

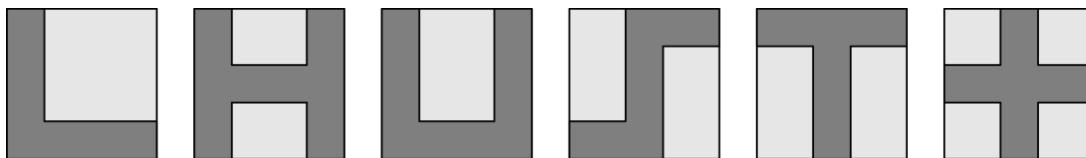
Junior (прва и втора година) 2013

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

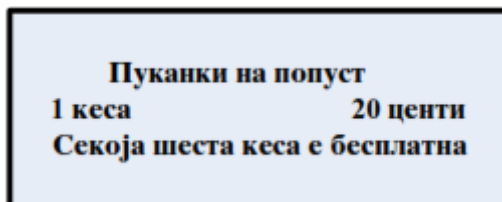
Тестот се работи 1 час и 15 минути.

- Кој од дадените броеви не е делител на разликата $20013 - 2013$
 A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11
- Михаил нацртал 6 еднакви квадрати, при што во секој од нив обоил област, како на цртежот.



Колку од овие области имаат периметар, еднаков на периметарот на целиот квадрат?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
- Денес чичко Павел дал попуст на пуканките и госпоѓата Мартина купи по 4 кеси пуканки за секој член од своето четиричлено семејство. На таблата пишувало:



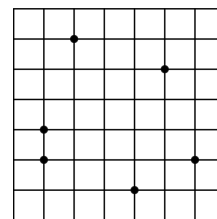
Колку пари платила Мартина за пуканките?

- A) 0,80 € B) 1,20 € C) 2,80 € D) 3,20 € E) 80 €
- Три од броевите 2, 4, 16, 25, 50 и 125 имаат производ 1000. Колку е нивниот збир?

- A) 70 B) 77 C) 131 D) 143

E) ниту еден од понудените одговори

5. Во квадратна мрежа од полиња со димензии 1×1 се обележани 6 точки како што е прикажано на цртежот десно. Павел избрал три од овие точки за темиња на триаголник. Колкава е најмалата можна плоштина на таков триаголник?

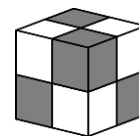


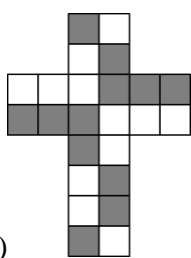
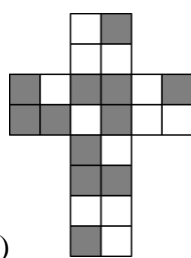
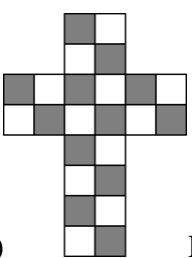
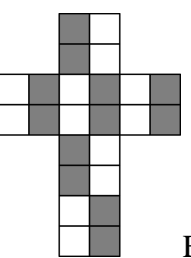
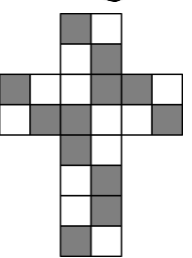
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

6. Кој од дадените броеви е еднаков на збирот $4^{15} + 8^{10}$?

- A) 2^{10} B) 2^{15} C) 2^{20} D) 2^{30} E) 2^{31}

7. Коцката прикажана на цртежот десно е составена од четири бели и четири сиви коцки. Која е мрежата на оваа коцка?

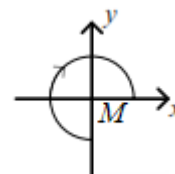


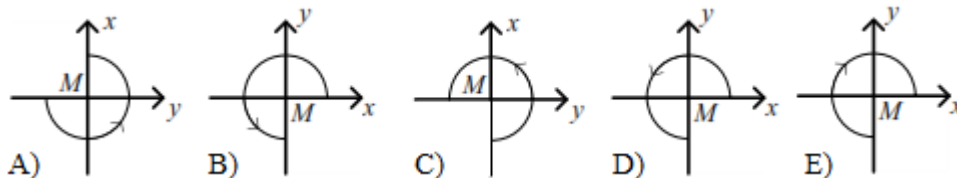
- A)  B)  C)  D)  E) 

8. Нека n е најголемиот природен број за кој бројот $4n$ е трицифрен, а m е најмалиот природен број за кој бројот $4m$ е трицифрен. Колку е разликата $4n - 4m$?

- A) 900 B) 899 C) 896 D) 225 E) 224

9. Дадени се лак еднаков на три четвртини од кружница со центар M и ориентација како на цртежот десно. Дамјан, прво го заротираше лакот за 90° обратно од движењето на стрелката на часовникот, а потоа симетрично го пресликал во однос на x -оската. Кој цртеж го добил Дамјан?

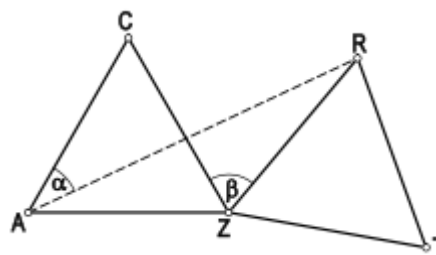




10. Кој од дадените броеви е најголем?

- A) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ B) $\sqrt{20} \cdot 13$ C) $20 \cdot \sqrt{13}$ D) $\sqrt{201} \cdot 3$ E) $\sqrt{2013}$

11. Триаголникот RZT е добиен со ротација на рамностранот триаголник AZC околу точката Z , каде $\beta = \angle CZR = 70^\circ$. Определи ја мерката на агоот $\alpha = \angle CAR$.



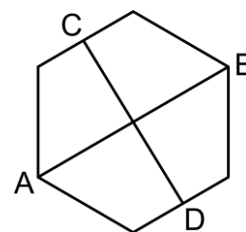
- A) 20° B) 25° C) 30°
D) 35° E) 40°

12. На цртежот десно е претставен цик-цак примерок составен од шест квадрати со димензија 1×1 . Периметарот му е 14. Колку е периметарот на цик-цак примерокот кој е составен од 2013 квадрати?



- A) 2022 B) 4028 C) 4032 D) 6038 E) 8050

13. Отсечката AB поврзува две спротивни темиња на правилен честаголник, а отсечката CD ги поврзува средините на две негови спротивни страни. Плоштината на шестаголникот е 60. Колку е $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$?



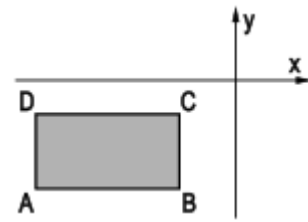
- A) 40 B) 50 C) 60 D) 80 E) 100

14. Сите ученици од едно одделение правеле тест. Ако секое момче има 3 поени повеќе на тестот, тогаш просечниот резултат на тестот ќе се зголеми за 1,2 поени. Колкав е процентот на девојчињата во тоа одделение?

- A) 20% B) 30% C) 40% D) 60%

E) не е можно да се определи

15. Правоаголникот $ABCD$ лежи под апсцисата и е лево од ординатата, а неговите страни се паралелни со координатните оски. За секое теме A, B, C, D е формиран количникот од неговата ордината y и неговата апсциса x . За кое теме овој количник е најмал?

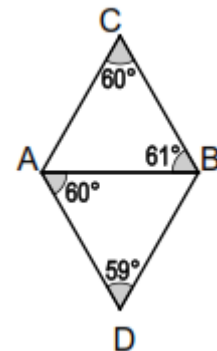


- A) A B) B C) C D) D
E) зависи од димензиите на правоаголникот

16. Денес, 21.03.2013 година, Симон и неговиот син ги слават своите родендени. Симон ги помножил своите години и годините на синот и го добил бројот 2013. Која година е роден Симон?

- A) 1981 B) 1982 C) 1953 D) 1952 E) не е можно да се определени

17. Димитар сакал од картон да направи два идентични рамнострани триаголника со чија помош ќе состави ромб. Кога завршил тој измерил четири агли и заклучил дека тие не се еднакви. Која од дадените отсечки има најголема должина?



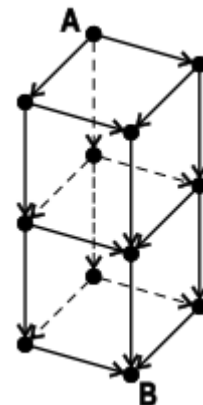
- A) AD B) AC C) AB D) BC E) BD

18. Јован сака да запише пет последователни природни броја такви што збирот на три од нив е еднаков на збирот на преостанатите два. Колку такви различни петорки може да запише Јован?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

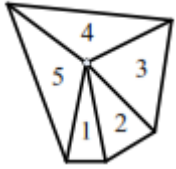
19. Колку различни патишта во дадениот дијаграм постојат од точката A до точката B , ако се движиме само во насока на стрелките на дијаграмот?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15



20. Даден е шестцифрен број, кај кој збирот на неговите цифри е парен, а производот на неговите цифри е непарен број. Кое тврдење е точно за таков број?

- A) Или две или четири негови цифри се парни.

- В) Таков број не постои.
 С) Во записот на бројот има непарен број непарни цифри.
 Д) Таков број постои и неговите цифри се по парови различни.
 Е) Ниту едно од горните тврдења.
21. Бројот $\frac{1}{1024000}$ е запишан како децимален број со најмал можен број цифри. Колку цифри има по децималната запирка?
 А) 10 В) 12 С) 13 Д) 14 Е) 1024000
22. На еден остров имало 2013 жители. Некои од нив се витези, а останатите се лажговци. Витезите секогаш ја зборуваат вистината, а лажговците секогаш лажат. Секој ден еден од жителите велел: По моето заминување од островот, бројот на витези на островот ќе биде ист со бројот лажговци, и потоа заминувал од островот. По 2013 искажувања сите жители на островот заминале. Колку од нив биле лажговци?
 А) 0 В) 1006 С) 1007 Д) 2013 Е) не е можно да се определи
23. Во бројниот ребус $\overline{AB} + \overline{BA} = 187$ на различни букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри. Колку е производот $A \cdot B$?
 А) 0 В) 16 С) 17 Д) 56 Е) 72
24. На цртежот се прикажани пет рамнокраки триаголници со агли наспроти основите $24^\circ, 48^\circ, 72^\circ, 96^\circ$ и 120° , кои се последователни содржатели на најмалиот агол меу нив. Сакаме да нацртаме цртеж со најголем можен број такви триаголници. Колку во тој случај треба да има најмалиот агол во низата, ако степенските мерки на сите агли се природни броеви?
- 
- А) 1° В) 2° С) 3° Д) 6° Е) 8°
25. Симон група од три броја во еден чекор ја менува во друга група од три броја на следниов начин: секој од броевите го менува со збирот на другите два броја. На пример од броевите 3, 4, 6 ги добива броевите 10, 9, 7, а од нив ги добива брое-

- вите 16, 17, 19. Колку чекори треба да реализира Симон за да тргнуваји од броевите 1, 2, 3 добие група во која ќе биде бројот 2013?
- A) 8 B) 9 C) 10 D) повеќе од 10
E) бројот 2013 не може да се појави
26. Од природните броеви од 1 до 22 се формирани единаесет дробки, при што секој број е употребен точно еднаш. Колку од добиените дробки најмногу може да имаат целобројна вредност?
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
27. Определи го бројот на триаголниците чии темиња се меу темињата на правилен 13-аголник, при што центарот на опишаната кружница околу 13-аголникот е во внатрешноста на триаголникот.
- A) 72 B) 85 C) 91 D) 100 E) друг број
28. Броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 произволно се распоредени на кружница. Потоа истовремено секој број се собира со своите два соседи, при што се добиваат нови десет броеви. Која е најголемата можна вредност на најмалиот од вака добиените броеви?
- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18
29. Автомобил тргнал од точката A и се движи со рамномерна брзина од 50 km/h . Потоа на секој час од точката A тргнува нов автомобил и секој автомобил е за 1 km/h побрз од претходниот. Последниот автомобил тргнал 50 часа по првиот автомобил (со брзина 100 km/h). Со која брзина се движи автомобилот кој е на почетокот на колоната по 100 часа од поаањето на првиот автомобил?
- A) 50 km/h B) 66 km/h C) 75 km/h D) 84 km/h E) 100 km/h
30. На една страна на патот треба да се посадат садници на даб и бреза. Притоа меѓу било кои две дабови садници не смее да има пет садници (било какви). Кој е најголемиот можен број дабови садници што смее да се посадат?
- A) 48 B) 50 C) 52 D) 60
E) таков распоред не е можен

Student (трета и четврт година) 2013

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

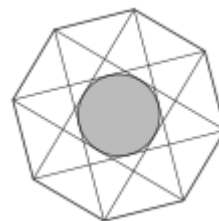
Тестот се работи 1 час и 15 минути.

1. Кој од следниве броеви е најголем?

- A) 2013 B) 2^{0+13} C) 20^{13} D) 201^3 E) $20 \cdot 13$

2. Правилниот осумаголник на цртежот има страна еднаква на 10. Колку е радиусот на кружницата впишана во малиот осумаголник формиран од дијагоналите на почетниот осумаголник?

- A) 10 B) 7,5 C) 5 D) 2,5 E) 2



3. Една призма има вкупно 2013 сидови. Колку рабови има призмата?

- A) 2011 B) 2013 C) 4022 D) 4024 E) 6033

4. Колку е третиот корен од 3^{3^3} ?

- A) 3^3 B) 3^{3^3-1} C) 3^{2^3} D) 3^{3^2} E) $\sqrt{3^3}$

5. Годидната 2013 е таква што цифрите со кои е запишана се последователни броеви. Колку години поминале од последниот пат кога годината била запишана со број со истото својство?

- A) 467 B) 527 C) 581 D) 693 E) 990

6. Нека f е линеарна функција за која што важи $f(2013) - f(2001) = 100$. Колку е $f(2031) - f(2013)$?

- A) 75 B) 100 C) 120 D) 150 E) 180

7. Нека $2 < x < 3$. Колку од следниве тврдења

$$4 < x^2 < 9, \quad 4 < 2x < 9, \quad 6 < 3x < 9, \quad 0 < x^2 - 2x < 3$$

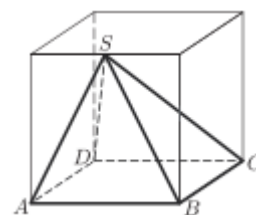
се точни?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. Шест херои заробиле 20 криминалци. Првиот херој заробил 1 криминалец, вториот заробил 2 криминалци, а третиот заробил 3 криминалци. Четвртиот херој заробил повеќе криминалци отколку било кој од останатите пет херои. Кој е најмалиот број на криминалци кои ги фатил четвртиот херој?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

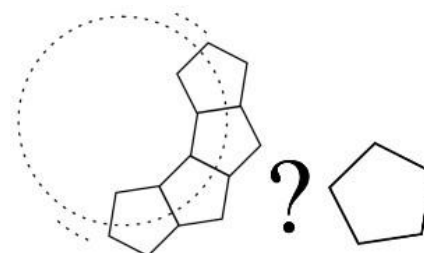
9. Внатре во прозирна коцката е сместена непрозирна пирамида $ABCD S$ со основа $ABCD$, чијшто врв S лежи точно во средината на еден раб од коцката (види цртеж). Ја гледаме пирамидата од горе, од долу, од назад, од напред, од десно и од лево. Кој од овие погледи нема да го видиме?



10. Кога одредена тврда супстанца ќе се стопи, нејзиниот волумен се зголемува за $\frac{1}{12}$. За колку нејзиниот волумен ќе се намали кога таа повторно ќе се стврдне?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{14}$

11. Раде има идентични пластични плочки во форма на правилен пентаголник. Тој ги лепи рабовите со рабовите за да формира круг како што е прикажано на цртежот. Колку плочки употребил Раде за да го затвори кругот?

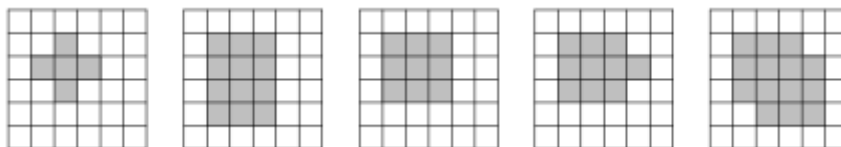


- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

12. Колку природни броеви n се такви што и бројот $\frac{n}{3}$ и бројот $3n$ се трицифрени броеви?

A) 12 B) 33 C) 34 D) 100 E) 300

13. На под со квадратни плочки е ставен тепих во форма на круг. Сите плочки кои имаат повеќе од една заедничка точка со тепихот се обоени во сиво. Кој од следните обоени цртежи е невозможен?

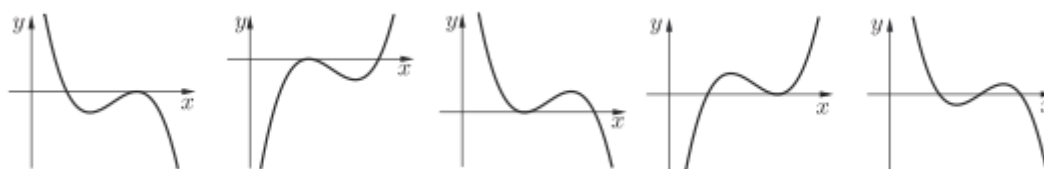


A) B) C) D) E)

14. За функцијата f дефинирана на множеството цели броеви даден е следниов исказ: „За секој парен број x , бројот $f(x)$ е парен.“ Како гласи негацијата на овој исказ?

- A) За секој парен број x , бројот $f(x)$ е непарен.
 B) За секој непарен број x , бројот $f(x)$ е парен.
 C) За секој непарен број x , бројот $f(x)$ е непарен.
 D) Постои парен број x , таков што бројот $f(x)$ е непарен.
 E) Постои непарен број x , таков што бројот $f(x)$ е непарен.

15. Дадена е функцијата $W(x) = (a-x)(b-x)^2$, каде што $a < b$. На кој од дадените цртежи е прикажан нејзиниот график?



A) B) C) D) E)

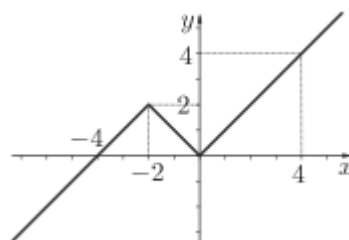
16. Да разгледаме правоаголник со една страна со должина 5. Правоаголникот може да се исече на квадрат и друг правоаголник, од кои едниот има плоштина 4. Колку такви правоаголници постојат?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. Васко нацртал график на функцијата $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, составен од две полуправи и една отсечка (види цртеж). Колку решенија има равенката

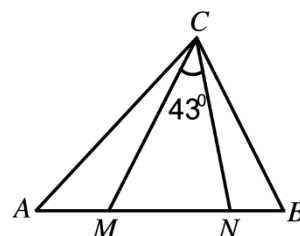
$$f(f(f(x))) = 0?$$

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0



18. Во триаголникот ABC точките M и N кои лежат на страната AB се такви што $\overline{AN} = \overline{AC}$ и $\overline{BM} = \overline{BC}$. Ако $\angle MCN = 43^\circ$, колку е $\angle ACB$?

- A) 86° B) 89° C) 90° D) 92° E) 94°



19. Колку парови (x, y) од природни броеви ја задоволуваат равенката $x^2 y^3 = 6^{12}$?
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) друг одговор

20. Во кутија има 900 карти нумерирани со броевите од 100 до 999. Било кои две карти се нумерирани со различни броеви. Бојан избира неколку карти и за секоја од нив го пресметгува збирот на цифрите на бројот со кој е нумерирана картата. Колку најмалку карти треба да избере, со цел да биде сигурен дека ќе има три карти со еднакви зборови на цифрите?

- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

21. Колку има парови цели броеви (x, y) , за кои $x \leq y$ и нивниот производ е еднаков на петкратната вредност на нивниот збир?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

22. Нека $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ е периодична функција со период 5 и рестрикцијата на f на $[-2, 3]$ е $f(x) = x^2$. Колку е $f(2013)$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9

23. Најди го минималниот број тетиви на дадена кружница, за кои бројот на пресечните точки во внатрешноста на кружницата е поголем од 50.
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13
24. Колку реални решенија (x, y) има равенката $x^2 + y^2 = |x| + |y|$?
A) 1 B) 5 C) 8 D) 9 E) бесконечно многу
25. Нека $f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ е функцијата определена со $f(n) = \frac{n}{2}$ ако n е парен број и $f(n) = \frac{n-1}{2}$ ако n е непарен број. За $k \in \mathbb{N}$ имаме $f^k(n) = f(f(f(\dots f(n)\dots)))$ каде симболот f се јавува k пати. Колку решенија има равенката $f^{2013}(n) = 1$?
A) 0 B) 4026 C) 2^{2012} D) 2^{2013} E) бесконечно многу
26. Во рамнина се повлечени неколку прави. Правата a се сече со точно три други прави, а правата b се сече со точно четири други прави. Правата c се сече со точно n други прави и притоа $n \neq 3$ и $n \neq 4$. Одреди го бројот на прави нацртани во рамнината.
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) друго решение
27. Збирот на првите n природни броеви е трицифрен број на кој сите цифри му се исти. Колку е збирот на цифрите на n ?
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18
28. На островот на Витезите и Коњушарите живееле само два типа луѓе: Витези (кои секогаш ја зборуваат вистината) и Коњушари (кои секогаш лажат). Сретнав двајца луѓе кои таму живеат и го прашав повисокиот човек дали се и двајцата Витези? Тој ми одговори, но не можев да откријам што се, па го прашав понискиот човек дали повисокиот е Витез? Откако тој ми одговори, јас знаев што се. Што биле луѓето?
A) Двајцата биле Витези
B) Двајцата биле коњушари
C) Повисокиот бил Витез, а понискиот Коњушар

D) Повисокиот бил Коњушар, а понискиот Витез

E) Нема доволно податоци

29. Јулија напишала алгоритам со цел да конструира низа од броеви

$$a_1 = 1, a_{m+n} = a_m + a_n + mn, m, n \in \mathbb{N}.$$

Колку е a_{100} ?

A) 100

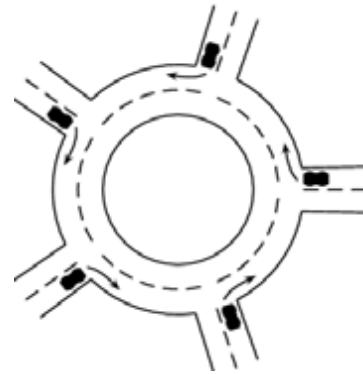
B) 1000

C) 2012

D) 4950

E) 5050

30. Во кружниот тек прикажан на цртежот влегуваат пет автомобили истовремено и секој влегува од различен правец. Секој автомобил вози помалку од еден круг и секој автомобил го напушта кружниот тек од различен излез. Колку вакви различни комбинации постојат за автомобилите што излегуваат од кружниот тек?



A) 24

B) 44

C) 60

D) 81

E) 120

ОДГОВОРИ 2013

	Junior	Student
1	D	C
2	C	C
3	C	E
4	C	D
5	C	C
6	E	D
7	E	E
8	C	B
9	D	E
10	C	D
11	D	C
12	B	A
13	D	E
14	D	D
15	D	A
16	D	D
17	A	A
18	C	E
19	D	E
20	E	C
21	C	A
22	B	D
23	E	C
24	C	E
25	E	D
26	D	C
27	C	B
28	B	D
29	C	E
30	C	B