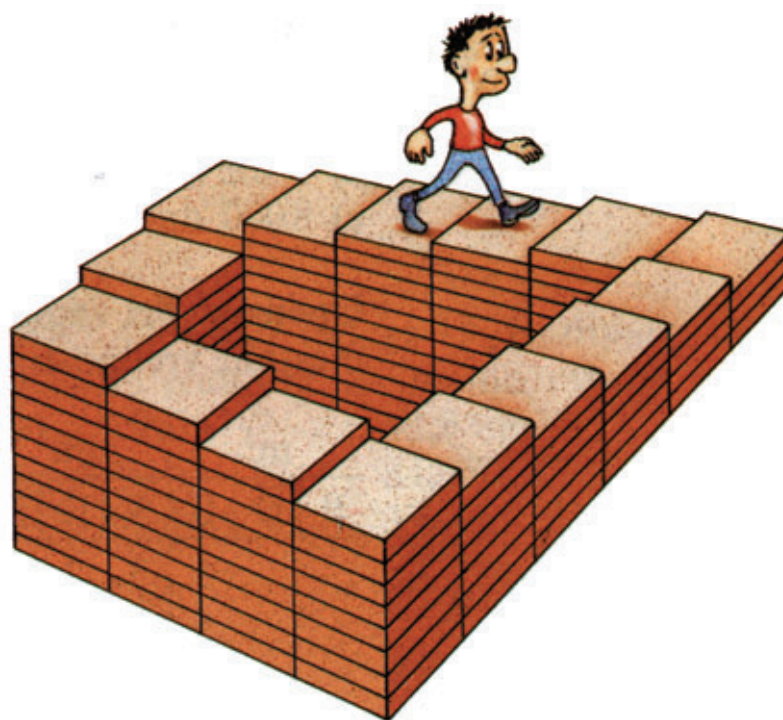


ЈОВО СТЕФАНОВСКИ  
НАУМ ЦЕЛАКОСКИ

# МАТЕМАТИКА

шесто одделение



ДЕВЕТГОДИШНО ОСНОВНО ОБРАЗОВАНИЕ

Скопје, 2011

## Драг ученику!

Ти си веќе во шесто одделение и си навлезен во шајниџе на математиката.

Со математиката се среќаваш секојдневно: на училиште, дома, па дури и во твоите игри.

Со оваа книга ќе научиш нови интересни содржини од броевите. Ќе стекнеш нови сознанија од геометријата. Во темата Мерење ќе ги изучиш мерните единици за повеќе величини и операциите со нив.

Книжката е поделена на четири тематски целини. Тематските целини започнуваат со нивната содржина, а наставните единици во нив се нумерирани.

Во наставните единици има ознаки во боја и преку нив се илустрирани пораки, активности, обврски и други суштестви, и тоа:

### Потсети се!



Наставните единици започнуваат со нешто што ти е познато. Треба да се потсетиш и да ги решиш дадените барања. Тоа ќе ти користи при изучувањето на новото во лекцијата.

1.

2.

3. ...

Со овие ознаки наставната единица е поделена на делови (порции) кои се однесуваат на нови поими.

Со ваквите ознаки се означени активности, прашања и задачи што ќе ги решаваш самостојно или со помош на твојот наставник. Во овој дел го учиш новото во лекцијата, затоа треба да бидеш внимателен и активен за подобро да го научиш и разбереш. Најбитното е обоено со жолта боја.

### Треба да знаеш

Најбитното од лекцијата е издвоено во вид на прашања, задачи или тврдења. Тоа треба да го забележиш и да го користиш во задачи и практични примери.



### Провери се?

Овој дел содржи прашања и задачи со кои можеш да се провериш дали поголемиот дел од изученото го разбираш за да можеш да го применуваш и да го користиш во секојдневниот живот.

### Задачи

Треба редовно и самостојно да ги решаваш овие задачи. Со тоа подобро ќе го разбереш изученото, а тоа ќе ти биде од голема полза.

### Проблеми

Потруди се да ги решаваш задачите и проблемите во овој дел. Со тоа ќе знаеш повеќе и ќе бидеш побогат со идеи.

Кога ќе најдеш напешкош при изучувањето на математиката не откажувај се, обиди се повторно, а уорноста ќе ти донесе резултат и задоволство.

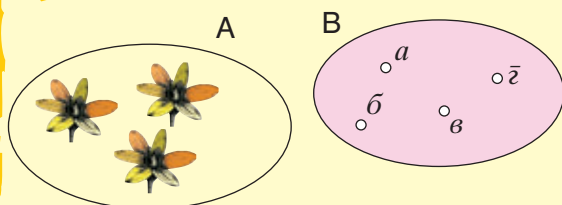
Ќе нè радува ако со оваа книга ја засакаш математиката повеќе и постигнеш одличен успех.

Од авторите

|                                                                  |    |                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------|----|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Множество. Начини на запишување                               | 4  | 15. Зависност на производот и количникот од промената на компонентите                    | 40 |
| 2. Број на множество. Конечни множества                          | 7  | 16. Броен израз. Равенки                                                                 | 43 |
| 3. Еквивалентни множества. Еднакви множества. Подмножество       | 9  | 17. Аритметичка средина                                                                  | 47 |
| 4. Пресек, унија и разлика на множества                          | 12 | 18. Деливост на природни броеви. Деливост на збир и разлика                              | 48 |
| 5. Подреден пар. Декартов производ                               | 15 | 19. Признаци за деливост со 2 и со 5                                                     | 51 |
| 6. Низа од природните броеви                                     | 17 | 20. Признаци за деливост со 3 и со 9                                                     | 53 |
| 7. Декаден броен систем                                          | 20 | 21. Признак за деливост со 4                                                             | 55 |
| 8. Читање и заокружување на природни броеви                      | 23 | 22. Прости и сложени броеви. Претставување сложен број како производ од прости множители | 57 |
| 9. Инструменти за прибирање податоци                             | 26 | 23. Заеднички делител. Најголем заеднички делител                                        | 60 |
| 10. Собирање                                                     | 27 | 24. Заеднички содржател. Најмал заеднички содржател                                      | 63 |
| 11. Одземање                                                     | 29 | 25. Сливовен дијаграм. Столбест дијаграм                                                 | 66 |
| 12. Зависност на збирот и разликата од промената на компонентите | 31 | 26. Учеше за природни броеви. Провери го своето знаење                                   | 68 |
| 13. Множење                                                      | 34 |                                                                                          |    |
| 14. Делење                                                       | 37 |                                                                                          |    |



Појсији се!



- На цртежот се претставени множеството A и множеството B со Венови дијаграми.
- Елементите на множеството A се цветови.
- Што се елементите на множеството B?



- 1 Нека со D е означено множеството од сите денови во седмицата.
  - Запиши ги сите елементи на множеството D.
  - Дали месецот април е елемент на множеството D?
  - Колку елементи има множеството D?



- 2 Искажи усно едно множество A и запиши ги неговите елементи.

- Искажи два објекта што не се елементи на твоето множество A.

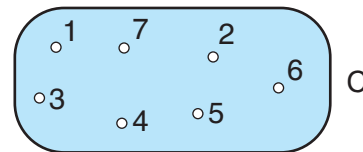
Да зајомнам! Едно множество е определено ако се знае кои се сите негови елементи.



- 3 На цртежот е претставено множеството C со Венов дијаграм.

- Кои броеви се елементи на множеството C?

- Множеството C може да се запише на **табеларен начин** (со редување на елементите), така што ќе се запишат меѓу загради сите негови елементи, одвоени со запирки, т.е.  $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .



- 4 Елементи на едно множество P се броевите: 10, 6, 2, 8 и 4.

- Запиши го множеството P со Венов дијаграм.
- Запиши го множеството P на табеларен начин, така што броевите ќе ги подредиш почнувајќи од најмалиот.
- Запиши го множеството P на табеларен начин, така што броевите ќе ги подредиш почнувајќи од најголемиот.

При запишувањето на множество на табеларен начин,  
редоследот на елементите не е битен.

5

5 Запиши го множеството S од сите самогласки во македонската азбука.

- Запиши го на табеларен начин множеството A од букви што се употребени во зборот маса.



Да зайомнам! Множеството {м, а, с, а} правилно се запишува {м, а, с}. Истите елементи во множеството се запишуваат само еднаш.

6 Семејството Ацевски го сочинуваат: таткото Петар, мајката Билјана, синот Драган и ќерката Ана.

Нека со A е означено множеството од сите членови на семејството Ацевски.

- Запиши го множеството A на табеларен начин.

Ако буквата  $x$  се употреби како замена за имињата на членовите од семејството Ацевски, множеството A може да се запише:

$$A = \{x \mid x \text{ е член на семејството Ацевски}\}.$$

Вака запишано множеството A велиме дека е претставено на **описен начин**.



7 Множеството  $S = \{x \mid x \text{ е цифра од бројот } 2638\}$  запиши го:

- со Венов дијаграм;
- на табеларен начин.

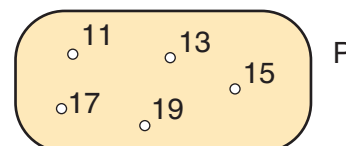
8 На цртежот е дадено множеството P со Венов дијаграм.

- Запиши го множеството P на табеларен начин.
- Со кој од следните записи множеството P е претставено на описен начин?

а)  $\{x \mid x > 19\}$ .

б)  $\{x \mid x \text{ е непарен број од втората десетка}\}$ .

в)  $\{x \mid x \text{ е природен број од втората десетка}\}$ .



9 Разгледај го множеството M запишано со Веновиот дијаграм. Елементи на множеството M се буквите од зборот **клуија**.

Велиме:

„Буквата  $\kappa$  е елемент на множеството M или  $\kappa$  му припаѓа на M“

„Буквата  $a$  е елемент на множеството M или  $a$  му припаѓа на M“

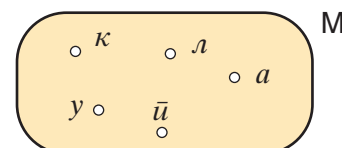
„Буквата  $e$  не е елемент на множеството M или  $e$  не му припаѓа на M“

Запишуваме:

$$\kappa \in M$$

$$a \in M$$

$$e \notin M$$



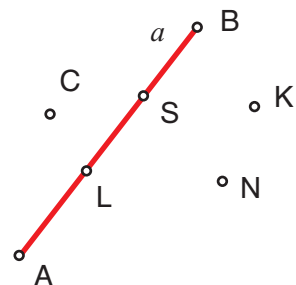


- Со користење на знаците  $\in$  или  $\notin$  запиши точни тврдења за буквите  $u, c, l, y, \bar{u}$  и множеството  $M$ .

**10** На цртежот е претставена една отсечка  $a$  и точките:  $A, B, C, N, L, K$  и  $S$ .

- Запиши точни тврдења за точките означени на цртежот и за отсечката  $a$  со користење на знаците  $\in$  или  $\notin$ .

**11** Нацртај права  $p$  и означи точки  $R, P, S$  и  $L$  такви што:  
 $R \notin p$ ;  $P \in p$ ;  $S \in p$  и  $L \notin p$ ;



### Треба да знаеш

- Да наведеш примери на множества;
- да претставиш дадено множество со Венов дијаграм, на описен и на табеларен начин;
- правилно да ги користиш знаците  $\in$  и  $\notin$ .

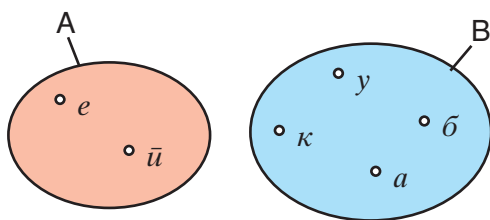


### Провери се!

- Кога едно множество е определено?
- Запиши го множеството  $K$  чии елементи се броевите: 1, 3, 5, 7 и 9:
  - со Венов дијаграм;
  - на табеларен начин;
  - на описен начин.
- Кој број од првата десетка е елемент, а кој не е елемент на множеството  $K$ ? Запиши го тоа со користење на знаците  $\in$  или  $\notin$ .

### Задачи

**1.** На цртежот се дадени множествата  $A$  и  $B$ .



- Запиши го множеството  $A$  на табеларен начин, а множеството  $B$  на описен начин.
- Со користење на знаците  $\in$  или  $\notin$  запиши која од буквите:  $e, y, b, k$  е елемент на множеството  $B$ .

**2.** Нацртај една отсечка и означи ја со  $a$ .  
 Означи точки  $M, N, C, D$  и  $S$  така што:  
 $M \in a, N \notin a, C \in a, D \in a$  и  $S \notin a$ .

- Кои букви се елементи на множеството  $A$ ?
- Од буквите што се елементи на множеството  $B$  состави збор (име на дрво).

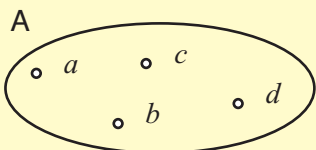
**3**

Со Венов дијаграм запиши множества  $A$  и  $B$  такви што:

$1 \in A, 2 \in A, 2 \in B, 3 \in A, 4 \in A, 4 \in B, 5 \in A, 6 \in A, 6 \in B, 7 \in B, 8 \in A, 8 \in B$  и  $9 \in B$ .

*Пойсееи се!*

- Множеството  $A$  е дадено со Венев дијаграм.



- Од кои елементи е составено множеството  $A$ ?
- Изброј ги елементите на  $A$ .
- Колку елементи има множеството  $A$ ?



- Разгледај ги множествата  $A$ ,  $B$  и  $C$  и одговори на прашањата.

$$A = \{a, b, c\};$$

$$B = \{x \mid x \text{ е ден во седмица}\};$$

$$C = \{x \mid x \text{ е природен број помал од } 100\}.$$

- Од кои елементи е составено секое од множествата?
- Колку елементи има секое од множествата  $A$ ,  $B$  и  $C$ ?

*Воочив!* Множеството  $A$  има 3 елементи,  $B$  има 7 елементи и множеството  $C$  има 99 елементи.



*Зайомни!*

Бројот на елементите на дадено множество  $A$  се вика **број** на  $A$  и се означува со  $\delta A$ .

- Колку елементи има множеството девојчиња во твојата паралелка?
  - Колку вкупно ученици има множеството момчиња во твојата паралелка?
  - Колкав е бројот на сите ученици во твојата паралелка?



*Воочи и зайомни!*

- На секое од овие множества му го одреди бројот на неговите елементи.
- Сите овие множества се **конечни множества**.



- Највисоката планина во Република Македонија е Кораб. Врвот на Кораб е висок 2 764 метри.

- Колку елементи има множеството планини во Република Македонија што се повисоки од 3 000 метри?



- Одреди го бројот на множествата  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

- $A = \{\text{јуни, јули, јануари}\}$
- $C = \{x \mid x \text{ е месец во годината чие име започнува со буквата л}\}.$

$B$

○ Мај



Воочуваш дека множеството планини од задачата 3 и множеството С од задачата 4 немаат ниту еден елемент.

Множеството што нема ниту еден елемент се вика **празно множество** и се означува со знакот  $\emptyset$ . И празното множество се смета за конечно множество.

$M = \{x \mid x \text{ е планина во Р. Македонија повисока од 3 000 метри}\} = \emptyset$ .

$$\delta\emptyset = 0.$$

- 5 ● Наведи еден пример за празно множество.

*Треба да знаеш*

- ◆ Што е број на множество;
- ◆ да наведеш примери за конечно и за празно множество.



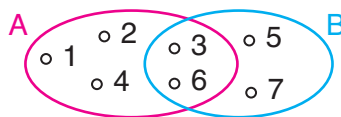
*Провери се!*

- ▲ Запиши пример за:
  - конечно множество С такво што  $\delta C = 3$ ;
  - множество S такво што  $\delta S = 0$ .

*Задачи*

1. Одреди го бројот на елементите на множеството:
- $L = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
  - $S = \{x \mid x \text{ е ученик во V одделение повисок од 5 метри}\}$
  - $K = \emptyset$
  - Твои другари кои биле на годишен одмор на планетата Марс.

2. Одреди го бројот на елементите на секое од множествата А и В што се дадени со Венови дијаграми.



3. Одреди го бројот на елементите на секое од множествата  $A = \{2, 3, 4, \dots, 99\}$  и  $B = \{x \mid x \text{ е природен број и } 8 \leq x < 25\}$ .



*Проблем*



Дали е конечно множеството:

- жители на Прилеп;
- ѕвезди на небото;
- зрнца жито во една вреќа;
- броеви што може да се запишат со цифрата 1?

*Појсееи се!*

Одреди го бројот на елементите на множеството:

- $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- $C = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ .

Што забележуваш?



1

- Одреди го бројот на елементите на множествата S и T.

S



T



- Кој од знаците <, = или > треба да се запише во крукчето на записот  $\delta T \bigcirc \delta S$ ?

2

Запиши го множеството  $A = \{x \mid x \text{ е буква од зборот ДЕБАР}\}$  и множеството  $B = \{x \mid x \text{ е непарен број од првата десетка}\}$  на табеларен начин.

- Одреди ги  $\delta A$  и  $\delta B$ , а потоа спoredи ги.
- Запиши множество C што има број на елементи еднаков на  $\delta A$ , односно  $\delta B$ .

- Множествата што имаат еднаков број елементи се викаат **истобројни** или **еквивалентни** множества.
- Ако множествата A и B се еквивалентни, запишуваме:  $A \sim B$ .

3

Одреди го бројот на секое од множествата:

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $C = \{a, e, u, o, y\}$ ,  $D = \{100\}$ ,  
 $E = \{M, A, J\}$ ,  $F = \{\Delta\}$  и  $G = \{M, A, T, E, И, К\}$ .

- Запиши ги еквивалентните множества со знакот “~”
- Запиши множество што ќе биде еквивалентно со множеството G.



4

Запиши го табеларно множеството A чии елементи се буквите на зборот мечка и множеството B чии елементи се буквите на зборот камче.

*Воочи!*

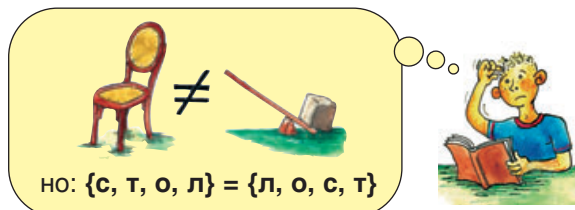
- Множествата A и B имаат ист број елементи:  $\delta A = \delta B$ .
- Исто така, множеството A е составено од истите елементи, како и множеството B.



Две множества  $A$  и  $B$  се **еднакви** ако се составени од исти елементи.  
Запишуваме:  $A = B$

5 Дали се еднакви множествата  $A = \{1, 3, 5, 7\}$  и  $B = \{1, 2, 5, 7\}$ ?

За две множества  $A$  и  $B$  што не се еднакви, пишуваме:  $A \neq B$ .

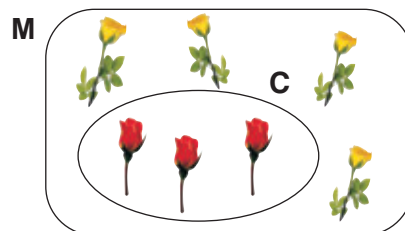


6 Кои од следниве множества се еднакви меѓу себе:  $A = \{x \mid x > 5 \text{ и } x < 10\}$ ,  $B = \{8, 7, 6, 9\}$ ,  $C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $D = \{6, 7, 8, 9\}$ ?



7 Разгледај го цртежот! Елементи на множеството  $M$  се рози, а на множеството  $C$  се црвени рози.

- Дали секој елемент на множеството  $C$  е елемент на множеството  $M$ ?

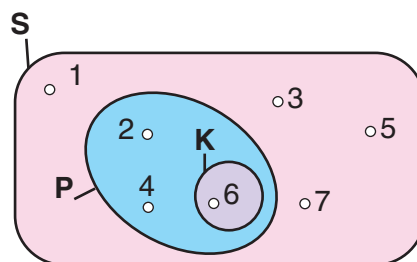


За множеството  $C$  велиме дека е **подмножество** на множеството  $M$ , ако секој елемент на множеството  $C$  е елемент на множеството  $M$ . Запишуваме:  $C \subseteq M$ .

Ако множеството  $C$  е подмножество на множеството  $M$  и  $M$  има елементи што не му припаѓаат на множеството  $C$ , тогаш  $C$  се вика **вистинско подмножество** на  $M$ . Запишуваме  $C \subset M$ .

8 Множеството  $S$  е дадено со Венов дијаграм.

- Дали множеството  $P$  е подмножество на множеството  $S$ ? Образложи го својот одговор!
- Дали множеството  $K$  е вистинско подмножество на множеството  $S$ ? Образложи!
- Кое од следните тврдења е точно:  
 $P \subset S$ ;  $S \subseteq S$  и  $S \subset S$ ?



*Воочи!*

Секое множество е подмножество само на себе.  $A \subseteq A$ .

- Пример:  $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$ , затоа што секој елемент од првото множество е елемент на второто множество.

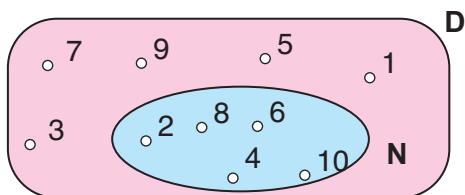
Празното множество е подмножество на секое множество.  $\emptyset \subseteq A$ .



- ◆ Да наведеш примери за еднакви, односно еквивалентни множества;
  - ◆ да разликуваш еквивалентни множества од еднакви множества;
  - ◆ да знаеш што е подмножество и што е вистинско подмножество;
  - ◆ да одредиш подмножество од дадено множество.
- ▲ Дадено е множеството  $P = \{5, 10, 15, 20\}$ .
    - Запиши множество  $K$  еквивалентно со множеството  $P$ .
    - Запиши множество  $L$  еднакво со множеството  $P$ .
    - Запиши две подмножества на множеството  $P$ .

### Задачи

1. На цртежот ги воочуваш множества-та  $D$  и  $N$ .



- Запиши го множеството  $D$  на табеларен начин.
  - Запиши го множеството  $N$  на описен начин.
  - Дали множествата  $D$  и  $N$  се еквивалентни? Зошто?
  - Што е точно за  $D$  и  $N$ :  $D \subseteq N$  или  $N \subseteq D$ ? Зошто?
2. Нека  $U$  е множеството ученици во твоето училиште,  $P$  е множеството ученици во шесто одделение,  $K$  е множеството ученици од твојата училница, а елементот  $y$  си ти, ученику.
- Со Венов дијаграм претстави ги множествата  $U$ ,  $P$ ,  $K$  и елементот  $y$ .
3. Ако  $y \in K$  и  $K \subseteq P$ , тогаш  $y \in P$ . Дали е точно? Зошто?
4. Запиши ги сите подмножества на множеството  $A = \{a, b, c\}$ .

### Досейќа

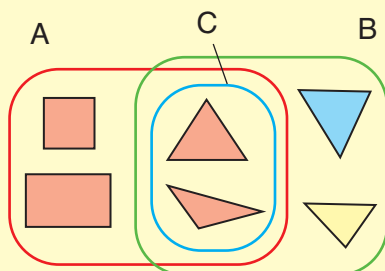


И ова е математика!

Во една продавница за метални производи, меѓу купувачот и продавачот се водел следниот разговор:  
 „Колку пари е еден?“, прашал купувачот.  
 „Десет денари“, одговорил продавачот.  
 „За колку пари можам да купам дванаесет?“, прашал купувачот.  
 „Дванаесет денари“, одговорил продавачот.  
 „Добро, дајте ми тогаш триста и дванаесет“, кажал купувачот.  
 „Тоа ќе ве чини, господине, триесет денари.“  
 Што купил купувачот?



Поисејте се!



■ Според цртежот A е множество црвени фигури, B е множество триаголници, а C е множество црвени триаголници.

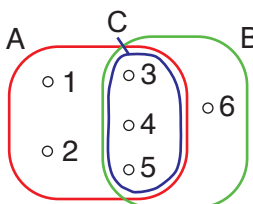
- Зошто множеството C е пресек на множествата A и B?



1 Дадени се множествата  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ .

- Претстави ги множествата A и B со Венов дијаграм.
- Множеството заеднички елементи на A и B означи го со C.
- Множеството C претстави го на табеларен начин.

- Воочи го решението.  
 $C = \{3, 4, 5\}$ .



Множеството C е пресек на множествата A и B.



■ **Пресек** на две множества A и B е множеството C образувано од елементите што се заеднички за A и B.

Запишуваме:  $C = A \cap B$  и читаме: „C е еднакво на A пресек B“.

$x \in A \cap B$ , значи:  $x \in A$  и  $x \in B$ .

2 Нека  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 5, 7\}$  и  $C = \{1, 4, 5\}$ .

- Определи ги множествата:  $A \cap B$ ,  $A \cap C$  и  $B \cap A$ .
- Дали множествата  $A \cap B$  и  $B \cap A$  се еквивалентни? Дали се различни?
- Претстави ги множествата A, B и C со Венов дијаграм, така што да може да се одредат елементите на нивните пресеци.



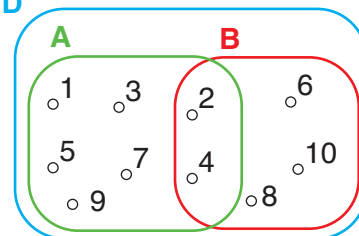
3

- На цртежот се дадени множествата A, B и D.
- Запиши ги множествата A, B и D на табеларен начин.



Множеството D е унија на множествата A и B.

D



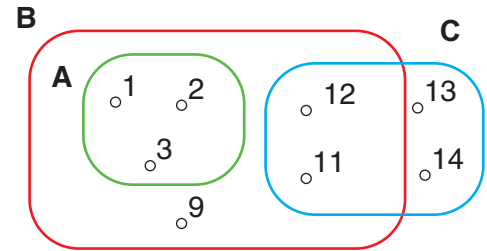
■ **Унија** на множествата  $A$  и  $B$  е множеството  $D$  образувано од сите елементи на тие множества.

Запишуваме:  $D = A \cup B$  и читаме: „ $D$  е еднакво на  $A$  унија  $B$ “.

$x \in A \cup B$ , значи:  $x \in A$  **или**  $x \in B$ .

- 4 На цртежот се дадени множествата  $A$ ,  $B$  и  $C$  со Венов дијаграм.  
Запиши ги на табеларен начин множествата:

- $A$ ,  $B$  и  $C$ .
- $C \cup B$ ,  $C \cup A$  и  $B \cup A$ .
- $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap C$ ,  $B \cap A$  и  $A \cap C$ .



- 5 Дадени се множествата  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ .

- Одреди ги множествата  $A \cap B$  и  $B \cap A$ .
- Дали множествата  $A \cap B$  и  $B \cap A$  се различни?
- Одреди ги множествата  $A \cup B$  и  $B \cup A$ .
- Дали множествата  $A \cup B$  и  $B \cup A$  се еднакви?



Воочуваи дека:  $A \cap B = B \cap A$  и  $A \cup B = B \cup A$

- Пресекот на две множества има **комутативно својство**.
- Унијата на две множества има **комутативно својство**.

- 6 Покажи дека за пресекот, односно за унијата, на множествата  $B$  и  $C$  од задачата 4 важи комутативното својство.

- Провери го комутативното својство за нивната унија.

- 7 Нека  $A = \{3, 6, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  и  $C = \{1, 3, 5, 9\}$ .

*Воочи!*

- Одреди  $A \cup B$ , а потоа  $(A \cup B) \cup C$ .
- Одреди  $B \cup C$ , а потоа  $A \cup (B \cup C)$ .
- Дали  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ?
- Провери дали важи:  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ .

- Унијата на три множества има **асоцијативно својство**.
- Пресекот на три множества има **асоцијативно својство**.

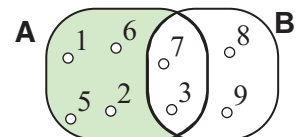
*Проблем*



- Избери три множества  $A$ ,  $B$  и  $C$  и покажи дека  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ .
- Ако се знае дека  $x \in A \cup B$ , дали  $x \in B$ ?



- 8 Разгледај го цртежот. Со Венов дијаграм се претставени множествата  $A$  и  $B$ .



- Запиши ги на табеларен начин множествата  $A$  и  $B$ .
- Запиши го на табеларен начин множеството  $C$  чии елементи се оние елементи од множеството  $A$  што не се елементи на множеството  $B$ .

Множеството  $C = \{1, 2, 5, 6\}$  добиено на ваков начин е разлика на множеството  $A$  и множеството  $B$ , односно  $C = A \setminus B$ .



Множеството  $C$  од елементите што му припаѓаат на множеството  $A$ , а не му припаѓаат на множеството  $B$  се вика **разлика** на множеството  $A$  со множеството  $B$ .  
Запишуваме:  $C = A \setminus B$  и читаме: „ $C$  е еднакво на  $A$  минус  $B$ “.

$x \in A \setminus B$  значи:  $x \in A$  и  $x \notin B$ .

9 Нека  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$  и  $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ .

- Запиши ги на табеларен начин множествата:  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $B \setminus C$  и  $A \setminus (B \setminus C)$ .
- Дали  $A \setminus B = B \setminus A$ ?
- Провери дали е точно:  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$ ?

Разликата на множествата нема ни комутативно ни асоцијативно својство.

10 Нека  $M = \{x \mid x \text{ е природен број и } x < 7\}$ ,  
 $S = \{5, 6, 7, 8, 9\}$  и  $P = \{x \mid x \text{ е природен број од првата десетка}\}$ . Одреди:

- $M \cap S$ .
- $S \cup P$ .
- $P \setminus M$ .
- $M \cup (P \setminus S)$ .



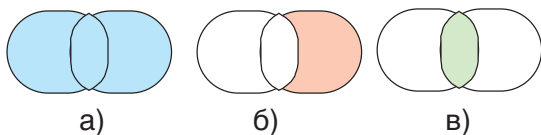
*Треба да знаеш!*

- ◆ Да одредиш пресек на две множества;
- ◆ да одредиш разлика на две множества;
- ◆ да одредиш унија на две множества;
- ◆ дека пресекот, односно унијата, има комутативно и асоцијативно својство.

*Задачи*

1. На цртежот се дадени множества со Венови дијаграми под а, б и в.

- Кои операции се претставени со обоените делови?



2. Дадени се множествата  $A = \{m, n, p, k\}$  и  $M = \{s, p, t, k, r\}$



*Провери се!*

Дадени се множествата  $A = \{a, b, f, g\}$ ,  
 $B = \{b, c, e, f, 1, 2\}$  и  $C = \{b, c, e, 1\}$ .

Запиши ги множествата:

- $A \cap B$ .
- $B \setminus C$ .
- $A \cup B \cup C$ .

- Одреди  $\delta A$  и  $\delta M$ .
- Запиши ги на табеларен начин  $A \cup M$ ,  $M \cap A$  и  $M \setminus A$ .
- Одреди:  $\delta(A \cup M)$ ,  $\delta(A \cap M)$  и  $\delta(M \setminus A)$ .

3. Нека  $P$  е множеството парни броеви, а  $S$  е множеството непарни броеви од првата десетка.

- Што претставува:
  - а) унијата на  $P$  и  $S$ ; в) разликата на  $P$  и  $S$ ;
  - б) пресекот на  $P$  и  $S$ ; г) разликата на  $S$  и  $P$ ?
- Образложи го својот одговор за секој од случаите под а, б, в и г.

*Појсеејте се!*

Дадени се множествата  $\{2, 3\}$  и  $\{3, 2\}$ . Тие се двоелементни, т.е. се составени од **пар** елементи.

- Дали  $\{2, 3\} = \{3, 2\}$ ? Зошто?

Но, во некои случаи, редоследот на елементите во парот има битно значење: пар ракавици, пар чевли и др.



1

На цртежот е претставена кино сала. Третиот стол во вториот ред и вториот стол во третиот ред се празни.

- Редот и столот претставуваат еден пар.
- Нека првиот број од парот го означува редот (2), а вториот број го означува столот (3). Тоа го запишуваме со  $(2, 3)$  и велите дека е **подреден пар**.



- Дали подредените парови  $(2, 3)$  и  $(3, 2)$  означуваат исто место во салата?



Тие означуваат различни места во салата.

Парот  $(a, b)$  во кој точно се знае кој елемент е прв, а кој елемент е втор се вика **подреден пар**. Во подредениот пар  $(a, b)$ ,  $a$  е **прва** компонента, додека  $b$  е **втора** компонента.

2

Нека множеството  $A = \{s, p, q\}$ , а множеството  $B = \{1, 2\}$ .

- Запиши ги сите подредени парови чија прва компонента е елемент на  $A$ , а втората компонента е елемент на  $B$ .
- Запиши ги сите подредени парови чија прва компонента е елемент на  $B$ , а втората компонента е елемент на  $A$ .
- Дали подредениот пар  $(s, 1)$  е еднаков со  $(1, s)$ ?

*Да запомнам!* Подредениот пар  $(a, b)$  е еднаков на подредениот пар  $(c, d)$  ако  $a = c$  и  $b = d$  и се запишува  $(a, b) = (c, d)$ .



3

Нека  $A = \{1, 2\}$  и  $B = \{a, b, c\}$ . Формирај го множеството чии елементи се сите подредени парови на кои првата компонента е од множеството  $A$ , а втората компонента е од множеството  $B$ .

Множеството на кое елементи му се сите подредени парови чија прва компонента е елемент од множеството  $A$ , а втората компонента од множеството  $B$  се вика **Декартов производ** на множествата  $A$  и  $B$ . Се означува со  $A \times B$ . Се чита  $A$  по  $B$ .

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ и } y \in B\}.$$

4

Дадено е множеството  $S = \{1, 2, 3\}$  и Декартовиот производ  $S \times P = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$ .

- Запиши го множеството  $P$  на табеларен начин.



5

Дадено е множеството  $A = \{a, b\}$ . Одреди го Декартовиот производ  $A \times A$ .

*Воочи и зајомни*

$A \times A$  е Декартов производ на множеството  $A$ . Декартовиот производ  $A \times A$  се вика **Декартов квадрат** и се означува со  $A^2$ . Се чита: „ $A$  на квадрат.“

6 Одреди го Декартовиот квадрат на множеството  $M = \{5, p\}$ .

*Треба да знаеш!*



*Провери се!*

- ◆ Да разликуваш двоелементно множество од подреден пар;
- ◆ да ги одредиш сите подредени парови за две дадени множества;
- ◆ што е Декартов производ;
- ◆ да одредиш прва и втора компонента на подреден пар;
- ◆ што е Декартов квадрат.
- ◆ Дадени се множествата  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{5, 55\}$  и  $C = \{m, n\}$ .
- Запиши ги сите подредени парови чија прва компонента е елемент на множеството  $A$ , а втората компонента е елемент на множеството  $C$ .
- Запиши го множеството  $A \times B$  на табеларен начин.
- Запиши го множеството  $B^2$ .

*Задачи*

1. Запиши ги подредените парови на кои првата компонента е од множеството  $A = \{2, 5\}$ , а втората компонента од множеството  $B = \{a, b, c\}$ .

2. Кој број треба да стои на местото од  $\star$  за подредените парови да бидат еднакви:

- а)  $(5, \star) = (5, 2)$ ;
- б)  $(\star, 6) = (8, 6)$ ;
- в)  $(\star, 3) = (7, \star)$ ?

3.  $A$  е множество имиња:  
 $A = \{\text{Јован, Билјана, Драган}\}$ .  
 $B$  е множество глаголи:  
 $B = \{\text{пее, спие, учи}\}$ .  
Одреди го Декартовиот производ  $A \times B$ .

4. Дадено е множеството  
 $S \times P = \{(0, m), (1, m), (2, m)\}$ .

- Одреди го множеството  $S$ .
- Одреди го множеството  $P$ .
- Одреди го Декартовиот квадрат на множеството  $S$ .

Подредените парови ќе ми бидат прости реченици. На пример: Јован пее.



*Појисејте се!*

- Колку клупи има во твојата училишница?
- Одреди го бројот на момчињата во твојата паралелка.
- Прочитај ги броевите: 23, 1005, 207, 987 000.
- Со кои цифри е запишан бројот 813 265?
- Колку цифри се користат за запишување на броевите? Кои се тие?

Природни броеви!

1 2 3 4 5 ...



1

Со цифри запиши ги броевите:

- сто педесет и шест;
- деветстотини и еден;
- еден милион.

■ За секој од тие броеви велиме дека е природен број.

■ Броевите: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ..., 99, 100, 101, ..., 9 999, 10 000, ... се викаат **природни броеви**, а така наредени еден по друг ја образуваат **низата на природните броеви**.

■ Множеството природни броеви се означува со **N**;  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ .

■ Бројот 0 не го сметаме за природен број. Затоа  $0 \notin N$ .

■ Множеството од сите природни броеви и бројот 0 се означува со **N<sub>0</sub>**;  $N_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$



2

На цртежот воочуваш улица и два реда куќи означени со броеви.

- Со кои броеви се означени куќите од едната страна на улицата?
- Со кои броеви се означени куќите од другата страна на улицата?



■ Броевите: 1, 3, 5, 7, ... се **непарни броеви**, а 2, 4, 6, 8, 10 ... се **парни броеви**.

3

Кои од броевите: 36, 13, 1 111, 100 000, 99 се парни, а кои се непарни?

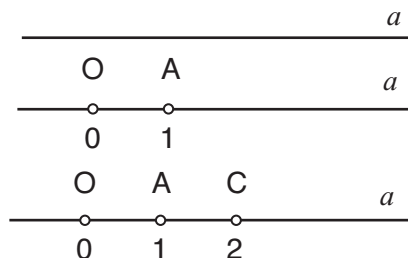


4

Како ќе определиш бројна права?

- Работи според барањата и следи го цртежот.

- Нацртај права  $a$ .
- На правата  $a$  означи две точки О и А.
- На точката О придружи ѝ го бројот 0, а на точката А бројот 1.



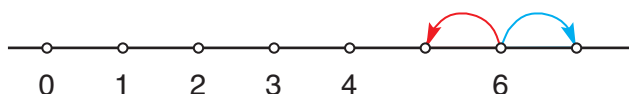
- Отсечката  $OA$  ја земаме за единична отсечка, т.е.  $\overline{OA} = 1$ .
- На полуправата  $OA$ , од точката  $A$ , пренеси ја единичната отсечка  $OA$ . Крајната точка означи ја со  $C$  и придружи ѝ го бројот 2.
- Како ќе одредиш точка што одговара на бројот 3?

*Воочи и зайомни!*

- На овој начин е определена права на која може да се претставуваат природните броеви. Таа права се вика **бројна права**.

**5** Разгледај го цртежот:

- Кој број е за 1 помал од бројот 6?
- Кој број е за 1 поголем од бројот 6?



**6** Бројот 5 е претходник, а бројот 7 е следбеник на бројот 6.

- Кој е претходник, а кој е следбеник на бројот 100?
- Како се добива претходникот, а како следбеникот на еден број?

**7** Запиши еден многу голем природен број.

- Додај го бројот 1 на бројот што си го запишал.
- Дали има поголем број од бројот што го доби?

На кој било број можам да му додадам 1 и ќе добијам поголем број.



- Секој број од низата на природните броеви, освен 1, се добива кога на неговиот претходник ќе му се додаде бројот 1.

$$2 = 1 + 1; 3 = 2 + 1; \dots; 100 = 99 + 1; \dots; 365 = 364 + 1; \dots$$

- Секој природен број има следбеник.
- Природните броеви се подредени по големина:  $1 < 2 < 3 < \dots < 56 < 57 < \dots < 1\,008 < \dots$
- Не постои најголем природен број.
- Има бесконечно многу природни броеви.
- Множеството **N** од природните броеви е **бесконечно множество**.

- Воочи друг пример за бесконечно множество.

✎ Множеството од природни броеви чија цифра на единици е 1, т.е.  $\{1, 11, 21, 31, \dots\}$ .

**8** Кое од следните множества е бесконечно?

- Множеството на парни броеви.
- Множеството на непарни броеви.
- Бројот на жителите во Р. Македонија.
- Бројот на зрнца песок на една плажа.

- 9 Запиши ги подредени природните броеви на третата десетка во петтата стотка.

19

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да разликуваш што е цифра, а што број;
- ◆ да одредиш следбеник и претходник на даден природен број;
- ◆ да претставуваш природни броеви на бројна права;
- ◆ да наведеш примери за бесконечно множество.



*Провери се!*

- ▲ Дадени се цифрите: 7, 4 и 0.
  - Формирај ги сите трицифрени природни броеви со користење на дадените цифри.
  - Подреди ги броевите што ги формира почнувајќи од најголемиот број.
  - Запиши ги претходникот и следбеникот на најголемиот број што го формира.
- ▲ Наведи пример за бесконечно множество.

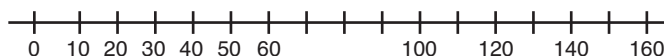
*Задачи*

1. На цртежот има книга со скинати страници.

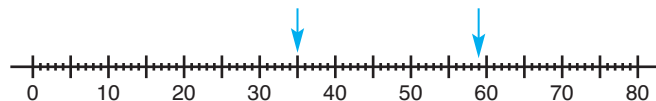


- Запиши ги броевите на страниците од книгата што се скинати.
- Со кои цифри се запишани броевите на тие страници?
- Запиши го множеството  $A$  од парните броеви на страниците што недостасуваат во книгата.

2. ● Кои броеви на бројната права треба да се запишат на празните места?



- Запиши го со зборови бројот означен со стрелката.



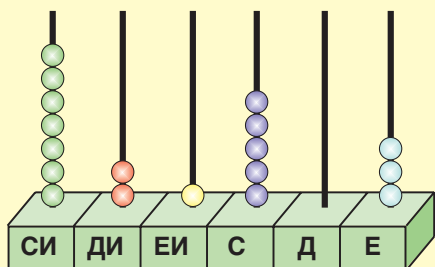
3. Нацртај бројна права и на неа претстави ги парните броеви од 0 до 20.

4. Множеството  $S = \{x \mid x \text{ е непарен природен број}\}$ , запиши го на табеларен начин.

- Кој елемент е најмал во множеството  $S$ ?
- Дали множеството  $S$  има најголем елемент?
- Колку елементи има множеството  $S$ ?

*Појисејте се!*

- Колку десетки има бројот 100?
- Колку илјади има бројот 3 865?
- Колку единици има бројот 128 563?
- Запиши го со цифри бројот претставен на позиционата сметалка.



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



1

Запиши го множеството С од сите цифри со кои се запишуваат природните броеви.

- Одреди го  $\delta C$ .

Има десет цифри.



- Сите природни броеви ги запишуваме со десетте цифри: 0, 1, ..., 9.
- Броевите ги запишуваме во **декаден броен систем**.

2

Разгледај ја табелата во која е запишан бројот 7 143 528. Секоја цифра на бројот е запишана на одредена **позиција** (место). Секоја група од три цифри, одејќи оддесно налево, е запишана во одредена **класа**.

| КЛАСА МИЛИОНИ |    |    | КЛАСА ИЛЈАДИ |    |    | КЛАСА ЕДИНИЦИ |   |   |
|---------------|----|----|--------------|----|----|---------------|---|---|
| СМ            | ДМ | ЕМ | СИ           | ДИ | ЕИ | С             | Д | Е |
|               |    | 7  | 1            | 4  | 3  | 5             | 2 | 8 |

- Во класата милиони на позицијата единици милиони е запишана цифрата 7. Која е нејзината позициона вредност?

- На која позиција е запишана цифрата 2?

- Позиционата вредност на цифрата 4 во бројот 7 143 528 е четириесет илјади. Која е позиционата вредност на цифрата 3, а која на цифрата 8?

*Се појисејте!*

$$7 \cdot 1\,000\,000 = 7\,000\,000.$$



- Во записот на броевите, секоја цифра покажува број на единици или број на десетки или број на стотки итн., соодветно на **позицијата** (местото) на кое е запишана.

- 3 Разгледај ја табелата со податоци за бројот 34 509.

21

| 34 509 |         |                                     |                               |
|--------|---------|-------------------------------------|-------------------------------|
| Цифра  | Класа   | Позиција на која е запишана цифрата | Позициона вредност на цифрата |
| 3      | Илјади  | ДИ                                  | 30 000                        |
| 4      | Илјади  | ЕИ                                  | 4 000                         |
| 5      | Единици | С                                   | 500                           |
| 0      | Единици | Д                                   | 0                             |
| 9      | Единици | Е                                   | 9                             |

Ние сме исти

Јас вредам повеќе

2

20

- Состави табела за бројот 2 628 и во неа запиши ги податоците за секоја цифра.

- 4 Воочи! За колку пати се зголемува вредноста на цифрата 3 почнувајќи од позицијата на единиците?

Броевите 1, 10, 100, 1 000 итн. се викаат **декадни единици**.

- Запиши ги сите декадни единици до 10 000 000.

| ЕИ | С | Д | Е |
|----|---|---|---|
| 3  | 3 | 3 | 3 |

$\cdot 1000$   
 $\cdot 100$   
 $\cdot 10$



- 5 Запиши го бројот којшто ја содржи цифрата 1, а по неа се допишани:  
а) 3 нули; б) 6 нули; в) 9 нули; г) 12 нули; д) 18 нули.

- Како се вика бројот запишан под а), а како се вика бројот под б)?

*Зајомни!*



Знам за а) и б).  
Како ли се викаат другите броеви?!

Бројот, запишан:

- 1 000 000 000, се вика **милијарда**;
- 1 000 000 000 000, се вика **билион**;
- 1 000 000 000 000 000 000, се вика **трилион**.

- 6 Запиши го со цифри бројот „Педесет милијарди осумстотини милиони и двесте илјади”.

- Која е позиционата вредност на цифрите: 5; 8; 2 во бројот 50 800 200 000?

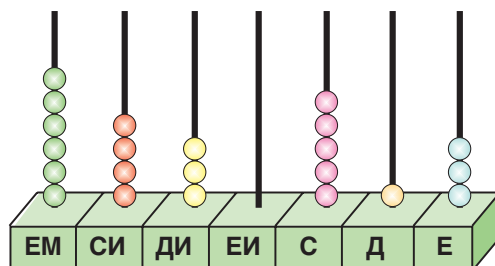
- ◆ Да одредиш класи на повеќецифрен број;
- ◆ да ја одредиш позиционата вредност на секоја цифра во даден број;
- ◆ дека цифрите се знаци за запишување на броевите.



*Провери се!*

▲ Разгледај го цртежот!

- Прочитај го бројот претставен на позиционата сметалка и запиши го со цифри.
- Која цифра ја запиша на позицијата десетки илјади и која е нејзината позициона вредност?



*Задачи*

1. Даден е бројот 5 203 478. За секоја од цифрите 5; 2; 7; 0 одреди:
  - а) во која класа се наоѓа;
  - б) која е нејзината позиција;
  - в) која е нејзината позициона вредност.
2. Состави табела од класи и позиции во која ќе ги запишеш цифрите на бројот 7 405 906.
3. Запиши го со цифри бројот „осум билиони триста и две милијарди шеесет милиони четиристотини илјади и петстотини“.
4. Кој број ќе добиеш ако на еден трилион ја избришеш секоја втора нула?
5. Како се чита бројот 5, а како цифрата 5?
6. Како се вика бројот што има милион милиони?

*Проблем*



Седумцифрен број почнува со цифрата 7. Како и да ги разместиш цифрите на тој број, бројот не се менува. Кој е тој број?



*Пойсејте се!*

- Запиши го со зборови бројот: 16; 23; 45; 125; 50; 200.
- Во кои од запишаните броеви го употреби сврзникот „и“?



1

Запиши го со зборови бројот

а) 157; б) 216; в) 350.

- Спореди го твоето запишување со даденото.
  - а) Сто педесет и седум.
  - б) Двесте и шеснаесет.
  - в) Триста и педесет.

■ Воочи го читањето на броеви и употребата на сврзникот „и“.

|                                                                                                                                                     |                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ■ Сврзникот „и“ не се користи ако бројот е од еден збор (името на класата не се смета).                                                             | 15 – петнаесет;<br>700 – седумстотини;<br>50 000 – педесет илјади.                                                     |
| ■ Во секоја класа: единици, илјади, милиони, ... сврзникот „и“ се користи меѓу последните два збора, т.е. два броја (името на класата не се смета). | 302 413 – триста и две илјади четиристотини и тринаесет.<br>5 020 340 – пет милиони дваесет илјади триста и четириесет |
| ■ Сврзникот „и“ се користи и меѓу класи, ако последните два збора (броја) припаѓаат на различни класи.                                              | 300 200 – триста илјади и двесте.<br>8 302 100 – осум милиони триста и две илјади и сто.                               |

2

Запиши ги со зборови броевите:

● 200 000; ● 20 300 000; ● 70 112 500; ● 9 326 540 217.



3

На еден кошаркарски натпревар репортерот кажал дека натпреварот го следат околу 2 000 гледачи.

- Дали репортерот го кажал точниот број на гледачи?

Репортерот кажал приближен број на гледачи.



4

Броевите 32, 35 и 37 се претставени на бројна права.



- Кои се соседни десетки за претставените броевите?
- Одреди ја разликата на секој од броевите до соседните десетки.
- До која соседна десетка е поблиску секој од броевите?

- За дадените броеви бројот 30 е помалата соседна десетка, а 40 е поголемата соседна десетка.
- $32 - 30 = 2$ ;  $40 - 32 = 8$ . Бројот 32 е поблиску до 30.
- $37 - 30 = 7$ ;  $40 - 37 = 3$ . Бројот 37 е поблиску до 40.
- $35 - 30 = 5$ ;  $40 - 35 = 5$ . Бројот 35 е точно меѓу броевите 30 и 40.

## Велиме дека

- Бројот 32 е приближно еднаков на бројот 30. Запишуваме  $32 \approx 30$ .
- Бројот 37 е приближно еднаков на бројот 40. Запишуваме  $37 \approx 40$ .
- Бројот 35 е точно меѓу броевите 30 и 40. По договор запишуваме  $35 \approx 40$ .
- Ова запишување се вика **заокружување** на број на **десетки**.

5 Заокружи ги на десетки броевите: 148, 243, 2 671, 3 585 и 74 598.

6 Броевите: 3 435 и 3 468 се претставени на бројна права.



- Одреди ја разликата на секој од броевите до соседните стотки.
  - До која соседна стотка е поблиску секој од броевите?
  - Заокружи го секој од броевите на стотки.
- Согледа дека 3 435 е поблиску до 3 400, а 3 468 до 3 500.
  - Броевите заокружени на стотки се:  $3\,435 \approx 3\,400$ ;  $3\,468 \approx 3\,500$ .
  - Кога при заокружувањето на еден број на стотки цифрата на позицијата стотки останува иста, а кога се зголемува за 1?



Цифрата на позицијата стотки останува иста ако цифрата на позицијата десетки е број помал од 5, а се зголемува за 1 ако цифрата на позицијата десетки е 5 или број поголем од 5.

7 Заокружи ги на стотки броевите: 1 372, 2 145, 1 653 и 4 898.

8 Заокружи ги на илјади броевите:  
а) 21 363; 47 612; 43 577.      б) 4 803; 13 501; 177 982.

■  $21\,363 \approx 21\,000$ ;  $47\,612 \approx 48\,000$ ;  $43\,577 \approx 44\,000$ .

■ Согледа дека при заокружување на некој број до одредена позиција (десетки, стотки, илјади, ...) постапуваш на следниот начин:

✎ Цифрата на таа позиција останува иста ако по неа е некоја од цифрите: 0, 1, 2, 3 или 4, а таа се зголемува за 1 ако по неа е некоја од цифрите 5, 6, 7, 8 или 9.

✎ Сите цифри десно од таа позиција се заменуваат со нули.

- 9 Заокружи го бројот 35 738 на:  
а) десетки; б) стотки; в) илјади; г) десетки илјади.

Треба да знаеш!

◆ Правилно да читаш природни броеви, помали или поголеми од милион;

◆ да заокружуваш природни броеви на: десетки, стотки и илјади.



Провери се!

▲ Прочитај го бројот: 5 200; 45 678 350.

▲ Заокружи го на десетки; стотки; илјади, бројот: а) 34 752; б) 224 750.

### Задачи

1. Запиши го со букви бројот: 2 345; 250; 6 400 310.
2. Запиши го со цифри бројот: „Триста милиони двесте и пет илјади и осумстотини“.
3. Кој од знаците <, = или > треба да стои во кручето за да биде точно?  
 $12\,245 \bigcirc 12\,250$ ;  $12\,245 \bigcirc 12\,240$ ;  
 $12\,245 \bigcirc 12\,200$ ;  $12\,245 \bigcirc 12\,300$ .
4. Дали бројот 24 632 е поблизу  
а) до 24 700 или до 24 600;  
б) до 24 000 или до 25 000?
5. Заокружи го бројот 25 375 на: десетки; стотки; илјади.
6. Заокружи го бројот 15 409 632 на илјади.
7. ● Дали постои најголем природен број?  
● Кој е најмалиот природен број?  
● Запиши ја цената на автомобилот со зборови.



1 216 358 ден.

Обиди се да решиш!



- Не би имало смисла да го кажеш како заокружен број, бројот на твојот телефон.
- Обиди се да најдеш два примера каде не би имало смисла да ги заокружиш броевите.

## 9

## ИНСТРУМЕНТИ ЗА ПРИБИРАЊЕ ПОДАТОЦИ

- Прибирањето на податоци се врши на повеќе начини: со анкетирање, набљудување, мерење, броење, од литература и др.
- Инструменти (средства) за прибирање податоци се: прашалник, анкетен лист, објавени прегледи и други статистички податоци.

- 1** Ангела и Жаки спровеле истражување за воннаставните активности на учениците од својата паралелка. Тие ги прашале учениците во кое друштво членува секој од нив. Податоците прво ги запишале со цртички, а потоа ги средиле и формирале табела.

| Друштво (активност)   | Број |
|-----------------------|------|
| Деликатес (кошарка)   |      |
| Акватен (тенис)       |      |
| Партизан (гимнастика) |      |
| Спартак (карате)      |      |

Табела со цртички

| Друштво (активност)   | Број |
|-----------------------|------|
| Деликатес (кошарка)   | 9    |
| Акватен (тенис)       | 13   |
| Партизан (гимнастика) | 15   |
| Спартак (карате)      | 3    |

Табела на фреквенции

- Во табелата се дадени број на податоци. Таа се вика **табела на фреквенции**.
- Колку вкупно ученици одговориле на поставеното прашање?
- Формирај нова табела на фреквенции така што податоците ќе ги подредиш според големина-та на бројот (почнувајќи од најголемиот број).

- 2** Илија спровел истражување за бојата на велосипедите што најчесто се среќава во неговото село. Прибирал податоци така што ги набљудувал децата со велосипеди во училишниот двор и пополнувал листа со цртички.

| Боја   | Број |
|--------|------|
| Сина   |      |
| Зелена |      |
| Жолта  |      |
| Црна   |      |
| Црвена |      |

- Формирај табела на фреквенции.
- Подреди ги податоците почнувајќи од најмалиот.
- Колку вкупно велосипеди забележал Илија?
- Која боја на велосипеди е најзастапена?

Набљудувањето на Илија е еден од начините на кој може да се приберат податоци. Податоци можат да се приберат на различни начини: прашување по телефон, испраќање прашалник по пошта, користење книги, списанија и др.

- 3** Марија прибирала податоци за омиленото годишно време на нејзините соученици. Воочи ја листата: П – пролет; Л – лето; Е – есен; З – зима.

П П Л З З Е П Л Е З З П Л Е З З П П Л  
Л Л Е З П Е Е З З П П П Л Е П П З Л Е

- Претстави ги податоците во табела на фреквенции и подреди ги почнувајќи од најомиленото годишно време.

Појисејте се!

Пресметај:

- $14 + 35 = 49$        $353 + 168 = 521$
- $47 + 803 = 850$        $98\,796 + 14\,534 = 113\,330$
- $68 + 37 + 3 + 916 = 1024$



1

Маре и Миле живеат во Кочани. На одмор отишле во Струга, но еден ден се задржале кај баба им во Битола.



- Колку километри поминале Маре и Миле од дома до баба им?
- Колку километри поминале од Кочани до Струга?



2

Одреди го збирот на броевите 52 и 34.

- Потсети се и воочи ги својствата на собирањето во множеството  $\mathbf{N}_0$ .

Ако се промени местото на собиорците збирот останува непроменет.

$$\begin{array}{ccc} 52 + 34 = 86 & \text{или} & 34 + 52 = 86 \\ \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow \\ \boxed{\text{собиорци}} & \boxed{\text{збир}} & \boxed{\text{собиорци}} \quad \boxed{\text{збир}} \end{array}$$

Промена на местата на собиорците или **комутативно својство на собирањето**.

$$a + b = b + a$$

Трите собиорци можат да се групираат на два начина. Збирот останува непроменет.

$$\begin{array}{ccc} (71 + 114) + 16 = 201 & \text{или} & 71 + (114 + 16) = 201 \\ \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow \\ 185 & + 16 = 201 & 71 + 130 = 201 \end{array}$$

Групирање на собиорците или **асоцијативно својство на собирањето**.

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Затоа, заградите може да се изостават:  $a + b + c$ .

Кога еден од собиорците е нула, тогаш збирот е еднаков на другиот собиор.

$$583 + 0 = 583 \quad \text{или} \quad 0 + 583 = 583$$

Нулата при собирањето.

$$a + 0 = 0 + a = a$$

3

Пресметај:

- $17 + 36 + 13 + 44 = 110$
- $12 + 81 + 9 + 38 + 27 = 167$
- $161 + 234 + 439 = 834$



Кога се користат својствата, собирањето е полесно!

Пример

$$27 + 59 + 3 = 27 + 3 + 59 = 30 + 59 = 89$$



4 Групирај ги собироците на друг начин и одреди го збирот.

●  $45 + (45 + 56) = \square$       ●  $(1\,207 + 101) + 269 = \square$



5 Одреди го збирот на броевите 74, 33, 26, 48 и 57.

● Одреди го збирот на броевите 140, 310, 750, 360 и 290.

● На збирот од броевите 124 и 139 додај го збирот на броевите 261, 55 и 276.

● Одреди го претходникот на секој од броевите 372, 126 и 319 и пресметај го збирот од претходниците.

6 Направи проценка на збирот од броевите со заокружување на стотки:

а) 2 738 и 2 465;      б) 4 562 и 5 378.

● За колку се разликува приближниот резултат од точниот збир на броевите?

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да одредиш збир на два или повеќе броеви;
- ◆ да ги примениш својствата на собирањето во едноставни примери;
- ◆ да го процениш резултатот од собирањето.



*Провери се!*

▲ Во табелата се дадени податоците за бројот на ученици во VI одделение во едно училиште.

● Одреди го вкупниот број на ученици во VI одделение во училиштето.

● Одреди го бројот на учениците во VI<sub>a</sub> и VI<sub>б</sub>, а потоа спореди ги.

| Паралелка       | Момчиња | Девојчиња |
|-----------------|---------|-----------|
| VI <sub>a</sub> | 17      | 14        |
| VI <sub>б</sub> | 14      | 17        |
| VI <sub>в</sub> | 9       | 22        |

*Задачи*

1. Пресметај: ●  $171 \xrightarrow{+16} \square$

●  $27 \xrightarrow{+72} \square$     ●  $39 \xrightarrow{+93} \square \xrightarrow{+39} \square$

2. Во еден весник пишува:  
„На отворањето на фестивалот присуствувале 1 300 посетители. Наредниот ден претставата ја гледале 726 посетители“.

● Колку посетители го посетиле фестивалот во двата дена?

3. Групирај ги собироците и одреди го збирот:

●  $64 + 33 + 36 + 48 + 57 = \square$

●  $44 + 27 + 51 + 33 + 19 = \square$

●  $1\,024 + 1\,039 + 2\,161 + 4\,836 = \square$

4. Направи проценка на збирот од броевите 7 328 и 6 435, заокружувајќи ги на: илјади; стотки; десетки.  
За колку се разликуваат приближните резултати од точниот збир на броевите?

*Проблем!*



■ Бројот 2 е запишан седум пати.

2, 2, 2, 2, 2, 2, 2

● Кој е најмалиот збир што може да се добие од седум двојки и два знака плус?

*Појисејте се!*

Пресметај:

$$\begin{array}{r} 475 \\ - 232 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1\,852 \\ - 800 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2\,685 \\ - 518 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9\,840 \\ - 189 \\ \hline \end{array}$$

Кој број треба да стои во квадратчето за да биде точно?

$$47 - \square = 19$$

$$28 + \square = 47$$

$$\square + 19 = 47$$



1

Летните олимписки игри во 2000 година беа во Сиднеј – Австралија.

Олимпискиот комитет побарал да бидат резервирани 4 830 влезници за свеченото отворање, но слободни биле 3 892 седишта.

- Колку луѓе останале без влезница?

$$\begin{array}{r} 4\,830 \\ \downarrow \\ \text{Намаленик} \end{array} \quad - \quad \begin{array}{r} 3\,892 \\ \downarrow \\ \text{Намалител} \end{array} = \begin{array}{r} \square \\ \downarrow \\ \text{Разлика} \end{array}$$

2

Користи ги податоците во табелата за да одговориш на прашањата.

| Олимпијада 1992 |        |
|-----------------|--------|
| Екипа           | Поени  |
| Италија         | 15 760 |
| Америка         | 15 649 |
| Полска          | 16 018 |

- Колку поени повеќе освоила полската екипа од италијанската екипа?
- Која е разликата меѓу најголемиот и најмалиот број поени?

■ За да можеме да ја пресметаме разликата  $a - b$  на броевите  $a$  и  $b$  во множеството  $\mathbf{N}_0$  треба да биде  $a > b$  или  $a = b$ .



3

Во една фурна се печат по 5 000 леба секој ден. Во табелата се дадени податоците за продадениот леб во една седмица.

- Колку вкупно леб произведува фурната за една седмица?
- Според податоците во табелата пресметај колку вкупно непродаден леб останало.

| Ден        | Бр. лебови |
|------------|------------|
| Понеделник | 1 260      |
| Вторник    | 4 205      |
| Среда      | 4 728      |
| Четврток   | 3 916      |
| Петок      | 4 010      |
| Сабота     | 4 857      |
| Недела     | 1 376      |



4

Прочени ја разликата на броевите 457 и 165 заокружувајќи ги на десетки; стотки. Спореди ги проценките со точната вредност на разликата.

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да одредиш разлика на два броја;
- ◆ да пресметаш вредност на броен израз со операциите собирање и одземање со или без загради;
- ◆ да ја процениш разликата при одземањето.



*Провери се!*

▲ Пресметај:

●  $(26 + 128) - 37 = \square$ ;  $432 - (26 + 15) = \square$ ;  
 $(439 - 195) + (270 - 36) = \square$ .

▲ Прочени ја разликата на броевите 2 376 и 1 289 заокружувајќи ги на стотки.

*Задачи*

1. ● Кон бројот 836 додај ја разликата на броевите 299 и 173.  
● Разликата на најголемиот четири-цифрен број и најмалиот трицифрен број зголеми ја за 1 216.

2. Возот тргнал од Битола за Скопје со 489 патници. Во Прилеп од возот следеле 120 патници, а се качиле 70 патници. Во Велес следеле 42 патници, а се качиле 98.  
Со колку патници возот стигнал во Скопје?

3. Весна има 2 725 денари. Маја има 120 денари повеќе од Весна. Ана има 385 денари помалку од Весна и Маја заедно.

Колку денари има Маја?

Колку денари има Ана?

4. Асан имал 1 350 денари. За да купи патики му требале 3 120 денари. Асан ги заокружил парите на стотки.

Помогни му на Асан за да одреди уште колку стотки му недостасуваат.

Пресметај точно колку пари му недостасуваат на Асан.

*Обиди се!*



Ако замислиш кои било три природни броја, дали секогаш меѓу нив ќе има два чијшто збир е парен број?



*Појсијте се!*

- Дадени се збирот  $320 + 150 = 470$  и разликата  $250 - 120 = 130$ .
- Кој број треба да стои во квадратчето за да биде точно.  
 $(320 + 30) + 150 = 470 + \square$  ;  
 $(320 - 30) + 150 = 470 - \square$  ;  
 $(320 + 30) + (150 - 30) = 470 + \square$  ?



1

Утрото на „Денот на дрвото“ се донесени 2 600 зимзелени садници и 3 100 листопадни садници.

- а) Колку садници од двата вида се донесени тоа утро?
- б) Напладне се донесени уште 400 зимзелени садници. За колку ќе се зголеми бројот на садниците донесени тоа утро?

- Спореди го твоето решение со даденото.  
 а)  $2\ 600 + 3\ 100 = 5\ 700$ ; утрото се донесени 5 700 садници.  
 б)  $(2\ 600 + 400) + 3\ 100 = 3\ 000 + 3\ 100 = 6\ 100 = 5\ 700 + 400$ . Бројот на садниците донесени утрото се зголемил за 400.

- 2 Познато е дека  $a + b = 200$ . Нека едниот од собироците се зголеми за 300. Пресметај го збирот  $a + (b + 300)$ .

- 3 Како ќе се промени збирот  $340 + 620 = 960$
- а) ако едниот собинок се намали за 60;
- б) ако едниот собинок се намали за 60, а другиот се зголеми за 60?

- а)  $(340 - 60) + 620 = 280 + 620 = 900 = 960 - 60$ ;

а) Збирот се намали за толку за колку што се намали едниот од собироците.

*Согледа дека*

- б)  $(340 - 60) + (620 + 60) = 960$ ; збирот не се промени.

*Воочи ошито за збирот  $a + b = c$* 

|                                                                                                                         |                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| ☞ Ако едниот собинок се зголеми за одреден број, а другиот остане ист, тогаш и збирот ќе се зголеми за истиот тој број. | $(a + m) + b = c + m$   |
| ☞ Ако едниот собинок се намали за одреден број, а другиот остане ист, тогаш и збирот ќе се намали за истиот тој број.   | $(a - m) + b = c - m$   |
| ☞ Збирот нема да се промени ако едниот собинок се намали за одреден број, а другиот се зголеми за истиот тој број.      | $(a - m) + (b + m) = c$ |



4

Дадена е разликата  $750 - 430 = 320$ . Пресметај и согледај како се менува разликата ако намаленикот

а) се зголеми за 50;

б) се намали за 50.

■ Секако согледа:

а)  $(750 + 50) - 430 = 800 - 430 = 370 = 320 + 50$ .

а) Разликата се зголеми за 50, т.е. исто колку што беше зголемен намаленикот.



■ б) Разликата ќе се намали за 50.

5

Дадена е разликата  $2\,480 - 560 = 1\,920$ . Како ќе се промени разликата, ако намалителот: а) го намалиш за 30; б) го зголемиш за 30?

■ Разликата: а) ќе се зголеми за 30; б) ќе се намали за 30.

6

Пресметај ја разликата  $6\,354 - 2\,314$ . Како ќе се промени разликата ако и намаленикот и намалителот

а) се зголемат за 120; б) се намалат за 120?

■ Воочи дека разликата останува иста.

*Воочи ојшшо за разликата  $a - b = d$*

|                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| <p>👉 Ако намаленикот се зголеми (односно се намали) за одреден број, а намалителот остане ист, тогаш и разликата ќе се зголеми (односно ќе се намали) за истиот тој број.</p>                                                                   | $(a + m) - b = d + m$ $(a - m) - b = d - m$     |
| <p>👉 Ако намалителот се зголеми за одреден број, а намаленикот остане ист, тогаш разликата ќе се намали за тој број. Ако намалителот се намали за одреден број, а намаленикот остане ист, тогаш разликата ќе се зголеми за истиот тој број.</p> | $a - (b + m) = d - m$ $a - (b - m) = d + m$     |
| <p>👉 Разликата нема да се промени ако намаленикот и намалителот се зголемат или се намалат за еден ист број.</p>                                                                                                                                | $(a + m) - (b + m) = d$ $(a - m) - (b - m) = d$ |

7

Како ќе се промени разликата, ако намаленикот се зголеми за 10, а намалителот се намали за 10?

*Треба да знаеш!*

◆ Како се менува збирот на два броја, ако едниот собирок:

- се зголеми за даден број;
- се намали за даден број;
- се зголеми за даден број, а другиот собирок се намали за тој број?

◆ Како се менува разликата на два броја:

- ако намаленикот се зголеми односно се намали за даден број;
- ако намалителот се намали, односно се зголеми за даден број;
- ако и намаленикот и намалителот се зголемат, односно се намалат, за истиот тој број.



- ▲ Збирот на два броја изнесува 3 540. Колку ќе изнесува збирот ако едниот од собириците се намали за 140?
- ▲ Разликата на два броја изнесува 270. Колку ќе изнесува разликата  
а) ако намаленикот се намали за 27?      б) ако намалителот се зголеми за 27?
- ▲ Пресметај  $460 - 120$ .  
Одреди го  $x$  во равенката:  $(460 + x) - (120 + 58) = 340$ .

### Задачи

1. Како ќе се промени збирот ако еден од собириците се зголеми за 234?
2. Ако  $1\,230 + 670 = 1\,900$ , тогаш колку е  $(1\,230 - 350) + 670$ ?
3. Дадена е разликата  
 $6\,543 - 2\,732 = 3\,811$ .  
За која вредност на  $x$  е точно равенството  
 $6\,543 - (2\,732 - x) = 3\,811 + 13$ .
4. Ако намалителот се зголеми за 25, што треба да се направи со намаленикот за да не се промени разликата?
5. Ако  $a - b = 100$ , пресметај:  
а)  $(a - 20) - (b - 20)$ ;  
б)  $(a + 30) - (b + 30)$ ;  
в)  $(a - 10) - (b + 10)$ ;  
г)  $(a + 5) - (b - 5)$ ;
6. Едно утро Милица добила извесна сума пари од татко ѝ и извесна сума пари од мајка ѝ. Од парите од мајка ѝ таа потрошила 100 денари. Вечерта, татко ѝ и дал уште 200 денари и таа утврдила дека има 700 денари. Колку денари вкупно утрото ѝ дале татко ѝ и мајка ѝ?

### Проблем



Размисли и обиди се да пресметаш усно. Колкава е разликата меѓу збирот на првите сто парни и збирот на првите сто непарни броеви?



Појсееи се!

Пресметај:

- 35 · 5 =      480 · 3 =
- 1 260 · 38 =      4 004 · 20 =
- 145 · 23 =      (3 · 5) · 200 =



1

Еден автомобил тро-  
ши 7 литри бензин за  
изминати 100 кило-  
метри пат.



- Колку литри бензин ќе потроши авто-  
мобилот за 400 километри пат?

2

Драган патувал 5 дена со својот велосипед и секој ден  
поминувал по 9 километри.  
Зоран патувал 6 дена со својот велосипед и секој ден  
поминувал по 8 километри.

- Колку километри повеќе поминал Зоран од Драган?



Потсети се и воочи ги својствата на множењето во множеството  $\mathbf{N_0}$ .

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Ако се променат местата на множителите производот останува непроменет.</p> <div> <div> <div>4 · 6 = 24</div> <div>или</div> <div>6 · 4 = 24</div> </div> <div> <div>множители</div> <div>производ</div> <div>множители</div> <div>производ</div> </div> </div>                                        | <p><b>Комутативно својство на множењето.</b></p> <p><math>a \cdot b = b \cdot a</math></p>                                                                                                    |
| <p>Трите множителите можат да се групираат на два начина. Производот останува непроменет.</p> <div> <div> <div>(2 · 5) · 3</div> <div>или</div> <div>2 · (5 · 3)</div> </div> <div> <div>10 · 3</div> <div>=</div> <div>2 · 15</div> </div> <div> <div>30</div> <div>=</div> <div>30</div> </div> </div> | <p><b>Асоцијативно својство на множењето.</b></p> <p><math>(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)</math></p> <p>Затоа, заградите може да се изостават: <math>a \cdot b \cdot c</math>.</p> |
| <p>Ако едниот од множителите е еден, тогаш производот е еднаков на другиот множител.</p> <p><math>468 \cdot 1 = 468</math></p>                                                                                                                                                                           | <p><b>Множење со бројот 1</b></p> <p><math>a \cdot 1 = a</math></p>                                                                                                                           |
| <p>Ако еден од множителите е нула, тогаш производот е еднаков на нула.</p> <p><math>0 \cdot 235 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                           | <p><b>Множење со бројот 0</b></p> <p><math>0 \cdot a = 0</math></p>                                                                                                                           |

3 Пресметај:

•  $2 \cdot (50 \cdot 9) = \square$

•  $(500 \cdot 7) \cdot 2 = \square$

•  $50 \cdot (4 \cdot 8) = \square$



Кога се користат својствата, множењето е полесно!

Пример

$$(7 \cdot 25) \cdot 4 = 7 \cdot (25 \cdot 4) = 7 \cdot 100 = 700$$

4 Пресметај:

•  $40 + (130 \cdot 10) = \square$  •  $96 - 2 \cdot (30 - 18) = \square$

•  $(280 + 32) \cdot 8 = \square$

5 Пресметај:

•  $40 \cdot (25 + 5) = \square$  и  $(40 \cdot 25) + (40 \cdot 5) = \square$

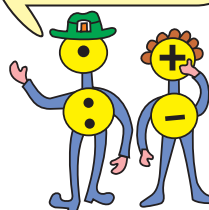
Какви се вредностите на бројните изрази?

• Провери дали е точно?

$$(68 - 10) \cdot 5 = 68 \cdot 5 - 10 \cdot 5$$

• Како се формираат изразите што ги споредуваш?

Точките одат пред црточките



Но, прво во заградите!



Воочи дека:  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c;$   $(a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c);$   
 $a \cdot (b - c) = (a \cdot b) - (a \cdot c);$   $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c.$

■ Со овие равенства е искажано:

☞ дистрибутивното својство на множењето во однос на собирањето.

☞ дистрибутивното својство на множењето во однос на одземањето.

6 Процени го производот  $324 \cdot 48$ , заокружувајќи ги множителите на десетки. За колку се разликува добиената приближна вредност од точната?

■  $320 \cdot 50 = 16\,000$ ;  $324 \cdot 48 = 15\,552$ ; проценката е за 448 повеќе од точната вредност.



7 Јован пешачел 4 седмици, по 4 дена седмично, по 4 километри на ден.

• Колку километри поминал Јован?

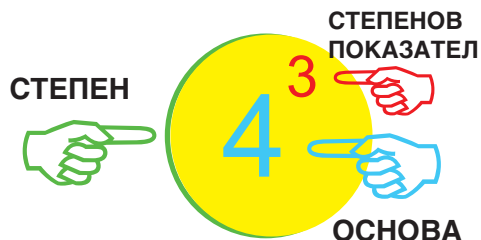
Согледај!

■ Производот  $4 \cdot 4 \cdot 4$  кратко се запишува  $4^3$ , а се чита: четири на трети.

Записот  $4^3$  се вика **степен со основа 4 и степенев показател 3**.



Да зајомнам: Производот на еднакви множители кратко запишан се вика степен.



- Кратко запиши го множењето и производот.

| Множење                                     | Краток запис | Вредност |
|---------------------------------------------|--------------|----------|
| $4 \cdot 4 \cdot 4$                         | $4^3$        | 64       |
| $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ |              |          |
| $6 \cdot 6$                                 |              |          |
| $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$                 |              |          |

Треба да знаеш!

- Да одредиш производ на два или повеќе броеви;
- да ги применуваш својствата на множењето;
- да го процениш производот од множењето на два боја;
- да одредиш вредност на степен.



Провери се!

- Илија и Јован купиле по 8 пакети, во кои имало по 8 бонбониери со по 8 бонбони во секоја бонбониера.
  - Колку пакети купиле Илија и Јован заедно?
  - По колку бонбониери имал секој од нив?
  - Колку бонбони имал Јован?
  - Запиши го бројот на бонбони на Илија во вид на степен.

### Задачи

#### 1. Пресметај:

- $186 \cdot 35 = \square$
- $(427 \cdot 5) \cdot 24 = \square$
- $(1\,376 - 376) \cdot 100 = \square$
- $50 \cdot (60 + 80) = \square$
- $496 \cdot 12 - 96 \cdot 12 = \square$
- $7^3 = \square$
- $4^2 + 4 + 3^4 - 2^5 = \square$

2. Во еден збир, бројот 245 се јавува како собирик 48 пати. Пресметај го тој збир.

3. Радиусот на Земјата изнесува 6 370 километри. Растојанието од Земјата до Месечината е поголемо околу 60 пати од радиусот. Одреди го растојанието од Земјата до Месечината.
4. Процени го производот  $127 \cdot 268$  заокружувајќи на:  
а) стотки; б) десетки.  
Одреди ја разликата на точниот и проценетиот производ.

5. Кои цифри треба да ги запишеш на местата од \*, за множењето да биде точно пресметано?

$$\begin{array}{r}
 439 \cdot *7 \\
 \hline
 3*73 \\
 + *756 \\
 \hline
 2*633
 \end{array}$$

Појдсејти се!

Пресметај:

- $14 : 7 = \square$        $22 : 2 = \square$        $396 : 3 = \square$
- $20 : 10 = \square$        $88 : 22 = \square$        $1\,200 : 60 = \square$
- Изврши проверка на добиените резултати.



1

Учениците собрале 1 300 денари за да купат топки. Секоја топка била по 325 денари.



- Колку топки купиле?

$$\begin{array}{ccccc} 1\,300 & : & 325 & = & \square \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{деленик} & & \text{делител} & & \text{количник} \end{array}$$

- 2 Вкупно 84 ученици се пријавиле за училишниот турнир во одбојка. За тренери на екипите се пријавиле 6 наставници.

- Ако секоја екипа е составена од 12 ученици, дали бројот на наставници за тренери е доволен?

Потсети се и воочи ги својствата на делењето во множеството  $\mathbf{N_0}$ .

|                                                                                             |                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Ако делител е бројот 1, тогаш количникот е еднаков на деленикот.<br>$23\,765 : 1 = 23\,765$ | Делење со бројот 1<br>$a : 1 = a$                    |
| Ако деленикот е еднаков на делителот, тогаш количникот е 1.<br>$762 : 762 = 1$              | Делење на број сам со себе.<br>$a : a = 1, a \neq 0$ |
| Ако деленик е бројот 0, тогаш количникот е еднаков на бројот 0.<br>$0 : 16 = 0$             | Делење на бројот 0.<br>$0 : a = 0, a \neq 0$         |
| Бројот 0 не може да биде делител.                                                           | <del><math>2 : 0</math></del> <b>нема смисла!</b>    |

- 3 Пресметај:

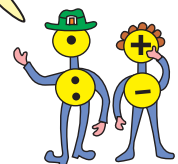
$$\begin{aligned} (28 + 32) : 1 &= \square & 432 : 3 + 168 &= \square \\ (40 + 7) \cdot 12 - 225 : 5 &= \square \\ 108 : 18 + 3\,485 : 85 &= \square \end{aligned}$$

- Одреди го деленикот, ако делителот е 72, а количникот е 102.
- Со кој број треба да се подели бројот 18 712 за да се добие бројот 1?
- $76 - 12 \cdot 3 + 5^3 - 100 = \square$

Секогаш сум прв јас



Точките одат пред цртичките





4

Иван, Бојана и Бети собираат поштенски марки. Тие имале 71 марка и сакале да си ги поделат подеднакво.

- По колку марки добил секој?
- Колку марки останале неподелени?

■ Воочи дека  $71 = 23 \cdot 3 + 2$ .



Во делењето  $71 : 3$  бројот 23 е количник, а бројот 2 е остаток.

■ Ако во делењето  $a : b$ , бројот  $q$  е количник, а  $r$  е остаток, тогаш:

$$a = q \cdot b + r$$

5

- Ако  $a = 77$  и  $b = 5$ , одреди го количникот  $a : b$  и остатокот  $r$ .
- Запиши го бројот  $a$  во форма  $a = b \cdot q + r$ .

6

Одреди ги количникот  $q$  и остатокот  $r$  при делењето  $a : b$  и запиши го бројот  $a$  во форма  $a = b \cdot q + r$ .

- $16 : 3$ ;
- $50 : 15$ ;
- $125 : 11$ .

Размисли и одговори!



◆ При делењето во кое делителот е бројот 8, остатокот може да биде: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

- Зошто остатокот не може да биде бројот 8?

Треба да знаеш!



Провери се!

- ◆ Да одредиш количник на два броја;
- ◆ да го претставиш деленикот со помош на количникот, делителот и остатокот.

▲ Пресметај го количникот:

●  $1\,584 : 9 = \square$        $17\,472 : 84 = \square$

▲ Пресметај  $1\,510 : 125 = \square$

Деленикот претстави го со помош на количникот, делителот и остатокот.

Задачи

1.

Подели со првиот број, а потоа добиениот резултат подели го со вториот број.



|     |      |      |  |
|-----|------|------|--|
|     | $:3$ | $:6$ |  |
| 18  |      |      |  |
| 54  |      |      |  |
| 108 |      |      |  |



|    |      |      |  |
|----|------|------|--|
|    | $:7$ | $:2$ |  |
| 42 |      |      |  |
| 84 |      |      |  |
| 98 |      |      |  |

2. Кој број треба да се запише во квадратчето за да биде точно делењето?

$$72 \xrightarrow{: 9} \square$$

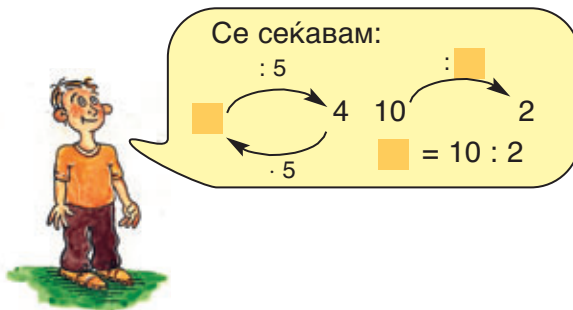
$$\square \xrightarrow{: 19} 9$$

$$\square \xrightarrow{: 19} 4$$

$$63 \xrightarrow{: \square} 9$$

$$600 \xrightarrow{: \square} 50$$

$$169 \xrightarrow{: \square} 13$$



3. Запиши израз и пресметај ја неговата вредност.

- Одреди го збирот на бројот 85 и производот на броевите 4 и 15.
- На количникот од броевите 210 и 30 додај го бројот 700.
- Кој број е разликата меѓу производот на броевите 120 и 6 и нивниот количник?

4. Во квадратчето одреди број за да биде точно равенството:

а)  $3\,020 = 125 \cdot 24 + \square$ ;

б)  $2\,100 = 261 \cdot \square + 12$ .

5. Едно јато ластовици при преселбата прелетало околу 10 000 километри. Најголемата брзина што ја достигнало јатото била 40 километри на час. Колку најмалку часови летало јатото?

- Еден полжав со најголемата негова брзина поминал 12 метри за 4 часа. Колку центиметри поминал полжавот за 1 минута?



6. Кои цифри треба да ги запишеш на местата од \*, за делењето да биде точно пресметано.

$$\begin{array}{r} 1*55 : *5 = 3* \\ - 13* \\ \hline *** \\ - *** \\ \hline 0 \end{array}$$

7. Двајца ученици делеле еден ист број: првиот со 16, а вториот со 19. Првиот добил количник 22 и остаток 9. Колкав количник добил другиот ученик?

8. Збирот на два броја е 660. Ако на поголемиот број му се избрише една нула оддесно, тогаш тие се еднакви. Кои се тие броеви?

*Појсеејте се!*

- Според кое својство е точно равенството:  
а)  $10 \cdot 4 = 4 \cdot 10$ ;  
б)  $(10 \cdot 4) \cdot 5 = 10 \cdot (4 \cdot 5)$ ?
- Дадено е:  $80 \cdot 5 = 400$ . Запиши број во квадратчето за да биде точно равенството.  
а)  $(80 \cdot 3) \cdot 5 = \square$ ; б)  $80 \cdot (3 \cdot 5) = \square$ ;  
в)  $80 \cdot (5 \cdot 3) = \square$ ; г)  $(80 \cdot 5) \cdot 3 = \square$ .

$$96 : 24 = 4$$

ДЕЛЕНИК   ДЕЛИТЕЛ   КОЛИЧНИК  
┌──────────┐  
КОМПОНЕНТИ

- Делењето  $a : b$  има смисла за  $b \neq 0$ .



1

Пресметај го производот  $15 \cdot 6$ . Потоа, **зголеми** го првиот множител:

а) 2 пати; б) 3 пати; в) 7 пати и провери колку пати се зголемил производот.

Што воочуваш?

- Спореди го твоето решение со следното.

$$15 \cdot 6 = 90;$$

$$\text{а) } (15 \cdot 2) \cdot 6 = 30 \cdot 6 = 180 = 90 \cdot 2.$$

Дадениот производ е зголемен 2 пати.



- Согледа дека дадениот производ се зголемил

б) 3 пати;      в) 7 пати.

- 2 Нека  $a \cdot b = 50$ . Пресметај:      а)  $(a \cdot 3) \cdot b$ ;      б)  $a \cdot (b \cdot 10)$ .

- 3 Пресметај го производот  $40 \cdot 9$ . Потоа, првиот множител **намали** го:

а) 2 пати;      б) 4 пати;      в) 5 пати

и спореди го добиениот производ со дадениот. Што забележуваш?

- Спореди го твоето решение со даденото.

$$40 \cdot 9 = 360;$$

$$\text{а) } (40 : 2) \cdot 9 = 20 \cdot 9 = 180 = 360 : 2.$$

Едниот множител е намален 2 пати и дадениот производ е намален 2 пати.



- Производот е намален: б) 4 пати;      в) 5 пати.

- 4 Ако  $a \cdot b = 120$ , пресметај колку изнесува:      а)  $(a : 3) \cdot b$ ;      б)  $a \cdot (b : 5)$ .

- 5 Дадено е  $15 \cdot 16 = 240$ . Пресметај ги производите:

$$(15 \cdot 2) \cdot (16 : 2); \quad (15 : 5) \cdot (16 \cdot 5),$$

а потоа спореди ги со дадениот производ.

- Воочи дека едниот множител е зголемен 2 пати, односно 5 пати, а другиот множител е намален 2 пати, односно 5 пати. Производот не се променил.

### Општо за производот $a \cdot b = p$

|                                                                                                                                      |                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| ☞ Ако едниот множител се зголеми одреден број пати, а другиот множител остане ист, тогаш и производот ќе се зголеми исто толку пати. | $(a \cdot m) \cdot b = p \cdot m$ |
| ☞ Ако едниот од множителите се намали одреден број пати, а другиот остане ист, тогаш и производот ќе се намали исто толку пати.      | $(a : m) \cdot b = p : m$         |
| ☞ Производот не се менува кога едниот множител се намали одреден број пати, а другиот множител се зголеми исто толку пати.           | $(a : m) \cdot (b \cdot m) = p$   |



6

Познато ти е дека  $72 : 12 = 6$ .

Пресметај:

а)  $(72 \cdot 2) : 12 = \square$ ;  $(72 : 2) : 12 = \square$ ; б)  $72 : (12 \cdot 3) = \square$ ;  $72 : (12 : 3) = \square$ ;

в)  $(72 : 4) : (12 : 4) = \square$ ;  $(72 \cdot 4) : (72 \cdot 4) = \square$ .

- Воочи колку пати е зголемен, односно намален: деленикот во а); делителот во б); деленикот и делителот во в).

- Спореди ги добиените количници со дадениот. Што забележуваш?

- Спореди го твоето решение со следново.

а)  $(72 \cdot 2) : 12 = 144 : 12 = 12 = 6 \cdot 2$ ;  
 $(72 : 2) : 12 = 36 : 12 = 3 = 6 : 2$ .

Деленикот е зголемен 2 пати, односно намален 2 пати и количникот е зголемен 2 пати, односно е намален 2 пати.



- Согледа во б) дека делителот е зголемен (намален) 3 пати, а количникот е намален (зголемен) 3 пати. Количникот во в) не се промени.

7

Познато ти е дека  $a : b = 30$ .

Пресметај:

а)  $(a \cdot 2) : b$ ;

б)  $a : (b : 3)$ ;

в)  $(a : 5) : (b : 5)$ .

### Општо за количникот $a : b = q$

|                                                                                                                                                                  |                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| ☞ Ако деленикот се зголеми (односно се намали) одреден број пати, а делителот остане ист, тогаш количникот ќе се зголеми (односно ќе се намали) исто толку пати. | $(a \cdot m) : b = q \cdot m$<br>$(a : m) : b = q : m$     |
| ☞ Ако делителот се зголеми (односно се намали) одреден број пати, а деленикот остане ист, тогаш количникот ќе се намали (односно ќе се зголеми) исто толку пати. | $a : (b \cdot m) = q : m$<br>$a : (b : m) = q \cdot m$     |
| ☞ Количникот не се менува ако и деленикот и делителот истовремено се зголемат (односно се намалат) ист број пати.                                                | $(a \cdot m) : (b \cdot m) = q$<br>$(a : m) : (b : m) = q$ |



- ◆ Како се менува производот на два броја во зависност од промената на множителите;
- ◆ како се менува количникот на два броја во зависност од промената на деленикот, односно на делителот.

- ▲ Одреди ги непознатите броеви  $p$  и  $m$ , ако:
  - а)  $50 \cdot 23 = p$ ,  $(50 \cdot m) \cdot 23 = p \cdot 9$ ;
  - б)  $30 \cdot 12 = p$ ,  $30 \cdot (12 : m) = p : 6$ .
- ▲ Знаеш дека  $600 : 30 = 20$ . Пресметај:
  - а)  $(600 \cdot 7) : 30$ ; б)  $600 : (30 \cdot 4)$ ;
  - в)  $600 : (30 : 5)$ ; г)  $(600 : 10) : (30 : 10)$ .

## Задачи

1. Даден е производот  $a \cdot b = 60$ . Пресметај:
  - а)  $(a \cdot 3) \cdot b$ ; б)  $a \cdot (b \cdot 7)$ ;
  - в)  $(a : 4) \cdot b$ ; г)  $(a : 6) \cdot (b \cdot 6)$ .
2. Даден е количникот  $a : b = 90$ . Пресметај:
  - а)  $(a \cdot 5) : b$ ; б)  $a : (b : 6)$ ;
  - в)  $(a \cdot 7) : (b \cdot 7)$ ; г)  $(a : 12) : (b : 12)$ .
3. Дадено е  $a \cdot (b \cdot 5) = 80$ . Пресметај:
  - а)  $a \cdot b$ ; б)  $a \cdot (b : 4)$ ; в)  $(a \cdot 8) \cdot (b : 8)$ .
4. Во фабриката за чоколада, две екипи пакувале чоколади од по 100 г во еднакви кутии. Втората екипа спакувала вкупно 1 680 чоколади, а тоа е 3 пати помалку кутии отколку првата екипа. Колку чоколади спакувала првата екипа?
5. Пресметај го количникот  $7\,680 : 240$ , но претходно сведи го на делење со едноцифрен делител, користејќи го својството за непроменливост на количникот.

## Занимлив проблем!

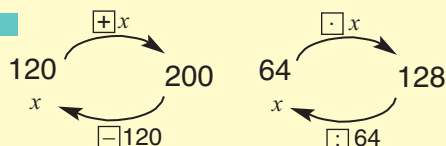


Една жена донела на пазар кошница со јајца. На првиот купувач му продала половината од јајцата и половина јајце, на вториот половина од остатокот и половина јајце, на третиот половина од остатокот и половина јајце, на четвртиот половина од остатокот и половина јајце. Кога петтиот купувач купил половина од остатокот и половина јајце, се констатирало дека сите купувачи купиле цели јајца и жената ги продала сите јајца. Колку јајца донела жената на пазар?

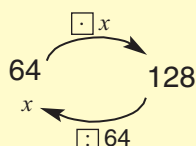


*Пойсејте се!*

- Пресметај:  
а)  $26 - 4 \cdot 5 - 3$ ;  
б)  $14 + 6 \cdot (9 - 24 : 3) - 2^3$ .
- Збирот на два броја е 200, а едниот собирок е 120. Колку е другиот собирок?
- Производот на два броја е 128, а едниот множител е 64. Колку е другиот множител?



$$\begin{aligned} 120 + x &= 200 \\ x &= 200 - 120 \\ x &= 80 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 64 \cdot x &= 128 \\ x &= 128 : 64 \\ x &= 2 \end{aligned}$$



1

Дарко имал 120 денари. Мајка му му дала 300 денари да си ги поделат под-еднакво со сестра му. Во книжарницата купил 4 тетратки по 35 денари и шестар за 50 денари. Колку денари му останале на Дарко?

- Состави израз од податоците и соодветните операции.
- Пресметај го добиениот израз.

*Спореди го твоето решение со даденото*

- $120 + 300 : 2 - 4 \cdot 35 - 50 = 120 + 150 - 140 - 50 = 270 - 190 = 80$ .
- Изразот што го состави се вика **броен израз**.
- Резултатот по извршувањето на сите операции во него се вика **вредност на бројниот израз**.

*Воочи и зајомни*

- Изрази се следниве записи: 3, 5, 140;  $13 + 17$ ;  $10 - 4 \cdot 8$ ;  $5 + 18 : 6 - (4 \cdot 25 + 2^5)$ .
- Не се изрази:  $2 + + 3$ ;  $5 - ;$ ;  $(8-2)$ ;  $2 + ( \cdot 8)$ .

2 Одреди ја вредноста на бројниот израз:

- а)  $85 + 15 - 30$ ; б)  $5 \cdot 12 : 3 \cdot 2$ ; в)  $24 - (16 + 4 \cdot 3) : 7$ .

- По кој редослед ќе ги извршуваш операциите?



Прво ќе ги извршам операциите множење и делење, потоа собирање и одземање; но, пред сè – во заградите.

- Собирањето и одземањето се викаат операции од **прв ред**, а множењето и делењето се операции од **втор ред**.

-  Операциите од ист ред се извршуваат по редоследот како што се запишани во бројниот израз.
-  Прво се извршуваат операциите од втор ред, а потоа операциите од прв ред.
-  Ако во бројниот израз има загради, тогаш предност има извршувањето на операциите во заградите.

**3** Пресметај ја вредноста на бројниот израз:

а)  $45 - 5 \cdot 3 - 24 : 6$ ;      б)  $5 \cdot 12 : 3 \cdot 2$ ;      в)  $96 + 4 \cdot (18 - 8 : 2) - (27 - 4 \cdot 6) : 3$ .



**4** Рифат замислил таков природен број, којшто собран со најголемиот трицифрен број го дава бројот 1 234. Кој е тој број?

Воочи ја постојатката и постојат по барањата.



-  Прво, бараниот бројзначи го со некоја буква, на пример со буквата  $x$ .
-  На бројот  $x$  додај му го најголемиот трицифрен број – тоа е 999; така ќе го добиеш збирот  $x + 999$ .
-  Според условите на задачата, збирот  $x + 999$  е еднаков на 1 234, па  $x + 999 = 1\,234$ .
-  Како ќе го одредиш непознатиот собирок од ова равенство?



Собирокот  $x$  ќе го одредам ако од збирот 1 234 го одземам другиот собирок 999.

 Значи,  $x = 1\,234 - 999$ ;  $x = 235$ .

-  Равенството  $x + 999 = 1\,234$  со кое го одреди непознатиот број  $x$  се вика **равенка**.
-  Непознатиот број  $x$  се вика **непозната**.
-  Одредувањето на непознатиот број се вика **решавање на равенката**.

**5** Реши ја равенката

а)  $(x + 1) + 300 = 702$ ;      б)  $1\,432 + x = 3\,200 + 17$ .

6 Дадена е равенката: а)  $x - 1\,270 = 2\,380$ ; б)  $8\,226 - x = 1\,149$ .

Одговори на прашањата и реши ја дадената равенка.

а) ☞ Што е непознатиот број  $x$ , а што се познатите броеви 1 270 и 2 380?

☞ Како се одредува непознатиот намаленик при дадени намалеител и разлика?



Намаленикот  $x$  ќе го одредам така што на разликата 2 380 ќе го додадам намалителот 1 270.

б) Како ќе го одредиш непознатиот намалител  $x$  во равенката при дадениот намаленик 8 226 и дадената разлика 1 149?



Намалителот  $x$  ќе го одредам така што од намаленикот 8 226 ќе ја одземам разликата 1 149.

7 Реши ја равенката: а)  $x - (1\,300 + 78) = 2\,630$ ; б)  $5\,273 - x = 3\,700 - 37$ .

Општо за равенките во кои се одредува непознат: собинок, намаленик или намалител

|                                                                                                                    |                                                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| ☞ Непознат собинок, при познат збир и другиот собинок, се одредува така што од збирот се одзема познатиот собинок. | $x + b = c$ ; $x = c - b$<br>( $b$ и $c$ се познати броеви) |
| ☞ Непознат намаленик, при познати намалител и разлика, се добива кога на разликата ѝ се додаде намалителот.        | $x - b = d$ ; $x = d + b$<br>( $b$ и $d$ се познати броеви) |
| ☞ Непознат намалител, при познати намаленик и разлика се добива така што од намаленикот се одзема разликата        | $a - x = d$ ; $x = a - d$<br>( $a$ и $d$ се познати броеви) |

8 Во една винарска визба во кутии треба да спакуваат 1 392 шишиња, а во секоја кутија треба да има по 16 шишиња. Колку кутии биле потребни?

Ако го означим со  $k$  бројот на потребните кутии, тогаш во нив ќе има  $16 \cdot k$  шишиња, па  $16 \cdot k = 1\,392$ .

Бројот 1 392 е производ на множителите 16 и  $k$ .

Како ќе го одредиш множителот  $k$ ?



Множителот  $k$  ќе го одредам ако производот 1 392 го поделам со множителот 16.

$k = 1\,392 : 16$ ;  $k = 87$ . Шишињата биле спакувани во 87 кутии.

9 Реши ја равенката: а)  $17 \cdot y = 595$ ; б)  $(10 + 3) \cdot z = 178 + 4$ .

**10**

Како можеш „да ја прочиташ“ равенката

$$x : 25 = 47,$$

т.е. што се познатите броеви 25 и 47, а што е непознатата  $x$ ?

- Потоа образложи го заклучокот дека  $x = 47 \cdot 25$ .
- Кој број е решението? Провери го своето тврдење.

**11**„Прочитај“ ја равенката  $1\,120 : x = 35$  и образложи го заклучокот  $x = 1\,120 : 35$ .**12**

Реши ја равенката

а)  $x : 7 = 63$ ; б)  $(z + 4) : 10 = 8$ ; в)  $1\,080 : x = 24$ ; г)  $50 : (x + 2) = 10$ .

■ Општо за равенките во кои се одредува непознатиот: множител, деленик или делител.

|                                                                                                                                     |                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| 👉 Непознатиот множител, при познат производ и другиот множител, се одредува така што производот ќе се подели со познатиот множител. | $a \cdot x = p$ ; $x = p : a$<br>( $a$ и $p$ се познати)    |
| 👉 Непознатиот деленик, при познат делител и количник, се одредува така што количникот ќе се помножи со делителот.                   | $x : b = q$ ; $x = q \cdot b$<br>( $b$ и $q$ се познати)    |
| 👉 Непознатиот делител, при познат деленик и количник се одредува така што деленикот ќе се подели со количникот.                     | $a : x = q$ ; $x = a : q$<br>( $a$ и $q$ се познати броеви) |

*Треба да знаеш!*

- Да одредуваш вредност на даден броен израз;
- кои операции во броен израз имаат предност при нивното извршување;
- да решаваш равенки според својствата на аритметичките операции.

*Провери се!*

- Одреди ја вредноста на бројниот израз:  
 $17 + 3 \cdot (56 - 4 \cdot 13) - (62 - 18 : 3)$ .
- Реши ги равенките:  
а)  $235 + x = 250$ ; б)  $x - 37 = 63$ ;  
в)  $x : 15 = 10$ ; г)  $645 : x = 15$ ;  
д)  $(x + 2) \cdot 35 = 105$ .

*Задачи***1.**

Одреди ја вредноста на бројниот израз:

а)  $190 - (5 \cdot 30 - 128 : 16)$ ;  
б)  $325 - (144 : 16 + 7 \cdot 13)$ .

**2.**

Реши ја равенката:

а)  $115 + x = 225$ ; б)  $1\,320 - x = 1\,120$ ;  
в)  $17 \cdot x = 289$ ; г)  $x : 30 = 40$ ;  
д)  $483 : x = 23$ ; ф)  $50 : (x + 2) = 10$ .

**3.**

Во една фирма наполниле 1 360 гајби јаболка, од кои 420 од видот делишес, 635 ајдарет, а останатите гајби од видот тетовско јаболко. Колку гајби тетовско јаболко биле?

**4.**

Ана има 11 години. Пред 3 години мајка ѝ имала 4 пати повеќе години од Ана. Колку години има сега мајка ѝ на Ана?

**5.**

Јана и Јован имаат по ист број ореви. Се знае дека заедно би имале 140 ореви кога Јана би имала 2 пати повеќе, а Јован 5 пати повеќе. По колку ореви имаат Јана и Јован?



## АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА

- 1 Сашо е сопственик на видеоклуб и издава видеокасети. Податоците за издадените касети ги запишувал во табела.

| Ден        | Број на касети |    |
|------------|----------------|----|
| Понеделник |                | 12 |
| Вторник    |                | 9  |
| Среда      |                | 15 |
| Четврток   |                | 6  |
| Петок      |                | 23 |

- Кој ден Сашо издал најмногу касети?
- Колку касети повеќе биле издадени во петок отколку во вторник?
- Колку вкупно касети биле издадени?

Сашо го интересирало колку касети издавал просечно на ден, а за тоа е потребно да ја пресмета аритметичката средина на броевите од табелата.

Воочи!

$$12 + 9 + 15 + 6 + 23 = 65 \quad \leftarrow \text{Вкупно издадени касети}$$

$$65 : 5 = 13 \quad \leftarrow \text{Просечно издадени касети секој ден}$$

Број на денови

- Во текот на петте работни денови во седмицата Сашо издавал просечно по 13 видео касети дневно.

- Бројот 13 е аритметичка средина за броевите 12, 9, 15, 6 и 23.



Да зайомнам: Аритметичка средина на два или повеќе броеви е количникот од збирот на тие броеви и бројот на собираците.

- 2 Пресметај ја аритметичката средина на броевите:

- 24, 36, 42;
- 657, 890, 1 240, 121, 3 522.

- 3 На тестовите по математика Агим ги постигнал следиве резултати: на тестот 1 освоил 89 поени, на тестот 2 освоил 91 поен, на тестот 3 освоил 100 поени и на тестот 4 освоил 80 поени.

- Претстави ги податоците во табела.
- Колку поени просечно освоил Аце на тестовите по математика?

# ДЕЛИВОСТ НА ПРИРОДНИ БРОЕВИ. ДЕЛИВОСТ НА ЗБИР И РАЗЛИКА

*Пошсејти се!*

- Пресметај:

$$24 : 6 = \square$$

$$139 : 2 = \square$$

$$265 : 5 = \square$$

$$2\,785 : 8 = \square$$

- Во кои од делењата остатокот е 0?



1

Осумнаесет ученици од VI одделение се подготвуваат за патриотот празник. Тие сакаат да настапат така што ќе се подредуваат во редови со еднаков број ученици.

- На колку различни начини може да се подредат учениците?
- Дополни ја табелата со податоците за подредување на учениците.
- На колку начини може да се добие бројот 18 како производ на два броја?
- Со кои броеви може да се подели бројот 18 така што остаток при делењето да биде бројот 0 (без остаток)?

| Број на редови | Број на ученици во секој ред | Вкупно ученици |
|----------------|------------------------------|----------------|
| 1              | 18                           | $1 \cdot 18$   |
| 2              | 9                            | $2 \cdot 9$    |
| 3              |                              | $3 \cdot 6$    |
|                | 3                            |                |
| 9              |                              |                |
|                |                              | $1 \cdot 18$   |

*Да зајомнам:* Бројот 18 се дели со броевите 1, 2, 3, 6, 9 и 18 без **остаток**.



- Се вели: 18 е делив со броевите 1, 2, 3, 6, 9 и 18. Тие броеви се викаат делители на бројот 18. Се запишува:  $D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ .

- 2 Со делење провери дали:

- бројот 6 е делител на бројот 24;
- бројот 31 е делив со бројот 5;
- бројот 42 е делив со бројот 6.

- 3 Одреди го множеството  $D_{14}$  на сите делители на бројот 14.



- Воочи дека за да ги одредиш сите делители на бројот 14 треба постапно да делиш со 1, 2, 3, ..., 7.

- 4 Бројот 4 е делител на бројот 8 ( $4 \cdot 2 = 8$  или  $8 : 4 = 2$  и остаток 0).

- Запиши 5 броеви што се деливи со бројот 4.

Сите броеви што се деливи со бројот 4 се викаат **содржатели** на бројот 4.

Множеството од сите содржатели на бројот 4 го означуваме со  $S_4$ ;

$$S_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}.$$

Природниот број  $b$  е **делител** на природниот број  $a$ , или  $a$  е **делив** со  $b$ , ако остатокот при делењето на  $a$  со  $b$  е 0.

$$10 : 5 = 2$$

$$10 = 5 \cdot 2$$

ДЕЛИТЕЛ НА 10

Запишуваме:  $5 \mid 10$ . Читаеме: 5 е делител на 10.

Природниот број  $b$  е делител на природниот број  $a$ , ако  $a = b \cdot k$  за некој природен број  $k$ . Запишуваме:  $b \mid a$ . Читаеме:  $b$  е делител на  $a$ .

Природниот број  $a$  е **содржател** на природниот број  $b$ , ако  $b$  е делител на  $a$ .

35 е содржател на 5, бидејќи  $5 \mid 35$

Секој природен број е делив со 1 и сам со себе.

$$10 : 1 = 10 \quad \text{и} \quad 10 : 10 = 1$$

$$a : 1 = a \quad \text{и} \quad a : a = 1$$



5

- Провери дали се деливи со бројот 7: 28, 42 и  $28 + 42$ ; 14, 18 и  $14 + 18$ .
- Провери дали се деливи со бројот 3: 9, 24 и  $24 - 9$ ; 15, 22 и  $22 - 15$ .
- Провери дали се деливи со бројот 4: 12, 15 и  $12 \cdot 15$ ; 10, 15 и  $15 \cdot 10$ .

Воочив во задачите!

- Збирот е делив со бројот 7 ако двата собирокa се деливи со 7.
- Разликата е делива со бројот 3 ако намаленикот и намалителот се деливи 3.
- Производот е делив со бројот 4 ако еден од множителите е делив со 4.



Општо

|                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Ако бројот <math>a</math> е делив со бројот <math>m</math> и бројот <math>b</math> е делив со бројот <math>m</math>, тогаш збирот <math>(a + b)</math> е делив со бројот <math>m</math>.</p> <p><math>5 \mid 15</math> и <math>5 \mid 35</math>    <math>5 \mid (15 + 35)</math></p>   | <p><b>Деливост на збир</b></p> <p><math>m \mid a</math> и <math>m \mid b</math></p> <p><math>m \mid (a + b)</math></p>           |
| <p>Ако бројот <math>a</math> е делив со бројот <math>m</math> и бројот <math>b</math> е делив со бројот <math>m</math>, тогаш разликата <math>(a - b)</math> е делива со бројот <math>m</math>.</p> <p><math>3 \mid 21</math> и <math>3 \mid 9</math>    <math>3 \mid (21 - 9)</math></p> | <p><b>Деливост на разлика</b></p> <p><math>m \mid a</math> и <math>m \mid b</math></p> <p><math>m \mid (a - b)</math></p>        |
| <p>Ако бројот <math>m</math> е делител барем на еден од броевите <math>a</math> или <math>b</math>, тогаш <math>m</math> е делител на производот <math>(a \cdot b)</math>.</p> <p><math>2 \mid 8</math> и <math>2 \nmid 15</math>    <math>2 \mid (8 \cdot 15)</math></p>                 | <p><b>Деливост на производ</b></p> <p><math>m \mid a</math> или <math>m \mid b</math></p> <p><math>m \mid (a \cdot b)</math></p> |



6 Од броевите: 15, 18, 25 и 28 одреди два броја така што:

- збирот е делив со 5;      • разликата е делива со 3;
- производот е делив со 7, а не е делив со 5.

7 Провери дали збирот  $12 + 8$ , односно разликата  $24 - 9$ , се деливи со 5.

■ Воочи дека ниеден од собироците, односно и намаленикот и намалителот не се деливи со 5, а збирот, односно разликата се деливи со 5.

### Треба да знаеш!

- ◆ Кога еден природен број е делив со друг природен број;
- ◆ да одредиш делители и содржатели на даден природен број;
- ◆ со пример да ја покажеш деливоста на збир, разлика и производ на природни броеви.



### Провери се!

- ▲ Дадени се броевите: 5, 8, 30 и 56.  
Кој од тие броеви е делив со 6?
  - Запиши ги сите делители на бројот 30.
  - Запиши три содржатели на 5.
  - Дали бројот 5 е делител на 58?
- ▲ Провери без да пресметуваш дали е точно:
  - $4 \mid (8 + 36)$ ;      ●  $5 \mid (56 - 30)$ ;
  - $5 \mid (30 - 5)$ ;      ●  $5 \mid (30 \cdot 6)$ .

### Задачи

1. ● Кои од броевите 1, 2, 3, 5 или 7 се делители на бројот 70?  
● Одреди ги сите делители на бројот 64.  
● Провери дали  $4 \mid 12$ ;  $3 \mid 36$ ;  $10 \mid 1\,000$ .  
● Запиши 7 содржатели на бројот 3. Колку содржатели има бројот 3?
2. Запиши по еден пример за да ја покажеш деливоста на:
  - збир на 4 природни броеви со број;
  - разлика на 2 природни броеви со број;
  - производ на 3 природни броеви со број.
3. Без да го пресметаш збирот, односно разликата, одреди дали е делив со 5.  
а)  $40 + 25$ ;      б)  $27 + 20$ ;  
в)  $50 - 15$ ;      г)  $35 - 29$ .
4. Без да ги пресметуваш производите, утврди кој од нив е делив со 3, а кој со 7.  
а)  $9 \cdot 5$ ;      б)  $4 \cdot 14 \cdot 2$ ;  
в)  $5 \cdot 12$ ;      г)  $8 \cdot 21 \cdot 5$ .
5. Нека  $A = \{6, 7, 13, 16, 24, 32, 43\}$ .  
Запиши го табеларно множеството  $B = \{x \mid x \in A \text{ и } 4 \mid x\}$ .

*Појсееи се!*

- Еден природен број е делив со друг природен број ако остатокот при делењето е 0.
- Одреди кој од броевите: 37, 64 и 310 е делив со 2.
- Кој од броевите: 65, 800 и 273 е делив со 5?



- За да утврдиш дали еден број е делив со друг број, доволно е да го одредиш нивниот количник.
- Деливоста може да се утврди и без да се врши делењето. Тоа го правиме со помош на критериуми или таканаречени **признаци** за деливост.

- 1** Провери дали броевите: 10, 70 и 270 се деливи со 2.

*Воочи ја ѝосѝайкаѝа*

- ☞  $10 = 2 \cdot 5$ ;  $2 \mid (2 \cdot 5)$ , т.е.  $2 \mid 10$ .
- ☞  $70 = 7 \cdot 10$ ;  $2 \mid (7 \cdot 10)$ , т.е.  $2 \mid 70$ .
- ☞  $290 = 29 \cdot 10$ ;  $2 \mid (29 \cdot 10)$ , т.е.  $2 \mid 290$ .

*Можам да воочам!*

■ Бројот што завршува на нула, може да се запише како производ во кој еден множител е 10. Тој производ е делив со 2.

■ Секој број на кој цифрата на единици е 0 е делив со 2.

*Воочи ја ѝосѝайкаѝа*

- 2** Кои од броевите: 132, 254 и 365 се деливи со 2?
- ☞  $132 : 2 = (130 + 2) : 2$ ;  $2 \mid 132$ , бидејќи  $2 \mid 130$  и  $2 \mid 2$ .
  - ☞  $254 : 2 = (250 + 4) : 2$ ;  $2 \mid 250$ , бидејќи  $2 \mid 250$  и  $2 \mid 4$ .
  - ☞  $365 : 2 = (260 + 5) : 2$ ;  $2 \nmid 365$ , бидејќи  $2 \mid 360$  и  $2 \nmid 5$ .



Можам да воочам! Дали еден број е делив со 2 или не е, зависи од цифрата на единиците на тој број.

*Зайомни!*

- Еден број е делив со 2, ако цифрата на единиците на тој број е 0, 2, 4, 6 или 8.

- Ова тврдење се вика признак за деливост со 2.

- 3** Кој од броевите: 530, 738, 1 336, 1 112 и 2 243 е делив со 2?





- 4 Провери дали броевите: 10, 70 и 360 се деливи со 5.

Воочи ја ѝосѝайкаѝа

$10 : 5 = (2 \cdot 5) : 5$ ;  $5 \mid 10$  бидејќи  $5 \nmid 2$  и  $5 \mid 5$ .  
 $70 : 5 = (10 \cdot 7) : 5$ ;  $5 \mid 70$  бидејќи  $5 \mid 10$  и  $5 \nmid 7$ .  
 $360 : 5 = (10 \cdot 36) : 5$ ;  $5 \mid 360$  бидејќи  $5 \mid 10$  и  $5 \nmid 36$ .



Можам да воочам!

- Бројот чија цифра на единици е нула може да се запише како производ во кој еден од множителите е 10.
- Тој природен број е делив со 5.
- Секој природен број на кој цифрата на единиците е 0 е делив со 5.

Воочи ја ѝосѝайкаѝа

- 5 Кои од броевите: 65, 105 и 263 се деливи со 5?

$65 : 5 = (60 + 5) : 5$ ;  $5 \mid 65$ , бидејќи  $5 \mid 60$  и  $5 \mid 5$ .  
 $105 : 5 = (100 + 5) : 5$ ;  $5 \mid 105$ , бидејќи  $5 \mid 100$  и  $5 \mid 5$ .  
 $263 : 5 = (260 + 3) : 5$ ;  $5 \nmid 263$ , бидејќи  $5 \mid 260$  и  $5 \nmid 3$ .



Можам да воочам! Бројот чија цифра на единици е 5 е делив со 5.

Зайомни!

- Еден број е делив со 5, ако цифрата на единиците на тој број е 0 или 5.

- Ова тврдење се вика признак за деливост со 5.

- 6 Кој од броевите: 180, 243, 525, 420 и 1 275 е делив со 5?

Треба да знаеш!

- Да провериш дали некој природен број е делив со 2, односно со 5, без да го извршиш делењето;
- да го примениш признакот за деливост со 2, односно со 5, во задачи.



Провери се!

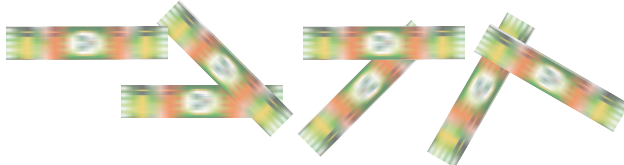
- ▲ Кој од броевите: 13, 24, 15, 57, 155, 850 и 1 000 е
- делив со 2;
  - делив со 5;
  - делив со 2 и со 5?

Задачи

- Без да го извршиш делењето провери ја деливоста со 2 на броевите: 28, 70, 96, 797, 2 001 и 25 000.
- Искажи го признакот за деливост со 5.
- Кои од броевите: 102, 275, 400, 876 и 995 се деливи со 5?

4.

- Ана имала повеќе од 60, а помалку од 70 бонбони. Таа ги поделила бонбоните на 5 свои другарки подеднакво.
- Колку бонбони имала Ана?



*Појисејте се!*

- Одреди кои од броевите: 9, 66, 171 и 231 се деливи со 3.
- Кои од броевите: 18, 999, 1 062 и 11 000 се деливи со 9?



1

Кои од броевите: 72, 84, 297 и 373 се деливи со бројот 3?

- Одреди го збирот на цифрите на секој од броевите.
- Утврди кај кои од броевите збирот на нивните цифри е делив со 3.
- Утврди кои броеви се деливи со 3 и кај кои броеви збирот на цифрите е делив со 3. Што заклучуваш?

2

Запиши три броја чиј збир на цифрите е делив со 3.

- Провери дали броевите што ги запиша се деливи со 3.



Можам да воочам! Кога еден број е делив со 3 и збирот на неговите цифри е делив со 3.

*Зайомни!*

Еден број е делив со 3, ако збирот од цифрите со кои тој е запишан е број делив со 3.

Ова тврдење се вика признак за деливост со 3.

3

Кој од броевите: 111, 292, 1 112 и 1 236 е делив со 3?



4

Кои од броевите: 78, 117, 348, 486 и 1 567 се деливи со бројот 9?

- Одреди го збирот на цифрите на секој од броевите.
- Утврди на кои од броевите збирот на цифрите е делив со 9?



Можам да воочам! Кога еден број е делив со 9 и збирот на неговите цифри е делив со 9.

*Зайомни!*

Еден број е делив со 9, ако збирот од цифрите со кои тој е запишан е број делив со 9.

Ова тврдење се вика признак за деливост со 9.

5

Без да делиш определи кој од броевите: 459, 774, 1 497, 5 640, 6 327 и 7 235 е делив:

- со 3;
- со 9;
- со 3 и со 9.



Можам да воочам!  
Броевите: 459, 774 и 6 327  
се деливи со 3 и со 9.

Зайомни!

Секој број што е делив со 9 е делив и со 3.

Треба да знаеш!

- ◆ Кој природен број е делив со 3;
- ◆ да одредиш дали даден број е делив со 9;
- ◆ секој природен број што е делив со 9 е делив со 3.



Провери се!

- ▲ Кои од броевите: 75, 94, 258 и 347 се деливи со 3?
- ▲ Која цифра треба да стои на местото на \* во  $56*3$  за да се добие број делив со 9?
- ▲ Запиши еден број што е делив со 3 и со 9.

Задачи

1. Кои од броевите 348, 512, 1 245 и 6 123 се деливи со 3?
2. Кои од броевите 4 279, 9 126 и 540 се деливи со 9?
3. Која цифра треба да се запише на местото означено со \*, за добиениот број да биде делив со 3?  
○ 1 3\*7;    ○ 6 53\*;    ○ 3 \*25;    ○ 24 \*62.
4. Замени ја свездичката со цифра, така добиениот број да биде делив со 9.  
○ 3\*8;    ○ 6 \*74;    ○ 1 8\*3;    ○ 35\*12.
5. Која цифра треба да запишеш на местото означено со \* во бројот 27 55\* за бројот да биде делив со 2 и со 3?

Ако сакаш да знаеш повеќе!

- Зошто еден број е делив со 9 кога збирот на неговите цифри е делив со 9?
- Воочи на следниов пример:  $486 = 400 + 80 + 6 = 100 \cdot 4 + 10 \cdot 8 + 6 = (99 + 1) \cdot 4 + (9 + 1) \cdot 8 + 6 = (99 \cdot 4) + 1 \cdot 4 + 9 \cdot 8 + 1 \cdot 8 + 6 = (99 \cdot 4 + 9 \cdot 8) + (4 + 8 + 6)$ ;
- ☞ Изразот  $99 \cdot 4 + 9 \cdot 8$  е делив со 9 според правилото за деливост на производ и збир.
- ☞ Од вредноста на изразот  $4 + 8 + 6$  зависи дали бројот 486 е делив со 9.  
 $4 + 8 + 6 = 18$ ;  $9 \mid 486$ , бидејќи  $9 \mid 18$ .
- На сличен начин покажи ја деливоста на бројот 123 со 3.

Обиди се да заклучиш!



Милица влегла во продавница да купи еден сладолед и три чоколади. Знаела дека сладоледот чини 60 денари. Продавачот и рекол дека треба да плати 220 денари. Таа рекла дека сметката не е точна. Продавачот повторно пресметал и се извинил. Како Милица знаела дека сметката не е точна, а не ја знаела цената на чоколадата?

*Појисејте се!*

- Кој од броевите: 96, 300, 2 718 и 3 008 е делив со 4?



1

Провери дали броевите: 100, 500 и 1 300 се деливи со 4.

*Воочи ја постојатката*

- $100 = 25 \cdot 4$ ;  $4 \mid 100$ , бидејќи  $4 \mid (25 \cdot 4)$ .
- $500 = 100 \cdot 5$ ;  $4 \mid 500$ , бидејќи  $4 \mid (100 \cdot 5)$ .
- $1\,300 = 100 \cdot 13$ ;  $4 \mid 1\,300$ , бидејќи  $4 \mid (100 \cdot 13)$ .



*Можам да воочам!*

- Бројот на кој цифрите на единицата и десетката се нули можеда се запише како производ во кој еден од множителите е 100.
- Тој производ е делив со 4.
- Секој број на кој цифрата на единиците е 0 и цифрата на десетките е 0 е делив со 4.

*Воочи ја постојатката*

2

Кои од броевите 132, 916 и 283 се деливи со 4?

- $132 : 4 = (100 + 32) : 4$ ;  $4 \mid 132$ , бидејќи  $4 \mid 100$  и  $4 \mid 32$ .
- $916 : 4 = (900 + 16) : 4$ ;  $4 \mid 916$ , бидејќи  $4 \mid 900$  и  $4 \mid 16$ .
- $283 : 4 = (200 + 83) : 4$ ;  $4 \nmid 283$ , бидејќи  $4 \nmid 200$  и  $4 \nmid 83$ .



*Можам да воочам!*

Дали некој број е делив со бројот 4 или не, зависи од двоцифрениот број формиран од цифрата на единиците и цифрата на десетките на тој број.

*Зајомни!*

- Даден број е делив со 4, ако неговиот двоцифрен завршеток е делив со 4.

- Ова тврдење се вика признак за деливост со 4.

**3**

Утврди кој од броевите: 48, 108, 135, 1 240, 7 732 и 9 006 е делив со 4.

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да одредиш дали некој природен број е делив со 4 без да го извршиш делењето.



*Провери се!*

- ▲ Запиши го бројот 9 996 како збир од кој ќе утврдиш дали е делив со 4.
- ▲ Запиши два броја што се деливи со 4.

*Задачи*

1. Со цифрите 1, 2, 3 и 4, без нивно повторување, запиши ги сите четирицифрени броеви што се деливи со 4.
2. Која цифра треба да се запише на местото означено со \* за бројот да биде делив со 4?  
○ 362\*; 4 71\*;    ○ 5 4\*2; 52\*0.
3. Запиши три природни броеви што се деливи со 4 и 5.
4. Запиши го бројот од втората десетка на четвртата стотка што е делив со 2, 3 и 4.

*И ова е мајџемајџика !*



- На маса се наоѓаат 50 гравчиња. Два играчи наизменично земаат по едно, или по две или по три гравчиња. Победува оној играч кој последен ќе земе.
- Колку гравчиња треба да земе играчот што почнува прв за сигурно да победи?
- Направи победничка стратегија за играчот кој што зема прв.
- Направи победничка стратегија за играчот што зема втор ако на масата има 20 гравчиња.
- Направи победничка стратегија ако на масата има кој било број гравчиња и играчите наизменично земаат од 1 до 4 или од 1 до 5 итн.

Ако не можам да решам тешка задача, ќе пробам со слична полесна. Ќе пробам со 10 гравчиња, потоа со 20 гравчиња итн.



# ПРОСТИ И СЛОЖЕНИ БРОЕВИ. ПРЕТСТАВУВАЊЕ СЛОЖЕН БРОЈ КАКО ПРОИЗВОД ОД ПРОСТИ МНОЖИТЕЛИ

*Појисејте се!*

- Секој природен број е делив со 1.
- Секој природен број е делив сам со себе.
- Запиши ги сите делители на броевите: 3, 17 и 53.
- Одреди ги сите делители на броевите: 6, 12 и 15.



1

- Запиши три броеви што имаат само два делители.
- Запиши три броеви што имаат повеќе од два делители.

2

Разгледај ја табелата.

| Број | Делител на бројот |
|------|-------------------|
| 1    | 1                 |
| 2    | 1, 2              |
| 3    | 1, 3              |
| 4    | 1, 2, 4           |
| 5    | 1, 5              |
| 6    | 1, 2, 3, 6        |

- Кој број има само еден делител?
- Кои од броевите во табелата имаат само два делители?
- Кои од броевите во табелата имаат повеќе од два делители?

*Зайомни!*

- Броевите што имаат само 2 делители се викаат **прости броеви**.
- Броевите што имаат 3 или повеќе делители се викаат **сложени броеви**.
- Бројот 1 не е ниту сложен ниту прост број.

Јас сум сложен



А Јас !?



Јас сум прост.



Во табелата броевите: 2, 3 и 5 се прости.  
Во табелата броевите 4 и 6 се сложени.



3

Запиши ги на табеларен начин множествата:

$A = \{x \mid x \in \mathbf{N} \text{ и } x < 20\}$ ;  $B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \text{ е прост број}\}$ ;  $C = \{x \mid x \in A \text{ и } x \text{ е сложен број}\}$ .



4

Одреди го производот на простите броеви: 2, 3 и 7; 2, 3 и 5; 2, 2, 3 и 3.



5 Претстави го како производ секој од броевите: 42, 50 и 75.

■ Спореди го твоето решение со даденото.

👉  $42 = 21 \cdot 2 = 7 \cdot 3 \cdot 2$

👉  $50 = 25 \cdot 2 = 5 \cdot 5 \cdot 2 = 2 \cdot 5^2$

👉  $75 = 15 \cdot 5 = 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5^2$

*Можам да воочам!*

Сложен број можам да претставам како производ од прости броеви.



*Зайомни!*

■ Секој сложен природен број може да се запише како **производ од прости броеви**, т.е. да се **разложи на прости множители**.

6 Запиши го бројот 36 како производ од прости броеви.

7 Разложи го бројот 120 на прости множители.

■ Воочи ја постапката за разложување на даден број на прости множители.

|     |   |   |                                                                                                                                                  |
|-----|---|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 120 | 2 | 👉 | Прво повлекуваме вертикална црта до бројот 120. Вертикалната црта ја замислуваме како знак за делење, а количниците ги запишуваме под деленикот. |
| 60  | 2 |   |                                                                                                                                                  |
| 30  | 2 |   |                                                                                                                                                  |
| 15  | 3 | 👉 | Делењето го започнуваме со најмалиот прост делител на дадениот број и продолжуваме со тој делител сè додека е можно (во случајов со 2).          |
| 5   | 5 |   |                                                                                                                                                  |
| 1   |   | 👉 | Постапката ја продолжуваме со секој од количниците сè додека добиеме количник 1.                                                                 |

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

● Со користење на истата постапка разложи ги на прости множители броевите: 36, 140, 600 и 10 000.

■ Воочи го разложувањето на бројот 1 164.

|       |    |   |                                                                               |
|-------|----|---|-------------------------------------------------------------------------------|
| 1 164 | 2  | 👉 | Последниот количник 97 не е делив ни со 3 ни со 5.                            |
| 582   | 2  | 👉 | Проверуваме и утврдуваме дека не е делив ни со наредниот прост број 7.        |
| 291   | 3  |   |                                                                               |
| 97    | 97 | 👉 | Нема потреба да проверуваме за наредниот прост број 11, бидејќи $11^2 > 97$ . |
| 1     |    | 👉 | Значи, 97 е прост број.                                                       |

$$1164 = 2^2 \cdot 3 \cdot 97$$

Треба да знаеш!

- ◆ Кои природни броеви се прости, а кои сложени;
- ◆ да разложиш даден број на прости множители.



Провери се!

59

- ▲ Кој од броевите 91 и 97 е сложен број? Образложи!
- ▲ Разложи го бројот 152 на прости множители.

### Задачи

1. Разложи ги на прости множители броевите: 15, 42, 38, 75 и 11 115.
2. Бројот на годините на Сашо е сложен број помал од 30, а поголем од 20 и може да се претстави како производ на три еднакви прости множители. Колку години има Сашо?
3. Едно семејство има непарен број деца, прост број домашни миленичиња, парен број автомобили и сложен број спални соби. Збирот на сите овие броеви е 10. Кои се тие броеви?
- 4.

● Обиди се да запишеш парни броеви поголеми од 2 како збир на два прости броја.

■ Пример:

$$8 = 3 + 5, \quad 12 = 5 + 7, \quad 48 = 37 + 11.$$

● Напиши го како збир од прости броеви бројот: 14; 52.

Испражи сам!



- Во еден хотел имало 100 светилки. На една табла имало прекинувачи за секоја светилка и тие биле означени со броеви од 1 до 100. Ако прекинувачот се притисне еднаш, светилката се пали, а ако се притисне по втор пат таа се гаси. Сите светилки биле изгаснати. Домарот првиот ден ги притиснал сите прекинувачи, т.е. сите светилки ги запалил. За да заштеди електрична енергија, тој вториот ден го притиснал секој втор прекинувач, третиот ден секој трет и на тој начин стотиот ден го притиснал само стотиот прекинувач. Кои светилки, т.е. светилките со кои означени броеви ќе светат по стотиот ден?

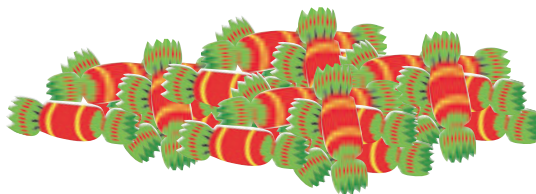


Можам сам да истражам и да го решам проблемот. Ќе размислам прво за 10 светилки, потоа за 20, потоа за 30 и така ќе заклучам за 100 светилки.

## ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ. НАЈГОЛЕМ ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ

*Појсееји се!*

- Одреди ги сите делители на бројот 18.
- Множеството делители запиши го табеларно и означи го со  $D_{18}$ .
- Одреди ги сите делители на бројот 24.
- Множеството делители запиши го табеларно и означи го со  $D_{24}$ .
- Одреди ги заедничките делители на броевите 18 и 24, т.е. одреди  $D_{18} \cap D_{24}$ .



1

Мимоза купила бонбони за 28 денари, а Иван купил од истите бонбони за 42 денари.

- Која би можела да биде цената на една бонбона?
- Која би можела да биде највисоката цена на една бонбона?

*Воочи ја постојатката  
и заклучи!*

|                                             |                                          |
|---------------------------------------------|------------------------------------------|
| ☞ Сите делители на бројот 28.               | $D_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$        |
| ☞ Сите делители на бројот 42.               | $D_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$ |
| ☞ Заедничките делители за броевите 28 и 42. | $D_{28} \cap D_{42} = \{1, 2, 7, 14\}$   |

*Воочувам дека:* Ако  $D_{28}$  е множество делители на бројот 28, а  $D_{24}$ , множество делители на бројот 24, тогаш  $D_{28} \cap D_{24}$  е множеството на заедничките делители на броевите 28 и 24.



*Воочи дека:*

- ☞ Цената на една бонбона би можела да биде: 1, или 2, или 7 или 14 денари.
- ☞ Највисоката цена би можела да биде 14 денари.
- ☞ Бројот 14 е најголем заеднички делител за броевите 28 и 42.

*Зайомни!*

Најголемиот од сите заеднички делители на броевите  $m$  и  $n$  се вика **најголем заеднички делител** на броевите  $m$  и  $n$ . Се означува:  $\text{НЗД}(m, n)$ .

- 2 Одреди го множеството заеднички делители на броевите 30 и 45. Одреди  $\text{НЗД}(30, 45)$ .

- 3 Одреди го најголемиот заеднички делител на броевите: а) 24 и 30; б) 9 и 14.

Воочи!

- Заеднички делител за броевите 9 и 14 е бројот 1, а тој е и нивниот најголем заеднички делител, т.е. НЗД (9, 14) = 1.



61

Зайомни!

- Ако НЗД ( $a, b$ ) = 1, тогаш за броевите  $a$  и  $b$  велиме дека се **заемно прости броеви**.



- 4 Одреди НЗД(168, 180).

- ☞ Воочи ја постапката и работи според барањата.
- ☞ Разложи ги броевите 168 и 180 на прости множители.
- ☞ Претстави ги броевите 168 и 180 како производ од прости броеви.

|     |   |     |   |
|-----|---|-----|---|
| 168 | 2 | 180 | 2 |
| 84  | 2 | 90  | 2 |
| 42  | 2 | 45  | 3 |
| 21  | 3 | 15  | 3 |
| 7   | 7 | 5   | 5 |
| 1   |   | 1   |   |

$$168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

Воочи!

- Производот од заедничките прости делители на броевите 168 и 180 е нивниот најголем заеднички делител, т.е. НЗД(168, 180) =  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ .

- 5 Одреди НЗД(120, 150) и НЗД(42, 63, 84).

- Воочи ја скратената постапка за одредување НЗД.
- ☞ Одреди го најмалиот прост број што е делител на двата броја.
- ☞ Одреди го најмалиот прост број што е делител на двата добиени количници.
- ☞ Постапката ја продолжуваш сè додека добиените количници станат заемно прости броеви.
- ☞ Производот на заедничките прости делители е најголемиот заеднички делител, т.е.

|          |   |
|----------|---|
| 120, 150 | 2 |
| 60, 75   | 3 |
| 20, 25   | 5 |
| 4, 5     |   |

|            |   |
|------------|---|
| 42, 63, 84 | 3 |
| 14, 21, 28 | 7 |
| 2, 3, 4    |   |

$$\text{НЗД}(120, 150) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \text{ и } \text{НЗД}(42, 63, 84) = 3 \cdot 7 = 21.$$

- 6 Одреди а) НЗД(72, 90); б) НЗД (150, 180, 240)



- ◆ Да одредиш заеднички делител на два броја;
- ◆ кои броеви се замно прости броеви;
- ◆ да одредиш најголем заеднички делител на два или повеќе броеви, по скратена постапка.
- ▲ Разложи ги броевите 36 и 60 на прости множители, а потоа одреди го нивниот НЗД.
- ▲ Дадени се две жици од 8 m и 12 m. Која е најголемата должина со која можат двете жици да се поделат на еднакви делови?

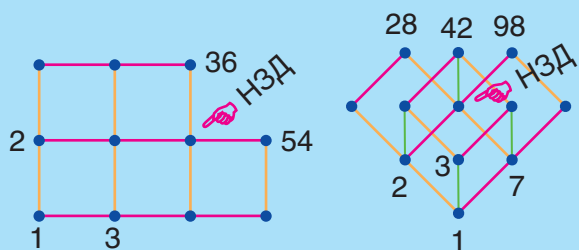
## Задачи

1. Одреди го множеството заеднички делители на броевите: 30 и 36.
2. Одреди:
  - а) НЗД(12, 18);    в) НЗД(60, 90, 120);
  - б) НЗД(48, 72);    г) НЗД(240, 300, 600).
3. Одреди:
  - а) НЗД (16, 25);    б) НЗД(36, 72).
4. Колку најмногу еднакви букети може да се направат од сите 48 бели и сите 72 црвени каранфили, така што во секој букет да има ист број каранфили од иста боја?
5. Дадени се две жици. Едната е долга 96 m, а другата 180 m. Колку метри е најголемата должина со која може да се измерат двете жици?

Обиди се да решиш!



6. Колку најмногу еднакви пакетчиња може да се направат од 48 чоколади, 72 бајадери и 120 бонбони, така што во секое пакетче да има по еднаков број парчиња од ист производ и сите производи да бидат употребени?
7.
  - Користејќи ги дадените мрежи, одреди ги и запиши ги на соодветните точки делителите на броевите: а) 36 и 54;    б) 28, 42 и 98.
  - Според мрежите одреди: НЗД(36, 54) и НЗД(28, 42, 98).



*Појисејте се!*

- Множеството содржатели на бројот 3, запиши го на табеларен начин и означи го со  $S_3$ .
- Множеството содржатели на бројот 4 запиши го табеларно и означи го со  $S_4$ .
- Запиши го множеството заеднички содржатели на броевите 3 и 4, т.е. одреди го  $S_3 \cap S_4$ .



- 1 Двајца другари се сретнале во библиотека. Едниот оди во библиотеката секој четврти ден, а другиот секој шести ден. По колку дена тие повторно ќе се сретнат во библиотеката?

*Воочи ја постојатката и заклучи!*

|                                                       |                                                     |
|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Множеството содржатели на бројот 4.                   | $S_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \dots\}$ |
| Множеството содржатели на бројот 6.                   | $S_6 = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}$    |
| Множеството заеднички содржатели на броевите 28 и 42. | $S_4 \cap S_6 = \{12, 24, 36, \dots\}$              |

*Воочи!*

- Двајцата другари во библиотеката ќе се сретнат по 12 дена, 24 дена, 36 дена итн.
- Прв пат ќе се сретнат по 12 дена.
- Бројот 12 е најмалиот заеднички содржател за броевите 4 и 6.

*Зайомни!*

- Најмалиот природен број  $n$  кој е содржател на природните броеви  $a$  и  $b$  се вика **најмал заеднички содржател** на броевите  $a$  и  $b$ . Се означува:  $\text{НЗС}(a, b) = n$ .

- 2 Одреди го множеството заеднички содржатели на броевите 3 и 5. Одреди  $\text{НЗС}(3, 5)$ .



- 3 Одреди  $\text{НЗС}(12, 45)$ .

- Воочи ја постапката за одредување на НЗС.
- Разложи ги броевите 12 и 45 на прости множители.

|    |   |    |   |
|----|---|----|---|
| 12 | 2 | 45 | 3 |
| 6  | 2 | 15 | 3 |
| 3  | 3 | 5  | 5 |
| 1  |   | 1  |   |



- ✎ Бројот 12 разложен на прости множители е производот  $2^2 \cdot 3$ .
- ✎ Бројот 45 разложен на прости множители е производот  $3^2 \cdot 5$ .
- ✎ Сите прости множители на броевите 12 или 45 се 2, 3 и 5. Тие се јавуваат со најголем степен како:  $2^2$ ,  $3^2$  и 5.
- ✎ Најмалиот заеднички содржател е нивниот производ, т.е.  

$$\text{НЗС}(12, 45) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180.$$

**4** Одреди  $\text{НЗС}(m, n)$ , ако е познато дека:  $m = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$ ;  $n = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$ .

**5** Одреди  $\text{НЗС}(60, 72, 90)$ .

■ Воочи ја скратената постапка за одредување на НЗС со помош на вертикална црта.

✎ Одреди го простиот делител, почнувајќи од најмалиот, на еден или повеќе од дадените броеви.

✎ Постапката продолжи ја со добиените количници и останатите препишани броеви што го немаат соодветниот прост делител.

✎ Производот на добиените прости делители е најмалиот заеднички содржател на дадените броеви, т.е.

$$\text{НЗС}(60, 72, 90) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360.$$

|     |     |    |   |
|-----|-----|----|---|
| 60, | 72, | 90 | 2 |
| 30, | 36, | 45 | 2 |
| 15, | 18, | 45 | 2 |
| 15, | 9,  | 45 | 3 |
| 5,  | 3,  | 15 | 3 |
| 5,  | 1,  | 5  | 5 |
| 1,  | 1,  | 1  |   |

**6** Одреди НЗС на броевите: а) 14 и 15; б) 20 и 40; в) 60, 90 и 120.

*Воочи!*

✎ Ако два броја се заемно прости, тогаш НЗС на тие броеви е нивниот производ, т.е.  
 $\text{НЗС}(14, 15) = 14 \cdot 15 = 210$ ;

✎ Ако од два броја, едниот е содржател на другиот, тогаш НЗС на тие броеви е поголемиот, т.е.  $\text{НЗС}(20, 40) = 40$ .

*Треба да знаеш!*

◆ Да одредиш множество заеднички содржатели на два броја;

◆ да одредиш најмал заеднички содржател на два или повеќе броеви, по скратена постапка.



*Провери се!*

▲ Претстави го секој од броевите 9 и 12 како производ на прости броеви, а потоа одреди го нивниот најмал заеднички содржател.

▲ На училишната забава се доделувале награди на следниот начин:

- значка добивал секој 10–ти посетител;
- сок добивал секој 15–ти посетител.
- капа добивал секој 20–ти посетител.
- Кој е првиот посетител што ги добил сите три награди?

1. Одреди го множеството содржатели на броевите: 10 и 15, а потоа одреди НЗС(10, 15).
2. Одреди:  
а) НЗС(8, 10);    в) НЗС(80, 120);  
б) НЗС(6, 12, 18); г) НЗС(120, 180, 240).
3. Од иста станица истовремено тргнале три автобуси. Првиот се враќа во станицата секои 50 минути, вториот секои 60 минути, а третиот секои 75 минути. По колку најмалку минути ќе се најдат заедно на почетната станица сите три автобуси?
4. Два брода тргнуваат истовремено од исто пристаниште. Првиот се враќа во пристаништето секои 20 дена, а вториот секои 24 дена. По колку најмалку денови бродовите ќе се најдат во истото пристаниште?
5. Милан имал помалку од 30 коцки. Ако ги реди по 3 во еден ред една му останува. Ако ги реди по 4, исто така, една му останува, но ако ги реди по 5 не му останува ни една коцка. Колку коцки имал Милан?
6. Три светилки со различна боја се вклучени во исто време. Црвената светилка се гаси на секои 5 секунди, сината светилка се гаси на секои 4 секунди, а жолтата светилка се гаси на секои 6 секунди. На колку секунди ќе изгаснат сите три светилки?



Испиражи сам!



По што се слични, а по што се различни броевите 12 и 16?

Обиди се да пресметаш!



Најмалиот заеднички содржател на некој број и бројот 12 е бројот 24. Кој е непознатиот број?

Занимлив проблем!



Двајца браќа сакале да купат карти за „Забавен парк“. Се пресметале и на едниот од нив му недостасувале 20 денари за две карти, а на другиот за две карти му недостасувал еден денар. Утврдиле дека и нивните пари вкупно недостасувале за две карти. Колку пари чинела една карта за „Забавниот парк“ и колку денари имал секој од нив?



## 25

## СЛИКОВЕН ДИЈАГРАМ. СТОЛБЕСТ ДИЈАГРАМ

**Сликовен дијаграм** е начин на претставување на податоци со користење на слики или симболи.



- 1** Во една продавница е запишувана продажбата на маици во 6 седмици. Податоците се претставени со сликовен дијаграм. Разгледај го дијаграмот.

- Претстави ги податоците во табела.
- Во која седмица се продадени најголем број маици?
- Колку повеќе маици се продадени во седмица 2 од седмица 1?
- Колку вкупно маици се продадени во шесте седмици?

| Продажба на маици                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Седмица 1                                                                                                        |                                                                                                                                                                            |
| Седмица 2                                                                                                        |      |
| Седмица 3                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Седмица 4                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Седмица 5                                                                                                        |                                                                                         |
| Седмица 6                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Знакот  претставува 10 маици, |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| а  5 маици.                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

- 2** Учениците во VI одделение прибрале податоци за тоа кога луѓето најмногу сакаат да слушаат музика. Податоците се претставени во табелата.

| Кога | Шетање | Дома | Учење | Спортување | На работа | Друго |
|------|--------|------|-------|------------|-----------|-------|
| Број | 30     | 50   | 20    | 25         | 15        | 40    |

- Претстави ги податоците во табела со користење на симболот  (слушалки). Еден симбол  претставува 10 одговори.
- Каде луѓето најчесто слушаат музика?
- Колку вкупно одговориле на поставеното прашање?

- 3** Воочи ја табелата за бројот на позајмени книги од градската библиотека.

- Претстави ги податоците во сликовен дијаграм ако еден симбол  претставува 50 книги.
- Запиши три прашања во врска со податоците и одговори ги.

| Ден        | Бр. книги |
|------------|-----------|
| Понеделник | 350       |
| Вторник    | 400       |
| Среда      | 150       |
| Четврток   | 100       |
| Петок      | 50        |

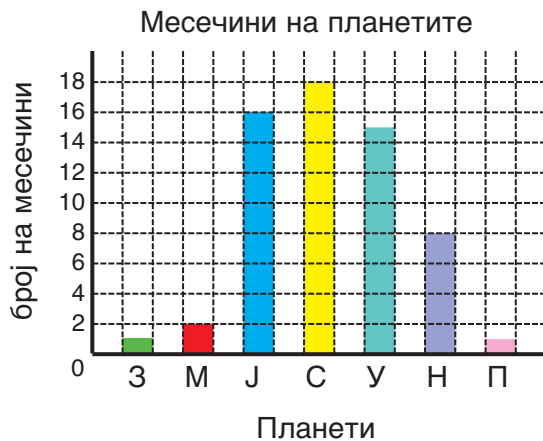
- 4 Околу нашето сонце се вртат 9 планети. Седум од планетите имаат свои сателити (месечини). Во табелава се дадени податоците за бројот на сателитите откриени до 1992 година.

| Планета | Број на месечини |
|---------|------------------|
| Земја   | 1                |
| Марс    | 2                |
| Јупитер | 16               |
| Сатурн  | 18               |
| Уран    | 15               |
| Нептун  | 8                |
| Плутон  | 1                |



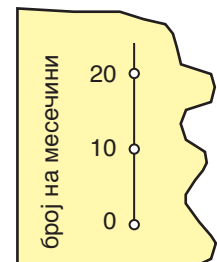
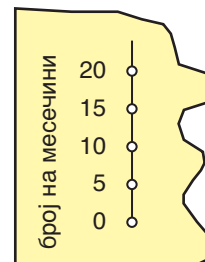
■ За да се претстават податоците на столбест дијаграм потребно е:

- ☞ Да се нацрта хоризонтална оска и да се запишат имињата кои се однесуваат на податоците.
- ☞ Да се нацрта вертикална оска и да се запише видот на единичната мерка.
- ☞ Да се одлучи за големината на единичната мерка на скалата така што да може да се претстават сите податоци и да се формира скалата.
- ☞ Да се нацртаат столбовите.
- ☞ Да се запише наслов на столбестиот дијаграм.



- Зошто е подобро да се претстават податоците на столбест дијаграм отколку во табела?
- Претстави ги податоците на столбест дијаграм така што столбовите да бидат нацртани хоризонтално.

- Воочи го изборот на скалата. Зошто не би било практично да се користи скала со единична мерка 5 или 10 во овој пример?





## УЧЕШЕ ЗА ПРИРОДНИ БРОЕВИ. ПРОВЕРИ ГО СВОЕТО ЗНАЕЊЕ

1. Дадени се множествата  $A = \{x \mid x \text{ е непарен број од втората десетка}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{ е прост број од втората десетка}\}$  и  $C = \{x \mid x \in \mathbf{N} \text{ и } 15 < x \leq 19\}$ .
- Запиши ги  $A$ ,  $B$  и  $C$  на табеларен начин.
  - Претстави ги  $B$  и  $C$  со Венов дијаграм и запиши го  $B \cap C$  табеларно.
  - Одреди кои од множествата  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $B \cap C$  и  $B \setminus C$  се еквивалентни.

2. Дадени се множествата  $A = \{a, b, c\}$  и  $B = \{1, 5\}$ . Одреди го декартовиот производ  $A \times B$  и декартовиот квадрат  $B^2$ .

3. Дадени се цифрите 9, 1 и 0.
- Формирај ги сите трицифрени броеви со користење на сите три дадени цифри.
  - Подреди ги по големина броевите што ги доби, почнувајќи од најмалиот.
  - Запиши ги претходникот и следбеникот на најмалиот број од формираните броеви.

4. Запиши го бројот „дваесет милијарди триста педесет милиони пет илјади и седумдесет“. Во која класа и на која позиција е цифрата 3 во тој број? Која е позиционата вредност на цифрата 3?

5. Заокружи ги броевите 6485 и 2539 на стотки и најди го збирот на заокружените броеви. За колку се разликува тој збир од точниот збир?

6. Како ќе се промени разликата  $35\,648 - 18\,719$  ако намалителот се намали за 300, а намаленикот остане ист?

7. Од две цевки тече вода во базен, при што во една секунда низ едната цевка се влеваат 9 l, а низ другата 6 l. Колку литри вода ќе се влеат во базенот низ двете цевки за 15 min?

8. Ана и Бојан делеле еден ист број: Ана со 14, а Бојан со 18. Ана добила количник 23 и остаток 2. Кој количник го добил Бојан?

9. Еден коњ и едно магаре носат товар.

- Ако од бројот на килограми што го носи магарето одземеш 9 kg, ќе добиеш 19 kg.
- Ако три пати го намалиш бројот на килограми што го носи коњот, ќе добиеш 13 kg.
- Колку килограми товар носат коњот и магарето заедно?



10. Најди ја аритметичката средина на броевите: 427, 586, 386 и 485.

11. Кои од броевите 105, 372, 801, 930 и 254 се деливи со:
- 2;
  - 5;
  - 3;
  - 9?

12. Која цифра треба да запишеш на местото означено со \* за бројот да биде делив со 4: а)  $573^*$ ; б)  $74^*2$ ?

13. Разложи го бројот 315 на прости множители.

14. Одреди го множеството  $D_{68}$ , т.е. множеството од сите делители на бројот 68.

15. Одреди НЗД и НЗС за броевите 18 и 24.

16. Колку најмногу екипи со еднаков број ученици може да се состават од сите 12 девојчиња и сите 20 момчиња, така што секоја екипа да има ист број девојчиња и ист број момчиња?

17. На една телефонска линија столбовите биле поставени на растојание од 30 m. Столбовите треба да се разместат на растојание од 50 m. Кои столбови од телефонската линија ќе останат на исто место?

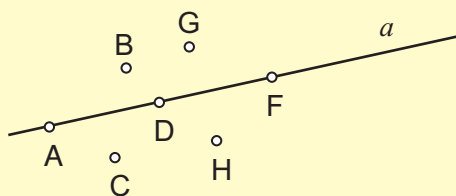
|                                                                           |     |                                                                      |     |
|---------------------------------------------------------------------------|-----|----------------------------------------------------------------------|-----|
| 1. Точка и права. Основни својства на правата                             | 70  | 14. Централен агол. Конструкција на агол                             | 105 |
| 2. Заемна положба на две прави                                            | 73  | 15. Графичко собирање и одземање на агли                             | 108 |
| 3. Растојание меѓу две точки                                              | 75  | 16. Мерење на агли. Агломер                                          | 110 |
| 4. Полуправа. Отсечка. Должина на отсечка                                 | 77  | 17. Аритметички операции со агли                                     | 113 |
| 5. Пренесување на отсечки                                                 | 80  | 18. Заемно нормални прави. Растојание од точка до права              | 116 |
| 6. Искршена линија                                                        | 83  | 19. Симетрала на отсечка. Симетрала на агол                          | 118 |
| 7. Основни и изведени поими                                               | 87  | 20. Комплементни и суплементни агли                                  | 120 |
| 8. Кружница и круг                                                        | 89  | 21. Многуаголник                                                     | 122 |
| 9. Заемна положба на кружница и точка. Заемна положба на кружница и права | 92  | 22. Некои видови многуаголници                                       | 125 |
| 10. Заемна положба на две кружници                                        | 94  | 23. Периметар на многуаголник                                        | 127 |
| 11. Полурамнина. Агол                                                     | 97  | 24. Учеше за геометриски фигури во рамнина. Провери го своето знаење | 130 |
| 12. Споредување агли. Видови агли                                         | 100 |                                                                      |     |
| 13. Соседни, напоредни и накрсни агли                                     | 103 |                                                                      |     |



# ТОЧКА И ПРАВА.

## ОСНОВНИ СВОЈСТВА НА ПРАВАТА

Појсијте се!

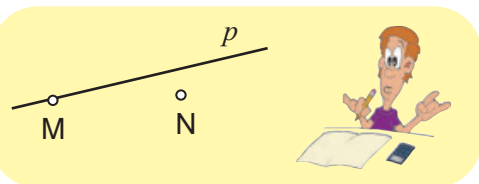


- На цртежот е претставена права  $a$  и неколку точки:  
Точките:  $A$ ,  $D$  и  $F$  ѝ припаѓаат на правата  $a$ .  
Точките:  $B$ ,  $C$ ,  $H$  и  $G$  не ѝ припаѓаат на правата  $a$ .  
На правата  $a$  има и многу други точки.
- Нацртај права  $b$  и на неа означи неколку точки. Означи и точки што не ѝ припаѓаат на правата  $b$ .
- Како си ја замислуваш правата?



1

Разгледај го цртежот и запомни го исказаното.



- Можеме да речеме дека **правата** е **множество точки**.
- За точката  $M$  велиме дека **ѝ припаѓа** на правата  $p$  или дека правата  $p$  **минува низ** точката  $M$ ; кратко запишуваме  $M \in p$ .

- Точката  $N$ , пак, **не ѝ припаѓа**, т.е. **не лежи** на правата  $p$ , а може да се каже и дека  $N$  лежи надвор од правата  $p$ ; кратко запишуваме  $N \notin p$ .

Да зајомнам! Точката лежи на правата или точката не лежи на правата.



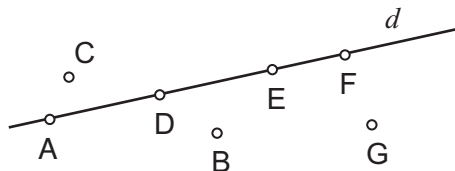
- 2 Нацртај една права и означи ја со  $m$ . Потоа означи ги точките  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $M$  и  $N$  така што:  $A \in m$ ,  $B \notin m$ ,  $C \notin m$ ,  $M \in m$  и  $N \in m$ .



- Искажи ги со зборови кратките записи  $A \in m$  и  $B \notin m$ .

- 3 На цртежот се означени правата  $d$  и точките:  $A \in d$ ,  $B \notin d$ ,  $C \notin d$ ,  $D \in d$ ,  $E \in d$ ,  $F \in d$  и  $G \notin d$ .

- Можеш ли да означиш и други точки што ѝ припаѓаат на правата  $d$ ? Колку?
- Можеш ли да означиш и други точки што не ѝ припаѓаат на правата  $d$ ? Колку?

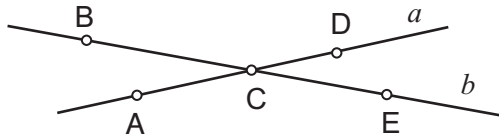


- Ова запомни го како **прво основно својство на правата**.

Воочи!

- На правата лежат **бесконечно многу точки**, но има и точки што не лежат на таа права.

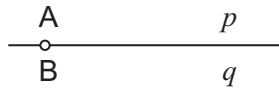
- 4 Воочи кои од означените точки на цртежот лежат на иста права.



- 5 Според цртежот утврди дали се точките колинеарни:

- а) A, P и B;                      г) M, S и B;  
б) M, S и N;                    д) A и B;  
в) A, P и N;                    ё) N, P, S, M.

- 6 Буквите A и B на цртежот означуваат иста точка.

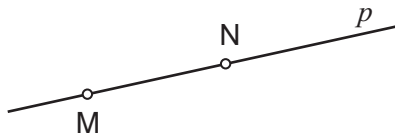


Запишуваме:  $A \equiv B$  и велиме: „Точките A и B се совпаѓаат“.

- Буквите  $p$  и  $q$ , пак, на цртежот означуваат иста права. Запишуваме  $p \equiv q$  и велиме: „Правите  $p$  и  $q$  се совпаѓаат“.



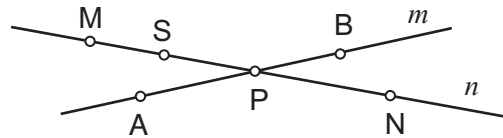
- 7 Низ точките M и N на цртежот минува правата  $p$ . Дали можеш да повлечеш некоја друга права што минува низ точките M и N?



- 8 Означи две точки A и B и повлечи права  $p$  определена со тие две точки. Потоа избири точка C што не лежи на правата  $p$ . Колку прави се определени со тие три точки? Запиши ги тие прави со помош на точки.

Воочи и зајомни!

- За точките што лежат на иста права се вели дека се **колинеарни**. На цртежот точките A, C и D се колинеарни и точките B, C и E се колинеарни.
- Точките A, B и D не лежат на иста права, па тие **не се колинеарни**.



Воочи и зајомни!

- Кога ќе кажеме: „означи две точки“, „дадени се две прави“, ќе подразбираме дека тие две точки, односно тие две прави се **различни**.
- Нив ќе ги означуваме со **различни** букви.

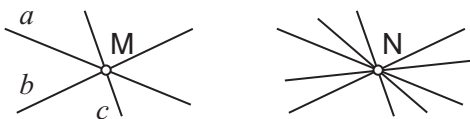
Воочи и зајомни!

- Низ точките M и N минува точно една права.
- Ова запомни го како **второ основно својство на правата**.

Да зајомнам! Од второто основно својство произлегува дека две точки определуваат една единствена права. Затоа права може да се означи и со две нејзини точки и да се каже: „правата MN“, наместо „правата  $p$ “.



- 9 Разгледај ги цртежите, размисли и заклучи според барањето.



Воочуваш дека се повлечени три прави што минуваат низ точката М и пет прави што минуваат низ точката N.

- Можеш ли да повлечеш и други прави така што да минуваат низ точката М? Колку? А низ точката N?

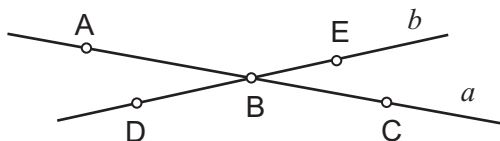
- 10 Означи една точка Р. Нацртај три прави  $a$ ,  $b$  и  $c$ , така што точката Р да биде нивна заедничка точка.

*Треба да знаеш!*

- Да определиш замен однос на точка и права;
- да ги искажуваш и објаснуваш првото и второто основно својство на правата;
- да разликуваш дали три или повеќе точки се колинеарни или се неколинеарни.

*Задачи*

- Нацртај две прави  $a$  и  $b$  и на секоја од нив означи по три точки.
- Означи три точки А, В и С и нацртај три прави  $a$ ,  $b$  и  $c$  така што правата  $a$  да минува низ точките А и В,  $b$  низ точките В и С и  $c$  низ точките А и С. Која е заедничката точка на правите  $a$  и  $c$ ?
- Кои од точките на цртежот се:  
а) колинеарни; б) неколинеарни?



*Воочи и зайомни*



- Низ една точка минуваат бесконечно многу прави.
- За таква точка А, како на цртежот, се вели дека е **заедничка точка** на правите што минуваат низ неа.

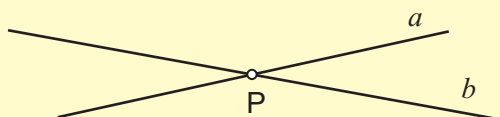


*Провери се!*

- Нацртај права  $a$  и означи точки А, В, М и Р што лежат на правата  $a$  и точки С, D, F и N што не лежат на правата  $a$ .
- Означи три колинеарни точки А, В и С.
- Означи точка М и повлечи прави  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  што минуваат низ точката М. Колку прави можеш да повлечеш што ќе минуваат низ точката М?

- На правата  $p$  се означени точките М, N и Р. Како може на друг начин да се именува правата  $p$ ?
- Точките А, В, С и D се распоредени така што меѓу нив нема три точки што се колинеарни. Колку прави определуваат тие точки? Прикажи го тоа на цртеж.

Пойсејте се!



- Правите  $a$  и  $b$  на цртежот имаат заедничка точка  $P$ .
- Дали може две прави да имаат повеќе од една заедничка точка? Зошто?



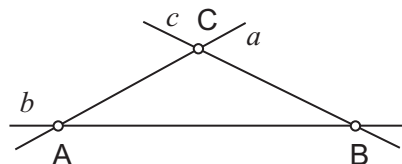
- Две прави може да имаат најмногу една заедничка точка. За правите кои имаат една заедничка точка се вели дека **се сечат** во таа точка. Заедничката точка се вика **пресечна точка** на тие прави. На цртежот правите  $a$  и  $b$  се сечат и нивна пресечна точка е  $P$ . Тоа кратко се запишува  $a \cap b = \{P\}$

1 Запиши кратко:

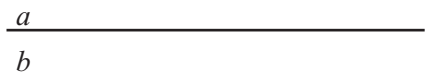
- а) Правите  $a$  и  $b$  се сечат во точката  $M$ .
- б) Пресечната точка на правите  $c$  и  $d$  е точката  $L$ .
- в) Заедничката точка на правите  $m$  и  $n$  е точката  $S$ .

2 Според цртежот одреди што е точно.

- а)  $a \cap b = \{A\}$ .
- в)  $b \cap c = \{B\}$ .
- б)  $a \cap c = \{B\}$ .
- г)  $a \cap c = \{C\}$ .



3 Две прави може и да немаат заедничка точка. Такви се правите  $a$  и  $b$  на цртежот.



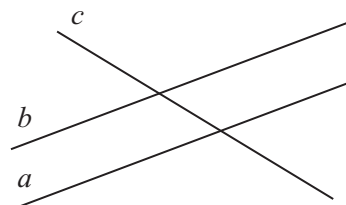
Тоа практично значи: колку и да ги „продолжуваш“, тие не ќе се сечат.

- Две прави кои немаат заедничка точка се викаат **паралелни прави**. Правите  $a$  и  $b$  на цртежот се паралелни.

Тоа кратко се запишува  $a \parallel b$ .

4 Заемната положба на правите  $a$ ,  $b$  и  $c$  на цртежот е следнава:

- $a$  и  $b$  се паралелни, т.е.  $a \parallel b$ .
- $a$  и  $c$  се сечат, т.е.  $a \nparallel c$ .
- $b$  и  $c$  се сечат, т.е.  $b \nparallel c$ .



## Две прави

- или се сечат;
- или се паралелни.

- За правите  $a$  и  $b$  на кои сите точки им се заеднички велиме дека се **совпаѓаат**.

$$\frac{a}{b}$$

- Кога некои прави се совпаѓаат, тоа се смета за специјален случај на паралелност, па затоа може да се каже дека **секоја права е паралелна сама на себе**, т.е.  $a \parallel a$ .

## Треба да знаеш!



## Провери се!

- ◆ За кои две прави се вели дека се сечат;
- ◆ кои две прави се викаат паралелни прави;
- ◆ дека прави што се совпаѓаат се сметаат за паралелни.
- ▲ Нацртај права  $a$  и означи точка  $P \notin a$ . Низ точката  $P$  повлечи права  $b$  што ја сече правата  $a$ .
- ▲ Нацртај три прави  $a$ ,  $b$  и  $c$  така што, пар по пар, да немаат заеднички точки. Запиши ги симболички заемните положби на тие прави.
- ▲ Нацртај три прави  $a$ ,  $b$  и  $c$  така што  $a \parallel b$  и  $b \cap c = \{M\}$ .

## Задачи

1. Нацртај три прави  $a$ ,  $b$  и  $c$  така што да имаат една заедничка точка.
2. Дали трите прави  $AB$ ,  $BC$  и  $BD$  имаат заедничка точка? Која е таа точка? Претстави го тоа на цртеж.
3. Дадени се точките  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Колку прави определуваат тие точки? Разгледај ги сите можни случаи во зависност од положбата на точките.
4. Нацртај права  $a$ , а потоа нацртај права  $b$ , така што  $a \parallel b$ .
5. Нацртај права  $m$ . Потоа нацртај прави  $n$  и  $p$  така што  $n \parallel m$  и  $p \parallel m$ . Во каква заемна положба се правите  $n$  и  $p$ ?

Пойсееи се!

Досега повеќе пати си одредувал растојание од едно место до друго, од еден објект до друг, од една точка до друга. Тоа растојание си го искажувал со одреден број центиметри (cm), метри (m), километри (km) и сл.

A

B

На пример, растојанието меѓу точките A и B е 5 cm, што кратко се запишува  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ , растојанието од Скопје до Велес е 55 km и сл.

Измери го растојанието меѓу точките C и D во милиметри и запиши го кратко.

C

D

1 Во врска со цртежот одреди ги растојанијата  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  и  $\overline{CD}$ .

2 Одреди ги растојанијата  $\overline{MN}$  и  $\overline{NM}$ , а потоа спореди ги. Запиши го тоа симболички.



3 Ако растојанието  $\overline{CD} = 28 \text{ cm}$ , тогаш колкаво е растојанието  $\overline{DC}$  ?



4 На цртежот се дадени неколинеарните точки A, B и C. Измери ги растојанијата  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  и  $\overline{CB}$ .

Спореди ги:

$\overline{AB}$  со  $\overline{AC} + \overline{CB}$ ;

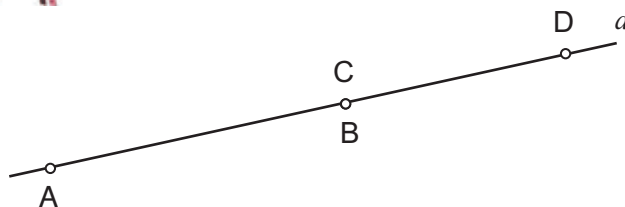
$\overline{BC}$  со  $\overline{BA} + \overline{AC}$ ;

$\overline{AC}$  со  $\overline{AB} + \overline{BC}$ ;

• Што забележуваш?



Разгледај го цртежот и воочи ги тврдeњата.



Растојанието од една точка A до друга точка B е број поголем од нула или еднаков на нула, тој број го означуваме со  $\overline{AB}$ . Значи,  $\overline{AB} \geq 0$ .

Бројот  $\overline{AB}$  е поголем од нула кога точките се различни и е еднаков на нула кога точките се совпаѓаат.

Според цртежот:

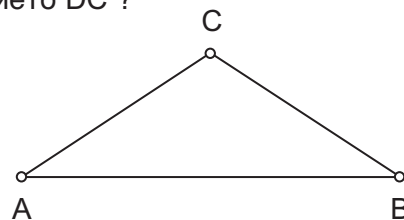
$\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ ;  $\overline{AB} > 0$ ;  $\overline{BD} = 3 \text{ cm}$ ;  $\overline{BD} > 0$ ;

$\overline{BC} = 0 \text{ cm}$ , затоа што точките B и C се совпаѓаат.



Воочи!

За кои било две точки A и B, растојанието од A до B е еднакво на растојанието од B до A, т.е.  $\overline{AB} = \overline{BA}$ .

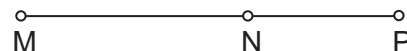


Заклучив дека  $\overline{AB} < \overline{AC} + \overline{CB}$ ;  
 $\overline{BC} < \overline{BA} + \overline{AC}$  и  $\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC}$ .



Точките М, N и Р на цртежот се колинеарни. Измери ги растојанијата  $\overline{MP}$ ,  $\overline{MN}$ ,  $\overline{NP}$  и  $\overline{MP}$  спореди го со  $\overline{MN} + \overline{NP}$ .

● Што заклучи?



Заклучив дека  
 $\overline{MP} = \overline{MN} + \overline{NP}$ .



- За кои било три точки А, В и С растојанието од А до С е помало или е еднакво на збирот од растојанијата од А до В и од В до С, т.е.  $\overline{AC} \leq \overline{AB} + \overline{BC}$ .

■ **Растојание** меѓу две точки А и В е број  $\overline{AB}$  со следниве својства:

1)  $\overline{AB} \geq 0$ ; 2)  $\overline{AB} = \overline{BA}$ ; 3) за која било точка С важи:  $\overline{AC} \leq \overline{AB} + \overline{BC}$ .

■ Ако за три точки М, N и Р важи равенството  $\overline{MP} = \overline{MN} + \overline{NP}$ , тогаш тие три точки лежат на иста права. Во тој случај се вели дека точката N **лежи меѓу** точките М и Р.

6 Одреди дали точките А, В и С лежат на иста права, ако:

- $\overline{AC} = 8$  cm;  $\overline{AB} = 5$  cm;  $\overline{BC} = 4$  cm; ●  $\overline{AC} = 8$  cm;  $\overline{AB} = 25$  mm;  $\overline{BC} = 55$  mm.

*Треба да знаеш!*

- ◆ Растојанието меѓу две точки е број поголем од нула ако точките се различни, а е еднаков на нула ако тие се совпаѓаат;
- ◆ за кои било две точки А и В,  $\overline{AB} = \overline{BA}$ ;
- ◆ за кои било три точки А, В и С,  $\overline{AC} \leq \overline{AB} + \overline{BC}$ .



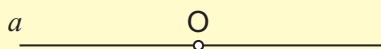
*Провери се!*

- ▲ Дали точките А, В и С лежат на иста права ако  $\overline{AC} = 56$  mm,  $\overline{AB} = 3$  cm и  $\overline{BC} = 26$  mm ? Зошто?
- ▲ Точките М, N и Р не се колинеарни, при што  $\overline{MN} = 3$  cm и  $\overline{NP} = 5$  cm. Може ли  $\overline{MP}$  да биде 95 mm?

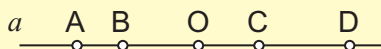
*Задачи*

1. Точките А, В и С се колинеарни при што точката В е меѓу точките А и С. Пресметај го растојанието меѓу точките А и В, ако  $\overline{AC} = 7$  cm и  $\overline{BC} = 42$  mm.
2. Дали се колинеарни точките К, L и М ако  $\overline{KL} = 3$  cm,  $\overline{LM} = 52$  mm и  $\overline{KM} = 82$  mm?
3. Нацртај права  $m$  и на неа означи точки М, N, Р и S, така што N да лежи меѓу М и Р и М да лежи меѓу N и S.
4. Точките А, В и С лежат на иста права, при што  $\overline{AB} = 35$  mm и  $\overline{BC} = 48$  mm. Колку е  $\overline{AC}$ ?
5. На правата  $p$  точката Р лежи меѓу точките М и S,  $\overline{MP}$  е трипати помало од  $\overline{PS}$  и  $\overline{MS} = 12$  cm. Пресметај ги  $\overline{MP}$  и  $\overline{PS}$ .

*Поисејте се!*



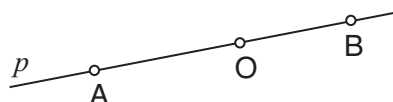
- На цртежот е дадена правата  $a$  и точката  $O$  што лежи на таа права.
- На колку делови правата  $a$  е поделена со точката  $O$ ?



- Кои од означените точки лежат на иста страна од точката  $O$ ?
- Означи две точки на правата  $a$ , меѓу кои лежи точката  $O$ .



*Разгледај го цртежот воочи и зајомни*

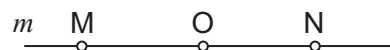


- Правата  $p$  со точката  $O$  е поделена на два дела, така што ниту еден од тие делови не ја содржи точката  $O$ .
- За точката  $O$  се вели дека е **гранична точка** на секој од двата дела.
- Секој од деловите од правата, заедно со граничната точка се вика **полуправа**.
- Граничната точка се вика **почетна точка** на полуправата.

- На цртежот е нацртана полуправа. Ако точката  $O$  е почетна точка, а  $M$  е која било точка од полуправата, тогаш кратко запишуваме: **полуправа**  $OM$ .

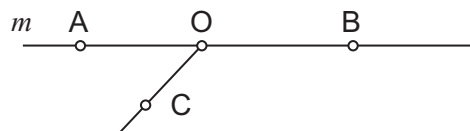


- 1 Нацртај права  $a$  и на неа означи две точки  $A$  и  $B$ . Колку полуправи се означени на тој начин? Запиши ги кратко тие полуправи.
- 2 Со помош на точките  $M$  и  $N$  на цртежот, запиши ги кратко двете полуправи на кои е разделена правата  $m$  со точката  $O$ .



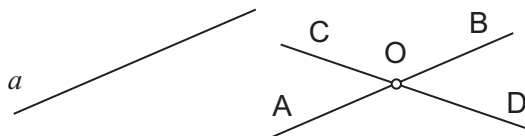
*Воочи!*

- Полуправите  $OM$  и  $ON$  формираат една права. Таквите полуправи се викаат **составни полуправи**.
- 3 Означи две точки  $M$  и  $N$ . Нацртај полуправа така што  $M$  да биде нејзина почетна точка, а  $N$  точка што ѝ припаѓа на полуправата.
  - 4 Колку полуправи со почетна точка  $O$  се означени на цртежот? Кои од нив се составни полуправи?



- Правата и полуправата се множества точки. Секое множество точки уште се вика **геометриска фигура**.

- 5 Именувај ги геометриските фигури на цртежот.



6

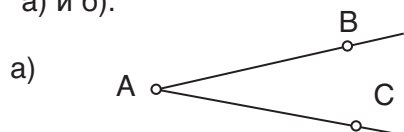


На цртежот се означени правата  $p$  и точките M, N и P.

- Меѓу кои точки лежи точката P?
- Има ли други точки на правата  $p$  што лежат меѓу точките M и N?

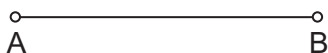
7

Именувај ги отсечките на цртежот под а) и б).



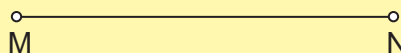
8

Измери го растојанието меѓу точките A и B на цртежот и тоа запиши го симболично.



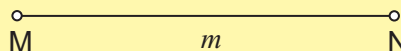
Да зајомнам! Една отсечка може да сезначи и со мала буква. Со истата буква се означува и должината на таа отсечка. На цртежот отсечката MN е означена со буквата  $m$  и  $m = 5$  cm.

Воочи и зајомни!



- Геометриската фигура што ги содржи точките M и N и сите точки што лежат меѓу нив се вика **отсечка**. Точките M и N се викаат **крајни точки** на отсечката MN.
- Точката X на цртежот б) и сите други точки што лежат меѓу M и N се викаат **внатрешни точки** на отсечката MN.

Воочи и зајомни!



- Растојанието меѓу крајните точки M и N на отсечката MN се вика **должина** на таа отсечка и се означува со  $\overline{MN}$ .

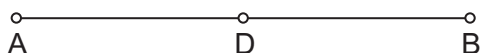
$$\overline{MN} = 5 \text{ cm}$$

Воочи и зајомни!

9

На цртежот е дадена отсечката AB и на неа точката D.

- Измери ги растојанијата меѓу точките A и D и меѓу точките D и B. Што забележуваш?

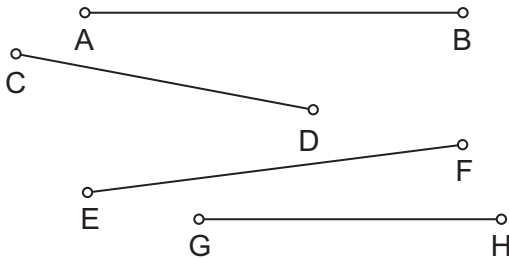


- На цртежот  $\overline{AD} = \overline{DB}$ . Значи точката D е подеднакво оддалечена од крајните точки A и B на отсечката AB. Таквата точка се вика **средна точка** или **среди-на** на таа отсечка.

10

Нацртај отсечка PS и одреди ја нејзината средна точка O.

- 11** ● Измери ги должините на отсечките AB, CD, EF и GH и спореди ги.
- Кои од дадените отсечки имаат еднакви должини?



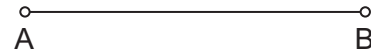
*Воочи и зайомни!*

- Од споредувањето на отсечките, на цртежот, можеме да утврдиме дека:

$$\overline{AB} = \overline{EF} \text{ и } \overline{CD} = \overline{GH}$$

За две отсечки што имаат еднакви должини се вели дека се **еднакви** или **складни отсечки**.

- 12** Нацртај отсечка CD што е еднаква со отсечката AB на цртежот.



*Треба да знаеш!*

- ◆ Да црташ и да означуваш полуправа;
- ◆ што е полуправа;
- ◆ да објасниш што е отсечка;
- ◆ што е должина на отсечка;
- ◆ за кои две отсечки се вели дека се еднакви или складни.

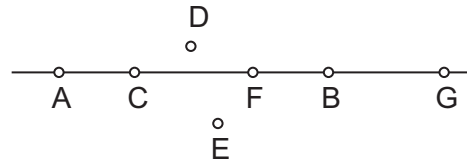
### Задачи

1. Што е полуправа?
2. Означи три неколинеарни точки O, A и B, а потоа нацртај ги полуправите OA и OB. Нацртај полуправа OC, што е составна на полуправата OB.
3. Нацртај права  $p$  и на неа означи две точки M и N. На правата  $p$  означи точки P и S што припаѓаат на отсечката MN и точки K и L што не ѝ припаѓаат на таа отсечка.
4. Што е должина на отсечката AB?
5. Кои две отсечки се складни отсечки?
6. Означи три неколинеарни точки A, B и C. Колку отсечки одредуваат тие точки? Именувај ги тие отсечки.
7. Означи три колинеарни точки E, F и G. Колку отсечки одредуваат тие точки? Именувај ги.
8. Отсечките AB и CD се складни. Колкава е должината на отсечката CD, ако  $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ ?



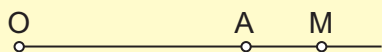
*Провери се!*

- ▲ Кои од означените точки на цртежот ѝ припаѓаат на отсечката AB?



- ▲ Нацртај една отсечка AB, а потоа нацртај отсечка CD што е еднаква со отсечката AB.

*Појтсејти се!*



- На цртежот е дадена полуправата OM и е означена точката A.
- Измери го растојанието меѓу точките O и A.
- Дали на полуправата OM можеш да одредиш и друга точка што е оддалечена од точката O исто колку и точката A?



1

Постапи според барањето и проучи го искажаното.

- Нацртај полуправа OM и на неа одреди две точки A и B, такви што  $\overline{OA} = 1 \text{ cm}$  и  $\overline{OB} = 3 \text{ cm}$ .

- Дали има друга точка  $A_1$ , освен A, таква што  $\overline{OA_1} = 1 \text{ cm}$ ?

- Ако  $n$  е број поголем од нула, тогаш на полуправата OM лежи само една точка A што е на растојание  $n$  од точката O, т.е.  $\overline{OA} = n$ .

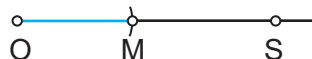
- Воочи го ова како едно својство на точките од полуправата.

- Тоа својство на точките од полуправата може да се искористи за цртање еднакви отсечки само со помош на линијар и шестар.
- Цртеж направен само со помош на линијар и шестар се вика **конструкција**.

- 2** Конструирај отсечка што е еднаква на отсечката AB.

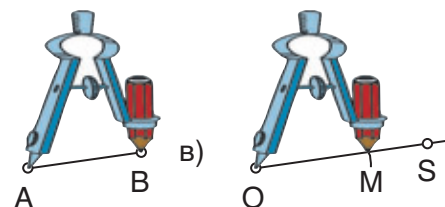
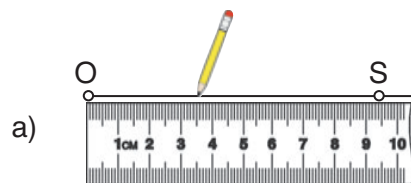


*Решение:*



*Разгледај го даденото решение и работи според упатствата и цртежите.*

- Нацртај полуправа OS (цртеж а).
- Отвори го шестарот, така што неговиот отвор да биде еднаков на должината на отсечката AB, т.е. “земи ја” отсечката AB (цртеж б).
- Забоди го шестарот во почетокот на полуправата OS и со истиот отвор означи точка M (цртеж в).



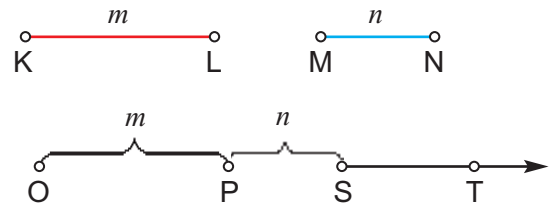
- Отсечките AB и OM се еднакви.

- Оваа постапка уште се вика **графичко пренесување на отсечка** на дадена полуправа.

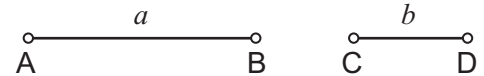
- 3 Нацртај отсечка MN и полуправа OP. Пренеси ја отсечката MN на полуправата OP.

- 4 Отсечките  $m$  (т.е. KL) и  $n$  (т.е. MN) се пренесени на полуправата OT (на цртежот десно) така што  $\overline{OP} = \overline{KL}$  и  $\overline{PS} = \overline{MN}$ .

Колкава е должината на отсечката OS?



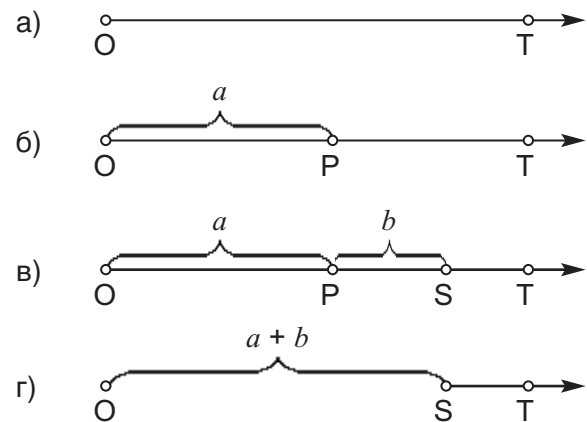
- 5 Одреди го, на графички начин, збирот на отсечките  $a$  и  $b$  од цртежот.



*Работи си според укажувањата  
и следи ги цртежите*

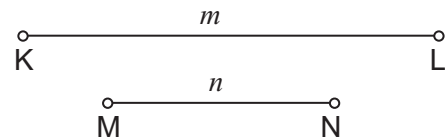
- Нацртај полуправа OT (црт. а).
- Пренеси ја отсечката  $a$  на полуправата OT (црт. б).
- Пренеси ја отсечката  $b$  на полуправата OT, со почетна точка P и крајна точка S (црт. в).

Отсечката OS претставува графички **збир на отсечките**  $a$  и  $b$ , којшто се означува со  $a + b$  (црт. г).

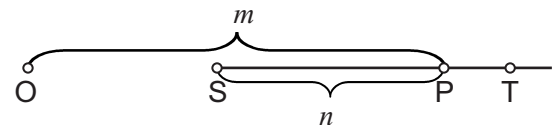


- 6 На цртежот се дадени отсечките KL и MN и полуправата OT. Отсечките KL и MN се пренесени на полуправата OT.

На тој начин на полуправата OT е добиена отсечка OS. Колкава е должината на отсечката OS?



- 7 Одреди ја на графички начин разликата на отсечките  $m = \overline{KL}$  и  $n = \overline{MN}$ .



*Работи си според укажувањата*

- Нацртај полуправа OT.
- На полуправата OT пренеси ја отсечката  $\overline{KL} = m$  така што  $\overline{OP} = m$ .
- Отсечката  $\overline{MN} = n$  пренеси ја на полуправата OT со почеток во точката P, кон точката O. Така ќе ја добиеш отсечката  $\overline{PS}$ , при што  $\overline{PS} = n$ .

Отсечката OS е **разлика на отсечките** KL и MN, т.е.  $\overline{OS} = m - n$ .

Нацртај отсечки  $a = 62 \text{ mm}$  и  $b = 3 \text{ cm}$ , а потоа конструирај ги отсечките  $a + b$  и  $a - b$ .

*Треба да знаеш!*

- ◆ За секој број  $n$  поголем од нула, на полуправата  $OS$  лежи само една точка  $A$  што е на растојание  $n$  од точката  $O$ , т.е.  $\overline{OA} = n$ ;
- ◆ како се пренесува отсечка врз полуправа;
- ◆ како графички се одредува збир, односно разлика на две отсечки.

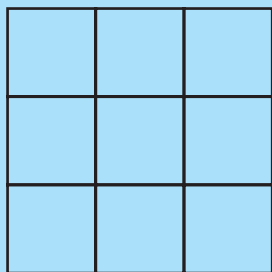
### Задачи

1. Нацртај полуправа  $OS$  и на неа означи ги точките  $A$  и  $B$ , така што  $\overline{OA} = 4 \text{ cm}$  и  $\overline{AB} = 2 \text{ cm}$ .
2. За кој цртеж велиме дека е конструкција?
3. Конструирај ги отсечките:  $\overline{OM} = 2a$  и  $\overline{ON} = 3a$ , ако  $a = 3 \text{ cm}$ .
4. Конструирај ги отсечките:  $2a + b$  и  $a + 2b$ , ако  $a = 25 \text{ mm}$  и  $b = 22 \text{ mm}$ .
5. Конструирај ги отсечките:  $a - b$  и  $a - 2b$ , ако  $a = 72 \text{ mm}$  и  $b = 2 \text{ cm}$ .
6. Конструирај ја отсечката:  $a + b - c$ , ако  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$  и  $c = 4 \text{ cm}$ .

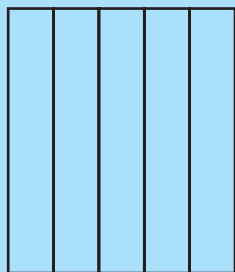
*Провери ја својата способност на воочување.  
Провери со броене.*



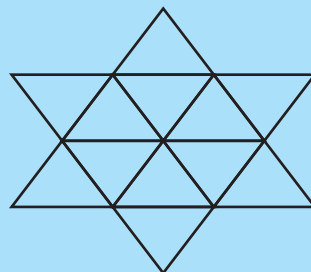
1. Колку квадрати има во фигурата на цртежот а)?
2. Колку правоаголници има во фигурата на цртежот б)?
3. Колку рамнострани триаголници има во фигурата на цртежот в)?



а)



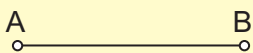
б)



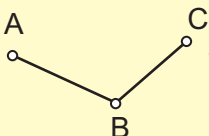
в)



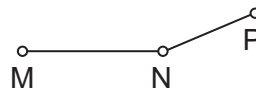
*Појсетејте се!*



- Точките А и В се крајни точки на отсечката АВ.
- Што имаат заедничко отсечките АВ и ВС на цртежот?
- Од цртежот воочуваш дека отсечките АВ и ВС не лежат на иста права.



За две отсечки што имаат заедничка само крајна точка се вели дека се **соседни отсечки**.

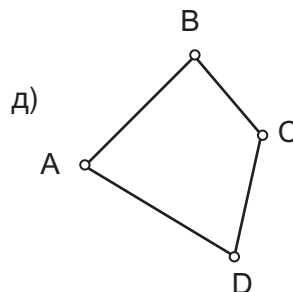
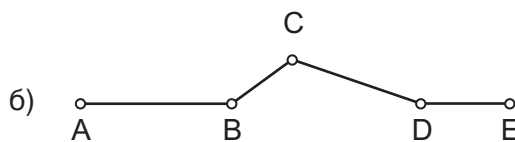
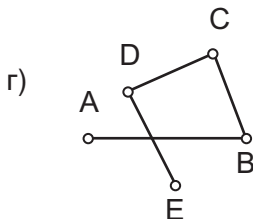
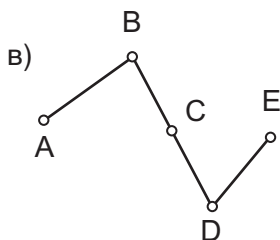


Отсечките MN и NP на цртежот се соседни отсечки.

Одговори на барањата.

- На цртежите а) – д) се дадени отсечките АВ, ВС, CD и DE, коишто се надоврзуваат една на друга на разни начини.

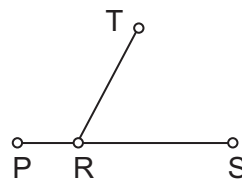
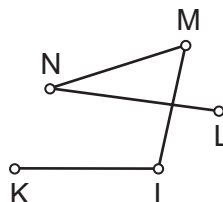
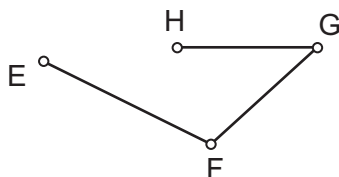
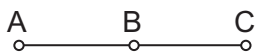
- На кои од цртежите две соседни отсечки лежат на иста права?
- На кои од цртежите нема соседни отсечки што лежат на иста права?



*Зайомни!*

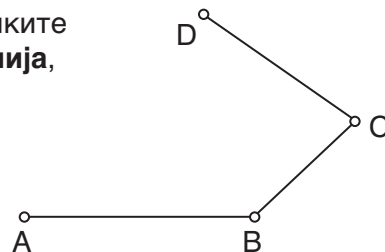
- Ако при надоврзувањето на отсечките, кои било две соседни отсечки не лежат на иста права, тогаш добиената геометричка фигура се вика **искршена линија**.
- Геометриските фигури б), г) и д) се искршени линии, а а) и в) не се. Зошто?

1 Кои од фигурите на цртежот се искршени линии?



■ На цртежот е дадена една искршена линија. Отсечките AB, BC и CD се викаат **страни на искршената линија**, а нивните крајни точки – **темиња**.

● Со која отсечка е соседна отсечката AB, а со која е соседна отсечката BC?

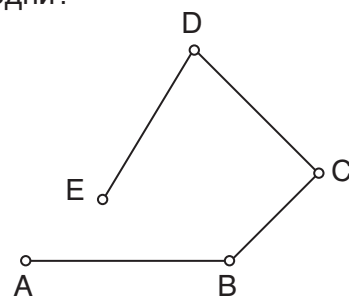


■ Соседните отсечки на искршената линија се викаат **соседни страни**. На пример, соседни страни на искршената линија на цртежот се AB и BC, како и BC и CD.

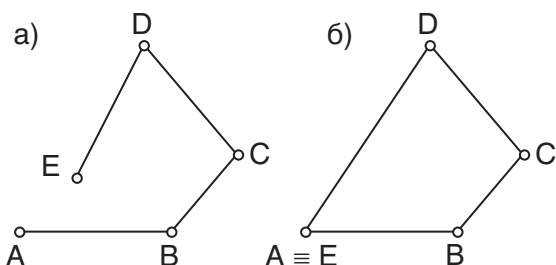
● Кои од страните на искршената линија на цртежот не и се соседни?

2 На цртежот е дадена една искршена линија.

- Кои се соседни страни на страната BC?
- Кои страни не се соседни на страната CD?



*Разгледај го цртежот и  
проследи го исказувањето*

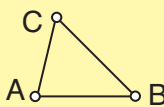


*Воочи и зайомни!*

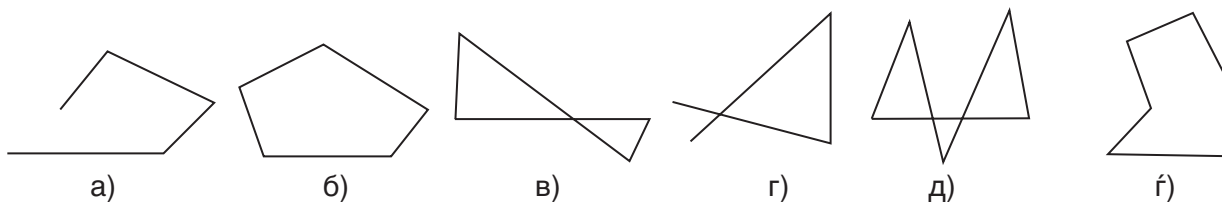
■ За една искршена линија кај која крајните точки се совпаѓаат се вели дека е **затворена**.

- Од цртежот а) можеш да воочиш дека крајните точки A и E на искршената линија ABCDE не се совпаѓаат.
- Крајните точки A и E на искршената линија б) се совпаѓаат во точката A.

Страните на триаголникот формираат затворена искршена линија.



- 3
- Која од искршените линии на цртежот нема несоседни страни што се сечат?
  - Која од искршените линии е затворена и нема несоседни страни што се сечат?

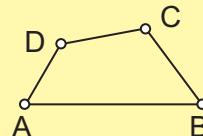


- Искршените линии а), б) и г) немаат несоседни страни што се сечат. Таква линија се вика **проста искршена линија**.
- Искршените линии б) и г) се затворени и немаат несоседни страни што се сечат.

Зайомни!

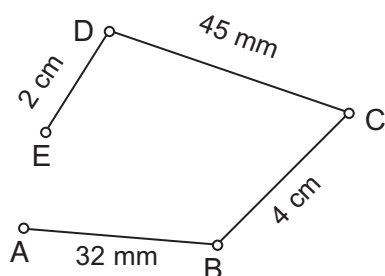
- Затворена проста искршена линија се вика **полигонална линија**.

Страните на четириаголникот ABCD формираат полигонална линија.



**В**

- 4** Пресметај го збирот од должините на страните на искршената линија на цртежот.



Воочи и зайомни!

- Збирот од должините на страните на искршената линија се вика **периметар** на искршената линија и се означува со  $L$ .

- Периметарот на искршената линија од цртежот е:

$$L = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE}$$

$$L = 32 + 40 + 45 + 20, \text{ т.е.}$$

$$L = 137 \text{ mm.}$$

- 5** Пресметај го периметарот на искршената линија KLMNP, ако  $\overline{KL} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{LM} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{MN} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{NP} = 7 \text{ cm}$  и  $\overline{PK} = 6 \text{ cm}$ .

Треба да знаеш!

- Да објасниш што е затворена искршена линија;
- што е затворена проста искршена линија, т.е. полигонална линија;
- што е периметар на искршена линија.



Провери се!

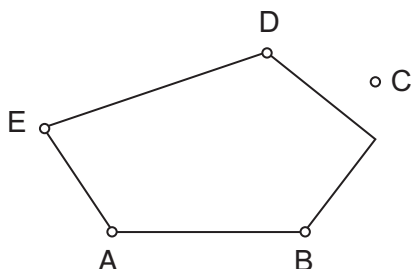
- Нацртај затворена искршена линија ABCDE.

Пресметај го периметарот на затворената искршена линија ABCDE, ако  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{DE} = 4 \text{ cm}$  и  $\overline{EA} = 7 \text{ cm}$ .

1. Означи четири точки A, B, C и D, така што да нема три точки што лежат на иста права.

● Нацртај проста затворена искршена линија со темиња во точките A, B, C и D.

2. Колку темиња и колку страни има искршената линија на цртежот? Именувај ги темињата и страните.

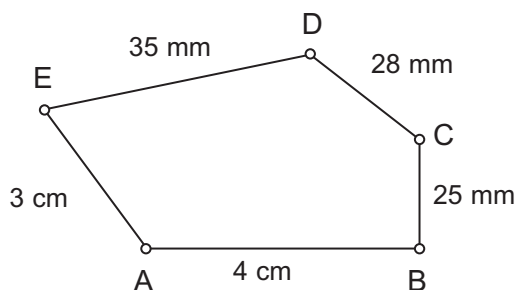


3. Нацртај проста затворена искршена линија со седум темиња.

4. Што е периметар на искршена линија?

5. Дворната ограда ABCD има периметар  $L = 21$  m. Пресметај ја должината на страната AB, ако  $\overline{BC} = 5$  m,  $\overline{CD} = 720$  cm,  $\overline{DA} = 630$  cm.

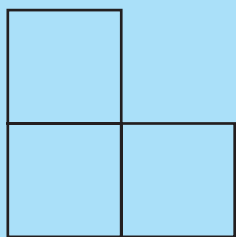
6. Пресметај го периметарот на искршената линија претставена на цртежот.



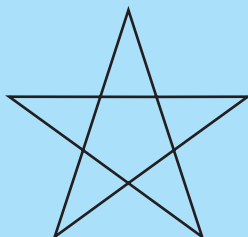
Обиди се!



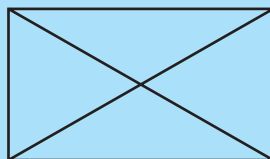
1. Без да го подигнеш врвот на моливот од хартијата, нацртај искршена линија, со која дадената фигура а) ќе ја поделиш на шест правоаголни триаголници.
2. Нацртај фигура (затворена, искршена линија) црт. б) „со еден потег“, без кревање на моливот од хартијата и без повторно минување по веќе нацртана линија. Дали е тоа можно да се направи со фигурата в)?



а)



б)



в)



*Појисејте се!*

- Со изучувањето на математиката, досега учеше за: број, збир на два броја, отсечка, кружница, плоштина на правоаголник и сл.
- Наведи уште неколку работи што си ги изучувал.



*Зайомни!*

- Број, збир на два броја, отсечка, кружница, плоштина на правоаголник, искршена линија се **математички поими**.

**1** Воочи ги и потсети се на следните математички поими што си ги изучувал.

- точка;      ● растојание;      ● полуправа;      ● средина на отсечка;
- права;      ● рамнина;      ● отсечка;      ● искршена линија.

*Појисејте се за некои од овие поими*

- а) Геометриската фигура што ги содржи точките А и В и сите точки што лежат меѓу нив се вика *отсечка*.
- б) Точката на отсечката што е подеднакво оддалечена од нејзините крајни точки се вика *средина* на отсечката.
- в) Геометриската фигура од надоврзани отсечки, такви што кои било две соседни отсечки не лежат на иста права се вика *искршена линија*.

- Што искажуваат речениците а) – в)?
- Со реченицата под а) се определува каква геометриска фигура е отсечката, т.е. се дава одговор на прашањето „Што е отсечка?“  
За реченицата под а) се вели дека е **дефиниција** на поимот отсечка.
- Реченицата под б) е дефиниција на поимот средна точка.
- Реченицата под в) е дефиниција на поимот искршена линија.

**2** Како се дефинира поимот колинеарни точки?

*Воочи!*

- Во дефиницијата на поимот искршена линија се употребени поимите *соседни отсечки* и *права*.
- За дефинирање на поимот средина на отсечка, пак, се употребени поимите *точка* и *права*.



88

- Поимите точка и права не ги дефинираме со други поими. Нив само ги објаснуваме.
- Прифатено е некои поими да се земат за **почетни** и тие се нарекуваат **основни поими**.
- Основните поими не се дефинираат.

### Зайомни!

- За основни поими во геометријата се земаат поимите: **точка, права, рамнина и растојание**.
  - За сите други поими се дава дефиниција и тие се викаат **изведени поими**.
- Така на пример, од геометриските поими што си ги изучувал изведени поими се: отсечка, средна точка, искршена линија, проста искршена линија, периметар на искршена линија и др.

### 3 Искажи ја дефиницијата за полуправа.

- Кои основни поими се употребени при дефинирањето на поимот полуправа?

### Треба да знаеш!

- ◆ Точка, права и рамнина се основни поими во геометријата;
  - за основните поими не се дава дефиниција;
- ◆ изведените поими се дефинираат;
  - полуправа, отсечка, средина на отсечка, искршена линија се изведени поими.



### Провери се!

- ▲ Кои основни и кои изведени поими се употребуваат при дефинирањето на поимот затворена искршена линија?

### Задачи

1. Наброј ги основните поими во геометријата.
2. Кои од наведените поими се изведени поими: точка, права, отсечка, полуправа, геометриска фигура, растојание?
3. Искажи ја дефиницијата за:
  - а) должина на отсечка;
  - б) периметар на искршена линија.
4. Кои поими се употребени при дефинирање на поимот геометриска фигура?

*Појси се!*

- Повеќе пати досега си цртал кружница со помош на шестар.
- За да нацрташ кружница потребно е да знаеш каде да ја забодеш иглата и колку да го „отвориш“ шестарот.

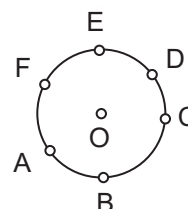


**Воочив!** Кружницата е множество точки и сите тие точки се на еднакво растојание од точката  $O$ .



- 1** На цртежот е дадена кружница  $k$  и на неа се означени точките  $A, B, C, D, E$  и  $F$ . Разгледај го цртежот и постапи според барањата.

- Уште колку точки можеш да означиш на кружницата?
- На какво растојание се точките на кружницата од точката  $O$ ?

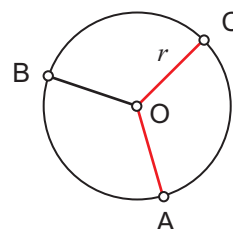


- Множеството од сите точки во рамнината што се на еднакво растојание од една избрана точка во таа рамнина се вика **кружница**.
- Избраната точка се вика **центар** на кружницата и најчесто се означува со  $O$ .

- 2** Нацртај кружница со центар  $O$  и отвор на шестарот 25mm. На кружницата означи точки  $A, B$  и  $C$  и секоја од нив поврзи ја со центарот  $O$ .

Разгледај го цртежот и одговори на прашањата:

- Каде лежат крајните точки на отсечките  $OA, OB$ , и  $OC$ ?
- Какви се тие отсечки меѓу себе по должина?



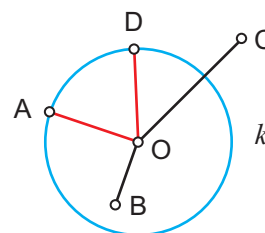
- Отсечките  $OA, OB$  и  $OC$  го сврзуваат центарот на кружницата со точки од кружницата и се еднакви меѓу себе.

- Секоја отсечка што го сврзува центарот со која било точка од кружницата се вика **радиус** на кружницата; и нејзината должина се вока **радиус** на кружницата.

- Радиусот најчесто се означува со буквата  $r$  од латиницата.

- 3** На цртежот е дадена кружницата  $k$  и отсечките  $OA, OB, OC$  и  $OD$ .

- Која од дадените отсечки е радиус на кружницата?
- Зошто отсечката  $OC$  не е радиус на кружницата?



Нацртај кружница со центар  $O$  и радиус  $r = 2 \text{ cm}$ .

- Колку кружници можеш да нацрташ со центар во точката  $O$  и радиус  $2 \text{ cm}$ ?

- Со дадена точка како центар и даден радиус може да се нацрта само една кружница.
- Една кружница е напълно определена ако се дадени центарот и радиусот на кружницата.

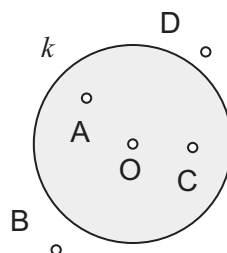
- Кружницата  $k$  со центар  $O$  и радиус  $r$  се означува со  $k(O; r)$ .

5 Нацртај кружница  $k(O; 2 \text{ cm})$ .



6

На цртежот е дадена кружница  $k(O; r)$  и точките  $A, B, C$  и  $D$ .



Разгледај го цртежот и одговори на прашањата.

- На колку делови е поделена рамнината со кружницата  $k$ ?
- Можеме да кажеме дека точките  $B$  и  $D$  „се надвор“ од кружницата  $k$ . На кој дел од рамнината му припаѓаат точките  $A$  и  $C$ ?

- Кружницата  $k$  ја дели рамнината на два дела (области) – внатрешен (**внатрешна област**) и надворешен (**надворешна област**).

- Геометриската фигура составена од една кружница и од нејзината внатрешна област се вика **круг**.

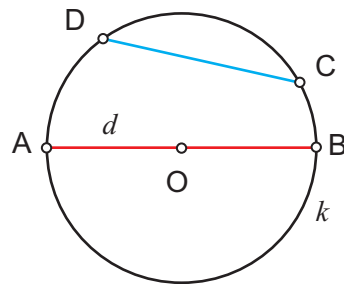
- Центарот и радиусот на кружницата  $k$  се викаат **центар** и **радиус** на кругот. Кругот со центар  $O$  и радиус  $r$  го означуваме со  $K(O; r)$ .

7 Нацртај круг  $K(O; 22 \text{ mm})$ .



8

На цртежот е дадена кружницата  $k$  и на неа се означени точките  $A, B, C$  и  $D$  и се повлечени отсечките  $AB$  и  $CD$ .



- Разгледај го цртежот и одговори на поставените прашања.
- Каде лежат крајните точки на отсечките  $AB$  и  $CD$ ?
- Која од дадените отсечки минува низ центарот  $O$ ?
- На колку радиуси е еднаква отсечката  $AB$ ?

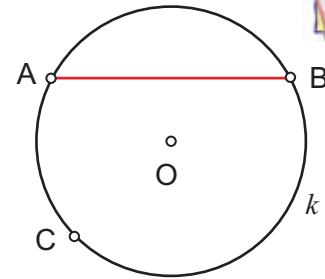
*Воочи и зайомни!*

- Отсечка чиито крајни точки ѝ припаѓаат на кружницата се вика **тетива** на кружницата. Отсечката  $AB$  е тетива што минува низ центарот.
- Тетива што минува низ центарот се вика **дијаметар** на кружницата. Дијаметарот на кружницата најчесто се означува со  $d$  и  $d = 2r$ .

- 9 Нацртај кружница  $k$  ( $O$ ; 25 cm). Пресметај го дијаметарот на кружницата.

- 10 Нацртај кружница  $k$  ( $O$ ;  $r$ ) и на неа означи две точки  $A$  и  $B$ .

- На колку делови е поделена кружницата со точките  $A$  и  $B$ ?



*Зайомни!*

- Со точките  $A$  и  $B$  кружницата е поделена на два дела. Секој од тие делови заедно со точките  $A$  и  $B$  се вика **кружен лак** и се означува со  $\widehat{AB}$ , ако тоа е помалиот.
- Поголемиот, пак, се означува со три букви, т.е.  $\widehat{ACB}$ .
- Нека тетивата на кружницата претставува дијаметар. Секој од добиените кружни лацци се вика **полукружница**.

- 11 Нацртај кружница  $k$  ( $O$ ;  $r$ ), тетива  $AB$  и дијаметар  $CD$ .

- Кои од точките  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  определуваат полукружница?

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да објасниш што е кружница;
- ◆ што е кружен лак и како се означува;
- ◆ што е центар, а што радиус на кружница;
- ◆ со што е зададена една кружница;
- ◆ да објасниш што е тетива на кружница и која тетива се вика дијаметар;
- ◆ која геометриска фигура се вика круг.

*Задачи*

1. Нацртај кружница  $k$  ( $O$ ; 2 cm). Дали центарот  $O$  е точка од кружницата?
2. Што е радиус на кружница?
3. Нацртај кружница  $k$  со дијаметар  $d = 4$  cm и на неа тетива  $\widehat{AB} = 3$  cm.

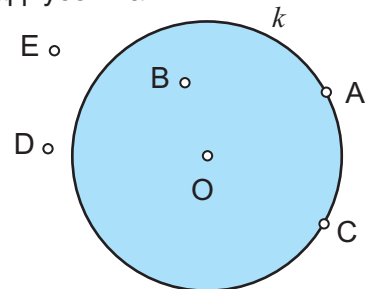


*Провери се!*

- ▲ Кои од означените точки на цртежот:

- а) ѝ припаѓаат на кружницата  $k$ ?
- б) припаѓаат на кругот  $K$ ?
- в) се крајни точки на радиусот на кружницата?

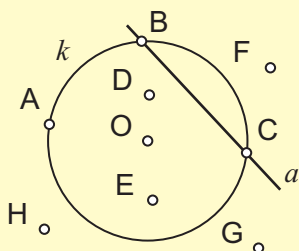
- ▲ Колкав е радиусот на кружницата со дијаметар  $d = 32$  mm?



4. Нацртај кружница  $k(O$ ; 25 mm) и на неа означи кружен лак  $\widehat{AB}$ , така што за соодветната тетива да биде  $\overline{AB} = 3$  cm.
5. Пресметај го дијаметарот на кружницата со радиус  $r = 28$  mm.
6. Пресметај го радиусот на кружницата со дијаметар  $d = 5$  cm.

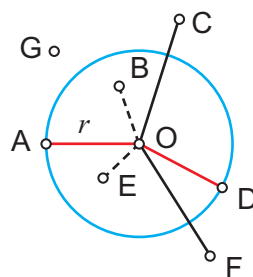
# ЗАЕМНА ПОЛОЖБА НА КРУЖНИЦА И ТОЧКА. ЗАЕМНА ПОЛОЖБА НА КРУЖНИЦА И ПРАВА

Појсеејте се!



На кружницата  $k$  на цртежот се означени неколку точки, а означени се и точки кои не лежат на кружницата.

- Кои од означените точки лежат на кружницата  $k$ ?
- Кои од означените точки лежат во внатрешната област на кружницата  $k$ ?
- Кои од означените точки лежат во надворешната област на кружницата  $k$ ?
- Кои точки се заеднички за кружницата  $k$  и правата  $a$ ?



1 На цртежот се дадени: кружницата  $k(O; r)$  и точките A, B, C, D, E, F и G.

• Со мерење и споредување утврди дека се точни дадените тврдења:

- $\overline{OA} = r$  и  $\overline{OD} = r$ ;
- $\overline{OB} = r$  и  $\overline{OE} = r$ ;
- $\overline{OC} = r$  и  $\overline{OF} = r$ .

Воочи!

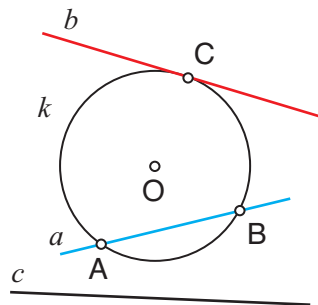
Точките A и D лежат на кружницата. Нивното растојание до центарот O е еднакво на  $r$ .

- Точките B и E лежат во внатрешноста на кружницата  $k$ . Тие се **внатрешни точки**. Растојанието на тие точки до центарот O е помало од  $r$ .
  - Точките C, F и G лежат во надворешноста на кружницата  $k$ . Тие се **надворешни точки**. Растојанието на тие точки до центарот O е поголемо од  $r$ .
- Која од точките A, B, C, D и E лежи на кружницата  $k(O, 35 \text{ mm})$ , ако  $\overline{AO} = 3 \text{ cm}$ ,  $\overline{BO} = 35 \text{ mm}$ ,  $\overline{CO} = 4 \text{ cm}$ ,  $\overline{DO} = 3 \text{ cm } 5 \text{ mm}$ ,  $\overline{EO} = 2 \text{ cm } 8 \text{ mm}$ ?
  - Која од точките K, L, M, N и P е надворешна, а која внатрешна точка на кружницата  $k(O, 3 \text{ cm})$ , ако  $\overline{OK} = 30 \text{ mm}$ ,  $\overline{OL} = 28 \text{ mm}$ ,  $\overline{OM} = 3 \text{ cm } 2 \text{ mm}$ ,  $\overline{ON} = 38 \text{ mm}$ ,  $\overline{OP} = 2 \text{ cm } 6 \text{ mm}$ ?



4 На цртежот е дадена кружница  $k$  и правите  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

- Разгледај го цртежот и одговори на прашањата.
- Колку заеднички точки има правата  $a$  со кружницата  $k$ ?
- Која од правите има само една заедничка точка со кружницата  $k$ ?
- Која од правите нема заеднички точки со кружницата  $k$ ?



- Правата  $a$  и кружницата  $k$  имаат две заеднички точки. Велиме дека правата  $a$  е **пресечка** или **секанта** на кружницата  $k$ .
- Правата  $b$  и кружницата  $k$  имаат само една заедничка точка. Велиме дека правата  $b$  е **допирка** или **тангента** на кружницата  $k$ .
- Правата  $c$  нема ниту една заедничка точка со кружницата  $k$ .

- 5 Нацртај кружница  $k$  и на неа означи точка  $P$ . Нацртај права  $t$  што ја допира кружницата  $k$  во точката  $P$ .

### Треба да знаеш!

- ◆ Да одредиш точка што лежи на дадена кружница, во кружницата или надвор од неа;
- ◆ кога една права е секанта на дадена кружница;
- ◆ кога една права е тангента на дадена кружница.

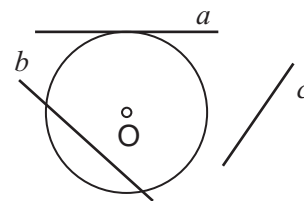
### Задачи

1. Која од точките  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  е внатрешна точка за кружницата  $k(O; 3 \text{ cm})$ , ако  $\overline{OA} = 25 \text{ mm}$ ,  $\overline{OB} = 30 \text{ mm}$ ,  $\overline{OC} = 4 \text{ cm}$  и  $\overline{OD} = 2 \text{ cm}$ ?
2. Во каква заемна положба може да бидат точка и кружница?
3. Нацртај кружница  $k(O; 8 \text{ mm})$  и права  $a$  што ја сече кружницата.
4. Што е тангента на кружница?



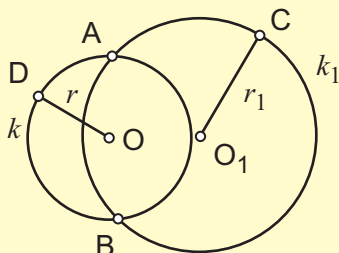
### Провери се!

- ▲ Во каква заемна положба се точката  $A$  и кружницата  $k(O, r)$ , ако  $\overline{OA} = r$ ?
  - ▲ Во каква заемна положба се правата  $m$  и кружницата  $k(O, r)$ , ако правата  $m$  минува низ центарот на кружницата?
5. Во каква заемна положба може да бидат права и кружница?
  6. Која од правите на цртежот е тангентата на кружницата  $k$ ?



7. Нацртај кружница  $k$  и на неа означи точка  $A$ . Нацртај тангента  $t$  која кружницата ја допира во точката  $A$ .

Поисејте се!



На цртежот се дадени кружниците  $k(O; r)$  и  $k_1(O_1; r_1)$ .

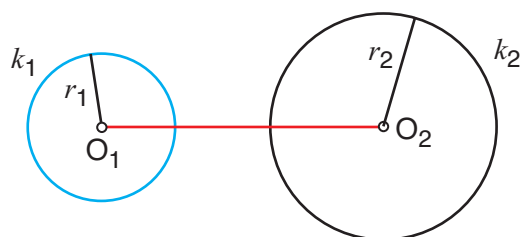
Точката O е центар на кружницата  $k(O; r)$ , а отсечката OD е радиус на таа кружница.

- Именувај ги центарот и радиусот на кружницата  $k_1$ .
- Кои од означените точки ѝ припаѓаат на кружницата  $k$  и на кружницата  $k_1$ ?



1 На цртежот се дадени кружниците  $k_1(O_1; r_1)$  и  $k_2(O_2; r_2)$ .

- Разгледај го цртежот и одговори на прашањето.
- Дали кружниците  $k_1$  и  $k_2$  имаат заеднички точки?



Воочи!

- Кружниците  $k_1$  и  $k_2$  немаат заеднички точки. Едната кружница е во надворешната област на другата кружница.

Зайомни!

Растојанието  $\overline{O_1O_2}$  меѓу центрите  $O_1$  и  $O_2$  на кружниците  $k_1$  и  $k_2$  се вика **централно растојание** и најчесто се означува со  $c$ ;  $c = \overline{O_1O_2}$ .

2 Разгледај ги кружниците  $k_1$  и  $k_2$  и одговори на прашањата.

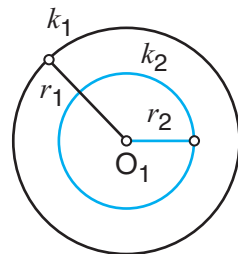
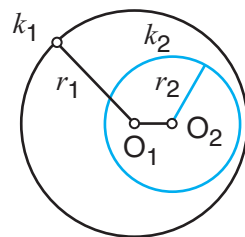
- Дали кружниците  $k_1$  и  $k_2$  имаат заеднички точки?
- Во која област на кружницата  $k_1$  лежи кружницата  $k_2$ ?

Воочи!

- Кружниците  $k_1$  и  $k_2$  немаат заеднички точки. Едната кружница е во внатрешната област на другата кружница.

3 На цртежот се дадени кружниците  $k_1(O_1; r_1)$  и  $k_2(O_1; r_2)$ . Разгледај го цртежот и одговори на прашањата.

- Што имаат заедничко кружниците  $k_1$  и  $k_2$ ?
- Имаат ли кружниците  $k_1$  и  $k_2$  заеднички точки?



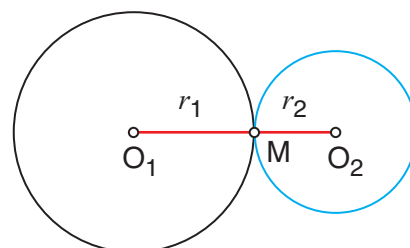
Кружниците  $k_1$  и  $k_2$  имаат заеднички центар и немаат заеднички точки.  
За нив велиме дека се **концентрични кружници**.

4 Нацртај две концентрични кружници  $k_1$  и  $k_2$  со радиуси  $r_1 = 3$  cm и  $r_2 = 2$  cm.



5 На цртежот се дадени кружниците  $k_1(O_1; r_1)$  и  $k_2(O_2; r_2)$ .

- Разгледај го цртежот и одговори на прашањето:
- Што имаат заедничко кружниците  $k_1$  и  $k_2$  ?

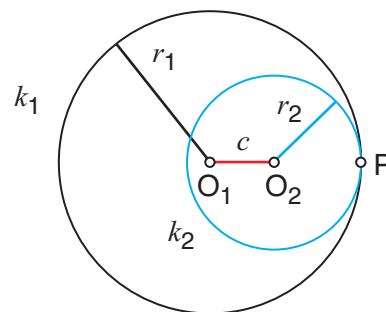


Кружниците  $k_1$  и  $k_2$  имаат само една заедничка точка.  
Се вели дека кружниците  $k_1$  и  $k_2$  се **допираат однадвор**.

6 Нацртај кружници  $k_1(O_1; 2$  cm) и  $k_2(O_2; 3$  cm) кои се допираат однадвор.

7 Разгледај ги кружниците  $k_1(O_1; r_1)$  и  $k_2(O_2; r_2)$  на цртежот и одговори на прашањето.

- Што имаат заедничко кружниците  $k_1$  и  $k_2$  ?

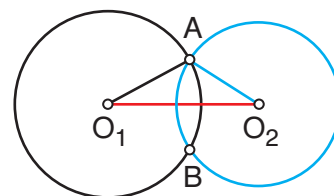


Кружниците  $k_1$  и  $k_2$  имаат само една заедничка точка.  
Се вели дека кружниците  $k_1$  и  $k_2$  се **допираат однатре**.



8 Разгледај го цртежот и работи според постапката.

- Нацртај отсечка  $\overline{O_1O_2} = 4$  cm.  
Нацртај кружници  $k_1(O_1; 25$  mm) и  $k_2(O_2; 22$  mm).  
Означи ги заедничките точки на кружниците  $k_1$  и  $k_2$  со A и B.  
Повлечи ги радиусите  $r_1 = \overline{O_1A}$  и  $r_2 = \overline{O_2A}$ .



Кружниците  $k_1$  и  $k_2$  имаат две заеднички точки А и В, односно кружниците се сечат.

9 Нацртај кружници  $k_1$  и  $k_2$  што се сечат.

Треба да знаеш!

- ◆ Во кои заемни положби можат да се најдат две кружници;
- ◆ да препознаеш на цртеж:
  - кога две кружници немаат заеднички точки;
  - кога две кружници се допираат;
  - кога две кружници се сечат.



Провери се!

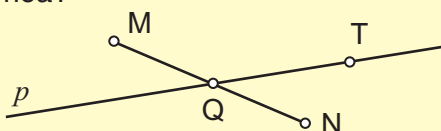
- ▲ Може ли две кружници да се концентрични и да се сечат?
- ▲ Две кружници со радиуси  $r_1$  и  $r_2$  се допираат однадвор. На што е еднаквонивното централно растојание?

Задачи

1. Нацртај две кружници  $k_1$  ( $O_1$ ; 18 mm) и  $k_2$  ( $O_2$ ; 22 mm) кои немаат заеднички точки. Колку можности има?
2. Нацртај две кружници  $k_1$  ( $O_1$ ;  $r_1$ ) и  $k_2$  ( $O_2$ ;  $r_2$ ) така што да се допираат однадвор.
3. Во каква заемна положба се кружниците  $k_1$  ( $O_1$ ; 3 cm) и  $k_2$  ( $O_2$ ; 2 mm), ако точките  $O_1$  и  $O_2$  се совпаѓаат?
4. Нацртај две концентрични кружници  $k_1$  ( $O_1$ ; 2 cm) и  $k_2$  ( $O_2$ ; 15 mm).
5. Нацртај две кружници  $k_1$  ( $O_1$ ; 25 mm) и  $k_2$  ( $O_2$ ; 15 mm), кои се допираат однатре.
6. Кружниците  $k_1$  ( $O_1$ ; 3 cm) и  $k_2$  ( $O_2$ ; 18 mm) се допираат однатре. Пресметај го растојанието меѓу нивните центри.

## Појсијте се!

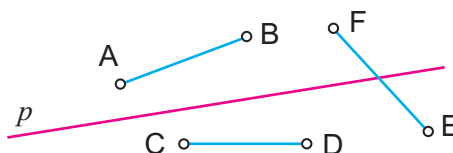
- Кои од означените точки на цртежот лежат на правата  $p$ , а кои не лежат на неа?



- Во каква заемна положба се правата  $p$  и отсечката  $MN$ ?
- Што е точката  $Q$  за правата  $p$  и отсечката  $MN$ ?



- 1 На цртежот се означени правата  $p$  и точките  $A, B, C, D, E$  и  $F$  што не лежат на неа.



- Дали отсечката  $AB$  има заедничка точка со правата  $p$ ?
- Каква заемна положба имаат правата  $p$  и отсечката  $EF$ ?

Воочи дека отсечката  $AB$  нема заедничка точка со правата  $p$ , а отсечката  $EF$  ја сече правата  $p$ .

За точките  $A$  и  $B$  велиме дека се наоѓаат (лежат) **на иста страна**, а точките  $E$  и  $F$  – на **различни страни** од правата  $p$ .

- Објасни зошто точките  $C$  и  $D$  лежат на иста страна од правата  $p$ , а точките  $B$  и  $D$  лежат на различни страни од неа.
- Има ли други точки кои лежат на иста страна, односно на различна страна од правата  $p$ ?

Можам да воочам дека на иста страна од правата  $p$  има бесконечно многу точки.

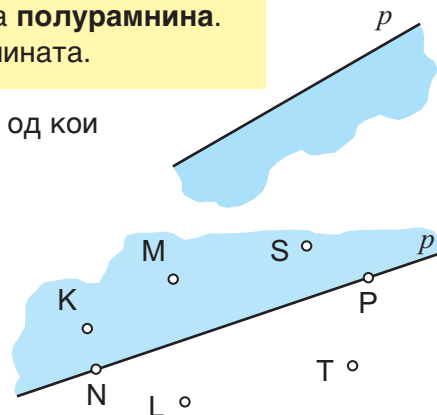
## Зайомни!



Множеството од сите точки во рамнината што лежат на иста страна од дадена права  $p$ , заедно со точките од таа права, се вика **полурамнина**. Правата  $p$  се вика **раб** или **гранична права** на полурамнината.

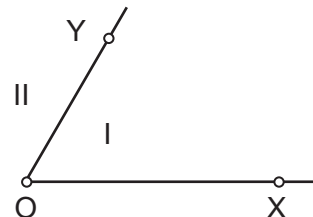
Со правата  $p$  на цртежот се формирани две полурамнини од кои едната е обоена.

- 2 Кои од означените точки на цртежот лежат во иста полурамнина со точката  $S$ ?





Нацртај две полуправи ОХ и ОУ, како на цртежот.



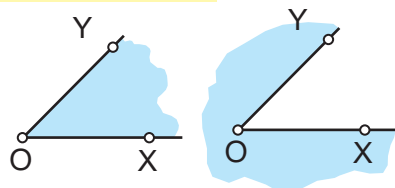
- Што имаат заедничко полуправите ОХ и ОУ?
- На колку делови е поделена рамнината со тие полуправи?

Две полуправи со заеднички почеток ја разделуваат рамнината на два дела.

Геометриската фигура формирана од две полуправи со заедничка почетна точка и едниот дел од рамнината, определен со нив, се вика **агол**.

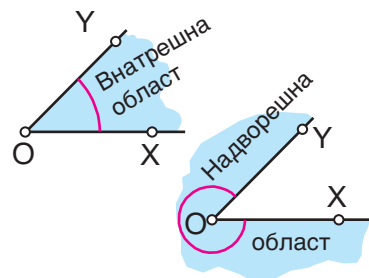


- На цртежот се претставени двата агла што се образувани од полуправите ОХ и ОУ. Секој од тие агли е составен од полуправите и обоениот дел од рамнината.



Полуправите ОХ и ОУ се викаат **краци** на аголот, а О се вика **теме** на аголот.

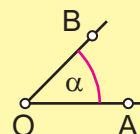
- Делот од рамнината што му припаѓа на аголот, без краците, се вика **внатрешна област** (или кусо **област**) на аголот.
- Внатрешната област на аголот се обележува со кружен лак.
- Точките што ѝ припаѓаат на внатрешната област се викаат **внатрешни точки** на аголот.



*Воочи дека!*

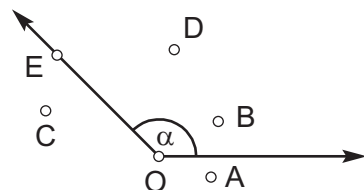
Аглите можат да се означуваат:

- со голема латинска буква со која е означено темето на аголот и симболот  $\angle$  пред неа; на пример,  $\angle O$ .
- со мала буква од грчката азбука, што се запишува во областа на аголот;
- покрај  $\alpha$ , се употребуваат и буквите:  $\beta$  (бета),  $\gamma$  (гама),  $\delta$  (делта) и др.;
- со три големи букви од латиницата, при што буквата за темето се пишува на средината; на пример  $\angle AOB$ .



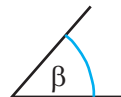
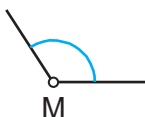
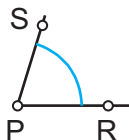
4 На цртежот е претставен агол  $\alpha$  и се означени точки: О, А, В, С, D, Е.

- Кои од тие точки му припаѓаат на аголот  $\alpha$ ?
- Кои од тие точки се внатрешни за аголот  $\alpha$ ?

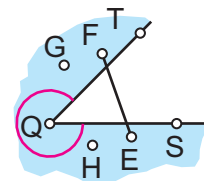
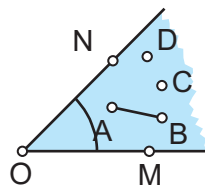


5 Нацртај агол со теме S и краци SP и SR изначи го со кружен лак. Како ќе го запишеш со симболи аголот што го нацрта?

- 6 Именувај го секој од аглиите на цртежот.



- 7 На цртежот се дадени:  $\angle MON$  со точките A, B, C, D од неговата област и  $\angle SQT$  со точките E, F, G, H од неговата област.



- Сите точки од отсечката AB лежат во областа на  $\angle MON$ . Каде лежат отсечките: BC, BD, AC?
- Отсечката EF има точки што припаѓаат на областа и точки што не припаѓаат на областа од  $\angle SQT$ . Каде припаѓаат точките од отсечките: EG, FH, HE?

*Воочи и зајомни!*

- За еден агол велиме дека е **конвексен** ако за кои било две точки A и B од неговата област, сите точки од отсечката AB ѝ припаѓаат на таа област.
- На цртежот аголот MON е конвексен, а аголот SQT е **неконвексен**.

- 8 Нацртај еден конвексен агол  $\alpha$  и агол  $\beta$  што е неконвексен.

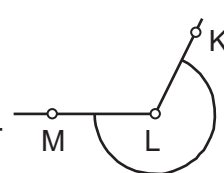
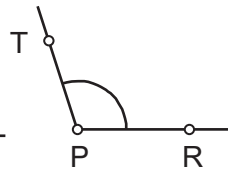
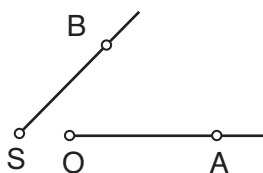
*Треба да знаеш!*

- Што е полурамнина;
- што е агол;
- што е внатрешна област на агол;
- кој агол е конвексен.



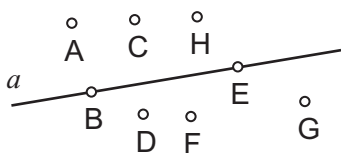
*Провери се!*

- Која од фигурите на цртежот е агол?
- Која од фигурите на цртежот е конвексен агол?

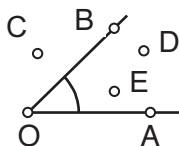


*Задачи*

1. Кои од означените точки на цртежот лежат во иста полурамнина со точката A?



2. Именувај ги темето и краците на аголот на цртежот. Кои од означените точки му припаѓаат на аголот, а кои на областа?

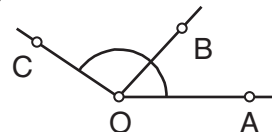


3. Нацртај агол со теме M и краци MP и MN. Именувај го тој агол.

4. Нацртај еден конвексен агол  $\alpha$  и еден агол  $\beta$  што не е конвексен.

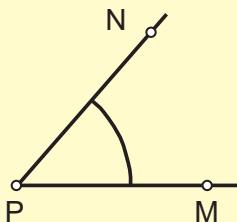
5. Колку агли се образувани со полу-правите: OA, OB и OC и кружните лаци на цртежот?

- Именувај ги тие агли.



## Појсеејте се!

- На цртежот е даден еден агол.



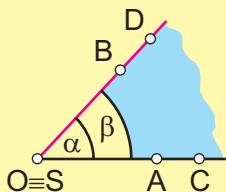
- Именувај го тој агол.
- Именувај ги краците и темето на аголот.

- Постави го едниот изрежан агол врз другиот агол, на пример  $\alpha$  врз  $\beta$ , така што темето O да се совпадне со темето S, а кракот OA со кракот SC, како на цртежот.
- Во која област се наоѓа кракот OB?
- Кракот OB (од аголот  $\alpha$ ) лежи во областа на аголот  $\beta$ .

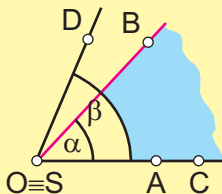
## Воочи!

- Има три можности за положбата на кракот OB од аголот  $\alpha = \angle AOB$  во однос на аголот  $\beta = \angle CSD$ , кога  $\alpha$  и  $\beta$  се поставени еден врз друг.

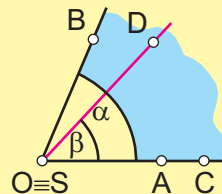
1) Кракот OB се совпаѓа со кракот OD  
– тогаш велиме дека аглие  $\alpha$  и  $\beta$  се **еднакви (складни)**.



2) Кракот OB се наоѓа во внатрешната област на аголот  $\beta$  – тогаш велиме дека  $\alpha$  **е помал од**  $\beta$ .

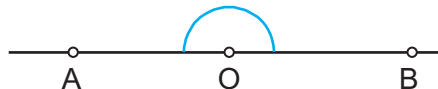


3) Кракот OB се наоѓа во надворешната област на аголот  $\beta$  – тогаш велиме дека  $\alpha$  **е поголем од**  $\beta$ .



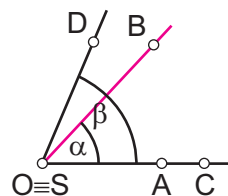
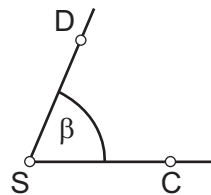
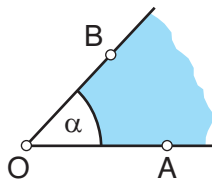
- 2 Разгледај го аголот AOB на цртежот, размисли и одговори.

- Што образуваат краците на аголот AOB?



Аглие, како и отсечките може да се споредуваат.

- 1 Работи според барањата, воочи, запомни и одговори.
- На просирна хартија нацртај два агла,  $\alpha = \angle AOB$  и  $\beta = \angle CSD$ , како на цртежот, а потоа изрежи ги.



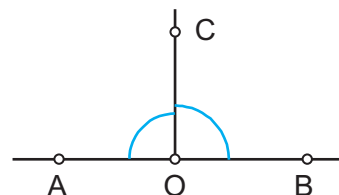
- Агол чишто краци образуваат една права се вика **рамен агол**.
- Кои било два рамни агли се еднакви.

**3** Нацртај рамен агол MON, обележи го со лак и означи точки A, B, C, D во неговата област.

- Кои од отсечките AB, AC, BC и BD целосно лежат во областа на  $\angle MON$ ?
- Дали  $\angle MON$  е конвексен или неконвексен агол?

**4** Работи според барањата, воочи, запомни и одговори.

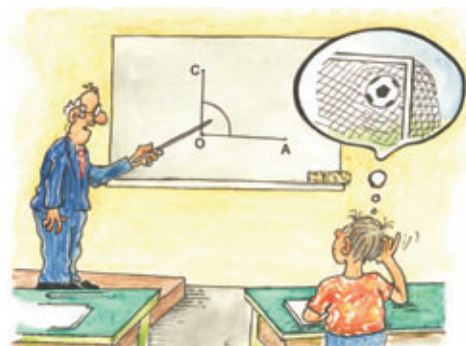
- На просирна хартија нацртај рамен агол AOB.
- Превиткај го листот во темето O, така што краците OA и OB да се совпаднаат. Потоа одвиткај го листот.
- Воочуваш дека со линијата на превиткување рамниот агол е поделен на два складни, односно еднакви делови. Секој од тие делови е прав агол.



Воочи и зајомни!

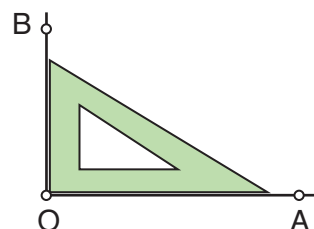
- Агол кој е половина од рамниот агол се вика **прав агол**.

- Аголот AOC на цртежот е прав агол. Запиши го другиот прав агол.
- Воочи ги правите агли на твојот триаголен линијар.



**5** Разгледај го цртежот и постапи според барањето.

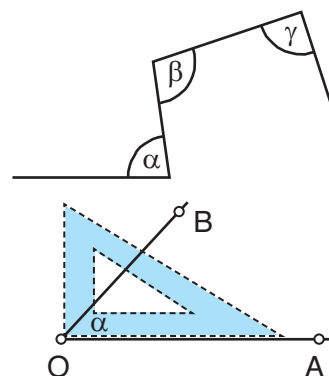
- Нацртај полуправа OA.
- Темето на правиот агол постави го во точката O, така што еден од краците на правоаголниот линијар да се совпаѓа со полуправата OA.
- По другиот крак од правиот агол на триаголниот линијар—повлечи полуправа OB.
- На тој начин нацрта прав агол AOB.



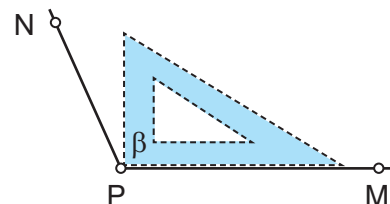
**6** Измери со правиот агол на правоаголниот линијар кој од аглите на цртежот е прав агол.

**7** Разгледај ги аглите AOB и MPN на цртежот и спореди ги со правиот агол.

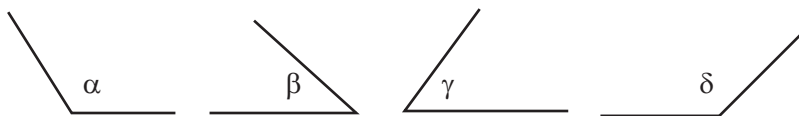
- Кој од дадените агли е помал од правиот агол, а кој е поголем од правиот агол?



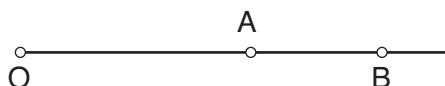
- Агол што е помал од правиот агол се вика **остар агол**.
- Агол што е поголем од правиот агол, а помал од рамниот, се вика **тап агол**.



- 8 Прoцени кои од аглите на цртежот се остри, а кои тапи, а потоа провери со прав агол од линијарот дали си проценил точно.



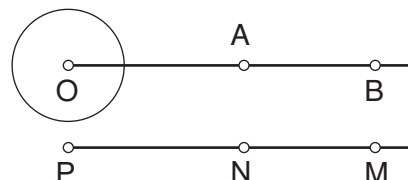
- 9 Каква е заемната положба на две полуправи OA и OB, ако точката B ѝ припаѓа на полуправата OA како на цртежот?



- Дали тие полуправи OA и OB ја делат рамнината на два дела?

- 10 На цртежот е претставен полн агол AOB и нулти агол NPM.

- Дали полниот агол е конвексен? Образложи го твојот одговор.



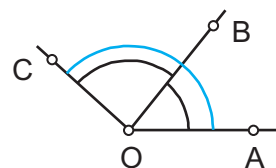
Треба да знаеш!



Провери се!

- ◆ Кој агол се вика:
  - рамен агол? ● прав агол?
  - остар агол? ● тап агол?
  - полн агол? ● нулти агол?

- ▲ Кои видови агли можеш да ги препознаеш на цртежот? Именувај ги тие агли.
- ▲ Подреди ги по големина, почнувајќи од најмалиот, аглите:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\delta$ , ако  $\alpha$  е рамен агол,  $\beta$  е прав агол,  $\gamma$  е остар агол и  $\delta$  е тап агол.



Задачи

1. Кој агол се вика рамен агол?
2. Каков агол претставува половината од правиот агол?
3. Каков агол образуваат стрелките на часовникот во:
  - а) 14 часот;
  - б) 15 часот;
  - в) 17 часот;
  - г) 18 часот?

4. Нацртај остар агол  $\text{AOB}$  и тап агол  $\text{MPN}$ .

5. Нацртај три полуправи  $\text{OA}$ ,  $\text{OB}$ , и  $\text{OC}$ , така што  $\angle \text{AOB}$  е прав агол и  $\angle \text{BOC}$  е остар агол. Од кој вид е  $\angle \text{AOC}$ ?

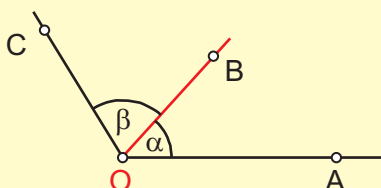
6. Нацртај тап агол  $\text{MON}$  и остар агол  $\text{NOP}$ , така што  $\angle \text{MOP}$  да биде рамен агол.

103

13

## СОСЕДНИ, НАПОРЕДНИ И НАКРСНИ АГЛИ

Појисејте се!



На цртежот се агли  $\alpha$  и  $\beta$ .

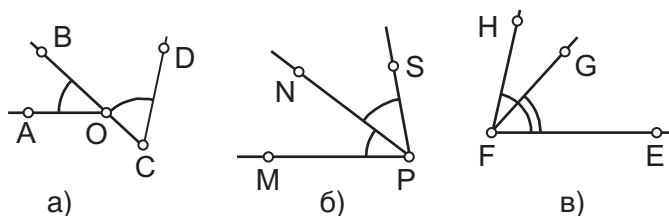
- Именувај ги краците и темињата на агли  $\alpha$  и  $\beta$ .
- Што имаат заедничко агли  $\alpha$  и  $\beta$ ?



На цртежот во „потсети се“, агли  $\alpha$  и  $\beta$  имаат заедничко теме  $O$  и заеднички крак  $OB$ .

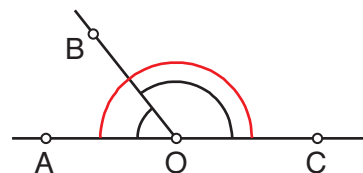
Два агла со заедничко теме и еден заеднички крак, а немаат заеднички внатрешни точки се викаат **соседни агли**.

1. Кои од агли на цртежот се соседни агли? Образложи го одговорот.



2. На правата  $\text{AC}$  на цртежот е избрана точката  $O$  и е повлечена полуправата  $OB$ .

- Што имаат заедничко  $\angle \text{AOB}$  и  $\angle \text{BOC}$ ?
- Како го викаме таквиот пар агли?
- Каков агол образуваат краците  $OA$  и  $OC$ ?



Можеш да воочиш дека агли  $\text{AOB}$  и  $\text{BOC}$  се соседни агли и образуваат рамен агол.

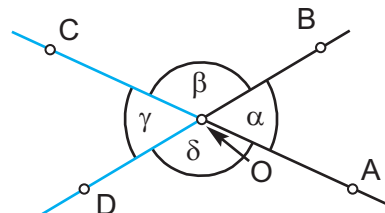
Зайомни!

Два соседни агли што образуваат рамен агол се викаат **напоредни агли**.

3. Нацртај еден остар агол  $\text{MPN}$ , а потоа нацртај агол  $\text{NPS}$  напореден на аголот  $\text{MPN}$ . Од кој вид е аголот  $\text{NPS}$ ?

4. Нацртај прав агол  $\alpha$ , а потоа нацртај агол  $\beta$  напореден на  $\alpha$ . Од кој вид е аголот  $\beta$ ?

Правите AC и BD на цртежот се сечат во точката O. Така се образувани аглите  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\delta$ . Краците OC и OD на аголот  $\gamma$  се продолженија на краците OA и OB на аголот  $\alpha$ . За такви агли велиме дека се **накрсни агли**.



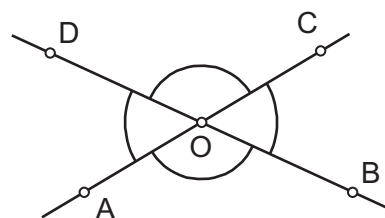
Накрсни агли се и аглите  $\beta$  и  $\delta$ , на цртежот.

Два агли што имаат заедничко теме, а краците на едниот агол се продолженија на краците од другиот агол низ темето, се викаат **накрсни агли**.

- 5 Нацртај остар агол AOB, а потоа нацртај агол MON, така што тие два агли да се накрсни.



Нацртај на хартија или на картон накрсни агли како на цртежот. Исеци ги внимателно накрсните агли и постави ги еден на друг. Ќе воочиш дека накрсните агли при поставувањето еден на друг се совпаѓаат. Поради тоа можеш да кажеш дека накрсните агли се складни (еднакви).  
На цртежот  $\angle AOD = \angle BOC$  и  $\angle AOB = \angle COD$ .



- 6 Нацртај прав агол MPN, а потоа нацртај го неговиот накрсен агол SPR. Од кој вид се аглите MPS и NPS?

Треба да знаеш!

- ◆ Да препознаеш и да објасниш кои агли се соседни агли;
- ◆ да препознаеш и објасниш кои агли се викаат напоредни агли;
- ◆ да препознаеш и да објасниш кои агли се накрсни агли.



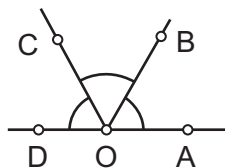
Провери се!

- ▲ Дали можат да бидат соседни аглите AOB и BCD?
- ▲ Аглите AOB и BOC се напоредни агли. Ако  $\angle AOB$  е прав, тогаш од кој вид е  $\angle BOC$ ?
- ▲ Аголот MPN е тап агол. Од кој вид е накрсниот агол на  $\angle MPN$ ?

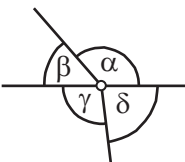
### Задачи

1. Именувај ги соседните агли на цртежот.

- Внимавај има четири пара соседни агли!



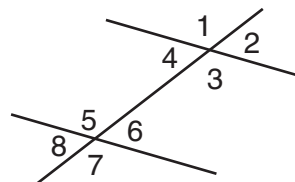
2. Кој од аглите на цртежот е напореден на аголот  $\alpha$ ? Кои други два агли се напоредни?



3. Нацртај еден тап агол  $\alpha$ , а потоа нацртај го неговиот напореден агол  $\beta$ . Од кој вид е аголот  $\beta$ ?

4. За кои два агли се вели дека се накрсни?

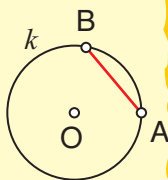
5. Одреди ги паровите накрсни агли на цртежот.



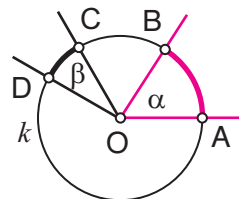
*Појисејте се!*

На цртежот е дадена кружница  $k$ , центар  $O$  и на неа се означени точките  $A$  и  $B$ .

- На колку делови е поделена кружницата  $k$  со точките  $A$  и  $B$ ?
- Како се вика секој од тие два дела?
- Како се означува помалиот од двата кружни лаци?
- Како се вика отсечката  $AB$ ?



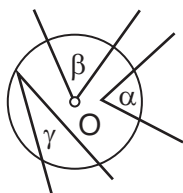
- 1 На цртежот е дадена кружница  $k$  со центар  $O$  и агли  $\alpha$  и  $\beta$ .



- Каде се наоѓа темето на аголот:  $\alpha$ ;  $\beta$ ?

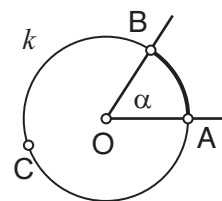
- Агол чиешто теме се наоѓа во центарот на дадена кружница се вика **централен агол**.

- 2 Кој од агли  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  на цртежот е централен агол? Зошто аголот  $\gamma$  не е централен?



- 3 Краците на аголот  $\alpha$  (на цртежот) ја сечат кружницата  $k$  во точките  $A$  и  $B$ .

- Запиши го кружниот лак што го образуваат краците на аголот  $\alpha$  и лежи во тој агол.
- Запиши го кружниот лак што го образуваат краците на аголот  $\alpha$  и не лежи во тој агол.



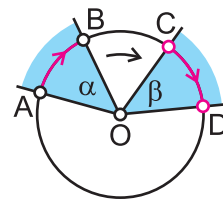
*Зайомни!*

- Секој централен агол во дадена кружница определува точно еден кружен лак што лежи во тој агол.

- За аголот и за лакот велиме дека **се соодветни** или **си одговараат** еден на друг.

- 4 На цртежот е дадена кружница  $k$  и центар  $O$  и два централни агли, коишто се складни.

- Замисли дека аголот  $\alpha$  се врти околу точката  $O$  во насока на движењето на стрелките на часовникот, сè додека точно го покрие аголот  $\beta$ .
- Каде би паднала точката  $A$ , а каде точката  $B$ ?
- Со кој лак би се совпаднал лакот  $AB$ ?



Воочувам дека лакот  $AB$  би се совпаднал со лакот  $CD$ .



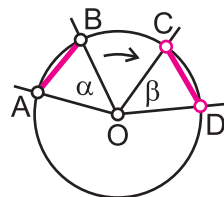
■ На складни централни агли во иста кружница или во различни кружници со еднакви радиуси им одговараат складни кружни лаци.

■ На ист начин можеш да воочиш дека важи и обратното:

■ На складни лаци во иста кружница или во различни кружници со еднакви радиуси им одговараат складни централни агли.

5 Централните агли  $\alpha$  и  $\beta$  на цртежот се складни.

- Какви се соодветните лаци  $\widehat{AB}$  и  $\widehat{CD}$ ?
- Тетивата  $AB$  **му припаѓа** на аголот  $\alpha$ , а тетивата  $CD$  – на  $\beta$ . Како ќе заклучиш дека овие тетиви се складни (еднакви)?



Можам да замислам дека аголот  $\alpha$ , со вртење околу точката  $O$ , ќе се совпадне со аголот  $\beta$ . Тетивите  $AB$  и  $CD$  ќе се совпаднаат, т.е. тие се еднакви.

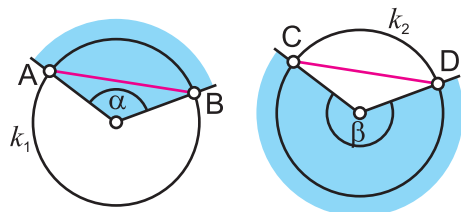


*Важи оџишо!*

■ На складни централни агли во кружница или во различни кружници со еднакви радиуси им одговараат складни (т.е. еднакви) тетиви.

6 Тетивите  $AB$  и  $CD$  во кружниците  $k_1$  и  $k_2$ , со еднакви радиуси, се еднакви.

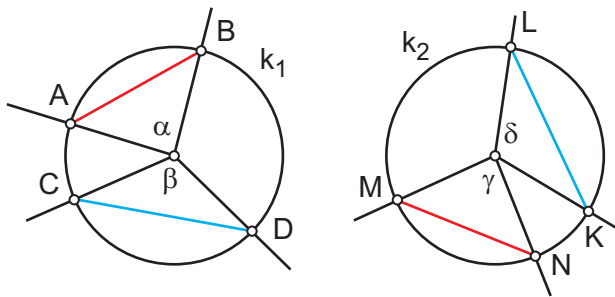
- Дали централниот агол  $\alpha$  е складен со централниот агол  $\beta$ ?
- Воочи дека  $\alpha$  е помал од рамниот агол, а  $\beta$  е поголем од рамниот агол.



*Воочи дека*

■ На еднакви тетиви во иста кружница или во различни кружници со еднакви радиуси им одговараат складни централни агли само кога тетивите: или двете припаѓаат или двете не припаѓаат на соодветните агли.

7 На цртежот се дадени кружниците  $k_1$  и  $k_2$ , со еднакви радиуси. Во секоја од кружниците се означени тетиви:  $\overline{AB} = 2 \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 24 \text{ mm}$ ,  $\overline{KL} = 24 \text{ mm}$  и  $\overline{MN} = 2 \text{ cm}$ . Кои од означените агли се еднакви меѓу себе? Зошто?





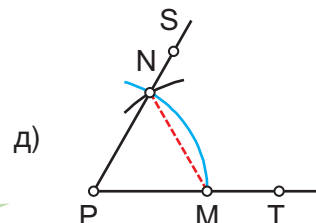
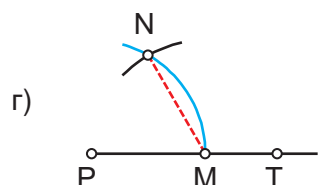
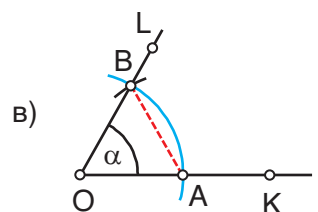
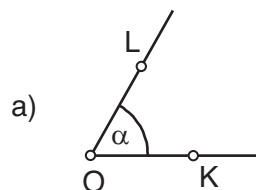
Знаеш дека на еднакви централни агли во кружници со еднакви радиуси одговараат еднакви кружни лаци (односно тетиви). Тоа можеш да го искористиш да конструираш агол, еднаков на даден агол, само со помош на линијар и шестар. Како се прави тоа? Види ја следната задача.

107

- 8 Даден е аголот  $\alpha = \angle KOL$  (црт. а).  
Конструирај агол еднаков на аголот  $\alpha$ .

*Следи ја постојаткајќи чекор по чекор.*

- ✎ Нацртај полуправа  $PT$  (црт. б).
- ✎ Со произволен отвор на шестарот, на дадениот агол а), нацртај дел од кружницата со центар во точката  $O$  што ќе ги пресече краците  $OK$  и  $OL$ . Така ќе ја добиеш тетивата  $AB$  што одговара на  $\angle AOB$  (црт. в)
- ✎ Со истиот отвор на шестарот, како при црт. в, нацртај дел од кружницата со центар во точката  $P$  (црт. г).
- ✎ Отвори го шестарот и „земи го“ со него растојанието  $\overline{AB}$  од црт. в.
- ✎ Забоди го шилецот на шестарот во точката  $M$  и со другиот крак пресечи го претходно нацртаниот лак на црт. г; така ќе ја добиеш точката  $N$ .
- ✎ Нацртај ја полуправата  $PS$  што минува низ точката  $N$  (црт. д); со тоа ќе добиеш  $\angle TPS = \alpha$ .



- 9 Нацртај тап агол  $\alpha$ , а потоа конструирај агол  $\beta$  еднаков на аголот  $\alpha$ .

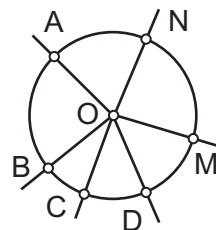
*Треба да знаеш!*

- ◆ Да објасниш кој агол се вика централен агол;
- ◆ каков е односот меѓу еднаквите централни агли и соодветните кружни лаци;
- ◆ дека на еднакви централни агли одговараат еднакви тетиви.



*Провери се!*

- ▲ Во кружницата  $k$  на цртежот,  $\widehat{AB} = \widehat{MN}$  и  $\widehat{AB} > \widehat{CD}$ .  
Кои од означените агли се еднакви меѓу себе?

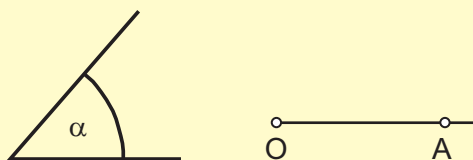


*Задачи*

1. Кој агол се вика централен агол?
2. Нацртај кружница  $k(O; 3 \text{ cm})$  и една нејзина тетива  $\overline{AB} = 35 \text{ mm}$ . Нацртај го централниот агол  $\alpha$  во кој лежи тетивата  $AB$ .
3. Нацртај остар агол  $\alpha$ , а потоа конструирај агол  $\beta$  еднаков со аголот  $\alpha$ .
4. Нацртај прав агол  $AOB$ , а потоа нацртај агол  $MPN$  еднаков со аголот  $AOB$ .

*Појсеејте се!*

- Како ќе конструираш агол  $\beta$  еднаков на даден агол  $\alpha$ ?
- На цртежот е даден агол  $\alpha$  и полу-права ОА.



Конструирај агол АОВ еднаков на аголот  $\alpha$ .

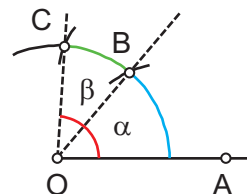
- Нацртај два агла  $\alpha$  и  $\beta$  и полуправа ОА.
- Со ист отвор на шестарот нацртај кружен лак на аголот  $\alpha$ , на аголот  $\beta$  и на полуправата ОА.
- Конструирај агол АОВ еднаков на аголот  $\alpha$ .
- Конструирај агол ВОС еднаков на аголот  $\beta$ .
- Која операција ја изврши со аглите  $\alpha$  и  $\beta$ ?
- На што е еднаков аголот АОС? Запиши го тоа симболички.



- 1 Дадени се аглите  $\alpha$  и  $\beta$ . Одреди го графички нивниот збир.



- Разгледај го цртежот и работи според постапките.



- Од претходните активности можеше да воочиш како графички (конструктивно) се собираат агли.

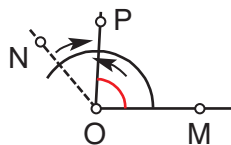
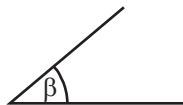
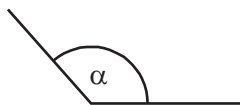
- Со опишаната постапка добивме агол АОС, кој е еднаков на збирот од аглите  $\alpha$  и  $\beta$ , т.е.  $\angle AOC = \alpha + \beta$ . Оваа постапка се вика **графичко собирање** или **конструкција** на збир на два агла.

- 2 Нацртај остар агол  $\alpha$  и прав агол  $\beta$ , а потоа одреди го графички нивниот збир.



- 3 Дадени се аглите  $\alpha$  и  $\beta$ . Одреди ја графички нивната разлика.

- Разгледај го цртежот и работи според постапките.



- Нацртај тап агол  $\alpha$ , остар агол  $\beta$  и полуправа ОМ.
- Со ист отвор на шестарот нацртај кружни лаци на аглите  $\alpha$  и  $\beta$  и на полуправата ОМ.
- Конструирај агол МОН еднаков на аголот  $\alpha$ .
- Конструирај агол NOP еднаков на аголот  $\beta$  така што кракот ОР да биде во областа на аголот МОН.

👉 Така го доби аголот  $\text{MOP}$ .

- Што претставува аголот  $\text{MOP}$  за аглие  $\alpha$  и  $\beta$ ?
- Која операција ја изврши со аглие  $\alpha$  и  $\beta$ ?

109

Со опишаната постапка го добивме  $\angle \text{MOP} = \alpha - \beta$ ; со неа е извршено **графичко** т.е. конструктивно **одземање** на аглие  $\alpha$  и  $\beta$ .

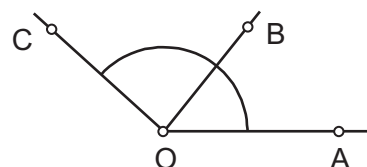
4 Нацртај прав агол  $\alpha$  и остар агол  $\beta$ , а потоа одреди ја графички нивната разлика.

Треба да знаеш!

- Да одредиш графички
  - збир на два агла;
  - разлика на два агла.

🦉 *Провери се!*

- Во врска со цртежот запиши симболички:
  - Што претставува аголот  $\text{AOC}$  за аглие  $\text{AOB}$  и  $\text{BOC}$ ?
  - Што претставува аголот  $\text{AOB}$  за аглие  $\text{AOC}$  и  $\text{COB}$ ?



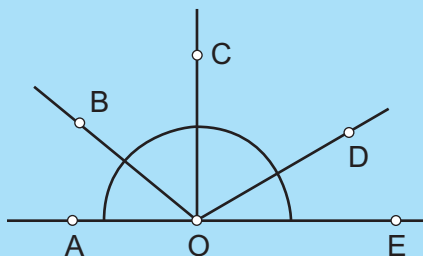
Задачи

- Нацртај два остри агли  $\alpha$  и  $\beta$  и конструирај го нивниот збир.
- Нацртај остар агол  $\alpha$  и конструирај го аголот  $2\alpha$  ( $2\alpha = \alpha + \alpha$ ).
- Нацртај три остри агли  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , а потоа конструирај го аголот  $\alpha + \beta + \gamma$ .
- Нацртај еден тап агол  $\alpha$  и еден остар агол  $\beta$  и конструирај ја нивната разлика.
- Нацртај тап агол  $\alpha$  и прав агол  $\beta$  и конструирај ја нивната разлика.
- Нацртај остар агол  $\alpha$  и остар агол  $\beta$ ,  $\beta$  е помал од  $\alpha$ , а потоа конструирај го аголот  $2\alpha - \beta$ .

Обиди се!

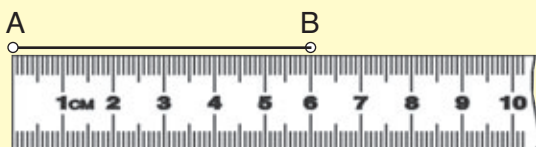


- Колку агли (означени со лак) има на цртежот?
- Кои парови агли се соседни?
- Точката  $O$  лежи на правата  $AE$ .
- Кои парови агли се напоредни?



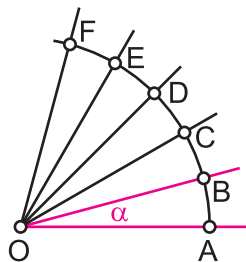
## Пошсеји се!

- Со која направа се мери должината на отсечката?



- Наброј (барем три) мерни единици за должина.
- Нацртај агол  $\alpha$  и агол  $\beta$  што е поголем од  $\alpha$ .
- Какви се меѓу себе два централни агли чишто соодветни лаци има се складни?

- 2 Лаците  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{BC}$ ,  $\widehat{CD}$ ,  $\widehat{DE}$  и  $\widehat{EF}$  на цртежот се складни. Кој е мерниот број на аголот: а) AOF; б) AOC во однос на аголот  $\alpha$ ?



- Воочи дека полукружницата е поделена на 180 делови.
- Кој дел од рамниот агол е централниот агол што му соодветствува на еден 180-ти дел од полукружницата?

- Аголот којшто е 180-ти дел од рамниот агол се зема за основна единица за мерење агли.
- Неговата големина се вика **аголен степен** или кусо **степен**. Се означува:  $1^\circ$ ; се чита „еден степен“.

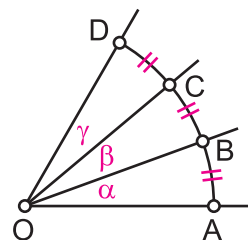


Воочив дека: ако рамен агол се подели на 180 дела, се добива агол со големина од  $1^\circ$ .



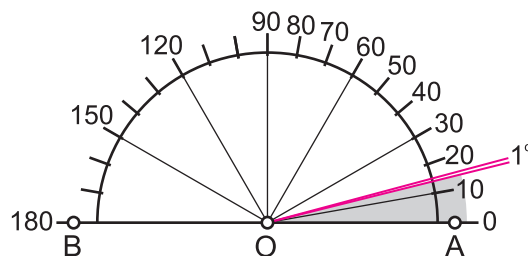
И аглие можат да се споредуваат и, според тоа, можат да се мерат.

- 1 На цртежот, лацие AB, BC и CD се складни.



- Какви се меѓу себе централните агли  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ ?
- Аголот AOD е збир од аглие  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , коишто се складни меѓу себе. Колку пати аголот  $\alpha$  се содржи во аголот AOD?
- Се вели и: мерниот број на аголот AOD во однос на аголот  $\alpha$  е 3.

- 3 Разгледај го рамниот агол AOB и соодветниот лак – полукружницата на цртежот.



- 4 Колку степени има рамниот агол? Колку степени има правиот агол?



■ Направата за мерење агли се вика **агломер**.

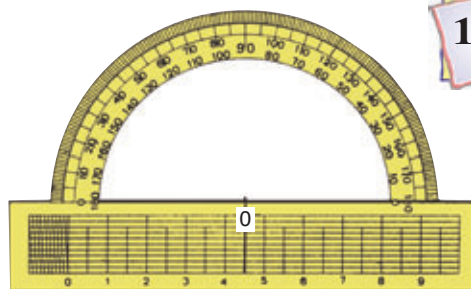
■ Агломерот е прикажан на цртежот.

■ Агломерот може да биде направен од тенка метална плочка, од картон или од пластика.

■ Тој има форма на полукруг кој е поделен на 180 еднакви делови и секој дел означува еден степен.

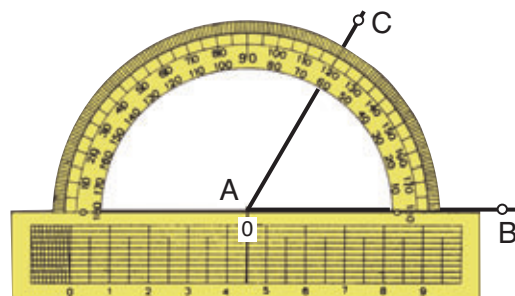
■ На скалата се означени броеви од 0 до 180, а центарот на полукружницата е означен со О.

111

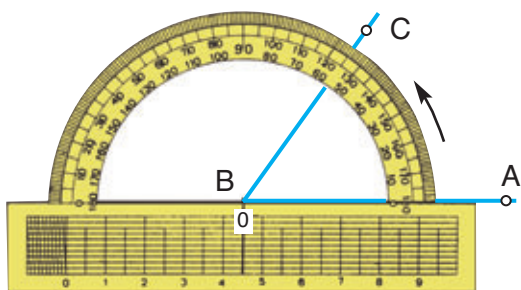


5 Разгледај го цртежот на кој е прикажано мерењето на аголот ВАС и одговори:

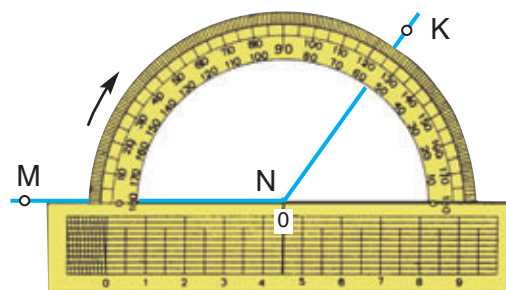
- Каде е поставена точката О од агломерот?
- Каде лежи кракот АВ од аголот ВАС?
- Прочитај на агломерот колку степени има  $\angle BAC$ .



6 Колку степени има секој од аглите на цртежот?



a)



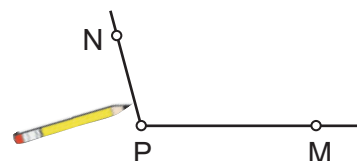
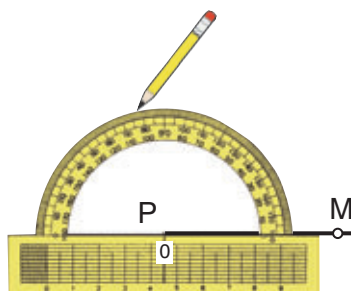
б)

7 Со помош на агломер, нацртај  $\angle MPN = 105^\circ$ .

☞ Нацртај полуправа PM со почетна точка P.

☞ Постави го агломерот така што точката О да се совпадне со почетната точка P на полуправата PM.

☞ Означи точка N на местото каде што скалата на агломерот покажува  $105^\circ$ .



☞ Повлечи полуправа PN. ☞ На тој начин со помош на агломер, нацрта  $\angle MPN = 105^\circ$ .

8 Со помош на агломер нацртај агол од: а)  $48^\circ$ ; б)  $115^\circ$ ;



Помали единици од степенот за мерење агли се аголна минута или кусо **мину-та** (се означува  $1'$ ) и аголна секунда или кусо **секунда** (се означува  $1''$ ). Еден степен има шеесет минути, а една минута шеесет секунди.

$$1^\circ = 60'; 1' = 60''; 1^\circ = 60 \cdot 60'' = 3\,600''.$$

Ако даден агол  $\alpha$  има 25 степени, 38 минути и 42 секунди, тоа се запишува вака:  
 $\alpha = 25^\circ 28' 42''$ .

9 Претвори ги во минути: а)  $5^\circ$ ; б)  $12^\circ 45'$ ; в)  $45^\circ 15'$ .

а)  $5^\circ = 5 \cdot 60' = 300'$ .

10 Претвори ги во секунди: а)  $4^\circ$ ; б)  $10^\circ 15'$ ; в)  $20^\circ 20' 20''$ .



*Треба да знаеш!*

- ◆ Која е основната единица за мерење големина на агол;
- ◆ кои се помали единици од степен;
- ◆ што е аголен степен;
- ◆ колку минути има  $1^\circ$ ;
- ◆ колку секунди има  $1'$ .



*Провери се!*

- ▲ Од кој вид е аголот што има  $90^\circ$ ?
- ▲ Од кој вид е аголот што има  $124^\circ$ ?
- ▲ Претвори во минути  $35^\circ 17'$ .
- ▲ Претвори во секунди  $15^\circ 2' 13''$ .

*Задачи*

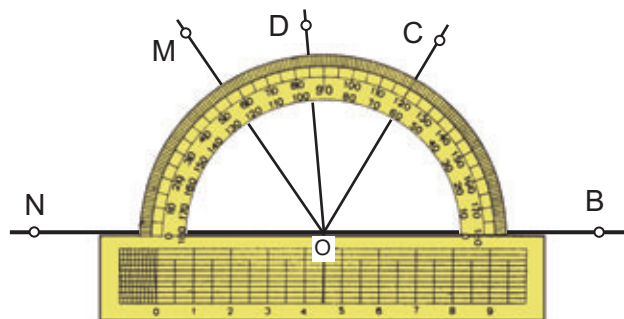
1. Колку степени има секој од аглите: BOC, BOD, COD, BOM и MON на цртежот?

2. Измери ги аглите  $\alpha$  и  $\beta$  на цртежот.



3. Нацртај агол од: а)  $47^\circ$ ; б)  $126^\circ$ .

4. Претстави ги во минути:  
 а)  $25^\circ$ ; б)  $30^\circ 15'$ .



5. Подреди ги по големина, почнувајќи од најмалиот, аглите:  $\alpha = 71^\circ 35'$ ;  $\beta = 62^\circ 58' 30''$ ;  $\gamma = 96^\circ 45'$ ;  $\delta = 84^\circ 35' 40''$ .

*Појсетејте се!*

- Основна единица за мерење агли е степен.
- Помали единици од степенот се мину-та и секунда.

$$1^\circ = 60'; \quad 1' = 60''; \quad 1^\circ = 3\,600''.$$

- Претвори ги во степени:  
а)  $120'$ ; б)  $180'$ .
- Претвори ги во степени и минути:  
а)  $86'$ ; б)  $145'$ .



- 1 Пресметај го збирот на аглите  $\alpha = 85^\circ 36' 25''$  и  $\beta = 32^\circ 12' 20''$ .

- Воочи ја постапката при решавањето.

|                                              |
|----------------------------------------------|
| 1. Собери ги секундите: $25'' + 20'' = 45''$ |
|----------------------------------------------|

|                                          |
|------------------------------------------|
| 2. Собери ги минутите: $36' + 12' = 48'$ |
|------------------------------------------|

|                                                           |
|-----------------------------------------------------------|
| 3. Собери ги степените: $85^\circ + 32^\circ = 117^\circ$ |
|-----------------------------------------------------------|

|             |            |                  |
|-------------|------------|------------------|
| $85^\circ$  | $36'$      | $25''$           |
| $+$         | $32^\circ$ | $12' \quad 20''$ |
| $117^\circ$ | $48'$      | $45''$           |

$$\alpha + \beta = 117^\circ 48' 45''.$$

- 2 Пресметај го збирот на аглите  $\alpha = 48^\circ 32' 15''$  и  $\beta = 60^\circ 8' 20''$ .

- 3 Пресметај ја разликата на аглите  $\alpha = 78^\circ 38' 42''$  и  $\beta = 26^\circ 15' 18''$ .

- Воочи ја постапката.

|                                              |
|----------------------------------------------|
| 1. Одземи ги секундите: $42'' - 18'' = 24''$ |
|----------------------------------------------|

|                                          |
|------------------------------------------|
| 2. Одземи ги минутите: $38' - 15' = 23'$ |
|------------------------------------------|

|                                                          |
|----------------------------------------------------------|
| 3. Одземи ги степените: $78^\circ - 26^\circ = 52^\circ$ |
|----------------------------------------------------------|

|            |            |                  |
|------------|------------|------------------|
| $78^\circ$ | $38'$      | $42''$           |
| $-$        | $26^\circ$ | $15' \quad 18''$ |
| $52^\circ$ | $23'$      | $24''$           |

$$\alpha - \beta = 52^\circ 23' 24''.$$

- 4 Пресметај ја разликата на аглите  $\alpha = 108^\circ 52' 36''$  и  $\beta = 42^\circ 24' 15''$ .

- 5 Пресметај го збирот на аглите  $\alpha = 84^\circ 36' 30''$  и  $\beta = 35^\circ 42' 50''$ .

- Воочи ја постапката.

|                                     |
|-------------------------------------|
| 1. $30'' + 50'' = 80'' = 1' + 20''$ |
|-------------------------------------|

|                                           |
|-------------------------------------------|
| 2. $36' + 42' + 1' = 79' = 1^\circ + 19'$ |
|-------------------------------------------|

|                                                |
|------------------------------------------------|
| 3. $84^\circ + 35^\circ + 1^\circ = 120^\circ$ |
|------------------------------------------------|

|             |            |                  |
|-------------|------------|------------------|
| $84^\circ$  | $36'$      | $30''$           |
| $+$         | $35^\circ$ | $42' \quad 50''$ |
| $120^\circ$ | $19'$      | $20''$           |

$$\alpha + \beta = 120^\circ 19' 20''.$$

- 6 Пресметај го збирот на аглите  $\alpha = 68^\circ 35' 26''$  и  $\beta = 46^\circ 42' 52''$ .



7 Пресметај ја разликата на аглие  $\alpha = 90^\circ 25' 18''$  и  $\beta = 28^\circ 36' 35''$ .

Воочи ја постапката.

1.  $18'' < 35''$ . Од  $25'$  одземаме  $1'$ ;  $1' = 60''$ ;  $18'' + 60'' = 78''$ ;  $78'' - 35'' = 43''$

2.  $24' < 36'$ . Од  $90^\circ$  одземаме  $1^\circ$ ;  $1^\circ = 60'$ ;  $24' + 60' = 84'$ ;  $84' - 36' = 48'$

3.  $89^\circ - 28^\circ = 61^\circ$

$$\begin{array}{r} 90^\circ \quad 25' \quad 18'' \\ - 28^\circ \quad 36' \quad 35'' \\ \hline 61^\circ \quad 48' \quad 43'' \end{array}$$

$$\alpha - \beta = 61^\circ 48' 43''.$$

8 Пресметај ја разликата на аглие  $\alpha = 105^\circ 25' 20''$  и  $\beta = 68^\circ 42' 30''$ .

9 Пресметај ја разликата на аглие  $\alpha = 88^\circ 24'$  и  $\beta = 25^\circ 38' 40''$ .

Воочи ја постапката.

1.  $1' = 60''$ ;  $60'' - 40'' = 20''$

2.  $1^\circ = 60'$ ;  $83' - 38' = 45'$

3.  $87^\circ - 25^\circ = 62^\circ$

$$\begin{array}{r} 88^\circ \quad 24' \quad 00'' \\ - 25^\circ \quad 38' \quad 40'' \\ \hline 62^\circ \quad 45' \quad 20'' \end{array}$$

$$\alpha - \beta = 62^\circ 45' 20''.$$

10 Пресметај ги разликите: а)  $90^\circ - 35^\circ 42'$ ; б)  $180^\circ - 65^\circ 25' 35''$ .

## ЗА ОНИЕ ШТО САКААТ ДА ЗНААТ ПОВЕЌЕ

1 Пресметај  $4\alpha$ , ако  $\alpha = 28^\circ 32' 24''$ .

Воочи ја постапката.

1.  $4 \cdot 24'' = 96'' = 1' + 36''$

2.  $4 \cdot 32' + 1' = 128' + 1' = 129' = 2^\circ + 9'$

3.  $4 \cdot 28^\circ + 2^\circ = 112^\circ + 2^\circ = 114^\circ$

$$4 \cdot 28^\circ 32' 24'' = 114^\circ \quad 9' \quad 36''$$

$$4\alpha = 114^\circ 9' 36''.$$

2 Пресметај  $5\alpha$ , ако  $\alpha = 20^\circ 18' 28''$ .

3 Пресметај  $\alpha : 6$ , ако  $\alpha = 76^\circ 32' 42''$ .

Воочи ја постапката.

$$\begin{array}{r}
 76^\circ 32' 42'' : 6 = 12^\circ 45' 27'' \\
 - \quad 72^\circ \\
 \hline
 4^\circ 32' = 272' \\
 - \quad 270' \\
 \hline
 2' 42'' = 162'' \\
 - \quad 162'' \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$4^\circ 32' = 4 \cdot 60' + 32' = 272'$$

$$2' 42'' = 2 \cdot 60'' + 42'' = 162''$$

4 Кој агол е 4 пати помал од аголот  $\alpha = 75^\circ 34' 20''$ ?

*Треба да знаеш!*

- ◆ Агли се собираат така што по ред ќе се собираат секундите, односно минутите, односно степените;
  - да собираш агли кога збирот на секундите, односно минутите е поголем од 60;
- ◆ агли се одземаат така што по ред ќе се одземаат секундите, односно минутите, односно степените;
  - да одземаш агли кога бројот на минутите или на секундите во намаленикот е помал од истиот број во намалителот.



*Провери се!*

- ▲ Пресметај  $\alpha + \beta$  и  $\alpha - \beta$ , ако  $\alpha = 68^\circ 45' 22''$  и  $\beta = 30^\circ 25' 48''$ .

*Задачи*

1. Пресметај  $\alpha + \beta$  и  $\alpha - \beta$ , ако  $\alpha = 88^\circ 26' 32''$  и  $\beta = 25^\circ 10' 20''$ .

2. Пресметај  $\alpha + \beta$  и  $\alpha - \beta$ , ако  $\alpha = 76^\circ 32' 42''$  и  $\beta = 40^\circ 38' 50''$ .

3. Пресметај го аголот  $\beta$  којшто со аголот  $\alpha$  дава збир од  $90^\circ$ , ако  $\alpha$  е:  
 а)  $\alpha = 36^\circ 40'$ ;      б)  $\alpha = 42^\circ 42' 42''$ .

4. Пресметај го аголот  $\beta$  којшто со аголот  $\alpha$  дава збир од  $180^\circ$ , ако  $\alpha$  е:  
 а)  $\alpha = 78^\circ 30'$ ;      б)  $\alpha = 65^\circ 35' 25''$ .

*Обиди се!*



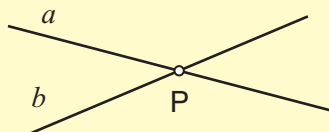
На цртежот е нацртан агол од  $19^\circ$ .



Како може без агломер, а само со шестар и линијар, да се конструира агол од  $1^\circ$ ?

## ЗАЕМНО НОРМАЛНИ ПРАВИ. РАСТОЈАНИЕ ОД ТОЧКА ДО ПРАВА

Појсеејте се!



- Правите  $a$  и  $b$  на цртежот се сечат.
- Тие имаат само една заедничка точка. Која е таа точка?

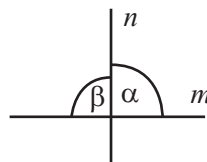
Зайомни!

За две прави што се сечат и образуваат прави агли се вели дека се **заемно нормални прави** или дека едната права е **нормала** на другата права. Тоа симболички се запишува:  $m \perp n$ .



1

На цртежот се дадени правите  $m$  и  $n$ . Разгледај го цртежот и одговори на прашањата:



- Каква заемна положба имаат правите  $m$  и  $n$ ?
- Каков агол формираат агли  $\alpha$  и  $\beta$ ?
- Ако  $\alpha$  е прав агол, каков е аголот  $\beta$ ?

Да зайомнам! Правите  $m$  и  $n$  се сечат и образуваат прави агли. Тие се заемно нормални прави.



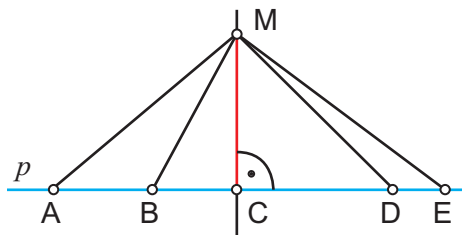
- 2 Нацртај права  $p$  и означи точка  $A$  што не лежи на таа права. Нацртај права  $s$  што минува низ точката  $A$  и е нормална на правата  $p$ .



3

Одреди го најкраткото растојание од точката  $M$  до правата  $p$  на цртежот.

- Разгледај го цртежот и постапи според барањата.
- Измери ги растојанијата  $\overline{MA}$ ,  $\overline{MB}$ ,  $\overline{MC}$ ,  $\overline{MD}$  и  $\overline{ME}$  и спореди ги.
- Кое од наведените растојанија е најмало?
- Во каква заемна положба се правата  $p$  и правата  $MC$ ?



Да зайомнам! Момам да заклучам дека најмало е растојанието  $MC$ , а тоа е должината на отсечката што е нормална на правата  $p$ .



Зайомни!

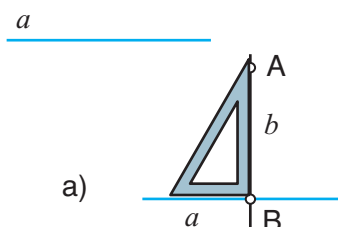
- Под **растојание од точка  $M$  до права  $p$**  се подразбира „најкусото“ растојание.
- Растојанието од точката  $M$  до правата  $p$  го мериме по нормалата повлечена низ точката  $M$  кон правата  $p$ .
- Растојание** на точката  $M$  до правата  $p$  е должината на отсечката  $MC$ , каде што  $C$  е пресечната точка на нормалата и правата  $p$ .

- 4 Одреди го растојанието од точката А до правата  $a$  на цртежот. Разгледај го цртежот а) и работи според постапката.

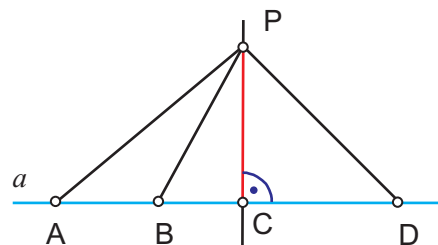
о А

117

- ✎ Нацртај права  $b$  која минува низ точката А и е нормална на правата  $a$  (користејќи го правиот агол на твојот триаголен линијар).
- ✎ Означи ја пресечната точка В на правите  $a$  и  $b$ .
- ✎ Должината на отсечката АВ е растојанието од точката А до правата  $a$ . Во случајов  $\overline{AB} = 27 \text{ mm}$ .



- 5
- Која од отсечките на цртежот е растојание од точката Р до правата  $a$ ?
  - Измери го растојанието од точката Р до правата  $a$ .



- 6 Нацртај права  $a$  и означи точка А што е на растојание 3 cm од таа права.

*Треба да знаеш!*

- ◆ За кои две прави се вели дека се заемно нормални;
- ◆ да одредиш растојание од точка до права.

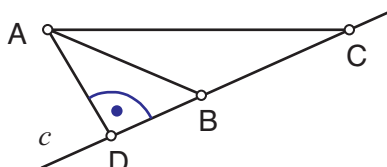


*Провери се!*

- ▲ Кај едно село минува река, оддалечена од него. На реката треба да се постави мост така што да биде најблиску до селото.
- Објасни, според тоа што учеше, како ќе го одредиш местото каде што треба да биде поставен мостот на реката.

*Задачи*

1. Што е растојание од точка до права?
2. Нацртај права  $m$  и означи точка М што не лежи на таа права. Одреди го растојанието од точката М до правата  $m$ .
3. Одреди го растојанието од точката А до правата  $c$  на цртежот.
4. Нацртај права  $p$  и означи точка Р што е на растојание 2 cm од правата  $p$ .
5. Нацртај права  $p$  и на неа означи точка М. Низ точката М повлечи права  $q$ , нормална на  $p$ .



Појсеејте се!

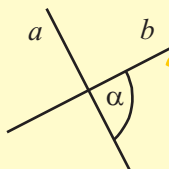


Точката  $M$  е средна точка на отсечката  $\overline{AB} = 3$  см.

Одреди ги  $\overline{AM}$  и  $\overline{MB}$ .

Правите  $a$  и  $b$  на цртежот се заемно нормални.

Од кој вид е аголот  $\alpha$ ?



- Низ точката  $O$  повлечи права  $s$  нормална на  $AB$ .
- На какви делови правата  $s$  ја дели отсечката  $AB$ ?
- Во каква заемна положба се правата  $s$  и отсечката  $AB$ ?

Воочи и зайомни!

Правата  $s$  што ја преполовува отсечката  $AB$  и е нормална на неа вика **симетрала** на отсечката  $AB$ .

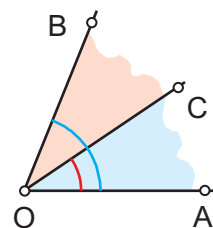
2 Која од правите на цртежот е симетрала на отсечката  $MN$ ?

3 Нацртај отсечка  $CD$  и потоа нацртај ја нејзината симетрала  $s$ .



4 На цртежот е даден  $\angle AOB = 68^\circ$  и во неговата област е повлечена полупржава  $OC$  така што  $\angle AOC = 34^\circ$ .

- Разгледај го цртежот и одговори на прашањето.
- Колку степени има  $\angle COB$ ?
- На какви делови полуправата  $OC$  го дели аголот  $AOB$ ?

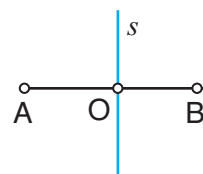


**Заклучив!** Полуправата  $OC$  го дели аголот  $AOB$  на два еднакви дела.  $\angle AOB = 68^\circ$ ,  $\angle AOC = 34^\circ$  и  $\angle COB = 34^\circ$ .

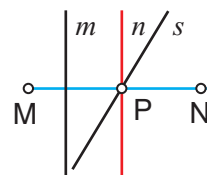
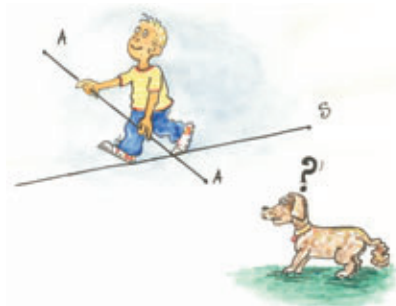


1

Дадена е отсечката  $AB$ . Низ нејзината средна точка  $O$  повлечи права  $s$  што е нормална на отсечката  $AB$ .



- Нацртај отсечка  $AB$ .
- Одреди ја средната точка  $O$  на отсечката  $AB$ .

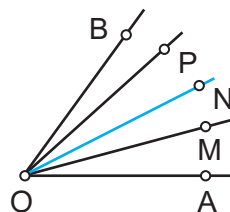


Зайомни!

Полуправата што го дели еден агол на два еднакви агли се вика **симетрала** на тој агол.

5 Провери, која од полуправите: OM, ON и OP на цртежот е симетрала на аголот AOB.

6 Нацртај агол од  $56^\circ$  и со помош на агломер повлечи ја неговата симетрала.



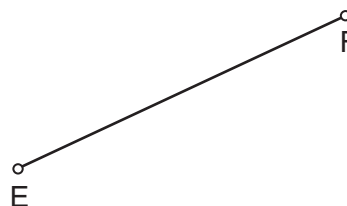
### Треба да знаеш!

- ◆ Да објасниш: што е симетрала на отсечка и што е симетрала на агол;
- ◆ да нацрташ: симетрала на дадена отсечка и симетрала на даден агол.



### Провери се!

- ▲ Нацртај отсечка  $\overline{EF} = 48 \text{ mm}$  како на цртежот, а потоа нацртај ја нејзината симетрала.
- ▲ Нацртај  $\angle AOB = 100^\circ$  и потоа повлечи ја неговата симетрала.
- ▲ Колку симетрали може да се повлечат:
  - на дадена отсечка;
  - на даден агол?

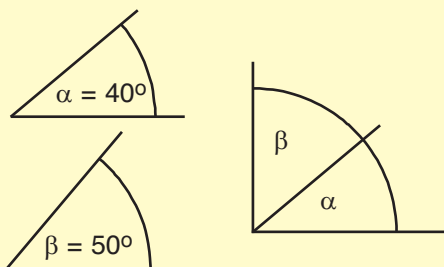


### Задачи

1. Симетралата  $s$  ја сече отсечката  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$  во точката M. Пресметај го  $\overline{AM}$ .
2. Симетралата  $s$  ја сече отсечката MN во точката P, така што  $\overline{MP} = 35 \text{ mm}$ . Пресметај ја должината на отсечката MN.
3. Нацртај отсечка  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ , а потоа нацртај ја нејзината симетрала.
4. Нацртај искршена линија од две отсечки AB и BC. Нацртај ги симетралите на отсечките AB и BC.
5. Полуправата OP е симетрала на  $\angle MON = 84^\circ$ . Колку степени има  $\angle MOP$ ?
6. Полуправата OC е симетрала на  $\angle AOB$ . Пресметај го  $\angle AOB$ , ако  $\angle AOC = 35^\circ$ .
7. Нацртај агол  $\alpha = 76^\circ$  и повлечи ја неговата симетрала.

## Појсееји се!

- На цртежот е конструиран збирот на аглите  $\alpha = 40^\circ$  и  $\beta = 50^\circ$ .



- Колкав агол е збирот на аглите  $\alpha$  и  $\beta$ ?
- Колку степени има правиот агол?
- Колку степени има  $\alpha + \beta$ ?



1 Кои од паровите агли имаат збир  $90^\circ$ ?

- а)  $\alpha = 35^\circ$  и  $\beta = 55^\circ$ ;
- б)  $\alpha = 26^\circ$  и  $\beta = 46^\circ$ ;
- в)  $\alpha = 48^\circ$  и  $\beta = 52^\circ$ .

## Зайомни!

- За два агла чиј збир изнесува  $90^\circ$  се вели дека се **комплементни агли**.

2 Дали аглите  $\alpha$  и  $\beta$  се комплементни, ако:

- а)  $\alpha = 25^\circ$  и  $\beta = 65^\circ$ ;
- б)  $\alpha = 23^\circ$  и  $\beta = 77^\circ$ ;
- в)  $\alpha = 44^\circ$  и  $\beta = 46^\circ$ ?

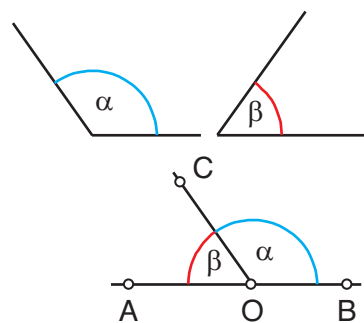
3 Ако  $\alpha = 32^\circ$ , тогаш колку изнесува неговиот комплементен агол  $\beta$ ?



4 Измери ги аглите  $\alpha$  и  $\beta$  и пресметај го нивниот збир.

Разгледај го цртежот и одговори на прашањата.

- Каков агол е збирот на аглите  $\alpha$  и  $\beta$ ?
- Колку степени има рамниот агол?
- Колку степени има  $\angle AOB$ , којшто е збир од аглите  $\alpha$  и  $\beta$ ?



**Воочив!** Збирот на аглите  $\alpha$  и  $\beta$  е  $180^\circ$ , т.е. нивниот збир претставува рамен агол.



■ За два агли чијшто збир изнесува  $180^\circ$  се вели дека се **суплементни агли**.

5 Кои од аглие  $\alpha$  и  $\beta$  се суплементни:

- $\alpha = 65^\circ$  и  $\beta = 115^\circ$ ;      ●  $\alpha = 108^\circ$  и  $\beta = 72^\circ$ ;      ●  $\alpha = 125^\circ$  и  $\beta = 65^\circ$ ?

6 Ако  $\alpha = 75^\circ$ , тогаш колку изнесува неговиот суплементен агол  $\beta$ ?

Треба да знаеш!

- ◆ За кои два агла велиме дека се комплементни?
- ◆ За кои два агла велиме дека се суплементни?



Провери се!

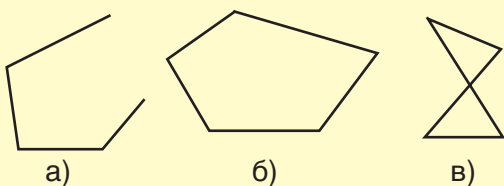
- ▲ Нека  $\angle AOB = 62^\circ$ . Кој од аглие:  $\alpha = 38^\circ$ ;  $\beta = 118^\circ$ ;  $\gamma = 28^\circ$  е:
  - комплементен со аголот AOB;
  - суплементен со аголот AOB?

Задачи

1. Провери дали аглие  $\alpha$  и  $\beta$  се комплементни, ако:
  - а)  $\alpha = 48^\circ$  и  $\beta = 52^\circ$ ;
  - б)  $\alpha = 32^\circ$  и  $\beta = 58^\circ$ ;
  - в)  $\alpha = 66^\circ$  и  $\beta = 24^\circ$ .
2. Пресметај го комплементниот агол на аголот  $\alpha = 39^\circ$ .
3. Нацртај еден остар агол, а потоа конструирај го неговиот комплементен агол.
4. Провери дали се суплементни аглие  $\alpha$  и  $\beta$ , ако:
  - а)  $\alpha = 105^\circ$  и  $\beta = 65^\circ$ ;
  - б)  $\alpha = 128^\circ$  и  $\beta = 52^\circ$ ;
  - в)  $\alpha = 46^\circ$  и  $\beta = 134^\circ$ .
5. Пресметај го суплементниот агол на аголот  $\alpha = 76^\circ$ .
6. Нацртај тап агол, а потоа конструирај го неговиот суплементен агол.

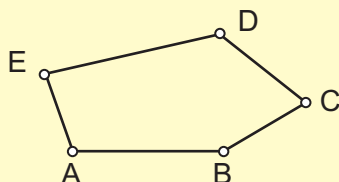
Појсеји се!

На цртежот се дадени три искршени линии.



Искршената линија под а) е отворена, а под б) и в) е затворена.

Страните AB и BC на искршената линија ABCDE се соседни. Тие имаат заедничко теме B.

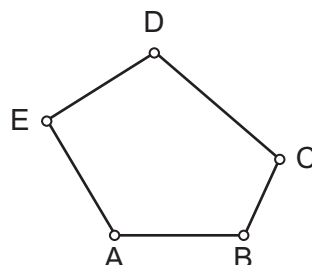
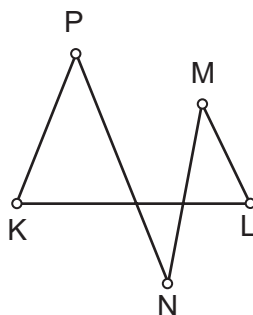


Кои од страните на искршената линија ABCDE не се соседни со страната AB?

Затворена искршена линија во која нема несоседни страни што се сечат се вика полигонална линија.



1 На цртежот се дадени затворени искршени линии KLMNP и ABCDE. Разгледај го цртежот и одговори на прашањата.

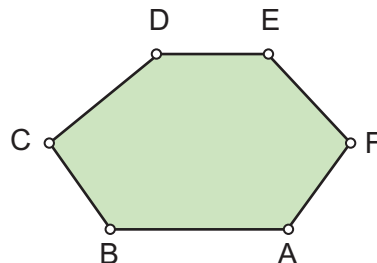


- Кои страни на искршената линија KLMNP ја сечат страната KL?
- Дали страните што ја сечат страната KL се нејзини соседни страни?
- Има ли несоседни страни во искршената линија ABCDE што се сечат?

Навистина во искршената линија ABCDE нема несоседни страни кои се сечат.



2 Нацртај полигонална линија DEFGH.



3 Разгледај ја полигоналната линија ABCDEF на цртежот.

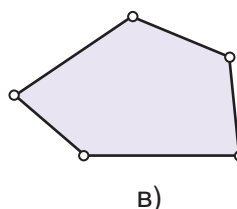
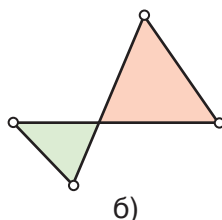
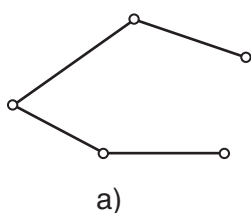
- На колку делови полигоналната линија ја разделува рамнината?
- Обоениот дел се вика **внатрешен дел** или **внатрешна област** на полигоналната линија.

Полигоналната линија и нејзината внатрешна област образуваат една геометричка фигура.



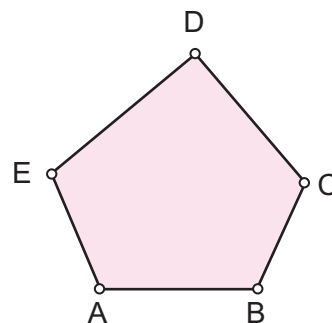
Геометриската фигура образувана од една полигонална линија и нејзината внатрешна област се вика **многуаголник**.

4 Која од фигурите на цртежите е многуаголник?



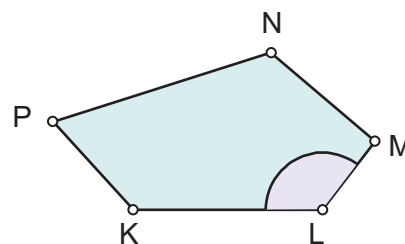
5 На цртежот е даден многуаголникот ABCDE.

- Точките: A, B, C, D и E се **темиња** на многуаголникот.
- Темињата A и B се **соседни темиња** – лежат на иста страна.
- Кои темиња се соседни со темето D?
- Кои темиња не се соседни на темето C?
- Отсечките: AB, BC, CD, DE и EA се викаат **страни** на многуаголникот ABCDE.
- За кои страни на многуаголникот ABCDE темето B е заедничко теме?
- Страните AB и BC имаат заедничко теме B. Тие се викаат **соседни страни**.



6 Кои страни на многуаголникот KLMNP се соседни страни на страната MN?

7 Кои страни на многуаголникот KLMNP не се соседни страни на страната KL?



8 Разгледај го многуаголникот KLMNP.

- Со кои полуправи е образуван аголот KLM?
- Колку агли образуваат полуправите, на кои лежат страните на многуаголникот KLMNP, во неговата внатрешна област?

Аглите: KLM, LMN, MNP, NPK и PKL се **агли на многуаголникот**.

**9** Нацртај многуаголник ABCD и означи ги неговите агли со  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\delta$ .

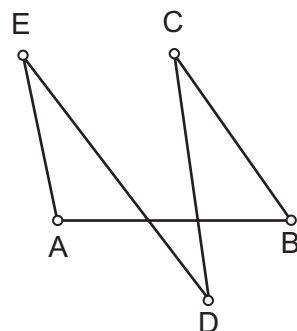
*Треба да знаеш!*

- ◆ Што е полигонална линија;
- ◆ која геометриска фигура се вика многуаголник;
- ◆ што е теме, што е страна и што е агол на многуаголник;
- ◆ кои се соседни темиња, а кои се несоседни темиња кај многуаголник;
- ◆ кои се соседни страни, а кои се несоседни страни кај многуаголник.



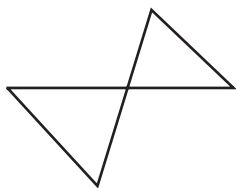
*Провери се!*

- ▲ Зошто искршената линија на цртежот не е полигонална линија?
- ▲ Кои страни на искршената линија ABCDE не се соседни на страната CD?

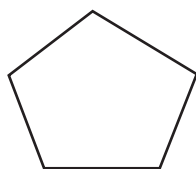


*Задачи*

- 1.** Која од искршените линии е полигонална линија?



а)

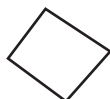


б)

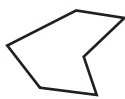
- 2.** Која од геометриските фигури на цртежот е многуаголник?



а)



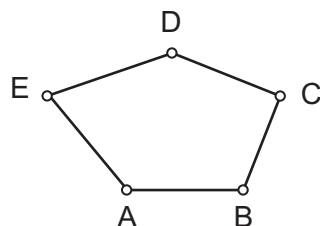
б)



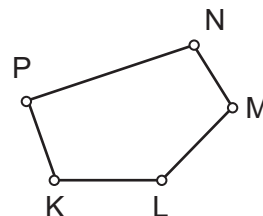
в)

- 3.** Нацртај многуаголник ABCD.

- 4.** Кои од темињата на многуаголникот ABCDE не се соседни со темето D?



- 5.** Кои страни на многуаголникот KLMNP, на цртежот, се соседни на страната MN?



*Помоѓни му на градинарој!*

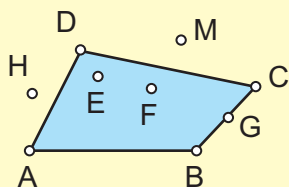


Еден градинар добил задача да посади 12 садници во 6 реда, по 4 садници во секој ред.

Ќе може ли градинарот да ја изврши задачата?

*Појсееј се!*

- Како се вика геометриската фигура што е образувана од една полигонална линија и нејзината внатрешна област?
- Точките D, E и G лежат на многуаголникот ABCD.

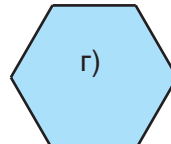
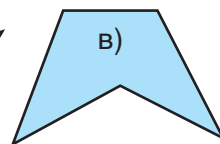
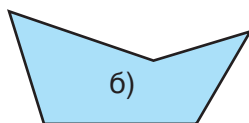
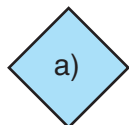


- Уште кои од означените точки лежат на многуаголникот ABCD?
- Кои од означените точки не лежат на многуаголникот ABCD?

*Воочи!*

- Во многуаголникот под а) сите точки на отсечките чишто крајни точки лежат на многуаголникот, се точки од тој многуаголник. За таквите многуаголници се вели дека се **конвексни**.
- Во многуаголникот под б) некои точки од отсечките чишто крајни точки лежат на многуаголникот, не му припаѓаат на многуаголникот. За тој многуаголник се вели дека е **неконвексен**.

- 2 Кои од многуаголниците на цртежот се конвексни?



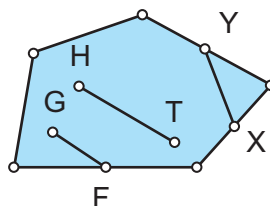
- 3 Нацртај еден конвексен и еден неконвексен многуаголник.



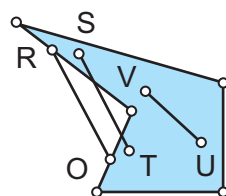
1

На цртежите а) и б) се дадени два многуаголника и по неколку отсечки чишто крајни точки припаѓаат на многуаголниците.

- Разгледај ги цртежите и одговори на прашањата.



а)



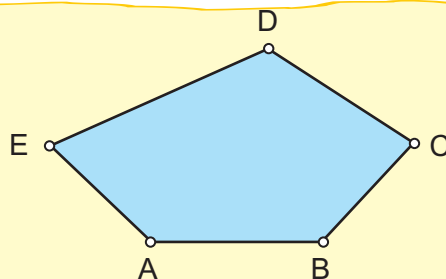
б)

- Каде лежат сите точки од отсечките FG, HT и XY?
- Дали сите точки од отсечките: OR, ST и UV лежат во многуаголникот под б)?

*Појсееј се!*

Разгледај го многуаголникот ABCDE на цртежот.

- Точките: A, B, C, D и E се темиња, отсечките AB, BC, CD, DE и EA се страни на многуаголникот.
- Агли: ABC, BCD, CDE, DEA и EAB се агли на многуаголникот.





4 Разгледај ги многуаголниците на цртежот и одговори на прашањата.

- Колку агли, темиња и страни има секој од тие многуаголници?
- Како се вика многуаголникот ABC?

*Зайомни!*

Според бројот на аглите (темињата или страни-те) многуаголникот може да биде:

- ▶ **триаголник** –многуаголник со три агли (темиња и страни);
- ▶ **четириаголник** –многуаголник со четири агли (темиња и страни);
- ▶ **петаголник** –многуаголник со пет агли (темиња и страни).

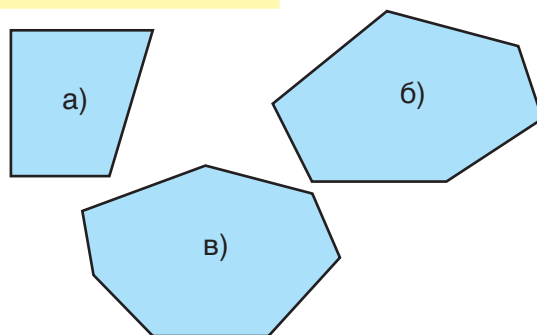
Да, тој има три агли и се вика триаголник..



5 Кој многуаголник се вика шестаголник?

6 Нацртај многуаголник со седум страни. Како се вика таквиот многуаголник?

7 Одреди го видот на секој од многуаголниците на цртежот.



■ Натаму, под **многуаголник** ќе подразбираме **конвексен многуаголник**, ако не е речено поинаку.

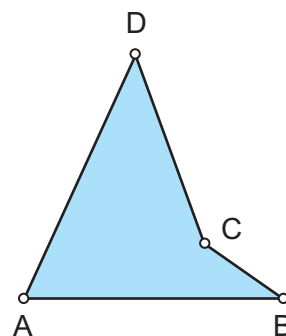
*Треба да знаеш!*

- ◆ Кој многуаголник се вика конвексен;
- ◆ кој многуаголник се вика неконвексен;
- ◆ како се делат многуаголниците според бројот на аглите (темињата, страните).



*Провери се!*

- ▲ Зошто многуаголникот ABCD на цртежот е неконвексен?
- ▲ Како се вика многуаголникот што има 8 страни?



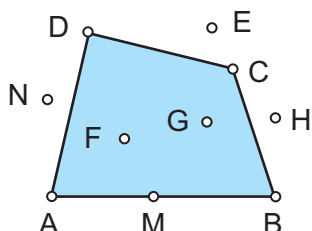
*Задачи*

1. Кој многуаголник се вика конвексен многуаголник?

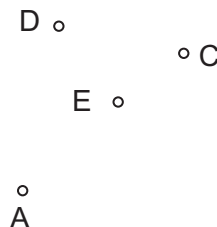
2. Нацртај петаголник ABCDE.

- Кои темиња се соседни на темето В?
- Кои страни не се соседни на страната BC?

3. Кои од означените точки на цртежот лежат на многуаголникот ABCD?



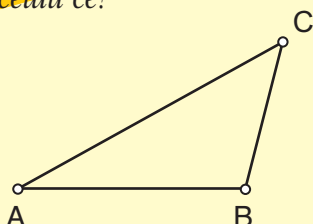
4. Означи пет точки A, B, C, D и E како на цртежот, а потоа нацртај петаголник ABCDE кој е неконвексен.



## 23

## ПЕРИМЕТАР НА МНОГУАГОЛНИК

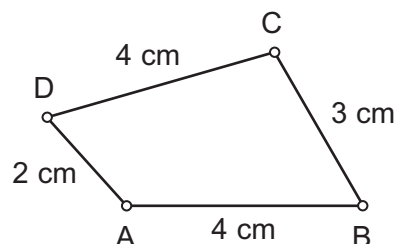
Пойсеејте се!



- Пресметај го периметарот на триаголникот ABC.
- Пресметај го периметарот на квадрат со страна  $a = 5$  cm.



- 1 Разгледај го многуаголникот ABCD на цртежот. На него се дадени должините на отсечките од кои е составена полигоналната линија на многуаголникот.



- Пресметај го периметарот на полигоналната линија ABCD.

Периметарот на полигоналната линија што го формира многуаголникот се вика **периметар на многуаголникот** и се означува со  $L$ .

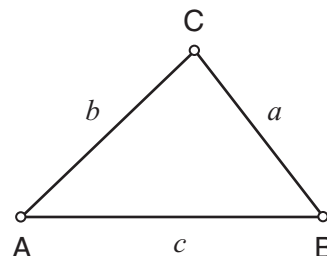
Воочи!

Периметарот на многуаголникот ABCDE на цртежот е:  $L = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$ ;  
 $L = 4 + 3 + 4 + 2 = 13$  cm, т.е.  $L = 13$  cm.

- 2 Пресметај го периметарот на многуаголникот ABCDE, ако:  $\overline{AB} = 4$  cm,  $\overline{BC} = 25$  mm,  $\overline{CD} = 3$  cm,  $\overline{DE} = 35$  mm и  $\overline{EA} = 3$  cm.



- 3 Пресметај го периметарот на триаголникот ABC на цртежот ако:  $a = 28$  mm,  $b = 32$  mm и  $c = 40$  mm.



$$L = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}, \text{ т.е. } L = a + b + c.$$

4 Пресметај ја страната  $a$  на триаголникот ABC, ако се дадени:

а)  $L = 22 \text{ cm}$ ,  $b = 9 \text{ cm}$  и  $c = 6 \text{ cm}$ ;

б)  $L = 30 \text{ cm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$  и  $c = 8 \text{ cm}$ ;

Следи го решението:

а)  $L = a + b + c$ ;  $22 = a + 9 + 6$ ;  $22 = a + 15$ ,  
 $a = 22 - 15$ ;  $a = 7 \text{ cm}$ .

Решај ја задачата под б).

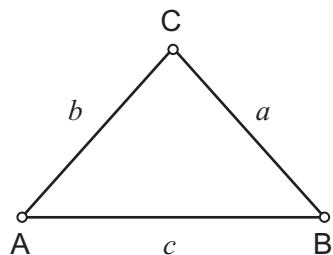
Поисети се!

Кој триаголник се вика рамно-  
крак триаголник?

5 Пресметај го периметарот на рамнокрак триаголник ABC со основа  $\overline{AB} = a = 4 \text{ cm}$  и  
 краци  $\overline{AC} = \overline{BC} = b = 3 \text{ cm}$ .

Воочи ја постојатката:

$L = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$ ,  $L = a + b + c$ ;  $L = a + b + b$ , т.е.  
 $L = a + 2 \cdot b$ ;  $L = 4 + 2 \cdot 3 = 4 + 6 = 10 \text{ cm}$ , т.е.  $L = 10 \text{ cm}$ .



6 Пресметај го периметарот на рамнокрак триаголник  
 со основа  $a = 8 \text{ cm}$  и крак  $b = 6 \text{ cm}$ .

7 Пресметај ја основата  $a$  на рамнокрак триаголник, ако се дадени:

а) периметарот  $L = 23 \text{ cm}$  и кракот  $b = 7 \text{ cm}$ ;

б) периметарот  $L = 30 \text{ cm}$  и кракот  $b = 9 \text{ cm}$ .

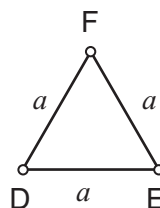
Следи го решението на а)!

Зайомни

$L = a + b + b$ ,  $L = a + 2 \cdot b$   $23 = a + 2 \cdot 7$ ;  $23 = a + 14$ ;  $a = 23 - 14$ ;  $a = 9 \text{ cm}$ ;

8  $\triangle ABC$  е рамностран триаголник со страна  $a = 5 \text{ cm}$ .

Пресметај го периметарот на  $\triangle ABC$ .



## Зайомни

$$L = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}, \quad L = a + a + a, \quad L = 3 \cdot a \quad L = 3 \cdot 5; \quad L = 15 \text{ cm.}$$

- Пресметај го периметарот на рамностран триаголник со страна  $a = 8 \text{ cm}$ .

- 9 Пресметај ја страната на рамностран триаголник со периметар:  
а)  $L = 18 \text{ cm}$ ;      б)  $L = 36 \text{ cm}$ .

Следи го решението:

$$L = 3 \cdot a; \quad 18 = 3 \cdot a; \quad a = 18 : 3; \quad a = 6 \text{ cm.}$$

Треба да знаеш!

- ◆ Што е периметар на многуаголник;
- ◆ да пресметаш периметар на многуаголник;
- ◆ да пресметаш периметар на триаголник;
- ◆ да пресметаш една страна на многуаголник, ако е даден периметарот и другите негови страни.



Провери се!

- ▲ Пресметај го периметарот на рамнокрак триаголник со основа  $a = 4 \text{ cm}$  и крак  $b = 5 \text{ cm}$ .
- ▲ Пресметај ја страната  $a$  на  $\triangle ABC$ , ако  $L = 24 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$  и  $c = 9 \text{ cm}$ .

## Задачи

1. Пресметај го периметарот на многуаголникот  $ABCD$ , ако:  $\overline{AB} = 3 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 34 \text{ mm}$ ,  $\overline{CD} = 46 \text{ mm}$  и  $\overline{DA} = 5 \text{ cm}$ .
2. Пресметај го периметарот на  $\triangle ABC$ , ако:  $a = 8 \text{ cm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$  и  $c = 9 \text{ cm}$ .
3. Пресметај ја страната  $a$  на  $\triangle ABC$ , ако:  $L = 42 \text{ cm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$  и  $c = 15 \text{ cm}$ .
4. Пресметај го периметарот на рамнокрак триаголник со основа  $a = 8 \text{ cm}$  и крак  $b = 11 \text{ cm}$ .
5. Периметарот на еден рамнокрак триаголник е  $34 \text{ cm}$ . Пресметај ја основата  $a$  на тој триаголник, ако кракот  $b = 12 \text{ cm}$ .
6. Рамнокрак триаголник со основа  $a = 12 \text{ cm}$  има периметар  $L = 32 \text{ cm}$ . Пресметај го кракот на тој триаголник.
7. Пресметај го периметарот на рамностран триаголник со страна  $a = 18 \text{ cm}$ .
8. Рамностран триаголник има периметар  $L = 27 \text{ cm}$ . Пресметај ја страната на тој триаголник.
9. Должините на четири страни од еден петаголник се:  $32 \text{ mm}$ ,  $25 \text{ mm}$ ,  $28 \text{ mm}$  и  $35 \text{ mm}$ , а периметарот му е  $L = 150 \text{ mm}$ . Пресметај ја дожината на петтата страна.

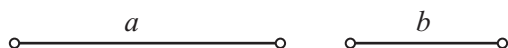


**1.** Нацртај права  $p$  и права  $q$ , и означи точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  што лежат на правата  $p$  и точки  $C$ ,  $D$  и  $E$  што лежат на правата  $q$ . Запиши со симболите  $\in$  и  $\notin$  кои од тие точки припаѓаат, а кои не припаѓаат на правата  $p$ , односно на правата  $q$ .

**2.** Дали се колинеарни точките  $A$ ,  $B$  и  $C$ , ако  $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 76 \text{ mm}$  и  $\overline{CA} = 36 \text{ mm}$ ?

**3.** Што е отсечка?

**4.** Нацртај две отсечки,  $a$  и  $b$ , како на цртежот.



Потоа конструирај ја отсечката:

а)  $a + b$ ;      б)  $a - b$ .

**5.** Одреди кои од искршените линии на цртежот се полигонални. објасни зошто другите искршени линии не се полигонални.



1

2

3

4

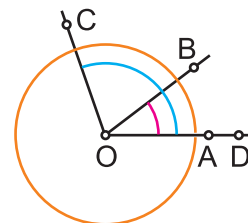
5

**6.** Нацртај кружница  $k(O; 27 \text{ mm})$  и на неа означи кружен лак  $\widehat{AB}$ , така што соодветната тетива да биде  $\overline{AB} = 35 \text{ mm}$ . Колку е дијаметарот на таа кружница?

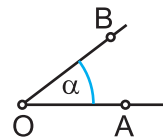
**7.** Нацртај кружница  $k_1(O_1; 30 \text{ mm})$ , а потоа кружница  $k_2(O_2; r_2)$  што ќе ја допира  $k_1$  однатре, а централното растојание да биде  $10 \text{ mm}$ .

**8.** а) Што е агол?  
б) Што е внатрешна област на агол?

**9.** Именувај ги сите агли означени со лак, на цртежот. Кои видови агли препознаваш меѓу нив?



**10.** Нацртај агол  $\alpha = \angle AOB$ , како на цртежот. Потоа, нацртај агол  $\beta$  што е напореден со  $\angle AOB$ .



**11.** Нацртај тап агол  $\alpha$ , а потоа конструирај агол  $\beta$  еднаков со аголот  $\alpha$ .

**12.** Нацртај остар агол  $\alpha$  и прав агол  $\beta$ . Потоа, конструирај ги аглите  $\alpha + \beta$  и  $\alpha - \beta$ .

**13.** Од кој вид е аголот што има  $90^\circ 35'$ ? Претвори ги во минути  $90^\circ 35'$ .

**14.** Пресметај го аголот  $\beta$  којшто со аголот  $\alpha = 45^\circ 35' 45''$  дава збир  $90^\circ$ .

**15.** Нацртај права  $p$  и означи точка  $M$  што е на растојание  $3 \text{ cm}$  од правата  $p$ .

**16.** Што е симетрала на отсечка?

**17.** Провери дали аглите  $\alpha = 105^\circ 45'$  и  $\beta = 75^\circ 15'$  се суплементни.

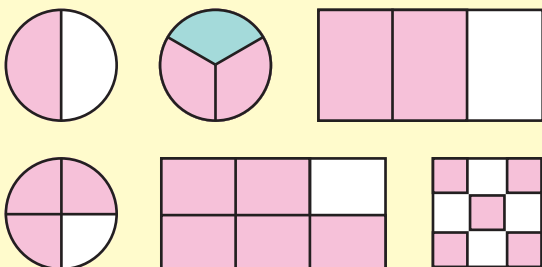
**18.** Периметарот на еден четириаголник е  $64 \text{ m}$ , а трите негови страни имаат должини:  $24 \text{ m}$ ,  $13 \text{ m}$  и  $14 \text{ m}$ . Колку е должината на четвртата страна?

|                                                                                           |     |                                                                 |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------|-----|
| 1. Дропка. Читање и пишување на дробки                                                    | 132 | 9. Видови дијаграми. Избор на дијаграм                          | 157 |
| 2. Видови дробки                                                                          | 135 | 10. Собирање на децимални броеви                                | 160 |
| 3. Претставување дробки на бројна права. Еднаквост на дробки                              | 140 | 11. Одземање на децимални броеви                                | 163 |
| 4. Собирање и одземање на дробки со еднакви именители                                     | 143 | 12. Множење на децимални броеви                                 | 166 |
| 5. Проширување и скратување на дробки                                                     | 146 | 13. Делење на децимални броеви                                  | 170 |
| 6. Децимална дробка. Децимален број                                                       | 149 | 14. Претворање на дробка во децимален број                      | 175 |
| 7. Својства на децималните броеви                                                         | 153 | 15. Заокружување на децимален број                              | 178 |
| 8. Претставување на децималните броеви на бројна права. Споредување на децималните броеви | 155 | 16. Избор на примерок. Анализа и заклучок                       | 180 |
|                                                                                           |     | 17. Учесе за дробки. Децимални броеви. Провери го своето знаење | 182 |



## Поисејте се!

На цртежот фигурите се поделени на делови еднакви по плоштина.

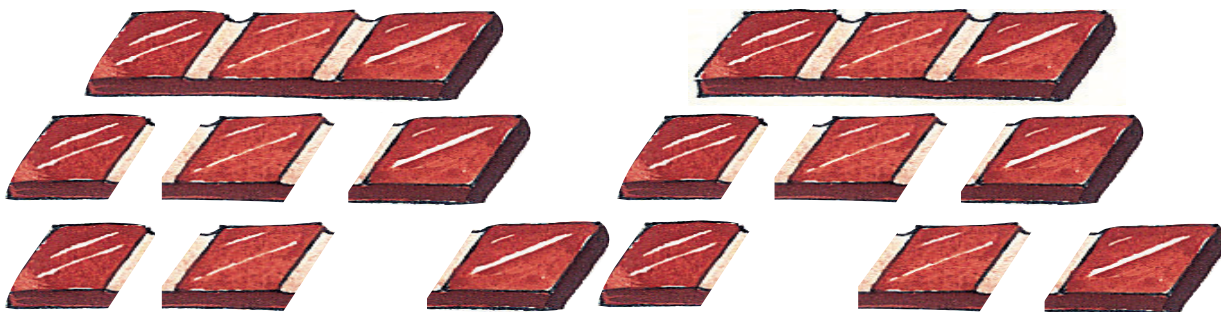


- На колку еднакви делови е поделена секоја од фигурите?
- Именувај еден дел на секоја од фигурите.
- Искажи го и запиши го обоениот дел на секоја фигура.

## Согледај!

- Количникот  $1 : 4$  не е природен број, зашто ниеден природен број помножен со 4 не дава 1.
- Сепак, разумно е да кажеме дека тој количник е еднаков на една четвртина и да прифатиме дека и една четвртина е број.  
Запишуваме  $\frac{1}{4}$ , т.е.  $1 : 4 = \frac{1}{4}$ .

- 4 Како три деца ќе поделат подеднакво две чоколади? Разгледај го цртежот.



- На колку дела е поделена секоја чоколада?
- Колку дела ќе добие секое дете?
- Кој дел од една чоколада ќе добие секое дете?



1

Во една продавница има само цели лебови. Како ќе постапи продавачот ако побараш да купиш половина леб?

2

- Колку половици има едно цело?
- Колку третини има едно цело?

3

Во една бурекарница има една цела пита бурекар. Како ќе постапи продавачот ако побараш да купиш четвртина бурекар?

Питата бурекар продавачот ќе ја подели на четири еднакви делови.



- Едно цело е поделено на четири еднакви делови, т.е. одредено е колку е

$1 : 4$ .

- $2 : 3 = \frac{2}{3}$  ;  $\frac{2}{3}$  се чита: две третини или 2 врз 3.
- Можеме да кажеме дека  $\frac{2}{3}$  е број, запишан во вид на дробка, но не е природен број.

5 Запиши ги количниците  $1 : 2$ ;  $4 : 5$  и  $11 : 15$  во вид на дробки и прочитај ги.

6 Кој од следните количници не е природен број?  
а)  $6 : 3$ ; б)  $1 : 3$ ; в)  $5 : 6$ ; г)  $8 : 4$ .  
Во кој количник деленикот е делив со делителот?



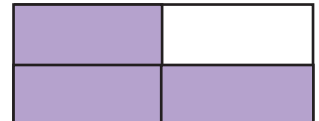
Воочи и зајомни!

- Количниците  $1 : 3$  и  $5 : 6$  не се природни броеви.
- Количникот  $m : n$  не е природен број, ако  $n$  не е делител на  $m$ .
- Количникот  $m : n$  го запишуваме  $\frac{m}{n}$ .
- Со тоа, покрај природните броеви, ќе изучуваш и други броеви кои се викаат дробки.
- **Дробка** е количник на два природни броја.



7 Разгледај го цртежот и одговори на прашањата.

- На колку делови е поделено целото?
- Запиши го со дробка обоениот дел од целото.
- Како се викаат броевите со кои е запишана дробката?
- Што покажуваат броевите со кои е запишана дробката?



Опиши!

👉 Дробката  $\frac{m}{n}$  е количник на природните броеви  $m$  и  $n$ . Се чита:  $m$  врз  $n$ .

👉 Броевите со кои е запишана дробката се викаат:  $m$  – **броител** и  $n$  – **именител**. Тие се одделени со цртичка која се вика **дробна црта**. Таа го заменува знакот за делење.

$\frac{m}{n}$  —броител  
 —дробна црта  
 $n$  —именител

👉 Именителот  $n$  покажува на колку еднакви делови е поделено целото. Броителот  $m$  го покажува бројот на тие делови, односно колку такви делови се земени од целото.

Што покажува броителот, а што именителот, во дробката  $\frac{5}{6}$  ?

9

Запиши и прочитај дробка која означува осум 15–ти делови од едно цело.

Треба да знаеш!



Провери се!

- ◆ Да искажеш што претставува една дробка;
- ◆ да читаш и да запишуваш дробки;
- ◆ да објасниш што претставува броителот, а што именителот во една дробка.

- ▲ Нацртај квадрат и шрафирај  $\frac{5}{8}$  од квадратот.
- ▲ Што покажува броителот, а што именителот во дробката  $\frac{5}{8}$  ?
- ▲ Кој дел е 1 cm од 1 m?    ▲ Запиши 7 dl во l.

### Задачи

1. Запиши ги количниците во вид на дробки и прочитај ги.  
7 : 9;    12 : 23;    4 : 121.

5. Запиши:  
а) 3 cm во dm;    б) 28 cm во m;  
в) 9 dl во l;    г) 15 g во kg.

2. Запиши и прочитај три дробки  $\frac{a}{b}$ , каде што  $a, b \in \{7, 9, 28, 105\}$ .

6. Запиши:  
а)  $\frac{1}{4}$  m во cm;    б)  $\frac{3}{5}$  m во dm;  
в)  $\frac{2}{5}$  l во dl;    г)  $\frac{8}{25}$  kg во g.

3. ● Искажи што покажува именителот, а што броителот на дробките:  
 $\frac{5}{8}$ ;  $\frac{12}{19}$ ;  $\frac{38}{125}$ .  
● Нацртај квадрат и шрафирај го делот  $\frac{4}{9}$ .

7. Од 36 ученици во едно одделение 21 се одлични. Претстави го со дробка делот на одличните ученици во одделението.

4. Кој дел е:  
а) 1 dm од 1 m    б) 1 cl од 1 l  
в) 1 g од 1 kg    г) 1 dm<sup>2</sup> од 1 m<sup>2</sup>

8. Во 8 еднакви вреќички има вкупно 5 kg шеќер. Колку килограми шеќер има во секоја вреќичка?

Појси се!



- Колку половини има едно цело?
- Колку третини има едно цело?
- Колку половини има во: две цели, пет цели?



1 Запиши едно цело во:

- половини; • третини; • седмини.

Воочи!

$$\frac{2}{2} = 1, \quad \frac{3}{3} = 1, \quad \frac{7}{7} = 1.$$

■ Воопшто, за дробка  $\frac{n}{n}$ , со еднаков броител и именител, каде што  $n$  е природен број имаме:

$$\frac{n}{n} = n : n = 1, \text{ т.е. } \frac{n}{n} = 1.$$

2 Запиши го бројот 1 како дробка: • со именител 8; • со броител 12.

3 Пресметај ги количниците:  $2 : 1$ ;  $9 : 1$  и  $n : 1$  ( $n$  е природен број) и претстави ги како дробки.

■ Запишуваи:  $\frac{2}{1} = 2 : 1 = 2$ ;  $\frac{9}{1} = 9 : 1 = 9$ ;  $\frac{n}{1} = n : 1 = n$ .

■ Секој природен број  $n$  може да се претстави како дробка со броител  $n$  и именител 1.

4 • Запиши го бројот 8 како дробка со броител 8.  
• Запиши го бројот 15 како дробка со именител 1.

5 Запиши две цели како дробка со именител три.

■ Согледај:  $2 = 1 + 1 = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{6}{3}$ . Можеме да кажеме дека дробката  $\frac{6}{3}$  е еднаква на природниот број 2.

■ Овој начин на запишување природен број како дробка со даден именител не е практичен за поголеми броеви. Воочи го следниот покус начин.

- Како можеш бројот 5 да го запишеш во вид на дробка со именител 4?
- Колку четвртини има во 5 цели?

Во 5 цели има  $4 \cdot 5$  четвртини,  
т.е.  $5 = \frac{4 \cdot 5}{4} = \frac{20}{4}$ .

Еднакво



Кoj било природен број  $m$  може да се запише во вид на дробка со именител природен број  $n$ .

$$m = \frac{m \cdot n}{n}$$

6

- Претстави го бројот 8 во петтини и бројот 12 во седмини.
- На која од следните дробки именителот е делител на броителот?

Која од нив е природен број:  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{4}{2}$ ;  $\frac{3}{6}$ ;  $\frac{15}{3}$ ;  $\frac{18}{9}$ ;  $\frac{5}{10}$ ;  $\frac{21}{7}$ ?

*Зайомни!*

Дробката  $\frac{a}{b}$  претставува природен број ако  $b$  е делител на  $a$ .

Дробката со која е претставен природен број се вика **привидна дробка**.

7

Кои од следниве дробки се привидни дробки:

$\frac{1}{2}$ ,  $\frac{4}{2}$ ,  $\frac{5}{1}$ ,  $\frac{6}{6}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{14}{7}$ ,  $\frac{25}{4}$ ,  $\frac{22}{2}$ ,  $\frac{31}{8}$ ?

Секој природен број може да се смета за дробка.

Има дробки кои не претставуваат природен број.

Според тоа, множеството природни броеви е подмножество од множеството дробки.



8

На цртежот се формирани фигури од еднакви делови што претставуваат  $\frac{1}{4}$  од еден круг.

I



a)

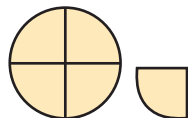


б)

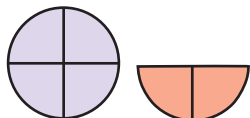


в)

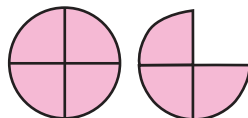
II



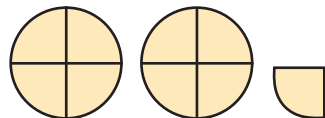
г)



д)



е)



ж)

- Колку четвртини има секоја фигура од првиот ред?
- Колку четвртини има секоја фигура од вториот ред?
- Кои од фигурите претставуваат помалку од едно цело, а кои повеќе од едно цело?
- Претстави ги со дробки фигурите од првиот ред. Спореди ги броителите со нивните соодветни именители. Што заклучуваш?

- Претстави ги со дробка фигурите од вториот ред. Спореди ги броителите со нивните соодветни именители. Што заклучуваш?

*Воочи!*

- Фигурите од првиот ред се претставуваат со дробките: а)  $\frac{1}{4}$ , б)  $\frac{2}{4}$  и в)  $\frac{3}{4}$ .
- Броителот на секоја од овие дробки е помал од именителот, што значи дека тие содржат помалку делови отколку што има едно цело. Тие дробки се помали од 1.
- Таков вид се дробките:  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{9}{11}$ ,  $\frac{28}{31}$  итн. Нив ги викаме **правилни дробки**.

■ *Зайомни за правилни дробки:*

Во која било дробка  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbf{N}$ ), ако  $a < b$ , тогаш  $\frac{a}{b} < 1$ .

- Фигурите од вториот ред се претставуваат со дробките: г)  $\frac{5}{4}$ , д)  $\frac{6}{4}$ , ё)  $\frac{7}{4}$  и е)  $\frac{9}{4}$ .
- На секоја од овие дробки броителот е поголем од именителот, што значи, содржи повеќе делови отколку што има едно цело. Тие дробки се поголеми од 1.
- Од таков вид се дробките:  $\frac{9}{4}$ ,  $\frac{11}{3}$ ,  $\frac{25}{13}$ ,  $\frac{38}{19}$  итн. Нив ги викаме **неправилни дробки**.

■ *Зайомни за неправилни дробки:*

Во која било дробка  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbf{N}$ ), ако  $a > b$ , тогаш  $\frac{a}{b} > 1$ .

- Дробките помали од 1 уште се викаат **чисти дробки**, а дробките поголеми од 1 се викаат **нечисти дробки**.

**9** ▶ Дадено е множеството  $M = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{8}, \frac{7}{7}, \frac{5}{11}, \frac{14}{9} \right\}$ .

Запиши ги на табеларен начин множествата

$$A = \{x \mid x \in M \text{ и } x < 1\} \text{ и } B = \{x \mid x \in M \text{ и } x > 1\}.$$

**10** ▶

- Од кој вид е дробката  $\frac{3}{2}$ ?
- Запиши ја дробката  $\frac{3}{2}$  како збир од половици со два собирока.
- Запиши ја дробката  $\frac{3}{2}$  како збир од половици со три собирока.

## Проследи го решението

- Дропката  $\frac{3}{2}$  е поголема од 1 и може да се претстави како збир од половини, т.е.  $\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$ . Збирот  $1 + \frac{1}{2}$  кратко се запишува  $1\frac{1}{2}$ .

- Можеме да запишеме  $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ .

Мешан број содржи  
цело и дропка.



- Читаеме: три половини е еднакво на едно цело и една половина.  
Дропките поголеми од 1 запишани со цело и чиста дропка се викаат **мешани броеви**.



11

- Зошто секоја дропка поголема од 1 може да се запише како мешан број?

👉 Дропката  $\frac{32}{5}$  да ја запишеме како мешан број.

## Следи го решението:

- Ако го поделиш броителот со именителот, тогаш добиениот количник е  
целот дел на мешаниот број. Зошто?

$$\begin{array}{r} 32 : 5 = 6; \\ -30 \\ \hline 2 \end{array}$$

- Добиениот остаток е броител на дропката помала од 1, а именителот останува ист.  $\frac{32}{5} = 32 : 5 = 6 + \frac{2}{5} = 6\frac{2}{5}$ ;  $\frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$

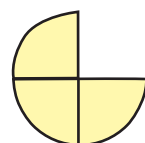
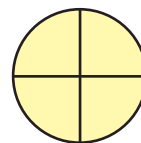
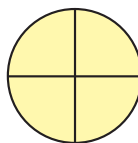
- 12 Запиши ја дропката во мешан број: а)  $\frac{6}{5}$  б)  $\frac{8}{3}$  в)  $\frac{15}{4}$  г)  $\frac{48}{11}$  д)  $\frac{80}{13}$  е)  $\frac{132}{17}$ .

- Мешан број може да се запише како дропка.

👉 Мешаниот број  $2\frac{3}{4}$  да го запишеме како дропка.

## Следи го решението

- Да определиме колку четвртини содржи мешаниот број  $2\frac{3}{4}$ .



- Колку четвртини содржат 2 цели?



$2 \cdot 4$  четвртини

- Дропката помала од 1 содржи уште 3 четвртини.



$2 \cdot 4 + 3$  четвртини

$$2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

Мешан број се претставува како дробка така што именителот се множи со целото и тој број се додава на броителот. Тој број се запишува за броител, а именителот останува ист.

**13** Мешаните броеви:  $3\frac{2}{5}$ ,  $4\frac{5}{7}$ ,  $8\frac{9}{11}$  запиши ги во вид на дробка.

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да ги препознаваш видовите дробки: дробки помали од 1 (правилни дробки), дробки поголеми од 1 (неправилни дробки), привидни дробки и мешаните броеви.
- ◆ Да запишеш природен број во вид на дробка со одреден именител.
- ◆ Да претставиш дробка поголема од 1 во мешан број и обратно.



*Провери се!*

- ▲ Која од следните дробки:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{6}{3}$ ,  $\frac{9}{8}$ ,  $\frac{9}{3}$ ,  $\frac{9}{10}$  е помала од 1, поголема од 1, привидна дробка?
- ▲ Колку цели има дробката  $\frac{13}{3}$ ? Запиши ја како мешан број.
- ▲ Колку петтини има во  $3\frac{4}{5}$ ? Запиши го мешаниот број во вид на дробка.

*Задачи*

1. Секој од природните броеви: 2, 5, 7, 8 и 11 запиши го во вид на дробка со именител: а) 1; б) 3; в) 7.
2. Колку дробки помали од 1 можеш да запишеш со именител 5, а броител природен број?
3. Запиши две дробки помали од 1 со именител 7.
4. Запиши две дробки поголеми од 1 со броител 12.
5. Претвори ги во мешани броеви дробките:  $\frac{28}{3}$ ,  $\frac{17}{4}$ ,  $\frac{21}{8}$ ,  $\frac{29}{5}$ ,  $\frac{125}{9}$ .
6. Претвори ги во дробки мешаните броеви:  $8\frac{1}{4}$ ,  $3\frac{8}{9}$ ,  $1\frac{3}{10}$ ,  $15\frac{3}{4}$ .

*Досейка!*



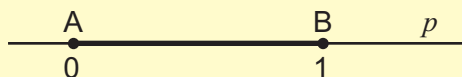
Едно поле го зафатила поплава со вода и секој ден било поплавувано двојно повеќе отколку во претходниот ден. Шестиот ден било поплавено целото поле. На крајот од кој ден било поплавено половина од полето?



# ПРЕТСТАВУВАЊЕ ДРОПКИ НА БРОЈНА ПРАВА. ЕДНАКВОСТ НА ДРОПКИ

## Поисети се!

- На цртежот е нацртана правата  $p$  и на неа означени две точки А и В.



- Кој број е придружен на точката А, а кој на точката В?
- На цртежот е определен бројна права со единична отсечка  $\overline{AB} = 1$ .



1

- Нацртај бројна права со единична отсечка 2 см.
- На бројот 3 придружи ја точката С.
- На бројот 5 придружи ја точката D, а на бројот 7 точката E.
- Одреди ја должината на отсечката CE.
- Колку пати треба да ја пренесеш единичната отсечка за да одредиш точка за бројот 14?

- Секој природен број може да се претстави на бројна права.

- 2 Нацртај отсечка AB со должина 6 см. На отсечката AB одреди точка C така што  $\overline{AC} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ . Одреди ја должината на отсечката AC.

## Разгледај го цртежот!

- Отсечката AB е поделена на 3 дела. Секој дел има должина 2 см, а отсечката AC има 2 такви дела.  
 $\overline{AC} = 4$  см.



- Како ќе ја одредиш точката D, така што  $\overline{AD} = \frac{1}{3} \overline{AB}$ . Одреди ја должината на отсечката AD?

- Дропките, како и природните броеви, можат да се претставуваат на бројна права.

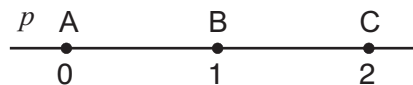
- 3 Претстави ја дропката  $\frac{1}{4}$  на бројната права  $p$ .

- Воочи дека дропката  $\frac{1}{4}$  е помала од 1.

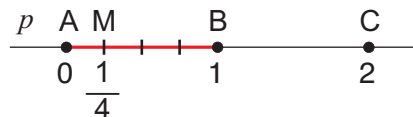
- Каде се наоѓа дропката  $\frac{1}{4}$  на бројната права  $p$ ?

- Единичната отсечка AB од 0 до 1 треба да ја поделиш на 4 еднакви дела. На крајот од првиот дел е точката M и на неа е придружена дропката  $\frac{1}{4}$ .

- На бројната права претстави ги дропките  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{3}{4}$ .



Дропката  $\frac{1}{4}$  се наоѓа на отсечката AB.



4 На бројна права со единична отсечка 3 cm претстави ја дробката  $\frac{10}{3}$ .

Во постојателките одговори на барањата.

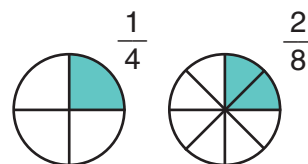
- Нацртај бројна права и на неа одреди точки со броевите од 1 до 6.
- Запиши ја дробката  $\frac{10}{3}$  во мешан број.
- Помеѓу кои броеви ќе биде дробката  $\frac{10}{3}$ ?
- Меѓу кои броеви отсечката ќе ја поделиш на 3 дела? Колку делови ќе одвоиш за да одредиш точка за дробката  $\frac{10}{3}$ ?
- На истата бројна права претстави ги дробките  $\frac{11}{3}$  и  $\frac{4}{3}$ .



5 Милица купила  $\frac{1}{4}$  од пита буреќ, а Теута  $\frac{2}{8}$  од пита буреќ со иста големина.

Која од нив купила поголем дел од пита буреќ? Постапи според барањата.

- Претстави ги двете пити буреќ со два круга со еднакви радиуси (како на цртежот).
- Едниот круг подели го на 4 дела, а другиот на 8 дела.
- Од првиот круг обој  $\frac{1}{4}$ , а од вториот  $\frac{2}{8}$ .  
Спореди ги обоените делови.

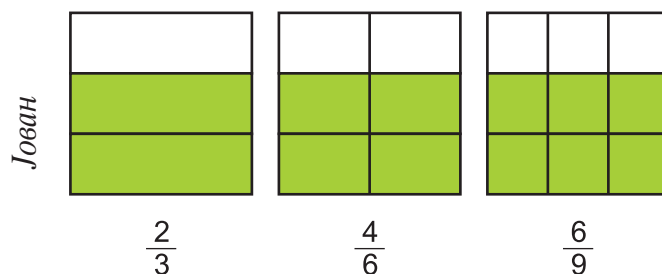
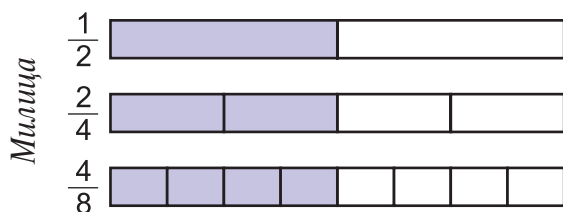


Можам да заклучам!

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$



6 Милица обоила делови на три еднакви ленти, а Јован делови на три еднакви квадрати.



- На колку делови е поделена секоја од лентите?
- На колку делови е поделен секој од квадратите?
- Кој дел од секоја лента, односно секој квадрат е обоен?
- Спореди ги обоените делови на лентите, односно на квадратите.

Обоените делови од лентите се еднакви и дробките  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$  и  $\frac{4}{8}$  се еднакви.

Според тоа можеме да запишеме:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ ;  $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ ;  $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ .

Обоените делови на квадратите се еднакви.

Според тоа:  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ .



■ Сogleдај го правилото што важи кај еднаквите дробки.

✎  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ , важи:  $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$

✎  $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ , важи:  $2 \cdot 8 = 4 \cdot 4$ ;

✎  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ , важи:  $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$ ;

●  $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ . Провери и запиши.

Да зајомнам! Кај еднаквите дробки важи: ако помножиш вкрстено ќе добиеш еднакви производи.



Правилото важи за кои било еднакви дробки  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{c}{d}$ , т.е.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , ако важи  $a \cdot d = b \cdot c$ .

7 Кои од следниве дробки се еднакви: а)  $\frac{2}{5}$  и  $\frac{6}{15}$ ; б)  $\frac{3}{7}$  и  $\frac{6}{14}$ ; в)  $\frac{11}{10}$  и  $\frac{44}{40}$ ; г)  $\frac{80}{81}$  и  $\frac{90}{91}$ ?

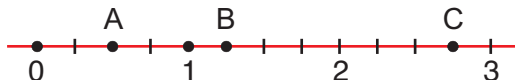
Треба да знаеш!

- ◆ Да нацрташ бројна права со дадена единична отсечка;
- ◆ да претставуваш дробки на бројна права;
- ◆ да одредиш дали две дробки се еднакви со помош на правилото за еднаквост на дробки.



Провери се!

- ▲ Кои дробки одговараат на точките А, В и С на бројната права?

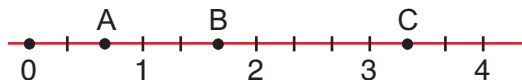


- ▲ Нацртај бројна права со единична отсечка 1 cm и на неа одреди точка А што одговара на дробката  $\frac{7}{3}$ .

- ▲ Кој број треба да биде запишан во квадратчето за да бидат еднакви дробките  $\frac{2}{3} = \frac{6}{\square}$ ?

Задачи

1. Кои дробки одговараат на точките А, В и С од бројната права?



2. Нацртај бројна права со единична отсечка 2 cm и на неа претстави ги броевите а) 5; б) 7; в)  $4 \frac{3}{4}$ ; г)  $6 \frac{1}{2}$ .

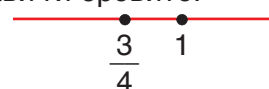
3. Нацртај бројна права со единична отсечка 4 cm и на неа претстави ги дробките  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{9}{8}$ ,  $\frac{9}{4}$ ,  $\frac{7}{2}$ .

4. Кои од следните дробки се еднакви:  $\frac{1}{6}$  и  $\frac{5}{30}$ ,  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{9}{19}$ ,  $\frac{7}{10}$  и  $\frac{28}{40}$ ;  $\frac{9}{11}$  и  $\frac{27}{37}$ ?

5. Со користење на правилото за еднаквост на дробки одреди го  $x$  за дробките да бидат еднакви

а)  $\frac{2}{3} = \frac{x}{12}$ ; б)  $\frac{7}{x} = \frac{35}{40}$ ; в)  $\frac{2}{9} = \frac{x}{27}$ ; г)  $\frac{10}{11} = \frac{100}{x}$ .

6. На бројна права претставени се броевите  $\frac{3}{4}$  и 1. Претстави ги броевите  $\frac{5}{4}$ ;  $3 \frac{1}{2}$  и  $\frac{17}{4}$ .



Појси се!

- Билјана и Сашко поделиле еден круг на 4 еднакви делови. Билјана обоила  $\frac{1}{4}$  од кругот, а Сашко  $\frac{2}{4}$  од истиот круг. Кој дел од кругот обоиле Билјана и Сашко заедно?
- Нацртај круг и запиши ги обоените делови.
- Пресметај  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ .
- Пресметај колку повеќе обоил Сашко, т.е.  $\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$ .
- Примени го дистрибутивното својство на делењето во однос на собирањето  $(12 + 9) : 3 = \square$ .



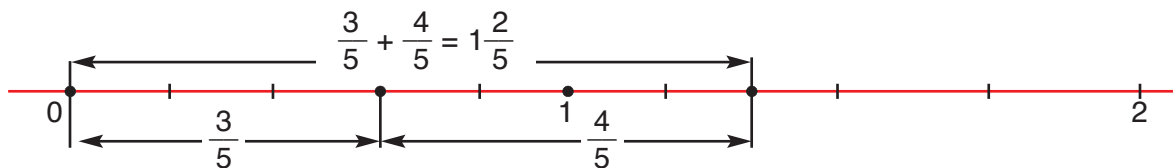
1 Најди го збирот на дробките  $\frac{3}{5}$  и  $\frac{4}{5}$ .

Воочи како ќе го објасниме собирањето на дробки со еднакви именители со помош на дистрибутивното својство на делењето во однос на собирањето.

- Работи според следните постапки и спореди го решението.

|                                                                        |                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Примени го дистрибутивното својство на изразот $(3 + 4) : 5 = \square$ | $(3 + 4) : 5 = 3 : 5 + 4 : 5$                                              |
| Промени ги страните на добиеното равенство.                            | $3 : 5 + 4 : 5 = (3 + 4) : 5$                                              |
| Запиши ги количниците во вид на дробка.                                | $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3 + 4}{5}$                              |
| Пресметај го збирот и претстави го во мешан број.                      | $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3 + 4}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$ |

2 Разгледај го цртежот и објасни како е претставен збирот  $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$  на бројната права.



Да зајомнам: Дробки со еднакви именители се собираат вака:  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ ,  $a, b, c \in \mathbf{N}$ , т. е. збирот од броителите се пишува за броител, а именителот останува ист.



3 Одреди го збирот  $2\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ .

Воочи дека збирот може да се пресмета на два начина.

### I начин

☞ Претвори го мешаниот број  $2\frac{3}{5}$  во дробка поголема од 1.

☞ Одреди го збирот  $\frac{13}{5} + \frac{1}{5}$ .

☞ Запиши го збирот  $\frac{14}{5}$  во мешан број.

### II начин

☞ Запиши го мешаниот број  $2\frac{3}{5}$  како збир од целите и дробката помала од 1.

☞ Во изразот  $2 + \frac{3}{5} + \frac{1}{5}$  одреди го збирот на дробките помали од 1.

☞ Запиши го збирот  $2 + \frac{4}{5}$  во мешан број.

4 Одреди го збирот  $3\frac{2}{7} + 1\frac{4}{7}$  на два начина.

5 Одреди го збирот на дробките:

а)  $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$ ; б)  $\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$ ; в)  $2\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$ .

6 Еден тракторист за еден час изорал  $\frac{11}{20}$  од една нива, а вториот час изорал  $\frac{8}{20}$  од нивата.

• Кој дел од нивата изорал трактористот за двата часа?

• Кој дел од нивата останал неизоран?



7 Која дробка треба да се запише наместо  $x$  за да важи:  $\frac{7}{9} = \frac{5}{9} + x$ ?

Воочи!

На дробката  $\frac{5}{9}$  треба да ѝ се додаде дробката  $\frac{2}{9}$  за да се добие дробката  $\frac{7}{9}$ .

Дробката  $\frac{2}{9}$  е **разлика** на дробките  $\frac{7}{9}$  и  $\frac{5}{9}$ ; запишуваме:  $\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{7-5}{9} = \frac{2}{9}$ .

Да зајомнам: Дробки со еднакви именители се одземаат вака:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}, a > c,$$

т.е. разликата на броителите се запишува за броител, а именителот останува ист.



8 Пресметај ја разликата: а)  $\frac{11}{12} - \frac{7}{12}$ ; б)  $\frac{16}{25} - \frac{11}{25}$ ; в)  $3\frac{5}{8} - 1\frac{3}{8}$ .

9 Должината на едната страна на еден правоаголник е  $5\frac{3}{5}$  cm, а должината на соседната страна е за  $1\frac{2}{5}$  cm помала.

- Одреди ја должината на соседната страна.
- Одреди го периметарот на правоаголникот.

Треба да знаеш!

- ◆ Да одредиш збир на дробки со еднакви именители;
- ◆ да пресметаш разлика на дробки со еднакви именители.



Провери се!

▲ Одреди го збирот, а потоа запиши го во мешан број.

●  $\frac{3}{8} + \frac{7}{8}$       ●  $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}$

▲ Кој број е за  $2\frac{4}{9}$  помал од бројот  $3\frac{2}{9}$ ?

Задачи

1. Пресметај:  
а)  $\frac{5}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9}$     б)  $1\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}$   
в)  $3\frac{7}{12} + 4\frac{11}{12}$     г)  $\frac{4}{15} + 1\frac{2}{15} + 3\frac{7}{15}$

2. Пресметај:  
а)  $\frac{7}{9} - \frac{3}{9}$     б)  $\frac{17}{19} - \frac{15}{19}$     в)  $5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$   
г)  $3 - 1\frac{3}{5}$     д)  $3\frac{2}{11} + \frac{5}{11} - 2\frac{4}{11}$

3. Еден базен се полни од три цевки. За еден час првата цевка полни  $\frac{1}{12}$  од базенот, втората  $\frac{5}{12}$ , а третата  $\frac{4}{12}$  од базенот.

- Кој дел од базенот ќе го наполнат трите цевка за еден час?
- Кој дел од базенот ќе остане не наполнет?

4. Збирот на броевите  $3\frac{5}{7}$  и  $2\frac{1}{7}$  намали го за  $5\frac{5}{7}$ .

5. Еден ученик првиот ден прочитал  $\frac{3}{10}$  од една книга, а вториот ден  $\frac{5}{10}$  од истата книга.

- Кој дел од книгата прочитал за двата дена?
- Кој дел од книгата му останал непрочитан по вториот ден?

6. Сашко има  $10\frac{3}{12}$  години, а Билјана  $15\frac{7}{12}$  години.

- Колку години ќе има Сашко по  $3\frac{5}{12}$  години?
- За колку години ќе биде постара Билјана од Сашко по  $3\frac{5}{12}$  години?

*Појсеејте се!*

- Кој број треба да се запише во квадратчето за да биде точно равенството.

$$12 : 5 = (12 \cdot 3) : (5 \cdot \text{■}).$$

Кое својство на делењето е применето?

- Провери дали дробките се еднакви:

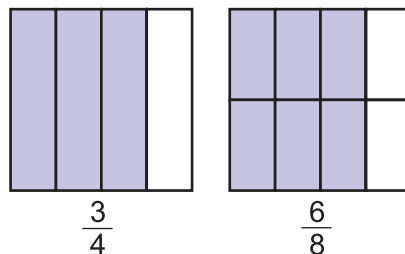
$$\frac{4}{5} \text{ и } \frac{8}{10}; \quad \frac{5}{6} \text{ и } \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3};$$



1

Воочи ги квадратите со еднакви страни. На едниот квадрат обоениот дел е  $\frac{3}{4}$ , а на другиот  $\frac{6}{8}$ .

- Спореди ги обоените делови.



- Согледа дека обоените делови се еднакви, т.е.  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ . Исто така  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ , бидејќи  $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$ .
- Можеш да воочиш дека  $\frac{6}{8} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2}$ . Од тоа и од  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$  се добива дека  $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2}$ .

Броителот и именителот на дробката  $\frac{3}{4}$  се помножени со 2, а нејзината вредност не се промени.



- 2 Броителот и именителот на дробката  $\frac{5}{6}$  помножи ги со: 2, 3 и 4. Провери дали добиените дробки се еднакви со дробката  $\frac{5}{6}$ .

- Воочи дека  $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$ . Ова равенство важи бидејќи  $5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$ ;  
 $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{15}{18}$ . Ова равенство важи бидејќи  $5 \cdot 18 = 6 \cdot 15$ .
- Согледаното својство на дробките можеш да го објасниш од својството на делењето  $a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n)$ . Според тоа:  $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$ ;  $a, b, n \in \mathbf{N}$ .

*Важи оџијџо!*

- Ако броителот и именителот на една дробка се помножат со еден ист број, различен од нула, се добива дробка еднаква на дадената.



Оваа постапка се вика **проширување** на дробките.

- 3 Прошири ги дробките: а)  $\frac{5}{6}$  со 3; б)  $\frac{7}{8}$  со 4; в)  $\frac{3}{10}$  со 10.



4

Броителот и именителот на дропката  $\frac{4}{6}$  подели ги со 2.

147

- Провери дали добиената дропка е еднаква со дропката  $\frac{4}{6}$ .
- Пресмета дека  $\frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$ , т.е.  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . Ова равенство важи бидејќи  $4 \cdot 3 = 6 \cdot 2$ .

Броителот и именителот на дропката  $\frac{4}{6}$  се поделени со ист број, а нејзината вредност на се промени.



5

- Броителот и именителот на дропката  $\frac{15}{20}$  подели ги со нивниот заеднички делител.
- Провери ја еднаквоста на дадената и добиените дропки.

- Согледаното својство на дропките можеш да го објасниш од својството на делењето за непроменливоста на количникот, т.е.  $a : b = (a : n) : (b : n)$  каде  $a$ ,  $b$ ,  $n$  се природни броеви и  $n$  е делител на  $a$  и  $b$ . Според тоа:  $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$ .

*Важи ојшшо!*

- Ако броителот и именителот на една дропка се поделат со нивниот заеднички делител (поголем од еден), тогаш се добива дропка еднаква на дадената.

- Оваа постапка се вика **скратување** на дропките.

6

Дропката  $\frac{36}{60}$  скрати ја постапно со заедничките делители на броителот и именителот.

- Спореди го твоето решение со даденото.

$$\frac{36}{60} = \frac{36 : 2}{60 : 2} = \frac{18 : 2}{30 : 2} = \frac{9 : 3}{15 : 3} = \frac{3}{5}.$$

- Одреди го најголемиот заеднички делител за броителот и именителот на дропката  $\frac{36}{60}$ .  
Скрати ја дропката со НЗД(36, 60).
- Пресмета дека  $\text{НЗД}(36, 60) = 12$ .  $\frac{36}{60} = \frac{36 : 12}{60 : 12} = \frac{3}{5}$ .

- Дропката  $\frac{3}{5}$  не може да се скрати, бидејќи броителот и именителот на дропката се заемно прости броеви. Ваква дропка се вика **нескратлива дропка**.

- Воочи дека една дропка можеш постапно да ја скратиш до нескратлива дропка со заедничките делители на нејзиниот броител и именител или поедноставно, броителот и именителот да ги поделиш со нивниот НЗД.

*Да зайомнам!* Скратувањето на дропките се врши до нескратлива дропка.



7 Скрати ги дробките: а)  $\frac{12}{16}$ ; б)  $\frac{25}{50}$ ; в)  $\frac{72}{90}$ ; г)  $\frac{27}{999}$ .

Треба да знаеш!

- ◆ Да прошируваш дробки;
- ◆ да скратуваш дробки;
- ◆ која дробка е нескратлива.

### Задачи

1. Прошири ја со 2 и со 5 дробката:  
а)  $\frac{2}{5}$ ; б)  $\frac{3}{7}$ ; в)  $\frac{11}{12}$ ; г)  $\frac{15}{17}$ .
2. Напиши три дробки еднакви на дробката  $\frac{6}{9}$ .
3. Колку стотинки има секоја од дробките  $\frac{4}{5}$ ;  $\frac{3}{10}$ ;  $\frac{17}{20}$ ;  $\frac{24}{25}$ ;  $\frac{9}{50}$ ?
4. Кои од следниве дробки се нескратливи  $\frac{3}{6}$ ;  $\frac{2}{5}$ ;  $\frac{17}{25}$ ;  $\frac{21}{27}$ ;  $\frac{29}{36}$ ;  $\frac{111}{999}$ ?
5. Скрати ги дробките:  
 $\frac{5}{15}$ ;  $\frac{8}{12}$ ;  $\frac{36}{54}$ ;  $\frac{54}{144}$ ;  $\frac{100}{120}$ .
6. Скрати ја дробката  $\frac{90}{126}$ :  
а) постапно; б) со НЗД(90, 126).



### Провери се!

- ▲ Запиши ги дробките  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{4}{5}$  во:  
а) десетинки; б) стотинки.
- ▲ Одреди го  $x$  во равенството со помош на скратување на дробки.  $\frac{12}{18} = \frac{x}{3}$ .
- ▲ Во записот  $\frac{x}{3}$  одреди го  $x$  за дробката да биде нескратлива и помала од 1.

7. Користејќи го својството за скратување и проширување на дробки, одреди го  $x$ .  
а)  $\frac{x}{7} = \frac{20}{28}$ ; б)  $\frac{7}{9} = \frac{x}{54}$ ; в)  $\frac{8}{x} = \frac{24}{33}$ ; г)  $\frac{11}{17} = \frac{33}{x}$ .

8. Дробките  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{5}{6}$  прошири ги така што да имаат ист именител.

### Проблеми!



- Во една кофа имало вода, а во друга вино. Наполнета е чаша од кофата со вино и е сипана во кофата со вода, а потоа истата чаша е наполнета од кофата со мешавината од вода и вино и е сипано во кофата со вино. Што има повеќе, вода во кофата со вино или вино во кофата со вода?
- Милица и Јован имале вкупно 909 денари. Кога Милица потрошила  $\frac{3}{4}$  од нејзините пари, а Јован потрошил  $\frac{4}{5}$  од неговите пари, тогаш и на двајцата им останале иста сума пари. По колку денари имале на почетокот?

*Појисејте се!*

- Како се викаат броевите: 1, 10, 100, 1 000, ...?
- Со кои мерни единици мериме должина, а со кои маса?
- Запиши ги следните поголеми мерни единици во помали:  
1 dm во cm; 5 m во dm; 8 dag во g;  
1 m во cm; 7 m во cm; 1 kg во g;  
9 m во m.



1

Запиши ги следните помали мерни единици како делови од поголемите:

1 cm во dm; 5 dm во m;

8 g во dag; 1 cm во m;

7 cm во m; 1 g во kg;

9 m во km.

*Спореди го твоето решение со даденото:*

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm}; \quad 5 \text{ dm} = \frac{5}{10} \text{ m}; \quad 8 \text{ g} = \frac{8}{10} \text{ dag}; \quad 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}; \quad 7 \text{ cm} = \frac{7}{100} \text{ m};$$

$$1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg}; \quad 9 \text{ m} = \frac{9}{1000} \text{ km}.$$

*Воочи и зајомни!*

- Мерните броеви со кои се изразени помалите мерни единици во поголеми се дропки.
- Именителите на овие дропки се декадните единици: 10, 100, 1 000, ...
- Дропките:  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{8}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{7}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$ ,  $\frac{9}{1000}$ , ... на кои именителите се декадни единици се викаат **децимални дропки**.
- Децимална дробка може скратено да се запише без именител во запис наречен **децимален запис** или **децимален број**.

*Разгледај ги примерите!*

| Децимална дробка | Се запишува во децимален број | Се чита децималниот број |
|------------------|-------------------------------|--------------------------|
| $\frac{1}{10}$   | 0,1                           | Нула цели и 1 десетинка  |
| $\frac{5}{10}$   | 0,5                           | Нула цели и 5 десетинки  |
| $\frac{1}{100}$  | 0,01                          | Нула цели и 1 стотинка   |
| $1\frac{3}{10}$  | 1,3                           | Едно цело и 3 десетинки  |

$$\frac{35}{100} = \frac{30 + 5}{100} = \frac{30}{100} + \frac{5}{100} = \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$$

Дропката  $\frac{35}{100}$  содржи 3 десетинки и 5 стотинки, т.е. 35 стотинки.

$\frac{35}{100}$  се запишува 0,35 и се чита нула цели и 35 стотинки.

$$\frac{29}{1\,000} = \frac{20 + 9}{1\,000} = \frac{20}{1\,000} + \frac{9}{1\,000} = \frac{2}{100} + \frac{9}{1\,000}$$

Дропката  $\frac{29}{1\,000}$  содржи 2 стотинки и 9 илјадинки или 29 илјадинки.

$\frac{29}{1\,000}$  се запишува 0,029 и се чита: нула цели и 29 илјадинки.

$$\frac{324}{100} = 3 \frac{24}{100} \text{ се запишува } 3,24 \text{ и се чита } 3 \text{ цели и } 24 \text{ стотинки.}$$

$$2 \frac{7}{100} \text{ се запишува } 2,07 \text{ и се чита } 2 \text{ цели и } 7 \text{ стотинки.}$$

*Воочи го и зајомни го начинот на запишување на децимална дропка во децимален број.*

- Децималните дропки  $2 \frac{17}{100}$  и  $3 \frac{9}{1\,000}$  да ги запишеме како децимален број.

| <i>Посџайка</i>                                                                                                         | За: | $2 \frac{17}{100}$ | $3 \frac{9}{1\,000}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|--------------------|----------------------|
| Прво се запишуваат целите.                                                                                              |     | 2                  | 3                    |
| Се запишува записка, која се вика <b>децимална записка</b> .                                                            |     | 2,                 | 3,                   |
| Се запишува броителот на децималната дропка, ако тој има толку цифри колку што има нули во именителот.                  |     |                    |                      |
| Во втората дропка пред броителот запишуваме две нули. Броителот треба да има толку цифри колку што има нули именителот. |     | 2,17               | 3,009                |

$$2 \frac{17}{100} = 2,17; \quad 3 \frac{9}{1\,000} = 3,009.$$

2

- Запиши ги како децимални броеви следните децимални дробки:

$$\frac{3}{10}; \frac{25}{100}; \frac{9}{100}; 3\frac{79}{1\,000}; 15\frac{3}{1\,000}.$$

Да зайомнам! Секоја децимална дробка можам да ја запишам како децимален број.



151

- Децималната запирка го дели децималниот број на два дела.
- Делот пред запирката се **целите**.
- Делот по запирката се вика **децимален дел**.
- Местата на цифрите во децималниот дел се викаат **децимални места**, а цифрите се викаат **децимали**.
- Децималниот број 3,14 има 3 цели и две децимали.



- Запишувањето на децималните броеви е прикажано во следната табела, на примерот

$$12\frac{17}{1\,000} = 12,017.$$

| КЛАСА ИЛЈАДИ |    |    | КЛАСА ЕДИНИЦИ |   |   |
|--------------|----|----|---------------|---|---|
| СИ           | ДИ | ЕИ | С             | Д | Е |
|              |    |    |               | 1 | 2 |

| ДЕСЕТИНКИ | СТОТИНКИ | ИЛЈАДИНКИ | ДЕСЕТ-ИЛЈАДИНКИ | СТО-ИЛЈАДИНКИ | МИЛИОНКИ |
|-----------|----------|-----------|-----------------|---------------|----------|
| 0         | 1        | 7         |                 |               |          |

ЦЕЛ ДЕЛ

ДЕЦИМАЛНА ЗАПИРКА

ДЕЦИМАЛЕН ДЕЛ



3

- Прочитај ги следните децимални броеви: 0,5 ; 3,14 ; 2,03 ; 17,005.

- 0,5 : нула цели и 5 десетинки;
- 3,14 : три цели и 14 стотинки;
- 17,005 : седумнаесет цели и пет илјадинки.

4

- Запиши го децималниот број 3,25 како децимална дробка.

Воочи ја десетинката:

- Прочитај го и запиши го со зборови бројот 3,25.

- *Треба да добиеш:* Три цели и 25 стотинки.
- *Добиениот текст запиши го како децимална дробка.*

*Да зајомнам:* Децимален број се запишува во децимална дробка според правилното читање.



■ *Треба да добиеш:*  $3\frac{25}{100}$ .

- *Воочувај дека:* Децимален број се запишува во вид на децимална дробка на следниот начин:
- Целите од децималниот број се запишуваат за цели на дробката.
- Децималниот дел се запишува за броител на децималната дробка.
- За именител се запишува декадна единица со толку нули колку што има децимали.

### *Решени примери:*

$$0,5 = \frac{5}{10}; 1,32 = 1\frac{32}{100}; 12,017 = 12\frac{17}{1\,000};$$

### *Треба да знаеш!*

- ◆ Децимален број е посебен запис на децимална дробка;
- ◆ да запишеш децимална дробка во децимален број и обратно;
- ◆ правилно да читаш децимални броеви.



### *Провери се!*

- ▲ Запиши и прочитај децимален број кој има 23 цели и 105 за децимален дел.
- ▲ Запиши  $7\frac{3}{100}$  во децимален број и 0,012 во децимална дробка.

### *Задачи*

- Кои од следните дробки се децимални дробки:  
а)  $\frac{3}{10}$ ; б)  $\frac{7}{200}$ ; в)  $\frac{131}{200}$ ; г)  $\frac{6}{1\,000}$ ; д)  $\frac{12}{1\,001}$ ?
- Запиши три децимални дробки со броител 13, а различни именители.
- Колку цели и колку децимали има децималниот број:  
а) 36,08; б) 3,0031; в) 138,05?
- Запиши ги децималните дробки во децимални броеви:  
а)  $\frac{6}{100}$ ; б)  $2\frac{9}{100}$ ; в)  $11\frac{29}{1\,000}$ ; г)  $14\frac{3}{1\,000}$ .
- Прочитај ги децималните броеви:  
а) 2,03; б) 12,015; в) 0,0035.
- Запиши ги во децимални дробки следните децимални броеви:  
а) 0,2; б) 1,05; в) 4,003; 1,0017.

*Појдсејте се!*

- Дропката  $\frac{2}{10}$  прошири ја со 10, а потоа со 100.
- Дропката  $\frac{30}{100}$  скрати ја со 10.



1

Дропката  $\frac{3}{10}$  прошири ја со 10, 100 и 1 000.

*Треба да го добиеш следното решение:*

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{30}{100}; \quad \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 100}{10 \cdot 100} = \frac{300}{1\,000};$$

- Запиши ги децималните дропки во децимални броеви.

*Можеш да запишеш:*

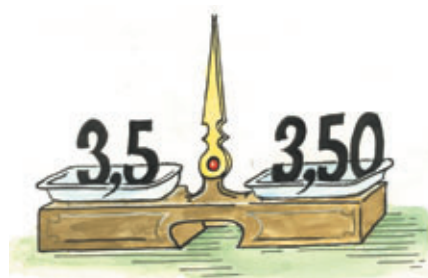
$$\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = \frac{300}{1\,000} = \frac{3\,000}{10\,000}, \text{ т.е. } 0,3 = 0,30 = 0,300 = 0,3000.$$

*Воочи!*

- Децималните броеви се еднакви, а се разликуваат по тоа што од десната страна имаат по една или повеќе нули.  
Тоа е едно својство на децималните броеви.

- Децималниот број не се менува ако од десната страна му се допишат колку било нули.

- 2 Децималните броеви запиши ги така што да имаат ист број децимали:
- а) 0,8 ; 4,25 ; 28,05 ; 6,028; б) 2,3 ; 0,03 ; 23,012 ; 5,4207.



- 3
- Бројот 5 запиши го во вид на дробка со именител 1.
  - Таа дробка прошири ја со 10, 100 и 1 000.
  - Добиените дропки запиши ги во децимални броеви.

*Воочувај дека:*

$$\text{👉 } 5 = \frac{5}{1}, \quad \text{👉 } \frac{5 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{50}{10} = 5,0; \quad \frac{5 \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{500}{100} = 5,00; \quad \frac{5 \cdot 1\,000}{1 \cdot 1\,000} = \frac{5\,000}{1\,000} = 5,000.$$

- Тоа што го воочи за бројот 5, важи за кој било природен број.

- Секој природен број може да се запише како децимален број на тој начин што се одделува со запирка и се допишуваат нули како децимали.

- 4 Запиши ги природните броеви 6, 12 и 135 како децимални броеви  
а) со една децимала; б) со две децимали.



- 5 Децималната дробка  $\frac{80}{100}$  скрати ја со 10.  
Дадената и скратената дробка запиши ги како децимални броеви.

Си го добил решението:

$$\frac{80}{100} = \frac{80 : 10}{100 : 10} = \frac{8}{10}; 0,80 = 0,8.$$

Воочи ја истата погрешка за дробката  $\frac{3\,200}{1\,000}$ .

$$\frac{3\,200}{1\,000} = \frac{3\,200 : 100}{1\,000 : 100} = \frac{32}{10}; 3,200 = 3,2.$$

■ Децимален број кој оддесно има нули, не се менува, ако тие се изостават.

- 6 Изостави ги нулите, така што децималните броеви да не ја променат вредноста:  
а) 2,90; б) 0,03500; в) 1,0030; г) 28,102000; д) 7,0.



Треба да знаеш!

- ◆ Дали ќе се промени децималниот број ако од десната страна му допишеш, односно изоставиш, една или повеќе нули;
- ◆ да запишеш природен број во децимален.



Провери се!

- ▲ Запиши ги броевите 1,2 ; 15 и 0,40 со три децимали.
- ▲ Изостави ги нулите во броевите, а нивната вредност да не се промени.  
а) 3,0250; б) 12,00; в) 0,10200.

Задачи

1. Броевите: 1,300; 0,5; 23; 1 000 запиши ги со две децимали.
2. Дали ќе се промени вредноста на бројот 1,05 ако се изостави нулата и се запише 1,5?
3. Во децималните броеви: 0,5000; 0,5020; 1,2020300 изостави ги сите нули, а тие да не ја променат вредноста.
4. Броевите: 8; 1,2; 3,25 запиши ги така што да имаат по три децимали.

Проблем!



- Братот и сестрата имаат ист број ореви. Братот ѝ дал на сестрата четири ореви. Колку ореви има сестрата повеќе од братот?

# ПРЕТСТАВУВАЊЕ НА ДЕЦИМАЛНИТЕ БРОЕВИ НА БРОЈНА ПРАВА. СПОРЕДУВАЊЕ НА ДЕЦИМАЛНИТЕ БРОЕВИ

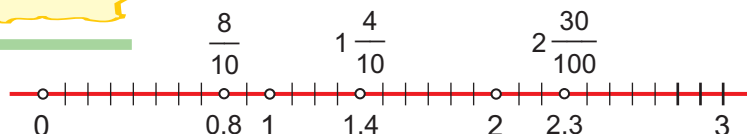
*Појисејте се!*

- Претстави го на бројна права бројот  $2\frac{4}{10}$ .
- Како се споредуваат природните броеви:
  - а) со различен број цифри;
  - б) со ист број цифри?



**1** Децималните дробки:  $\frac{8}{10}$ ,  $1\frac{4}{100}$   
и  $2\frac{30}{100}$  претстави ги на бројна права.

*Разгледај го решението!*



*Воочи!*

- ☞ Децималните броеви ги претставуваме на бројна права на ист начин како и дробките.
- ☞ Децималниот број 0,8 го запишуваме како децимална дробка, т.е.  $0,8 = \frac{8}{10}$ .
- ☞ Растојанието од 0 до 1 го делиме на 10 еднакви делови и децималниот број 0,8 го придружуваме на точката што го означува осмиот дел.

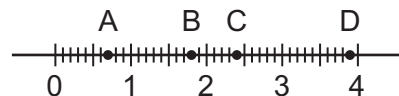
- Кое растојание го делиме на 10 еднакви делови за да го претставиме децималниот број  $1\frac{4}{10}$ ? Како ќе ја одредуваме точката што му одговара?
- Дробката  $\frac{30}{100}$  може да се скрати со 10, т.е.  $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ . Како ќе ја одредиме точката на бројната права што му одговара на бројот  $2\frac{30}{100}$ ?

- 2** Одреди точки на бројната права (А, В и С), на кои им се придружени децималните броеви: 0,2; 1,9 и 3,00.

*Можам да заклучам! Секој децимален број може да се претстави на бројна права.*



- 3** На бројната права се дадени точките А, В, С и D. Одреди го бројот што може да се придружи на секоја од точките.



- 4** Децималната дробка  $\frac{1}{10}$  прошири ја со 10. Потоа, дробката  $\frac{1}{100}$  прошири ја со 10 и дробката  $\frac{1}{1000}$  прошири ја со 10.

- Добиените дробки од проширувањето запиши ги во децимални броеви.

Разгледај го решението и воочи го што е заклучено.

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}; \quad \frac{1}{100} = \frac{10}{1\,000}; \quad \frac{1}{1\,000} = \frac{10}{10\,000}, \text{ т.е. } 0,1 = 0,10; \quad 0,01 = 0,010; \quad 0,001 = 0,0010.$$

■ Една десетинка има 10 стотинки; една стотинка има 10 илјадинки итн.

### Општо

■ Позиционата вредност на секоја цифра во децималниот дел е 10 пати поголема од позиционата вредност на цифрата зад неа.

● Тоа што го заклучи, користи го за споредување на децимални броеви.

**5** Спореди ги децималните броеви: а) 7,2 и 9,3; б) 12,8 и 12,4; в) 15,369 и 15,38.

■ При споредување на два децимални броја прво се споредуваат целите.

👉 Броевите 7,2 и 9,3 имаат различни цели, т.е.  $9 > 7$ , според тоа  $9,3 > 7,2$ .

■ Кај броевите кои имаат исти цели, се споредува децималниот дел.

👉 Броевите 12,8 и 12,4 имаат исти цели, но различен децимален дел, т.е.  $8 > 4$ . Според тоа  $12,8 > 12,4$ .

👉 Бројот 15,38 има поголем децимален дел од бројот 15,369, бидејќи 38 стотинки е 380 илјадинки, а  $380 > 369$ . Според тоа,  $15,38 > 15,369$ .

**6** Спореди ги децималните броеви: а) 18,43 и 19,15; б) 35,6 и 35,49; в) 4,1001 и 4,101.

### Треба да знаеш!

- ◆ Да претставуваш децимални броеви на бројна права;
- ◆ од децималните броеви што имаат различни цели, поголем е оној што има поголем број цели;
- ◆ ако децималните броеви што се споредуваат имаат исти цели, поголем е оној што има поголем децимален дел;
- ◆ ако два децимални броја имаат исти цели и еднаков децимален дел, тогаш тие се еднакви.



### Провери се!

- ▲ На бројна права претстави ги децималните броеви 0,5 и 1,400.
- ▲ Спореди ги децималните броеви:
  - а) 25,9 и 26,3;
  - б) 17,2002 и 17, 202;
  - в) 14,101 и 14,1010.

### Задачи

**1.** Претстави ги на бројна права следните броеви: 0,6; 1,7;  $3\frac{40}{100}$ .

**2.** Спореди ги броевите: 2,01 и 1,86; 6,29 и 6,172; 9,121 и 9,101; 0,1031 и 0,1028.

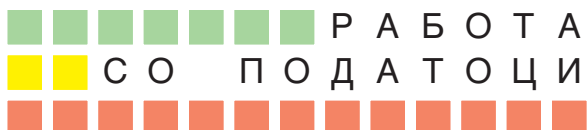
3. Подреди ги по големина (почнувајќи од најмалиот) броевите: 0,05; 0,050; 5;  $\frac{5}{1\,000}$ .

4. На бројната права, на точката А ѝ е придружен бројот 131,102, а на точката В бројот 131,120. Која од овие точки е поблиску до точката на која ѝ одговара бројот 100?

Проблем!



- Кој знак треба да се постави меѓу броевите 2 и 3 за да се добие број поголем од 2, а помал од 3?



9

## ВИДОВИ ДИЈАГРАМИ. ИЗБОР НА ДИЈАГРАМ

- 1 Маја и Ана имаат зеленчукови градини еднакви по големина. Секоја посадила во градината домати, пиперки и зелка. Во табелата се дадени податоците за делот од градините засаден со различен вид зеленчук.

| Зеленчукови градини |                   |                  |
|---------------------|-------------------|------------------|
| Зеленчук            | Градината на Маја | Градината на Ана |
| Домати              | $\frac{2}{5}$     | $\frac{1}{6}$    |
| Пиперки             | $\frac{1}{10}$    | $\frac{1}{3}$    |
| Зелка               | $\frac{1}{5}$     | $\frac{4}{12}$   |

- Колкав дел од градината на Маја бил посаден со зеленчук?
- Колкав дел од градината на Ана бил посаден со зеленчук?
- Колкав дел од двете градини останал непосаден?
- Во чија градина непосадениот дел е поголем?

■ Прво претстави ги податоците на столбести дијаграми.

Скалите на дијаграмите нека се: едно цело поделено на 10 еднакви делови и едно цело поделено на 12 еднакви делови;

Формирај ги столбовите, но внимавај:  $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$  ...

- 2 Во табелата се дадени податоци за температурите во 5 дена, мерени трипати на ден.

- Која е просечната температура во понеделник?
- Кој ден и во колку часот температурата е највисока?
- Колкава е просечната температура во петте дена напладне?
- Кој ден има најголема температурна разлика?

Температури во 5 денови

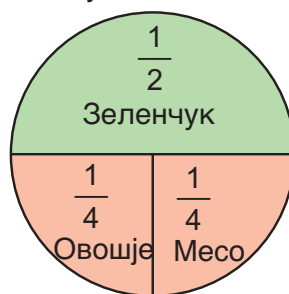
| Денови     | 7 часот | 12 ч. | 19 ч. |
|------------|---------|-------|-------|
| Понеделник | 18 °C   | 24 °C | 23 °C |
| Вторник    | 23 °C   | 29 °C | 23 °C |
| Четврток   | 15 °C   | 17 °C | 22 °C |
| Петок      | 17 °C   | 22 °C | 20 °C |
| Недела     | 22 °C   | 28 °C | 25 °C |

- 3** Во VI<sub>2</sub> одделение во едно училиште има 32 ученици. Одговорите на прашањето за омилениот вид храна се запишани во табелата.

Омилена храна

| Вид на храна | Број на ученици | Дел од целото |
|--------------|-----------------|---------------|
| Зеленчук     | 16              | $\frac{1}{2}$ |
| Овошје       | 8               | $\frac{1}{4}$ |
| Месо         | 8               | $\frac{1}{4}$ |

- Сите ученици претставуваат едно цело. (Претстави го со круг, како на цртежот.)
- Подели го кругот на 2 половини.
- Обој ја едната половина зелено, а другата подели ја на два еднакви делови (четвртини).
- Обој ги четвртините.
- Со која боја е обоен делот од учениците што сакаат зеленчук?



Омилена храна на 32 ученици

- Дијаграмот прикажан на цртежот се вика **секторски дијаграм**. Секторскиот дијаграм покажува сооднос меѓу деловите од целото.

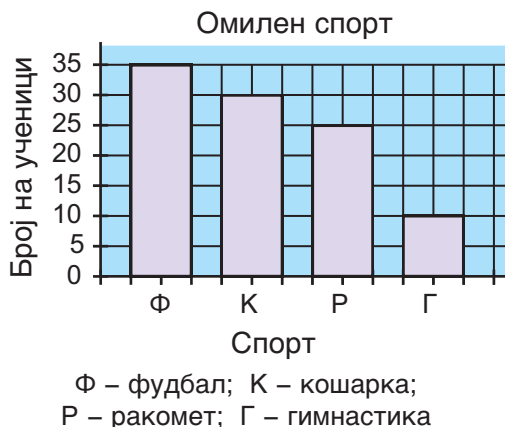
- 4** Со помош на секторски дијаграм претстави ги податоците:

- Во една паралелка има 28 ученици. Сок од лимон сакаат  $\frac{3}{4}$  од учениците, а од боровинки сакаат  $\frac{1}{4}$  од учениците.
- За време на еден излет  $\frac{1}{6}$  од учениците играле криенка,  $\frac{2}{6}$  од учениците играле фудбал,  $\frac{1}{6}$  трчале низ шумата, а останатите собирале шумски плодови.

- Со дијаграми се претставуваат податоци на разни начини. Дијаграмите се лесни за читање и разбирање. Има разни видови дијаграми: столбест, сликовен, секторски, а секој од нив има предности и недостатоци. Воочи!

Ова е интересно!  
Ако сакаш повеќе да знаеш.





### Столбест дијаграм

😊 Предности:

- ✓ лесно се читаат податоците;
- ✓ едноставно се споредуваат големините.

😞 Недостатоци:

- ✗ ако столбовите се со блиска големина тешко се читаат податоците;
- ✗ зависно од скалата може да се добие погрешен впечаток на големите разлики.

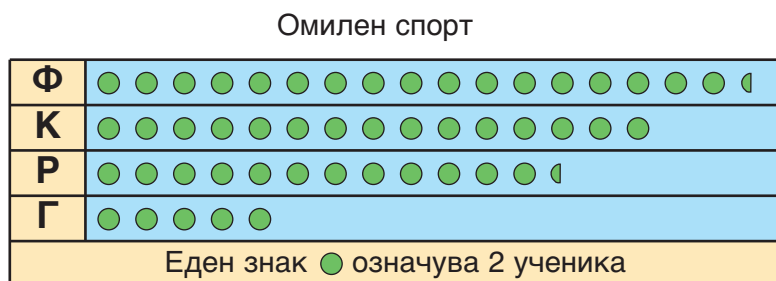
### Сликовен дијаграм

😊 Предности:

- ✓ лесно се читаат податоците;
- ✓ едноставно се споредуваат.

😞 Недостатоци:

- ✗ За да се покаже точен број мора да се користат делови од симболи и знаци;
- ✗ за да се утврди точен број мора да се пресметува.



### Секторски дијаграм

😊 Предности:

- ✓ одлично се споредуваат целото и делови од целото.

😞 Недостатоци:

- ✗ тешко е да се користи кога деловите од целото се мали.

5 Во табелата се дадени податоците за тоа како Мики го поминува времето во еден ден (24 часа).

| Денот на Мики |                 |
|---------------|-----------------|
| Денови        | Време во часови |
| Училиште      | 6               |
| Учење         | 3               |
| Спиене        | 9               |
| Јадење        | 2               |
| Играње        | 4               |

- Претстави ги податоците со столбест дијаграм.
- Претстави ги податоците со сликовен дијаграм каде што ● претставува 2 часа.
- Обиди се податоците да ги претставиш на секторски дијаграм.

6 Запиши ги предностите и недостатоците на секој од начините на кој се претставени податоците за тоа како Мики го поминува времето.

## Појсеејте се!

- Претстави ги како децимални броеви дробките:

$$\frac{3}{1\,000}, \frac{156}{10} \text{ и } 6\frac{3}{100}$$

- Бројот 2047,0138 запиши го во табела.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Е | И | С | Д | Е | , | Д | С | И | Д | С | И |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

- Колку центиметри има во 2 m? Колку има во 3 m? А колку има во:

а) 2,5 m? б) 2,6 m? в) 2,58 m?



1

Мимоза купила 2,37 m црвена лента и 1,52 m сина лента за пакување на новогодишни подароци. Колку метри лента вкупно купила Мимоза?

Треба да пресметаш:

$$\begin{array}{r} 2,37 \text{ m} \\ + 1,52 \text{ m} \\ \hline \end{array}$$

Работи според следните барања и воочи го решавањето.

☞ Претстави ги мерните броеви како децимални дробки.

$$2,37 = \frac{237}{100}; \quad 1,52 = \frac{152}{100}$$

☞ Одреди го нивниот збир.

$$\frac{237}{100} + \frac{152}{100} = \frac{389}{100}$$

☞ Збирот претстави го како децимален број.

$$\frac{389}{100} = 3,89$$

☞ Воочуваш дека:

$$\begin{array}{r} 2,37 \\ + 1,52 \\ \hline 3,89 \end{array}$$

Воочи го решавањето на задачата на друг начин.

☞ Претвори ги метрите во центиметри

$$2,37 \text{ m} = 237 \text{ cm}; \quad 1,52 \text{ m} = 152 \text{ cm}$$

☞ Одреди го збирот на должините на лентите (во центиметри)

$$\begin{array}{r} 237 \text{ cm} \\ + 152 \text{ cm} \\ \hline 389 \text{ cm} \end{array}$$

☞ Претвори го збирот во метри

$$389 \text{ cm} = 3,89 \text{ m}$$

## Воочи и зајомни!

Децимални броеви се собираат како што се собираат и природни броеви. Притоа треба децималните записи во собироките и во збирот да бидат на иста вертикална права.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Е} & \text{Д} & \text{С} \\ \hline 2 & 3 & 7 \\ \hline 1 & 5 & 2 \\ \hline 3 & 8 & 9 \\ \hline \end{array} \\ + \\ \hline \end{array}$$

## Појрактично



- За да пресметаш збир на децимални броеви треба да ги запишеш еден под друг, и тоа:
- ☞ цели под цели (единици под единици, десетки под десетки итн.);
- ☞ децимали под децимали (десетинки под десетинки, стотинки под стотоинки итн.);
- ☞ децималните запирки на собираците и на збирот да бидат на иста вертикална права;
- ☞ цифрите на збирот одреди ги на ист начин како кога собираш природни броеви.



- 2 Воочи како е пресметан збирот на броевите 42,6 и 5,931.

- На практичен начин пресметај:  
 $134,62 + 0,691$ .

|   |   |   |   |    |   |   |  |
|---|---|---|---|----|---|---|--|
|   | Д | Е | , | д  | с | и |  |
|   | 4 | 2 | , | 6  |   |   |  |
| + |   | 5 | , | 9  | 3 | 1 |  |
|   |   | 1 |   | 15 | 3 | 1 |  |
|   | 4 | 8 | , | 5  | 3 | 1 |  |

$$\begin{array}{r} 42,6 \\ + 5,931 \\ \hline 48,531 \end{array}$$

Попрактично



- 3 Автобус првиот час поминал 62,3 km, вториот час поминал 4,62 km повеќе од првиот час. Колку километри поминал автобусот за двата часа?

Појдесет се!

- Провери дали е точно:  
 $362 + 8 = 8 + 362$ ;  
 $4 + 168 + 6 = 4 + 6 + 168$ ;  
 $174 + 0 = 0 + 174$ ;  
 $(72 + 56) + 44 = 72 + (56 + 44)$ .
- Кои својства на собирањето на природни броеви ги искористи?
- Претстави го како децимален број бројот 15.



- 4 Провери дали е точно:  
 $0,54 + 3,2 = 3,2 + 0,54$   
Пресметај ги збирите:

$$\begin{array}{r} 0,54 \\ + 3,2 \\ \hline \end{array} \quad \text{и} \quad \begin{array}{r} 3,2 \\ + 0,54 \\ \hline \end{array}$$

- Збирот на два децимални броја не се менува ако собираците ги променат местата.
- Ова е комутативно својство на собирањето децимални броеви.

- 5 Изразот  $(3,4 + 12,9) + 4,2$  има вредност  $16,3 + 4,2 = 20,5$

- Пресметај ја вредноста на изразот  $3,4 + (12,9 + 4,2)$ .
- Добиената вредност спореди ја со вредноста 20,5 на претходниот израз.

- За собирањето на децимални броеви важи асоцијативното својство.
- Искажи го!

6 Бројот 5,6 зголеми го за 2.

Треба да го пресметаш збирот на броевите 5,6 и 2.

- Претстави го бројот 2 како децимален број.
- Запиши ги собироците еден под друг и пресметај го збирот.



7 – природен број  
7,0 } децимални  
7,00 } броеви

■ Децимален број се собира со природен број така што природниот број ќе се претвори во децимален број, а потоа двата броја ќе се соберат.

7 Пресметај: ●  $15,6 + 0$  ●  $0 + (2,6 + 4)$



24,8  
+ 0,0  
—  
24,8

Збирот на децимален број и нула е еднаков на децималниот број.



*Треба да знаеш!*

- ◆ Да пресметаш збир на децимални броеви, запишани во ред или, пак, еден под друг;
- ◆ да запишеш природен број како децимален и да пресметаш збир на природен и децимален број;
- ◆ да ги користиш комутативното и асоцијативното својство за олеснување при собирањето на децимални броеви;
- ◆ Дека збирот на децимален број и 0 е еднаков на децималниот број.



*Провери се!*

- ▲ Пресметај:  $03,4 + 4,2$ ;  $56,37 + 2,8$ ;  $9,24 + 12$ .
- ▲ Провери дали е:  $6,7 + 2,4 = 2,4 + 6,7$ . Исажи го комутативното својство на собирањето децимални броеви.
- ▲ Пресметај  $6,4 + (12,8 + 3,6)$  и  $(6,4 + 12,8) + 3,6$ . Спореди ги добиените резултати. Исажи го асоцијативното својство на собирањето децимални броеви.

*Задачи*

1. Бројот 100,075 зголеми го за:

- а) 63,3; б) 5;  
в) збирот на броевите 4,78 и 56,3;  
г) 0.

2. Пресметај:

- $5,6 + 25,8 = \square$   
●  $0,142 + 6,71 = \square$   
●  $4 + 4,48 + 4,886 = \square$   
●  $362,003 + 54 + 0,72 = \square$

3. Реши ги равенките

●  $x - 156,6 = 1,54$ ; ●  $x - 4,0245 = 0,81$ .

4. Падобранец паѓа 4 s со затворен падобран. Во првата секунда прелетал 4,9 m, а во секоја наредна секунда по 9,8 m повеќе. Колку метри прелетал за тие 4 s?

5. Запиши четири броја од кои првиот е 3,69, а секој нареден е за 3,69 поголем од претходниот.

Појдсејте се!

- Пресметај:  $\frac{3}{100} + 6\frac{1}{100} + \frac{24}{100}$ .
- Провери дали:  $\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$
- Пресметај: а)  $\frac{841}{100} - \frac{523}{100}$ ;  
б)  $\frac{612}{10} - \frac{549}{10}$ ;  
в)  $\frac{263}{100} - 0$ .



1 Пресметај: 
$$\begin{array}{r} 2,78 \\ - 0,24 \\ \hline \end{array}$$

Последиците следније барања

☞ Претвори ги децималните броеви во децимални дробки:  $2,78 = \frac{278}{100}$ ;  $0,24 = \frac{24}{100}$ .

☞ Одреди ја нивната разлика:  $\frac{278}{100} - \frac{24}{100} = \frac{254}{100}$

☞ Претвори ја добиената разлика во децимален број:  $\frac{254}{100} = 2,54$ .



Значи: 
$$\begin{array}{r} 2,78 \\ - 0,24 \\ \hline 2,54 \end{array}$$

Да зајомнам:  
Децимални броеви се одземаат како што се одземаат природни броеви.



■ При запишувањето еден под друг треба децималните запирки на намаленикот и намалителот да бидат на иста вертикална права.

- 2 Претпријатието „Градинар“ однело на пазар 2,745 t компири, а продало 1,423 t. Колку тони компири останале непродадени?

Треба да се одземе продаденото количество компири од вкупното.

|                                                                        |                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| • Кои броеви треба да се одземат?                                      | $\begin{array}{r} 2,745 \\ - 1,423 \\ \hline \end{array}$               |
| ☞ Претвори ги тоните компири во килограми.                             | $2,745 \text{ t} = 2745 \text{ kg}; 1,423 \text{ t} = 1423 \text{ kg}.$ |
| ☞ Одземи ги мерните броеви што ги покажуваат килограмите.              | $\begin{array}{r} 2745 \\ - 1423 \\ \hline 1322 \end{array}$            |
| ☞ Претвори го во тони добиениот остаток.                               | Остатокот е: $1322 \text{ kg} = 1,322 \text{ t}.$                       |
| ☞ Запиши ги децималните броеви еден под друг и пресметај ја разликата. | $\begin{array}{r} 2,745 \\ - 1,423 \\ \hline 1,322 \end{array}$         |

|                  |        |                                                        |
|------------------|--------|--------------------------------------------------------|
| цели под<br>цели | 27,48  | десетинки под де-<br>сетинки, стотинки<br>под стотинки |
|                  | - 0,36 |                                                        |
|                  | 27,12  |                                                        |

← насока на одземањето

За да ја пресметаш разликата на два децимални броја треба да ги запишеш еден под друг, и тоа:

- ☞ цели под цели (единици под единици, десетки под десетки итн.);
- ☞ децимали под децимали (десетинки под десетинки, стотинки под стотинки итн.);
- ☞ децималните записки на намаленикот, намалителот и разликата да бидат на иста вертикална права.
- ☞ Цифрите на разликата одреди ги на ист начин како што се одредуваат при одземање на природни броеви.

- 3** Пешакот треба да помине 12 km. Првиот час поминал 4,28 km. Уште колку километри му останале да помине?

■ За да пресметаш колку километри треба да помине пешакот, треба поминатиот пат да го одземеш од вкупната должина на патот.

Изврши го следното:

- ☞ намаленикот 12 запиши го како децимален број (со две нули зад децималната записка);
- ☞ запиши ги децималните броеви еден под друг и изврши го одземањето.

*Да зајомнам:* При одземање на природен број и децимален број, природниот број се запишува како децимален број со онолку нули колку што има децимали децималниот број.



- 4** Бројот 29,563 намали го за 15.

Од децимален број треба да одземеш природен број. Постапи на следниот начин:

- ☞ намалителот 15 запиши го како децимален број со 3 нули како децимали;
- ☞ запиши ги двата децимални броја еден под друг и изврши го одземањето.

- 5** Пресметај  $6,84 - 0$ .

Постапи според следните барања.

- Претстави го намаленикот како децимален број и изврши го одземањето.
- Добиената разлика претвори ја во децимален број.

*Да зајомнам:* При одземање на 0 од децимален број како разлика се добива истиот тој децимален број.

|       |
|-------|
| 5,2   |
| - 0,0 |
| 5,2   |



### Треба да знаеш!

- ◆ Правилно да ги запишуваш намаленикот и намалителот еден под друг и да го извршуваш одземањето;
- ◆ кога намаленикот или намалителот е природен број, него треба да го претставиш како децимален број со онолку нули колку што има децимали децималниот број;
- ◆ одземањето да го извршуваш оддесно налево;
- ◆ кога намалителот е 0, разликата е еднаква на намаленикот.

### Задачи

1. Пресметај:
  - $26,3 - 5,2$
  - $1042,07 - 148,396$
  - $5,68 - 2$
  - $5,96 - 4,87$
  - $343 - 3,27$
  - $846,825 - 0$
2. За колку е:
  - 56,62 поголем од 46,31?
  - 100 помал од 301,62?
  - 54 поголем од 25,64?
  - 3,8 поголем од 0?
3. Водоводна цевка што има должина 6 m е поделена на 3 дела. Должините на двата дела се: 3,2 m и 2,46 m. Колку метри е третиот дел?
4. Бројот 64 зголеми го за разликата на броевите 6,4 и 4,64.
5.
  - Намаленикот е 24,6, а разликата е 2,6. Одреди го намалителот.
  - Намалителот е 6,2, а разликата е 2,6. Одреди го намаленикот.
  - Разликата е 64,3. Таа е за 3 поголема од намалителот. Одреди го намаленикот.
6. Маслото и шишето заедно имаат 1,23 kg. Шишето има маса 462 g. Колку килограми е масата на маслото?

### Проблеми!



- Збирот на еден двоцифрен природен број и еден децимален е 26,3. Милица при собирањето на тие броеви децималната запирка во децималниот број погрешно ја поставила за едно место во лево и добила збир 13,43. Кои броеви ги собирала Милица?



### Провери се!

165

- ▲ Пресметај:
  - а)  $6,27 - 5,12$ ; б)  $43,7 - 5,849$ .
- ▲ Бројот 7 намали го за 0,7.
- ▲ Бројот 6,5 намали го за 5.
- ▲ Збирот на броевите 8 и 8,8 намали го за 0.



*Пошсеји се!*

- Пресметај:  $10 \cdot 526$ ;  $100 \cdot 526$ ;  $1000 \cdot 526$ .
- Објасни што се случува со бројот на нулите во производот при горните множења.



1

Пешак за 1 час поминува 3,635 km. Колку километри ќе помине за 10 часа ако се движи без застанување и со иста брзина? Треба да пресметаш  $3,635 \text{ km} \cdot 10$ .



Помести се вдесно за едно место!

• 2,437

Да запомнам: Децимален број се множи со 10 така што децималната запирка на тој број се поместува надесно за едно место.



Воочи ги чекориите и решавањето.

|                                                                                      |                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| ☞ Претвори ги километрите во метри.                                                  | $3,635 \text{ km} = 3635 \text{ m}$ .          |
| ☞ Пресметај го производот со 10 (во метри).                                          | $3635 \text{ m} \cdot 10 = 36350 \text{ m}$ .  |
| ☞ Производот претвори го во километри.                                               | $36350 \text{ m} = 36,35 \text{ km}$           |
| ☞ Воочуваш дека во производот децималната запирка е поместена надесно за едно место. | $36,35 \text{ km} \cdot 10 = 363,5 \text{ km}$ |

- 2 Пресметај го производот на бројот 1,438 со 10, 100 и 1000. Можеш да користиш калкулатор (каде што наместо децимална запирка има децимална точка, а наместо знакот “.” има “x”). Со калкулатор се добива:

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| ☞ 1 0 x 1 . 4 3 8 =     | 14.38 |
| ☞ 1 0 0 x 1 . 4 3 8 =   | 143.8 |
| ☞ 1 0 0 0 x 1 . 4 3 8 = | 1438. |

Воочи!

- При множење на децимален број со 10, 100, 1000, ... неговата децимална запирка се поместува соодветно за едно, две, три, ... места надесно, односно за онолку места надесно колку што има нули декадната единица.

- 3 Пресметај усно:

- $1 \cdot 0,06$ ;  $10 \cdot 0,06$ ;  $100 \cdot 0,06$ ;  $1\,000 \cdot 0,06$ ;  $10\,000 \cdot 0,006$ .

### Појсеејте се!

- Пресметај:  
 $2,3 + 2,3 + 2,3$ .  
Како можеш скратено да го запишеш овој збир?
- Провери дали е  
 $0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 = 2,1$ ?



4

Чекорот на Зоран има  $0,74$  m. Колку метри поминал Зоран кога направил 4 чекори?

167

Треба да пресметаш  $4 \cdot 0,74$  m.

Работи според следниве барања и воочувај.

|                                      |                                           |
|--------------------------------------|-------------------------------------------|
| ☞ Претвори ги метрите во центиметри. | $0,74 \text{ m} = 74 \text{ cm}$          |
| ☞ Изврши го множењето со 4 (во cm).  | $4 \cdot 74 \text{ cm} = 296 \text{ cm}$  |
| ☞ Производот претвори го во метри.   | $296 \text{ cm} = 2,96 \text{ m}$         |
| ☞ Воочи како е добиен производот.    | $4 \cdot 0,74 \text{ m} = 2,96 \text{ m}$ |

Зайомни!

■ Децимален број се множи со природен број така како што се множат природни броеви. Бројот на децималите во производот е еднаков со бројот на децималите во децималниот број.

5 Пресметај го производот на бројот 9 со броевите

- 2400,8; ● 5612,9; ● 428,27; ● 20,3; ● 0,9.



6

Пресметај ја плоштината  $P$  на правоаголник со страни  $a = 4,6$  cm и  $b = 3,2$  cm.

Според формулата за плоштина на правоаголник ( $P = a \cdot b$ ), треба да го одредиш производот на мерните броеви 4,6 и 3,2 и да го запишеш во квадратни центиметри.

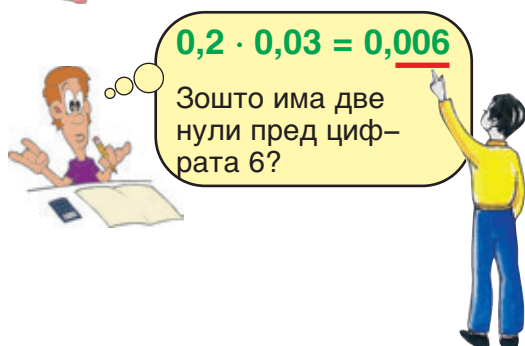
Воочи ги барањата и начинот на решавањето:

|                                                                                                                |                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| ☞ Претвори ги должините на страните на правоаголникот во милиметри.                                            | $4,6 \text{ cm} = 46 \text{ mm}$<br>$3,2 \text{ cm} = 32 \text{ mm}$ |
| ☞ Пресметај ја плоштината на правоаголникот (во квадратни милиметри).                                          | $46 \cdot 32 = 1472$<br>$P = 1472 \text{ mm}^2$                      |
| ☞ Претвори ја плоштината во квадратни центиметри.                                                              | $P = 14,72 \text{ cm}^2$                                             |
| ☞ Воочи ги непресметаниот и пресметаниот производ на мерните броеви и објасни како се множат децимални броеви. | $4,6 \cdot 3,2 = 14,72$                                              |

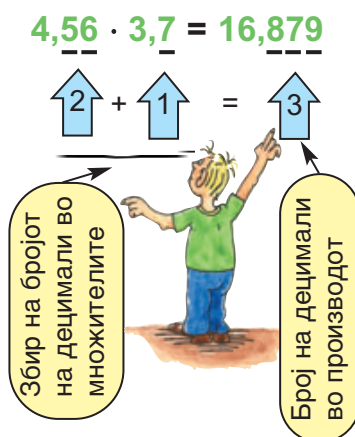


■ Два децимални броја се множат така како што се множат природни броеви, а во производот се одделуваат онолку децимални места колку што имаат децимали двата множители заедно.

7 Пресметај:  $0,04 \cdot 0,23$ . Проследи го решението!



Бројот на децимали во производот е 3, а има само една цифра (цифрата 6). Затоа, двете децимални места се дополнуваат со нули.



### Поисејте се!

● Пресметај:

$$0,6 \cdot 6,1 = \square$$

$$0,6 \cdot 9,9 = \square$$

$$0,6 \cdot (6,1 + 9,9) = \square$$

Спореди ги резултатите.



8 Пресметај: ●  $7,04 \cdot 20,6$ ; ●  $20,6 \cdot 7,04$

Воочи!

■ Производот на два децимални броја не се менува ако множителите ги разменат своите места, т.е. за кои било два децимални броја  $a$  и  $b$  важи:

$$a \cdot b = b \cdot a \text{ (комутативно својство).}$$

9 Пресметај и спореди ги производите:  $2,3 \cdot (7,2 \cdot 0,1) = \square$ ;  $(2,3 \cdot 7,2) \cdot 0,1 = \square$ .

■ Производот на децимални броеви не зависи од начинот на групирање на множителите, т.е. за кои било децимални броеви  $a$ ,  $b$  и  $c$  важи:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c \text{ (асоцијативно својство).}$$

10 ● Искажи го дистрибутивното својство на множењето на природни броеви во однос на собирањето.

● Провери дали тоа својство важи за децималните броеви 3,48; 1,01 и 5,2, т.е. дали  $(3,48 + 1,01) \cdot 5,2 = 3,48 \cdot 5,2 + 1,01 \cdot 5,2$ .

Воочи!

■ За кои било децимални броеви  $a$ ,  $b$  и  $c$  важи:  $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ ;  $c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b$  (дистрибутивно својство).

11 Пресметај: а) ●  $3,76 \cdot 0$ ; ●  $(5,2 + 8,03) \cdot 0$ ; ●  $5,6 - 0 \cdot 0,3$ ;  
б) ●  $9,8 \cdot 1$ ; ●  $(7 - 0,4) \cdot 1$ ; ●  $2,3 + 1 \cdot (8,7 + 2)$

За кој било децимален број  $a$  е точно:  $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ ;  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ .

Треба да знаеш!



Провери се!

- ◆ Да пресметаш производ на децимален број и декадна единица;
- ◆ да пресметаш производ на децимален број и природен број;
- ◆ да пресметаш производ на децимален број и децимален број;
- ◆ да ги применуваш својствата на множењето.

▲ Пресметај:

- а) ●  $4,286 \cdot 100 = \square$ ; ●  $8000 \cdot 0,03 = \square$ ;  
 б) ●  $3,7 \cdot 7 = \square$ ; ●  $6 \cdot 2,005 = \square$ ;  
 в) ●  $9,6 \cdot 3,01 = \square$ ; ●  $0,004 \cdot 6,03 = \square$ .

▲ Објасни дали е точно (без да пресметуваш:

- $6,34 \cdot 0,1 = 0,1 \cdot 6,34$ ;  
 ●  $(1,2 \cdot 5,6) \cdot 0,01 = (1,2 \cdot 0,01) \cdot 5,6 = 1,2 \cdot (5,6 \cdot 0,01)$ ;  
 ●  $(4,1 + 2,5 - 6) \cdot 0,04 = 4,1 \cdot 0,04 + 2,5 \cdot 0,04 - 6 \cdot 0,04$ .

Задачи

1. Пресметај:

- $0,748 \cdot 10 = \square$ ; ○  $10 \cdot 9,4 = \square$ ;  
 ○  $3,6 \cdot 100 = \square$ ; ○  $100 \cdot 10,006 = \square$ ;  
 ○  $0,2 \cdot 1\,000 = \square$ .

2. ○ Зголеми го 10 пати секој од броевите: 1,8; 0,0072; 1 000,01.

- Зголеми го 1 000 пати секој од броевите: 3,4; 0,007; 96,006.  
 ○ Кој број е 2 000 пати поголем од бројот 2 000,2?

3. Пресметај:

- $6,405 \cdot 7 = \square$ ; ○  $315,002 \cdot 12 = \square$ ;  
 ○  $0,0063 \cdot 3 = \square$ .

4. Пресметај ја плоштината на подот на училницата која има димензии 6,8 m и 9,4 m.

5. Пресметај ја вредноста на изразите:

- $2,4 \cdot 12 + 6 \cdot 5,412 - 16 = \square$ ;  
 ○  $0,004 \cdot 25 + 6,1 \cdot 10 + 5 = \square$ .

6. Одреди го производот од збирот и разликата на броевите 16,009 и 9,0016.

7. Мимоза имала 6000 денари. 0,65 од парите потрошила за ролшуи, а 0,2 за тратки и училиштен прибор. Колку пари ѝ останало?

8. Спореди ги изразите:

$4,65 \cdot 0,524$  и  $5,24 \cdot 0,465$ .

9. Запиши четири броја од кои првиот е 1,6, а секој нареден е 1,5 пати поголем од претходниот.

*Поисејте се!*

Пресметај:

$34,7 \cdot 10 = \square; \quad 2,136 \cdot 100 = \square;$

Одреди ги количникот и остатокот при делењето:

$265 : 10 = \square; \quad 412 : 100 = \square;$

Од равенството  $148 \cdot 23 = 3\,404$  одреди го количникот:

$3\,404 : 23 = \square.$



1

Одреди ги производите:

$6,25 \cdot 10 = \square;$

$5,432 \cdot 100 = \square;$

$1,3458 \cdot 1\,000 = \square.$

*Пресмета дека*

$6,25 \cdot 10 = 62,5;$

$5,432 \cdot 100 = 543,2;$

$1,3458 \cdot 1\,000 = 1\,345,8.$

- Воочи го бројот на нулите во декадните единици и поместувањето на децималната запирка во производот. Што забележа?
- Од добиените равенства одреди ги количниците:

$62,5 : 10 = \square; \quad 543,2 : 100 = \square; \quad 1\,345,8 : 1\,000 = \square.$

*Воочи!*

$62,5 : 10 = 6,25;$

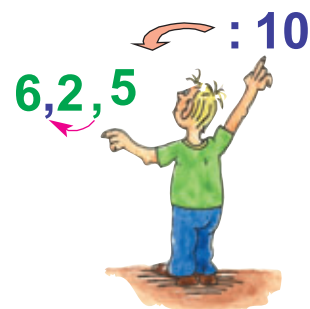
$543,2 : 100 = 5,432;$

$1\,345,8 : 1\,000 = 1,3458.$

- Како е поместена запирката во секој количник според деленикот и декадната единица?



*Воочив дека:* Деци-мален број ќе поделам со 10 така што децималната запирка ќе ја поместам за едно место налево.

*Зайомни!*

- Количник на децимален број и декадна единица (10, 100, 1 000, ...) се добива со поместување на запирката во децималниот број налево за онолку места колку што има нули декадната единица.

2 Пресметај:

$34,7 : 10 = \square;$

$257,1 : 100 = \square;$

$17\,845,32 : 1\,000 = \square.$

3 Пресметај:  $6,3 : 10 = \square$  и  $3,2 : 100 = \square.$ *Воочи и зайомни!*

$0,63 \cdot 10 = 6,3;$

$6,3 : 10 = 0,63$

$0,032 \cdot 100 = 3,2;$

$3,2 : 100 = 0,032$

- Ако при поместувањето на децималната запирка налево нема доволно места, тогаш се додава потребен број нули.

- 4 Одреди ги количниците на броевите: 2 685,7; 3,78; 12 и 0,06 со: 10, 100 и 1 000.

171

Појисејте се!

- Одреди ги количникот и остатокот при делење на бројот:  
а) 3728 со 16; б) 6412 со 24.



- 5 Лента со должина 7,23 m раздели ја на 3 еднакви дела. Одреди ја должината на секој дел.

Треба да пресметаш:  $7,23 : 3 = \square$ .

Работи според барањата. Воочи го решавањето.

|                                                  |                                                                                           |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| Должината на лентата претвори ја во центриметри. | $7,23 \text{ m} = 723 \text{ cm}$                                                         |
| Пресметај го количникот во центиметри.           | $\begin{array}{r} 723 \text{ cm} : 3 = 241 \text{ cm} \\ \underline{12} \\ 3 \end{array}$ |
| Претвори го добиениот количник во метри.         | $241 \text{ cm} = 2,41 \text{ m}$                                                         |

Воочуваш дека:  $7,23 : 3 = 2,41$ , затоа што  $2,41 \cdot 3 = 7,23$ .

- Како може да се пресмета  $7,23 \text{ m} : 3$ ; без да се претвораат метрите во центиметри?

Работи според следните барања:

- Изврши делење на 7,23 со 3 не обрнувајќи внимание на децималната запирка.
- По завршување со делењето во количникот стави запирка таму каде што си завршил со делење на целото.

$$\begin{array}{r} 7,23 : 3 = 2,41 \\ \underline{- 6} \phantom{00} \\ 12 \phantom{00} \\ \underline{- 12} \phantom{00} \\ 3 \phantom{00} \\ \underline{- 3} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 453,6 : 28 = 16, \\ \underline{- 28} \phantom{00} \\ 173 \phantom{00} \\ \underline{- 168} \phantom{00} \\ 56 \end{array}$$

Прво ја спуштаме првата децимала ...

..., а потоа во количникот ставиме запирка.

Зайомни!

- При делење на децимален број со природен број постапи како да делиш природни броеви.
- Кога ќе ја спуштиш децималата на десетинките, тогаш во количникот стави запирка.

- 6 Пресметај  $292 : 16$  без остаток.

Направи го следното:

- Претстави го деленикот како децимален број.
- Изврши го назначеното делење, но сега како делење на децимален број со природен број.

$$\begin{array}{r} 56,0 : 35 = 1,6 \\ \underline{- 35} \phantom{00} \\ 210 \phantom{00} \\ \underline{- 210} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

Пресметај:  $2\,728 : 4 = \square$ ;  $272,8 : 4 = \square$ ;  $27,28 : 4 = \square$ .

*Зайомни!*

Ако целото е помало од делителот, тогаш во количникот се запишува 0 цели.

8 Пресметај:  $10,626 : 23 = \square$

$0,9768 : 37 = \square$

$0,06723 : 9 = \square$

Пример:

$$4,752 : 6 = 0,792$$

$$\begin{array}{r} - 0 \\ 47 \\ - 42 \\ \hline 55 \\ - 54 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

Нула цели

$$3,45 : 5 = 0,$$

*Поисејте се!*

- Пресметај без остаток:  $365,4 : 9$ ;  $27,0 : 4$ .
- Одреди го количникот на броевите 78 и 12 без остаток. Притоа има потреба бројот 78 да го претставиш како децимален број (78,0).
- Што ќе се случи со количникот ако деленикот и делителот се помножат со ист број?



9

Плоштината на еден правоаголник е  $1,38 \text{ dm}^2$ , а неговата ширина е  $0,6 \text{ dm}$ . Одреди ја должината на правоаголникот.

Треба да пресметаш  $1,38 : 0,6 = \square$ .

*Работи според барањата. Воочи го решавањето.*

|                                                                                         |                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| Претвори ги квадратните дециметри во квадратни центиметри, а дециметрите во центиметри. | $1,38 \text{ dm}^2 = 138 \text{ cm}^2$ ; $0,6 \text{ dm} = 6 \text{ cm}$ |
| Одреди ја должината на правоаголникот (во центиметри).                                  | $138 \text{ cm} : 6 = 23 \text{ cm}$                                     |
| Претвори ја должината на правоаголникот во дециметри.                                   | $23 \text{ cm} = 2,3 \text{ dm}$                                         |

*Воочи!*

$$1,38 : 0,6 = 2,3.$$

Пресметавме дека количник на 1,38 и 0,6 е бројот 2,3, т.е.  $2,3 \cdot 0,6 = 1,38$ .

Бројот 2,3 може да се добие и без претворање на дециметрите во центиметри.

*Работи според барањата*

- Зголеми ги 10 пати деленикот и делителот;
- Бидејќи сега делителот е природен број одреди го количникот на децималниот 13,8 и природниот број 6.

Пример:  $23,12 : 3,4 = \square$

$$23,12 \cdot 10 = 231,2; \quad 3,4 \cdot 10 = 34;$$

$$231,2 : 34 = 6,8$$

$$\begin{array}{r} 231,2 \\ - 204 \\ \hline 272 \\ - 204 \\ \hline 68 \\ - 68 \\ \hline 0 \end{array}$$



*Да запомним:* Децимален број се дели со децимален број така што: децималните запирки се поместуваат надесно во деленикот и во делителот за толку места колку што е потребно делителот да стане природен број. Потоа се делат добиените броеви (така како што се дели даден број со природен број).

173

10

- Пресметај: а)  $3,4 : 0,017 = \square$ ; б)  $0,64 : 0,0032 = \square$ .
- Внимавај! Бројот на децималите во деленикот е помал од бројот на децималите во делителот. Затоа размисли и одговори: Колку нули треба да се допишат на деленикот оддесно за да може потоа да се поместат децималните запирки?

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да пресметаш количник на децимален број и декадна единица;
- ◆ да пресметаш количник на децимален број и природен број;
- ◆ да пресметаш количник во кој делителот е децимален број.



*Провери се!*

- ▲ Пресметај: ●  $34,6 : 10 = \square$ ;  
●  $6,485 : 1000 = \square$ ; ●  $62,17 : 100 = \square$ .
- ▲ Пресметај  $257,52 : 12$  и направи проверка на решението.
- ▲ За колку места треба да се помести децималната запирка надесно во деленикот и делителот за да се пресмета:  
●  $12,031 : 1,6 = \square$ ; ●  $3,101 : 0,08 = \square$ ;  
●  $0,345 : 0,025 = \square$ .

*Задачи*

1. Кој број е помал од бројот 4,76  
а) 10 пати; б) 100 пати; в) 1 000 пати?
2. Пресметај:  
●  $0,6 : 3 = \square$ ; ●  $4 : 5 = \square$ ;  
●  $735 : 35 = \square$ ; ●  $1,95 : 15 = \square$ ;  
●  $27 : 1\,125 = \square$ ;  
●  $23,45 : 37 = \square$  на 4 децимали;  
●  $341,3 : 12 = \square$  на 2 децимали.
3. Пресметај на 6 децимали:  
●  $1 : 7 = \square$ ; ●  $4 : 7 = \square$ ;  
●  $2 : 7 = \square$ ; ●  $5 : 7 = \square$ ;  
●  $3 : 7 = \square$ ; ●  $6 : 7 = \square$ ;  
● Што заклучуваш за децималите на количниците?
4. Пресметај:  
●  $6 : 0,2 = \square$ ; ●  $0,75 : 0,15 = \square$ ;  
●  $48 : 0,12 = \square$ ; ●  $1,836 : 0,204 = \square$ ;  
●  $3,417 : 0,85 = \square$ ; ●  $0,044 : 0,25 = \square$ .
5. Колку пати 0,14 е помало од 0,7?
6. Пресметај и изврши проверка на решението:  
●  $34 : 0,085 = \square$ ; ●  $33 : 1,28 = \square$ ;  
●  $12,4 : 0,031 = \square$ ; ●  $0,0108 : 1,6 = \square$ .
7. Реши ги равенките:  
●  $100 \cdot x = 2,416$ ;  
●  $156,12 : x = 10$ ;  
●  $0,018 = 18 \cdot x$ ;  
●  $0,0625 \cdot x = 3,1275$ .

8. Еден патник поминал 14,730 km за 5 часа. Колку километри, просечно, поминувал за 1 час?

9. Одреди ја вредноста на изразите:

$(6,72 : 0,6 + 1,125 \cdot 0,8) : 1,21 + 8,375 = \square$   
 $2,5 + 0,39 : 0,5 + (2,31 + 0,058) : 3,2 = \square$

10. Во VI<sub>3</sub> одделение имало 34 ученици. На крајот на годината успехот по математика бил следниот: 15 ученици со одлична оценка, 9 ученици со многу добра, 7 со добра и 3 со доволна оценка. Пресметај го средниот успех по математика во паралелката на 2 децимали.

## ЗА ОНИЕ ШТО САКААТ ДА ЗНААТ ПОВЕЌЕ

1. Провери дали се точни равенствата:

$(5,6 + 4,4) \cdot (5,6 - 4,4) = 5,6^2 - 4,4^2; \quad (5,6^2 = 5,6 \cdot 5,6; 4,4^2 = 4,4 \cdot 4,4)$   
 $(2,4 - 1,8)^2 = 2,4^2 - 2 \cdot 2,4 \cdot 1,8 + 1,8^2.$

2. Кој број може да се подели со секој децимален број различен од нула без остаток?

3. Како ќе се промени:

- а) збирот на два броја ако едниот собирок го зголемиме за 2,3, а другиот го зголемиме за 3,2;  
 б) намалителот ако намаленикот се зголеми за 5,8, а разликата се намали за 5,8;  
 в) производот на два броја ако едниот го помножиме со 8,75, а другиот со 0,72;  
 г) количникот ако деленикот го помножиме со 1,25, а делителот го намалиме 4 пати?

4. Од 1kg брашно се добива 1,252 kg леб. Колку леб се добива од 576 kg брашно?

5. Кон кој број треба да се додаде 2,2 за да се добие број што е 3,5 пати поголем од 9,2?

6. За колку плоштината на квадрат со страна 15,34 m е поголема од плоштината на правоаголник со страни 16,12 m и 12,03 m?

7. Реши ги равенките:

$5,7x + 3,1x + 0,4 = 34,21; \quad x : 8,04 = 5,05;$   
 $3,48 : x = 1,45; \quad (x - 2,5) : 5,1 = 0,8.$

*Појсијте се!*

- Која операција ја означува дробната црта?
- Во дробката  $\frac{3}{4}$  замени ја дробната црта со тој знак и изврши ја операцијата.
- Прочитај ја дробката  $\frac{3}{100}$  и запиши ја како децимален број.
- Објасни: како се претвора децимална дробка во децимален број.



- 1 Претвори ја во децимален број дробката  $\frac{3}{4}$ .

Работи според барањата:

- Прошири ја дробката со 25.
- Добиената децимална дробка претвори ја во децимален број.

Сигурно доби дека  $\frac{3}{4} = 0,75$ .

- Пресметај  $3 : 4$ .
- Спореди ги добиените резултати.

- 2 Со проширување или скратување, следните дробки претвори ги во децимални дробки, а потоа во децимални броеви:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{132}{300}$  и  $\frac{164}{400}$ .

Пример: • Дробката  $\frac{5}{8}$  прошири ја со 125.

- Добиената децимална дробка претвори ја во децимален број.
- Пресметај  $5 : 8 = \square$ .

- 3 Која од дробките  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{5}{6}$  и  $\frac{11}{20}$  не може да се претвори во децимална дробка? Сигурно воочи дека тоа е дробката  $\frac{5}{6}$ .

*Зайомни!*

- Само нескратлива дробка чиј именител се разложува на производ од множителите 2 или 5, може да се претстави како децимална дробка.
- Секоја дробка која може да се претстави како децимална дробка претставува **конечнодецимален број**.

- 4 Која од дробките  $\frac{23}{40}$ ,  $\frac{7}{15}$  или  $\frac{5}{12}$  претставува конечнодецимален број?

- Утврди која од дробките може да се прошири до децимална дробка со именител 1 000; или
- подели го броителот со именителот и утврди кој од добиените количници е конечнодецимален број.



5 Дропките  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{15}{11}$  и  $\frac{11}{37}$  претвори ги во децимални броеви.

Работи според барањата:

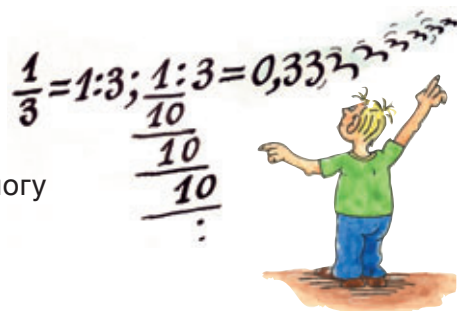
- Утврди дали именителите се разложуваат на множители 2 и 5, односно дали децималните броеви ќе имаат конечен број децимали или не.
- Подели го броителот на дропката со именителот.

Сигурно доби:

$$\frac{1}{3} = 0,333...; \quad \frac{15}{11} = 1,363636...; \quad \frac{11}{13} = 0,297297....$$

Добиените децимални броеви имаат бесконечно многу децимали.

Такви броеви се викаат **бесконечнодецимални броеви**.



*Воочи!*

- Во секој од броевите, непосредно по децималната запирка, една или повеќе цифри се повторуваат по ист редослед.

*Зайомни!*

- Ваквите децимални броеви се викаат **чисто периодични децимални броеви**.
- Бројот што го образуваат цифрите што се повторуваат се вика **период** на децималниот број.

Во првиот број период е 3, во вториот 36, а во третиот 297.

$0,333... = 0,(3)$ . Се чита: нула цели и 3 како период;

$1,3636... = 1,(36)$ . Се чита: едно цело и 36 како период....



6 Дропките  $\frac{5}{18}$ ,  $\frac{679}{495}$  и  $\frac{7}{12}$  претвори ги во децимални броеви.

Работи според следните барања:

- разгледај ги именителите на дропките и утврди дали децималниот број е конечно децимален;
- подели го броителот со именителот и утврди дали децималниот број е периодичен.

Со употреба на дигитрон се добива:

$$\frac{5}{18} = 0,2777...; \quad \frac{679}{495} = 1,3717171...; \quad \frac{7}{12} = 0,58333...$$

*Воочи!*

- Добиените децимални броеви се периодични, но пред периодот има една или две цифри. Ваквите децимални броеви се викаат **мешано периодични децимални броеви**.

Читаме:

- $0,2777... = 0,2(7)$  – нула цели, 2 десетинки и 7 како период.
- $1,37171... = 1,3(71)$  – едно цели, 3 десетинки и 71 како период.
- $0,58333... = 0,58(3)$  – нула цели, 58 стотинки и 3 како период.

Секој од броевите 2, 3 и 58 во примерите се вика **претпериод**.

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да оцениш, според именителот на дропката, дали таа се претвора во конечнодецимален број или, пак, во бесконечнодецимален (периодичен) број;
- ◆ кој број е конечнодецимален;
- ◆ да објасниш што е период, а што претпериод;
- ◆ што е чисто периодичен децимален број;
- ◆ што е мешано периодичен децимален број;
- ◆ дека дропка може да се претвори:
  - или во конечнодецимален број;
  - или во периодичен децимален број;
- ◆ дека постојат и други бесконечнодецимални броеви кои не се периодични. За нив ќе учиш во VIII одделение.

*Задачи*

1. Прошири ги или скрати ги дропките така што во именителот да се појави 10, 100 или 1000, а потоа претвори ги во децимални броеви:  
 $\frac{3}{5}, \frac{18}{200}, \frac{24}{20}, \frac{37}{25}, \frac{229}{125}, \frac{23}{80}, \frac{11}{32}, \frac{83}{64}$ .
2. Претвори ги во децимални броеви дропките:  
 $\frac{2}{3}, \frac{9}{11}, \frac{3}{5}, \frac{19}{20}, \frac{24}{20}, \frac{1}{27}, \frac{2}{15}, \frac{5}{18}, \frac{37}{275}$ .

*Зайомни!*

177

- Ако од десната страна на еден природен број или нулата, се запише запирка и потоа се допишат цифри, се добива запис на број којшто се нарекува **децимален број**.



*Провери се!*

- ▲ Оцени, без да ги делиш броителот со именителот, дали дропката  $\frac{2}{20}$  претставува конечен децимален број.
- ▲ Претвори ги во децимален број дропките  $\frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{12}{7}$  и  $\frac{4}{9}$ .
- Одреди ги периодите и претпериодите во следните децимални броеви:  
 $2,777.....$  ;  $0,64786478...$  ;  $1,527373...$  ;  $126,120404...$

3. Одреди ги периодот и претпериодот во децималните броеви:  
 $0,378787...$  ;  $6,543023023...$  .
4. Според ознаката за период на децимален број запиши ги броевите:  
 $4,636363...$  ;  $0,102102...$  ;  
 $3,54034034...$  ;  $4,27117117...$  .
5. Запиши го како бесконечнодецимален број бројот:  
а)  $3,6(54)$  ; в)  $6,(53)$  ;  
б)  $0,77(2401)$  ; г)  $0,06(5231)$ .

*Поисејте се!*

- Бројот 3 128 заокружено на илјади изнесува 3 000, т.е.  $3\,128 \approx 3\,000$ . “ $\approx$ ”, се чита: приближно еднакво со. Заокружи го бројот 3 128 на стотки.
- Како гласи постапката за заокружување на природен број?
- Дали треба  $135 \approx 130$  или  $135 \approx 140$ ? Објасни!



1

Една парцела од  $123\text{ m}^2$  ја уредуваат учениците од VI<sub>a</sub> одделение. Во паралелеката има 32 ученици. По колку квадратни метри, во просек, уредува секој ученик?

Треба да пресметаш  $123 : 32$ .

- Одреди го количникот;
- Оцени го практичното значење на добиените квадратни метри по ученик.

Сигурно доби  $123 : 32 = 3,84375$ , т.е. дека секој ученик треба да уреди по  $3,84375\text{ m}^2$ .

Бројот има практично значење само до втората децимала (во  $\text{dm}^2$ ), т.е. да се изврши заокружување на децималниот број на две децимали.

Децимални броеви со две децимали што се најблиску до бројот  $3,84375$  се:  $3,84$  и  $3,85$ , т.е.

$$3,84 < 3,84375 < 3,85$$

Значи:  $3,84375 \approx 3,84$  (читаме:  $3,84375$  е приближно еднаков со  $3,84$ ) и  $3,84375 \approx 3,85$ .

2

- Одреди ги двата најблиски децимални броја на бројот  $1,37268$  што имаат по една децимала.
- Утврди колкава е направената грешка при заокружување на бројот  $1,37268$  на една децимала.

☞ Сигурно утврди дека бараните броеви се  $1,3$  и  $1,4$  т.е.  $1,3 < 1,37268$  и  $1,37268 < 1,4$ .

☞ Колкава е направената грешка при секое од заокружувањата:  $1,37268 \approx 1,3$  и  $1,37268 \approx 1,4$ , ќе утврдиш ако ги споредиш разликите:

$$1,37268 - 1,3 = 0,07268 \quad \text{и} \quad 1,4 - 1,37268 = 0,02732$$

- До која од точките за броевите  $1,3$  или  $1,4$  е поблиску точката на бројот  $1,37268$ ?

*Зайомни!*

Во двата случаја направената грешка е помала од  $0,1$ .

Велиме: Бројот  $1,37268$  сме го заокружиле со точност до  $0,1$ , односно со **точност на една децимала**.

- Разликата што покажува за колку дадениот број е поголем или помал од својата приближна вредност ја викаме **грешка на заокружувањето**.

При заокружување настојувај да направиш што помала грешка.

Воочуваш дека заокружувањето (заменувањето) на бројот 1,37268 со бројот 1,4 е со помала грешка отколку со бројот 1,3.

При заокружување на децимален број почитувај го следното **правило на заокружување**:

179

-  ако првата испуштена цифра е помала од 5, тогаш последната задржана цифра не се менува;
-  ако првата испуштена цифра е 5 или поголема од 5, тогаш последната задржана цифра се зголемува за 1.

- 3** Бројот 4,8162704 заокружи го со точност:
- а) на една децимала, т.е. до 0,1;
  - б) до 0,01;
  - в) до 0,001;
  - г) до 0,0001;
  - д) до 0,0001.

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да се заокружи некој број со дадена точност значи тој број да се замени со друг број што е поголем или помал од него, заради одредени практични потреби;
- ◆ да заокружиш даден број со одредена точност според правилото за отфрлање на цифри од бројот;
- ◆ да објасниш како се заокружува децимален број со одредена точност.



*Провери се!*

- ▲ Бројот 0,315 заокружи го на две децимали.
- ▲ Дропката  $\frac{7}{34}$  претвори ја во децимален број со точност до 0,001.
- ▲ Одреди ја грешката на заокружувањето ако  $1,47 \approx 1,47328$ .

*Задачи*

- 1.** Заокружи ги на три децимали броевите: 2,7145; 3,03277; 0,01523.

- 2.** Дропката  $\frac{7}{34}$  претвори ја во децимален број со точност до: 0,1; 0,01; 0,0001.

- 3.** Збирот на броевите 4,7125 и 3,3914 пресметај го со точност до 0,001.

- 4.** Пресметај:

$$4,26 + \frac{2}{7} - 1,00312 \text{ со точност до } 0,01.$$

- 5.** Направи табела, заокружи ги броевите во неа со назначената точност и одреди ја грешката на заокружувањето.

| Број     | Заокруж. со точн. до 0,01 | Грешка на заок. | Заокруж. со точн. до 0,001 | Грешка на заок. |
|----------|---------------------------|-----------------|----------------------------|-----------------|
| 0,0374   |                           |                 |                            |                 |
| 0,5386   |                           |                 |                            |                 |
| 426,4235 |                           |                 |                            |                 |
| 6,0141   |                           |                 |                            |                 |



1 Користи ја табелата за да одговориш на неколку прашања.

- Разликата на најголемите брзини на најбрзата и најбавната трка заокружи ја со точност до 0,1.
- Колку побавно одел победникот на трката во 2 000 година од победникот на трката во 1 998 година?
- Која би била просечната најголема брзина на двете најбрзи трки?

| Година | Победник        | Најголема брзина (km/h) |
|--------|-----------------|-------------------------|
| 1996   | Михаел Шумахер  | 310,36                  |
| 1997   | Михаел Шумахер  | 344,44                  |
| 1998   | Дејвид Култхард | 326,78                  |
| 1999   | Мика Хакинен    | 294,06                  |
| 2000   | Михаел Шумахер  | 312,56                  |

- Која е просечната најголема брзина на сите пет трки (аритметичка средина)?
- На една трка во 1912 год. е постигната најголема брзина која е 4 пати помала од најголемата брзина во 2000 година. Колку изнесува таа брзина?
- Патнички авион постигнува 3 до 3,5 пати поголема брзина од најголемата брзина што е постигната во 1999 година. Во кои граници се движи брзината на авионот со точност до една децимала?
- Анализа на податоците. Меѓу кои две години разликата на брзините е:
  - а) најмала;    б) најголема;    в) околу 50 km на час?
- Состави столбест дијаграм за брзините според податоците што се дадени во табелата.



2 Во училиштето каде што учи Ацо има 1 200 ученици. Ацо сакал училиштето да има нов спортски терен. Се обидел да открие колку ученици се заинтересирани за нов спортски терен.

Наместо да го праша секој ученик, Ацо одлучил да праша дел од учениците.

Ацо одлучил да праша 100 ученици од сите одделенија, т.е. избрал **примерок**.

Бројот 100 претставува големина на примерокот.

|                              | Позитивно                                                                              | Негативно                                                       |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Ако Ацо праша 1 200 ученици: | ☺ Ќе знае колку точно ученици сакаат нов терен                                         | ☹ Потребно е повеќе време                                       |
| Ако Ацо праша 12 ученици:    | ☺ За кратко време ќе ги добие одговорите                                               | Добива мал број одговори, што не е доволно за правилна проценка |
| Ако Ацо праша 100 ученици:   | ☺ Потрошеното време е оптимално<br>☺ Добива доволен број одговори за правилна проценка | ☺                                                               |

- Во изборот на примерок, освен големината, важно е и кој ќе го сочинува примерокот.

Запиши свое размислување за тоа што е позитивно, а што е негативно во следниве случаи:

- ✓ ако Ацо праша само ученици од I до IV одделение;
- ✓ ако Ацо праша само ученици што се заинтересирани за спорт;
- ✓ ако Ацо праша случајно избрани ученици од сите одделенија од неговото училиште.

- 3 Одговорите на прашањето за новиот спортски терен Ацо ги претставил во табела, направил **анализа** и извел **заклучок**.

| Нов спорт. терен/прим. |      |                        |
|------------------------|------|------------------------|
| Мислење                | Број | Однос                  |
| ДА                     | 60   | $\frac{60}{100} = 0,6$ |
| НЕ                     | 23   |                        |
| Не знам                | 17   |                        |

*Воочи!*

Ацо утврдил дека 0,6 од примерокот сакаат нов спортски терен.

Тој пресметал:

$$0,6 \text{ од } 1\,200 \text{ е } 0,6 \cdot 1\,200 = 720$$

Ацо предвидел дека: ако ги прашал сите 1 200 ученици, приближно 720 од нив би одговориле дека се заинтересирани за нов спортски терен.



- Одреди го односот за другите два одговора.
- Пресметај колкав број од учениците би одговориле дека не сакаат нов спортски терен, а колку ученици од училиштето би биле неодлучни.

- 4 Сопственикот на еден видеоклуб сакал да утврди кој вид филмови се најпопуларни во градот. Градот имал 20 000 жители. Продавачот запишал податоци за 400 членови на видеоклубот.

| Најпопуларни видеокасети |      |              |
|--------------------------|------|--------------|
| Вид на филм              | Број | Однос        |
| Детски                   | 40   | $40:400=0,1$ |
| Научен                   | 36   |              |
| Комедија                 | 152  |              |
| Стари фил.               | 100  |              |
| Музички                  | 72   |              |

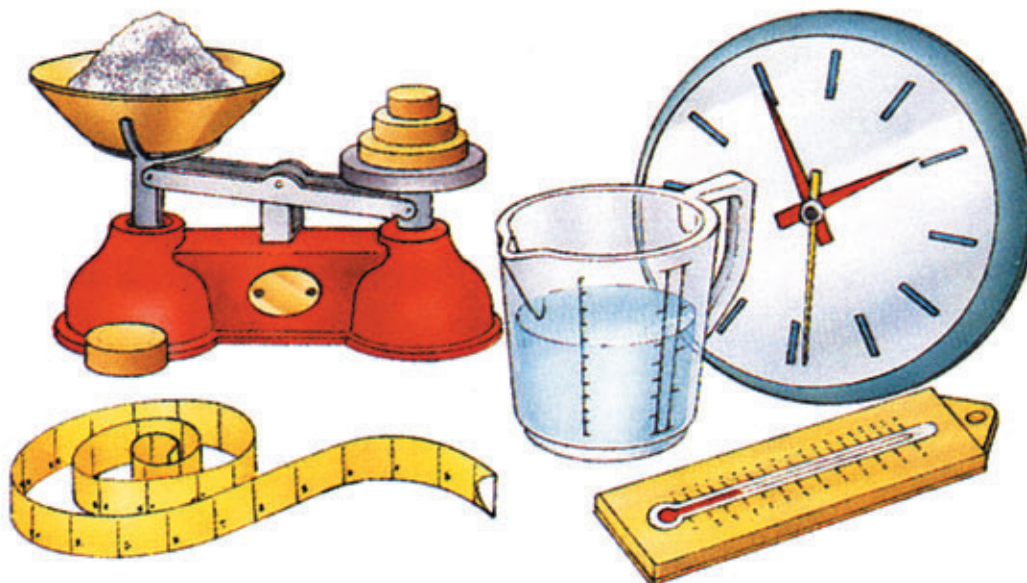
- Кои броеви треба да се запишат во делот од табелата со наслов „однос“?
- Со помош на пресметаните односи одреди го бројот на жителите во градот за кои може да се каже дека би биле заинтересирани за различни видови филмови.
- За што би можеле да му послужат добиените информации на сопственикот на видеоклубот?



## УЧЕШЕ ЗА ДРОПКИ. ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ. ПРОВЕРИ ГО СВОЕТО ЗНАЕЊЕ

1. Нацртај отсечка  $\overline{AB} = 6$  cm.  
а) Одреди точка C на отсечката AB  
така што:  $\overline{AC} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ .  
б) Ако  $\overline{AD} = 2$  cm, тогаш кој број треба да  
стои на местото на \* за да биде  $\overline{AD} = * \overline{AB}$ .
2. Во осум еднакви кутии има вкупно  
12 kg бонбони. Колку килограми  
бонбони има во една кутија?
3. Бројот 5 претстави го како дропка со  
● броител 5. ● именител 5.
4. Запиши дропка со броител 2  
● која е поголема од 1.  
● која е помала од 1.
5. Претстави го на бројна права збирот  
●  $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$ ; ●  $\frac{1}{5} + \frac{4}{5}$ .
6. Скрати ја дропката  $\frac{84}{210}$  до нескра-  
тлива дропка.
7. Скрати ја дропката  
●  $\frac{56}{126}$  со 7. ●  $\frac{45}{270}$  со НЗД(45, 270).
8. Прошири ја дропката  $\frac{7}{8}$  со 8.
9. Пресметај го збирот  
 $26,4 + 2,64 + 0,0264$ .
10. ● Изврши го собирањето и провери  
дали е точно:  
 $0,628 + 12,91 < 5,496 + 8,048$   
● Одреди ја разликата на добиените зби-  
рови.
11. Ако намаленикот 3,24 се зголеми за  
0,24, а намалителот 0,324 се намали  
за 0,24, тогаш разликата ќе се зголеми за  
 $2 \cdot 0,24$ . Провери.
12. Со собирање провери дали е пра-  
вилно извршено одземањето  
 $59,216 - 11,11 = 48,106$ .
13. Провери дали е точно извршени  
множењето  $12\ 346 \cdot 24 = 296\ 304$ .  
Потоа, без да пресметуваш, одреди го  
производот  
●  $1,2346 \cdot 24$ . ●  $12,346 \cdot 2,4$ .  
●  $0,12346 \cdot 0,24$ .
14. Пресметај го количникот  
●  $55,56 : 2,4$ . ●  $0,84375 : 0,27$ .
15. Пресметај ги производите  $5,32 \cdot 20$  и  
 $0,64 \cdot 1,2$ , а потоа, без да пресмету-  
ваш одреди го количникот  
●  $106,4 : 5,32$ . ●  $0,768 : 1,2$ .
16. Реши ја равенката  
●  $2,5 \cdot x = 6,42 : 1,2$ .  
●  $x : 0,5 = 13,5 : 0,25$ .
17. Пресметај ја бројната вредност на  
изразот  $(9,12 - 0,6) : 1,2 + 29,5 \cdot 0,5$ .
18. Запиши ја како децимален број  
дропката  
●  $\frac{126}{15}$ . ●  $\frac{629}{495}$ .
19. По заокружувањето на бројот  
2,861254 е добиен бројот 2,8613.  
Со колкава точност е заокружен овој број?
20. Дропката  $\frac{73}{8}$  претвори ја во деци-  
мален број и заокружи ја со точност до 0,01.

|                                                   |     |                                               |     |
|---------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------|-----|
| 1. Мерки за должина, маса и течност               | 184 | 6. Операции со именувани броеви               | 196 |
| 2. Мерки за време и температура                   | 187 | 7. Мерки за плоштина                          | 201 |
| 3. Именуван број                                  | 189 | 8. Мерки за волумен                           | 203 |
| 4. Претворање на повеќеимен број во едноимен број | 192 | 9. Волумен на квадар и коцка                  | 206 |
| 5. Претворање на едноимен број во повеќеимен број | 194 | 10. Учеше за мерење. Провери го своето знаење | 210 |



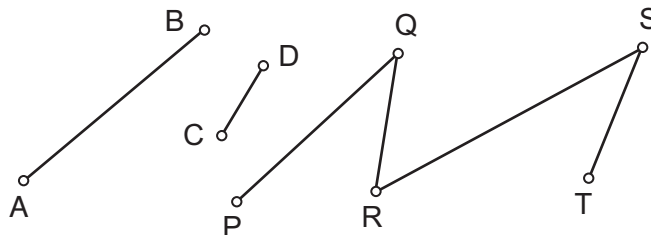
## Поисејте се!

- На линијарот покажи должини од 1 dm, 3 cm, 8 mm и 4 cm 6 mm.
- Која мерка се користи за мерење должина на патиштата и растојание меѓу две населени места?
- Колку декаграми има во 1 kg?
- Која мерка се користи за мерење маса на руда ископана од рудник?
- Колку dl има во 1 l?



## МЕРКИ ЗА ДОЛЖИНА

- 1 Прочени ги должините на отсечките AB и CD и на искршената линија PQRST, а потоа, со мерење провери ја точноста на твојата проценка.



- Кои мерни единици ги употреби?
- Наброј и други мерки за должина што ги знаеш.



Основна мерна единица за должина е **метар** (m).

Поголеми и помали мерни единици од метарот се прикажани во следната табела.

| Поголеми мерни единици од метарот се: |              | Помали мерни единици од метарот се: |
|---------------------------------------|--------------|-------------------------------------|
| декаметар (dam)                       | 1 dam ← :10  | 1 dm → :10                          |
| хектометар (hm)                       | 1 hm ← :100  | 1 cm → :100                         |
| километар (km)                        | 1 km ← :1000 | 1 mm → :1000                        |
|                                       | 1 m          |                                     |

Воочи ги и зајомни ги врските меѓу мерките за должина!

$$\begin{aligned}
 1 \text{ km} &= 10 \text{ hm} = 100 \text{ dam} = 1000 \text{ m} \\
 1 \text{ hm} &= 10 \text{ dam} = 100 \text{ m} \\
 1 \text{ dam} &= 10 \text{ m} \\
 1 \text{ m} &= 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm} \\
 1 \text{ dm} &= 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm} \\
 1 \text{ cm} &= 10 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Да зајомнам! Секоја мерна единица за должина е 10 пати помала од мерната единица што е непосредно поголема од неа.



- 2 Која мерка би требало да стои на местото на “\*”.

- За 1 час, Петар може да изоди околу 4 \*.
- Мимоза во тетратката нацртала квадрат со должина на страната 30 \*.

- 3 Колку декаметри има во  
а) 90 m? б) 300 m? в) 1700 m?

- 4 Во 1 dm има 0,1 m. Колку метри има во 1 cm?



## МЕРКИ ЗА МАСА

185

- 5 ● Наброј ги мерните единици за маса што ги знаеш.  
 ● Која е основна мерна единица за маса?  
 ● Колку килограми има 1 t? ● Што е поголемо 8 dag или 1 kg?
- 6 Која мерка за маса би требало да стои на местото од “\*” во следните реченици:  
 ● Со камион е превезено 6 \* јаглен. ● Кокошката што ја купил Дарко има маса 2 \*.

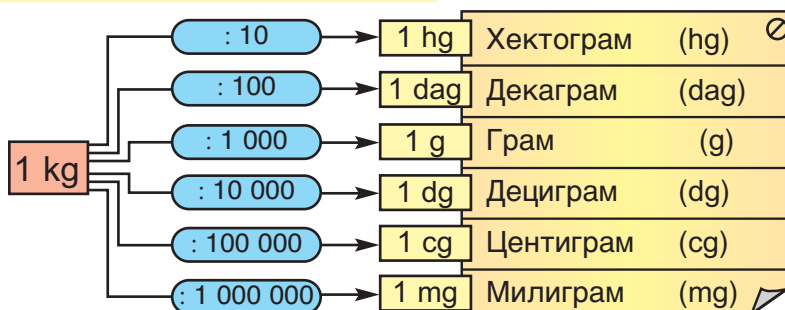


Основна мерна единица за маса е **килограм (kg)**.

Поголема мерка од килограм е тон (t).

$$1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg}$$

Помали мерни единици од килограмот се дадени во следнава табела.



Воочи ги и зајомни ги врскиите меѓу меркиите за маса!

$$1 \text{ kg} = 10 \text{ hg} = 100 \text{ dag} = 1000 \text{ g} \quad \parallel \quad 1 \text{ g} = 10 \text{ dg} = 100 \text{ cg} = 1000 \text{ mg}$$

$$1 \text{ hg} = 10 \text{ dag} = 100 \text{ g} \quad \parallel \quad 1 \text{ dg} = 10 \text{ cg} = 100 \text{ mg}$$

$$1 \text{ dag} = 10 \text{ g} \quad \parallel \quad 1 \text{ cg} = 10 \text{ mg}$$

$$1 \text{ kg} = 10 \text{ hg} = 100 \text{ dag} = 1000 \text{ g} = 10\,000 \text{ dg} = 100\,000 \text{ cg} = 1\,000\,000 \text{ mg}$$

Да зајомнам!  
 Секоја мерна единица за маса е 10 пати помала од мерната единица што е непосредно поголема од неа.

- 7 За да измери парче месо, месарот на едниот тас од вагата ставил тегови од 1 kg, 2 kg и 1 kg, а на тасот со месо тег од 10 g. Колку е масата на месото?



## МЕРКИ ЗА ТЕЧНОСТ

- 8 ● Наброј ги мерките за течност што ги запозна досега.  
 ● Дали запозна мерка за течност поголема од 1 l? ● Колку dl има 1 l?



Основна мерна единица за течност е **литар (l)**.

Поголеми и помали мерни единици за мерење течност се дадени во следнава табела.

| Поголеми мерни единици од литар се: |       |          |     |          |      | Помали мерни единици од литар се: |
|-------------------------------------|-------|----------|-----|----------|------|-----------------------------------|
| Декалитар (dal)                     | 1 dal | ← · 10   | 1 l | → : 10   | 1 dl | Децилитар (dl)                    |
| Хектолитар (hl)                     | 1 hl  | ← · 100  | 1 l | → : 100  | 1 cl | Центилитар (cl)                   |
| Килолитар (kl)                      | 1 kl  | ← · 1000 | 1 l | → : 1000 | 1 ml | Милилитар (ml)                    |

$$\begin{array}{l|l}
 1 \text{ kl} = 10 \text{ hl} = 100 \text{ dal} = 1\,000 \text{ l} & 1 \text{ l} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1\,000 \text{ ml} \\
 1 \text{ hl} = 10 \text{ dal} = 100 \text{ l} & 1 \text{ dl} = 10 \text{ cl} = 100 \text{ ml} \\
 1 \text{ dal} = 10 \text{ l} & 1 \text{ cl} = 10 \text{ ml}
 \end{array}$$

Да зајомнам!

Секоја мерка за течност е 10 пати помала од мерката што е непосредно поголема од неа.

- 9 1 l минерална вода чини 20 денари. Колку денари чини 2 dl (една чаша) минерална вода?



- 10 Нареди ги по големина следните броеви: 6 dal, 5 hl, 8 dl, 4 ml, 9 l, 3 cl.

Треба да знаеш!

- ◆ Која е основната единица за мерење:
  - должина; ● маса; ● течност;
- ◆ да ги наведеш помалите и поголемите мерки за:
  - должина; ● маса; ● течност;
- ◆ да го објасниш соодносот меѓу мерките за:
  - должина; ● маса; ● течност.



Провери се!

- ▲ Колкупати: а) 1 m е поголем од 1 cm?  
б) 1 dm е помал од 1 hm?
- ▲ Колкупати: а) 1 kg е поголем од 1 g?  
б) 1 dag е помал од 1 hg?
- ▲ Колкупати: а) 1 hl е поголем од 1 dal?  
б) 1 ml е помал од 1 dl?

Задачи

1. ● Нацртај отсечки без мерење со должини: 1 cm, 1 dm, 25 cm и 75 cm.  
● Провери со мерење и утврди за колку си погрешил.
2. ● Измери ја должината на твојот чекор во центиметри.  
● Измери го со чекори растојанието меѓу два објекта.  
● Процени колку метри е тоа растојание.  
● Провери ја, со мерење, точноста на твојата проценка.
3. Подреди ги отсечките со должини 9 dm, 2 m, 48 cm, 94 mm, 4 dm 7 cm, почнувајќи од најкратката.
4. Подреди ги по големина: 5 hg, 1 kg, 10 g, 12 mg, 8 dag.
5. Подреди ги по големина: 5 dal, 2 hl, 6 dl, 8 ml, 1 l.
6. Во една овошна градина се набрани 4,5 t јаболка и биле продадени по 17 денари за еден килограм. Колку денари се добиени?

*Појдесети се!*

- Колку минути има 1 час?
- Наведи две мерки за време поголеми од час.
- Која мерна единица се користи за мерење на дневната температура?
- Дали во истата мерна единица се искажува и температурата на болниот?

*Зайомни!*

■ Основна мерна единица за време е **секунда** (s). Поголеми мерки од секунда се: **минута** (min), **час** (h), **ден** (d), седмица, месец, година, деценија, век (столетие) и милениум. Постојат и помали мерки од секунда.

*Воочи ги врскиите меѓу мерките за време!*

1 min = 60 s;      1 h = 60 min = 3600 s;      1 d = 24 h = 1440 min = 86400 s;  
1 седмица = 7 d = 168 h = 10080 min = 604800 s.      1 мес. = 30 д;      1 год = 365 д.

2 ▶ Претвори: ● 5 дена во часови; ● 8 часа во минути; ● 25 минути во секунди.

*Воочи!*

1 ден има 24 часа; 5 дена имаат  $5 \cdot 24$  часа = 120 часа.

- Колку минути има 1 час?
- Колку секунди има 1 минута?

3 ▶ Претвори 147 часа во денови и часови.

👉 147 часа : 24 = 6 дена и остаток 3 часа

4 ▶ Претвори 5 години 8 месеци 13 дена во денови.



## МЕРКИ ЗА ТЕМПЕРАТУРА



- 5 ▶ ● Прочитај ја температурата што е прикажана на термометарот.  
● Во која мерна единица се искажува температурата?



## МЕРКИ ЗА ВРЕМЕ

1



- Кое време покажува часовникот во часови, минути и секунди?

- Наведи ги мерките за време што си ги изучувал.
- Која е најмалата мерка за време што си ја изучувал?

- Основна мерна единица за температура е **келвин** (K).
- Во секојдневниот живот се употребува мерната единица **целзиусов степен** (°C).

Шведскиот физичар и астроном Андерс Целзиус (1701–1744) вовел скала каде што водата мрзне на 0 °C, а врие на 100 °C. Стотиот дел од скалата се вика целзиусов степен.

- Промената на температурата за еден целзиусов степен е еднаква на еден келвин. Но, на температурната скала, на 0 °C одговараат 273,16 K.

- Така, водата мрзне на 0 °C, т.е. на 273,16 K, а врие на 100 °C, т.е. на 373,16 K.

### Зайознај се поопширно

- Температурата изразена во келвини се вика **апсолутна температура**.
- Почетокот на мерењето на апсолутната температура е нула келвини или –273,16 °C.
- Таа најниска можна температура се вика **апсолутна нула**.
- Ако температурата на некое тело е изразена во целзиусови степени, тогаш апсолутната температура, означена со T, се пресметува по формулата

$$T(K) = t(^{\circ}C) + 273,16$$

- 6** Направи табела како дадената и пополни ја (°C – целзиусови степени, K – келвини).

|    |        |        |       |     |       |      |
|----|--------|--------|-------|-----|-------|------|
| °C | 4      |        | 12,84 |     |       | 36,5 |
| K  | 277,16 | 320,16 |       | 290 | 340,4 |      |

### Треба да знаеш!

- Која е основната мерна единица за време;
- да ги наведеш мерките за време поголеми од секунда и врските меѓу нив;
- која е основната мерна единица за температура;
- која е врската меѓу келвин и целзиусов степен.



### Провери се!

- Колку пати 1 s е помала од: а) 1 min; б) 1 h?
- Колку часови има 1 d?
- Колку K одговараат на 0 °C на температурната скала?
- Едно тело има температура од 20 °C. Колку е апсолутната температура на тоа тело?

### Задачи

- Возот, според возниот ред, стигнува во 13 h 55 min. Ако доцни 1 h 32 min, во колку часот ќе стигне?
- За една приредба била предвидена програма во траење од 1 h 20 min. Изведбата траела 120 минути. Колку минути повеќе траела изведбата од планираното?

- Рибарски брод испловил од едно пристаниште на 8 септември во 6 h, а се вратил во пристаништето на 17 септември во 18 h (истата година). Изрази го времето на бродот од испловувањето до враќањето: а) во денови; б) во часови; в) во седмици и денови.

- Пресметај 15 год. 8 мес. 9 d во денови.

- Колку е апсолутната температура на тело што има: а) 37 °C; б) –50 °C?

*Појсејти се!*

- Изброј ги и запиши ги:
  - бројот на клупите во твојата училница;
  - бројот на столчињата во твојата училница.
- Измери ја должината на твојот молив. Запиши го мерниот број и мерната единица што се резултат на твоето мерење.
- Кои се мерни единици за:
  - а) должина;
  - б) маса?

*Воочи !*

- Секој одговор содржи мерен број и мерна единица. Мерниот број со мерната единица се одредени со броење или со мерење.  
(со броење: 4 круши, 3 овци, ...;  
со мерење: 2 cm; 2 kg...).

**Именуван број**

Мерен број  **3 cm**  Мерна единица

*Зайомни!*

- Именуваниот број** е составен од **неименуван број** и **мерна единица** запишана до него.
- Именуваниот број што е запишан со еден неименуван број и една мерна единица уште се вика и **едноимен број**.

**2**

Запиши едноимен број што го покажува:

- бројот на учениците во твојата паралелка;
- бројот на твоите години;
- колкава е твојата висина (во центиметри).

**3**

Дадени се броевите:

а) 5 kg, 3 kg, 126 kg;

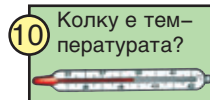
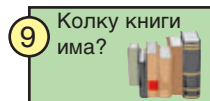
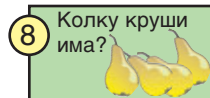
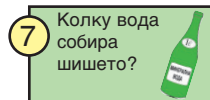
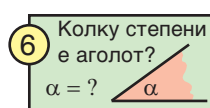
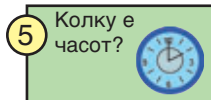
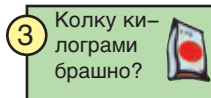
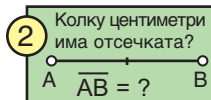
б) 3 m, 5 kg, 7 l, 15 канти.

- Што имаат заедничко броевите под а)?
- Какви се мерните единици на броевите под б)?

**1**

На секоја од нумерираниите десет сликички е поставено прашање. Дадени се и одговорите на секое од прашањата.

- Состави табела и во неа за секоја сликичка запиши го соодветниот број.
- Запиши ги во табелата одговорите според прашањата во сликичките.



3 овци

6 книги

4 круши

46°

38,5° C

2 cm

1 l

2 kg

2 часот

10 денари

- Именувани броеви што се запишани со исти мерни единици се викаат **истоимени броеви**. Броевите под а) се истоимени . Броевите под б) не се истоимени.
- Покрај називот *мерна единица* се употребуваат називите: *единица за мерење* или скратено *мерка*.

- 4
- Кои два од броевите 2 m, 6 km, 46 m, 23 kg се истоимени?
  - Што треба да стои на местото на \* во записите 2\*, 3\* и 17\* за тие да бидат истоимени со бројот 5 km?
- 5
- Дадени се броевите: 4 l, 6 ml, 9 hl, 116 cl.
- Што се мери со мерките на тие броеви?
  - Дали во истите мерки е искажан и бројот 6 dal? А дали бројот 8 cm?

## Зайомни!

- Два или повеќе именувани броја што се искажани со мерките за иста величина се викаат **именувани броеви од ист вид**.

👉 Броевите 4 l, 6 ml, 9 hl и 116 cl се именувани броеви од ист вид.

- 6
- Запиши по 2 именувани броја од ист вид во единиците за мерење: а) должина; б) маса.

- Бројот што содржи два или повеќе едноимени броеви од ист вид се вика **повеќеимен број**. Едниомените броеви се викаат членови на повеќеимениот број.

👉 Бројот 2 kg 3 cg 5 mg е повеќеимен; 2 kg; 3 cg и 5 mg се негови членови.



- 7
- Должината на една просторија е 3 m 6 dm, а ширината 4 m 2 dm 5 cm.

- Со какви броеви се запишани димензиите на просторијата?

- 8
- Запиши по еден повеќеимен број во мерките за: а) должина; б) маса; в) време.

## Зайомни!

Можеш да запишеш:

$$4 \text{ m} + 5 \text{ cm} = 4 \text{ m } 5 \text{ cm}$$

$$3 \text{ kg} + 2 \text{ dag} + 5 \text{ g} = 3 \text{ kg } 2 \text{ dag } 5 \text{ g}$$

Да зайомнам! Повеќеимен број претставува збир на два или повеќе едноимени броеви од ист вид.



- 9
- Повеќеимениот број  $6 \text{ m}^2 \text{ } 3 \text{ dm}^2 \text{ } 2 \text{ cm}^2$  претстави го како збир.
  - Збировите: а)  $6 \text{ kg} + 4 \text{ dag} + 2 \text{ g}$ ; б)  $5 \text{ l} + 4 \text{ dl} + 3 \text{ cl}$  претстави ги како повеќеимени броеви.

Треба да знаеш!

- ◆ Да разликуваш именуван од неименуван број;
- ◆ да препознаваш истоимени броеви;
- ◆ кои именувани броеви се од ист вид;
- ◆ да објасниш кој број е едноимен, а кој повеќеимен.



Попрови се!

191

- ▲ Кој од броевите: 4 книги, 6 cm,  $4\frac{1}{2}$ , 7 деца и 8 е именуван, а кој неименуван?
- ▲ Кои од броевите 3 kg, 6 dm, 8 g, 5 m и 4 dm се: а) истоимени б) од ист вид?
- ▲ Наведи пример на повеќеимен број со 3 члена во мерките за точност.

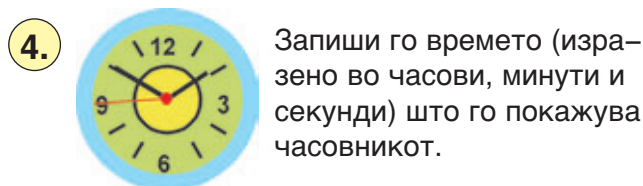
### Задачи

1. Запиши два именувани и два неименувани броја.



Изброј ги книгите на полицата.  
Запиши го тоа како именуван број.

3. Запиши два повеќеимени броја:  
– едниот во мерките за време;  
– другиот во мерките за точност.



Запиши го времето (изразено во часови, минути и секунди) што го покажува часовникот.

● Каков број запиша?



● Денарите и дените запиши ги како повеќеимен број.

6. Запиши два истоимени броја.
7. Запиши три повеќеимени броја кои се од ист вид.

8. Дадени се броевите:  
5; 7 m; 12 kg 3 dag; 4 m 2 dm; 8 hl; 4 m;  
29,6; 4 kg, 6 m 5 dm; 74; 3 kg; 9 hl; 7; 14 l;  
8 m<sup>2</sup>; 5 l; 8; 12; 4; 15 m<sup>2</sup>.  
Направи табела и запиши ги броевите според барањата:

- |                |              |
|----------------|--------------|
| ● неименувани; | ● едноимени; |
| ● повеќеимени; | ● истоимени. |

И ова е мајџемајџика!



Се сретнале двајца пријатели Тоше и Петар. Тоше го прашал Петар: „Каде си пријателе, не те гледам често?“ Петар одговорил: „Често одам во различни градови да ги запознаам убавините на Македонија.“ Тоше прашал: „Кои градови ги посети?“ Петар веднаш му одговорил: „Првата сабота во еден месец бев во Берово, а втората сабота во истиот месец по првиот петок бев во Струмица. Првата сабота во следниот месец бев во Дебар, а втората сабота во истиот месец по првиот петок бев во Охрид.“ „Кој датум беше во Охрид?“, прашал Тоше. Петар го погледнал и одговорил: „Датумот можеш сам да го одредиш.“  
На кој датум Петар бил во Охрид?

# ПРЕТВОРАЊЕ НА ПОВЕЌЕИМЕН БРОЈ ВО ЕДНОИМЕН БРОЈ

## Појасејте се!

- 1 m = 10 dm, т.е. 1 m е 10 пати поголем од од 1 dm.
- Колку пати е поголем: а) 1 m од 1 cm? б) 1 kg од 1 g? в) 1 h од 1 min?



1

Повеќеимениот број 4 m 2 dm 7 cm претвори го во едноимен број.  
Работи според постапката и спореди го решението:

|                                                                             |                                |
|-----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| Воочи ја најмалата мерна единица во бројот.                                 | Тоа е центиметар (cm)          |
| Членовите со поголема мерна единица претвори ги во најмалата мерна единица. | 4 m = 400 cm<br>2 dm = 20 cm   |
| Претстави го повеќеимениот број во вид на збир од истоимени броеви (во cm). | 400 cm + 20 cm + 7 cm          |
| Изврши го назначеното собирање.                                             | 400 cm + 20 cm + 7 cm = 427 cm |

Воочи втор начин на претворање на повеќеимен во едноимен број користејќи ги следните две тврдења.

- Во мерките за должина, маса и течност секоја мерна единица е 10 пати помала од непосредно поголемата мерна единица.
- Во декаден броен систем позицијата на секоја цифра е 10 пати поголема од позицијата на претходната цифра.

4 m 2 dm 7 cm = 427 cm

2 Објасни зошто 5 hg 3g = 5 hg 0 dag 3 g = 503 g.

## Воочи и зајомни!

- Ако во повеќеимениот број во мерките за должина, маса или течност недостасува по ред некоја мерна единица, на нејзиното место се става 0.

Да зајомнам! Овие повеќеимени броеви лесно ги запишувам во едноимен број.

- Ги бришам поголемите мерни единици, а останува најмалата.
- Треба да внимавам дали треба да ставам 0 и каде.



3 Претвори го во едноимен број бројот 4 dm 5 mm, применувајќи ги двете прикажани постапки.

**4** Претвори ги во едноимени броеви во најмала единица:

а) 5 год 3 мес. 2 дена;

б) 4 мес. 2 седм. 3 дена 5 часа;

в) 2 h 34 min 15 s.

(1 год = 365 дена, 1 мес. = 30 дена).

■ Воочи дека повеќеимен број во мерки за време не можеш да го претвориш во едноимен според прикажаниот втор начин. Зошто?



**5** Претвори го бројот 5 m 3 dm 8 cm во: а) дециметри; б) метри.

*Воочи ги и зайомни ги постојаткии!*

а) Во дециметри:

☞ 5 m = 5 · 10 dm = 50 dm

☞ 8 cm = (8 : 10) dm = 0,8 dm

☞ 5 m 3 dm 8 cm = 50 dm + 3 dm + 0,8 dm = 53,8 dm.

б) Во метри:

☞ 3 dm = (3 : 10) m = 0.3 m

☞ 8 cm = (8 : 100) m = 0,08 m

☞ 5 m 3 dm 8 cm = 5 m + 0,3 dm + 0,08 m = 5,38 m.

■ Воочи го вториот (скратен) начин за претворање на повеќеимен во едноимен број.

☞ 5 m 3 dm 8 cm = 53,8 dm.

☞ 5 m 3 dm 8 cm = 5,38 m.

■ Забележа! Можеш да ги избришеш мерните единици, да ставиш запирка по мерниот број на мерната единица во која се бара да го претвориш повеќеимениот број и на крајот да ја запишеш таа мерна единица. Ако во редоследот недостасува некоја мерна единица, на нејзино место се става нула.

**6** Претвори го бројот 8 l 7 dl 3 ml во децилитри.

*Да зайомнам! Ако повеќеимен број претворам во едноимен број во мерна единица што не е најмала, тогаш мерниот број е децимален.*



**7** Претвори го бројот 4 kg 6 dag 5 g во килограми.

*Треба да знаеш!*

- ◆ Да претвориш повеќеимен број во едноимен, во која било мерна единица и
- ◆ да користиш попрактични постапки за претворање;
- ◆ дека при претворање на повеќеимен во едноимен број, во најмала мерна единица од повеќеимениот број, мерниот број е природен број, а во други случаи е децимален.



*Провери се!*

▲ Претвори ги во едноимени броеви следните повеќеимени броеви:

а) 3 m 2 dm 5 mm (во mm);

б) 9h 26 min 54 s (во секунди; во минути).

▲ Претвори го бројот 6 kg 5g во едноимен број во: а) g; б) dag.

1. Претвори го во едноимен број (во најмалата мерка во бројот) бројот:  
 а) 5 km 2 dam 5 m; б) 7 hl 8 dal 4 ml;  
 в) 4 t 6 kg 5 dag; г) 9 дена 8 h 7 min.
2. Кораб е висок 2 km 7 hm 6 dam 4 m. Колку метри е висок Кораб?
3. Времето меѓу две полни месечини изнесува 29 дена 12 h 44 min 3 s. Колку секунди има овој период.

4. Претвори:

- а) 8 m 3 dm 4 cm во dm;  
 б) 8 km 9 dam 7 m во km;  
 в) 5 t 8 kg 7 hg 5 g во kg;  
 г) 9 kg 7 dag 5 g 8 mg во g;  
 д) 8 l 5 dl 6 ml во dl.

Занимливо прашање



Ако во 24 часот паѓа дожд, дали по 48 часови времето може да биде сончево?

## 5

## ПРЕТВОРАЊЕ НА ЕДНОИМЕН БРОЈ ВО ПОВЕЌЕИМЕН БРОЈ

Поисејти се!

- Бројот 428 се запишува во развиена форма на следниот начин:  
 $428 = 400 + 20 + 8 = 4 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 8$ .
- Запиши ги броевите 764 и 8 053 во развиена форма.



9

Едноимениот број 364 cm претвори го во повеќеимен број.  
 Работи според постапката и спореди го решението.

|                                                                                                                                           |                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>☞ Мерниот број претстави го во развиена форма така што именуваниот број да биде збир на истоимени броеви (во cm).</p>                  | $364 \text{ cm} = 3 \cdot 100 \text{ cm} + 6 \cdot 10 \text{ cm} + 4 \text{ cm}$                      |
| <p>☞ Според развиената форма на мерниот број претвори ги сантиметрите во поголеми мерни единици и тоа запиши го како повеќеимен број.</p> | $3 \cdot 1 \text{ m} + 6 \cdot 1 \text{ dm} + 4 \text{ cm} = 3 \text{ m } 6 \text{ dm } 4 \text{ cm}$ |

Воочи!

$$364 \text{ cm} = 3 \text{ m } 6 \text{ dm } 4 \text{ cm}$$



Сето ова е точно само за именувани броеви во мерките за должина, маса и течност.

Попрактично!

$$5 \ 427 \text{ mm} = 5 \text{ m } 4 \text{ dm } 2 \text{ cm } 7 \text{ mm}$$

$$5 \ 427 \text{ mm} = 5 \text{ m } 4 \text{ dm } 2 \text{ cm } 7 \text{ mm}$$

Воочи!

- Меѓу цифрите од бројот треба да се остават празни места;
- до цифрата на позицијата единици треба да се запише најмалата мерка (тоа е mm);
- до цифрата на десетки треба да се запише 10 пати поголемата мерка (тоа е cm) итн.

2 Претвори го во повеќеимен број, бројот: а) 5034 g; б) 2014 dl; в) 60308 mm.

3 Претвори го бројот 4837154 s во повеќеимен број.

Воочи ја постапката и спореди го решението:

|                                                                                  |                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Ако бројот на секундите го поделиш со 60, ќе добиеш минути и остаток во секунди. | $4837154 \text{ s} : 60 = 80619 \text{ min}$ и остаток <b>14 s</b> |
| Ако бројот на минутите го поделиш со 60, ќе добиеш часови и остаток во минути.   | $80619 \text{ min} : 60 = 1343 \text{ h}$ и остаток <b>39 min</b>  |
| Ако часовите ги поделиш со 24, тогаш што е количникот, а што остатокот?          | $1343 \text{ h} : 24 = \text{55 дена}$ и остаток <b>23 h</b>       |

*Воочи!*

$4837154 \text{ s} = 55 \text{ d } 23 \text{ h } 39 \text{ min } 14 \text{ s}$ .

*Воочив дека:* Членови на бараниот повеќеимен број се: последниот количник (55 d) и трите остатоци (23 h, 39 min и 14 s)



4 Претвори ги едноимените броеви: 324 min; 4526 дена; 6462 g; и 4142 l во повеќеимени броеви.



5 Претвори го во метри бројот 8,2 cm.  
Воочи ги постапките и спореди го решението.

**I начин**

☞  $8,2 \text{ cm} = (8,2 : 100) \text{ m}$ ;  $8,2 \text{ cm} = 0,082 \text{ m}$ .

**II начин**

☞ Внеси го бројот во табела со мерни единици.

☞ Запирката стави ја зад мерната единица во која претвораме (m). Значи,  $8,2 \text{ cm} = 0,082 \text{ m}$ .

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| 0  | 0  | 0   | 0 | 0  | 8  | 2  |



6 Претвори го бројот 6,384 m во повеќеимен број.

Ако состави табела со мерни единици и во неа внеси го бројот. Прочитај го бројот.

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| 0  | 0  | 0   | 6 | 3  | 8  | 4  |



Од табелата се чита:  $6,384 \text{ m} = 6 \text{ m } 3 \text{ dm } 8 \text{ cm } 4 \text{ mm}$ .

7 Бројот што е во табелата претстави го:  
а) како повеќеимен број; б) во dg; в) во kg.

| kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| 0  | 9  | 7   | 5 | 3  | 0  | 2  |



- ◆ Да претвориш едноимен број во повеќеимен број и да користиш попрактични постапки за претворање.

- ▲ Претвори го во повеќеимен број бројот:  
а) 6 475 mm; б) 3 604 ml; в) 24 300 s.

## Задачи

1. Едноимениот број претвори го во повеќеимен:  
а) 3 402 mm; б) 4 007 cm;  
в) 47 063 dg; г) 47 632 mg;  
д) 1 035 ml; ф) 35 007 dl.
2. Едноимениот број внеси го во табела, а потоа запиши го во повеќеимен број:  
а) 387,25 m; б) 30,02 dam;  
в) 320,05 g; г) 401,53 dl.
3. Претвори го бројот во повеќеимен број без да користиш табела:  
а) 22,05 m; б) 5 302,67 g;  
в) 43,15 l; г) 0,237 kg.
4. Месечината ја обиколува Земјата за 2 551 443 секунди. Претвори го овој број во повеќеимен (во: денови, часови, минути и секунди).

## 6

## ОПЕРАЦИИ СО ИМЕНУВАНИ БРОЕВИ

## Поисејти се!

- Наброј ги мерките за должина, маса, течност, време и температура. Која е основната мерна единица за секоја од мерките?
- Запиши:  
а) 8 m 4 dm 3 mm во милиметри;  
б) 7 kg 5 dag 4 g во грамови;  
в) 7 dal 7 l 5 dl во децилитри;  
г) 3 d 2 h 8 min во минути.
- Запиши го бројот во повеќеимен број:  
а) 3 507 g; б) 7 402 dl; в) 4 005 m; г) 5 032 min.



1

Една летва има 2 m 7 dm 4 cm, а друга 3 m 2 cm.

Колкава е вкупната должина на летвите?

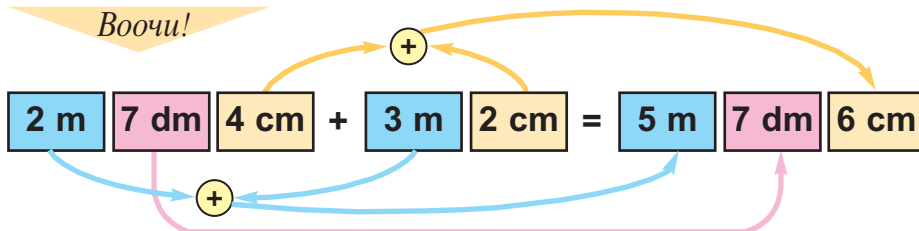
Потребно е да се пресмета збирот од должините на двете летви. Тоа може да се направи на два начина.

Воочи ја постапката и спореди го решението.

|                                                                                         |                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I. ✎ Запиши ги повеќеимените броеви така што истоимените членови да бидат еден под друг | $\begin{array}{r} 2\text{ m } 7\text{ dm } 4\text{ cm} \\ 3\text{ m } 0\text{ dm } 2\text{ cm} \\ \hline \end{array}$                                        |
| ✎ Пресметај го збирот на секој пар истоимени членови.                                   | $\begin{array}{r} 2\text{ m } 7\text{ dm } 4\text{ cm} \\ + 3\text{ m } 0\text{ dm } 2\text{ cm} \\ \hline 5\text{ m } 7\text{ dm } 6\text{ cm} \end{array}$ |

Воочи!

197



Збирот на повеќеимените броеви го одредив така што собрав центиметри со центиметри, дециметри со дециметри и метри со метри.

Воочи го збирот на броевите 5 dm 9 cm и 3 dm 4 cm.

$$\begin{array}{r} 5 \text{ dm } 9 \text{ cm} \\ + 3 \text{ dm } 4 \text{ cm} \\ \hline 8 \text{ dm } 13 \text{ cm} = 9 \text{ dm } 3 \text{ cm} \end{array}$$

Ако некој член во збирот содржи поголема мерна единица, тогаш таа се додава на членот пред него.

## II. Работи според барањата и воочи друг начин на решавање:

|                                                                                                                    |                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ☞ Претвори ги повеќеимените броеви во едноимени броеви во најмалата мерна единица така што тие да бидат истоимени. | $2 \text{ m } 7 \text{ dm } 4 \text{ cm} = 274 \text{ cm}$<br>$3 \text{ m } 2 \text{ cm} = 302 \text{ cm}$ |
| ☞ Одреди го збирот на добиените едноимени броеви.                                                                  | $274 \text{ cm} + 302 \text{ cm} = 576 \text{ cm}$                                                         |
| ☞ Добиениот едноимен број претвори го во повеќеимен број.                                                          | $576 \text{ cm} = 5 \text{ m } 7 \text{ dm } 6 \text{ cm}$                                                 |

Воочи ☞  $2 \text{ m } 7 \text{ dm } 4 \text{ cm} + 3 \text{ m } 2 \text{ cm} = 274 \text{ cm} + 302 \text{ cm} = 576 \text{ cm} = 5 \text{ m } 7 \text{ dm } 6 \text{ cm}$

2 Пресметај:  $4 \text{ m } 5 \text{ dm } 3 \text{ mm} + 7 \text{ m } 9 \text{ cm } 8 \text{ mm} - 3 \text{ m } 3 \text{ dm } 2 \text{ mm}$ .  
Работи според следните упатства:

- Пресметај го збирот на броевите  $4 \text{ m } 5 \text{ dm } 3 \text{ mm}$  и  $7 \text{ m } 9 \text{ cm } 8 \text{ mm}$ .
- Од пресметаниот збир одземи го бројот  $3 \text{ m } 3 \text{ dm } 2 \text{ mm}$ .

Воочи ја разликата на броевите  $7 \text{ dm } 4 \text{ cm}$  и  $2 \text{ dm } 6 \text{ cm}$ .

$$\begin{array}{r} 6 \text{ dm } 10 \text{ cm} \\ 7 \text{ dm } 4 \text{ cm} \\ - 2 \text{ dm } 6 \text{ cm} \\ \hline 4 \text{ dm } 8 \text{ cm} \end{array}$$

- Забележа дека:
- ☞  $4 \text{ cm}$  е помало од  $6 \text{ cm}$ ;
  - ☞ од  $7 \text{ dm}$  одзеде  $1 \text{ dm}$ ;
  - ☞  $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ ;
  - ☞  $10 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$ ;
  - ☞  $14 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$ ;
  - ☞  $6 \text{ dm} - 2 \text{ dm} = 4 \text{ dm}$ .



3 Пресметај  $2 \text{ m } 4 \text{ cm } 3 \text{ mm} \cdot 3$ . Може да се пресмета на два начина:

- I. ☞ Секој член на повеќеимениот број помножи го со 3.
- ☞ Ако при множењето добиеш број што содржи поголема мерна единица, неа додај ја на соодветната поголема мерна единица.



$$2 \text{ m } 4 \text{ cm } 3 \text{ mm} \cdot 3 = 6 \text{ m } 12 \text{ cm } 9 \text{ mm} = 6 \text{ m } 1 \text{ dm } 2 \text{ cm } 9 \text{ mm}$$

■ Воочи друг начин на решавање.

II. Повеќеимениот број претвори го во едноимен број (во mm);

добиениот едноимен број помножи го со 3;

добиениот производ претвори го во повеќеимен број.

$$2 \text{ m } 4 \text{ cm } 3 \text{ mm} \cdot 3 = 2043 \text{ mm} \cdot 3 = 6129 \text{ mm} = 6 \text{ m } 1 \text{ dm } 2 \text{ cm } 9 \text{ mm}.$$

4 Пресметај  $12 \text{ km } 9 \text{ dam } 6 \text{ m} : 3$ .

■ Може да се пресмета на два начина:

I. ● Секој член во повеќеимениот број подели го со 3;



$$12 \text{ km } 9 \text{ dam } 6 \text{ m} : 3 = 4 \text{ km } 3 \text{ dam } 2 \text{ m}$$

Вака е попрактично:

II. ● Повеќеимениот број претвори го во едноимен број;

● пресметај го количникот на едноимениот број и бројот 3;

● добиениот количник претвори го во повеќеимен број.

$$12 \text{ km } 9 \text{ dam } 6 \text{ m} : 3 = 12096 \text{ m} : 3 = 4032 \text{ m} = 4 \text{ km } 3 \text{ dam } 2 \text{ m}.$$

5 Пресметај:  $4 \text{ m } 5 \text{ dm } 3 \text{ mm} - 9 \text{ dm } 6 \text{ cm} : 3$ .



6

Пресметај:  $5 \text{ kg } 7 \text{ dag } 8 \text{ g} + 9 \text{ hg } 8 \text{ dag } 4 \text{ g}$ .

Збирот можеш да го пресметаш на два начина. Постапи според барањата:

### I. начин

Запиши ги повеќеимените броеви еден под друг, така што истоимените броеви да бидат на иста вертикална права.

Изврши го собирањето на истоимените броеви.

Ако во збирот има поголема мерна единица неа додај ја на соодветната поголема мерна единица.

### II. начин

Претвори ги повеќеимените броеви во едноимени броеви во најмалата мерна единица (во грамови).

Изврши го собирањето.

Пресметаниот збир претвори го во повеќеимен број.

■ Збир или разлика на повеќеимени броеви од мерките за маса и од мерките за течност се одредува на ист начин како што се одредуваат и за повеќеимените броеви од мерките за должина. На ист начин се множи, односно дели, повеќеимен број од тие мерки со именуван број.

7 Пресметај:  $4 \text{ l } 5 \text{ dl } 5 \text{ ml} + 6 \text{ dal } 4 \text{ dl}$ .

■ Спореди го твоето решение со даденото:

$$5 \text{ l } 5 \text{ dl } 5 \text{ ml} + 6 \text{ dal } 4 \text{ dl} = 6 \text{ dal } 5 \text{ l } 9 \text{ dl } 5 \text{ ml}.$$

■ Воочи дека, за да ги собереш двата повеќеимени броеви според вториот начин, потребно е двата повеќеимени броеви да ги претвориш во едноимени со иста мерна единица.

$$5 \text{ l } 5 \text{ dl } 5 \text{ ml} + 6 \text{ dal } 4 \text{ dl} = 5 \text{ 505 ml} + 60 \text{ 400 ml} = 65 \text{ 905 ml} = 6 \text{ dal } 5 \text{ l } 9 \text{ dl } 5 \text{ ml}.$$

8 Одреди ја вредноста на изразот: а)  $24 \text{ kg} - 6 \text{ dag } 3 \text{ g} + 9 \text{ kg } 8 \text{ hg } 5 \text{ dag}$ ;  
б)  $7 \text{ kl } 5 \text{ dal } 6 \text{ l } 9 \text{ dl} - 7 \text{ hl } 8 \text{ l } 5 \text{ dl} + 6 \text{ kl } 4 \text{ dal } 4 \text{ dl}$ .

9 Бројот  $5 \text{ t } 642 \text{ kg } 8 \text{ dag}$  зголеми го 4 пати.

■  $5 \text{ t } 642 \text{ kg } 8 \text{ dag} \cdot 4 = 564 \text{ 208 dag} \cdot 4$ .

● Изврши го множењето и добиениот едноимен број запиши го во повеќеимен.

10 Пресметај: а)  $2 \text{ kg } 2 \text{ hg } 5 \text{ dag } 4 \text{ g} : 49$ ; б)  $32 \text{ l } 5 \text{ cl} \cdot 5 + 6 \text{ dal } 2 \text{ l } 6 \text{ dl } 5 \text{ cl} : 35$ .



11 Мимоза се родила кога Кире имал 6 г 3 мес 8 дена. Сега Мимоза има 10 г. 11 мес. 24 дена. Колку години има Кире?

■ За да ја одредиш староста на Кире, треба да постапиш на следниот начин.

|                                                                            |                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| ☞ Одреди го збирот на повеќеимените броеви.                                | 6 г.    3 мес.    8 дена<br>+ 10 г.    11 мес.    24 дена     |
| ☞ Поголемите мерни единици додај ги на соодветната повисока мерна единица. | 16 г.    14 мес.    32 дена<br>← 1 г. 2 мес.    1 мес. 2 дена |
|                                                                            | ☞ 17 г.    3 мес.    2 дена                                   |

12 Пресметај:  $5 \text{ г. } 6 \text{ мес. } 12 \text{ дена} \cdot 3 - 3 \text{ г. } 5 \text{ мес. } 6 \text{ дена} : 9$ .  
Постапи според барањата:

|                                                                 |                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ● Претвори ги повеќеимените броеви во едноимени (во денови).    | $5 \text{ г. } 6 \text{ мес. } 12 \text{ дена} = 2017 \text{ дена}$<br>$3 \text{ г. } 5 \text{ мес. } 6 \text{ дена} = 1251 \text{ ден}$     |
| ● Изврши ги назначените операции со добиените едноимени броеви. | $2017 \text{ дена} \cdot 3 - 1251 \text{ ден} : 9 =$<br>$= 6051 \text{ ден} - 139 \text{ дена} = 5912 \text{ дена}$                          |
| ● Добиениот резултат претвори го во повеќеимен број.            | $5912 \text{ дена} : 365 = 16 \text{ г. и остаток } 72 \text{ дена}$<br>$5912 \text{ дена} = 16 \text{ г. } 2 \text{ мес. } 12 \text{ дена}$ |

13 Симо престојувал во странство 8 г. 7 мес., а неговиот син Зоран 5 пати покусо време. Колку време Зоран престојувал во странство?

- ◆ Да пресметаш збир и разлика на повеќеимени броеви од мерките за должина, маса течност и време;
- ◆ собирањето и одземањето на повеќеимените броеви да го изведуваш на два начина: собирање, односно одземање, на истоимените членови или со претворање на повеќеимените броеви во едноимен;
- ◆ да пресметаш производ, односно количник на повеќеимен број со неименуван број на два начина: со множење, односно делење на членовите на повеќеимениот број со неименуваниот, или со претворање на повеќеимениот број во едноимен.

## Задачи

1. Пресметај:
  - а)  $2\text{ m } 8\text{ dm } + 6\text{ dm } 4\text{ cm } + 5\text{ cm } 9\text{ mm};$
  - б)  $4\text{ km } 3\text{ dam } 5\text{ m } - 8\text{ dam } 6\text{ m};$
  - в)  $9\text{ m } - 6\text{ m } 3\text{ dm } 5\text{ cm } + 4\text{ dm } 3\text{ cm}.$
2. Пресметај:
  - а)  $M \cdot 4$ , ако  $M = 6\text{ m } 7\text{ dm } 3\text{ mm};$
  - б)  $P : 2$ , ако  $P = 8\text{ dm } 6\text{ cm } 4\text{ mm};$
  - в)  $9\text{ m } 7\text{ cm } 2\text{ mm} : 8;$
  - г)  $(246\text{ cm } - 2\text{ dm } 2\text{ cm}) : 8.$
3. Пресметај:  $A + B - C$  ако:
  - а)  $A = 3\text{ t } 3\text{ kg}; B = 305\text{ dag}$   
 $C = 205\text{ kg } 6\text{ dag}.$
  - б)  $A = 3\text{ l } 2\text{ cl}; B = 2\text{ dal } 2\text{ dl}$   
 $C = 1\text{ l } 2\text{ dl } 3\text{ ml}.$
4. Ако е  $M = 6\text{ l } 3\text{ cl}$ , колку е:
  - а)  $M \cdot 4$ ; б)  $M - 2\text{ ml}$ ; в)  $M : 9.$
5. Претпријатието добило 8 сандаци стока. Секој сандак има  $1\text{ t } 136\text{ kg}.$  Одреди ја масата на набавената стока.



## Провери се!

- ▲ Пресметај:
  - $7\text{ m } 2\text{ cm } 5\text{ mm } + 4\text{ m } 3\text{ dm } 2\text{ cm } - 6\text{ dm } 8\text{ cm } 7\text{ mm};$
  - $7\text{ t } 5\text{ kg } 8\text{ g } + 435\text{ kg } 9\text{ g } - 2\text{ t } 125\text{ kg};$
  - $7\text{ hl } 7\text{ l } 4\text{ ml } + 5\text{ dal } 3\text{ l } 6\text{ cl};$
  - $13\text{ г. } 6\text{ мес. } 7\text{ ден. } - 10\text{ г. } 8\text{ мес. } 20\text{ ден.}$
- ▲ Пресметај:
  - $5\text{ m } 3\text{ dm } 2\text{ cm } \cdot 7; 9\text{ m } 6\text{ cm } 3\text{ mm} : 3;$
  - $2\text{ t } 3\text{ kg } 4\text{ dag} : 9 + 654\text{ kg } 3\text{ dag} \cdot 2;$
  - $4\text{ l } 3\text{ cl } 2\text{ ml} \cdot 5 - 2\text{ l } 5\text{ cl } 2\text{ ml} : 9;$
  - $6\text{ г. } 9\text{ мес. } + 15\text{ г. } 8\text{ мес. } 9\text{ ден.} : 9.$
- 6. Во продавницата е донесено  $6\text{ hl } 3\text{ dal } 5\text{ l}$  сок кој ќе се продава по 45 денари за 1 l, и 154 kg јаболка по 30 денари за 1 kg. Колку денари чинат сокот и јаболката заедно?
- 7. Пресметај:
  - $12\text{ kg } 42\text{ g} : 9;$       ●  $5\text{ l } 7\text{ dl } 4\text{ cl} : 7;$
  - $12\text{ t } 632\text{ kg} : 8.$
- 8. Домаќинката потрошила  $13\text{ kg } 4\text{ hg } 4\text{ dag}$  брашно за 6 дена.
  - Колку брашно просечно трошела дневно?
  - Колку брашно потрошила првите 5 дена?
- 9. Возот, според возниот ред стигнува во  $18\text{ h } 45\text{ min}.$  Ако доцни  $1\text{ h } 42\text{ min},$  во колку часот ќе стигне?



**3** Конструирај квадратен дециметар, подели го на квадратни центиметри и обој го како на цртежов.

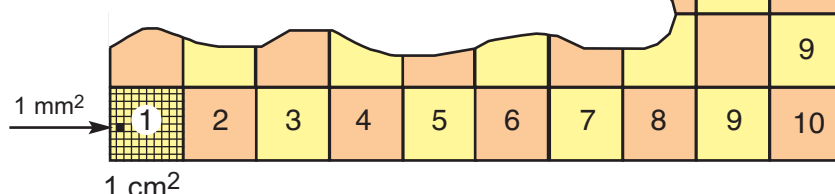
- Колку  $\text{cm}^2$  има во  $1 \text{ dm}^2$ ?
- Која плоштина е поголема:  $1 \text{ m}^2$  или  $100 \text{ dm}^2$ ?

**4** Кој мерен број треба да стои на местото на \* за да биде точно:

- |                                  |                                   |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| $1 \text{ m}^2 = * \text{ dm}^2$ | $1 \text{ dm}^2 = * \text{ cm}^2$ |
| $1 \text{ m}^2 = * \text{ cm}^2$ | $1 \text{ dm}^2 = * \text{ mm}^2$ |
| $1 \text{ m}^2 = * \text{ mm}^2$ | $1 \text{ cm}^2 = * \text{ mm}^2$ |



Да зајомнам! Секоја мерка за плоштина е 100 пати помала од мерката што е непосредно поголема од неа.



Треба да знаеш!

- ◆ Која е основната мерна единица за плоштина;
- ◆ да ги наброиш поголемите и помалите мерки за плоштина од квадратен метар;
- ◆ кои се врските меѓу мерните единици за плоштина.



Провери се!

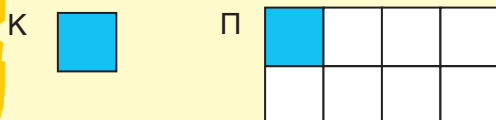
- ▲ Колку а) квадратни дециметри; б) квадратни центиметри има во  $5 \text{ m}^2$ ?
- ▲ Колку а) квадратни хектометри ( $\text{hm}^2$ ); б) квадратни декаметри ( $\text{dam}^2$ ); в) квадратни метри ( $\text{m}^2$ ) има во  $3 \text{ km}^2$ ?
- ▲ Колку  $\text{km}^2$  има во  $200 \text{ ha}$ ?

Задачи

1. Колку а) квадратни центиметри; б) квадратни милиметри има во  $7 \text{ dm}^2$ ?
2. Училишниот двор со форма на правоаголник има должина  $65 \text{ m}$  и ширина  $45 \text{ m}$ . Колку а) квадратни метри; б) ари има тој двор?
3. Се продава една нива од  $2 \text{ ha}$ . Собственикот ја продал така што за секој  $\text{m}^2$  добил по 240 денари. Колку вкупно добил за нивата?
4. Должината на една правоаголна соба е  $8 \text{ m}$ , а ширината е  $6 \text{ m}$ . Собата треба да се поплочи со квадратни плочки од по  $100 \text{ cm}^2$ . Колку такви плочки се потребни за поплочување на собата?

## Појсеејте се!

- Квадратот К на цртежот се содржи точно 8 пати во правоаголникот П.



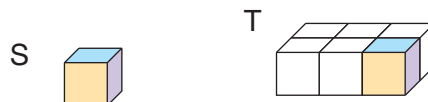
- Колку е мерниот број на правоаголникот П во однос на квадратот К?

Тука квадратот К е земен за „единичен квадрат“, т.е. како мерка за мерење на правоаголникот П.

- Што претставуваат 8-те квадрати К за правоаголникот П?
- Кои мерки за плоштина знаеш?



- На цртежот е претставена коцка S и квадар Т. Квадарот Т е составен од коцки, еднакви со коцката S.



- Утврди со броене, од колку такви коцки е составен квадарот Т (т.е. колку пати коцката S се содржи во квадарот Т).

## Воочи!

- Квадарот Т зафаќа точно 6 коцки, еднакви со коцката S, затоа велиме дека: *мерниот број* на квадарот Т во однос на коцката S е 6, или: *волуменот* на квадарот Т е 6 во однос на коцката S.

- Коцката S е земена за „единична коцка“, т.е. како мерка за споредување на зафатнината на квадарот Т со зафатнината на коцката S.



Да зайомнам! За да измерам волумен на некој квадар, треба да избројам колку единични коцки можам да слојам во тој квадар.

## Зайомни!

- Коцката што ја избравме за мерење на квадарот се вика **единична коцка**. Мерниот број на тој квадар во однос на единичната коцка се вика **волумен** (или зафатнина) на квадарот.
- Основна единица за мерење волумен е **кубен метар**. Запишуваме:  $1 \text{ m}^3$ , читаме: еден кубен метар. Кубен метар е волумен што го зафаќа коцка со раб 1 m.
- Се употребуваат и помали единици од кубен метар. Воочи ја табелата.

| Помали мерни единици од кубен метар: |                |                  |
|--------------------------------------|----------------|------------------|
| $1 \text{ m}^3$                      | $: 1\,000$     | $1 \text{ dm}^3$ |
|                                      | $: 1000000$    | $1 \text{ cm}^3$ |
|                                      | $: 1000000000$ | $1 \text{ mm}^3$ |

| Помали мерни единици од кубен метар: |
|--------------------------------------|
| кубен дециметар ( $\text{dm}^3$ )    |
| кубен центиметар ( $\text{cm}^3$ )   |
| кубен милиметар ( $\text{mm}^3$ )    |

Да зайомнам! Една мерка за волумен е 1 000 пати поголема од непосредно помалата мерка.

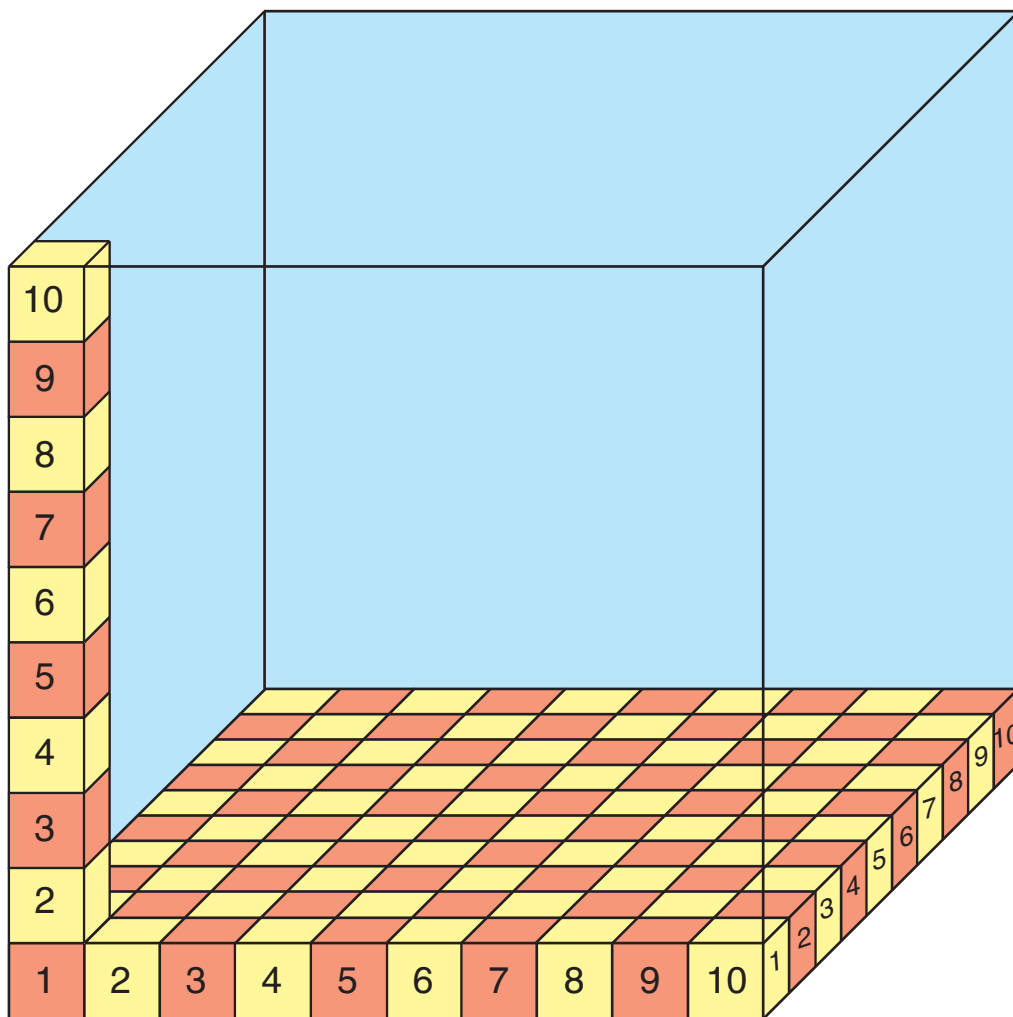


Во прегледот е даден односот меѓу мерните единици за волумен.

$$\begin{aligned}
 1 \text{ m}^3 &= 1\,000 \text{ dm}^3 & 1 \text{ dm}^3 &= 1\,000 \text{ cm}^3 \\
 &= 1\,000\,000 \text{ cm}^3 & &= 1\,000\,000 \text{ mm}^3 \\
 &= 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3 & 1 \text{ cm}^3 &= 1\,000 \text{ mm}^3
 \end{aligned}$$

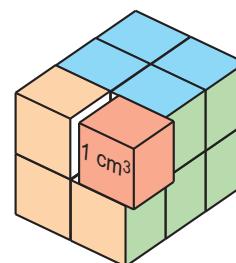
2 Објасни зошто  $1 \text{ dm}^3$  има  $1\,000 \text{ cm}^3$ .

- Воочи го цртежот и работи според постапката.
- Колку коцки со волумен  $1 \text{ cm}^3$  можеш да наредиш една до друга по работ на коцка со волумен  $1 \text{ dm}^3$ ?
- Колку такви редови ти се потребни за да ја покриеш основата на коцката од  $1 \text{ dm}^3$ ?
- Колку такви слоеви ти се потребни за да ја исполниш коцката од  $1 \text{ dm}^3$ ?



- ✎ По работ можеш да наредиш 10 коцки со волумен  $1 \text{ cm}^3$ ;
- ✎ ти требаат 10 редови по  $10 \text{ cm}^3$ ; т.е.  $100 \text{ cm}^3$ ;
- ✎ ти требаат 10 слоеви по  $100 \text{ cm}^3$ , т.е.  $1000 \text{ cm}^3$ .

- 3**
- Со броење утврди од колку коцки со волумен  $1 \text{ cm}^3$  е составена оваа фигура (квадар).
  - Од 12 коцки со волумен  $1 \text{ cm}^3$  состави квадар. Тоа можеш да го направиш на уште 3 начини покрај прикажаниот. Обиди се!



Треба да знаеш!

- ◆ Која е основната мерна единица за волумен;
- ◆ да ги наброиш поголемите и помалите мерки за волумен од еден кубен метар;
- ◆ кои се врските меѓу мерните единици за волумен.



Провери се!

- ▲ Колку пати мерната единица  $1 \text{ m}^3$  е поголема од  $1 \text{ cm}^3$ ?
- ▲ Колку пати мерната единица за волумен е поголема од непосредно помалата мерна единица?
- ▲ Колку а)  $\text{dm}^3$ ; б)  $\text{cm}^3$  има во  $5 \text{ m}^3$ ?

Задачи

1. Наброј ги мерните единици за волумен што се помали од  $\text{m}^3$ .
2. Колку  $\text{dm}^3$  има во  $4 \text{ m}^3$ ?
3. Колку  $\text{m}^3$  има во:
  - а)  $7\,000 \text{ dm}^3$ ;                      б)  $500 \text{ dm}^3$ ;
  - в)  $200\,000 \text{ cm}^3$ ?
4.  $27\,650 \text{ mm}^3$  запиши ги во  $\text{cm}^3$ .

Проблеми!

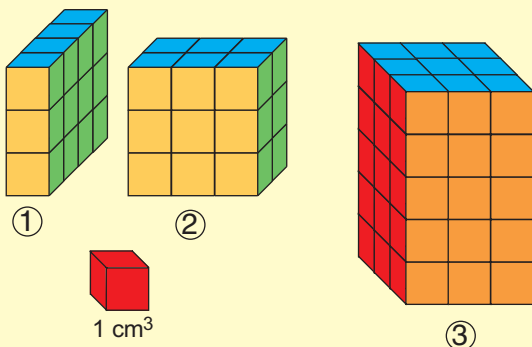


- Имаш два сада од  $3 \text{ l}$  и  $5 \text{ l}$ . Со помош на овие садови измери  $4 \text{ l}$  вода.



## Појсеејте се!

- Со броене на коцките од кои е составен квадарот, одреди го неговиот волумен.

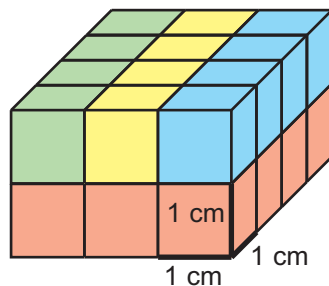


- Квадарот ① е составен од 12 коцки со волумен  $1 \text{ cm}^3$ . Според тоа квадарот ① има волумен  $V_1 = 12 \text{ cm}^3$ .
- Одреди ги волумените на квадарот ② и квадарот ③.



1

Пресметај го волуменот на квадарот од цртежот, ако должините на неговите рабови се 3 cm, 4 cm и 2 cm.



- Воочи ги на горната плоча „зелената“, „жолтата“ и „сината“ прачка.
- По колку единични коцки, т.е. по колку кубни центиметри има секоја?
- Воочи дека и во долната („црвената“) плоча има исто толку единични коцки, т.е. исто толку кубни центиметри.
- Колку вкупно единични коцки, т.е. кубни центиметри има во квадарот?

## Воочи и зайомни!

- Во квадарот има  $(3 \cdot 4) \cdot 2$  единични коцки, т.е.  $(3 \cdot 4) \cdot 2$  кубни центиметри. Волуменот на квадарот е 24 единични коцки, односно  $24 \text{ cm}^3$ .

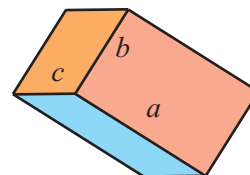
$$\text{Запишуваме: } V = 24 \text{ cm}^3$$

каде што  $V$  е ознака за волумен, а 24 е мерен број на волуменот. Сигурно воочи дека тој е еднаков на производот од мерните броеви на три соседни раба на овој квадар; тие се викаат **должина**, **ширина** и **висина** (или кусо **димензии**) на квадарот.

- Одреди го волуменот на квадар со димензии:
  - 5 cm, 6 cm и 10 cm;
  - 16 cm, 2 dm и 5 dm;
  - $a$  cm,  $b$  cm и  $c$  cm.
- Училищата има форма на квадар со должина 11 m, ширина 7 m и висина 3 m. Колку кубни метри простор има училищата?

Зайомни!

Волуменот  $V$  на квадар со должина на рабовите  $a$ ,  $b$  и  $c$  се пресметува по формулата  $V = a \cdot b \cdot c$ .



207

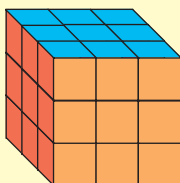
Воочив дека волумен на квадар ќе пресметам, ако ги помножам неговите димензии.



- 4 Рабовите на еден квадар се:  $a = 6 \text{ dm}$ ,  $b = 8 \text{ dm}$  и  $c = 9 \text{ dm}$ . Со помош на формулата пресметај го волуменот на квадарот.

Пойсеејте се!

- Фигурата на цртежот е формирана од еднакви коцки со раб 1 cm.
- Воочи ги рабовите на фигурата. Какви се меѓу себе?
- Дали оваа фигура може да се именува како *квадар со еднакви димензии*?
- Како е точно името на оваа фигура? Со броене утврди од колку коцки е составена таа.



- 5 Пресметај го волуменот на коцка со раб 5 cm.

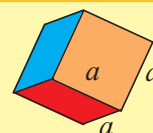
- Какви се рабовите на коцката меѓу себе?
- Воочи дека **коцката** е квадар на кого рабовите му се еднакви  $a = b = c$ .
- Искористи ја формулата за волумен на квадар и со помош на неа пресметај волумен на коцка.

$$V = a \cdot a \cdot a \text{ или } V = a^3$$

$a^3$  се чита “ $a$  на трети” или “ $a$  на куб”.

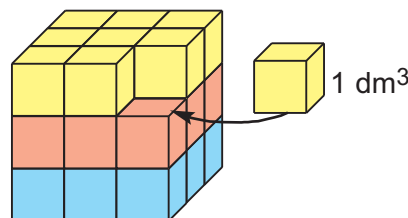
Зайомни!

- Волуменот  $V$  на коцка со должина на раб  $a$  се пресметува по формулата  $V = a^3$ .



- 6 Пресметај го волуменот на коцка што има раб:  
а) 6 cm;      б) 30 cm во  $\text{dm}^3$ ;      в) 24 dm во  $\text{m}^3$ .

Упатство: б)  $a = 30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}$ ;  $V = 3^3 \text{ dm}^3$ , односно  $V = 27 \text{ dm}^3$ .



- 7 Што има поголем волумен – коцка со раб 14 cm или квадар со рабови 13 cm, 14 cm и 15 cm?

*Појсееји се!*

- Како се вика основната мерка за течност?
- Дали кутија во форма на коцка со раб 1 dm собира 1 l минерална вода?
- Провери го ова дома, ако имаш можност.

*Зайомни!*

- Основната мерка за течност се вика **литар**, т.е. литар е друго име за кубен дециметар.

8 а) Колку кубни дециметри има во 12 l?

б) Колку литри има во 60 dm<sup>3</sup>?

*Треба да знаеш!*

- ◆ Како се пресметува волумен на квадар;
- ◆ да пресметаш волумен на квадар ако се зададени неговите димензии;
- ◆ дека коцката е квадар чишто рабови се еднакви меѓу себе;
- ◆ да пресметаш волумен на коцка ако е зададен еден нејзин раб.

*Провери се!*

- ▲ Колку е волуменот на квадар со рабови 2 m, 3 m и 10 m?
- ▲ Колку е волуменот на коцка со раб 7 cm?
- ▲ Колку литри собира кутија во форма на коцка со раб 3 dm?

*Задачи*

1. Едниот раб на квадар е 8 cm, а другите два се еднакви и помали од првиот за 3 cm. Колкав е волуменот на квадарот?
2. Најди кутија за чевли, измери што е потребно и пресметај го нејзиниот волумен.
3. Волуменот на една просторија во форма на квадар е 108 m<sup>3</sup>. Должината е 9 m, а ширината е 3 m. Колку метри е висината на просторијата?

4. Една коцка има плоштина 24 cm<sup>2</sup>. Колку е нејзиниот волумен?
5. Грета од ела има должина 7 m. На краевите има форма на квадрат со раб 30 cm. Колку кубни метри има гретата?
6. Една коцка има волумен 8 dm<sup>3</sup>. Пресметај ја плоштината на коцката.
7. Аквариум со должина 70 cm, ширина 40 cm и висина 35 cm, наполнет е со вода до 30 cm висина. Колку литри вода има во аквариумот?

- 1 Едно семејство извршило проверка на трошоците за вода во првите 9 месеци во годината. Во табелата е дадена потрошувачката на вода за секој месец во  $m^3$ .

| Месец                         | Јануари | Февруари | Март | Април | Мај | Јуни | Јули | Август | Септември |
|-------------------------------|---------|----------|------|-------|-----|------|------|--------|-----------|
| Потрошувачка на вода во $m^3$ | 29      | 24       | 23   | 25    | 27  | 28   | 31   | 27     | 27        |

Пресметај:

- Колку кубни метри вода потрошило семејството за 9 месеци?
- Најди аритметичка средина на потрошената вода за деветте месеци. Колку кубни метри вода, просечно, троши семејството секој месец?
- Направи табела на податоци за потрошени парични средства на семејството за секој месец. Цената на водата е 29,5 денари за  $m^3$ .
- Најди аритметичка средина на паричните средства, што ги троши семејството секој месец?
- Состави столбест дијаграм за потрошувачката на вода (во  $m^3$ ), во текот на деветте месеци.
- Претстави ја на него аритметичката средина.
- Одреди од дијаграмот во кои месеци потрошувачката е повисока од аритметичката средина.



- 2
- Пресметај ја аритметичката средина (средна вредност) на успехот по математика во твојата паралелка.
  - Пресметај го твојот среден успех на крајот на учебната година.



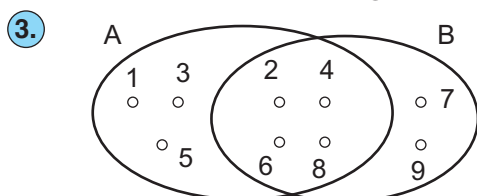
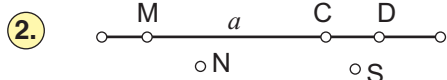
## УЧЕШЕ ЗА МЕРЕЊЕ. ПРОВЕРИ ГО СВОЕТО ЗНАЕЊЕ

1. Што треба да стои на местото на \*, за да биде точно?  
а)  $6\text{ m} = 60\text{ *}$ ;      б)  $*\text{ km} = 1\,200\text{ cm}$ ;  
в)  $*\text{ l} = 3\,000\text{ ml}$ ;    г)  $2\text{ dl} = 200\text{ *}$ .
2. Претвори  $6\text{ dal}$  во  $\text{dl}$ .
3. Што треба да стои на местото на \*, за да биде точно?  
а)  $4\text{ kg} = 400\text{ *}$ ;      б)  $*\text{ s} = 6\text{ min}$ ;  
в)  $2\text{ h} = *\text{ min}$ ;      г)  $5\text{ °C} = *\text{ K}$ .
4. Претвори  $2\text{ m } 5\text{ cm}$  во дециметри.
5. Запиши именуван број што е од ист вид со дадениот број, а да не е истоимен со него:  
а)  $4\text{ kg}$ ;      б)  $7\text{ km}$ ;      в)  $36\text{ min}$ .
6. Претвори го повеќеимениот број во едноимен, во најмалата запишана мерна единица.  
а)  $2\text{ t } 40\text{ kg } 14\text{ dag}$ ;    б)  $4\text{ km } 7\text{ dam } 14\text{ dm}$ ;  
в)  $9\text{ dal } 8\text{ l } 5\text{ dl}$ ;      г)  $2\text{ h } 17\text{ min } 14\text{ s}$ .
7. а) Претвори  $6\text{ h } 12\text{ s}$  во минути.  
б) Претвори  $7\text{ dal } 3\text{ l } 5\text{ cl}$  во децилитри.  
в) Претвори  $4\text{ km } 7\text{ m } 14\text{ dm}$  во декаметри.  
г) Претвори  $6\text{ dag } 12\text{ g}$  во грамови.
8. Колку пати е поголемо:  
а)  $4\text{ km}$  од  $400\text{ m}$ ;  
б)  $6\text{ t}$  од  $300\text{ kg}$ ;  
в)  $2\text{ l}$  од  $200\text{ ml}$ ?
9. Претвори:  
а)  $1\text{ m } 5\text{ dm } 3\text{ cm}$  во сантиметри;  
б)  $3\text{ l } 3\text{ cl}$  во децилитри;  
в)  $2\text{ kg } 3\text{ hg } 4\text{ mg}$  во декаграми;  
г)  $6\text{ h}$  во денови.
10. Претвори го во повеќеимен број бројот:  
а)  $3\,126\text{ cm}$ ;    б)  $12\,488\text{ hg}$ ;    в)  $231\text{ dal}$ .
11. Изврши ги операциите:  
а)  $6\text{ t } 23\text{ kg } 2\text{ dag} + 247\text{ kg} - 7\text{ hg} - 3\text{ g}$ ;  
б)  $12\,488\text{ hg} - 12\text{ kg}$ ;  
в)  $12\text{ km} - 6\text{ dam } 9\text{ cm}$ ;  
г)  $2\text{ l} + 6\text{ dl} - 8\text{ cl } 7\text{ ml}$ .
12. Бројот:  
а)  $6\text{ t } 228\text{ kg}$  намали го 9 пати;  
б)  $2\text{ km } 8\text{ dm}$  зголеми го 5 пати.
13. Запиши три мерки за плоштина поголеми од  $1\text{ cm}^2$ .
14. Колку пати  $2\text{ m}^2$  е поголемо од  $4\text{ cm}^2$ ? Објасни го одговорот.
15. Запиши три мерки за волумен помали од  $1\text{ m}^3$ .
16. Една просторија има димензии  $4\text{ m}$ ;  $5\text{ m}$ ;  $3,5\text{ m}$ . Одреди го волуменот на таа просторија.
17. Една коцка има волумен  $27\text{ cm}^3$ . Одреди ја плоштината на една страна од коцката.

## ТЕМА 1.

## ПРИРОДНИ БРОЕВИ

1. 1. A:  $e, \bar{u}$ ; B: буква;  $A = \{e, \bar{u}\}$ ;  
 $B = \{x \mid x \text{ е буква од зборот буква}\}$ ;  
 $\bar{b}, y, k \in B$ ;  $e \notin B$ .

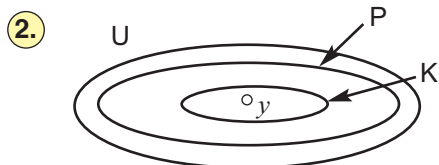


2. 1.  $\delta L = 5$ ;  $\delta S = 0$ ;  $\delta K = 0$ ;  $\delta M = 0$   
(M – множеството твои другари што биле на Марс).

2.  $\delta A = 5$ ;  $\delta B = 4$ . 3.  $\delta A = 98$ ;  $\delta B = 17$ .

**Проблем.** Множествата од првите три прашања се конечни, а множеството од четвртото прашање не е конечно.

3. 1.  $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ;  $N = \{x \mid x \text{ е парен број помал од } 11\}$ ; D и N се еквивалентни, зашто имаат еднаков број:  $\delta D = 5$  и  $\delta N = 5$ .



3. Точно е дека  $y \in P$ , зашто K е подмножество од P, па секој елемент од K (меѓу нив и y) му припаѓа на множеството P.
4.  $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ .

**Проблем.** Купувачот купил бројки 1, 2 и 3 за куќен број 312.

4. 1. а) Унија. б) Разлика. в) Пресек.

2.  $\delta A = 4$ ,  $\delta M = 5$ ;  $A \cup M = \{m, n, p, k, s, t, r\}$ ,  
 $M \cap A = \{p, k\}$ ,  $M \setminus A = \{s, t, r\}$ ;  
 $\delta(M \cup A) = 7$ ,  $\delta(A \cap M) = 2$ ,  $\delta(M \setminus A) = 3$ .

3. а)  $P \cup S$  е множеството на сите броеви од првата десетка; б)  $P \cap S$  е празно множество; в)  $P \setminus S$  е множеството P; г)  $S \setminus P$  е множеството S.

5. 1.  $(2, a), (2, b), (2, c), (5, a), (5, b), (5, c)$ .

2. а) 2; б) 8; в) 7 и 3.

3.  $A \times B = \{(\text{Јован, пее}), (\text{Јован, спие}), (\text{Јован, учи}), (\text{Билјана, пее}), (\text{Билјана, спие}), (\text{Билјана, учи}), (\text{Драган, пее}), (\text{Драган, спие}), (\text{Драган, учи})\}$ .

4.  $S = \{0, 1, 2\}$ ;  $P = \{m\}$ ;  $S^2 = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$ .

6. 1. 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174; запишани се со цифрите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, и 0;  
 $A = \{164, 166, 168, 170, 172, 174\}$ .

2. 70, 80, 90, 110, 130, 150; со стрелка е посочен бројот 35 (триесет и пет) и бројот 59 (педесет и девет).

- 3.

4.  $S = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ ; 1 е најмал во S; S нема најголем елемент; S има бесконечно многу елементи.

7. 1. а) 5 е во класата милиони, 2 – во илјади, 7 – во единици, 0 – во илјади.

б) 5 е на позицијата единици милиони (ЕМ), 2 е на стотки илјади (СИ), 7 е на десетки (Д), 0 е на десетки илјади (ДИ).

в) 5 има позициона вредност 5 000 000, 2 има 200 000, 7 има 70, 0 има  $0 \cdot 10\,000 = 0$ .

2.

| класа милиони |    |    | класа илјади |    |    | класа единици |   |   |
|---------------|----|----|--------------|----|----|---------------|---|---|
| СМ            | ДМ | ЕМ | СИ           | ДИ | ЕИ | С             | Д | Е |
|               |    | 7  | 4            | 0  | 5  | 9             | 0 | 6 |

3. 8 302 060 400 500.



4. 1 000 000 000, една милијарда.  
5. Бројот 5 се чита: „пет“; цифрата 5 се чита: „петка“.

6.  $1\,000\,000 \cdot 1\,000\,000 = 1\,000\,000\,000\,000$ ; билион.

**Проблем.** 7 777 777.

8. 1. Две илјади триста четириесет и пет; двесте и педесет; шест милиони четиристотини илјади триста и десет.

2. 300 205 800. 3.  $<$ ;  $>$ ;  $>$ ;  $<$ .  
4. Поблиску е: а) до 24 600; б) до 25 000.  
5. 25 380; 25 400; 25 000. 6. 15 410 000.  
7. Не постои; 1; (еден) милион двесте и шеснаесет илјади триста педесет и осум денари.

**Обиди се да решиш.** На пример:

- 1) бројот на твојот омилен телевизиски канал;  
2) бројот на патна исправа (пасош).

10. 1. 187; 99; 171. 2. 2 026. 3. 238; 174; 9 060. 4. 13 000; 13 700; 13 770; 763; 63; 7; точниот збир е: 13 763.

**Проблем.**  $22 + 22 + 222 = 266$ .

11. 1. 962; 11 115. 2. 495. 3. 2 845; 5 185.

4. Приближно: 16 стотки; точно: 1 770 ден.

**Обиди се:** Да.

12. 1. Збирот ќе се зголеми за 234. 2. 1 550.

3. За  $x = 13$ . 4. Намаленикот треба да се зголеми за 25. 5. а) 100; б) 100; в) 80; г) 110.

6. 600 денари. **Проблем!** 100. Решение.

$$(2 + 4 + 6 + \dots + 200) - (1 + 3 + 5 + \dots + 199) = (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \dots + (200 - 199) = 100.$$

13. 1. 6 510; 51 240; 100 000; 7 000; 4 800; 343; 69. 2. 11 760. 3. 382 200 km.

4. а) 30 000; б) 35 100; точно: 34 036; процентниот производ во а) е помал од точниот за 4 036, а во б) е поголем за 1 064.

5. По редослед на појавување на  $*$ : 4, 0, 1, 0;  $439 \cdot 47 = 20\,633$ .

14

|     |    |   |    |    |   |    |  |  |    |  |  |
|-----|----|---|----|----|---|----|--|--|----|--|--|
| :3  |    |   | :6 |    |   | :7 |  |  | :2 |  |  |
| 18  | 6  | 1 | 42 | 6  | 3 |    |  |  |    |  |  |
| 54  | 18 | 3 | 84 | 12 | 6 |    |  |  |    |  |  |
| 108 | 36 | 6 | 98 | 14 | 7 |    |  |  |    |  |  |

2. 8; 171; 76; 7; 12; 13. 3. 145; 707; 700.

4. 20; 8. 5. Јатото летало најмалку 250 часови. Полжавот поминал 5 cm за една минута. **Решение.** Бидејќи полжавот поминал 12 m за 4 часа, тој поминувал по 3 m на час, т.е. 300 cm за 60 минути, а тоа значи 5 cm ( $= 300 : 60$ ) за 1 минута.

6.  $1\,755 : 45 = 39$ . 7. 19. 8. 600 и 60.

15. 1. а) 180; б) 420; в) 15; г) 60. 2. а) 450; б) 15; в) 90; г) 90. 3. а) 16; б) 4; в) 16.

4. 5 040. 5. 32. Решение.  $7\,680 : 240 = 768 : 24 = (768 : 3) : (24 : 3) = 256 : 8 = 32$ .

**Занимлив проблем!** 31 јајце. Упатство.

Петтиот купувач купил 1 јајце, четвртиот купил  $2 \cdot 1 + 1 = 3$  јајца, третиот купил  $2 \cdot 3 + 1 = 7$  јајца, итн.

16. 1. а) 48; б) 225. 2. а)  $x = 110$ ; б)  $x = 200$ ; в)  $x = 17$ ; г)  $x = 120$ ; д)  $x = 21$ ; е)  $x = 3$ .

3. 305 гајби. 4. 35 години. 4. По 20 ореви.

18. 1. 1, 2, 5 и 7. Сите делители на 64 се:

1, 2, 4, 8, 16, 32 и 64. Точно е дека  $4 \mid 12$ ,  $3 \mid 36$  и  $10 \mid 1\,000$ . Содржатели на 3 се, на пример: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, а има безброј многу.

2. Пример 1): 4 е делител на секој од броевите 8, 20, 28 и 36; нивниот збир е бројот 92, а  $92 : 4 = 23$ , т.е. и 92 е делив со 4.

Значи,  $4 \mid (8 + 20 + 28 + 36)$ .

Пример 2):  $12 \mid (48 - 36)$ , зашто  $12 \mid 48$  и  $12 \mid 36$ .

Пример 3):  $7 \mid 21 \cdot 5 \cdot 6$ , зашто  $7 \mid 21$ .

3. а) и в) да; б) и г) не. 4. а), в) и г) со 3;

- б) и г) со 7. 5.  $B = \{16, 24, 32\}$ .

19. 1. 28, 70, 96 и 25 000 се деливи со 2, зашто завршуваат на 0, 6 или 8.

3. 275, 400 и 995. 4. 65.

**20** ①. 348, 1 245 и 6 123. ②. 9 126 и 540.

③. 1, 4 или 7; 1, 4 или 7; 2, 5 или 8; 1, 4 или 7.

④. 7; 1; 6; 7. ⑤. 2 или 8.

**Обиди се да заклучиш!** Бројот 60 е делив со 3 и вредноста на 3 чоколади, независно од нивната цена, е делива со 3. Според тоа, мора и вкупната сума да е делива со 3. Но, вкупната сума (220) не е делива со 3.

**21** ①. 1 324, 1 432, 3 124, 3 412, 4 132 и 4 312.

Внимавај: со цифрите 1, 2, 3 и 4 можеш да формираш 24 четирицифрени броеви; од нив само горните шест броеви се деливи со 4.

②. 0, 4 или 8; 2 или 6; 1, 3, 5, 7 или 9; 0, 2, 4, 6 или 8. ③. На пр.: 20; 160; 3 240. ④. 312.

**И ова е математика!** Играчот што зема прв треба да земе 2 гравчиња и на играчот што зема втор да му остави 48 гравчиња, т.е. број делив со 4. Потоа, колку и да земе вториот играч, првиот му остава број делив со 4, т.е. првиот играч дополнува до 4 (вториот 1, првиот 3; или вториот 2, првиот 2; или првиот 3, вториот 1) итн. Бројот 20 е делив со 4, па секогаш победува играчот што зема втор. Ако се земаат од 1 до 4 гравчиња, односно од 1 до 5 гравчиња, тогаш се води сметка за деливост со 5 односно деливост со 6.

**22** ①.  $15 = 3 \cdot 5$ ;  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ ;  $38 = 2 \cdot 19$ ;

$75 = 3 \cdot 5^2$ ;  $11\ 115 = 3^2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 19$ . ②. 27.

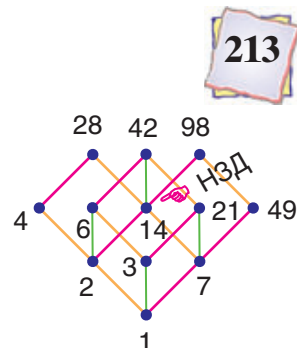
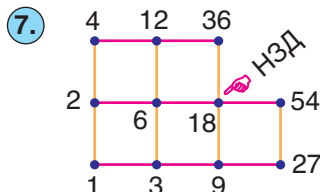
③. 1 (дете), 3 (галеничиња), 2 (автомобила) и 4 (спални). ④.  $14 = 11 + 3 = 7 + 7$ ;  $52 = 47 + 5 = 41 + 11 = 29 + 23$ .

**Истражи сам!** 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100. Упатство: Воочи дека ќе останат да светат оние светилки чијшто прекинувач е притиснат непарен број пати, а тоа се светилките чијшто број има непарен број делители. (Такви броеви се квадратите на природните броеви:  $1^2$ ,  $2^2$ ,  $3^2$ ,  $4^2$  итн.).

**23** ①. {1, 2, 3, 6}. ②. а) 6. б) 24. в) 30. г) 60.

③. а) 1. б) 36. ④.  $24 [= \text{НЗД}(48, 72)]$ . ⑤. 12 m.

⑥.  $24 [= \text{НЗД}(48, 72, 120)]$ .



**24** ①. {30, 60, 90, ...}; НЗС (10, 15) = 30.

②. а) 40. б) 36. в) 240. г) 720. ③. 300. ④. 120.

⑤. 25. *Помош.* Запиши ги содржателите (до 30) на секој од броевите 3, 4, 5, а потоа провери кој од содржателите на 5 е поголем за 1 и од содржател на 3 и од содржател на 4, истовремено.

⑥. 60 s.

**Истражи сам!** Сличности на броевите 12 и 16: двата се сложени; двата се парни; двата се деливи со 4. Разлики: бројот 16 е квадрат на број ( $16 = 4^2$ ), а 12 не е; 12 има парен број делители ( $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ), а 16 има непарен број делители ( $D_{16} = \{1, 2, 3, 4, 8, 16\}$ ).

**Обиди се да пресметаш!** 8;  $24 = \text{НЗД}(8, 12)$ .

**Занимлив проблем!** Една карта чинела 10 денари; едниот од нив немал пари (т.е. „имал 0 денари“), а другиот имал 19 денари.

**Тест:** ①. а)  $A = \{11, 13, 15, 17, 19\}$ ;

$B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$ ,  $C = \{16, 17, 18, 19\}$ ,

б)  $B$   $C$  в)  $B \sim C$ ,  
 $B \cap C \sim B \setminus C$ .

$B \cap C = \{17, 19\}$ .

②.  $A \times B = \{(a, 1), (a, 5), (b, 1), (b, 5), (c, 1), (c, 5)\}$ ;  $B^2 = \{(1, 1), (1, 5), (5, 1), (5, 5)\}$ .

③. а) 910, 901, 190, 109;

б)  $109 < 190 < 901 < 910$ ; б) Најмал е 109; претходник е 108, а следбеник 110.

④. 20 350 005 070; цифрата 3 е во класата милиони, на позицијата стотки милиони и има бредност 300 000 000.

5. Збирот на заокружените броеви е 9 000; тој е помал од точниот збир за 24.

6. Разликата ќе се зголеми за 300.

7. 13 500 l. 8. 18; бројот што го делеле е

324. 9. 67 kg; магарето носи 28 kg, а коњот

39 kg. 10. 471. 11. а) 372, 930 и 254;

б) 105 и 930; в) 105, 372, 801 и 930; г) 801.

12. а) 2 или 6; б) 1, 3, 5, 7 или 9.

13.  $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ . 14.  $D_{68} = \{1, 2, 4, 17, 34, 68\}$ .

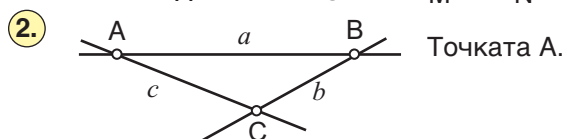
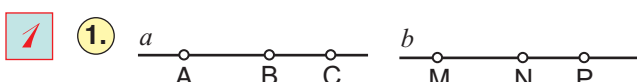
15.  $HЗД(18, 24) = 6$ ;  $HЗС(18, 24) = 72$ .

16. 4 екипи по 8 ученици, од кои 3 девојчиња и 5 момчиња;  $HЗД(12, 20) = 4$ .

17.  $HЗС(30, 50) = 150$ ,  $150 : 30 = 5$ . На исто место ќе останат столбовите: првиот, петтиот, десетиот итн.

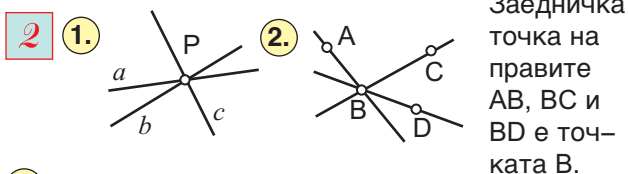
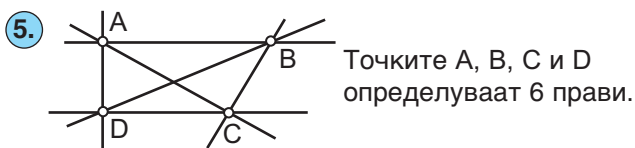
## ТЕМА 2.

## ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ ВО РАМНИНА



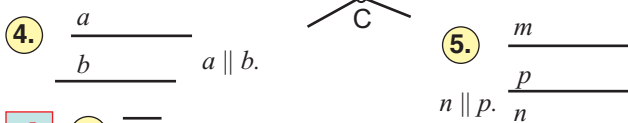
3. а) Токите: А, В и С; D, В и Е.  
б) Точките: А, В и Е; А, D и В; D, В и С.

4. Права MN, права MP, права NP.



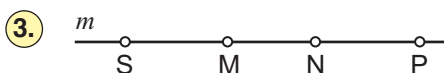
3. I случај:

II случај:



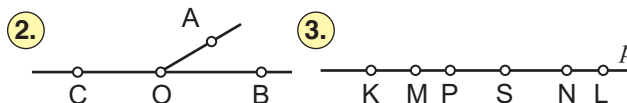
3. 1.  $\overline{AB} = 70 - 42 = 28$   
т.е.  $\overline{AB} = 28 \text{ mm}$ .

2. Точките К, L и M се колинеарни.  
(30 mm + 52 mm = 82 mm).



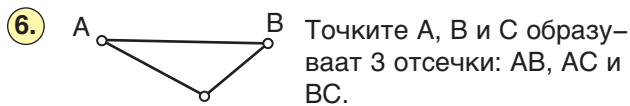
4.  $\overline{AB} = 83 \text{ mm}$ . 5.  $\overline{MP} = 3 \text{ cm}$ ,  $\overline{PS} = 9 \text{ cm}$ .

4. 1. Дел од правата ограничен со една нејзина точка.



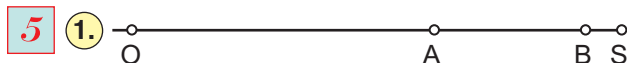
4. Должина на отсечката AB е растојанието меѓу крајните точки A и B на отсечката.

5. Две отсечки што имаат еднакви должини се складни отсечки.



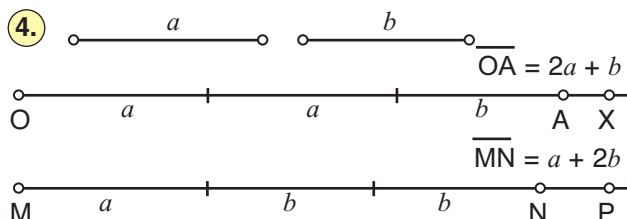
7.

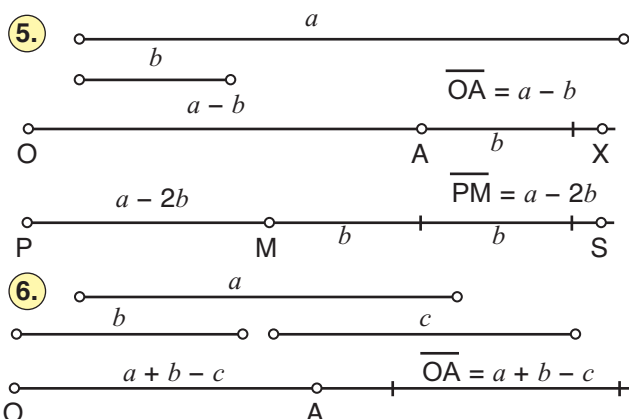
8.  $\overline{CD} = 4 \text{ cm}$ .



2. Конструкција се вика цртеж направен само со линијар и шестар.

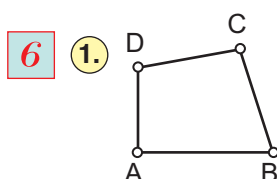
3.  $\overline{OM} = 6 \text{ cm}$ ;  $\overline{ON} = 9 \text{ cm}$ .



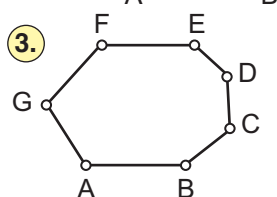


Провери... 1. 14 квадрати.

2. 15 правоаголници. 3. 20 рамнострани триаголници.



2. Искршената линија има: 5 темиња – A, B, C, D и E  
5 страни – AB, BC, CD, DE и EA.



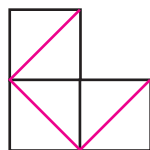
4. Периметар на искршената линија е збир од должините на нејзините страни.

5.  $\overline{AB} = 250 \text{ cm}$ .

6.  $L = 40 + 25 + 28 + 35 + 30 = 158$ ,  
т.е.  $L = 158 \text{ mm}$ .

Обиди се!

1. Решението е дадено на цртежот.  
2. Фигурата в) не може да се нацрта „со еден потег“.

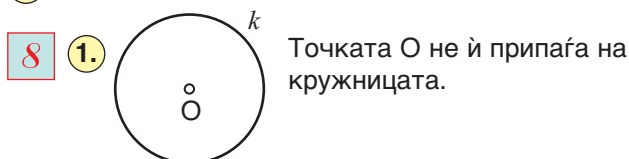


7. 1. Точка, права, рамнина и растојание.

2. Изведени поими се: отсечка, полуправа и геометриска фигура.

3. а) Должина на отсечка е растојанието помеѓу крајните точки на отсечката.  
б) Периметар на искршена линија е збир од должините на нејзините страни.

4. Множество и точка.



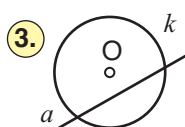
2. Радиус на кружница е отсечка што ги поврзува центарот со која било точка од кружницата; и нејзината должина е радиус на кружницата.

5.  $d = 2 \cdot 28 = 56$ , т.е.  $d = 56 \text{ mm}$ .

6.  $r = 50 : 2 = 25$ , т.е.  $r = 25 \text{ mm}$ .

9. 1. Внатрешни се точките: A и D.

2. Точката да лежи (да припаѓа) на кружницата и точката да не лежи (да не припаѓа) на кружницата.

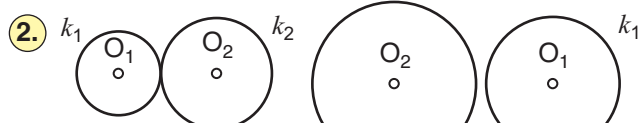
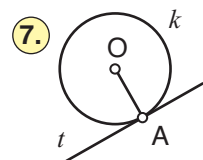
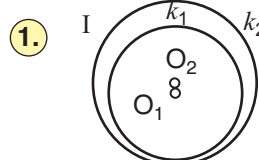


4. Тангентата е права која има само една заедничка точка со кружницата.

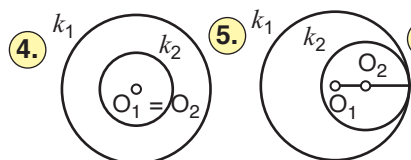
5. Правата ја сече кружницата – имаат две заеднички точки; правата ја допира кружницата – имаат само една заедничка точка; правата и кружницата немаат заеднички точки.

6. Правата a.

10



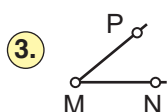
3.  $k_1$  и  $k_2$  се концентрични кружници – немаат заеднички точки.



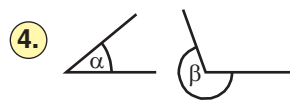
5.  $\overline{O_1O_2} = 12 \text{ mm}$ .

11. 1. Во иста полурамнина со точката A лежат точките: B, E, C и H.

2. Теме O и краци OA и OB; A, O, B, D и E се точки од аголот; D и E се точки од областа.



Агол NMP.



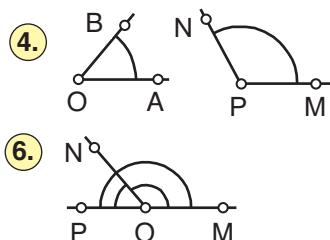
5. Полуправите OA, OB и OC образуват 3 агли и тоа:  $\angle AOB$ ,  $\angle BOC$  и  $\angle AOC$ .

- 12 1. Агол чишто краци образуват една права се вика рамен агол.

2. Агол што е половина од прав агол е остар агол.

3. а) Остар агол;  
б) прав агол;  
в) тап агол;  
г) рамен агол.

5. Тап агол или остар агол.



- 13 1.  $\angle AOB$  и  $\angle BOC$ ;  $\angle BOC$  и  $\angle COD$ ;  
 $\angle AOC$  и  $\angle COD$ ;  $\angle AOB$  и  $\angle BOD$ .

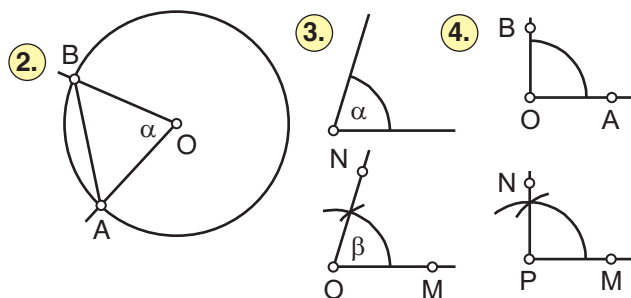
2. Напореден агол на  $\alpha$  е аголот  $\beta$ . Напоредни се и агли  $\gamma$  и  $\delta$ .



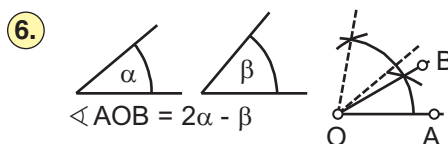
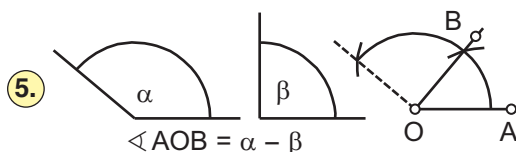
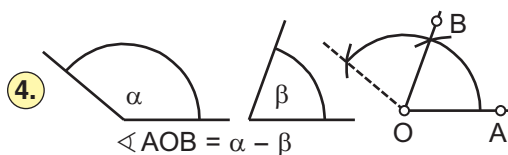
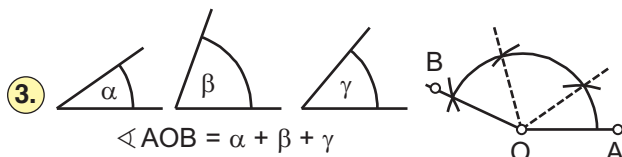
4. Накрсни агли се два агли што имаат заедничко теме и краците на едниот се продолженија на краците од другиот агол низ темето.

5. Накрсни се агли: 1 и 3; 2 и 4; 5 и 7 и 6 и 8.

- 14 1. Агол чиешто теме се наоѓа во центарот на дадена кружница се вика централен агол.



- 15 1.  $\angle AOB = \alpha + \beta$
2.  $\angle AOB = 2\alpha$



### Обиди се!

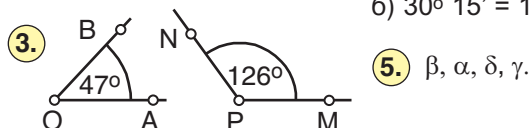
Има 10 агли:  $\angle AOB$ ,  $\angle AOC$ ,  $\angle AOD$ ,  $\angle AOE$ ,  $\angle BOC$ ,  $\angle BOD$ ,  $\angle BOE$ ,  $\angle COD$ ,  $\angle COE$ ,  $\angle DOE$ .

Има 6 пара соседни агли:  $\angle AOB$  и  $\angle BOC$ ;  $\angle AOB$  и  $\angle BOD$ ;  $\angle AOB$  и  $\angle BOE$ ;  $\angle BOC$  и  $\angle COD$ ;  $\angle BOC$  и  $\angle COE$ ;  $\angle COD$  и  $\angle DOE$ .

Има 3 пара напоредни агли:  $\angle AOB$  и  $\angle BOE$ ;  $\angle AOC$  и  $\angle COE$ ;  $\angle AOD$  и  $\angle DOE$ .

- 16 1.  $\angle BOC = 60^\circ$ ,  $\angle BOD = 95^\circ$ ,  $\angle COD = 35^\circ$ ,  
 $\angle BOM = 124^\circ$  и  $\angle MON = 56^\circ$ .

2.  $\alpha = 50^\circ$  и  $\beta = 125^\circ$ . 4. а)  $25^\circ = 25 \cdot 60' = 1\ 500'$ ;  
б)  $30^\circ 15' = 1\ 815'$ .



- 17 1.  $\alpha + \beta = 113^\circ 36' 52''$ ;  $\alpha - \beta = 63^\circ 16' 12''$ .

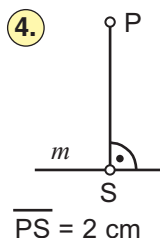
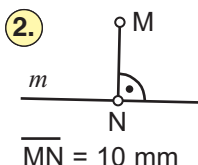
2.  $\alpha + \beta = 117^\circ 11' 32''$ ; 3. а)  $53^\circ 20'$ ;  
 $\alpha - \beta = 35^\circ 53' 52''$ . б)  $47^\circ 17' 18''$ .

4. а)  $\beta = 101^\circ 30'$ ; б)  $\beta = 114^\circ 24' 35''$ .

### Обиди се!

Нацртај кружница со центар во темето на аголот  $\angle AOB = 19^\circ$ . Бидејќи  $19 \cdot 19 = 361$ , а полниот агол има  $360^\circ$ , следува дека, ако аголот од  $19^\circ$  го пренесеш 19 пати по кружницата со теме во точката O, ќе добиеш разлика од  $1^\circ$ .

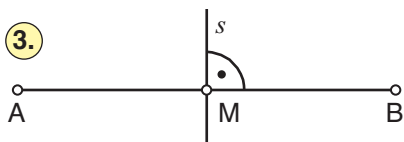
- 18** 1. Растојание од точка  $M$  до права  $p$  е должината на отсечката  $MN$ , каде што  $N$  е пресечната точка на правата  $p$  и нормалата на  $p$  што минува низ  $M$ .



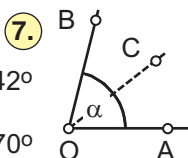
3.  $\overline{AD} = 16 \text{ mm}$

$\overline{PS} = 2 \text{ cm}$

- 19** 1.  $\overline{AM} = 25 \text{ mm}$ . 2.  $\overline{MN} = 7 \text{ cm}$ .



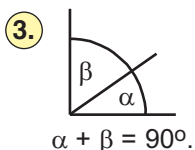
5.  $\angle MOP = 42^\circ$



6.  $\angle AOB = 70^\circ$

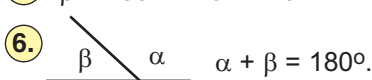
- 20** 1. Комплементни се аглите под б) и под в).

2.  $\beta = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$ . 4. Суплементни се аглите под б) и в).



$\alpha + \beta = 90^\circ$

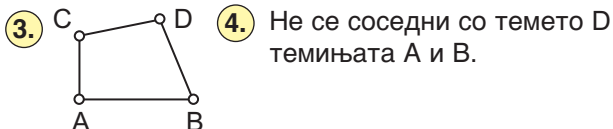
5.  $\beta = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$



$\alpha + \beta = 180^\circ$

- 21** 1. Полигонална линија е искршената линија под б).

2. Многуаголници се искршените линии под б) и под в).

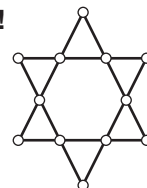


4. Не се соседни со темето  $D$  темињата  $A$  и  $B$ .

5. Соседни страни на страната  $MN$  се страните  $ML$  и  $NP$ .

## Помогни му на градинарот!

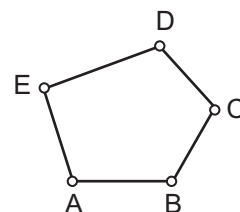
Градинарот треба да ги посади садниците како на цртежот.



217

- 22** 1. Многуаголник на кој сите точки на отсечките чиишто крајни точки лежат на многуаголникот, се точки од многуаголникот, се вика конвексен многуаголник.

2. Соседни темиња на  $B$ :  $A$  и  $C$ .  
Не соседни страни на  $BC$ :  $AE$  и  $ED$ .



3. На многуаголникот  $ABCD$  лежат точките:  $A$ ,  $M$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $F$  и  $G$ .

- 23** 1.  $L = 160 \text{ mm} = 16 \text{ cm}$ . 2.  $L = 29 \text{ cm}$ .

3.  $a = 15 \text{ cm}$ . 4.  $L = 30 \text{ cm}$ . 5.  $a = 10 \text{ cm}$ .

6.  $b = 10 \text{ cm}$ . 7.  $L = 54 \text{ cm}$ . 8.  $a = 9 \text{ cm}$ .

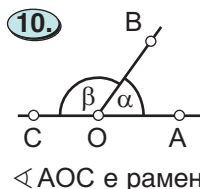
9.  $30 \text{ mm}$ .

**Тест:** 1.  $A, B, C, \in p$ ;  $D, E \notin p$ ;  $C, D, E, \in q$ ;

$A, B \notin q$ . 2. Да;  $\overline{BC} = \overline{CA} + \overline{AB}$ .

5. Полигонални се 3 и 5. Не се полигонални: 1 и 2 (не се затворени); 4 (има несоседни страни што се сечат). 6.  $54 \text{ mm}$ .

9.  $\angle AOB$  – остар;  $\angle AOC$  – тап;  $\angle AOD$  – полн.



13. Аголот е тап;  
 $90^\circ 35' = 5^\circ 43' 5''$ .

14.  $\beta = 44^\circ 24' 15''$ .

17. Не се суплементни.

18.  $13 \text{ m}$ .

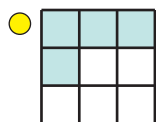
1.  $\frac{7}{9}$  – седум деветтини;  $\frac{12}{23}$  – 12 врз 23;

$\frac{4}{121}$  – 4 врз 121. 2. На пример:  $\frac{7}{9}$  – седум

деветтини;  $\frac{105}{28}$  – 105 врз 28;  $\frac{7}{7}$  – седум

седмини. 3. Именителот на дропката  $\frac{12}{19}$

покажува дека целото е поделено на 19 еднакви делови, а броителот – дека се земени 12 од тие делови.



4. а)  $\frac{1}{10}$ ; б)  $\frac{1}{100}$ ; в)  $\frac{1}{1000}$ ; г)  $\frac{1}{100}$ .

5. а)  $\frac{3}{10}$  dm; б)  $\frac{28}{100}$  m; в)  $\frac{9}{10}$  l; г)  $\frac{15}{1000}$  kg.

6. а) 25 cm; б) 6 dm; в) 4 dl; г) 320 g. 7.  $\frac{21}{36}$ .

8.  $\frac{5}{8}$  kg.

2. 1. а)  $\frac{2}{1}$ ;  $\frac{5}{1}$ ;  $\frac{7}{1}$ ;  $\frac{8}{1}$ ;  $\frac{11}{1}$ . б)  $\frac{6}{3}$ ;  $\frac{15}{3}$ ;  $\frac{21}{3}$ ;

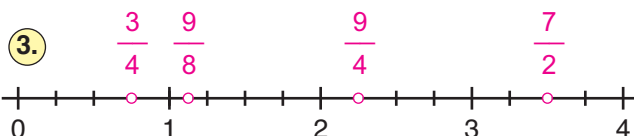
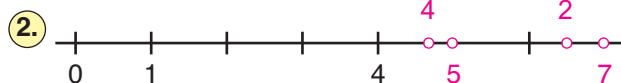
$\frac{24}{3}$ ;  $\frac{33}{3}$ . в)  $\frac{14}{7}$ ;  $\frac{35}{7}$ ;  $\frac{49}{7}$ ;  $\frac{56}{7}$ ;  $\frac{77}{7}$ . 2. 4.

3. На пр.:  $\frac{1}{7}$ ;  $\frac{6}{7}$ . 4. На пр.:  $\frac{13}{12}$ ;  $\frac{36}{12}$ . 5.  $9\frac{1}{3}$ ;

$4\frac{1}{4}$ ;  $2\frac{5}{8}$ ;  $5\frac{4}{5}$ ;  $13\frac{8}{9}$ . 6.  $\frac{33}{4}$ ;  $\frac{35}{9}$ ;  $\frac{13}{10}$ ;  $\frac{63}{4}$ .

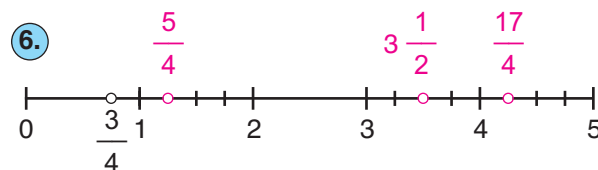
**Досетка!** Петтиот ден.

3. 1. а)  $\frac{2}{3}$ ;  $1\frac{2}{3}$ ;  $3\frac{1}{3}$ .



4.  $\frac{1}{6}$  и  $\frac{5}{30}$ ;  $\frac{7}{10}$  и  $\frac{28}{40}$ . 5. а)  $x = 8$ ; б)  $x = 8$ ;

в)  $x = 6$ ; г)  $x = 110$ ;



4. 1. а)  $\frac{10}{9}$ ; б) 4; в)  $8\frac{6}{12}$ ; г)  $4\frac{13}{15}$ . 2. а)  $\frac{4}{9}$ ;

б)  $\frac{2}{19}$ ; в)  $3\frac{2}{4}$ ; г)  $1\frac{2}{5}$ ; д)  $1\frac{3}{11}$ . 3.  $\frac{10}{12}$  наполнет,

$\frac{2}{12}$  ненаполнет. 4.  $\frac{1}{7}$ . 5.  $\frac{8}{10}$  делови

прочитани;  $\frac{2}{10}$  дела непрочитани. 6.  $13\frac{8}{12}$ ;  
 $5\frac{4}{12}$ .

5. 1. а)  $\frac{4}{10}$ ,  $\frac{10}{25}$ ; б)  $\frac{6}{14}$ ,  $\frac{15}{35}$ ; в)  $\frac{22}{24}$ ,  $\frac{55}{60}$ ;

г)  $\frac{30}{34}$ ,  $\frac{75}{85}$ . 2. Пример  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{12}{18}$ ,  $\frac{18}{27}$ .

3. 80, 30, 85, 96, 18 стотинки. 4.  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{17}{25}$ ,  $\frac{29}{36}$ .

5.  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{3}{8}$ ;  $\frac{5}{6}$ . 6. б)  $\frac{5}{7}$ .

7. а)  $x = 5$ ; б)  $x = 42$ ; в)  $x = 11$ ; г)  $x = 51$ .

8.  $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ ;  $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ .

**Проблем!** Еднакво. Упатство: Во чашата со мешавина од вино и вода што е сипана во виното има толку вода колку што останало вино во кофата со вода.

Милица – 404 денари; Јован – 505 денари.

Упатство: Бидејќи  $\frac{1}{4}$  од парите на Милица е

еднакво со  $\frac{1}{5}$  од парите на Јован, можеме да заклучиме следното: ако едно цело го поделиме на 9 дела и од тие делови направиме две цели  $\frac{4}{4}$  и  $\frac{5}{5}$ , тогаш  $\frac{1}{4}$  од едниот дел е

еднаков на  $\frac{1}{5}$  од другиот дел.

Според тоа  $909 : 9 = 101$  е  $\frac{1}{4}$  од парите на

Милица, односно  $\frac{1}{5}$  од парите на Јован.

Милица имала  $4 \cdot 101$  денари, Јован имал  $5 \cdot 101$  денари.

**6** ①. Под а) и г). ②. На пр.:  $\frac{13}{10}$ ,  $\frac{13}{100}$ ,  $\frac{13}{10\,000}$ .

③. а) 36 цели и 2 децимали. б) 3 цели и 4 децимали. в) 138 цели и 2 децимали.

④. а) 0,06. б) 2,09. в) 11,029. г) 14,003.

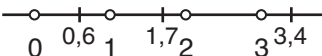
⑤. а) Две цели и три стотинки. б) Дванаесет цели и петнаесет илјадинки. в) Нула цели и триесет и пет десетилјадинки.

⑥. а)  $\frac{2}{10}$ ; б)  $1\frac{5}{10}$ ; в)  $4\frac{3}{1\,000}$ ; д)  $1\frac{17}{10\,000}$ .

**7** ①. 1,30; 0,50; 23,00; 1 000,00. ②. Да.

③. 0,5; 0,502; 1,20203. ④. 8,000; 1,200; 3,250.

**Проблем:** 8 ореви.

**8** ①. 

②.  $2,01 > 1,86$ ;  $6,29 > 6,172$ ;  $9,121 > 9,101$ ;  $0,1031 > 0,1028$ .

③.  $\frac{5}{1\,000} = 0,005 < 0,05 = 0,050 < 5$ .

④. Поблиску е 131,102. **Проблем:** запирка.

**10** ①. а) 163,375. б) 105,075. в) 161,155. г) 100,075.

②. 31,4; 6,852; 13,366; 416,723. ⑤. 3,69; 7,38; 11,07; 14,76.

③. 158,14; 4,8345. ④. 78,4 m.

**11** ①. 21,1; 893,674; 3,68; ②. 10,31; 201,62; 1,09; 339,73; 846,825. 28,36; 3,8;

③. 0,34 m. ④. 65,76. ⑤. 22; 8,8; 125,6.

⑥. 0,768 kg. **Проблем:** 12 и 14,3. **Упатство:**

Ако погрешниот збир 13,43 го помножиме со 10, ќе добиеме број 134,3 кој го содржи точниот децимален број и 10 пати поголем број од природниот број. Разликата  $134,3 - 26,3 = 108$  е

девет пати поголема од природниот број, т.е. природниот број е  $108 : 9 = 12$ .  
Воочи втор начин на решавање со одредување цифра по цифра.

219

**12** ①. 7,48; 94; 360; 1 000,6; 200.

②. 18; 0,072; 10 000,1; 3 400; 7; 96 006; 4 000 400.

③. 44,835; 3780,024; 0,0189. ④. 63,92 m<sup>2</sup>.

⑤. 45 272; 66,1. ⑥. 175,25927844. ⑦. 900 ден.

⑧. Еднакви се на 2,4366. ⑨. 1,6; 2,4; 3,6; 5,4.

**13** ①. а) 0,476. б) 0,0476. в) 0,00476.

②. 0,2; 0,8; 21; 0,13; 0,024; 0,6337; 28,44.

③.  $1 : 7 = 0,142857$ ;  $2 : 7 = 0,285714$ ;  
 $3 : 7 = 0,428571$ ;  $4 : 7 = 0,571428$ ;  
 $5 : 7 = 0,714285$ ;  $6 : 7 = 0,857142$ . Сите количници се составени од истите цифри.

④. 30; 5; 400; 9; 4,02; 0,176. ⑤. 5.

⑥. 400; 25,78125; 400; 0,00675.

⑦. 0,02416; 15,612; 0,001; 50,04. ⑧. 2,946 km.

⑨. 18,375; 4,02. ⑩. 4,05.

**14** ①. 0,6; 0,09; 1,2; 1,48; 1,832; 0,2875; 0,34375; 1,296875.

②. 0,666...; 0,81818...; 0,6; 0,95; 1,2; 0,037037...; 0,1333...; 0,2777...; 0,1345454... .

③. Претпериод е 3, период е 78; претпериод е 54, период е 302.

④. 4,(63); 0,(102); 3,5(403); 4,2(711).

⑤. а) 3,654545...; б) 0,77240124012...; г) 0,06523152315... .

**15** ①. 2,715; 3,033; 0,015. ②. 0,2; 0,21; 0,2059.

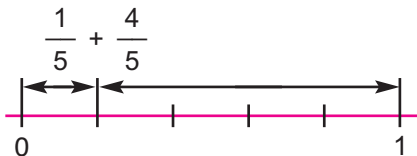
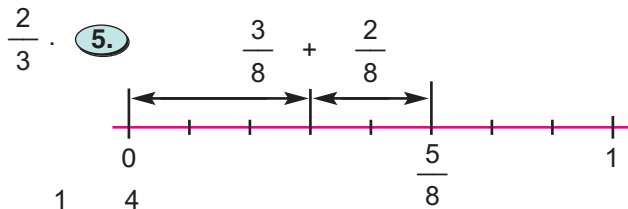
③. 8,104. ④. 3,54.

⑤.

| Број     | Со точност до 0,01 | Греш. на заок. | Со точност до 0,001 | Греш. на заок. |
|----------|--------------------|----------------|---------------------|----------------|
| 0,0374   | 0,04               | 0,0026         | 0,037               | 0,0004         |
| 0,5386   | 0,54               | 0,0014         | 0,539               | 0,0004         |
| 426,4235 | 426,42             | 0,0035         | 426,424             | 0,0005         |
| 6,0141   | 6,01               | 0,0041         | 6,014               | 0,0001         |

Тест: 1. а)

6)  $\frac{1}{3}$ . 2.  $\frac{12}{8}$  kg. 3.  $\frac{5}{1}$ ;  $\frac{25}{5}$ . 4.  $\frac{2}{1}$ ;



6.  $\frac{2}{5}$ . 7.  $\frac{8}{18}$ ;  $\frac{1}{6}$ . 8.  $\frac{56}{64}$ .

9. 29,0664. 10. Да; 0,006. 11. Точно.

12. Да. 13. 29,6304; 29,6304; 0,0296304.

14. 23,15; 3,125. 15. 20; 0,64. 16. 2,14; 27.

17. 21,85. 18. 8,4; 1,2(70). 19. 0,0001.

20. 9,13.

## ТЕМА 4. МЕРЕЊЕ

1. 3. 94 mm, 4 dm 7 cm, 48 cm, 9 dm, 2 m.

4. 12 mg, 10 g, 8 dag, 5 hg, 1 kg. 5. 8 ml, 6 dl, 1 l, 5 dal, 2 hl. 6. 76 500 ден.

2. 1. 15 h 27 min. 2. 40 min.

3. а) 9,5 d; б) 228 h; в) 1 седм. 2,5 d.

4. 5724 d. 5. а) 310,16 K; б) 223,16 K.

3. 2. 12 книги; 4. 1 h 50 min 45 s; именуван број што е повеќеимен.

5. 18 денари 50 дени; 6. Пример: 6 kg, 138 kg.

7. 3 kg 2 hg 4 dag; 4 m 5 dm 6 cm; 12m<sup>2</sup> 3 dm<sup>2</sup> 9 cm<sup>2</sup>.

8.

|             |                                                                                                           |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Неименуван  | 5; 29,6; 74; 7; 8; 12; 4                                                                                  |
| Едноимени   | 7 m; 8 hl; 4 m; 4 kg; 3 kg; 9 hl; 14 l; 8 m <sup>2</sup> ; 5 l; 15 m <sup>2</sup>                         |
| Повеќеимени | 12 kg 3 dag; 4 m 2 dm; 6 m 5 dm                                                                           |
| Истоимени   | 7 m и 4 m; 8 hl и 9 hl; 4 kg и 3 kg; 14 l и 5 l; 8 m <sup>2</sup> и 15 m <sup>2</sup> ; 4m 2dm и 6 m 5 dm |

И ова е мајематика! Одговор: 8 март.

4. 1. а) 5 025 m; б) 780 004 ml;

в) 400 605 dag; г) 13 447 min. 2. 2 764 m.

3. 2 551 443 s. 4. а) 83,4 dm; б) 8,097 km;

в) 5 008,705 kg; г) 9 075,008 mg; д) 85,06 dl.

**Занимливо прашање!** Одговор: Не може да грее сонце. Ќе биде полноќ.

5. 1. а) 3 m 4 dm 2 mm; б) 4 dam 7 cm;

в) 4 kg 7 hg 6 g 3 dg; г) 4 dag 7 g 6 dg 3 cg 2 mg; д) 1 l 3 cl 5 ml; ј) 3 kl 5 hl 7 dl.

2. а)

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| 0  | 3  | 8   | 7 | 2  | 5  | 0  |

3 hm 8 dam 7 m 2 dm 5 cm.

б)

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| 0  | 3  | 0   | 0 | 2  | 0  | 0  |

3 hm 2 dm.

в)

| kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| 0  | 3  | 2   | 0 | 0  | 5  | 0  |

3 hg 2 dag 5 cg.

г)

| kl | hl | dal | l | dl | cl | ml |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| 4  | 0  | 1   | 5 | 3  | 0  | 0  |

4 kl 1 dal 5 l 3 dl.

3. а) 2 dam 2 m 5 cm; б) 5 kg 3 hg 2 g 6 dg 7 cg;

в) 4 dal, 3 l 1 dl 5 cl; г) 2 hg 3 dag 7 g.

4. 29 дена 12 h 44 min 3 s.

6. 1. а) 3 m 4 dm 9 cm 9 mm;

б) 3 km 9 hm 4 dam 9 m; в) 3 m 8 cm.

2. а) 2 dam 6 m 8 dm 1 cm 2 mm;

б) 4 dm 3 cm 2 mm; в) 1 m 1 dm 3 cm 4 mm;

г) 2 dm 8 cm. 3. а) 2 t 800 kg 9 hg 9 dag;

б) 2 dal 2 l 1 cl 7 ml. 4. а) 2 dal 4 l 1 dl 2 cl;

б) 6 l 2 cl 8 ml; в) 6 dl 7 cl. 5. 9 t 88 kg.

6. 33 195 ден. 7. 1 kg 3 hg 3 dag 8 g;

1 t 579 kg; 8 dl 2 cl. 8. 2 kg 2 hg 4 dag;

11 kg 2 hg. 9. 20 h 27 min.

7. 1. а) 700 cm<sup>2</sup>; б) 70 000 mm<sup>2</sup>.

2. а) 2 925 m<sup>2</sup>, б) 29,25 a. 3. 4 800 000 ден.

4. 4 800 плочки.

8. 1. 1 dm<sup>3</sup>, 1 cm<sup>3</sup>; 1 mm<sup>3</sup>.

2. 4 000 dm<sup>3</sup>. 3. а) 7 m<sup>3</sup>; б) 0,5 m<sup>3</sup>;

в) 0,2 m<sup>3</sup>. 4. 27,65 cm<sup>3</sup>.

**Проблем! Упатство:**

|     |   |   |   |   |   |   |   |     |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| 3 l | 3 | 0 | 3 | 1 | 1 | 0 | 3 | 0   |
| 5 l | 0 | 3 | 3 | 5 | 0 | 1 | 1 | 4 l |

9. 1. 200 cm<sup>3</sup>. 3. 4 m. 4. 8 cm<sup>3</sup>.

5. 0,63 m<sup>3</sup>. 6. 24 dm<sup>2</sup>. 7. 84 l.

221

**Тест:** 1. а) dm; б) 0,012; в) 3; г) ml.

2. 600 dl. 3. а) dag; б) 360; в) 120;

г) 278,16. 4. 20,5 dm. 5. а) Пример: 5 t;

б) Пример: 2 m; в) Пример: 15 s.

6. а) 204 014 dag; б) 40 714 dm; в) 985 dl;

г) 8 234 s. 7. а) 360,2 min; б) 730,5 dl;

в) 400,84 dam; г) 72 g. 8. а) 10 пати;

б) 20 пати; в) 10 пати. 9. а) 153 cm; б) 30,3 dl;

в) 230,0004 dag; г) 0,25 дена.

10. а) 3 dam 1 m 2 dm 6 cm; б) 1 t 248 kg 8 hg;

в) 2 kl 3 hl 1 dal. 11. а) 6 t 269 kg 3 hg 1 dag 7 g;

б) 1 t 236 kg 8 hg;

в) 11 km 9 hm 3 dam 9 m 9 dm 1 cm;

г) 2 l 5 dl 1 cl 3 ml. 12. а) 692 kg; б) 10 km 4 m.

14. 5 000 пати. Објаснение: 2 m<sup>2</sup> = 20 000 cm<sup>2</sup>,

а 20 000 : 4 = 5 000. 16. 70 m<sup>3</sup>. 17. 9 cm<sup>2</sup>.

## ПРЕГЛЕД НА ПОИМИ

### А

агол, и 98

- комплементни, 120
- конвексен, 99
- краци на, 98
- мерење на, 110
- накрсни, 104
- напоредни, 103
- остар, 102
- полн, 102
- прав, 101
- соседни, 103
- суплементни, 121
- тап, 102

– теме на, 98

– централен, 105

апсолутна грешка, 178

аритметичка средина, 47

### Б

број (еви)

- децимален, 149
- мешано периодичен, 176
- период на, 176
- претпериод на, 177
- чисто периодичен, 176
- едноимен, 191
- заемно прости, 61
- именуван, 191

– истоимени, 192

– мерен, 191

– неименуван, 191

– непарен, 17

– парен, 17

– повеќеимен, 192

– природен, 17

– прост, 57

– сложен, 57

бројна права, 18

### Д

декаден броен систем, 20

декадна единица, 21

Декартов производ, 15

Декартов квадрат, 16  
деленик, 37

делење,  
– со остаток, 38

деливост, 49  
– на збир, 49  
– на производ, 49  
– на разлика, 49  
– признаци за, 51

делител, и  
– заеднички, 60  
– најголем заеднички, 60

децимала, 151

децимална запирка, 150

дијаграм,  
– сликовен 159  
– столбест 158

дробна црта, 133

дропка, 133  
– броител на, 133  
– децимална, 149  
– нескратлива, 147  
– нечиста (неправилна) 137  
– привидна, 136  
– проширување на, 146  
– скратување на, 147  
– чиста (правилна) 137

### З

запишување на множество,  
– на табеларен начин 4  
– на описен начин 5

### И

искршена линија 83  
– страна на, 84  
– тема на, 84  
– затворена 84  
– проста 85

### К

кружница, и 89  
– концентрични, 95  
– радиус на, 89  
– тетива на, 90  
– центар на, 90  
– дијаметар на, 90  
кружен лак 91

### Л

линија  
– искршена 83  
– страна на, 84  
– затворена, 84  
– полигонална 85  
– периметар на, 85  
литар, 187

### М

мерка,  
– за маса, 187  
– за должина, 186  
– за време, 189  
– за точност, 187  
– за температура, 189  
– за плоштина, 203  
– за волумен, 205

мерна единица, 191

метар,  
– квадратен, 203  
– кубен, 205

мешан број, 138

минута, 189

многуаголник, 122

– конвексен, 125  
– неконвексен, 125  
– периметар на, 127  
– тема на, 123  
– соседни страни на, 123  
– соседни темиња на, 123  
– страни на, 123

множество, а,

– број на, 7  
– еднакви, 10  
– еквивалентни, 9  
– конечно, 7  
– празно, 8  
– пресек на, 12  
– разлика на, 14

### О

област,  
– внатрешна, 90  
– надворешна, 90  
основа на степен 36

отсечка, и

– еднакви (складни) 79  
– збир 81  
– пренесување 80  
– разлика 81  
– соседни 83  
– должина на, 78  
– збир на, 81

### П

подмножество, 10

подреден пар, 15

поим, 87  
– изведен, 88  
– математички, 87  
– основен, 88

полуправа, и 77

– составни, 77

полукружница, 91

полурамнина, 97

права, и

– гранична (раб), 97  
– заемнонормални, 116  
– колинеарни, 71

### Р

растојание, 76

– централно, 94

равенка, 44

### С

својство,

– асоцијативно, 13  
– дистрибутивно, 168  
– комутативно, 13

секанта (пресечка), 93

симетрала

– на агол, 118  
– на отсечка, 118

содржател, 49

– заедници, 63  
– најмал заеднички, 63

средина,

– на отсечка, 78  
– аритметичка, 47

степен, 35

– основа на, 36

– показател на, 36

**Т**

тангента (допирка), 93  
точка, и, 54

– внатрешна, 92

– гранична, 77

– крајна, 78

– надворешна, 92

– почетна, 77

– средна (средина), 78

**У**

унија на множества, 13

## СОДРЖИНА

|                            |                                      |                                                                                       |            |
|----------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>ТЕМА 1.</b>             | <b>ПРИРОДНИ БРОЕВИ</b>               |    | <b>3</b>   |
| <b>ТЕМА 2.</b>             | <b>ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ ВО РАМНИНА</b> |    | <b>69</b>  |
| <b>ТЕМА 3.</b>             | <b>ДРОПКИ</b>                        |    | <b>131</b> |
| <b>ТЕМА 4.</b>             | <b>МЕРЕЊЕ</b>                        |  | <b>183</b> |
| <b>ОДГОВОРИ И РЕШЕНИЈА</b> |                                      |  | <b>211</b> |
| <b>ПРЕГЛЕД НА ПОИМИ</b>    |                                      |  | <b>221</b> |

CIP - Каталогизација во Публикација Народна и универзитетска библиотека  
„Св.Климент Охридски“ – Скопје

Математика за VI одделение  
деветгодишно основно образование

**Автори:**

Јово Стефановски и д-р Наум Целакоски

**Рецензенти:**

д-р Јорданка Митевска, редовен професор на ПМФ - Скопје  
Зорица Насевска, наставник во ОУ „Кочо Рацин“ - Скопје  
Добре Трајковски, наставник во ОУ „Т. Карпош“ - Куманово

**Главен уредник:**

Јово Стефановски

**Лектор:**

Сузана Стојковска

**Компјутерска обработка:**

Драган Шопкоски

**Издавач:** Министерство за образование и наука за Република Македонија

**Печати:** Графички центар дооел, Скопје

**Тираж:** 15.500

Со Одлука за одобрување и употреба на учебник по предметот Математика за 6-то одделение во деветгодишно основно образование со бр. 22-1110/1 од 22.06.2011 година донесена од Национална комисија за учебници

CIP - Каталогизација во публикација

Национална и универзитетска библиотека “Св.Климент Охридски”, Скопје

АВТОР: Стефановски, Јово - автор

ОДГОВОРНОСТ: Целакоски, Наум - автор

НАСЛОВ: Математика за шесто одделение : деветгодишно основно образование

ИМПРЕСУМ: Скопје : Министерство за образование и наука на Република  
Македонија, 2011

ФИЗИЧКИ ОПИС: 224 стр. : илустр. ; 25 см

ISBN: 978-608-226-273-4

УДК: 373.3.016:51(075.2)=163.3

ВИД ГРАЃА: монографска публикација, текстуална граѓа, печатена

ИЗДАВАЊЕТО СЕ ПРЕДВИДУВА: 07.11.2011

COBISS.MK-ID: 89052426