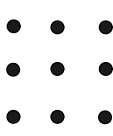


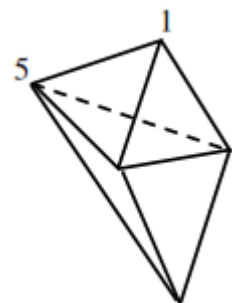
Junior (прва и втора година) 2009

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

- Кој од следните броеви е делив со 3:
 A) 2009 B) $2+0+0+9$ C) $(2+0)(0+9)$ D) 2^9 E) $200-9$
- Кој е минималниот број на точки кои треба да се отстранат од квадратната шема дадена на цртежот, така што во точките кои ќе останат да нема три колинеарни? 
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7
- На една популарна трка учествувале 2009 атлетичари. Бројот на натпреварувачи кои Давид ги победил е трипати поголем од бројот на натпреварувачи кои него го победиле. Кое место го освоил Давид на трката?
 A) 503 B) 501 C) 500 D) 1503 E) 1507
- Колку е вредноста на $\frac{1}{2}$ од $\frac{2}{3}$ од $\frac{3}{4}$ од $\frac{4}{5}$ од $\frac{5}{6}$ од $\frac{6}{7}$ од $\frac{7}{8}$ од $\frac{8}{9}$ од $\frac{9}{10}$ од 1000?
 A) 250 B) 200 C) 100 D) 50 E) друг одговор
- Во бројот добиен со последователно запишување 2009 пати на бројот 2009, збирот на непарните цифри по кои непосредно следува парна цифра е еднаков на:
 A) 2 B) 9 C) 4018 D) 18072 E) 18081
- Едно тело е формирано од 6 триаголници. Во секое негово теме е запишан по еден број. За секој ѕид е пресметан збирот на броевите во неговите темиња, и сите пресметани



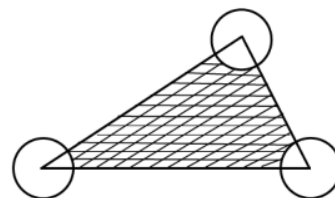
зборови се еднакви. Два од запишаните броеви се 1 и 5 како на цртежот. Колку е збирот на сите запишани броеви во темињата на телото?

- A) 9 B) 12 C) 17 D) 18 E) 24

7. Колку природни броеви имаат својство да нивните кубови и квадрати имаат еднаков број цифри (во декаден броен систем)?

- A) 0 B) 3 C) 4 D) 9 E) бесконечно многу

8. Плоштината на триаголникот е $80 m^2$, а радиусите на кружниците со центри во темињата на триаголникот се $2 m$. Колку е плоштината на штрафираниот дел на цртежот, изразена во m^2 ?

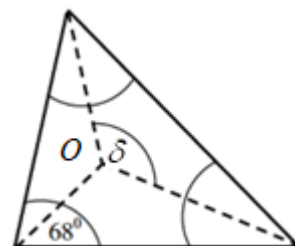


- A) 76 B) $80 - 2\pi$ C) $40 - 4\pi$ D) $80 - \pi$ E) 78π

9. Огнен последователно запишал седум броеви. Почнувајќи од третиот број секој од нив е збир на претходните два броја. Четвртиот запишан број е еднаков на 6, а шестиот запишан број е еднаков на 15. Кој е седмиот запишан број?

- A) 9 B) 16 C) 21 D) 22 E) 24

10. Триаголникот на цртежот има еден агол еднаков на 68° . Трите симетрали на аглиите се сечат во точката O . Определи го аголот δ ?

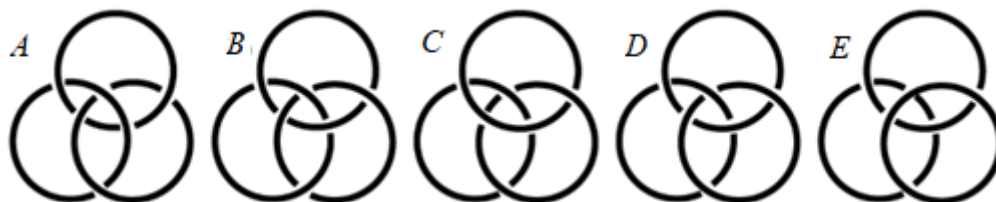


- A) 120° B) 124° C) 128° D) 132° E) 136°

11. При секое тестирање оценките кои може да се добијат се 0, 1, 2, 3, 4 или 5. По четири тестирања просечната оценка на Марија е 4. Еден од следните искази не е точен. Кој е тој

- A) Марија добила само оценки 4
 B) Марија добила оценка 3 точно двапати
 C) Марија добила оцена 3 точно три пати
 D) Марија добила оцена 1 точно еднаш
 E) Марија добила оцена 4 точно двапати

12. Борманови прстени се три прстени, кои се сврзани така, што никој од нив не може да се оддели без кинење, но ако било кој прстен се оддели, тогаш преостанатите два не се поврзани еден со друг. На кој од следните цртежи се нацртани Борманови прстени?



A) A B) B C) C D) D E) E

13. На еден остров живеат само витези и лажливци. Лажливците секогаш лажат, а витезите секогаш ја говорат вистината. Во еден ред биле наредени 25 жители на островот. Сите членови во редот, освен првиот, вели дека тој пред него во редот е лажливец, а првиот во редот вели дека останатите членови во редот се лажливци. Колку членови во редот се лажливци?

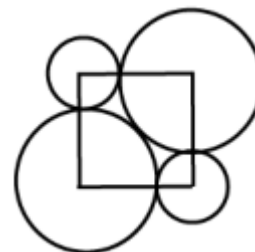
A) 0 B) 12 C) 13 D) 24

E) не е можно да се определи

14. Ако $a*b = ab + a + b$ и $3*5 = 2*x$, тогаш x е еднаков на:

A) 3 B) 6 C) 7 D) 10 E) 12

15. Темињата на квадратот се центри на кружници: две големи и два мали. Големите кружници се допираат меѓу себе и секоја од нив се допира со двете мали кружници (види цртеж). Определи го односот на радиусот на поголемата и радиусот на помалата кружница?



A) $\frac{2}{9}$ B) $\sqrt{5}$ C) $1 + \sqrt{2}$ D) 2,5 E) $0,8\pi$

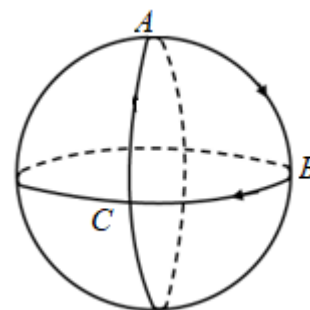
16. Разликата меѓу \sqrt{n} и 10 е помала од 1. Колку такви природни броеви n постојат?

A) 19 B) 20 C) 39 D) 40 E) 41

17. Петко напишал во една редица неколку природни броеви кои не се поголеми од 10. Робинзон Крусо ги разгледал и забележал дека за секој пар соседни броеви, едниот од нив е делител на другиот. Колку најмногу такви броеви може да се запишат?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

18. Три кружни прстени се споени заедно, така што секој два се наоѓаат под прав агол, како што е прикажано на цртежот, т.е. рамнините во кои лежат се по парови заемно нормални. Една бубамара слетала во точката A и почнала да лази околу прстенот кон точката B , како што е прикажано на цртежот во правец на стрелката. Лазењето го продолжила на след-



ниот начин: поминала четвртина кружница и завртела десно за 90° , патувала четвртина кружница и завртела лево за 90° , патувала четвртина кружница и завртела десно за 90° итн. Продолжувајќи на овој начин, колку четвртини од кружниците треба да помине бубамарата за да се врати во точката A ?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

19. Колку нули треба да се стават на местото на *, така што децималниот број $1,*1$ што се добива е број поголем од $\frac{20009}{20008}$, а е помал од $\frac{2009}{2008}$?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20. Ако $a = 2^{25}$, $b = 8^8$ и $c = 3^{11}$, тогаш

A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $c < b < a$ D) $c < a < b$ E) $b < c < a$

21. Колку десетцифрени броеви може да се запишат со цифрите 1, 2 и 3, така што две соседни цифри се разликуваат за 1.

A) 16 B) 32 C) 64 D) 80 E) 100

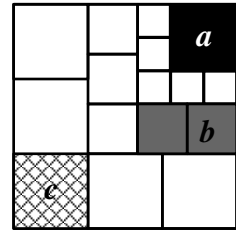
22. Матео има 2009 коцки $1 \times 1 \times 1$ и 2009 стикери 1×1 . Тој со сите коцки сака да направи квадар и целосно еднадвор да го покрие со стикери.

Колку стикери му останале?

- A) повеќе од 1000 B) 763 C) 476 D) 49
 E) Матео не може да ја постигне саканата цел

23. Квадрат е поделен на 16 помали квадрати, при што плоштината на црниот дел е a , на сивиот е b и на шрафираниот е c , како на цртежот. Кој од следните одговори е точен?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
 D) $b < c < a$ E) $c < a < b$



24. Неколку портокали, јаболка, банани и круши се наредени во редица така, што за секој вид овошје постои негов претставник, кој се наоѓа непосредно до претставникот на било кој од останатите видови овошје. Кој е најмалиот број плодови во редицата?

- A) 4 B) 5 C) 8 D) 11
 E) таков распоред не е можен

25. Кој е најмалиот природен број n за кој $(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \dots \cdot (n^2 - 1)$ е точен квадрат?

- A) 6 B) 8 C) 16 D) 27 E) друг одговор

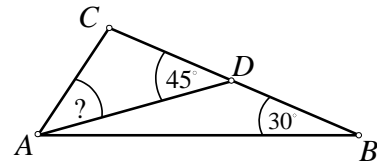
26. Најмалиот делител на еден природен број N кој е поголем од 1 е 45 пати помал од најголемиот негов делител кој е помал од N . Колку такви природни броеви има?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) повеќе од 2
 E) не може да се определи

27. Едно кенгурче се наоѓа во координатниот почеток на еден правоаголен координатен систем во рамнина. Тоа може да скокне за единица вертикално или за единица хоризонтално. Во колку точки од рамнината може да стаса кенгурчето по 10 скока?

- A) 121 B) 100 C) 400 D) 441
 E) ниту еден од дадените одговори

28. Нека AD е тежишна линија во триаголникот ABC . Аголот $\angle ABC$ има 30° , а аголот $\angle ADC$ има 45° . Колку степени има аголот $\angle CAD$?



- A) 45° B) 30° C) 25° D) 20° E) 15°
29. Која е најголемата вредност за k , за која 3^k е делител на $1 \cdot 11 \cdot 111 \cdot \dots \cdot \underbrace{111\dots1}_{24 \text{ пати}}$.

- A) 20 B) 15 C) 12 D) 10 E) 8

30. Квадратна шема 3×3 треба да се дополни до магичен квадрат (збирот на броевите во секоја редица, секоја колона и дијагонала е ист). Ако два од броевите се дадени (види цртеж), колку е бројот a ?

a		
		47
	63	

- A) 16 B) 51 C) 54 D) 55 E) 110

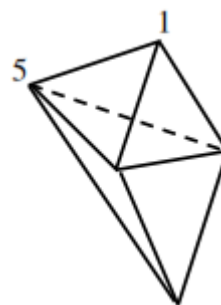
Student (трета и четврта година) 2009

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

- Во еден аквариум имало 200 риби, при што 1% од нив биле сино, а останатите биле жолти риби. Колку жолти риби треба да се отстранат од аквариумот, за да од рибите што останале во аквариумот сините риби се 2%.
A) 2 B) 4 C) 20 D) 50 E) 100
- Кој е најголем од следните броеви?
A) $\sqrt{2} - \sqrt{1}$ B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ C) $\sqrt{4} - \sqrt{3}$ D) $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ E) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$
- За колку природни броеви n , бројот $n^2 + n$ е прост број?
A) 0 B) 1 C) 2
D) конечно многу повеќе од 2 E) бесконечно многу
- Ана, Анета и Александра отишле на кафе. Секоја од нив платила три сока, два сладоледи и пет колачиња. Која од следните суми е можната вкупна заедничка сметка?
A) 15,92 B) 15,82 C) 15,72 D) 15,62 E) 15,52
- Едно тело е формирано од 6 триаголници. Во секое негово теме е запишан по еден број. За секој ѕид е пресметан збирот на броевите во неговите темиња, и сите пресметани зборови се еднакви. Два од запишаните броеви се 1 и 5 како на цртежот. Колку е збирот на сите запишани броеви во темињата на телото?
A) 9 B) 12 C) 17 D) 18 E) 24



6. Кружниците $k(F,13)$ и $k(G,15)$ се сечат во точките P и Q . Должината на отсечката PQ е 24. Колку е должината на отсечката FG ?

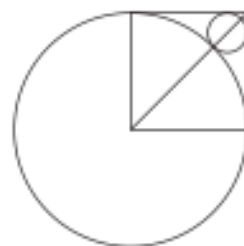
A) 2 B) 5 C) 9 D) 14 E) друг одговор

7. Во една кутија се наоѓаат 2 бели, 3 црвени и 4 сини чорапи. Анета знае дека три од нив се скинати, но не знае од која боја се тие. Колку чорапи треба да земе Анета од кутијата за да во нив има еден пар здрави чорапи од иста боја?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 7 E) 8

8. Квадратот даден на цртежот има страна еднаква на 1. Колку е радиусот на малата кружница?

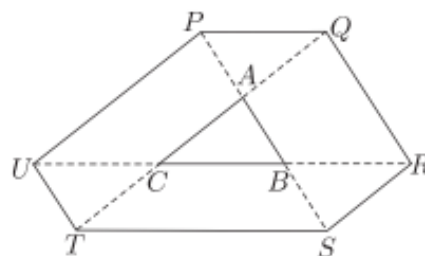
A) $\sqrt{2}-1$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
 D) $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $(1-\sqrt{2})^2$



9. Страните на триаголникот ABC се продолжени преку нивните крајни точки до точките P, Q, R, S, T, U така што

$$\overline{PA} = \overline{AB} = \overline{BS}, \quad \overline{QA} = \overline{AC} = \overline{CT}, \quad \overline{UC} = \overline{CB} = \overline{BR}$$

(види цртеж). Колку е плоштината на шест-аголникот $PQRSTU$.



A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) не може да се определи

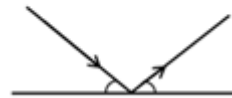
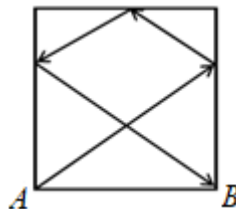
10. Квадратчињата на квадратна шема со димензии 5×5 треба да се обојат со боите A, B, C и D . Секое квадратче да се обои во една боја и две соседни квадратчиња треба да се обоени во различни бои. Две квадратчиња се соседни ако имаат заедничко теме.

A	B			
C	D			
		B		
B				

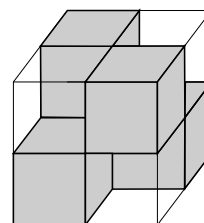
Некои од квадратчињата се веќе обоени, како што е прикажано на цртежот. Во кои бои може да биде обоено затемнетото квадратче?

A) A или B B) само C C) само D
 D) C или D E) секоја од боите A, B, C, D

11. Маса за билјард има форма на квадрат со страна 2 m , и од темето A е исфрлена една топка (види цртеж). По удирањето на исфрлената топка во трите страни, како што е прикажано, таа се вратила во темето B (топката од секоја страна се одбива под ист агол под кој што удира). Колку метри се тркалала топката?



- A) 7 B) $2\sqrt{13}$ C) 8 D) $4\sqrt{3}$ E) $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$
12. Во една група од 2009 кенгури, некои се бели а некои црни. При тоа, еден бел кенгур е повисок од точно 8 црни кенгури, еден бел кенгур е повисок од точно 9 црни кенгури, еден бел кенгур е повисок од точно 10 црни кенгури, и така натаму, точно еден бел кенгур е повисок од сите црни кенгури. Колку кенгури во групата биле бели?
- A) 1000 B) 1001 C) 1002 D) 1003
E) таква ситуација не е можна
13. На еден остров некои од жителите се лажговци. Лажговците секогаш лажат, а другите жители на островот секогаш ја зборуваат вистината. Во една редица биле наредени 25 жители од островот. Секој од нив, освен првиот, рекол дека тој што е пред него во редот е лажго. Првиот рекол дека сите останати членови на редот се лажговци. Колку лажговци има во редот?
- A) 13 B) 12 C) 0 D) 24 E) друг одговор
14. Коцка со раб 2 е составена од 8 коцки со раб 1, четири црни-непрозирни и четири прозирни. Тие се поставени така што коцката со раб 2 е непрозирна кога гледаме од било која страна на коцката (види цртеж). Кој е најмалиот број на црни непрозирни коцки кои треба да се употребат за да се направи коцка со раб 3, така што коцката да биде непрозирна кога гледаме од било која нејзина страна?



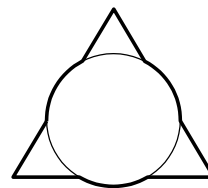
- A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 18

15. Која е цифрата на единиците на вредноста на изразот

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 2008^2 + 2009^2?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

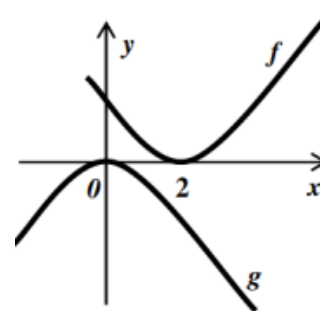
16. Центарот на кружница со радиус 1 cm е во центарот на рамностран триаголник со страна 3 cm. Колку е должината на задебелената линија?



- A) $3 + 2\pi$ B) $6 + \pi$ C) $9 + \frac{\pi}{3}$ D) 3π E) $9 + \pi$

17. Графиците на реалните функции се дадени на цртежот. Која е зависноста меѓу f и g ?

- A) $g(x) = f(x+2)$ B) $g(x-2) = -f(x)$
 C) $g(x) = f(-x+2)$ D) $g(-x) = -f(-x+2)$
 E) $g(2-x) = -f(x)$

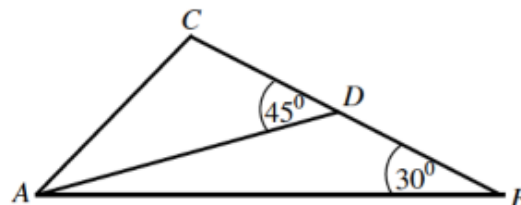


18. На една математичка олимпијада учествувале 100 ученици, кои решавале тест кој имал 4 задачи. Првата задача ја решиле 90 натпреварувачи, втората задача ја решиле 85 натпреварувачи, третата задача ја решиле 80 натпреварувачи, а четвртата задача ја решиле 75 натпреварувачи. Кој е најмалиот можен број на натпреварувачи кои ги решиле сите четири задачи?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

19. Даден е $\triangle ABC$ со $\angle ABC = 30^\circ$. Определи го $\angle CAD$, ако $\angle ADC = 45^\circ$ и D е средина на BC .

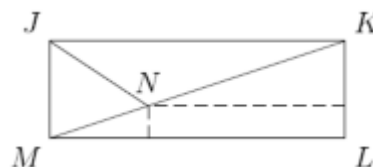
- A) 45° B) 30° C) 25°
 D) 20° E) 15°



20. Квадратна шема 3×3 треба да се дополни до магичен квадрат (збирот на броевите во секоја редица, секоја колона и дијагонала

a		
		47
	63	

- е ист). Ако два од броевите се дадени (види цртеж), колку е означениот број a ?
 A) 16 B) 51 C) 54 D) 55 E) 110
21. Определи го бројот на десетцифрени броеви запишани со цифрите 1, 2 и 3, во кој било кои две соседни цифри се разликуваат за 1.
 A) 16 B) 32 C) 64 D) 80 E) 100
22. Двајца атлетичари A и B трчале околу стадион. Секој од нив трчал со постојана брзина. A е побрз од B и трча еден круг за 3 min . A и B почнале да трчаат во исто време и по 8 min , A го стигнал B за прв пат. За колку време атлетичарот B трча еден круг?
 A) 6 min B) 8 min C) 4 min 30 sec
 D) 4 min 48 sec E) 4 min 20 sec
23. Нека Z е бројот на 8-цифрени броеви со осум различни цифри, различни од нула. Колку од нив се деливи со 9?
 A) $\frac{Z}{8}$ B) $\frac{Z}{3}$ C) $\frac{Z}{9}$ D) $\frac{8Z}{9}$ E) $\frac{7Z}{8}$
24. За колку цели броеви $n \geq 3$ постои конвексен n -аголник чии агли се однесуваат како $1:2:\dots:n$?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) повеќе од 5
25. На една математичка олимпијада учествувале 55 натпреварувачи. Кога ги вреднувале задачите, комисијата нив ги оценувала со + за точно решена задача, со - за неточно решена задача и со 0 за задача која не е воопшто решавана. По оценувањето на писмените работи, немало две тетратки со ист број на плусеви и ист број на минуси. Кој е најмалиот можен број на задачи на олимпијадата?
 A) 6 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12
26. Во четириаголникот $JKLM$, симетралата на аголот $\angle KJM$ ја сече дијагоналата KM во точката N . Растојанијата од точката N до страните



LM и KL се еднакви на 1 и 8 соодветно. Колку е \overline{LM} ?

- A) $8+2\sqrt{2}$ B) $11-\sqrt{2}$ C) 10 D) $8+3\sqrt{2}$ E) $11+\frac{\sqrt{2}}{2}$

27. Нека $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{a+c} = \frac{c}{a+b}$. Определи го бројот на можни вредности на k ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

28. Броевите 1, 2, 3, 4, ..., 99 се распоредени во n групи, при што се исполнети следните услови:

- а) секој број се наоѓа во една група
 б) секоја група има најмалку два броја
 в) ако два броеви се наоѓаат во иста група, нивниот збир не е делив со 3.

Кој е најмалиот број n со ова својство?

- A) 3 B) 9 C) 33 D) 34 E) 66

29. Кој од следните изрази може да биде равенката на кривата чиј дел од графикот е прикажан на цртежот?



- A) $y = \sin x$ B) $|y| = \sin x$ C) $|y| = |\sin x|$ D) $y = |\sin x|$
 E) ниту еден од понудените

30. Низата на природни броеви е зададена со

$$a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 5, \dots, a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2, \text{ за } n \geq 1.$$

Колку е остатокот при делење на a_{2009} со 7?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

ОДГОВОРИ 2005

	Junior	Student
1	C	E
2	C	A
3	A	B
4	C	C
5	D	D
6	C	D
7	B	D
8	D	E
9	E	D
10	B	D
11	C	B
12	B	B
13	C	A
14	C	B
15	C	E
16	C	B
17	D	B
18	A	D
19	C	B
20	C	D
21	C	C
22	B	D
23	A	C
24	C	B
25	B	B
26	C	A
27	A	B
28	B	C
29	D	B
30	D	B