

Костадин Тренчевски, Скопје

ЗА МЛАДИТЕ ЛОГИЧАРИ

На улица се сретнуваат двајца школски другари Милан и Петар. После краток разговор за заеднички поминатите школски денови во детството, Петар го запраша Милан:

- А колку години имаат твоите три ќерки?

Милан на тоа шеговито му одговори:

- Бидејќи секогаш имаше петка по математика и сите те прашувавме како да ги решиме домашните задачи, ќе ти кажам само дека производот на годините на моите три ќерки е еднаков на 36, а збирот на нивните години е еднаков на годините на твојот најстар син. Сега пресметај колку години има секоја од моите три ќерки.

Откако малку се поразмисли, Петар му одговори:

- Не ми даде доволно податоци за твоите три ќерки.

Милан овој пат зачудено му рече:

- Какви податоци? Најмалата ќерка се вика Ирина и вчера наполни ...

Петар веднаш го прекина:

- Во ред, во ред, не ги знам имињата на другите две ќерки, но знам колку години има секоја од нив и колку години наполни Ирина вчера.

Дали и вие знаете колку години има секоја од ќerkите на Милан? Веројатно ќе речете дека на Милан му е лесно да пресмета бидејќи знае колку години има неговиот син. Но и вие можете ако логички размислувате да откриете колку години има секоја од ќerkите на Милан.

Да тргнеме од почеток. Нека годините на трите ќерки на Милан се x , y и z , и да ги најдеме сите можни вредности на x , y и z , од првиот услов $xyz=36$. Ќе се согласите секако дека ако, на пример, $x=2$, $y=6$, $z=3$, е едно решение, тогаш и $x=6$, $y=3$, $z=2$ е исто така едно решение. Затоа, да ги побараме сите x , y и z за кои $xyz=36$ и $x \leq y \leq z$.

Најмалата можна вредност за x е 1. Ако и y е 1, тогаш $z=36$, а збирот на годините е $x+y+z=1+1+36=38$; ако $y=2$, тогаш $z=18$, а $x+y+z=21$; ако $y=3$, тогаш $z=12$, а $x+y+z=16$; ако $y=4$, тогаш $z=9$, а $x+y+z=14$; ако $y=6$, тогаш $z=6$, а $x+y+z=13$. Ако $y=9$, тогаш $z=4 < 9$, па овој случај го отфрламе. Аналогно се отфрлаат и другите случаи за $y > 6$. Со тоа сме ги исцрпиле сите можни случаи кога $x=1$.

Следната можна вредност за x е 2. Ако $y=2$, тогаш $z=9$, а $x+y+z=13$; ако $y=3$, тогаш $z=6$, а $x+y+z=11$. Ако $y=6$, тогаш $z=3<6$, па овој случај го отфрламе. Аналогно ги отфрламе и другите случаи за кои $y>3$. Со тоа сме ги исцрпиле сите случаи за $x=2$.

Следната можна вредност за x е 3. Ако $y=3$, тогаш $z=4$, а $x+y+z=10$. Ако $y=4$, тогаш $z=3<4$, па овој случај го отфрламе. Аналогно ги отфрламе и останатите случаи за кои $y>3$.

Ако $x\geq 4$, тогаш $y\geq 4$, $z\geq 4$, па $xyz\geq 4\cdot 4\cdot 4=64$, што не е можно. Сите претходно добиени вредности за x , y и z ги запишуваме прегледно заедно со збирот на броевите x , y и z , на следниот начин:

$$\begin{array}{llll} 1 \cdot 1 \cdot 36 = 36 & 1 + 1 + 36 = 38 & 1 \cdot 2 \cdot 18 = 36 & 1 + 2 + 18 = 21 \\ 1 \cdot 3 \cdot 12 = 36 & 1 + 3 + 12 = 16 & 1 \cdot 4 \cdot 9 = 36 & 1 + 4 + 9 = 14 \\ 1 \cdot 6 \cdot 6 = 36 & 1 + 6 + 6 = 13 & 2 \cdot 2 \cdot 9 = 36 & 2 + 2 + 9 = 13 \\ 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36 & 2 + 3 + 6 = 11 & 3 \cdot 3 \cdot 4 = 36 & 3 + 3 + 4 = 10 \end{array}$$

Значи најголемиот син на Петар имал 10, 11, 13, 14, 16, 21 или 38 години. Ако на пример синот на Петар имал 10 годни, Петар ќе добиел дека ќерките на Милан имаат 3, 3 и 4 години, бидејќи бројот 10 само еднаш се јавува како збир во претходната табела. Исто би се случило и ако синот на Милан имал 11, 14, 16, 21 или 38 години. Единствено бројот 13 се сретнува двапати во горната табела: $2+2+9=1+6+6=13$. Од фактот што Петар не можел да ги пресмета годините на трите ќерки на Милан само од првите два податока, гледаме дека синот на Милан сигурно имал 13 годнина, па затоа Петар не знаел дали ќерките на Милан имаат 2, 2 и 9 години или пак 1, 6 и 6 години. Но, кога Милан рекол “најмалата ќерка”, Петар веќе знаел дека првата можност за 2, 2 и 9 години отпаѓа, бидејќи тоа би значело дека најмалите две ќерки се близначки т.е. па не би имало најмала ќерка. Затоа останува случајот најмалата ќерка Ирина да има една година, а другите две ќерка да имаат по 6 години.

Ќе разгледаме уште две задачи.

Задача 1. *Славко со синот и Јордан со синот се на риболов. Славко уловил онолку риби колку што уловил и неговиот син, а Јордан уловил трипати повеќе риби од својот син. Вкупно се уловени 35 риби. Синот на Славко се вика Никола. Како се вика синот на Јордан?*

Решение. Ако Славко и Никола уловиле по x риби, а синот на Јордан уловил y риби, тогаш Јордан уловил $3y$ риби. Според тоа, сите

заедно уловиле $2x + 4y$ риби и затоа $35 = 2x + 4y$, што не е можно бидејќи бројот 35 е непарен, а бројот $2x + 4y$ е парен.

Логично е да помислиме дека Никола, Славко и Јордан се во роднински односи. Бидејќи Никола е син на Славко, а имаме двајца татковци и двајца синови останува Славко да е син на Јордан. Останува да провериме дали во овој случај тие можат да уловат 35 риби. Бидејќи Славко уловил x риби, Јордан кој е негов татко треба да улови $3x$ риби и притоа ја добиваме равенката $x + x + 3x = 35$, т.е. $x = 7$. Според тоа, Никола уловил 7 риби, неговиот татко Славко уловил 7 риби и Јордан кој е татко на Славко уловил 21 риба.

Задача 2. *На една ливада пасело јато гуски. Патник, кој поминувал покрај ливадата ги поздравил велејќи им “Добро утро 100 гуски.”, на што тие одговориле “Не сме 100, туку колку што сме, уште толку, половината, четвртината и ако тебе те броиме, тогаш сме 100.”*

Колку гуски имало на ливадата?

Решение. Ако не се брои патникот, тогаш имаме $100 - 1 = 99 = 3 \cdot 3 \cdot 11$ и бидејќи четвртината од бројот на гуските е цел број, заклучуваме дека четвртина од бројот на гуските може да биде 3, 9, 11 или 33, што значи дека вкупниот број на гуските може да биде 12, 36, 44 или 132. Со непосредна проверка наоѓаме дека само бројот 36 ги задоволува условите на задачата т.е. на ливадата имало 36 гуски.

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус на СММ