

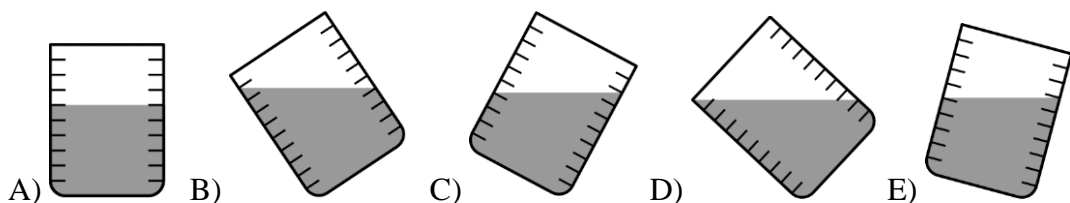
**Junior (прва и втора година) 2019**

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

- Вредноста на изразот  $20 \cdot 19 + 20 + 19$  е еднаква на:  
A) 389      B) 399      C) 409      D) 419      E) 429
- Модел на воз кружната патека ја минува за 1 минута и 11 секунди. За колку време возот патеката ќе ја мине шест пати?  
A) 6 минути и 56 секунди    B) 7 минути и 6 секунди  
C) 7 минути и 16 секунди    D) 7 минути и 26 секунди  
E) 7 минути и 36 секунди
- Берберот сака да го напише зборот SHAVE на табла така што клиентот кој зборот го гледа во огледалото истиот го чита правилно. Што треба да напише берберот на таблата?  
A) **SHAVE**    B) **SHAVЕ**    C) **ЭVAHS**    D) **EVANH?**    E) **ЭVAH?**
- Колку различни зборови на точки може да добиеш ако истовремено фрлиш три стандардни коцки за играње?  
A) 14      B) 15      C) 16      D) 17      E) 18
- Во петте идентични чаши е турена вода. Четирите чаши содржат еднакво количество вода, а петтата чаша содржи различно количество вода. Која чаша содржи различно количество вода?



6. Еден парк има пет порти низ кои може да се влезе или излезе од паркот. Моника сака да влезе низ една, а да излезе низ друга порта. На колку начини тоа може да го направи?

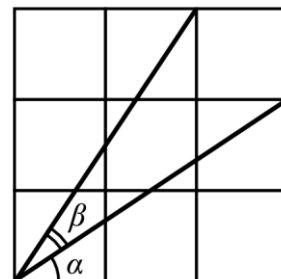
A) 25                      B) 20                      C) 26                      D) 15                      E) 10

7. Масата на секој од трите кенгури, изразена во килограми, е различен природен број. Вкупната маса на кенгурите е  $97\text{ kg}$ . Определи ја најголемата маса која може да ја има најмалиот кенгур.

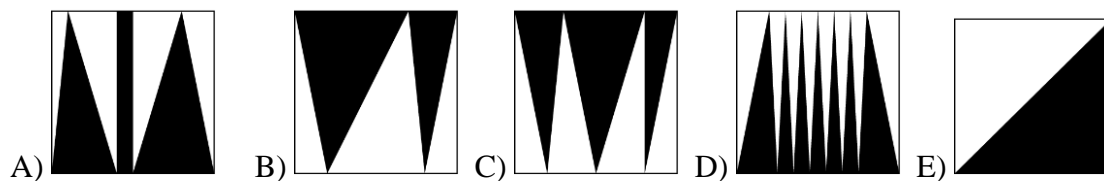
A)  $1\text{ kg}$                       B)  $30\text{ kg}$                       C)  $31\text{ kg}$                       D)  $32\text{ kg}$                       E)  $33\text{ kg}$

8. Големиот квадрат на цртежот десно е составен од девет идентични квадрати. Кое од следниве равенства важи за означените агли  $\alpha$  и  $\beta$ ?

A)  $\alpha = \beta$                       B)  $2\alpha + \beta = 90^\circ$                       C)  $\alpha + \beta = 60^\circ$   
 D)  $\alpha + 2\beta = 90^\circ$                       E)  $\alpha + \beta = 45^\circ$

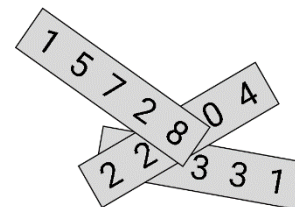


9. Во секој од петте квадрати дел од површината е обоен со црна боја. Во кој квадрат црната површина има најголема плоштина?



10. На цртежот десно се прикажани три картончиња, на секое од кои е запишан по еден петцифрен број. Три цифри од запишаните броеви се покриени. Збирот на запишаните броеви е еднаков на  $57263$ . Кои се покриените цифри?

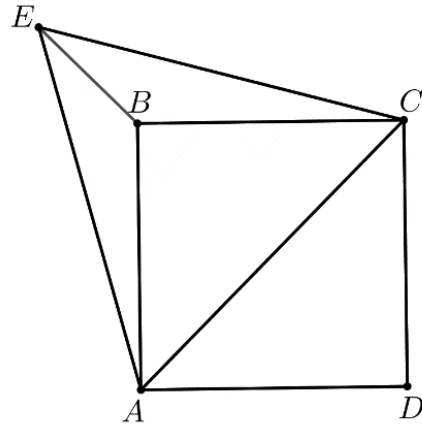
A) 0, 2 и 2                      B) 1, 2 и 9                      C) 2, 4 и 9  
 D) 2, 7 и 8                      E) 5, 7 и 8



11. Темињата на квадрат  $A, B, C, D$  во овој редослед се означени во насока на движењето на стрелките на часовникот. Потоа е конструиран рамностран триаголник чии темиња во редослед  $A, E, C$  се означени во насока на движењето на

стрел-ките на часовникот. Определи ја големина на  $\angle CBE$ , изразена во степени.

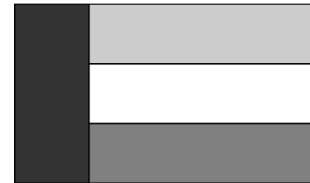
- A) 30    B) 45    C) 135  
D) 145    E) 150




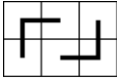
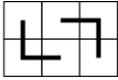
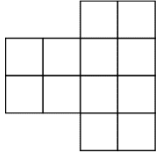
12. Нека  $a, b, c, d$  се различни природни броеви кои се поголеми или еднакви на 1 и се помали или еднакви на 10. Определи ја најмалата можна вредност на изразот  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

- A)  $\frac{2}{10}$     B)  $\frac{3}{19}$     C)  $\frac{14}{45}$     D)  $\frac{29}{90}$     E)  $\frac{25}{72}$

13. Знамето на државата Кенгурија е во форма на правоаголник чии должини на страни се однесуваат како 3:5. Знамето е поделено на четири правоаголници со еднакви плоштини (цртеж десно). Определи го односот на должините на страните на белиот правоаголник.



- A) 1:3    B) 1:4    C) 2:7    D) 3:10    E) 4:15

14. Правоаголник со димензии  $3 \times 2$  може со L-тримина  да биде покриен на два различни начина и тоа:  . На колку различни начини може да биде покриена фигурата прикажана на цртежот десно. 

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

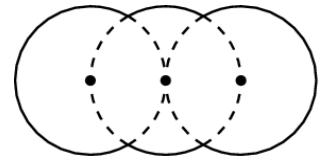
15. Натпреварот во триатлон се состои од пливање, трчање и возење велосипед. Возењето велосипед е три четвртини од вкупната должина на патеката, трчањето е една петтина од вкупната должина на патеката и пливањето е  $2 \text{ km}$ . Колкава е должината на патеката во овој триатлон?

- A)  $10 \text{ km}$     B)  $20 \text{ km}$     C)  $38 \text{ km}$     D)  $40 \text{ km}$     E)  $60 \text{ km}$

16. Сок се прави од концентрат од портокал ( $p$ ) и вода ( $v$ ) во сооднос на волумените  $p : v = 1 : 7$ . Концентратот од портокал е во шише од  $1\text{ l}$  и шишето е полно до половина. Колкав дел од овој концентрат ќе се искористи при правење на  $2\text{ l}$  сок?

A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{2}{7}$       D)  $\frac{4}{7}$       E) Целиот концентрат

17. Фигурата на цртежот десно е составена од внатрешноста на три кружници со еднакви радиуси  $R$ , чии центри лежат на една права. Средната кружница минува низ центрите на крајните две кружници. Определи го периметарот на оваа фигура.



A)  $\frac{10\pi R}{3}$       B)  $\frac{5\pi R}{3}$       C)  $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$       D)  $2\pi R\sqrt{3}$       E)  $4\pi R$

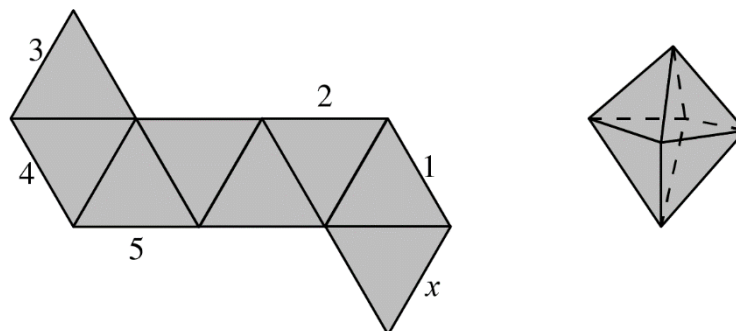
18. Збирот на цифрите на бројот  $\overline{aaabbbb}$  е еднаков на бројот  $\overline{ab}$ . Определи го збирот  $a+b$ .

A) 20      B) 15      C) 10      D) 11      E) 12

19. Имаме 60 јаболка и 60 круши кои се пакуваат во кутии, така што секоја кутија содржи еднаков број јаболка, а не постојат две кутии кои содржат еднаков број круши. Кој е најголемиот можен број кутии кои што може да се спакуваат на овој начин?

A) 20      B) 15      C) 12      D) 10      E) 6

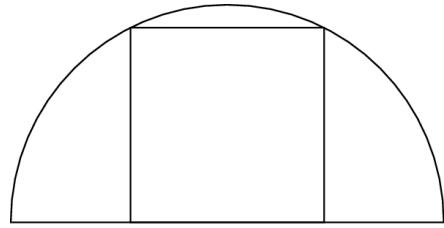
20. На цртежот десно се прикажани октаедар и неговата мрежа. Некои отсечки на мрежата се означени со броевите 1, 2, 3, 4 и 5, а една отсечка е означена со  $x$ . Од мрежата се формира октаедарот.



Која отсечка ќе се поклопи со отсечката означена со  $x$ ?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

21. На цртежот десно две темиња на квадратот се наоѓаат на полукружницата, а другите две темиња се наоѓаат на дијаметарот на полукружницата. Радиусот на кружницата е еднаков на  $1\text{ cm}$ . Определи ја плоштината на квадратот.



- A)  $\frac{4}{5}\text{ cm}^2$       B)  $\frac{\pi}{4}\text{ cm}^2$       C)  $1\text{ cm}^2$       D)  $\frac{4}{3}\text{ cm}^2$       E)  $\frac{2}{\sqrt{3}}\text{ cm}^2$

22. Две точки се означени во круг кој ротира околу својот центар. Растојанието на едната точка до центарот на кругот е за  $3\text{ cm}$  поголемо од растојанието на другата точка до центарот на кругот. Подалечната точка се движи со брзина која е  $2,5$  поголема од брзината на точката која е поблиску до центарот на кругот. Определи го растојанието меѓу подалечната точка и центарот на кругот.

- A)  $10\text{ cm}$       B)  $9\text{ cm}$       C)  $8\text{ cm}$       D)  $6\text{ cm}$       E)  $5\text{ cm}$

23. Природните броеви од 1 до 99 се запишани во растечки редослед без празни места меѓу нив. Потоа добиената низа цифри се дели на тројки цифри:

$$123456789101112\dots9798999 \rightarrow (123)(456)(789)(101)(112)\dots(979)(899).$$

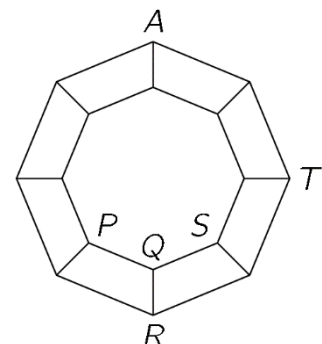
Која од следните тројки цифри не е една од тројките добиени со оваа поделба?

- A) (222)      B) (444)      C) (464)      D) (646)      E) (888)

24. Колку рамнини содржат точно три темиња на дадена коцка?

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 8      E) 12

25. Фигурата на цртежот десно се состои од 16 темиња и отсечки кои поврзуваат некои од темињата. На почетокот мравка се наоѓа во темето  $A$ . Во еден потег таа оди од темето во кое се наоѓа во моментот во негово соседно теме (две темиња се соседни ако се поврзани со отсечка). Во кое од означените темиња  $P, Q, R, S, T$



мравката може да се најде по 2019 потези?

- A) само во  $P, R$  или  $S$ , но не во  $Q$  и  $T$
- B) само во  $P, R, S$  или  $T$ , но не во  $Q$
- C) само во  $Q$
- D) само во  $T$
- E) во секое од наведените темиња

26. Природните броеви  $a, b$  и  $c$  се трицифрени и се такви што кај секој од нив цифрите не единиците и стотките се еднакви. Исто така, важи  $b = 2a + 1$  и  $c = 2b + 1$ . Колку можности постојат за бројот  $a$ ?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) повеќе од 3

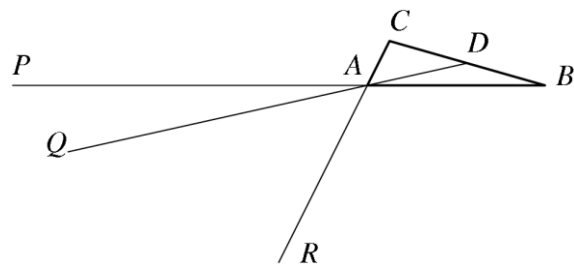
27. На секое теме на даден квадрат е придружен по еден природен број. За секои два броја придружени на соседни темиња едниот број е содржател на другиот. Освен тоа, за секои два броја кои се придружени на темињата на една дијагонала ниту еден од броевите не е содржател на другиот број. Кој е најмалиот можен збир на четирите придружени броја?

- A) 12      B) 24      C) 30      D) 35      E) 60

28. Определи го најмалиот број елементи кои треба да се избришат од множеството  $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$  така што производот на елементите кои остануваат во множеството е точен квадрат?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

29. Даден е триаголник  $ABC$  со плоштина  $W$ . Нека  $D$  е средината на страната  $BC$ . Точките  $P, Q, R$  припаѓаат на продолженијата на отсечките  $BA, DA, CA$  преку точката  $A$ , соодветно и се такви што



$$\overline{AP} = 2\overline{AB}, \overline{AQ} = 3\overline{AD} \text{ и } \overline{AR} = 4\overline{AC}$$

(види цртеж). Определи ја плоштината на триаголникот  $PQR$ ?

A)  $W$       B)  $2W$       C)  $3W$       D)  $\frac{1}{2}W$

E) 0, т.е. точките  $P, Q, R$  се колинеарни

30. Даден е четирицифрен број таков што ако се избрише било која цифра, тогаш добиениот трицифрен број е делител на дадениот четирицифрен број. Колку четирицифрени броеви го имаат ова својство?

A) 5      B) 9      C) 14      D) 19      E) 23

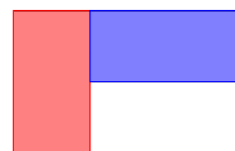
## Student (трета и четврта година) 2019

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

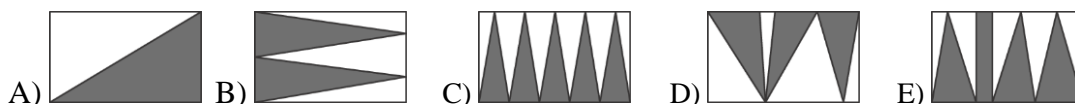
1. Знамето на државата Недојдија е во форма на правоаголник, кој е поделен на три складни правоаголници (цртеж десно). Определи го односот на страните на белиот правоаголник.



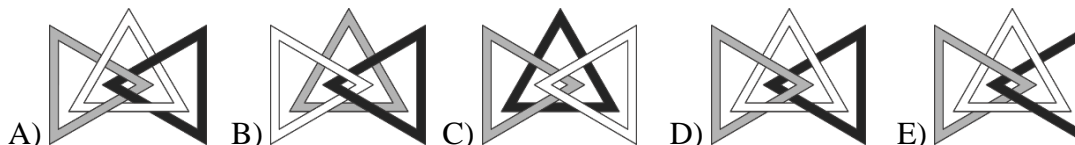
- A) 1:2      B) 2:3      C) 2:5      D) 3:7      E) 4:9
2. Броевите 1, 2, 3 и 4 се запишани во полињата на  $2 \times 2$  табелата прикажана на цртежот десно, во секое поле по еден број. Потоа се пресметани зборовите на броевите во двата реда и двете колони. Два од добиените зборови се 4 и 5. Кои се другите два збира?



- A) 6 и 6      B) 3 и 5      C) 4 и 5      D) 4 и 6      E) 5 и 6
3. Пет складни правоаголници се обоени со бела и сива боја. Во кој правоаголник сивата површина има најголема плоштина?

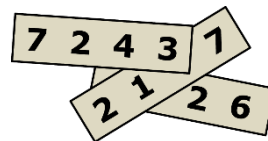


4. Три триаголници се меусебно поврзани како на цртежот десно. На кој од долните цртежи правоаголниците се поврзани на ист начин како на цртежот десно?



5. Една пирамида има 23 триаголни сида. Колку рабови има оваа пирамида?  
 A) 23      B) 24      C) 46      D) 48      E) 69

6. Три четирицифрени броја се запишани на три картончиња, како што е прикажано на цртежот десно. Збирот на трите броја е 11126. Три од цифрите со кои се запишани броевите се покриени. Кои се тие цифри?

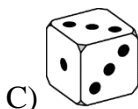
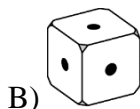
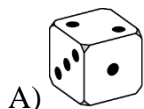


- A) 1, 4 и 7      B) 1, 5 и 7      C) 3, 3 и 3      D) 4, 5 и 6      E) 4, 5 и 7
7. Која е првата (крајна лева) цифра на најмалиот природен број чиј збир на цифри е еднаков на 2019?  
 A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

8. Марко во множеството реални броеви вовел нова операција  $\diamond$  определена со  $x \diamond y = y - x$ . Ако за реалните броеви  $a, b, c$  е исполнето  $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$  кое од следниве тврдења е точно?

- A)  $a = b$       B)  $b = c$       C)  $a = c$       D)  $a = 0$       E)  $c = 0$

9. На секој од шесте сида на хомогена коцка за играње има по 1, 2 или 3 точки. Веројатноста да падне 1 е  $\frac{1}{2}$ , веројатноста да падне 2 е  $\frac{1}{3}$  и веројатноста да падне 3 е  $\frac{1}{6}$ . На кој од следниве цртежи не може да е прикажана оваа коцка за играње?



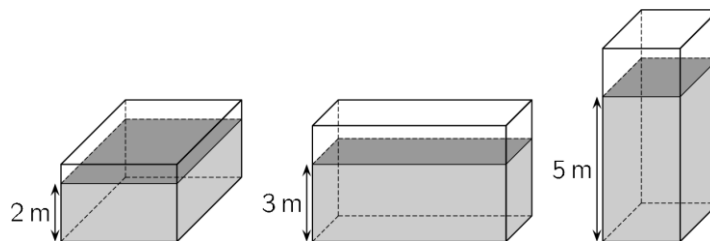
10. Колку од броевите од  $2^{10}$  до  $2^{13}$ , вклучувајќи ги овие броеви, се деливи со  $2^{10}$ ?  
 A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 16

11. Кој е најголемиот степен на 3 кој е делител на збирот  $7! + 8! + 9!$ ?  
 A)  $3^2$       B)  $3^4$       C)  $3^5$       D)  $3^6$   
 E) степен на 3 поголем од  $3^6$

12. Оваа година бројот на момчињата во мојот клас е зголемен за 20%, а бројот на девојчињата е намален за 20%. Сега имаме еден ученик повеќе од порано. Кој од следниве броеви може да биде бројот на учениците во мојот клас?

A) 22          B) 26          C) 29          D) 31          E) 34

13. Контејнер во форма на квадар е делумно наполнет со  $120\text{ m}^3$  вода. Длабочината на водата во контејнерот е еднаква на  $2\text{ m}$ ,  $3\text{ m}$  или



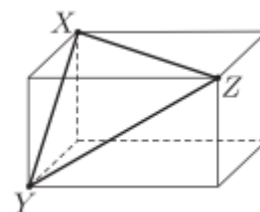
$5\text{ m}$ , во зависност од тоа на кој ѕид лежи контејнерот (цртеж десно). Определи го волуменот на контејнерот.

A)  $160\text{ m}^3$       B)  $180\text{ m}^3$       C)  $200\text{ m}^3$       D)  $220\text{ m}^3$       E)  $240\text{ m}^3$

14. Тројца пријатели Алекс, Боб и Карл одат на прошетка секој ден. Ако Алекс не носи капа, тогаш Боб носи капа. Ако Боб не носи капа, тогаш Карл носи капа. Денес Карл не носи капа. Кој со сигурност денес носи капа?

A) само Алекс и Боб                  B) само Алекс                  C) Алекс, Боб и Карл  
D) ниту Алекс ниту Боб              E) само Боб

15. Долините на страните на триаголникот  $XYZ$  се  $8\text{ cm}$ ,  $9\text{ cm}$  и  $\sqrt{55}\text{ cm}$ . Колку е должината на дијагоналата на квадратот?



A)  $\sqrt{90}\text{ cm}$           B)  $10\text{ cm}$           C)  $\sqrt{120}\text{ cm}$   
D)  $11\text{ cm}$           E)  $12\text{ cm}$

16. За природниот број  $n$  велиме дека е добар ако неговиот најголем делител, кој е помал од  $n$ , е  $n-6$ . Колку добри природни броеви постојат?

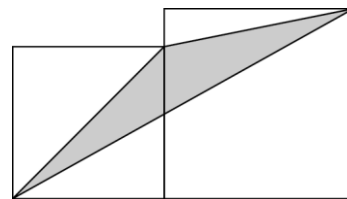
A) 1          B) 2          C) 3          D) 6          E) бесконечно многу

17. Кутија содржи 4 чоколадни и 1 овошна бомбона. Јован и Марија се менуваат извлекувајќи без враќање една бомбона од кутијата. Тој што ќе ја извлече овош-

ната бомбона победува. Јован извлекува прв. Која е веројатноста дека Марија ќе победи?

- A)  $\frac{2}{5}$       B)  $\frac{3}{5}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{5}{6}$       E)  $\frac{1}{3}$

18. На цртежот десно се прикажани два квадрата со должини на страни  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ). Определи ја плоштината на сивиот дел триаголник.



- A)  $\sqrt{ab}$       B)  $\frac{1}{2}a^2$       C)  $\frac{1}{2}b^2$       D)  $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$       E)  $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

19. Кој е целиот дел од  $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$  ?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 20      E) 25

20. За да ја пресмета вредноста на изразот  $\frac{a+b}{c}$  Елена на калкулаторот отчукала  $a+b \div c =$  и добила резултат 11 ( $a, b$  и  $c$  се природни броеви). Потоа таа отчукала  $b+a \div c =$  и на нејзино изненадување добила резултат 14. Елена сватила дека калкулаторот е дизајниран така што делењето го пресметува пред собирањето. Кој е точниот резултат на изразот  $\frac{a+b}{c}$  ?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

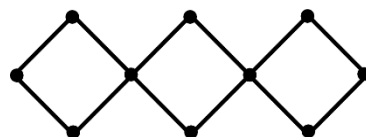
21. Нека  $a$  е збирот од сите позитивни делители на бројот 1024, а  $b$  е производот од сите позитивни делители на бројот 1024. Кое равенство е точно?

- A)  $(a-1)^5 = b$       B)  $(a+1)^5 = b$       C)  $a^5 = b$       D)  $a^5 - 1 = b$       E)  $a^5 + 1 = b$

22. Кое од дадените множества е множеството вредности на параметарот  $a$  за кои равенката  $2 - |x| = ax$  има точно две решенија?

- A)  $(-\infty, -1]$       B)  $(-1, 1)$       C)  $[1, +\infty)$       D)  $\{0\}$       E)  $\{-1, 1\}$

23. Темињата на мрежата прикажана на цртежот десно се нумерирани со броевите од 1 до 10. Збирот на



броевите со кои се нумерирани темињата на секој од трите квадрати е еднаков на  $S$ . Која е најмалата можна вредност на збирот  $S$ ?

- A) 10      B) 19      C) 20      D) 21      E) 22

24. Колку рамнини минуваат низ најмалку три темиња на дадена коцка?

- A) 6      B) 8      C) 12      D) 16      E) 20

25. Четири прави минуваат низ координатниот почеток и ја сечат параболата  $y = x^2 - 2$  во осум точки. Што може да биде производот на  $x$ -координатите на овие осум точки?

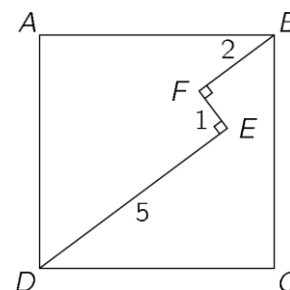
- A) само 16      B) само  $-16$       C) само 8      D) само  $-8$   
E) постојат неколку можни производи

26. За колку цели броеви  $n$  вредноста на изразот  $|n^2 - 2n - 3|$  е прост број?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) бесконечно многу

27. Искршената линија  $DEFB$  лежи во квадратот  $ABCD$  и важи  $DE \perp EF$  и  $EF \perp FB$ . Познато е дека  $\overline{DE} = 5$ ,  $\overline{EF} = 1$  и  $\overline{FB} = 2$ . Колкава е должината на страната на квадратот  $ABCD$ ?

- A)  $3\sqrt{2}$       B)  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$       C)  $\frac{11}{2}$       D)  $5\sqrt{2}$



E) ниту една од наведените вредности

28. Првиот член на низата  $a_1, a_2, a_3, \dots$  е  $a_1 = 40$ . За  $n \geq 1$  членот на низата  $a_{n+1}$  се добива така што на бројот 1 се додава збирот на цифрите на  $a_n$  и потоа се квадрира добиениот број. На пример,

$$a_2 = (1 + 4 + 0)^2 = 25 \text{ и } a_3 = (1 + 2 + 5)^2 = 64.$$

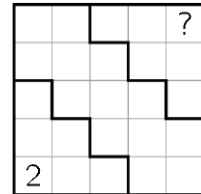
Опреди го  $a_{2019}$ .

- A) 121      B) 64      C) 49      D) 40      E) 25

29. Од множеството  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$  без гледање одеднаш се извлекуваат три броја. Која е веројатноста еден од извлечените броеви да е еднаков на аритметичката среднина на другите два броја?

A)  $\frac{1}{10}$       B)  $\frac{1}{6}$       C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{2}$

30. Во единечните квадратчиња на квадратот прикажан на цртежот десно се запишани броеви така што секој ред и секоја колона ги содржи броевите 1, 2, 3, 4 и 5. Освен тоа, збирот на броевите запишани во секој од трите дела ограничени со задебелените линии е еднаков. Определи го бројот кој е запишан во десното горно поле (полето во кое е знакот ?).



A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

## ОДГОВОРИ 2019

	Junior	Student
1	D	A
2	B	E
3	E	E
4	C	D
5	B	C
6	B	B
7	C	B
8	B	D
9	A	C
10	B	D
11	C	D
12	C	B
13	E	E
14	B	D
15	D	B
16	B	C
17	A	A
18	C	B
19	D	A
20	E	E
21	A	B
22	E	B
23	B	C
24	B	E
25	C	A
26	C	D
27	D	E
28	B	B
29	A	D
30	C	C