Ирена Стојковска
Природно-математички факултет, Скопје

ТАЈНАТА НА БРОЈОТ 6174

Одберете еден четирицифрен број кој нема четири исти цифри. На пример, да гоземеме бројот на тековната година 2020. Од четирите цифри на бројот ги составуваме најголемиот и најмалиот можен број (не се бара најмалиот број да е четирицифрен, што значи ако имаме број кој содржи две цифри 0, најмалиот број составен од неговите цифри ќе биде двоцифрен број, а нулите ги запишуваме на местото од илјади и стотки). Ги добивме броевите 2200 и 0022. Ги одземаме добиените броеви, и на новодобиениот број ја повторуваме постапката сè додека не дојдеме до бројот 6174. Ова се пресметките кои ги добивме:

2200 – 0022 = 2178
8721 – 1278 = 7443
7443 – 3447 = 3996
9963 – 3699 = 6264
6642 – 2466 = 4176
7641 – 1467 = 6174

Кога еднаш ќе дојдеме до бројот 6174 и ако продолжиме да ја повторуваме постапката, постојано разликата ќе биде бројот 6174. Сега, почнете од друг четирицифрен број, на кој не му се сите четири цифри еднакви. Повторувајте ја постапката. Кој број го добивте? Повторно ќе го добиете бројот 6174, независно од кој четирицифрен број сте почнале. Да видиме зошто е тоа така?

Ако цифрите на еден четирицифрен број ги запишеме во опаднувачки редослед ќе го добиеме најголемиот број, а ако ги запишеме во растечки редослед ќе го добиеме најмалиот број. Нека најголемиот број е $abcd$, а најмалиот број е $dcba$, и при тоа $9 \geq a \geq b \geq c \geq d \geq 0$ и не сите цифри се еднакви. За поедноставен запис на бревите го изоставуваме записот за позициона форма на број. Ја запишуваме разликата на овие два броја на следниот начин:

$$\begin{array}{r} abcd \\ -dcba \\ \hline ABCD \end{array}$$

Да го разгледаме случајот кога сите цифри a,b,c,d се различни, односно кога $a>b>c>d$. Ги добиваме следните равенства:

$$D=10+d+a \;\; (\text{бидејќи}\, a>d)$$
$$C=10+c-1-b \;\; (\text{бидејќи}\, b>c-1)$$
$$B=b-1-c \;\; (\text{бидејќи}\, b>c)$$
$$A=a-d$$

Го бараме бројот кој е еднаков на разликата меѓу најглемиот и најмалиот број составен од неговите цифри, значи цифрите A,B,C,D се некој распоред (пермутација) од цифрите a,b,c,d. Бројот на такви распореди е 4! = 24. Ако ги испробаме сите овие распореди ќе добиеме дека единствено за распоредот $ABCD=bdac$ постои решение на горните равенки. Тоа решение е $a=7$, $b=6$, $c=4$, $d=1$, односно бараниот број $ABCD$ е бројот 6174. Во случајот кога некои од цифрите a,b,c,d се еднакви, но не сите, горните равенки не даваат решение за ниеден распоред на такви цифри. Затоа, бројот 6174 е единствениот четирицифрен број со бараното својство.

Бројот 6174 е познат како **Капрекаров број** или **Капрекарова константа**, наречен во чест на индискиот математичар Капрекар кој го открил ова негово својство во 1949 год.

Задачи за самостојна работа

1. Испитај дали меѓу трицифрените броеви постои Капрекаров број, односно број кој е еднаков на разликата меѓу најголемиот и најмалиот број составен од неговите цифри. Колку такви броеви има?

2. Дали меѓу двоцифрените броеви постои Капрекаров број, број кој е еднаков на разликата меѓу најголемиот и најмалиот број составен од неговите цифри? Објасни зошто.

Извори:

[1] Y. Nishiyama, *The Wierdness of Number 6174*, International Journal of Pure and Applied Mathematics, 80 (3) (2012), 363-373.

Статијата прв пат е објавена во списанието НУМЕРУС кое го издава Сојузот на математичарите на Македонија