XXI ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

12 февраля 2017г

Младшая группа, 1 класс.

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Петя зарисовал несколько кленовых листьев, а один из них принес домой. Под какой буквой рисунок Петиного листа?

А Б В Г Д

(*И.Артёменко*) *Ответ.* Лист Г.

Задача 2. Вася завтракает дольше, чем Петя чистит зубы и моет уши. А кошка Мурка умывается столько же, сколько Вася завтракает. Кто быстрее закончит умываться – кошка Мурка или Петя? (*Е.Гущина*)

Ответ. Петя быстрее.

Решение. Так как Петя умывается быстрее, чем Вася завтракает, а Мурка умывается столько же, сколько Вася завтракает, Петя опередит Мурку.

Задача 3. Замените буквы цифрами от 1 до 7, чтобы неравенство было верным. Разные буквы – разные цифры. С < Н < Е > Ж < И < Н > К > А

(*Т.Антошкина*)

Ответ. Например, 1 < 6 < 7 > 2 < 3 < 6 > 5 > 4.

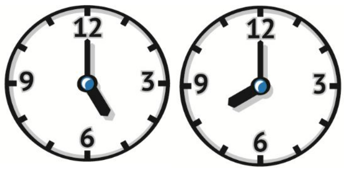
Решение. Заметим, что Е больше всех чисел, Н больше всех, кроме Е. Значит, Е=7, Н=6. Дальнейших вариантов расстановки чисел несколько.

Задача 4.В очереди за мороженым стоят Маша, Катя, Тихон, Егор и Света. Известно, что Егор стоит впереди Тихона, а Катя позади Маши и впереди Светы. Каков порядок детей в очереди, если никакие две девочки не стоят рядом? (*фольклор*)

Ответ: Маша, Егор, Катя, Тихон, Света.

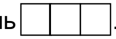
Решение: Если попросить мальчиков отойти в сторону, оставшиеся в очереди девочки будут стоять так: Маша, за ней Катя, затем Света. Так как девочки не должны стоять рядом, между ними стояли мальчики. Попросим мальчиков вернуться на свои места. Егор должен встать перед Тихоном, значит, между Машей и Катей. Тихон, следовательно, между Катей и Светой.

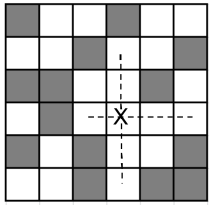
Задача 5. У Кроша двое часов. Одни из них спешат на 2 часа, другие – отстают на 1 час. Сколько сейчас времени, если часы показывают время, изображенное на рисунке? (*Е.Иванова*)



Ответ. Сейчас 6 часов.

Решение: Разница между временем, которое показывают отстающие часы, и временем, которое показывают спешащие часы, составляет 3 часа. Часы на картинках показывают 5 часов и 8 часов. Значит, сейчас 6 часов. (*Ответ «18 часов» также засчитывался*)

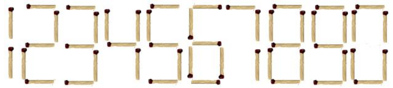
Задача 6. Петя и Вася играли в морской бой на доске 6х6. Вася закрасил те клетки, где у Пети уже точно нет кораблей. У Пети еще есть один трехпалубный корабль . В какую клетку должен ударить Вася, чтобы наверняка ранить корабль Пети? (*Л.Бурушева*)



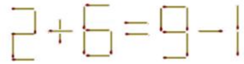
Ответ. Нужная клетка отмечена на рисунке.

Решение: Найдем все возможные расположения трех клеток подряд. На рисунке они отмечены пунктиром. На пересечении и будет искомая клетка.

Задача 7. Тихон выкладывает из спичек цифры:



Он выложил верное равенство 2+6=9–1. Переложите 2 спички, чтобы получилось другое верное равенство. (*И.Григоренко*)



Ответ. 2+5=6+1.

Задача 8. Вика, Настя и Соня учатся считать. У каждого из них есть 1 или 2 фантика.

Соня сказала: «У нас не меньше 5 фантиков»

Настя: «У меня и Вики поровну».

Вика: «У меня больше, чем у Сони».

Оказалось, что они все ошиблись. Сколько у кого фантиков? (*Е.Иванова*)

Ответ. У Сони 1 фантик, у Насти 2 фантика, у Вики – 1 фантик.

Решение1. Поскольку Соня ошиблась, у девочек меньше 5 фантиков. Значит, не больше 4. То есть 3 или 4. Меньше 3 быть не может, так как у каждой девочки хотя бы 1.

Пусть фантиков 3, тогда у каждой должно быть по 1 фантику, и получается верным утверждение Насти, чего быть не должно.

Пусть фантиков 4. Тогда возможны случаи: Соня-Настя-Вика 112, 121 и 211. Первый случай не подходит, так как тогда Вика сказала правду. Третий случай не подходит, так как тогда Настя сказала правду. Второй случай подходит.

Решение2. Поскольку Соня ошиблась, у девочек меньше 5 фантиков. Значит, не больше 4. У Насти и Вики не поровну. У Вики не больше, чем у Сони.

Если у Вики столько же, сколько у Сони, а у Насти другое количество, единственный подходящий вариант: у Вики и Сони по 1 фантику, у Насти – 2. Если у Вики и Сони по 2, то у Насти нет ни одного фантика, что противоречит условию.

Если у Вики меньше, чем у Сони, то у них 1 и 2 фантика соответственно. Тогда, вместе с Настиными двумя (не поровну с Викой) всего 5 фантиков. Противоречие.

Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте http://mathbaby.ru/ после 12 марта 2017г
Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 2 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте

XXI ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

12 февраля 2017г

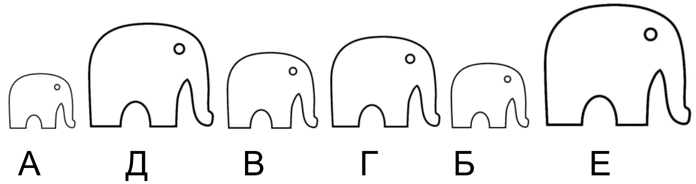
Младшая группа, 2 класс.

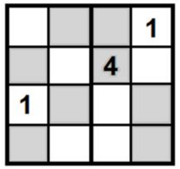
Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. В ряд по росту стоят 6 слоников. Каких двух слоников нужно поменять местами, чтобы никакие три подряд стоящих слоника не стояли по росту? (*Д.Мельников*)

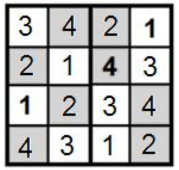
Комментарий в аудиториях – «по росту» означает, что все трое стоят по возрастанию или по убыванию роста.

Ответ. Нужно поменять слоников Б и Д.

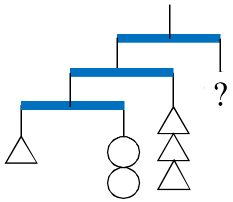




Задача 2. Расставьте в клеточки числа 1, 2, 3, 4 так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце присутствовали все 4 числа и в каждой серой клеточке стояло число 2 или 4. (*О Парамонова*)



Ответ приведен на рисунке.



Задача 3. Конструкция на рисунке находится в равновесии. Все одинаковые фигуры весят одинаково. Нити невесомые. Сколько шариков должно висеть вместо знака вопроса, чтобы равновесие сохранялось? (*Д.Мельников*)

Ответ. 14 шариков.

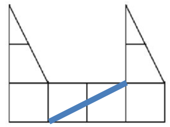
Решение. Один треугольник уравновешен двумя шариками. Если бы перекладина ничего не весила, то треугольник и 2 шарика уравновесились бы двумя треугольниками, но на рисунке 3 треугольника. Значит, перекладина весит столько же, сколько 1 треугольник. Поэтому вместо вопроса нужно повесить груз составляющий 4 треугольника + 2 шарика + 2 перекладины = 6 треугольников + 2 шарика = 14 шариков.

Задача 4. Аня, Боря, Витя, Галя, Даша и Женя встали в круг. Нужно всегда считать по часовой стрелке. Если начинаем считать с Ани, то Боря будет стоять по счету пятым, если начинать с Вити, то Галя будет третьей, а если начинать считать с Жени, то Даша будет четвертой. В каком порядке стоят дети? (*Е.Орехова*)

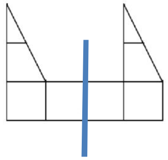
Ответ. Аня – Витя – Даша (Женя) – Галя – Боря – Женя (Даша)

Решение. Заметим, что Женя и Даша стоят напротив друг друга. Аня стоит через одного человека после Бори, а Галя через одного после Вити. Если между Витей и Галей поставить Аню или Борю, то Аня, Боря, Витя и Галя будут стоять подряд в некотором порядке и Женя с Дашей не смогут стоять напротив друг друга. Поэтому между Витей и Галей стоит Женя или Даша. Аналогично, Женя или Даша стоит между Борей и Аней. Оба варианта расположения Даши и Жени удовлетворяют условию. Для полного решения достаточно было указать один из вариантов.

Задача 5. Разрежьте фигуру на рисунке на 2 одинаковые части. (*Н.Михайловский*)



Ответ. на рисунке.



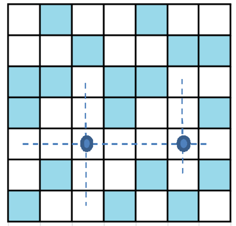
Заметим, что ответ, как на рисунке слева, неверен. Полученные фигурки не являются равными.

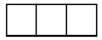
Задача 6. В комнате дедушки висит двое часов с кукушками. Кукушки кукуют каждый час количество полных часов и еще 1 раз каждые полчаса (например, в 6:00 кукушка прокукует 6 раз, а в 6:30 она прокукует 1 раз). Одни часы показывают точное время, вторые отстают на 15 минут. Сколько «Ку-ку» услышит внук Гриша, пока гостит у дедушки с 12:00 до 3:20? (*Е.Гущина*)

Ответ. 42 «Ку-ку».

Решение. Часы, показывающие верное время, пробьют: в 12:00 12 раз, в 12:30 1 раз, в 1:00 1 раз, в 1:30 1 раз, в 2:00 2 раза, в 2:30 1 раз, в 3:00 3 раза. Итого, 12+1+1+1+2+1+3=21 раз

Отстающие часы пробьют: в 12:15 12 раз, в 12:45 1 раз, в 1:15 1 раз, в 1:45 1 раз, в 2:15 2 раза, в 2:45 1 раз, в 3:15 3 раза. Итого тоже 21 раз



Задача 7. Петя и Вася играли в морской бой на доске 7х7. Вася закрасил те клетки, где у Пети уже точно нет кораблей. У Пети еще есть один трехпалубный корабль . В какие 2 клетки должен ударить Вася, чтобы наверняка ранить корабль Пети?. (*Л.Бурушева*)

Ответ. на рисунке.

Решение. Отметим на рисунке пунктиром все клетки, на которых может стоять трёхпалубный корабль. Искомые две клетки находятся на пересечении пунктиров.

Задача 8. ._«Кто разбил чашку?» --- строго спросила мама у Ани, Вани и Пети. В ответ каждый из них указал на одного из двух других. Аня сказала правду. Если бы каждый ребёнок указал не на того, на кого указал, а на другого, то единственным сказавшим правду был бы Петя. Так кто же разбил чашку? (*Т.Антошкина*)

Ответ. Чашку разбил Ваня.

Решение. В первый раз Аня указала на Ваню или на Петю, значит, виноват один из них.

Но Петя по условию задачи во второй раз указывает на другого ребёнка, а не на себя.

Значит, и в первый раз Аня указала не на Петю, а на Ваню.

Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте http://mathbaby.ru/ после 15 марта 2017г
Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 2 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте

XXI ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

12 февраля 2017г

Средняя группа, 3 класс.

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Добавьте знаки действий, чтобы получилось верное равенство:

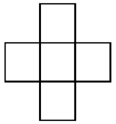
1 2 0 2 2 0 1 7 = 5

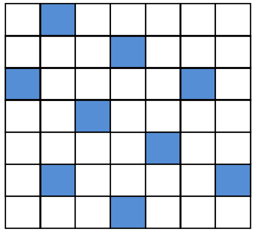
(можно использовать знаки действий и скобки любое количество раз) (*Е.Иванова*)

В аудиториях был дан комментарий, что неоднозначное число не может начинаться с нуля.

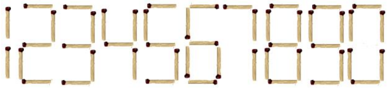
Ответ. Один из вариантов: (120 : 2 – 20) : (1 + 7) = 5

Задача 2. Справа нарисован крестик из пяти клеток, а в вашем бланке нарисована доска 7 на 7 клеток. Закрасьте несколько клеток на этой доске так, чтобы после этого, в каком бы месте доски мы ни выбрали бы такой же крестик, он обязательно накроет ровно одну закрашенную вами клетку. (*Е.Иванова*)





Ответ. Один из вариантов приведен на рисунке.



Задача 3. Тихон выкладывает из спичек цифры:

Он выложил число сто:  Переложите 4 спички так, чтобы получилось как можно большее число. (*И. Григоренко*)

Ответ. число 1 111 111.

Решение. Докажем, что это наибольшее возможное число. Понятно, что чем больше разрядов у числа, тем оно больше. Выясним, какое максимальное количество разрядов можно сделать. Всего спичек 14, а поскольку на каждую цифру тратится хотя бы две спички, то разрядов не может быть больше 7. Единственная цифра, которая состоит из двух спичек – цифра 1. Любая другая цифра требует хотя бы 3 спички. Следовательно, если не все цифры 1, то либо разрядов будет меньше семи, либо в каком-то разряде останется только одна спичка, что невозможно.

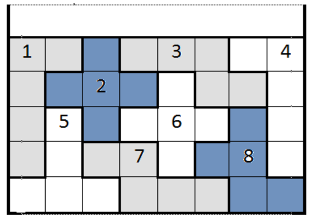
Задача 4. Встретились как-то коты: Хассельблад, Васька и Финик. У одного из них были голубые глаза, у второго желтые, а у третьего один глаз был желтым, а второй зеленым. Если бы у Финика были такие же глаза, как у Хассельблада, то общее количество глаз каждого присутствующего цвета было бы одинаково. Какого цвета глаза у каждого кота? (*Н.Михайловский*)

Ответ. У Васьки голубые глаза, у Финика – желтые, а у Хассельблада – разноцветные.

Решение1. Сейчас у котов 2 голубых, 3 желтых и 1 зеленый глаз. Если заменить два каких-то глаза одного кота, то глаз каждого из цветов будет поровну. То есть это будет либо два цвета по 3 глаза, либо три цвета по 2 глаза. Чтобы получить только два цвета, нужно одноцветные глаза поменять на зеленые, либо разноцветные на разноцветные других цветов. Оба варианта невозможны. Следовательно, будет получаться по 2 глаза каждого цвета, а это возможно только после замены желтых глаз на разноцветные.

Решение2. Поскольку мы не можем получить 3 зеленых глаза (нет кота с двумя зелеными глазами), то мы должны произвести обмен так, чтобы стало 2 зеленых глаза. То есть у Хассельброда разноцветные глаза и если бы у Финика были такие же глаза, то у Финика и Хассельброда было бы 2 зеленых и 2 желтых глаза. Поскольку у Васьки глаза одного цвета, они должны быть голубыми.

Задача 5. В каком порядке падали сверху вниз фигурки пентамино в игре, если в результате они расположились так, как показано на рисунке? (*Е.Орехова*)



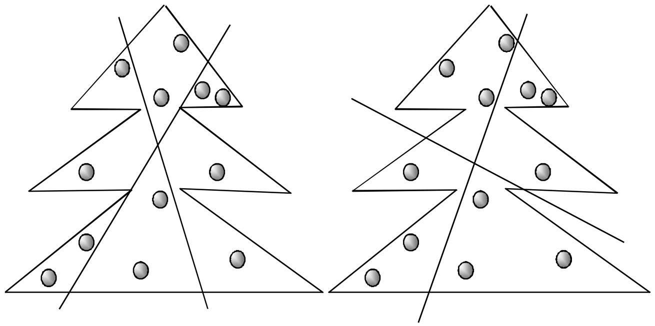
Ответ. 5 – 7 – 8 – 6 – 2 – 3 – 4 – 1. Для последних трех фигурок есть еще варианты 3 – 1 – 4 и 1 – 3 – 4.

Задача 6. Места в единственном вагоне Паровозика из Ромашкова решили пронумеровать, для чего изготовили карточки с цифрами. Оказалось, что карточек с цифрой 1 потребовалось на 11 штук больше, чем карточек с цифрой 0. Какое наименьшее количество мест может быть в этом вагоне? (*В.Попов*)

Ответ. 19.

Решение. Заметим, что в записи чисел от 1 до 10 две единицы и один нуль. Среди чисел от 11 до 19 – нет нулей и 10 единиц (две единицы у числа 11 и по одной у каждого следующего). Таким образом, при появлении числа 19 количество единиц впервые превысит количество нулей на 11.

Задача 7. Разрежьте ёлочку на рисунке двумя прямыми разрезами на несколько частей так, чтобы во всех частях было одинаковое количество шариков.(*Е.Иванова*)



Ответ. на рисунке.

Решение. Общее количество шариков на ёлке – 12. Поэтому можно резать на 2, 3, 4, 6, 12 частей. На две части двумя прямыми разрезать нельзя. Варианты для 4 и 6 приведены на рисунке.

(Если кто сможет разрезать на 3 или 12 частей, поделитесь с жюри!)

Задача 8. Петя считает количество квартир в своем подъезде: 1,2,3, … Если номер квартиры делится на 11, Петя чихает, а если номер этажа делится на 4, Петя кашляет. Этаж, на котором Петя впервые одновременно чихнул и закашлял был предпоследним. Сколько этажей в подъезде Пети, если на каждом этаже в его подъезде (включая первый этаж) по 4 квартиры? (*Н.Михайловский*)

Ответ. 21.

Решение. Заметим, что на этажах 4 (13-16), 8 (29-32), 12(45-48), 16(61-64) Петя кашляет, но не чихает, а вот на этаже 20 (77-80) Петя еще и чихнет, так как число 77 делится нацело на 11. Поэтому всего в подъезде Пети 21 этаж.

Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте http://mathbaby.ru/ после 15 марта 2017г
Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 2 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте

XXI ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

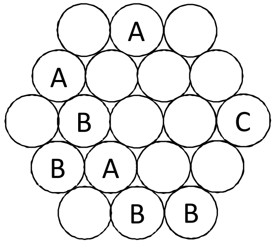
12 февраля 2017г

Старшая группа, 4 класс.

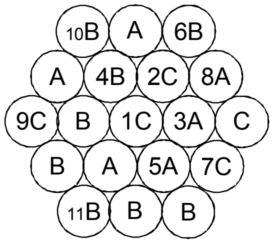
Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1 Имеются карточки с числами от 1 до 9. Расположите их в ряд так, чтобы никакие три подряд идущие карточки не лежали ни по убыванию, ни по возрастанию чисел, написанных на них. (*Е.Иванова*)

<u>*Ответ.*</u> 132547698 или 153428796 и много других вариантов.



Задача 2. Расставьте в кружках буквы А, В и С так, чтобы не было равносторонних треугольников с тремя одинаковыми буквами в вершинах. (*О.Леонтьева*)



<u>*Ответ.*</u> Приведён на рисунке. Цифрами указана последовательность восстановления букв

Задача 3 В городе есть станции метро – Аль, Бета, Гамильтон, Дельта, Лямбда, Эпсилон, Икс и Зета. Известно, что между двумя станциями без пересадок ходит поезд, если количество букв в названиях этих станций имеют разную четность. Федя хочет проехать как можно более длинный путь, не посещая никакую станцию дважды, причем так, чтобы название каждой следующей станции было длиннее предыдущей. Какой длины будет этот путь? Ответ объясните. (*Е.Иванова*)

<u>*Ответ.*</u> 3 станции.

<u>*Решение.*</u> Заметим, что условие можно переписать так: есть числа 3, 4, 9, 6, 6, 7, 3, 4. Известно, что числа разной четности соединены отрезком. Требуется найти ломаную с наибольшим количеством вершин. Заметим, что в такой ломаной четные и нечетные числа чередуются и вдобавок идут по возрастанию. Нечетных числа 4, причем два из них равны, то есть могут быть использованы только числа 3, 7, 9. Поскольку нет четных чисел меньше 3 и больше 7, то максимальная ломаная содержит не более 3 вершин. Пример для 3 вершин есть: Аль-Бета-Эпсилон.

Задача 4. Планета Железяка делает оборот вокруг своей оси за 5 железякских часов. А планета Каменюка делает один оборот вокруг своей оси за 6 каменюкских часов. Космический корабль летит от планеты Железяка до планеты Каменюка 20 железякских часов, а обратно 25 каменюкских часов. Какая планета вращается вокруг своей оси быстрее. Ответ объясните. (*Е.Гущина*) *Комментарии в аудиториях: считается, что расстояние между планетами неизменно.*

<u>*Ответ.*</u> Каменюка вращается быстрее.

<u>*Решение*</u>. Поскольку 20 железякских часов равно 25 каменюкских часов, то 4 ж.ч = 5 к.ч. То есть 1ж.ч > 1 к.ч. Нам требуется сравнить 5 ж.ч и 6 к.ч. Добавим к обеим частям равенства 4 ж.ч = 5 к.ч по 1 соответствующему часу. Так как 1 ж.ч > 1 к.ч, 5 ж.ч > 6 к.ч

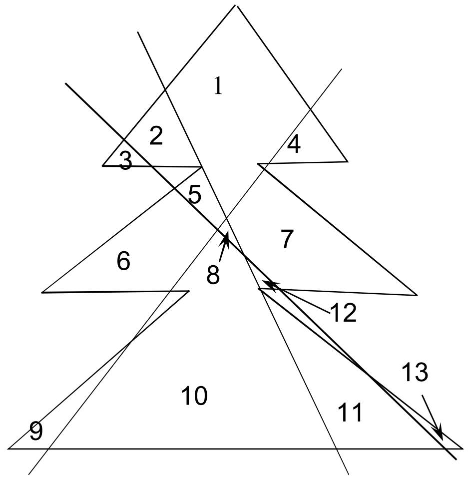
Задача 5. Дома вдоль единственной улицы в Цветочном городе решили пронумеровать, для чего изготовили таблички с цифрами. Оказалось, что табличек с цифрой 1 потребовалось на 12 штук больше, чем табличек с цифрой 0. Какое наименьшее количество домов может быть на этой улице? Ответ объясните. (*В.Попов*)

<u>*Ответ.*</u> 110

<u>*Решение*</u>. Заметим, что в записи чисел от 1 до 10 две единицы и один нуль. Среди чисел от 11 до 19 - нет нулей и 10 единиц (две единицы у числа 11 и по одной у каждого следующего). Таким образом, при появлении числа 19 количество единиц впервые превысит количество нулей на 11. В каждом следующем десятке 20-29, 30-39, …, 90-99 ровно один 0 и ровна 1 единица. Причем сначала увеличивается количество нулей, а потом - единиц. Таким образом, в записи чисел с 1 до 99 единиц на 11 больше и ни в какой момент времени количество единиц не будет превышать количество нулей на 12. Добавим 100. Теперь единиц стало на 10 больше, 101 – снова на 11. Числа 102, …, 109 не изменят разницу. И только число 110 дает вклад две единицы и один ноль и разность впервые становится равной 12.

Задача 6. Разрежьте ёлочку на рисунке тремя прямыми разрезами на 13 частей. (*Е.Иванова*)

<u>*Ответ.*</u> Один из возможных вариантов приведен на рисунке.



Задача 7. Валя, Саша, Женя и Слава играли на перемене. Кто-то из них разбил окно.

Валя: «Разбил кто-то из мальчиков».
Саша: «Это Слава!»
Женя: «Среди нас мальчиков больше».
Слава: «Мы с Валей – девочки!».

Оказалось, что все девочки солгали, а все мальчики сказали правду. Кто разбил окно? (все имена могут носить как мальчики, так и девочки) Ответ объясните. (*Е.Иванова*)

<u>*Ответ.*</u> Окно разбил Валя.

<u>*Решение*</u>. Рассмотрим утверждение Славы. Это не может быть правдой, так как иначе девочка сказала бы правду, а она должна была солгать. Значит, это ложь и Слава – девочка (например, ее зовут Владислава). Тогда она солгала и, значит, Валя – мальчик. Тогда он сказал правду и окно разбил какой-то мальчик. Тогда Слава не могла разбить окно и утверждение Саши ложно. Следовательно, Саша – девочка. Но тогда девочек уже две и утверждение Жени также не может быть истинным. Значит, она тоже девочка и окно разбил единственный мальчик – Валя.

Задача 8. Нечетное количество конфет попытались разложить в коробки по 46 штук, удалось заполнить только 43 коробки. Потом их попытались уложить в коробки по 43 штуки. Хватило на 47 коробок и тоже что-то осталось. Получится ли разложить конфеты поровну в 17 коробок? Ответ объясните. (*Е.Иванова*)

<u>*Решение*</u>. Поскольку, раскладывая по 46 конфет, удалось заполнить только 43 коробки, то общее число конфет равно $N=46\cdot 43+A$, где $0<A<46$. Аналогично $N=43\cdot 47+B$, где $0<B<43$. Откуда $N=46\cdot 43+A=43\cdot 47+B=43\cdot 46+43+B$. То есть $A=43+B$.

При этом известно, что $A<46$, то есть B = 1 или 2. По условию N – нечетно, поэтому B должно быть четно. Следовательно $B=2$ и общее количество конфет равно $43\cdot 47+2=2023$, что делится на 17. $2023=119\cdot 17$.

Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте http://mathbaby.ru/ после 15 марта 2017г
Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 2 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте

Краткие решения задач олимпиады 5 класса 29 января 2017

Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. На какую цифру оканчивается произведение всех чисел, делящихся на 2017 и меньших 20170? (*фольклор*)

Ответ. 0.

Решение. Поскольку среди этих чисел есть число 2017·2 и 2017·5, то в искомом произведении будет множитель 10.

2. У Егора и Артёма вместе 45 марок. Половина марок Егора равна трети марок Артёма. Сколько марок у каждого мальчика? (*Т.Антошкина*)

Ответ. У Егора 18 марок, у Артёма – 27 марок.

3. Три одинаковых квадрата приложили друг к другу стороной (без наложений) так, что получился прямоугольник. Чему равна площадь прямоугольника, если его периметр равен 48см? (*фольклор*)

Ответ. 108 см^2.

Решение. Одна сторона прямоугольника равна стороне квадрата, а другая – в 3 раза больше, т.е. периметр прямоугольника состоит из 8 сторон квадрата. Отсюда легко найти длины сторон и площадь

4. В компании детей среди любых четырех есть Саша. А среди любых трех есть девочка. Какое наибольшее количество Александров (мальчиков) может быть в этой компании? (*Н.Михайловский*)

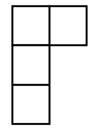
Ответ. Два.

Решение. Так как среди любых трех есть девочка, то мальчиков не больше двух. И такое быть может: например компания ровно из 4 человек – два мальчика Саши и две девочки Маши.

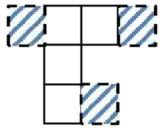
5. Петя сложил три последовательных числа и получил число с разными цифрами. Переписывая результат в тетрадь, он забыл дописать последнюю цифру и записал 1046. Какие три числа сложил Петя? (*Е.Иванова*)

Ответ. 3488, 3489 и 3490.

Решение. Сумма любых трех последовательных чисел должна делиться на 3, поскольку она равна утроенному среднему числу. Чтобы число 1046* делилось на 3 вместо * может быть 1, 4 или 7. Разделив 10467 на 3, получим среднее число.



6. К четырехклеточной фигуре, имеющей форму буквы Г, требуется добавить ещё одну клетку так, чтобы получилась фигура, имеющая ось симметрии. Сколькими способами это можно сделать? (*Г.Жуков*)



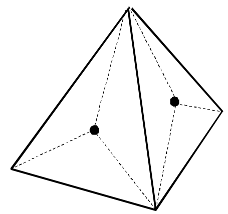
Ответ. Тремя.

Решение. Возможные способы указаны на рисунке.

7. Электронные часы показывают время в 24 часовом формате. Какое максимальное число минут подряд на экране будут высвечиваться четыре цифры, идущие в порядке а) возрастания; б) неубывания? (Вместо 24:00 часы показывают 00:00) (*А.Мищенко*)

Ответ. а) 7 минут; б) 15 минут.

Решение. а) Предпоследняя цифра не может быть меньше 2, иначе первые две не смогут идти в порядке возрастания. Двузначное число с возрастающими цифрами может быть только до перехода через разряд. Значит, это не может продолжаться больше 7 минут (от 3 до 9). А это возможно: от 01:23 до 01:29); б) Без перехода через разряд такое свойство может наблюдаться не более 10 минут. Но теперь после перехода через разряд неубывание вполне может сохраниться, если при этом предпоследняя цифра тоже стала нулем. Но тогда и все должны стать нулями. Поэтому самую длинную цепочку нужно искать около полуночи. От 23:55 до 00:09.



8. В бумажной пирамидке на каждой грани выбрали точку, соединили ее синим отрезком с вершинами граней и разрезали по всем синим отрезкам. Сколько получилось бумажных кусочков? (*Е.Иванова*)

Ответ. 6 кусочков.

Решение. Кусочков будет ровно столько, сколько ребер у пирамидки.

9. Оля, Вася, Маша и Петя – ученики 4, 5, 6 и 7 классов. На вопрос, кто кого старше, ребята сказали:

Оля: «Маша старше Пети»
Вася: «Оля младше Пети»
Маша: «Петя старше Васи»
Петя: «Маша младше Оли».

Позже выяснилось, что если кто-то высказался про школьника старше его самого, то он соврал. Все остальные утверждения были верными. Определите, кто в каком классе учится. (*Е.Иванова , А.Петухов*)

Ответ. Оля – в 5 классе, Вася – в 7, Маша – в 4, Петя – в 6.

Решение1. Рассмотрим утверждение Оли. Пусть она сказала правду. Тогда Маша старше Пети и Оля старше и Пети, и Маши (иначе ее утверждение было бы ложным). Тогда утверждение Пети должно быть ложным, так как он говорит про Машу, которая старше. Значит, Маша старше Оли. Но мы уже выяснили, что Оля старше Маши. Значит такого не может быть и Оля лжет.

Это значит, что Маша младше Пети и Оля либо младше и Маши, и Пети, либо старше Маши, но младше Пети. В любом случае Петя старше и Маши, и Оли. Значит, он говорит правду, а Маша лжет. Отсюда М < О < П < В. Проверяем этот вариант. Он подходит.

Решение2. Найдем, кто старше всех. Про него все сказали неправду. Это не может быть Петя, потому что тогда Маша сказала правду. Это не может быть Маша, так как тогда про нее Оля сказала правду. И это не может быть Оля. Так как тогда про нее Петя сказал правду. Поэтому Вася – самый старший. И он точно сказал правду. Значит, Оля младше Пети и Оля соврала про Петю. Т.е. Петя старше Маши и Петя – второй по возрасту. Осталось выяснить, кто старше Оля или Маша. Но это ясно из утверждения Пети.

10. Лёша записал на доске натуральное число, меньшее 1000. Каждую секунду он делит текущее число на доске на 2, если оно четное и записывает результат деления вместо предыдущего числа. Если же число на доске нечетно, он прибавляет к нему 1 и тоже записывает результат сложения вместо прежнего числа. Через какое наибольшее число ходов у Леши может впервые получиться число 1 на доске?

Например, если было записано 5, то мы получаем 1 через 5 ходов:

$$5 \to 6 \to 3 \to 4 \to 2 \to 1 .$$ (*Н.Михайловский*)

Ответ. Через 19 ходов.

Идеи решения.Решим задачу с конца: 1 - 2 - 4 - 3 - 6 - 5 - 10 - 9 - 18 - 17 - 34 - 33 - 66 - 65 - 130 - 129 - 258 - 257 - 514 - 513. Очевидно, что это самая длинная возможная цепочка ходов. Значит, не позже чем через 19 ходов он получит 1.

Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. У Остапа 4 брата. Однажды мама принесла 50 конфет и высыпала их на тарелку. Остап взял себе сколько-то конфет. А потом конфеты брали остальные братья. Каждый следующий брал как минимум в 2 раза больше, чем предыдущий. Какое наибольше число конфет мог взять Остап? (*А.Петухов*)

Ответ. 1.

Решение. Если бы Остап взял хотя бы 2 конфеты, то следующий брат должен был взять не менее 4 конфет, следующий – не менее, чем 8, следующие – 16 и 32. Сумма всех конфет тогда будет больше 50. Если же Остап взял 1 конфету, то сумма 1+2+4+8+16 меньше 50 и так могло быть.

2. Гриша написал на доске число 16 и каждую минуту прибавляет к числу на доске его наибольший простой делитель (стирает старое число и записывает новое). Начав с числа 16, он получит последовательность: 16 — 18 — 21 — 28 — 35 — … Может ли на доске в какой-нибудь момент времени оказаться число вида 1000…000? (*Н.Михайловский.*)

Ответ. Не может.

Решение. Заметим, что при описанном алгоритме наибольший простой делитель текущего числа на доске может только увеличиваться, как видно, уже после 2 шага число на доске делится на 7, то есть в числе всегда будет простой делитель не меньший 7. Но в числе 1000….000 есть только простые делители 2 и 5, которые меньше 7. Противоречие.

3. На берегу озера стоят три домика: Совы, Кролика и Винни-Пуха. По берегу озера идет круговая дорога. Пятачок посадил дуб ровно посередине между домиками Совы и Кролика. А ровно посередине между домиками Винни-Пуха и Кролика в улье живут пчелы. Сейчас Пятачок стоит ровно посередине между домиками Совы и Винни-Пуха. Если он пойдет к дубу, зайдя по дороге в гости к Сове, то пройдет 17 км, а если пойдет к дубу, зайдя в гости к Винни-Пуху и Кролику, то пройдет 35 километров. Каково расстояние по дороге от домика Винни-Пуха до улья? (*Н.Михайловский*)

Ответ. 9км.

Решение. Разница в длине между двумя разными маршрутами Пятачка до дуба равна расстоянию от домика Кролика до домика Винни-Пуха. Следовательно, расстоянию от домика Кролика до домика Винни-Пуха равно 18 км (35 км-17 км). Расстояние от Винни-Пуха до Улья равно половине предыдущего расстояния, т. е. 9 км..

4. 31 января 2016 года к доктору Пилюлькину пришла толпа коротышек с жалобами на плохое самочувствие. Пилюлькин назначил всем весь февраль пить витамины – по 1 таблетке 1 раз в день. Незнайка, как всегда опоздал и пришел к доктору только в феврале. Пилюлькин назначил со следующего дня витамины и ему тоже. Оказалось, что за февраль коротышки (включая Незнайку) съели 2017 таблеток. В какой день февраля пришел к доктору Незнайка? (*Е.Иванова*)

Ответ. 13 февраля

Решение. Поскольку в феврале 2016 года 29 дней, то если вычесть таблетки, которые съел Незнайка, то остальное должно делиться на 29. Разделим 2017 на 29 с остатком. 2017 = 69x29+16. Значит, Незнайка пил таблетки 16 дней. Это с 14 по 29 февраля. Следовательно, он пришел к Пилюлькину 13 февраля.

5. В круг встали 2017 жителей Острова Рыцарей и Лжецов (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). Каждого из них попросили назвать своего правого соседа, и каждый ответил либо «рыцарь», либо «лжец». Могло ли оказаться, что ответов «рыцарь» было дано ровно 2000? (*Е.Иванова*)

Ответ. Не могло.

Решение. Рассмотрим пару рядом стоящих и будем считать только то, что сказал левый сосед. Тогда в этой паре левый человек мог сказать «рыцарь» в случае только, если пара РР или ЛЛ. Аналогично левый мог сказать «лжец» только в случаях ЛР и РЛ. Таким образом количество ответов «лжец» равно количеству смешанных пар.

Множество всех жителей в хороводе разбивается на области одного типа Р…Р и Л…Л. И смешанные пары могут быть только на границе этих областей. Следовательно, количество смешанных пар в точности равно количеству областей. Но количество областей не может быть нечетным, поскольку области рыцарей и лжецов чередуются. Поэтому сказать «лжец» могли только четное число человек.

Если всего опросили 2017 человек, а «рыцарь» сказали 2000, значит, «лжец» сказали 17. Но это нечетное число, а, как было доказано выше, такого быть не может.

Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла (если пунктов несколько, то каждый пункт стоит 2 балла).

В части Б оценивается решение – от 0 до 5 баллов.

Творческая Лаборатория «Дважды Два»

Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Кроме того мы проводим мини-школы или школы выходного дня. Ближайшая такая школа планируется ***с 4 марта***.

Летняя школа в Болгарии (2 смены) – ***с 30 июня по 28 июля*** – 1-9 класс.
Летняя школа в Подмосковье – ***с 3 по 23 августа*** – для 4–10 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалях на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран. В частности в 2015 и 2016 годах наших ученики в составе сборной России на международной Олимпиаде по математике завоевали две серебряные и две золотые медали.

В этом году мы набираем 5 и 6 математические классы на базе школ 444 (5 класс), 1329 (5 класс), 1210 (5 класс), 2086 (6 класс)

Более подробно со всеми направлениями нашей работы в можете познакомиться на сайте.

Олимпиада 5 класса

Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы ***после 15 февраля*** на нашем сайте. http://mathbaby.ru

Устный тур.

Устный тур пройдёт 19 марта в помещении МИРЭА. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.