

Junior (прва и втора година) 2011

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

1. Пешачки премин (зебра) е составен од бели и црни ленти, секоја широка 50 cm . Преминот почнува и завршува со бела лента и има 8 бели ленти. Колку е широка улицата?

A) 7 m B) $7,5\text{ m}$ C) 8 m D) $8,5\text{ m}$ E) 9 m

2. Праваголниот прикажан на цртежит десно има плошина 13 cm^2 . Точките X и Y се средини на краците на трапезот. Колку е плошината на трапезот?



A) 24 cm^2 B) 25 cm^2 C) 26 cm^2 D) 27 cm^2 E) 28 cm^2

3. Дадени се зборовите

$$S_1 = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8,$$

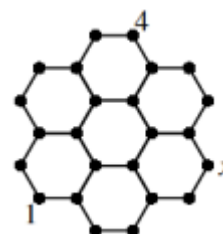
$$S_2 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2,$$

$$S_3 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7.$$

Која од следниве релации е точна?

A) $S_2 < S_1 < S_3$ B) $S_1 < S_2 = S_3$ C) $S_1 < S_2 < S_3$
 D) $S_3 < S_2 < S_1$ E) $S_2 = S_1 < S_3$.

4. Во секоја крајна точка на отсечките на дадената фигура треба да се запише по еден број, така што збирот на броевите запишани на краевите на секоја отсечка да е еднаков. Два



броја се веќе запишани. Кој број треба да е запишан на местото на x ?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) нема доволно информации

5. При делење на бројот 2011 со некој број е добиен остаток 1011. Кој од следниве броеви е делителот?

- A) 100 B) 500 C) 1000 D) некој друг број

E) не е можно да се добие овој остаток

6. Сите четирицифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 4 се запишани во опаѓачки редослед. На кое место по ред се наоѓа бројот 2011?

- A) 6-то B) 7-мо C) 8-мо D) 9-то E) 10-то

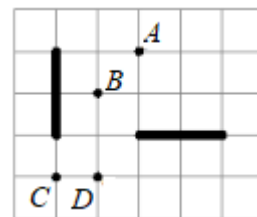
7. Мозаик во форма на правоаголник со плоштина 360 cm^2 е направен со еднакви квадратни плочки. Мозаикот има висина 24 cm , а ширина 5 плочки. Колкава е плоштината на една плочка изразена во сантиметри квадратни?

- A) 1 B) 4 C) 9 D) 16 E) 25

8. Со ротација една од отсечките, прикажани на цртежот се пресликува во другата отсечка. Кои од означените точки може да се центар на ваква ротација?

- A) само A B) A и C C) A и D

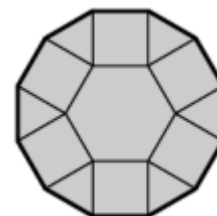
- D) само D E) A, B, C и D



9. Фигурата прикажана на цртежот десно е составена од правилен шестаголник со должина на страна 1, шест квадрати и шест триаголници. Колку е периметарот на оваа фигура?

- A) $6(1+\sqrt{2})$ B) $6(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$ C) 12

- D) $6+3\sqrt{2}$ E) 9



10. На цртежот се прикажани три стандардни коцки за играње ставени една врз друга. Кај стандардна коцка за играње збирот на бројот на точките на спротивните сидови е еднаков на 7. Збирот на точките



на секои два сида кои што се поклопуваат е еднаков на 5. Колку точки има на сидот X ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. Во еден месец има 5 понеделници, 5 вторници и 5 среди. Во претходниот месец имало точно 4 недели. Што има следниот месец?

- A) точно 4 петоци B) точно 4 саботи C) 5 недели
D) 5 понеделници E) не може да се определи

12. Михаел, Фернандо и Себастијан учествувале во трка. Одма по стартот, Михаел бил прв, Фернандо втор и Себастијан трет. Во текот на трката Михаел и Фернандо се престигнувале меѓусебно 9 пати, Фернандо и Себастијан 10 пати, а Михаел и Себастијан 11 пати. Во кој редослед ја завршиле трката?

- A) Михаел, Фернандо, Себастијан
B) Фернандо, Себастијан, Михаел
C) Себастијан, Михаел, Фернандо
D) Себастијан, Фернандо, Михаел
E) Фернандо, Михаел, Себастијан

13. Колку е n ако е $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$?

- A) 1005 B) 1006 C) 2010 D) 2011 E) друг одговор

14. Димитар има два сада во форма на коцки, едниот со внатрешна должина на работ a , а другиот со внатрешна должина на работ $a+1$. Поголемиот сад е полн со вода, а помалиот сад е празен. Димитар го наполнил помалиот сад претурајќи вода од поголемиот сад, по што во поголемиот сад останале 217 литри вода. Колку литри вода собира помалиот сад?

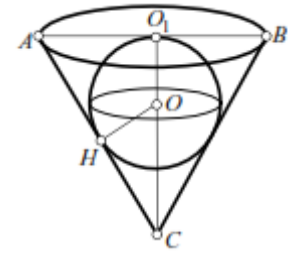
- A) 243 B) 512 C) 125 D) 1331 E) 729

15. На табла со димензии 4×4 некои полиња мора да бидат обоени со црвена боја. Броевите десно и под таблата покажуваат колку полиња во тој ред или колона мора да се обоени црвено. На колку начини оваа табла може да биде обоена?

				2
				0
				1
				1
2	0	1	1	

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 9

16. Метално топче со радиус 15 е ставено во конусен сад (рамнината на основата на конусниот сад го допира топчето). Оскиниот пресек на конусот е рамностран триаголник. Колкава е висината на конусот?



- A) $30\sqrt{2}$ B) $25\sqrt{3}$ C) 45 D) 60 E) $60(\sqrt{3}-1)$

17. Кој е максималниот број на последователни трицифрени броеви такви што секој од нив има најмалку една непарна цифра?

- A) 1 B) 10 C) 110 D) 111 E) 221

18. Даниел треба да запише цели броеви во единичните полиња на 3×3 квадрат, при што збирот на броевите во секој 2×2 подквадрат од 3×3 квадратот е еднаков на 10. Некои броеви се веќе запишани. Колку е збирот на броевите кои треба да се запишат во празните полиња.

1		0
	2	
4		3

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

19. Симона, која не била добар цртач, сакала да направи мапа на своето село. Таа успеала да нацрта четири улици, нивните раскрсници и куќите на своите пријатели. Улиците Леринска, Воденска и Солунска се прави. Четвртата улица е Прилепска, која е крива. Кој живее на улицата Прилепска?



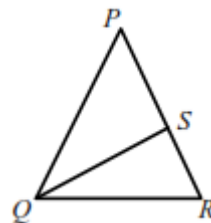
- A) Анета B) Бране C) Катя D) Давид
E) Од скицата на Симона не може да се определи

20. Димитар има бела пластична коцка со должина на работ 1 dm . Тој залепил повеќе жолти еднакви кавдартни налепници, како што е прикажано на цртежот десно. Притоа се покажало дека сите сидови на коцката имаат ист изглед. Колкава е плоштината на жолтиот дел на коцката?



- A) $37,5\text{ cm}^2$ B) 150 cm^2 C) 225 cm^2 D) 300 cm^2 E) 375 cm^2

21. Во триаголникот PQR , $\overline{PQ} = \overline{PR}$, симетралата на $\angle PQR$ ја сече страната PR во точката S и $\angle QPR = 48^\circ$. Колку е мерката на $\angle QSR$?



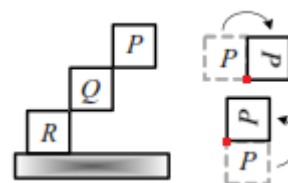
- A) 60° B) 66° C) 72° D) 81° E) 99°
22. За петцифрен број \overline{abcde} велиме дека е интересен ако е запишан со различни цифри и ако важи $a = b + c + d + e$. Определи го бројот на интересните броеви.
- A) 72 B) 144 C) 168 D) 216 E) 288
23. Броевите x и y се поголеми од 1. Кој од следниве изрази има најголема вредност:

A) $\frac{x}{y+1}$ B) $\frac{x}{y-1}$ C) $\frac{2x}{2y+1}$ D) $\frac{2x}{2y-1}$ E) $\frac{3x}{3y-1}$

24. Сидот ABC од правилниот тетраедар $ABCD$ лежи во рамнината σ . Работ BC лежи на правата s . Правилните тетраедри $ABCD$ и $BCDE$ имаат заеднички сид. Каде правата DE ја сече рамнината σ ?

- A) во полурамнината определена со правата s во која е точката A , внатре во триаголникот ABC
- B) во полурамнината определена со правата s во која е точката A , надвор од триаголникот ABC
- C) во полурамнината определена со правата s во која не е точката A
- D) правата DE е паралелна на рамнината σ
- E) одговорот зависи од должината на работ на тетраедрите

25. Бојан игра компјутерска игра со квадратчиња почнувајќи од позицијата прикажана на цртежот. Во еден чекор тој може да ротира едно квадратче за 90° (околу црвените темиња како што е прикажано на цртежот).



- Тој сака да ги нареди трите квадратчиња во хоризонтален ред. Која од следниве подредувања не може да го добие?



Е) може да ги добие сите позиции од А до D

26. Колку подредени парови природни броеви (x, y) ја задоволуваат равенката

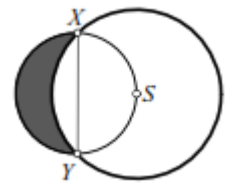
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}.$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

27. За секој природен број $n \geq 2$ со $\langle n \rangle$ да го означиме најголемиот прост број кој е помал или еднаков на n . Колку решенија има во множеството природни броеви равенката $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) повеќе од 3

28. Дадени се две кружници како на цртежот десно. Поголемата кружница има центар S и радиус r , а отсечката XU е дијаметар на помалата кружница. Колкава е плоштината на осенчениот дел на цртежот?



A) $\frac{\pi r^2}{6}$ B) $\frac{\pi r^2 \sqrt{3}}{12}$ C) $\frac{r^2}{2}$ D) $\frac{r^2 \sqrt{3}}{4}$ E) друг одговор

29. Колку множества од четири раба од една коцка имаат својство, било кои два раба од тоа множество немаат заедничка точка?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 18

30. За кои вредности на n , $0 < n < 9$ може да се обојат неколку единечни квадрати во квадрат 5×5 така што секој 3×3 квадрат содржи точно n обоени единечни квадратчиња.

A) 1 B) 1 и 2 C) 1, 2 и 3 D) 1, 2, 7 и 8

E) сите вредности на n од 1 до 8

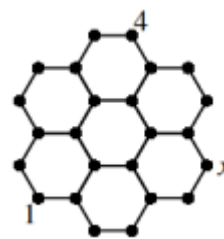
Student (трета и четврта година) 2011

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

1. Во секоја крајна точка на отсечките на дадената фигура треба да се запише по еден број, така што збирот на броевите запишани на краевите на секоја отсечка да е еднаков. Два броја се веќе запишани. Кој број треба да е запишан на местото на x ?



- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) нема доволно информации
2. Михаел, Фернандо и Себастијан учествувале во трка. Одма по стартот, Михаел бил прв, Фернандо втор и Себастијан трет. Во текот на трката Михаел и Фернандо се прстигнувале меѓусебно 9 пати, Фернандо и Себастијан 10 пати, а Михаел и Себастијан 11 пати. Во кој редослед ја завршиле трката?
- A) Михаел, Фернандо, Себастијан
 B) Фернандо, Себастијан, Михаел
 C) Себастијан, Михаел, Фернандо
 D) Себастијан, Фернандо, Михаел
 E) Фернандо, Михаел, Себастијан
3. Ако $2^x = 15, 15^y = 32$, колку е xy ?
- A) 5 B) $\log_2 15 + \log_{15} 32$ C) $\log_2 47$ D) 7 E) $\sqrt{47}$
4. Симона, која не била добар цртач, сакала да направи мапа на своето село. Таа успеала да нацрта четири улици, нивните раскрсници и куќите на



своите пријатели. Улиците Леринска, Воденска и Солунска се прави. Четвртата улица е Прилепска, која е крива. Кој живее на улицата Прилепска?

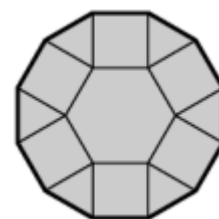
- A) Анета B) Бране C) Кате D) Давид
E) Од скицата на Симона не може да се определи

5. Сите четирицифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 4 се запишани во опаѓачки редослед. На кое место по ред се наоѓа бројот 2011?

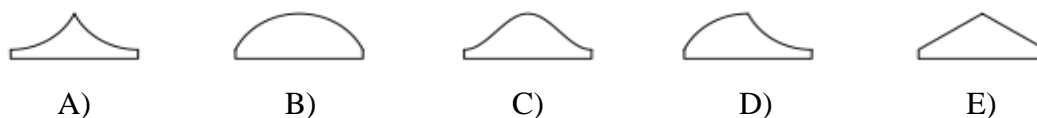
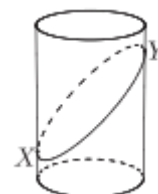
- A) 6-то B) 7-мо C) 8-мо D) 9-то E) 10-то

6. Фигурата прикажана на цртежот десно е составена од правилен шестаголник со должина на страна 1, шест квадрати и шест триаголници. Колку е периметарот на оваа фигура?

- A) $6(1+\sqrt{2})$ B) $6(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$ C) 12
D) $6+3\sqrt{2}$ E) 9

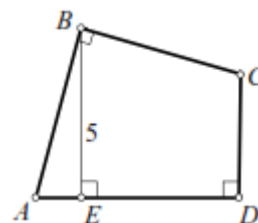


7. Парче хартија со правоаголен облик е обвиткано околу цилиндар. Цилиндарот и хартијата се пресечени со една рамнина, така што пресекот минува низ точките X и Y . Долниот дел од хартијата е одвиткан. На кој цртеж е прикажано одвитканото парче хартија?



8. Колкава е плоштината на четириаголникот $ABCD$ за кој важи $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $BE \perp AD$, $\overline{BE} = 5$, (види цртеж)?

- A) 20 B) 22,5 C) 25 D) 27,5 E) 30



9. Андреј ги запишал сите непарни броеви од 1 до 2011, а Горјан од нив ги избришал сите содржатели на бројот 3. Колку броеви останале незбришани?

- A) 335 B) 336 C) 671 D) 1005 E) 1006

10. Марко и Кристијан некоку пати фрлале коцка за играње за да одлучат кој прв да лета со параглајдер. Ако не падне шестка, прв лета Марко, ако падне само една шестка прв лета Кристијан и ако паднат две или повеќе шестки тогаш тој ден нема да летаат. Колку пати треба последователно да ја фрлат коцката за да секој од нив има еднакви шанси да лета прв?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 8 E) 17

11. Три правоаголници се составени без да се преклопуваат и е добиен нов правоаголник. Едниот од трите правоаголници има димензии 7 и 11, вториот 4 и 8. Третиот правоаголник е избран така што тој има најголема плоштина од трите правоаголници. Кои од дадените димензии се димензиите на третиот правоаголник?

A) 1 и 11 B) 3 и 4 C) 3 и 8 D) 7 и 8 E) 7 и 11

12. Матео сака да запише цели броеви во полињата на мрежа 3×3 така што збирот на броевите запишани во секој 2×2 квадрат е 10. Четири броја се веќе запишани (види цртеж). Кој од следниве броеви може да е еднаков на збирот на преостанатите пет броја кои недостасуваат?

	2	
1		3
	4	

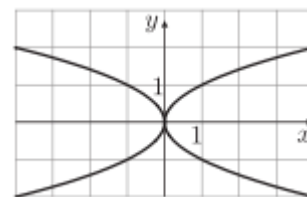
A) 9 B) 10 C) 12 D) 13

E) ниту еден од броевите од A) до D)

13. На зимување биле 48 деца. Шест од нив на зимувањето имале точно по еден брат или сестра, девет имале точно по два брата или сестри, а четири деца имале точно по три брата или сестри. Останатите деца немале роднини меѓу овие 48 деца. Од колку семејства имало деца во групата?

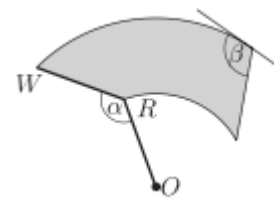
A) 19 B) 25 C) 31 D) 36 E) 48

14. На колку од следниве функции $y = x^2$, $y = -x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = \sqrt{-x}$, $y = -\sqrt{-x}$, $y = \sqrt{|x|}$, $y = -\sqrt{|x|}$ графичите се прикажани на цртежот десно?



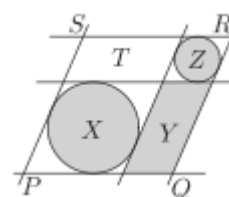
A) ниту една B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

15. Бришачот на задното стакло на автомобилот е конструиран така што метлицата на бришачот RW и држачот OR се со иста должина и се поврзани под фиксиран агол α . Бришачот се врти околу точката O и ја чисти обоената површина на цртежот десно. Определи го аголот β меѓу десниот раб на обоената површина и тангентата на кривата во горната точка на овој раб.



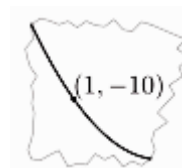
- A) $\frac{3\pi-\alpha}{2}$ B) $\pi-\frac{\alpha}{2}$ C) $\frac{3\pi}{2}-\alpha$ D) $\frac{\pi}{2}+\alpha$ E) $\pi+\frac{\alpha}{2}$

16. На цртежот десно се прикажани три хоризонтални и три паралелни коси линии. Секој круг допира четири линии. Плоштините на сивите површини се X, Y, Z (види цртеж), а W е плоштината на паралелограмот $PQRS$. Кој е најмалиот број плоштини X, Y, Z, W кои треба да ги знаеме за да можеме да ја пресметаме плоштината на паралелограмот на цртежот означен со T ?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
E) плоштината T не може да се пресмета

17. Во рамнината Oxy , со оски поставени на стандарден начин, точката $A(1, -10)$ е означена на параболата $y = ax + bx^2 + c$. Потоа координатните оски и скоро целата парабола се избришани, а останал само делот прикажан на цртежот. Кое од следниве тврдења може да не е точно?



- A) $a > 0$ B) $b < 0$ C) $a + b + c < 0$ D) $b^2 > 4ac$ E) $c < 0$

18. Даден е тангентен шестаголник $PQRSTU$. Должините на страните PQ, QR, RS, ST, TU се 4, 5, 6, 7, 8 соодветно. Колку е должината на страната UP ?
- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6
E) не може да се определи

19. Определи го збирот на сите природни броеви a кои се помали од 100, за кои збирот $a^2 - 81$ е делив со 100.
 A) 200 B) 100 C) 90 D) 81 E) 50
20. Андреј и Бранко дале точни искази за бројот на членовите на нивниот шаховски клуб.
 Андреј рекол: *Сите членови на клубот, освен 5 девојчиња, се момчиња.*
 Бранко рекол: *Секоја група од 6 члена содржи најмалку 4 девојчиња.*
 Колку членови има шаховскиот клуб?
 A) 6 B) 7 C) 8 D) 12 E) 18
21. Во кошница се ставени топки на кои се запишани по парови различни природни броеви. Број делив со 6 е запишан на 30 топки, број делив со 7 е запишан на 20 топки и број делив со 42 е запишан на 10 топки. Кој е најмалиот број топки што може да се содржи во кошницата?
 A) 30 B) 40 C) 53 D) 54 E) 60
22. Дадени се две аритметички прогресии 5, 20, 35, ... и 35, 61, 87, ... Колку различни аритметички прогресии природни броеви ги спдржат и двете дадени прогресии како свои поднизи?
 A) 1 B) 3 C) 5 D) 26 E) бесконечно многу
23. Низата функции $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots$ е определена со
- $$f_1(x) = x, \quad f_{n+1}(x) = \frac{1}{1-f_n(x)}, \quad n \geq 1.$$
- Колку е $f_{2011}(2011)$?
 A) 2011 B) $-\frac{1}{2010}$ C) $\frac{2010}{2011}$ D) 1 E) -2011
24. Во една кутија има црвени и зелени топки. Ако без гледање одеднаш земаме две топки веројатноста тие да се со иста боја е 0,5. Кој од следниве броеви може да биде бројот на топките во кутијата?
 A) 81 B) 101 C) 1000 D) 2011 E) 10001

25. Авиокомпанија не наплаќа такса за багаж ако багажот има помалку од определена маса. Секој екстра килограм се наплаќа. Г-нот и г-ѓата Трајкоски имале багаж со маса 60 kg и платиле 3 евра. Багажот на г-нот Милески имал исто толкава маса и платил 10,5 евра. Која е максималната маса на багаж за која едно лице не плаќа такса?
 A) 10 kg B) 18 kg C) 20 kg D) 25 kg E) 39 kg
26. Во изразот $\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E}$ на различни букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви исти цифри. Која е најмалата целобројна ненулта вредност на овој израз?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7
27. Робин Худ стрелал во мета три пати и за секој погодок ги освојувал поените означени на метата. Сите стрели на Робин Худ ја погодуваат метата. Колку различен вкупен број поени може да освои Робин Худ?
 A) 13 B) 17 C) 19 D) 20 E) 21



28. Нека a, b, c се природни броеви за кои важи $a^2 = 2b^3 = 5c^5$. Кој е најмалиот број делители на abc , вклучувајќи ги 1 и abc ?
 A) 30 B) 49 C) 60 D) 77 E) 1596
29. Дваесет различни природни броеви се запишани во квадратна шема со димензии 4×5 . Секои два соседни броја (бројеви во полиња со заедничка страна), имаат заеднички делител поголем од 1. Која е најмалата можна вредност на најголемиот запишан број во шемата?
 A) 21 B) 24 C) 26 D) 27 E) 40
30. Една $3 \times 3 \times 3$ коцка се состои од 27 мали идентични коцки. Повлечена е рамнина нормална на дијагоналата на големата коцка која минува низ центарот на коцката. Колку мали коцки пресекува оваа рамнина?
 A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

ОДГОВОРИ 2011

	Junior	Student
1	B	A
2	C	B
3	D	A
4	A	C
5	E	D
6	D	C
7	C	C
8	C	C
9	C	C
10	E	B
11	B	D
12	B	E
13	A	D
14	B	D
15	D	B
16	C	A
17	D	E
18	D	D
19	C	A
20	C	C
21	D	B
22	C	C
23	B	A
24	C	A
25	B	D
26	D	B
27	B	C
28	C	D
29	C	C
30	E	C