

2008 КАО ЗБИР РАЗЛИЧИТИХ КВАДРАТА

Ратко Тошић, Нови Сад

У 24. броју данског часописа *Matematik magasinet* (Новембар 2005) дата су следећа представљања броја 2005 у облику збира квадрата различитих природних бројева:

$$2005 = 41^2 + 18^2 = 39^2 + 22^2,$$

$$2005 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + \\ + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 18^2 + 21^2.$$

Један начин представљања броја 2006 у облику збира квадрата 14 различитих природних бројева добија се из горњег представљања броја 2005. Наиме, имајући у виду да је $16^2 = 256$ и $1^2 + 3^2 + 7^2 + 14^2 = 255$, заменом четири сабирка са 16^2 добија се да је:

$$2006 = 2^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 15^2 + 16^2 + 18^2 + 21^2.$$

Ако у овој последњој једнакости заменимо збир $12^2 + 16^2$ са 20^2 добијамо ново представљање.

Један начин представљања броја 2008 у облику збира квадрата 13 различитих природних бројева добија се из наведеног представљања броја 2006. Наиме, имајући у виду да је $14^2 = 196$ и $5^2 + 13^2 = 194$, заменом два сабирка са 14^2 добија се да је:

$$2008 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 12^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2 + 18^2 + 21^2.$$

Ако у овој последњој једнакости заменимо збир $12^2 + 16^2$ са 20^2 добијамо ново представљање $2008 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 14^2 + 15^2 + 18^2 + 20^2 + 21^2$, а из овог заменом $15^2 + 20^2 = 252$, добијамо:

$$2008 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 14^2 + 18^2 + 21^2 + 25^2.$$

Наводимо још неколико начина представљања броја 2008 у облику збира различитих квадрата природних бројева:

$$2008 = 2^2 + 3^2 + 5^2 + 11^2 + 43^2,$$

$$2008 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2 + 17^2 + 18^2,$$

$$2008 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 17^2 + 18^2 + 20^2,$$

$$2008 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 13^2 + 14^2 + 17^2 + 18^2 + 25^2,$$

$$2008 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2 + 17^2 + 18^2 + 19^2,$$

$$2008 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 10^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2 + 17^2 + 18^2 + 19^2.$$

Предлажемо читаоцима да покушају да пронађу и друга оваква представљања броја 2008.