту со 12?

- А) 207    Б) 792    В) 802    Г) 812      Д) 833.

11. Дадени се низата  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  со општ член  $a_n = \sqrt{123 + n^2}$  и низата  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  со општ член  $b_n = n + 3$ . Ако  $m$  е најмалиот природен број за кој  $a_m < b_m$ , а  $k$  е најголемиот природен број за кој  $a_k > b_k + 1$ , тогаш  $m + k$  е еднакво на

- А) 30      Б) 31      В) 31      Г) 33      Д) 38.

12. Нека на променливите  $a$  и  $b$  им се дадени соодветно вредностите 128 и 52. Која ќе биде вредноста на променливата  $a$  после исполнување на следниот фрагмент од програмата:

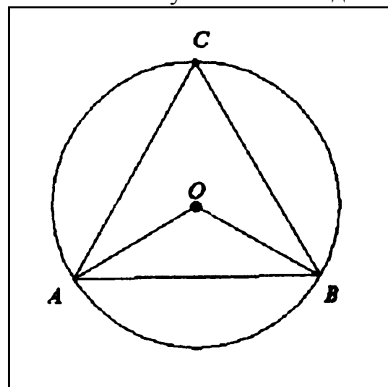
Ако  $b > 0$  исполни:

$a := a - b$  и ако  $a < b$ , замени ги

вредностите на  $a$  и  $b$ .

- А) 1      Б) 2  
 В) 4      Г) 8  
 Д) 0.

13.  $\triangle ABC$  ( $\angle C = 60^\circ$ ) е впишан во кружница со центар  $O$  и радиус 2. Најдете го радиусот



на кружницата која ги допира  $AO, OB$  и лакот  $AB$ .

- А) 1    Б)  $4\sqrt{3} - 6$     В)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$     Г)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$     Д)  $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ .

14. Во определен запис еден алгебарски израз се запишува така што прво се запишуваат операндите, а потоа знакот за операцијата. На пример,  $a + b$  се запишува како  $ab+$ , а  $ab - c \cdot$  е записот на  $(a - b) \cdot c$ . Колку е  $abc + \cdot d \cdot$ , каде што  $a = 2, b = 3, c = 4, d = 5$ ?

- А) 1    Б) 7    В) 15    Г) 68    Д) 70.

15. Природните броеви од 1 до 1000 се запишани еден по друг во низа 123...9991000. Со  $a_k$  ја означуваме цифрата која се наоѓа на  $k$ -та позиција одлево надесно. Која е најмалата вредност на  $m$ , за која се исполнети равенствата  $a_m = a_{m+1} = a_{m+2} = 9$ ?

- А) 2588    Б) 2801    В) 2859    Г) 2887    Д) 2889.

16. При делење со 10 бројот  $23^{23} - 17^{17}$  дава остаток

- А) 0    Б) 2    В) 4    Г) 6    Д) 8.

17. Ако сумата  $1 + 2 + \dots + n$  е број кој во декадниот броен систем се запишува со три еднакви цифри, тогаш  $n$  се дели со

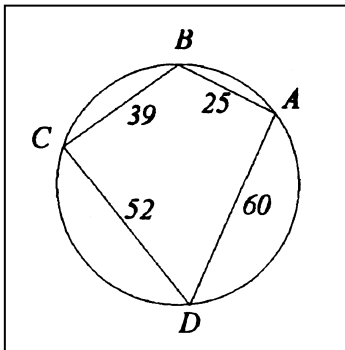
- А) 5    Б) 6    В) 7    Г) 8    Д) 11.

18. Колку е  $\cos 5^\circ + \cos 77^\circ + \cos 149^\circ + \cos 221^\circ + \cos 293^\circ$ ?

- А) 0    Б) 1    В) -1    Г) 2    Д)  $\frac{1}{2}$ .

19. Нека  $x$  и  $y$  се реални броеви кои ги задоволуваат равенствата  $x^2 + y^2 = 2$  и  $x^3 + y^3 = 2\sqrt{2}$ . Определете го  $x^4 + y^4$ .

- А) 2    Б) 3    В) 4    Г)  $4\sqrt{2}$   
 Д) не е можно да се определи еднозначно.



20. Во кружница е впишан четириаголник  $ABCD$  со страни

$$\overline{AB} = 25, \overline{BC} = 39, \overline{CD} = 52, \overline{DA} = 60.$$

Да се најде нејзиниот дијаметар.

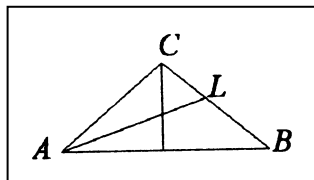
- А) 65    Б) 70  
 В)  $50\sqrt{2}$     Г)  $40\sqrt{3}$   
 Д)  $30\sqrt{5}$ .

21. За кој цел број  $a$  корените на равенката  $x^2 - ax + 3 = 0$  се реални и помалиот од нив е можно најголем?

- А) -4      Б) -3      В) 3      Г) 4      Д) не постои.

22. За рамнокрак триаголник  $ABC$  ( $\overline{AC} = \overline{BC}$ ) медианата од врвот  $C$  е двапати помала од симетралата на аголот  $A$ . Најдете го  $\angle B$ .

- А)  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$       Б)  $30^\circ$       В)  $36^\circ$   
 Г)  $39^\circ$       Д)  $42^\circ$ .



23. Имаме вкупно 31 торба; во секоја од нив има не помалку од една монета, во 25 торби има не помалку од 2 монети, во 17 торби има не помалку од 3 монети, во 15 торби има непомалку од 4 монети, во 9 торби има не помалку од 5 монети и во 6 торби има не помалку од 6 монети. Во секоја торба има најмногу 6 монети. Колку вкупно монети има?

- А) 21      Б) 42      В) 97      Г) 103      Д) 273.

24. Нека променливата  $a$  содржи реални броеви со променлива точка и има почетна вредност 1. Што ќе се случи при извршувањето на следниот циклус од програмата:

Ако  $a + 1 \neq 1$  изврши:  $a := a / 2$

- А) Циклусот ќе се извршува бескрајно.  
 Б) Циклусот нема да се изврши ниту еднаш.  
 В) Циклусот ќе се исполни точно еднаш.  
 Г) Циклусот ќе се исполни конечен број пати, но повеќе од еднаш.  
 Д) Ниту еден од претходните одговори не е точен.

25. Која е 25-тата цифра оддесно налево во запис на  $100!$  (сто факториел)?

- А) 0      Б) 2      В) 4      Г) 6      Д) 8.

26. Колкав е најмалиот број броеви што треба да се отстранат од множеството  $\{2, 3, \dots, 1993\}$  така што во добиеното множество  $M$  производот на било кои два броја да не е елемент на  $M$ ?

- А) 22      Б) 43      В) 87      Г) 256      Д) 1024.

27. Во кои бројни системи 11111 е точен квадрат?

- А) Во секој броен систем со основа непарен број.  
 Б) Само во броен систем со основа 3.  
 В) Само во бројни системи со основи 3, 11 и 47.  
 Г) Во секој броен систем со основа прост број.  
 Д) Во ниеден броен систем.

28. Нека  $S(n)$  е сумата од сите цифри на сите цели броеви од 1 до  $n$ , заклучно со  $n$ , запишани во декаден броен систем. Колку е  $S(681)$ ?

- А) 2724      Б) 8049      В) 18049      Г) 235631      Д) 235632.

29. Периметарот на разностран триаголник е 19, а должините на страните му се цифри на трицифрен број, делив со 77. Колкава е плоштината на триаголникот?

А)  $4\sqrt{1463}$                       Б) 14                      В)  $\frac{1}{4}\sqrt{3135}$

Г) Триаголникот не е определен еднозначно.

Д) Таков триаголник не постои.

30. Да се најде сумата од позитивни вредности на  $x$ , за кои што  $\sqrt[3]{2+x} + \sqrt[3]{2-x}$  е цел број.

А)  $\sqrt{2}$       Б)  $\sqrt[3]{4}$       В)  $\sqrt{5}$       Г)  $\sqrt{5}\left(1 + \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{3}}\right)$       Д)  $\frac{\sqrt{5}(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)}{\sqrt{3}}$ .

### 1994 година

1. Нека  $a$  и  $b$  се природни броеви такви што  $\frac{a+b}{19a+94b} = \frac{1}{25}$ . Тогаш  $\frac{a}{b}$  е еднакво на

А) 11,5                      Б) 9                      В)  $\frac{23}{4}$                       Г) 10,5                      Д)  $\frac{25}{2}$ .

2. Автомобил се движи со константна брзина од 45 km/h од  $A$  до  $B$ , а се враќа од  $B$  до  $A$  со константна брзина од 90 km/h. Колкава е средната брзина на автомобилот?

А) 50 km/h                      Б) 57,5 km/h                      В) 60 km/h  
Г) 67,5 km/h                      Д) 72,5 km/h.

3. Еден трицифрен број е 629 пати помал од сумата на сите останати трицифрени броеви. Тоа е бројот

А) 450      Б) 785      В) 630      Г) 471                      Д) 525.

4. Три машини во текот на едно едно деноноќие вкупно работат 1100 минути. Ниту една од машините не може да работи помалку од 900 минути во текот на едно деноноќие. Колкаво е најголемото можно траење на работа во минути за работа на машина за едно деноноќие?

А) 1360                      Б) 1440                      В) 1200                      Г) 1500                      Д) 1400.

5. Бројот на реалните корени на равенката  $\sqrt{\underbrace{x + \sqrt{x + \dots + \sqrt{x + 1994}}}_{1994 \text{ корени}}} = 1994$  е

А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 1994                      Д)  $2^{1993}$ .

6. Најдете ја сумата од корените на равенката  $\sin x - \sin x \cos x + \cos x = 1$  во интервалот  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ .

А)  $\pi$                       Б)  $\frac{\pi}{2}$                       В)  $\frac{\pi}{3}$                       Г)  $\frac{7\pi}{4}$                       Д)  $\frac{\pi}{12}$ .

7. Четирицифрениот број  $N = \overline{abcd}$  е таков што бројот  $\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{N}}}$  е цел број. Тогаш  $N$  е еднаков на

А) 2592                      Б) 1728                      В) 4536                      Г) 5184                      Д) 6264.

8. Колку од цифрите  $0, 1, \dots, 9, A, B, C, D, E, F$  од бројниот систем со основа 16 се неопходни за да се запише во броен систем со основа 16 секој степен на бројот 2?  
 А) 2                      Б) 8                      В) 5                      Г) 4                      Д) 16.

9. За кој природен број  $n$  е точно равенството  $\frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2+4+6+\dots+2n} = \frac{115}{116}$  ?  
 А) 110    Б) 115    В) 116  
 Г) 231                      Д) Не постои таков  $n$ .

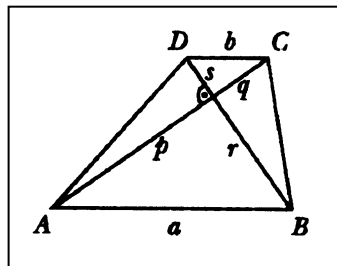
10. Правоаголник со страни 25 и 30 е разбиен на 750 единични квадратчиња. Низ внатрешноста на колку од тие квадратчиња минува дијагоналата на правоаголникот?  
 А) 31                      Б) 50                      В) 54                      Г) 55                      Д) Друг одговор

11. Медијаните во триаголник имаат должини 9, 12, 15. Плоштината на триаголникот е  
 А) 60                      Б) 54                      В) 72                      Г) 90                      Д) 48.

12. Кој е најголемиот прост број, кој што може да биде делител на број од облик  $xuxuxu$  ?  
 А) 37                      Б) 259    В) 91                      Г) 73                      Д) 97.

13. Нека  $x$  е реален број таков што  $x + \cos x = 2$ . Колку е  $[x]$  ?  
 А) 0                      Б) 1                      В) 2  
 Г) 3                      Д) Не може да се определи еднозначно.

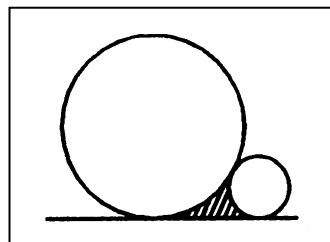
14. Нека  $a, b, c$  се три цифри различни од 0, такви што  $a \neq b \neq c \neq a$  и бројот  $N = \overline{abc} \cdot \overline{bca} \cdot \overline{cab} + 1$  се дели со 9. Најмалата вредност која ја прима  $a + b + c$  е  
 А) 3                      Б) 6                      В) 7  
 Г) 8                      Д) 9.



15. Трапезот  $ABCD$  на цртежот е со заемно нормални дијагонали. Ако  $a = 57, b = 35$ , тогаш  $pq + rs$  е еднакво на  
 А) 100                      Б) 1875                      В) 3249                      Г) 1995                      Д) 2116

16. Точка  $M$  е средина на страната  $BC$  на рамностран  $\triangle ABC$ , а точка  $N$  од отсечката  $BM$  е на еднакви растојанија од  $M$  и  $AB$ . Да се најде плоштината на  $\triangle ABN$ , ако плоштината на  $\triangle ABC$  е 1.  
 А)  $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$                       Б)  $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$                       В)  $\frac{1}{5}$                       Г)  $2 - \sqrt{3}$                       Д)  $\frac{2}{2+\sqrt{3}}$ .

17. На цртежот, на двете кружници кои се допираат и имаат радиуси 6 и 2, е поставена



заедничка тангента. Плоштината на штрафираниот дел е

- А)  $16\sqrt{3} - \frac{22}{3}\pi$     Б)  $8 - \pi$   
В) 6                    Г) 8    Д)  $16\sqrt{3} - \frac{5}{2}\pi$ .

18. Една програма на целобројната променлива  $x$  ѝ ги дава последователно целите броеви од 1 до  $n$ . Ако целите броеви се претстават во компјутерот во бинарен облик и заземаат по 15 бинарни места, а  $x$  има почетна вредност 0, при каква најголема вредност на  $n$  програмата дава точен резултат?

- А) 126    Б) 255    В) 256    Г) 1024    Д) 32768.

19. Со која цифра завршува збирот од четвртите степени на првите 1994 прости броеви?

- А) 6                    Б) 4                    В) 9                    Г) 3                    Д) 7.

20. Даден е рамностран  $\triangle A_1 A_2 A_3$ . За секој природен број  $n$  точката  $A_{n+3}$  е средина на отсечката  $A_n A_{n+1}$ .  $\angle A_{44} A_{45} A_{43}$  е еднаков на

- А)  $30^\circ$     Б)  $45^\circ$                     В)  $60^\circ$                     Г)  $90^\circ$                     Д)  $120^\circ$ .

21. Да се најде најмалиот природен број  $n$  за кој што полиномот  $p(x) = x^n + 7x^2 + 4x + 12$  се разложува на неконстантни полиноми со цели коефициенти.

- А) 3                    Б) 4                    В) 5  
Г) 7                    Д) Друг одговор

22. Да се најде бројот на реалните корени на равенката  $x^{1994} - x^2 + 1 = 0$ .

- А) 0                    Б) 2                    В) 4  
Г) 1994                    Д) Друг одговор

23. За триаголник е познато дека  $a = 42, b = 56, c$  и  $l_c$  (симетрала на  $\angle C$ ) се цели броеви. Минималната вредност на периметарот на таков триаголник е

- А) 113                    Б) 175    В) 189  
Г) Таков триаголник не постои    Д) Друг одговор.

24. Бројот на цифрите 5 во декадниот запис на бројот  $\underbrace{66\dots6}_{1994}^2 - 1$  е

- А) 1994                    Б) 1995                    В) 1993  
Г) 1990                    Д) Друг одговор.

25. За радиусите на надворешно припишаните кружници на триаголник, важи односот  $r_a : r_b : r_c = 2 : 3 : 6$ . Тогаш  $a : b : c =$

- А) 1 : 2 : 3                    Б) 5 : 4 : 3                    В) 3 : 4 : 5  
Г)  $\sqrt{6} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$                     Д) Таков триаголник не постои.

26. Нека на променливите  $a$  и  $c$  им се дадени соодветно вредности  $x$  и  $y$ , а на променливата  $b$  е дадена вредност 1. Која вредност ќе ја има во променливата  $b$  по исполнувањето на следниот фрагмент од програмата:

Кога  $c > 0$  изврши:

ако  $c$  е непарен тогаш  $b := b.a$ ;

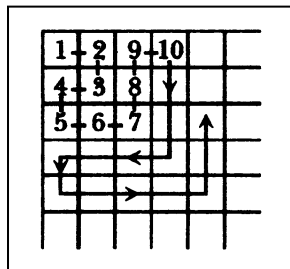
$c :=$  целиот дел на  $c/2$

и  $a := a.a$ .

- А)  $x^y$                       Б)  $x^{y-1}$                       В)  $xy$                       Г)  $x-y$                       Д)  $x^2$ .

27. Бесконечна таблица се потполнува со броевите 1,2,3,..., како што е покажано на цртежот. Кој е бројот, запишан во 19-тиот ред и 94-тата колона?

- А) 19.94                      Б)  $19^2 + 93$                       В)  $94^2 + 19^2$   
 Г)  $93^2 + 94$                       Д)  $93^2 + 19^2$ .



28. Кој е најмалиот број на споредби меѓу парови објекти, кој е доволен, во било кој случај, за поредување по големина на пет објекти?

- А) 6                      Б) 7                      В) 8  
 Г) 9                      Д) Друг одговор.

29. Колку е  $f(10)$ , ако  $f(n) = n - 10$  при  $n > 100$  и  $f(n) = f(f(n+11))$  во останатите случаи?

- А) 10                      Б) 11                      В) 100                      Г) 91                      Д) 101.

30. Збирот од периметрите на двете основи на правилна четириаголна пресечена пирамида е  $4\mu H$ , каде што  $H$  е висината на пирамидата, а збирот од плоштините на двете основи е еднаков на плоштината на обвивката. Множеството од сите вредности за параметарот  $\mu$ , за кои што таква пирамида постои, е

- А)  $\emptyset$                       Б)  $(0; \infty)$                       В)  $(0; 4]$                       Г)  $(4; \infty)$                       Д)  $[4; \infty)$ .

### 1995 година

1. Должината на правоаголник е зголемена за 25%. За колку проценти треба да се намали неговата ширина, за да не се промени неговата плоштина?

- А) 12,5%                      Б) 20%                      В) 25%  
 Г) 50%                      Д) друг одговор.

2. Следните 4 тврдења и само тие се напишани на една картичка:

1. На оваа картичка точно едно тврдење е неистинито.
2. На оваа картичка точно две тврдења се неистинити.
3. На оваа картичка точно три тврдења се неистинити.
4. На оваа картичка точно четири тврдења се неистинити.

Секое тврдење, напишано на таа картичка, е вистинито или неистинито. Колку од тие тврдења се неистинити?

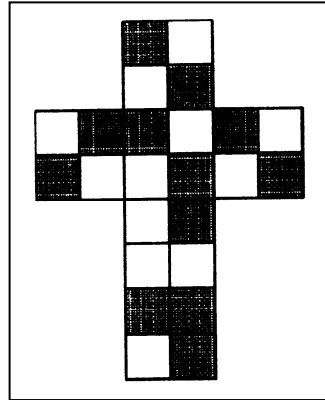
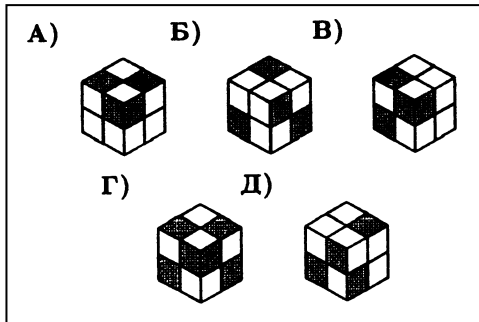


- А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 3                      Д) 4.

3. Кој од броевите

- А) 632135              Б) 174724              В) 512197              Г) 636954              Д) 276438  
е полн квадрат на цел број?

4. Која од следните коцки може да ја има мрежката, посочена на цртежот десно?



5. За кои позитивни вредности на  $m$  равенките

$$3mx - 1 = 5m - x$$

$$(2x - 1)m = x - 1$$

се еквивалентни?

- А)  $\frac{1}{3}$                       Б)  $\frac{1}{4}$                       В)  $\frac{1}{5}$                       Г)  $\frac{1}{6}$                       Д)  $\frac{1}{7}$ .

6. Сумата на сите цели броеви меѓу 50 и 350, кои што завршуваат на 1, е:

- А) 5880                      Б) 5539                      В) 5208                      Г) 4877                      Д) 4566.

7. Трите позитивни броеви  $a, b, c$  образуваат аритметичка прогресија. Една од следните тројки броеви не е аритметичка прогресија. Тоа е:

- А)  $b + a, a + c, b + c$               Б)  $c - b, c - a, c + b - 2a$               В)  $2c - b, 2b - a, b$   
Г)  $2a + b, 3b, 2c + b$               Д)  $a, a + b, a + b + c$ .

8. Најмалиот трицифрен број  $\overline{xyz}$  за кој бројот  $\overline{xyz995}$  се дели со 1995, е:

- А) 399    Б) 400    В) 799    Г) 211                      Д) 571.

9. Ако е дозволено да се користат само следните две операции со броеви: удвојување и зголемување за 1, тогаш со колку најмалку операции можеме да добиеме 100, започнувајќи од 0?

- А) 7                      Б) 9                      В) 24                      Г) 44                      Д) 100.

10. Најмалиот позитивен број  $n$  ( $n > 1$ ) за кој што постои распоред на  $n$  дами на шаховска табла со димензии  $n \times n$ , при што ниедни две дами не се “загрозуваат” една со друга, е:

- А) 3                      Б) 4                      В) 5                      Г) 7                      Д) 8.

11. Бројот на целобројните решенија на неравенството  $|x| \geq x^2 - 30$  е:

- А) 13                      Б) 12                      В) 11  
Г) 6                        Д) бесконечно многу.

12. На што е еднаков производот од бесконечните периодични децимални броеви  $0,(12)$  и  $8,(9)$ ?

- А) 0                        Б) 1                        В) 1,5  
Г) 2                        Д) Друг одговор.

13. Сумата од плоштините на ѕидовите на правоаголен паралелопипед е 22, а сумата од должините на рабовите му е 24. Должината на дијагоналата на паралелопипедот е:

- А)  $\sqrt{11}$                       Б)  $\sqrt{12}$                       В)  $\sqrt{13}$                       Г)  $\sqrt{14}$                       Д)  $\sqrt{15}$ .

14. Ако секој 12-ти збор од една реченица е од машки род, а секој 16-ти е глагол во минато време, тогаш со сигурност може да се тврди дека:

- А) Реченицата има помалку од 50 зборови.  
Б) Реченицата може да има 50 зборови, но не може да има 100.  
В) Реченицата може да има 100 зборови, но не може да има 200.  
Г) Зборовите меѓу 12-тиот и 16-тиот не се од машки род.  
Д) Ништо од претходните одговори не е сигурно.

15. Множеството од корените на равенката

$$\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x^2 + 3x + 2} = \sqrt{x^2 - 1} \text{ е:}$$

- А)  $\{-1\}$                       Б)  $\left\{-1; \frac{-1-2\sqrt{7}}{3}\right\}$                       В)  $\left\{-1; \frac{-1+2\sqrt{7}}{3}\right\}$   
Г)  $\left\{-1; \frac{-1-2\sqrt{7}}{3}; \frac{-1+2\sqrt{7}}{3}\right\}$                       Д)  $\emptyset$ .

16. Ако  $x_1, x_2, x_3$  се корени на равенката  $x^3 - 2x^2 + x - 3 = 0$ , тогаш вредноста на

изразот  $\frac{x_1+x_2}{x_1+x_2+2x_3} + \frac{x_1+x_3}{x_1+2x_2+x_3} + \frac{x_2+x_3}{2x_1+x_2+x_3}$  е:

- А) 0                        Б)  $1-i$                       В) 1  
Г)  $\sqrt{2}$                       Д) не може да се определи еднозначно.

17. Целите ненегативни броеви се запишани во триаголна таблица на начин посочен подолу. Во кој ред е бројот 1919950?

				0					
				1		2			
			3		4		5		
		6		7		8		9	
	10		11		12		13		14
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- А)** Во некој ред пред 1993-тиот    **Б)** Во 1993-тиот  
**В)** Во 1994-тиот                      **Г)** Во 1995-тиот  
**Д)** Во некој ред после 1995-тиот.

18. Равенката  $\left| \left| x \right| - 2 \right| - 3 \right| = a$ , каде што  $a$  е реален параметар, има 5 реални корени тогаш и само тогаш кога  $a$  е:

- А)** -2                      **Б)** 0                      **В)** 1                      **Г)** 2                      **Д)** 3.

19. Нека  $m$  и  $n$  се позитивни цели броеви, такви што  $n+1 \leq m \leq 2n$ . Бројот на подредените парови природни броеви  $(x, y)$  за кои  $x+y=m, x \leq n, y \leq n$  е:

- А)**  $m-1$                       **Б)**  $2n-m+1$                       **В)**  $n-1$   
**Г)**  $2n-m$                       **Д)**  $m-n-1$ .

20. Во збирот  $11111_{(2)} + 11111_{(3)} + 11111_{(4)} = 1303$  цифрите во заградите зад секој од собираците ја покажуваат бројната основа во која што е запишан тој собиор. Бројната основа на добиениот збир е:

- А)** 4                      **Б)** 5                      **В)** 6                      **Г)** 7                      **Д)** 10.

21. Колку корени има равенката  $\left| \dots \left| \left| x \right| - 1 \right| - 2 \right| \dots - 1995 \right| = 1$ ?

- А)** 0                      **Б)** 1                      **В)** 2                      **Г)** 6                      **Д)** 1995.

22. Бројот на природни броеви  $N$ , чиј декаден запис почнува со 19, а декадниот запис на  $N^2$  започнува со 95, е:

- А)** 0                      **Б)** 1                      **В)** 3  
**Г)** 1995                      **Д)** бесконечно многу.

23. Најмалиот цел позитивен број, во чиј што бинарен запис има  $m$  единици и 2 нули, е:

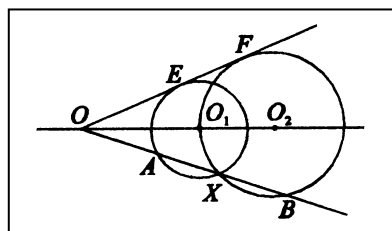
- А)**  $2^{m+2} - 2^m - 2^{m-1} - 1$                       **Б)**  $5 \cdot 2^{m+1} - 1$   
**В)**  $2^{m+2} + 2^m - 1$                       **Г)**  $2^{m+2} - 4$                       **Д)** друг одговор.

24. Даден е испакнат четириаголник  $ABCD$  со страни  $\overline{AB}=9, \overline{BC}=8, \overline{DA}=2$ . Најголемата можна вредност на неговата плоштината е:

- А)** 12                      **Б)**  $7\sqrt{3}$                       **В)** 37  
**Г)** 9                      **Д)** таков четириаголник не постои.

25. Кој е најголемиот природен број  $n$ , таков што бројот на делителите на бројот  $n!$  е помал од 1000?

- А)** 6    **Б)** 11    **В)** 12  
**Г)** 13    **Д)** 17.



26. На цртежот десно  $\overline{OE} = 2, \overline{OF} = 8$ . Да се најде  $\overline{AB}$ .

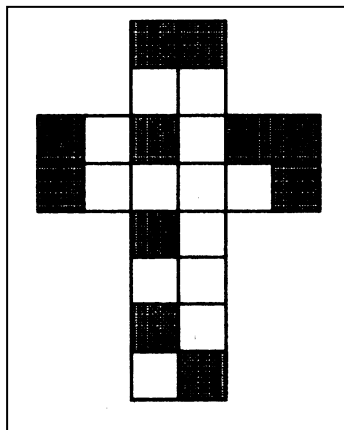
- А) 11    Б) 12    В) 13  
Г) 14    Д) 15.

27. За секои два природни броја  $a$  и  $b$  со  $r_b(a)$  го означуваме ненегативниот остаток, кој што го дава  $a$  при делење со  $b$ . Ако  $r_a(r_b(a)) = 5$ , колкава е најмалата вредност на  $a$ ?

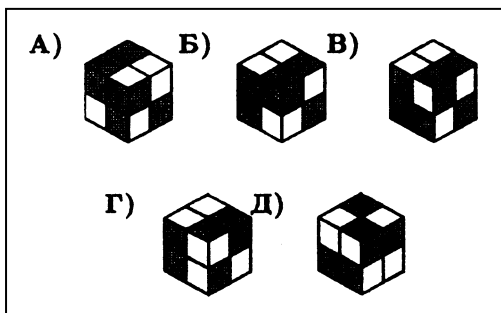
- А) 5                      Б) 6                      В) 7  
Г) 11                     Д) 12.

28. Колкав е бројот на природните броеви  $x$ , кои не надминуваат 1000 и кои го имаат својството: збирите од цифрите на  $x$  и  $x+1$  се непарни броеви?

- А) 46                      Б) 50                      В) 51  
Г) 0                        Д) Друг одговор.



29. Која од коцките може да ја има мрежата, посочена на цртежот десно?



30. Нека  $x$  и  $y$  се позитивни реални броеви, такви што  $x^3 + y^3 = 4x^2$ . Најголемата вредност на изразот  $x + y$  е:

- А) 4    Б)  $\frac{16}{3}$     В)  $4\sqrt[3]{4}$

Г) изразот не достигнува најголема вредност  
Д) друг одговор.

1996 година

1. Последната цифра на бројот  $2^{1996}$  е

- А) 0                      Б) 2                      В) 4                      Г) 6                      Д) 8.

2. Ако  $a + b = 2$  и  $a^2 + b^2 = 8$ , да се најде  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

- А) -1                      Б)  $-\sqrt{3}$                       В)  $\sqrt{3}$                       Г)  $\sqrt{3} + 1$                       Д) 1.

3. Да се најде сумата на целите вредности на параметарот  $a$ , за кои што равенката  $(a-3)x^2 + 4x + a = 0$  има повеќе од еден реален корен.

- А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 3                      Д) 6.

4. Низата  $1, 3, 2, -1, \dots$  е определена со помош на равенствата  $a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$ . Сумата на првите 100 члена на низата е еднаква на

А) 5                      Б) 4                      В) 2                      Г) 1                      Д) -1.

5. Дадено е тврдењето “Ако  $P$  е вистинито, тогаш  $Q$  е неvistинито”. Кое од следните тврдења е еквивалентно на даденото:

- А) “ $P$  е вистинито или  $Q$  е неvistинито”  
 Б) “Ако  $Q$  е неvistинито, тогаш  $P$  е вистинито”  
 В) “Ако  $P$  е вистинито, тогаш  $Q$  е вистинито”  
 Г) “Ако  $Q$  е вистинито, тогаш  $P$  е неvistинито”  
 Д) “Ако  $Q$  е вистинито, тогаш  $P$  е вистинито”.

6. Еден коњаник се наоѓа во точка од која најкусиот пат до река води точно на југ и е долг  $4 \text{ km}$ . Реката тече во правец кон запад. За да си отиде дома, коњаникот треба прво да се движи  $8 \text{ km}$  на запад, а потоа  $7 \text{ km}$  на север. Кое е најкуското растојание што треба да го мине коњаникот, за да го напои прво коњот во реката и потоа да си отиде дома, под услов тој да може да се движи без ограничување насекаде?

- А) 11                      Б) 12                      В) 15                      Г) 16                      Д) 17.

7. Колку решенија има системот равенки

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ |x| + |y| = 1 \end{cases} ?$$

- А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 4                      Д) 8.

8. Ја разгледуваме операцијата аритметичка средина  $a * b = (a + b)/2$  и тврдењата:

- i)  $a * (b * c) = (a * b) * c$                       ii)  $a + (b * c) = (a + b) * (a + c)$   
 iii)  $a * (b + c) = a * b + a * c$

Кое од горните тврдења е вистинито?

- А) само  $i$                       Б) само  $ii$                       В) само  $iii$   
 Г) ниту едно                      Д) точни се повеќе од едно од тврдењата  $i-iii$ .

9. Колку цифри има најмалиот заеднички содржател на 2727272727 и 5454545463?

- А) 1                      Б) 10                      В) 11                      Г) 18                      Д) 19.

10. Колку дијагонали има во конвексен 1000-аголник?

- А) 997    Б) 497503                      В) 498500                      Г) 499500                      Д) 997000.

11. Во броен систем со основа  $b$ , бројот 554 е полн квадрат на бројот 24 од истиот броен систем. Основата  $b$  во декаден броен систем е:

- А) 6                      Б) 8                      В) 12                      Г) 14                      Д) 16.

12. Запчаникот  $A$  е поврзан со запчаникот  $B$ , а тој пак е поврзан со запчаникот  $C$ . Запчаниците  $A$  и  $C$  не се во врска. Бројот на “забите” на  $A, B$  и  $C$  е

соодветно  $x, y, z$ . “Забите” на сите запчаници се со еднакви димензии и се рамномерно распоредени. При завртување на запчаниците, аголната брзина на  $A$ ,  $B$  и  $C$ , измерена како број на вртења во минута, е еднаква на  $\alpha, \beta, \gamma$  соодветно. Тогаш  $\alpha : \beta : \gamma =$

- А)  $yz : xz : xy$     Б)  $xz : yx : zy$     В)  $x : y : z$     Г)  $z : y : x$     Д)  $y : z : x$ .

13. Да се најде сумата на целите вредности на параметарот  $a$ , за кои што равенката  $x^3 - x = a(x^3 + x)$  има точно три реални корени.

- А) -7                      Б) 0                      В) 1  
Г) 11                      Д) нема такви вредности.

14. Да се определи 100-иот природен број, кој дава остаток 1 при делење со 3, остаток 5 при делење со 7 и остаток 9 при делење со 11.

- А) 22867                  Б) 23098                  В) 23329                  Г) 23560                  Д) 23791.

15. Ги разгледуваме подредените парови цели броеви, за кои што апсолутната вредност на разликата од квадратите им е еднаква на 1996. Колку такви парови има?

- А) 0                      Б) 2                      В) 4  
Г) 8                      Д) бесконечно многу.

16. Колку подредени тројки  $(x, y, z)$ ,  $x, y, z \in \mathbf{N}$ , такви што  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ , постојат?

- А) 2                      Б) 3                      В) 6  
Г) 10                      Д) бесконечно многу.

17. Колку подредени парови природни броеви  $(x, y)$  постојат, за кои што  $x^2 + y^2 = 4000$ ?

- А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 4                      Д) 6.

18. Нека четираголникот  $ABCD$  е правоаголник, а точката  $M$  е таква што  $\overline{MA} = 1\text{cm}$ ,  $\overline{MB} = 7\text{cm}$ ,  $\overline{MC} = 8\text{cm}$ . Да се определи  $\overline{MD}$ .

- А) 2 cm                  Б) 3 cm                  В) 4 cm  
Г) 20 cm                  Д) дадените податоци се недоволни.

19. Колку од решенијата на равенката  $2 \sin^2 x = 3 \cos x$  лежат во интервалот  $[-2\pi, \frac{5\pi}{2}]$ ?

- А) 0                      Б) 2                      В) 4                      Г) 5                      Д) 7.

20. Даден е агол  $AOB$  со мерка 1 степен и огледална внатрешна површина, така што  $\overline{AO} = 1\text{m}$ . Од точката  $A$  под агол од  $60^\circ$  спрема кракот  $AO$  влегува светлосен зрак и после многукратно одбивање се враќа во точката  $A$ . Да се определи изминатиот пат на зракот.

- А) 50 cm      Б) 1m      В)  $\frac{\sqrt{3}}{2} m$   
 Г)  $\sqrt{3} m$       Д) зракот никогаш не се враќа во  $A$ .

21. За равенката  $x^6 - 3x^5 - 6x^3 - x + 8 = 0$  е исполнето:

- А) Равенката нема реални корени.  
 Б) Равенката има точно два ненегативни корени.  
 В) Равенката има точно еден негативен корен.  
 Г) Равенката нема негативни корени, но има барем еден позитивен корен.  
 Д) Ниту едно од горните тврдења не е точно.

22. За колку вредности на параметарот  $a$  равенките  $x^2 + ax + 1$  и  $x^2 - x - a$  имаат заеднички реален корен?

- А) 0      Б) 1      В) 2  
 Г) 3      Д) бесконечно многу.

23. Даден е правилен 24-аголник. Да се определи бројот на паралелограми со врвови во врвовите на 24-аголникот.

- А) 66      Б) 72      В) 132      Г) 264      Д) 10626.

24. Ако  $a, b, c, d$  се рационални броеви и

$$(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ac - 2bc - 4c + 4)^2 = 2d^2,$$

тогаш  $a + b + c$  е:

- А) 4      Б) 6      В) 7  
 Г) 8      Д) не може да се определи.

25. Кој од следните броеви не може да е дискриминанта на квадратна равенка со цели коефициенти:

- А) 681      Б) 855      В) 1789      Г) 1945      Д) -1996.

26. Ако ги запишам цифрите на даден број во обратен редослед, добиениот број ќе го нарекуваме “огледален” на дадениот, на пример 1234 е огледален на 4321. Производот на еден број и на неговиот огледален е 92565. Определете ја цифрата на десетките на бројот.

- А) 0      Б) 6      В) 7      Г) 8      Д) 9.

27. Колкава ќе биде вредноста на променливата  $x$ , откако ќе се исполни следниот фрагмент од програмата, во која  $x$  и  $y$  можат да примаат реални вредности

$$x = 0; y = 9999;$$

Ако  $x \neq y$  повтори

$$\left\{ \begin{array}{l} x = y \end{array} \right.$$

$$y = \text{квадратен корен од } (9999 + 2 * x);$$

}

А) 0                      Б) 1                      В) 99                      Г) 101                      Д) 9999.

28. Колкав е максималниот производ на природните броеви, чиј збир е 25?

А) 3125                      Б) 8748                      В) 5120                      Г) 9025                      Д) 5160.

29. Ја мериме јачината на дебел конец, со тоа што му закачуваме една или повеќе мерливи тежини. Секој обид се изведува за една минута. Ако ставиме многу голема тежина, конецот се кине и постававуваме нов, за што ни е потребна уште една минута. Колку најмалку минути се потребни за мерење со точност до 1 kg на секоја јачина до 55 kg, ако располагаме со доволно на број тежини од по 1 kg?

А) 8                      Б) 5                      В) 6                      Г) 27                      Д) 13.

30. Итар Пејо замислил еден двоцифрен број. Колкава е веројатноста сумата од цифрите на тој број да е помала од 9?

А)  $\frac{1}{3}$                       Б)  $\frac{1}{2}$                       В)  $\frac{2}{5}$                       Г)  $\frac{3}{5}$                       Д)  $\frac{3}{4}$ .

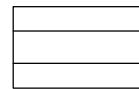
1998 година

1. Една тетратка по математика чини 160 денари. Колку најмногу такви тетратки можат да се купат со 1000 денари?

А) 6                      Б) 7                      В) 8                      Г) 12                      Д) 16

2. Колку правоаголници има на цртежот?

А) 6                      Б) 7                      В) 8                      Г) 9                      Д) 10



3. 117% од телото на Давид е еднакво на 17% од телото на Голијат. Колкав е односот на телата на Давид и Голијат?

А) 17/117                      Б) 100/117                      В) 83/134  
Г) 17/100                      Д) 17/134

4. Ако  $3^x = 18$  и  $18^y = 243$ , да се пресмета  $x \cdot y$ :

А) 5                      Б) 6                      В) 8  
Г) 9                      Д) не може да се определи еднозначно

5. Да се определи најмалиот природен број, кој што се дели со 45 и збирот на цифрите му е еднаков на 45.

А) 45                      Б) 9999                      В) 999990                      Г) 499995                      Д) 999945

6. Збирот на цифрите на четирицифрен број, ако производот им е 35, е:

А) 12                      Б) 14                      В) 24  
Г) не може да се определи еднозначно  
Д) не постои таков број

7. Производот на цифрите на даден број е 75. На колку е еднаков најголемиот од тие броеви?

А) 12                      Б) 14                      В) 24



Г) не може да се определи еднозначно

Д) не постои таков број

8. Во еден стар ракопис професорот Соломоновски нашол еден недополнет магичен квадрат, во кој збирите на броевите во секој ред, колона и дијагонала се еднакви помеѓу себе и успеал да прочита четири од броевите; реконструкцијата е покажана на цртежот. По ова професорот ги пресметал и останатите броеви. Кој бил бројот на местото на  $x$  ?

24	3	
	15	
12		$x$

А) 3

Б) 4

В) 5

Г) 6

Д) 7

9. Али Баба изел едно тенцере грав за  $50 \text{ min}$ , а еден разбојник за  $1 \text{ h } 20 \text{ min}$ . За колку време Али Баба и четириесетте разбојници ќе изедат 13 тенцериња грав?

А)  $1 \text{ h } 5 \text{ min}$ .

Б)  $35 \text{ min}$ .

В)  $33 \frac{1}{4} \text{ min}$ .

Г)  $25 \text{ min}$ .

Д) друг одговор

10. Слатката смеса “Раи” се прави од масло и мед. Ако во неа се стави толку масло колку што е медот, процентот на маслото ќе биде два пати поголем од процентот на маслото во смесата, добиена со ставање во почетната “Раи” на толку мед, колку што во неа има масло. Колку проценти мед има во “Раи”?

А) 30

Б) 40

В) 50

Г) 60

Д) не може да се определи еднозначно

11. Целиот број  $n$  се добива, кога целиот трицифрен број  $m$  ќе се запише со истите цифри но во обратен редослед. Ако производот  $m \cdot n = 214875$  тогаш средната цифра на  $n$  е:

А) 0

Б) 1

В) 2

Г) 3

Д) 7

12. Најди го аголот меѓу часовната и минутната стрелка кога тие покажуваат  $6 \text{ h } 22 \text{ min}$ .

А)  $36^\circ$

Б)  $44^\circ$

В)  $45^\circ$

Г)  $47^\circ$

Д)  $59^\circ$

13. Две множества  $A$  и  $B$ , кои содржат по 5 последователни природни броеви, имаат точноеден заеднички елемент. Сумата на броевите од  $A$  е  $a$ , а сумата на броевите од  $B$  е  $b$ . Да се најде  $|a - b|$ .

А) 0

Б) 1

В) 10

Г) 20

Д) не може да се определи еднозначно

14. Да се определи плоштината на траpez со голема основа 6, висина 3 и краци 5 и  $3 \frac{1}{4}$ .

А)  $25 \frac{7}{8}$

Б)  $22 \frac{1}{8}$

В)  $13 \frac{7}{8}$

Г)  $7 \frac{1}{8}$

Д) не може да се определи еднозначно

15. Еден автомобил патувал 6 часа со средна брзина од  $40 \text{ km/h}$  и се вратил по истиот пат со средна брзина од  $30 \text{ km/h}$ . Кој одговор е најблизок до средната брзина на целото патување?

- А) 33                      Б) 34                      В) 35                      Г) 36                      Д) 37

16. Да се најде збирот на позитивните вредности на параметарот  $a$ , за кои што равенството  $(a-1)x^2 + (a-4)x + a + 7 = 0$  има точно еден корен.

- А) 13/3                      Б) 3                      В) 2                      Г) 1                      Д) 1/3

17. Дефинирана е функција од два позитивни цели броеви  $a$  и  $b$ :

$$f(a, b) = \begin{cases} a & \text{ако } a = b \\ f(a-b, b) & \text{ако } a > b \\ f(b-a, a) & \text{ако } a < b \end{cases}$$

Колку е  $f(17,9)$ ?

- А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 1                      Д) 1/3

18. Ако  $(x, y, z)$  е решение на системот  $yz = -6$ ,  $zx = 2$ ,  $xy = -3$ , тогаш  $x + y + z$  е еднаков на:

- А) 0                      Б) 1                      В) или 0, или -1  
Г) или 0, или 1                      Д) или 1, или -1

19. Да се најдат вредностите на параметарот  $p$ , за кои што равенките  $px + 1 = 0$  и  $(p-1)(x-1) + p = 0$  имаат заеднички корен.

- А) -1                      Б) 0                      В) 1  
Г) 0 и 1                      Д) нема ниту една таква вредност

20. Квадратот на еден двоцифрен број  $a$  се запишува со цифрите 0, 2, 3 и 5. Да се најде збирот на цифрите на  $a$ .

- А) 9                      Б) 10                      В) 12                      Г) 13                      Д) 14

21. Низ пресечната точка на продолженијата на краците на еден трапез е повлечена права паралелна на основите, која ги сече продолженијата на дијагоналите во точките  $M$  и  $N$ . Да се најде  $MN$ , ако должините на основите се 4 и 1.

- А) 8/3                      Б) 11/3                      В) 4                      Г) 13/3                      Д) 15/3

22. Во еден триаголник центрите на пишаната и опишаната кружница се симетрични во однос на една од страните. Да се најде најголемиот агол на триаголникот.

- А)  $150^\circ$                       Б)  $144^\circ$                       В)  $120^\circ$                       Г)  $108^\circ$                       Д)  $90^\circ$

23. На еден лист е напишано ЦРНОРИЗЕЦ ХРАБАР 1998. Еден ученик ги зел првите букви од двата збора и првата цифра од годината и ги преместил на крапа добил: 1) РНОРИЗЕЦЦ РАБАРХ 9981. Потоа во вториот ред ја повторил постапката и добил: 2) НОРИЗЕЦЦР АБАРХР 9819 итн. На кој ред за прв пат ќе се појави пак првонапишаниот натпис ЦРНОРИЗЕЦ ХРАБАР 1998?

- А) 240                      Б) 120                      В) 10                      Г) 36                      Д) 30

24. Сизиф треба да премести голем и тежок камен на стрмен врв, кој што е на 2 km од него. Во првиот час Сизиф го поместил каменот за 1 напред, но на крај го

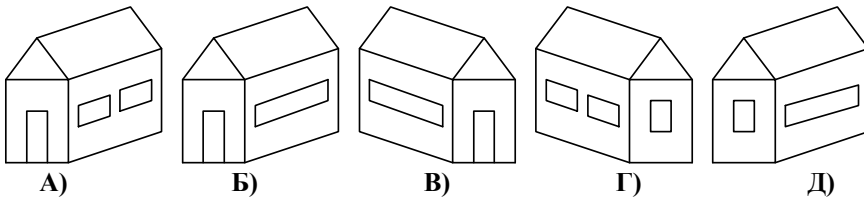
испуштил и каменот се истркалал  $1/4$  назад. Во вториот час Сизиф го поместил каменот за  $1/2$  напред, но на крај го испуштил и каменот се вратил  $1/5$  назад ... Во  $n$ -тиот час Сизиф го поместил каменот за  $1/n$  напред, но на крај го испуштил и каменот се истркалал за  $1/(n+3)$  назад, итн. За колку време Сизиф го преместил каменот на врвот?

- А) 4 часа      Б) 6 часа      В) меѓу 7 и 8 часа  
Г) меѓу 1000 и 1998 часа      Д) никогаш

25. Најмалиот шестцифрен број, делив со 4 и запишан со цифрите 9, 8, 7, 1, 1 и 0, е:

- А) 101789      Б) 101798      В) 117908  
Г) 119780      Д) 117980

26. На сликата куќата на Петар е нацртана 4 пати, а куќата на Марко само еднаш. Која е куќата на Марко?

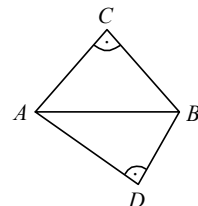


27. Едан ден тројца рибари уловиле извесно количество риби. Вечерта ги ставиле на куп и легнале да спијат крај брегот. Рано изутрина еден од рибарите се разбудил, го поделил купот на три еднакви делови, при што останала една риба. Затоа тој ја фрлил рибата во вода, си ја зел својата третина, останатите ги собрал пак на куп и си заминал. По малку време се разбудил и вториот рибар и бидејќи не знаел што направил рибарот пред него, го сторил истото: го поделил купот на три еднакви делови, останала една риба, што тој ја фрлил во водата, ја зел својата третина, останатите ги собрал на куп и си заминал. На крај се разбудил и третиот рибар и го сторил истото: го поделил купот на три еднакви делови, останала една риба, што тој ја фрлил во водата, ја зел едната третина од купот и си заминал. Кој е најмалиот број на риби што можно да е останат на брегот по сето ова?

- А) 1      Б) 2      В) 6  
Г) 14      Д) задачата нема решение

28. На цртежот триаголникот  $ABD$  е правоаголен со катети 30 и 40, а триаголникот  $ABC$  е правоаголен и рамнокрак. Кој од следниве броеви е најблиску до должината на  $CD$ ?

- А) 50      Б) 51      В) 52      Г) 53



53      Д) 54

29. Да се пресмета плоштината на трапезот  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), за кој важи:  $AB = 2CD = 2AD$ ,  $BC = 3$  и  $AC = 4$ .

- А) 6      Б) 8      В) 9  
Г) 12      Д) не е еднозначно определена

30. Записот на број во броен систем со основа 3 е бескраен периодичен број  $0,211211211\dots$ . Истиот број запишан во десетичен броен систем, може да се претстави како нескратлива дробка  $A/B$ . Колку е  $A+B$ ?

- А) 3                      Б) 6                      В) 12                      Г) 24                      Д) 48

1999 година, задачи за 5 и 6 одделние

1. Збирот на цифрите на бројот  $10^{19} - 99$  е еднаков на

- А) 19                      Б) 154                      В) 163                      Г) 100                      Д) 153

2. Која цифра треба да се стави на местото на ѕвездичката, за да бројот  $\overline{123*56}$  се дели со 99?

- А) 4                      Б) 0                      В) 1                      Г) 7                      Д) 9

3. Производот  $9^{3n} \cdot 3^{9n}$  може да се запише како:

- А)  $27^{12n}$                       Б)  $9^{6n}$                       В)  $3^{18n}$                       Г)  $9^{9n}$                       Д)  $3^{15n}$

4. Колку природни броеви има меѓу 100 и 1000, кои се делат со 7?

- А) 128                      Б) 130                      В) 132                      Г) 134                      Д) 136

5. Дадени се 120 различни петцифрени броеви, чии цифри се цифрите 1, 2, 3, 4 и 5, земени во произволен редослед без повторување, како на пример: 12345, 12354, 21435, ..., 54321. Збирот на овие 120 броеви е еднаков на:

- А) 3999960                      Б) 2876540                      В) 4969960  
Г) 5600610                      Д) 6975640

6. Колку грамови вода треба да се дотури на 120 gr раствор кој содржи 75% шеќер, за да се добие раствор со 25% шеќер?

- А) 120                      Б) 60                      В) 240                      Г) 320                      Д) 360

7. Продавач на стари возила продал две коли и од продажбата на секоја од нив добил по 56000 денари. Едната кола ја продал со 40% заработувачка, а другата со 20% загуба. Колку денари е заработувачката на продавчот вкупно од двете коли?

- А) 2000                      Б) 3600                      В) 5600                      Г) 11200                      Д) 22400

8. Во кутија има 100 топчиња, од кои 31 се црвени, 10 сини, 20 зелени, 15 кафеави, 10 портокалови и 14 жолти. Колку најмалку топчиња треба да извади од кутијата дете со заврзани очи, за да е сигурно дека меѓу тие топчиња има 15 истобојни?

- А) 15                      Б) 16                      В) 21                      Г) 32                      Д) 77

9. Збирот на три природни броеви е 87. Ако од секој од нив извадиме еден ист број ќе ги добиеме броевите 7, 9, 11. Трите броеви се:

- А) 25, 27, 29,                      Б) 26, 30, 31                      В) 27, 29, 31  
Г) 25, 28, 29                      Д) 10, 20, 57

10. Колку петцифрени броеви има, кај кои цифрата на единиците е 5?

- А) 10000                      Б) 9999                      В) 9000                      Г) 9900                      Д) 999

11. Кој е најмалиот број од облик  $\overline{abcde}$ , кој се дели со 4 и таков што  $a \neq b \neq c \neq d \neq e$ ?

- А) 12340      Б) 10236      В) 10104      Г) 10102      Д) 10120

12. Четворица пријатели заедно одгледувале 11 риби. Ако секој од нив одгледувал барем по една риба, кое од следните тврдења сигурно е точно?

- А) Некој одгледувал точно 2 риби.  
 Б) Некој одгледувал точно 3 риби.  
 В) Некој одгледувал помалку од 3 риби.  
 Г) Некој одгледувал повеќе од 3 риби.  
 Д) Двајца одгледувале барем по 2 риби.

13. Во ребусот прикажан на цртежот десно на различни букви им соодветствуваат различни цифри, а на еднакви букви им соодветствуваат еднакви цифри. Кој број соодветствува на зборот ПРОСТ?

- А) 37148      Б) 71483      В) 74813  
 Г) 13478      Д) 74138

	С	П	О	Р	Т
+		П	О	Р	Т
<hr/>					
		Р	Р	Р	Р

14. Нека  $a, b, c, d$  се природни броеви такви што  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{5}$  и  $abcd = 1920$ . Тогаш,  $a + b + c + d$  е еднаков на:

- А) 14      Б) 28      В) 24      Г) 120      Д) 30

15. Во квадратот прикажан на цртежот десно збирот на броевите во секоја редица, секоја колона и секоја дијагонала е еден и ист. Тогаш  $a + b + c + d + e$  е еднаков на:

- А) 88      Б) 78      В) 93      Г) 89      Д) 83

$a$	$b$	8
5	$c$	$d$
22	$e$	12

16. Нека  $N$  е најголемиот природен број со следното својство: Броевите  $N$  и  $7N$  имаат точно по 100 цифри. Која е 50-та цифра на  $N$ ?

- А) 1      Б) 4      В) 2      Г) 8      Д) 5

17. Нека  $a, b, c, d, e$  се природни броеви такви што  $a + b = 10, a + c = 12, a + d = 14, a + e = 16$ . Означуваме  $x = b + c + d + e$ . Кое од следните тврдења е точно?

- А)  $x > 48$       Б)  $x < 15$       В)  $x = 15$       Г)  $x \geq 16$       Д)  $x = 13$

18. Во долните ребуси на различните букви им соодветствуваат различни цифри. Кој од ребусите нема решение?

- А)  $\overline{abc} + \overline{defa} = 1997$       Б)  $\overline{abc} + \overline{defa} = 1998$       В)  $\overline{abc} + \overline{defa} = 1999$   
 Г)  $\overline{abc} + \overline{defa} = 2000$       Д)  $\overline{abc} + \overline{defa} = 2001$

19. Бројот на четирицифрените броеви кои се делат со 2 и 3, но не се делат со 4 и 5, е:

- А) 120      Б) 452      В) 600      Г) 750      Д) друг одговор

20. Професорот Соломоновски добил стара книга разделена по страни. Тој изброил дека во записите на страните на книгата цифрата 1 се сретнува 34 пати и претпоставил дека од книгата недостасува барем една страна. Неговиот помошник д-р Сезнајковски внимателно проверил и констатирал дека од страните кои последователно биле нумерирани со цифрите 1, 2, 3, ... недостасува точно една страна. Колку страни имала книгата?

- А) 100                      Б) 101                      В) 110  
Г) 111                      Д) Не може еднозначно да се определи.

### Задачи за 7 и 8 одделние

1. Збирот на три природни броеви е 357. Ако од секој од нив извадиме еден ист број ќе ги добиеме броевите 7, 9, 11. Збирот на цифрите на трите броја е:

- А) 37      Б) 36 В) 35      Г) 24      Д) Друг одговор

2. Колку целобројни решенија има неравенството  $|x| + |y| \leq 3$  ?

- А) 13      Б) 32 В) 15      Г) 12      Д) 25

3. Нека  $a, b, c, d$  се природни броеви такви што  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{5}$  и  $abcd = 1920$ .

Тогаш,  $a + b + c + d$  е еднаков на:

- А) 14      Б) 24      В) 28      Г) 120      Д) 30

4. Колку петцифрени броеви има, кај кои цифрата на единиците е 6?

- А) 9999      Б) 10000      В) 999      Г) 9900      Д) 9000

5. Дадени се 120 различни петцифрени броеви формирани од цифрите 1, 2, 3, 4, 5, земено во различен редослед без повторување, на пример: 12345, 12354, 21435, ..., 54321. Збирот на овие 120 броеви е:

- А) 2876540                      Б) 4969960                      В) 5600610  
Г) 6975640                      Д) 3999960

6. Колку грама вода треба да се дотурат на 240 g раствор, кој содржи 75% шеќер, за да се добие раствор со 25% шеќер?

- А) 240      Б) 720      В) 640      Г) 120      Д) 480

7. Во кутија има 100 топчиња, од кои 31 се црвени, 10 сини, 20 зелени, 15 кафеави, 10 портокалови и 14 жолти. Колку најмалку топчиња треба да извади од кутијата дете со заврзани очи, за да е сигурно дека меѓу тие топчиња има 15 истобојни?

- А) 15      Б) 16      В) 21      Г) 32      Д) 77

8. Четворица пријатели заедно одгледувале 11 риби. Ако секој од нив одгледувал барем по една риба, кое од следните тврдења сигурно е точно?

- А) Некој одгледувал точно 2 риби.
- Б) Некој одгледувал точно 3 риби.
- В) Некој одгледувал повеќе од 3 риби.
- Г) Некој одгледувал помалку од 3 риби.
- Д) Двајца одгледувале барем по 2 риби.

9. Во ребусот прикажан на цртежот десно на различни букви им соодветствуваат различни цифри, а на еднакви букви им соодветствуваат еднакви цифри. Кој број соодветствува на зборот РОТОР?

- А) 41814
- Б) 81318
- В) 24542
- Г) 63736
- Д) 56165

	С	П	О	Р	Т
+		П	О	Р	Т
			О	Р	Т
<hr/>					
	Р	Р	Р	Р	Р

10. Најдете ги сите решенија на равенката

$$2 + (3 + (4 + (5 + x)^{-1})^{-1})^{-1} = \frac{30x + 157}{13x + 68}.$$

- А)  $x = 0$
- Б)  $x \in \mathbf{R}$
- В)  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{68}{13}\}$
- Г)  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{68}{13}, -\frac{21}{4}, -5\}$
- Д)  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{68}{13}, -\frac{21}{4}, -\frac{157}{30}, -5\}$

11. Колку природни броеви има меѓу 100 и 1000 кои се деливи со 5?

- А) 128
- Б) 130
- В) 132
- Г) 134
- Д) 136

12. Должината на работ на коцката  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  е еднаква на 2. Колкав е заедничкиот волумен на пирамидите  $AA_1 B_1 D_1$  и  $A_1 B B_1 C_1$ ?

- А)  $\frac{1}{6}$
- Б)  $\frac{1}{3}$
- В)  $\frac{1}{2}$
- Г) 1
- Д) Друг одговор

13. Продавач на стари коли продал 2 коли и од продажбата на секоја од нив добил 56000 денари. Едната кола ја продал со заработувачка од 40%, а другата со загуба од 20%. Колку денари изнесува вкупната заработувачка на продавачот?

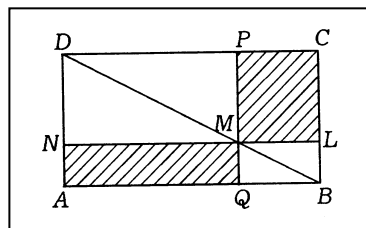
- А) 2000
- Б) 3600
- В) 5600
- Г) 11200
- Д) 22400

14. Во квадратот прикажан на цртежот десно збирот на броевите во секоја редица, секоја колона и секоја дијагонала е еден и ист. Тогаш  $a + b + c + d + e$  е еднаков на:

- А) 186
- Б) 156
- В) 176
- Г) 178
- Д) 166

$a$	$b$	16
10	$c$	$d$
44	$e$	24

15. Нека  $M$  е произволна внатрешна точка од дијагоналата  $BD$  на правоаголникот  $ABCD$ . Ако  $MP \perp CD$ ,  $MQ \perp AB$ ,  $ML \perp BC$  и  $MN \perp AD$ , при што точките  $L, N, P, Q$  лежат на страните на правоаголникот  $ABCD$ , (цртеж десно). Кое од следните тврдења е точно?



**А)**  $P_{DPM} > P_{MQB}$       **Б)**  $P_{AQN} < P_{MLCP}$       **В)**  $P_{QBLM} \leq P_{MNDP}$       **Г)**  
 $P_{AQMN} = P_{MLCP}$       **Д)**  $P_{AQMN} > P_{MLCP}$

16. Плоштините на круг и квадрат се соодветно 85% и 60% од плоштината на нивната унија. Колку проценти од плоштината на квадратот е надвор од кругот?  
**А)** 25%      **Б)** 30%      **В)** 50%      **Г)** 60%      **Д)** Друг одговор

17. Нека  $a, b, c, d, e$  се природни броеви такви што  $a + b = 20, a + c = 24, a + d = 28, a + e = 32$ . Означуваме  $x = b + c + d + e$ . Кое од следните тврдења е точно?  
**А)**  $x > 100$       **Б)**  $x < 27$       **В)**  $x = 27$   
**Г)**  $x \geq 28$       **Д)** Друг одговор

18. Нека  $N$  е најголемиот природен број со следното својство: Броевите  $N$  и  $7N$  имаат точно по 100 цифри. Која е 50-та цифра на  $N$ ?  
**А)** 1      **Б)** 2      **В)** 4      **Г)** 5      **Д)** 8

19. Професорот Соломоновски добил стара книга разделена по страни. Тој изброил дека во записите на страните на книгата цифрата 2 се сретнува 47 пати и претпоставил дека од книгата недостасува барем една страна. Неговиот помошник д-р Сезнајковски внимателно проверил и констатирал дека од страните кои последователно биле нумерирани со цифрите 1, 2, 3, ... недостасува точно една страна. Колку страни имала книгата?  
**А)** 222      **Б)** 221      **В)** 202  
**Г)** 200      **Д)** Не може еднозначно да се определи.

20. Со  $S(n)$  да го означиме збирот на цифрите на природниот број  $n$ . На пример,  $S(395) = 3 + 9 + 5 = 17$ . Ако  $S^2(n) = S(S(n)), S^3(n) = S(S(S(n)))$  итн, тогаш вредноста на  $S^{2000}(1999)$  е:  
**А)** 0      **Б)** 1      **В)** 28      **Г)** 1999      **Д)** 2000

21. Броевите 1, 2, 4, 8, 16, 32, 128 и 256 се разместени во деветте квадратчиња на квадратна  $3 \times 3$  таблица, така што производот на броевите во секој ред, колона или дијагонала е еден ист број. Тој број е:  
**А)** 512      **Б)** 4096      **В)** 8192      **Г)** 16384      **Д)** 32768

22. Колку природни броеви  $a$  има меѓу 1 и 100, ( $1 \leq a \leq 100$ ), така што  $a^2 + a^3$  е квадрат на природен број?  
**А)** 6      **Б)** 7      **В)** 8      **Г)** 9      **Д)** 10

23. Гоце лажи секој понеделник, вторник и среда, и говори вистина во останатите денови од седмицата. Јово лажи секој четврток, петок и сабота, и говори вистина во останатите денови од седмицата. Еден ден ги сретнал Илија. На прашањето кој ден од седмицата е, Гоце и Јово одговориле: “Вчера беше ден, во кој лажам.” Илија малку размислил и се сетил дека дента е:



- А) понеделник,                      Б) среда,                      В) четврток,  
Г) петок,                              Д) недела.

24. Во црвената кофа има 6 литри шпиритус, а во сината има 6 литри вода. Наполнето е празно шише со шпиритус од црвената кофа и е прелеано во сината кофа, без течноста во кофата да се прелее. Потоа течноста во сината кофа е размешана, повторно е наполнето шишето и е испразнето во црвената кофа, после што односот на шпиритусот и водата во црвената кофа е 4:1. Колку литри со бира шишето, ако при тие прелевања нема загуба на течноста?

- А) 1,2                      Б) 1,5                      В) 1,8                      Г) 2                      Д) 2,5

25. Да се најде збирот на цифрите на најголемиот природен број  $n$ , за кој постои природен број  $k$  таков што  $\frac{8}{15} < \frac{n}{n+k} < \frac{7}{13}$ .

- А) 4                      Б) 6                      В) 8                      Г) 12                      Д) Друг одговор

### 1999 година, задачи за средно образование

1. Колку време е потребно за да по електронска пошта се испратат 120 информации блокови, ако секој од нив има по 270 записи, а поштата се испраќа со брзина од 15 записи за една секунда?

- А) 36 минути                      Б) 360 секунди                      В) 3,6 часа  
Г) 0,36 часа                      Д) Друг одговор

2. Збирот на три природни броеви е 387. Ако од секој од нив извадиме еден ист број ќе ги добиеме броевите 107, 109, 111. Збирот на цифрите на трите броја е:

- А) 17                      Б) 27 В) 36                      Г) 37                      Д) Друг одговор

3. Колку петцифрени броеви има, кај кои цифрата на единиците е 9?

- А) 9000                      Б) 9999                      В) 10000                      Г) 9900                      Д) 999

4. Колку целобројни решенија има неравенството  $|x| + |y| \leq 3$ ?

- А) 13                      Б) 25 В) 15                      Г) 12                      Д) 32

5. Најдете ги сите решенија на равенката

$$2 + (3 + (4 + (5 + x)^{-1})^{-1})^{-1} = \frac{30x + 157}{13x + 68}.$$

- А)  $x = 0$                       Б)  $x \in \mathbf{R}$                       В)  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{68}{13}\}$   
Г)  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{68}{13}, -\frac{21}{4}, -5\}$                       Д)  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{68}{13}, -\frac{21}{4}, -\frac{157}{30}, -5\}$

6. Во квадратот прикажан на цртежот десно збирот на броевите во секоја редица, секоја колона и секоја дијагонала е еден и ист. Тогаш  $a + b + c + d + e$  е еднаков на:

- А) 58                      Б) 88                      В) 93  
Г) 89                      Д) 83

22	$a$	12
5	$b$	$c$
$d$	$e$	8

7. Колку грама вода треба да се дотурат на 260 g раствор, кој содржи 75% шеќер, за да се добие раствор со 25% шеќер?

- А) 260      Б) 520      В) 130      Г) 270      Д) 360

8. Должината на работ на коцката  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  е еднаква на 1. Колкав е заедничкиот волумен на пирамидите  $AA_1 B_1 D_1$  и  $A_1 BB_1 C_1$ ?

- А)  $\frac{1}{8}$       Б)  $\frac{1}{16}$       В)  $\frac{1}{24}$       Г)  $\frac{1}{48}$       Д) Друг одговор

9. Ако  $\{x, y\}$  е решение на системот  $xy = 3, x^2 y + xy^2 + 2x + 2y = 25$ , да се најде  $x^2 + y^2$ .

- А) 19      Б) 22      В) 25  
Г)  $\frac{65}{2}$       Д) Не може да се определи еднозначно

10. Плоштините на круг и квадрат се соодветно 70% и 60% од плоштината на нивната унија. Колку проценти од плоштината на квадратот е надвор од кругот?

- А) 40%      Б) 50%      В) 60%      Г) 70%      Д) Друг одговор

11. Вредноста на изразот  $\log_5(\operatorname{tg} x) - \log_5(\sin x) + \log_5(\cos x)$  за  $x = 20^0$  е:

- А) 0      Б)  $\frac{1}{2}$       В) 1      Г)  $\log_5 2$       Д)  $\log_2 5$

12. Реалниот број  $a$  е избран така, што правата  $y = -7x + 30$  го сече графикот на функцијата  $y = x^2 - 4x + a$  во две различни точки. Збирот на ординатите на пресечните точки е:

- А) 4      Б) 8      В) 51      Г) 61      Д) 81

13. Кружница со радиус  $r$  минува низ темињата  $A$  и  $B$  и ја допира страната  $CD$  на квадратот  $ABCD$ . Плоштината на квадратот е:

- А)  $\frac{8}{5}r^2$       Б)  $2r^2$       В)  $\frac{64}{25}r^2$       Г)  $\frac{8}{3}r^2$       Д) Друг одговор

14. Професорот Соломоновски добил стара книга разделена по страни. Тој изброил дека во записите на страните на книгата цифрата 2 се сретнува 46 пати и претпоставил дека од книгата недостасува барем една страна. Неговиот помошник д-р Сезнајковски внимателно проверил и констатирал дека од страните кои последователно биле нумерирани со цифрите 1, 2, 3, ... недостасува точно една страна. Колку страни имала книгата?

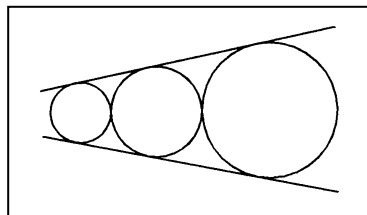
- А) 222      Б) 221      В) 202  
Г) 200      Д) Не може еднозначно да се определи.

15. Нека  $a_n = 6^n + 8^n, n = 1, 2, \dots$  Да се најде остатокот од делењето на  $a_n$  со 49.

- А) 0      Б) 1      В) 7      Г) 14      Д) 35

16. На цртежот најмалиот круг има плоштина  $a^2$ , а најголемиот круг има плоштина  $b^2$ . Колкава е плоштинта на средниот круг?

- А)  $\frac{(a+b)^2}{2}$       Б)  $\frac{a^2+b^2}{2}$   
 В)  $\sqrt{\frac{a^4+b^4}{2}}$       Г)  $\frac{a^4+b^4}{ab}$       Д)  $ab$

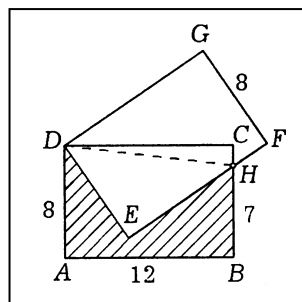


17. Кој е најмалиот позитивен број меѓу броевите:

- А)  $10 - 3\sqrt{11}$       Б)  $3\sqrt{11} - 10$       В)  $18 - 5\sqrt{13}$   
 Г)  $51 - 10\sqrt{26}$       Д)  $10\sqrt{26} - 51$

18. Кружница минува низ темето  $C$  на рамностраниот  $\triangle ABC$ , ја допира  $AB$  во точка  $F$  меѓу  $A$  и  $B$  и ги сече  $AC$  и  $BC$  во точки  $D$  и  $E$ , соодветно. Ако  $\overline{AF} : \overline{FB} = p$ , тогаш  $\overline{AD} : \overline{BE}$  е еднакво на:

- А)  $p$       Б)  $p^2$       В)  $\sqrt{p}$   
 Г)  $\sqrt{3}(p + \frac{1}{p})$       Д) Друг одговор



19. Два складни правоаголника  $ABCD$  и  $DEFG$  имаат заедничко теме  $D$  и страни  $\overline{DA} = \overline{DE} = 8$  и  $\overline{AB} = \overline{EF} = 12$ . Ако тие се поклопуваат како што е прикажано на цртежот и  $\overline{BH} = 7$ , тогаш плоштината на штрафираната површина е:

- А) 36      Б) 45      В) 48      Г) 54      Д) 56

20. Која е вредноста на разликата  $n-p$  после реализирањето на програмата:

**n:=512; p:=1; додека (2\*p<=n) повторувај p:=2\*p**

- А) 0      Б) 1      В) 2      Г) 3      Д) 4

21. Нека  $N$  е најголемиот природен број со следното својство: Броевите  $N$  и  $7N$  имаат точно по 100 цифри. Која е 50-та цифра на  $N$

- А) 4      Б) 1      В) 2      Г) 5      Д) 8

22. Ако  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in (-\infty; 1] \\ x & x \in (1; 3] \\ 3 & x \in (3; +\infty) \end{cases}$ , ( $x$  е во радијани), колку решенија има равенката

$$\sin f(x) = \frac{1}{2} ?$$

- А) 0      Б) 1      В) 2      Г) 3      Д) Друг одговор

23. Бројната низа  $\{a_n\}$  ги задоволува условите

$$a_0 = 1, a_n^2 - 6a_n a_{n-1} + 8a_{n-1}^2 = 0, \text{ за секој } n \in \mathbb{N}.$$

Најголемата можна вредност на  $\log_2 a_{1999}$  е:

- А) 1999**                                      **Б)  $2 \cdot 1999$**                                       **В)  $1999^2$**   
**Г) Не може да се определи**                                      **Д) Друг одговор**

24. Која е последната отпечатена цифра при реализирање на програмата:

$n := 7; i := 0; r := 1$

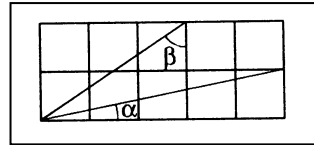
Додека ( $i < 7$ ) повторувај

$r := 10 * r$
отпечати цел дел од $r / n$
придружи го на $r$ остатокот од делењето на $r$ со $n$ ;
$i := i + 1$

- А) 0**                      **Б) 1**                      **В) 2**                      **Г) 7**                      **Д) 10**

25. На квадратната мрежа  $5 \times 2$  на цртежот десно нацртани се аглите  $\alpha$  и  $\beta$ . Разликата  $\beta - \alpha$  е:

- А)  $18^\circ$**                       **Б)  $30^\circ$**                       **В)  $36^\circ$**   
**Г)  $45^\circ$**                       **Д)  $48^\circ$**



26. Ако  $f(n) = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{n-1} n$ , тогаш збирот

$$f(4) + f(8) + f(16) + \dots + f(2^{10})$$

е еднаков на:

- А) 32**                      **Б) 46**                      **В) 48**                      **Г) 54**                      **Д) Друг одговор**

27. За шифрирани пресметувања професор Многузнајкоски користи броен систем со основа 5, во кој цифрите во некој редослед се означени со  $X, Y, Z, V, W$ . Ако  $\overline{VYZ}, \overline{VYX}$  и  $\overline{VVW}$  се последователни природни броеви (во растечки редослед), кој е декадниот запис на бројот  $\overline{XYZ}$  ?

- А) 48**                      **Б) 71**                      **В) 82**                      **Г) 108**                      **Д) Друг одговор**

28. Точката  $P$  е внатрешна за паралелограмот  $ABCD$ . Ако

$$\angle APB + \angle CPD = 180^\circ \text{ и } \angle PBC = 30^\circ,$$

да се пресмета  $\angle PDC$ .

- А)  $30^\circ$**                       **Б)  $45^\circ$**                       **В)  $60^\circ$**   
**Г)  $90^\circ$**                       **Д) Не може да се определи еднозначно**

29. Од темето  $A$  на квадратот  $ABCD$  се повлечени две полуправи, кои меѓу себе зафаќаат агол од  $45^\circ$ . Едната ја сече страната  $BC$  во точка  $E$  и дијагоналата  $BD$  во точка  $P$ , а другиот ја сече страната  $CD$  во точка  $F$  и дијагоналата  $BD$  во точка  $Q$ . Да се најде односот на плоштините на триаголниците  $AEF$  и  $APQ$ .

- А)  $\sqrt{2}$**                       **Б)  $\frac{3}{2}$**                       **В)  $\sqrt{3}$**   
**Г) 2**                      **Д) Не може да се определи еднозначно**

30. Најкратките растојанија од дијагоналата  $AC_1$  до рабовите  $BC, BB_1$  и  $A_1B_1$  на правоаголниот паралелопипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  се еднакви на  $\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{6}{\sqrt{13}}$  и  $\frac{3}{\sqrt{10}}$ , соодветно. Да се најде волуменот на паралелопипедот.

- А) 8      Б) 12 В)  $2\sqrt{26}$       Г)  $\frac{35}{\sqrt{26}}$       Д) Друг одговор

### 2000 година, 5 и 6 одделение

1. Разликата меѓу најмалиот петцифрен број, чии цифри се две по две различни, и најголемиот четирцифрен број, чии цифри се исто така две по две различни е:

- А) 469      Б) 1      В) 225      Г) 358      Д) 139

2. Разликата на 16% од 32 и 32% од 16 е:

- А) 16      Б) 32      В) 2      Г) 1      Д) 0

3. Една шаховска табла (8 по 8) е поинаку обоена: 20 од полињата со црна, а останатите со бела боја. Таблата е превиткана на половина по должината на една линија, паралелна на некоја од страните, е притоа 7 парови црни полиња се поклопуваат. Колку парови бели полиња се поклопуваат?

- А) 22      Б) 20      В) 19      Г) 16      Д) 12

4. Петко живее далеку од училиштето, но понекогаш тој оди и се враќа од училиште пешки. Тој забележал дека ако оди со автобус во двата правци му требаат 40 минути, а ако автобусот го користи само во еден правец му требаат 90 минути. За колку минути Петко ќе оди пешки од дома до училиштето и обратно?

- А) 120      Б) 140      В) 150      Г) 160      Д) 130

5. Збирот на три природни броја е 100. Ако се подели првиот со вториот се добива количник 1 и остаток еднаков на третиот број. Вториот број е за 10 поголем од третиот. Производот на тие три броја е

- А)  $3 \cdot 10^3$       Б)  $30^3$       В)  $3 \cdot 10^4$       Г)  $30^4$       Д)  $3 \cdot 10^5$

6. Колку гости има на една прослава, ако секои двајца користат една чинија со леб, секои тројца една чинија со сендвичи, секои четворица една чинија со салата, а бројот на сите чинии е 65?

- А) 60      Б) 120      В) 30      Г) 65      Д) 45

7. Кој е најмалиот природен број  $n$  таков што производот  $13 \cdot 17n$  е производ на три последователни природни броеви?

- А) 500      Б) 520      В) 510      Г) 600      Д) 650

8. Природните броеви поголеми од 1 се подредени на следниот начин:

	2	3	4	5
9	8	7	6	
	10	11	12	13
17	16	15	14	
...	...	...	...	...

Во која колона е бројот 2000?

- А) прва                      Б) втора    В) трета                      Г) четврта                      Д) петта

9. Кога го отворив учебникот, производот на броевите на отворените страни беше 5852. Кој е бројот на десната страна?

- А) 88                      Б) 76                      В) 87                      Г) 77                      Д) 89

10. Нека  $a = 5 \cdot 2^{2000}$  и  $b = 3 \cdot 2^{1998}$ . Остатокот од делењето на  $a$  со  $b$  е:

- А) 2                      Б)  $2^{1998}$     В)  $2^{1999}$                       Г)  $5 \cdot 2^{1997}$                       Д)  $3 \cdot 2^{1997}$

11. Најмалиот трицифрен број  $\overline{abc}$  кој се дели со 13 и притоа и бројот  $\overline{cba}$  се дели со 13 е:

- А) 104                      Б) 117                      В) 143                      Г) 343                      Д) 494

12. Во три кутии биле поставени вкупно 100 еднакви предмети. Кое од следните тврдења е сигурно точно?

- А) Има кутија во која има точно 34 предмети.  
 Б) Има кутија во која има помалку од 33 предмети  
 В) Има две кутии, во секоја од кои има повеќе од 33 предмети.  
 Г) Во секоја од трите кутии има повеќе од 33 предмети.  
 Д) Има две кутии, такви што во секоја од нив има најумногу 50 предмети.

13. За три природни броја  $a, b, c$  познато е дека  $a$  е прост,  $a + b + c = 18$  и  $b = c + 2$ . Тогаш производот  $abc$  е еднаков на:

- А) 180                      Б) 72                      В) 126                      Г) 216                      Д) 132

14. Збирот

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{40}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{2}{5} + \dots + \frac{2}{40}\right) +$$

$$+ \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{3}{6} + \dots + \frac{3}{40}\right) + \dots + \left(\frac{38}{39} + \frac{38}{40}\right) + \frac{39}{40}$$

е еднаков на

- А) 400                      Б) 390                      В) 405                      Г) 395                      Д) друг одговор

15. Во една кошница има само јаболка и круши, некои од кои се црвливи. Црвливите јаболка се колку и здравите круши. Кое од следните тврдења е сигурно точно?

- А) Црвливите плодови се колку сите јаболка  
 Б) Здравите плодови се колку сите круши  
 В) Црвливите плодови се колку сите круши  
 Г) Здравите плодови се колку сите јаболка  
 Д) Ниедно од претходно искажаните тврдења

16. Бројот на точните квадрати меѓу 1000 и 2000, кои при делење со 5 даваат остаток 4, е еднаков на:

- А) 42                      Б) 10                      В) 8                      Г) 6                      Д) 4

17. Множиме два двоцифрени броја, како што е покажано на шемата. Збирот од цифрите на производот е еднаков на:

- А) 2                      Б) 3                      В) 4                      Г) 6  
 Д) Не може еднозначно да се определи

	×	*	*
		*	*
<hr/>			
+	*	*	*
	*	1	*
<hr/>			
*	*	*	*

18. За колку природни броеви може да се тврди, дека  $3n + 7$  е делител на  $8n + 23$  ?

- А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 3                      Д) повеќе од 3

19. Во ребусот

$$\begin{array}{r}
 A \ B \ C \\
 + \ D \ E \ F \\
 \hline
 G \ H \ I \\
 1 \ J \ 3 \ 2
 \end{array}$$

на различните букви соодветствуваат различни цифри. Вредноста на цифрата  $J$  е:

- А) 6                      Б) 4                      В) 7                      Г) 8                      Д) 5

20. Броевите 1, 2, 3, ..., 13 се запишани на таблата. Се бришат два произволни броја и на нивно место се запишува разликата на поголемиот од помалиот, при што на таблата не се запишуваат еднакви броеви. После конечен број операции останал само еден број. Колкава е неговата најголема можна вредност?

- А) 13                      Б) 12                      В) 11                      Г) 10                      Д) 9

### 7 и 8 одделение

1. Разликата на 32% од 64 и 64% од 32 е:

- А) 16                      Б) 32                      В) 2                      Г) 0                      Д)  $\frac{1}{2}$

2. Кога го отворив учебникот, производот на броевите на отворените страни беше 7832. Кој е бројот на десната страна?

- А) 88                      Б) 76                      В) 87                      Г) 77                      Д) 89

3. Колку гости има на една прослава, ако секои двајца користат една чинија со леб, секои тројца една чинија со сендвичи, секои четворица една чинија со салата, а бројот на сите чинии е 78?

- А) 60                      Б) 120                      В) 72                      Г) 65                      Д) 45

4. Разликата меѓу најмалиот шестцифрен број, чии цифри се две по две различни, и најголемиот петцифрен број, чии цифри се две по две различни, е:

- А) 4690                      Б) 1                      В) 2250                      Г) 3580                      Д) 1390

5. Киро купува мастики во пакувања од по 5 мастики и троши по 3 мастики на ден. За мастики Киро троши 105 денари неделно (за 7 денови). Во продавницата започна мастиките да ги продаваат во пакувања од по 12, при што цената на ова пакување е два пати повисока од цената на пакувањето од по 5 мастики. Киро почна да троши по 4 мастики дневно. Колку пари сега троши Киро за еден месец (30 денови)?

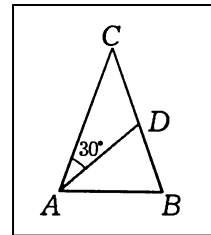
- А) 384      Б) 450      В) 360      Г) 600      Д) Друг одговор

6. Стар будилник застанува 8 минути на секои 24 часа. Колку часот треба да покажува вечерта во 8 часот, за да свони точно навреме утрентата во 5 часот?

- А) 8 ч 2 мин    Б) 8 ч 3 мин    В) 8 ч 4 мин  
Г) 8 ч 6 мин    Д) друг одговор

7. На цртежот  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ,  $\overline{AB} = \overline{AD}$  и  $\angle CAD = 30^\circ$ . Да се најде  $\angle DAB$ .

- А)  $30^\circ$       Б)  $36^\circ$       В)  $40^\circ$   
Г)  $50^\circ$       Д)  $45^\circ$

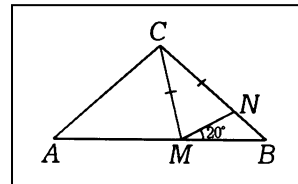


8. Која е цифрата на единиците на декадниот запис на бројот  $1^{101} + 2^{101} + 3^{101} + \dots + 9^{101}$ ?

- А) 0      Б) 5      В) 6      Г) 7      Д) 8

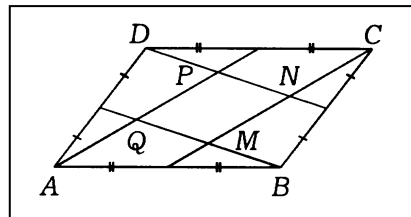
9. На цртежот  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ,  $\overline{CM} = \overline{CN}$  и  $\angle NMB = 20^\circ$ . Да се најде  $\angle ACM$ .

- А)  $60^\circ$       Б)  $40^\circ$       В)  $45^\circ$       Г)  $90^\circ$   
Д) Не може да се определи еднозначно



10. Плоштината на паралелограмот  $ABCD$  на цртежот е 60. Плоштината на паралелограмот  $MNPQ$  е:

- А) 15      Б) 12      В) 10  
Г) 6      Д) Друг одговор



11. Фајл со големина 1MB ( $2^{20}$  бајти) се состои од редови, секој од кои е со должина 128 бајти. Колку редови содржи тој фајл?

- А) 1024      Б) 4096  
В) 8192      Г) 10000      Д) Друг одговор

12. Природните броеви поголеми од 1 се подредени на следниот начин:

2 3 4 5  
9 8 7 6  
10 11 12 13  
17 16 15 14  
... ..



Во која колона е бројот 2001?

- А) прва      Б) втора В) трета Г) четврта      Д) петта

13. На еден коктел присуствувале 70 лица: политичари, квазиполитичари (лица кои се претставуваат како политичари), новинари, квазиновинари и бизнисмени. Квазиполитичарите и квазиновинарите се четири пати помалку од политичарите и новинарите, а новинарите и квазиновинарите се 7 пати повеќе од политичарите и квазиполитичарите. Колку бизнисмени имало на коктелот?

- А) 30      Б) 34      В) 46      Г) 50      Д) 60

14. Најмалиот трицифрен број  $\overline{abc}$  кој се дели со 13 и притоа и бројот  $\overline{cba}$  се дели со 13 е:

- А) 494      Б) 117      В) 143      Г) 343      Д) 104

15. За три природни броја  $a, b, c$  познато е дека  $a$  е прост,  $a + b + c = 18$  и  $b = c + 2$ . Тогаш производот  $abc$  е еднаков на:

- А) 180      Б) 126      В) 72      Г) 216      Д) 132

16. Во три кутии биле ставени вкупно 100 еднакви предмети. Кое од следните тврдења е сигурно точно?

- А) Има кутија во која има точно 34 предмети.  
 Б) Има кутија во која има помалку од 33 предмети  
 В) Има две кутии, такви што во секоја од нив има најмногу 50 предмети.  
 Г) Во секоја од трите кутии има повеќе од 33 предмети.  
 Д) Има две кутии, во секоја од кои има повеќе од 33 предмети.

17. Збирот на три природни броја е 100. Ако се подели првиот со вториот се добива количник 1 и остаток еднаков на третиот број. Вториот број е за 10 поголем од третиот. Производот на тие три броја е

- А)  $3 \cdot 10^3$       Б)  $30^3$       В)  $30^4$       Г)  $3 \cdot 10^4$       Д)  $3 \cdot 10^5$

18. Множине два двоцифрени броја, како што е покажано на шемата. Збирот на првите три цифри на производот е еднаков на:

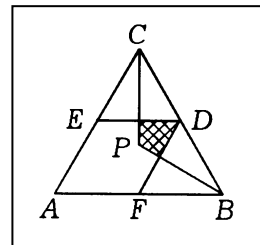
$$\begin{array}{r} \times \quad * \quad * \\ \quad * \quad * \\ \hline + \quad * \quad * \\ * \quad \underline{1} \\ \hline * \quad * \quad * \quad * \end{array}$$

- А) 4      Б) 3      В) 2      Г) 1

Д) Не може еднозначно да се определи

19. На цртежот точките  $P, D, E, F$  се тежиштето и средините на страните на рамностраниот  $\triangle ABC$ , соодветно. Ако плоштината на осенчениот четириаголник е еднаква на 1, колкава е плоштината на  $\triangle ABC$ ?

- А) 12      Б)  $12\frac{1}{2}$       В) 15      Г) 16      Д) 18



20. Петко живее далеку од училиштето, но понекогаш тој оди и се враќа од училиште пешки. Тој забележал дека ако оди со автобус во двата правци му требаат 30 минути, а ако автобусот го користи само во еден правец му требаат 90 минути. За колку минути Петко ќе оди пешки од дома до училиштето и обратно?

- A) 120                      B) 140                      B) 150                      Г) 160                      Д) 130

21. Директориумот на ChernogizesHrbar содржи само фајлови ch1.imm, ch2.imm, ..., ch2000.imm, сортирани по име. Колку фајлови обележала Ивана во тој список, ако првиот од нив е ch50.imm, а последниот е ch60.imm?

- A) 2                      B) 11                      B) 13                      Г) 112                      Д) Друг одговор

22. Кој од броевите

- A) 5                      B) 10                      B) 8                      Г) 7                      Д) 12

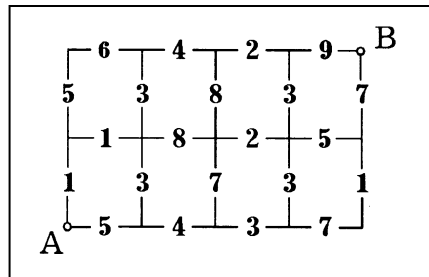
Не може да се запише во облик  $\frac{m}{n} + \frac{m+1}{n+1}$ , каде  $m$  и  $n$  се природни броеви?

23. Збирот на решенијата на равенката  $\|x|+x-2|=\frac{1}{\pi}$ ,  $\pi \approx 3,1415\dots$  е број од интервалот

- A)  $[1,2]$                       B)  $(\frac{1}{\pi},1)$                       B)  $(-\infty,\frac{1}{\pi}]$                       Г)  $(2,\pi)$                       Д)  $[\pi,+\infty)$

24. Улиците на еден град формираат правилна правоаголна мрежа. За минување по секоја улица се плаќа патарина, како што е прикажано на цртежот. Тргувајќи од точката А можеме да се движиме на секоја раскрсница само на север (горе) или на исток (десно). Колку ќе чини нај-ефтиното стигнување до точката В?

- A) 15                      B) 20                      B) 21                      Г) 22                      Д) 24



25. Колку членови ќе има со знак минус ако се ослободиме од заградите на изразот  $(a-b+c)(d+e+f)(g-h-k)(l+m-n)(p+q)$ ?

- A) 15                      B) 51                      B) 59                      Г) 80                      Д) 84

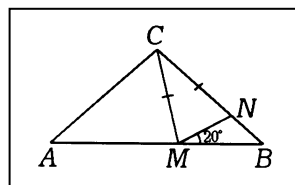
### Задачи за средно образование

1. Разликата на 64% од 128 и 128% од 64 е:

- A) 0                      B) 16                      B) 32                      Г) 64                      Д) 90

2. На цртежот  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ,  $\overline{CM} = \overline{CN}$  и  $\angle NMB = 20^\circ$ . Да се најде  $\angle ACM$ .

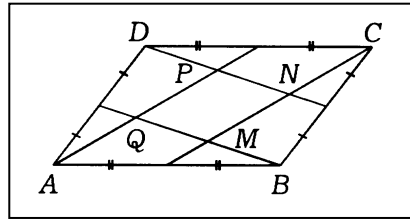
- A)  $40^\circ$                       B)  $45^\circ$                       B)  $60^\circ$                       Г)  $90^\circ$



Д) Не може да се определи еднозначно

3. Плоштината на паралелограмот  $ABCD$  на цртежот е 120. Плоштината на паралелограмот  $MNPQ$  е:

- А) 15      Б) 12      В) 24      Г) 6  
Д) Друг одговор

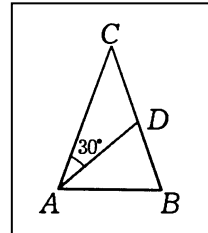


4. На еден коктел присуствувале 74 лица: политичари, квазиполитичари (лица кои се претставуваат како политичари), новинари, квазиновинари и бизнисмени. Квазиполитичарите и квазиновинарите се четири пати помалку од политичарите и новинарите, а новинарите и квазиновинарите се 7 пати повеќе од политичарите и квазиполитичарите. Колку бизнисмени имало на коктелот?

- А) 30      Б) 34      В) 46      Г) 50      Д) 60

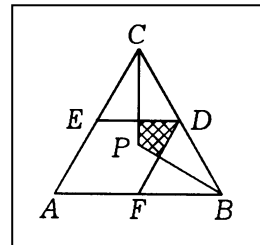
5. На цртежот  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ,  $\overline{AB} = \overline{AD}$  и  $\angle CAD = 30^\circ$ . Да се најде  $\angle CAB$ .

- А)  $60^\circ$       Б)  $65^\circ$       В)  $68^\circ$       Г)  $70^\circ$       Д)  $75^\circ$



6. На цртежот точките  $P, D, E, F$  се тежиштето и средините на страните на рамностраниот  $\triangle ABC$ , соодветно. Ако плоштината на осенчениот четириаголник е еднаква на  $1\frac{1}{2}$ , колкава е плоштината на  $\triangle ABC$ ?

- А) 12      Б)  $12\frac{1}{2}$       В) 15      Г) 16      Д) 18



7. Која е цифрата на единиците на декадниот запис на бројот  $1^{101} + 2^{101} + 3^{101} + \dots + 9^{101}$ ?

- А) 0      Б) 5      В) 6      Г) 7      Д) 8

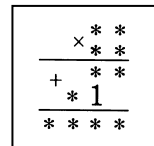
8. Најголемиот број на прави агли, кои може да ги има конвексен 2000-аголник е:

- А) 2      Б) 3      В) 4      Г) 5      Д) 6

9. Множиме два двоцифрени броја, како што е покажано на шемата. Последната цифра на производот е:

- А) 2      Б) 1      В) 4      Г) 6

Д) Не може еднозначно да се определи



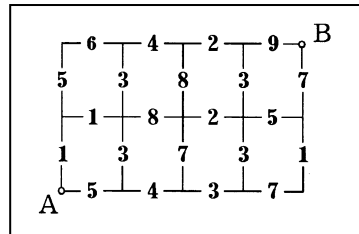
10. Ако  $a_0 = 1$  и  $a_n = \frac{a_{n-1}}{a_{n-1}+1}$ , за  $n \geq 1$  тогаш  $a_{2000} =$

- А)  $\frac{1}{2000}$       Б)  $\frac{1}{2001}$       В)  $\frac{1999}{2000}$       Г)  $\frac{2000}{2001}$       Д) друг одговор

11. Директориумот на ChernozecHrabar содржи само фајлови ch1.imm, ch2.imm, ..., ch2000.imm, сортирани по име. Колку фајлови обележала Ивана во тој список, ако првиот од нив е ch5.imm, а последниот е ch51.imm?

- A) 3      Б) 13      В) 46      Г) 47      Д) Друг одговор

12. Улиците на еден град формираат правилна правоаголна мрежа. За минување на секоја улица се плаќа патарина, како што е прикажано на цртежот. Тргувајќи од точката  $A$  можеме да се движиме на секоја раскрсница само на север (горе) или на исток (десно). Колку ќе чини најевтиното стигнување до точката  $B$ ?



- A) 15      Б) 18      В) 19  
Г) 20      Д) 24

13. Ако за броевите  $x$  и  $y$  важи

ако  $x \geq 0$ , тогаш  $y = 1 - x$

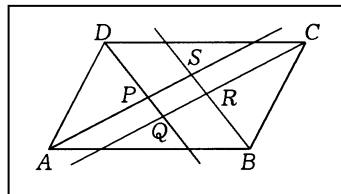
ако  $y \leq 1$ , тогаш  $x = 1 + y$

ако  $x \leq 1$ , тогаш  $x = |1 + y|$ ,

тогаш  $x + y$  е:

- A) -5      Б) 0      В) 1      Г) 5      Д) 10

14. На цртежот симетралите на аглите на паралелограмот  $ABCD$  формираат паралелограм  $PQRS$ .



Ако  $\overline{AB} = 4$  и  $\overline{BC} = 2$ , колкава е должината на  $PR$ ?

- A) не може еднозначно да се определи  
B) 2      В)  $2\frac{1}{2}$       Г)  $2\frac{2}{3}$       Д) 3

15. Множеството вредности на функцијата

$y = 5 \sin x + 12 \cos x, x \in (-\infty, +\infty)$  е:

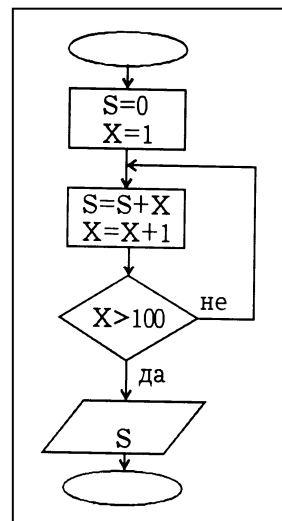
- A)  $[-5, 12]$       Б)  $(-5, 12)$       В)  $[-12, 12]$   
Г)  $(-12, 12)$       Д)  $(-13, 13)$

16. Колку броеви ќе бидат најдени при следната програма:

```
10 FOR X=-10 TO 10
20 IF X*X-9*X-22=20 THEN PRINT X
30 NEXT X
```

- A) 0      Б) 1      В) 2      Г) 3  
Д) 21

17. Кој број ќе се добие при реализирање на алгоритмот даден со шема десно?



- A) 101      Б) 4096      В) 5050      Г) 10100      Д) 1

18. Плоштината на множеството точки со координати  $(x, y)$  за кои  $|x| \leq 2$  и  $\|x| - |y|\| \leq 1$  е еднаква на

- A) 6      Б) 8      В) 10  
Г) 12      Д) 14

19. Бројот  $\sqrt[3]{\sqrt{50} + 7} - \sqrt[3]{\sqrt{50} - 7}$  е еднаков на

- A) 1      Б) 2      В) 3      Г) 4      Д) 5

20. Две кружници  $k_1$  и  $k_2$  со радиуси 1 и 3 се допираат надворешно меѓу себе во точка  $A$  и внатрешно до кружница  $k$  со радиус 4. Должината на тетивата на  $k$ , која е тангентата на  $k_1$  и  $k_2$  но не минува низ  $A$  е еднаква на

- A)  $\sqrt{31}$       Б)  $\sqrt{33}$       В)  $\sqrt{35}$       Г)  $\sqrt{37}$       Д)  $\sqrt{39}$

21. Функцијата  $f(x)$  е дефинирана за секој  $x$  и за секои  $a, b \in \mathbf{R}$  важи

$$f\left(\frac{a+2b}{3}\right) = \frac{f(a)+2f(b)}{3}.$$

Ако  $f(2) = 1$  и  $f(5) = 7$  колку е  $f(2000)$  ?

- A) не е определено еднозначно      Б) 2000  
В) 3997      Г) 4997      Д) Друг одговор

22. Низата  $a_n, n = 1, 2, \dots$  е дефинирана со:  $a_1 = 1$  и за  $n \geq 1$ :

$$a_{n+1} = \begin{cases} 0, & \text{ако } a_n = 0 \text{ и } n \text{ е непарен} \\ 2, & \text{ако } a_n = 0 \text{ и } n \text{ е парен} \\ 1, & \text{ако } a_n = 1 \text{ и } n \text{ е непарен} \\ 0, & \text{ако } a_n = 1 \text{ и } n \text{ е парен} \\ 1, & \text{ако } a_n = 2 \end{cases}$$

Колку броеби меѓу првите 100 членови на низата се еднакви на 2?

- A) 12      Б) 16      В) 20      Г) 24      Д) 36

23. Колку членови ќе има со знак плус ако се ослободиме од заградите на изразот  $(a+b+c)(d-e+f)(g+h-k)(l-m-n)(p+q)$  ?

- A) 15      Б) 51      В) 59      Г) 78      Д) 84

24. Колкав е радиусот на сфера опишана околу тетраедар со рабови: 15, 12, 12, 9, 9, 3?

- A) не може да се определи еднозначно  
Б)  $7\frac{1}{2}$       В) 6      Г)  $\sqrt{15}$       Д) друг одговор

25. Бројот на различните триаголници со целобројни страни и периметар 60 е:

- A) 60      Б) 75      В) 85      Г) 105      Д) друг одговор

26. Кој од броевите

- А) 5                      Б) 7                      В) 8                      Г) 10                      Д) 12

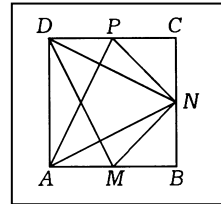
Не може да се запише во облик  $\frac{m}{n} + \frac{m+1}{n+1}$ , каде  $m$  и  $n$  се природни броеви?

27. Ако  $a_n$  е последната цифра на  $\sum_{i=1}^n i$ , тогаш првата цифра на  $\sum_{i=1}^{2000} a_n$  е

- А) 1                      Б) 3                      В) 5                      Г) 7                      Д) 9

28. Нека  $M, N, P$  се средините на страните  $AB, BC, CD$  соодветно, на квадратот  $ABCD$  со страна 1. Плоштината на заедничкиот дел на триаголниците  $ANP$  и  $DNM$  е еднаква на:

- А)  $\frac{7}{40}$                       Б)  $\frac{9}{40}$                       В)  $\frac{11}{40}$   
Г)  $\frac{13}{40}$                       Д)  $\frac{17}{40}$



29. Ако  $\sum_{i=1}^n [\log_5 i] = 2000$ , тогаш  $n =$

- А) 690                      Б) 691                      В) 692                      Г) 693                      Д) 694

30. Збирот на вредностите на параметарот  $a$  за кои равенките

$$\lg(2000ax) - (\lg a) \lg x = 4 \text{ и } \lg(2ay) - (\lg a) \lg y = 1$$

имаат решенија и тие решенија го задоволуваат условот  $\lg(xy) = (\lg x) \lg y$  е еднаков на:

- А) нема таква вредност                      Б) има бесконечно такви вредности  
В) 0                      Г) 4                      Д) 25

Одговори, 1992-1996 година

92-1. Г)	93-1. Г)	94-1. А)	95-1. Б)	96-1. Г)
92-2. Д)	93-2. В)	94-2. В)	95-2. Г)	96-2. А)
92-3. В)	93-3. В)	94-3. Б)	95-3. Б)	96-3. Г)
92-4. Г)	93-4. Б)	94-4. Б)	95-4. Г)	96-4. А)
92-5. А)	93-5. Д)	94-5. Б)	95-5. Д)	96-5. Г)
92-6. Д)	93-6. Г)	94-6. Б)	95-6. А)	96-1. Д)
92-7. В)	93-7. Г)	94-7. Г)	95-7. Д)	96-7. Г)
92-8. А)	93-8. А)	94-8. В)	95-8. Б)	96-8. Б)
92-9. Б)	93-9. А)	94-9. Б)	95-9. Б)	96-9. Д)
92-10. В)	93-10. Д)	94-10. Б)	95-10. Б)	96-10. В)
92-11. Г)	93-11. Г)	94-11. В)	95-11. А)	96-11. В)
92-12. А)	93-12. В)	94-12. Д)	95-12. Д)	96-12. А)
92-13. В)	93-13. Б)	94-13. В)	95-13. Г)	96-13. Б)
92-14. Б)	93-14. Д)	94-14. Г)	95-14. А)	96-14. Б)
92-15. Б)	93-15. А)	94-15. Г)	95-15. Б)	96-15. Г)
92-16. В)	93-16. А)	94-16. Г)	95-16. В)	96-16. Г)
92-17. Д)	93-17. Б)	94-17. А)	95-17. А)	96-17. Г)
92-18. В)	93-18. А)	94-18. Б)	95-18. В)	96-18. В)
92-19. Д)	93-19. В)	94-19. Г)	95-19. Б)	96-19. Г)
92-20. Г)	93-20. А)	94-20. Д)	95-20. Г)	96-20. Б)
92-21. Г)	93-21. Г)	94-21. Б)	95-21. Г)	96-21. Г)
92-22. Б)	93-22. В)	94-22. А)	95-22. А)	96-22. Б)
92-23. Б)	93-23. Г)	94-23. Д)	95-23. А)	96-23. А)
92-24. Г)	93-24. Г)	94-24. А)	95-24. А)	96-24. А)
92-25. А)	93-25. В)	94-25. В)	95-25. В)	96-25. Б)
92-26. В)	93-26. Б)	94-26. А)	95-26. Д)	96-26. Б)
92-27. Б)	93-27. Б)	94-27. Д)	95-27. Г)	96-27. Г)
92-28. Б)	93-28. Б)	94-28. Б)	95-28. А)	96-28. Б)
92-29. А)	93-29. В)	94-29. Г)	95-29. Б)	96-29. А)
92-30. Б)	93-30. Г)	94-30. Г)	95-30. Б)	96-30. В)

## СОДРЖИНА

<b>Предговор</b>	<b>3</b>
<b>Инструкции за спроведување на тестот</b>	<b>3</b>
<b>Задачи</b>	
1992 година	5
1993 година	8
1994 година	12
1995 година	15
1996 година	19
1998 година	22
1999 година, задачи за 5 и 6 одделение	26
1999 година, задачи за 7 и 8 одделение	28
1999 година, задачи за средно образование	31
2000 година, задачи за 5 и 6 одделение	34
2000 година, задачи за 7 и 8 одделение	36
2000 година, задачи за средно образование	39
<b>Одговори, 1992-1996 година</b>	<b>43</b>