Ице Јошески
Битола

РЕШАВАЊЕ НА „ ПРОБЛЕМСКИ ЗАДАЧИ“

Честа е потребата од решавањето на текстуални задачи т.н. „проблемски задачи“ во 5-то и 6-то одд. За успепшно решавање на овие задачи учениците треба да знаат да решаваат равенки од прв степен со една непозната или систем од две линеарни равенки со две непознати. Но тие се изучуваат во 8-мо одделение. Решавањето на линеарните равенки со една непозната можно е и врз основа на својствара на четирите основни операции. Во продолжение ќе се задржиме логичко решавање на неколку „проблемски задачи“ чие решение може да се генерализира во други случаи.

Пример 1. Ања ги броела патничките возила и моторциклите, а Милош ги броел тркалата на патничките возила и моторциклите кои поминувале по улицата. Ања изброила 28 возила, а Милош изброил 94 тркала. Колку биле автомобили, а колку моторцикли?

Решение. *Прв начин*. Ако сите возила биле моторцикли тогаш вкупниот број на тркала би изнесувал $28\cdot 4=112$. Разликата од $112-94=18$ тркала се повеќе оти на моторциклите им е пресметувано по 4 тркала т.е по 2 повеќе, па затоа на секој моторцикл му одземаме по 2 тркала т.е. $18:2=9$. Значи 9 возила се моторцикли и $28-9=19$ се патнички возила

Втор начин. Ако сите возила биле моторцикли, тогаш вкупниот број на тркала би изнесувал $28\cdot 2=56$. Разликата $94-56=38$ тркала е помалку од вкупниот број 94 поради тоа што на секое патничко возило му се „скратувани“ по 2 тркала. Затоа бројот на патничките возила е $38:2=19$. Оттука $28-19=9$ возила се моторцикли.

Проверка: $9\cdot 2+19\cdot 4=94$. ■

Пример 2. Димитар имал 25 монети од по 2 денари и од по 5 денари, во вредност од 95 денари. Колку монети биле од по 2 денари, а колку од по 5 денари?

Решение. *Прв начин.* Ако сите монети се од по 2 денари тогаш нивната вредност би изнесувала 50 денари. Разликата $95-50=45$ денари се добива кога на монетите од по 5 денари, ќе се „вратат“ по 3 денари. Значи $45:3=15$ монети се од по 3 денари и $25-15=10$ монети од по 2 денари.

Втор начин. Ако сите монети се од по 5 денари тогаш нивната вредност ќе изнесува, $25\cdot 5=125$ ден . Разликата од $125-95=30$ денари е вишок поради тоа што секоја дводенарка се пресметнува по 5 денари. Значи дводенарки се $30:3=10$, а петденарки се $25-10=15$ монети

Проверка: $15\cdot 5+10\cdot 2=95$. ■

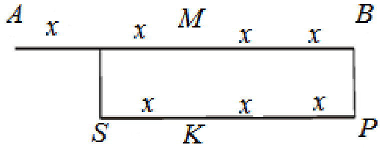
Пример 3. Еден ученик на натпревар по математика требало да реши 20 задачи. За секоја точно решена задача добивал по 5 бода, а за секоја нерешена или погртешно решена задача губел 3 бода. Колку задачи решил ученикот ако освоил вкупно 76 бода.

Решение. За една нерешена или погрешно решена задача ученикот губел 5 бодови од бодовите што треба да ги добие, затоа што за секоја точно решена задача добивал по 5 бода. Но истовремено за истата задача тој е „казнет“ со уште три бода затоа што не ја решил точно, бидејќи за секоја нерешена или погрешно решена задача губел 3 бода. Значи за една нерешена задача ученикот губел $5+3=8$ бодови. Бидејќи вкупниот број на изгубени бодови е $24=100-76$, а $24:8=3$, бројот на нерешени задачи е 3. Значи ученикот решил $20-3=17$ задачи.

Проверка. $17\cdot 5-3\cdot 3=76$. ■

Пример 4. Марија и Билјана имаат заедно 140 денари. Кога Марија потрошила половина од своите пари, а Билјана една третина од своите пари им останале еднакви суми. По колку пари имала секоја од нив:

Решение. Остатоците по трошењето им се еднакви, т.е. $\frac{1}{2}$ од парите на Марија се еднакви со $\frac{2}{3}$ од парите на Билјана. Следува дека $\frac{1}{4}$ од парите на Марија се еднакви со $\frac{1}{3}$ од парите на Билјана. Марија има $\frac{2}{2}$ или $\frac{4}{4}$ еднакви делови, а Билјана има $\frac{3}{3}$ еднави делови, или двете заедно имаат вкупно 7 еднакви делови. Па вредноста на еден дел е $140:7=20$ денари. Следува дека Марија имала $4\cdot 20=80$ денари, а Билјана $3\cdot 20=60$ денари.



Илустративното или графичкото решение на задачата е

AB-Марија, *SP*- Билјана.

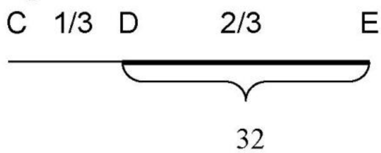
Од условот во задачата $\frac{1}{2}\overline{AB}=\overline{MB}=2x$ и $\frac{2}{3}\overline{SP}=\overline{KP}=2x$, следува $x=\frac{1}{4}\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{SP}$.

Затоа $\overline{AB}=4x, \overline{SP}=3x$ и $140=\overline{AB}+\overline{SP}=7x$. Значи, $x=20$ денари. Оттука Марија имала $4\cdot 20=80$ денари, а Билјана $3\cdot 20=60$ денари. ■

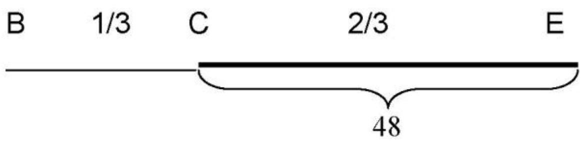
Пример 5. Виктор треба да реши одреден број задачи . Првиот ден тој решил $\frac{1}{3}$ од сите задачи, вториот ден решил $\frac{1}{3}$ од остатокот, а третиот ден $\frac{1}{3}$ од вториот остаток. Потоа му останале 32 задачи. Колку задачи вкупно требало да реши Виктор?

Решение. При решавање на оваа задача се поаѓа од „крајот“. Остатокот по вториот ден е задачите што ги решил третиот ден собран со 32. Затоа $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ од нив е 32. Значи, по вториот ден имал $(32:2)\cdot 3=48$ задачи за решавање. 48 е остатокот по првиот ден, а тоа е $\frac{2}{3}$ од 72 задачи. Овие 72 задачи се остаток по првиот ден што преставува $\frac{2}{3}$ од вкупниот број задачи. Следува да вкупниот број задачи е $(72:2)\cdot 3=36\cdot 3=108$.

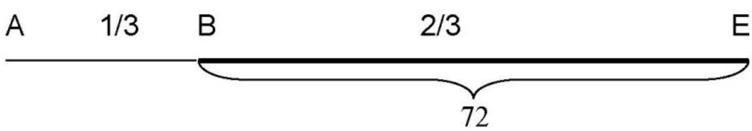
Илустративното решение на задачата е



$\overline{CD}$ се задачите што ги решил третиот ден. Сега $32=\overline{DE}=\frac{2}{3}\overline{CE}$, па затоа $\overline{CE}=(32:2)\cdot 3=48$ е остаток по вториот ден.



$\overline{BC}$ се задачите што ги решил вториот ден. Сега $48=\overline{CE}=\frac{2}{3}\overline{BE}$, па затоа $\overline{BE}=(48:2)\cdot 3=72$ е остаток по првиот ден.

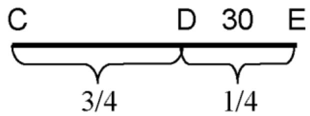


$\overline{AB}$ се задачите што ги решил првиот ден. Сега $72=\overline{BE}=\frac{2}{3}\overline{AE}$, па затоа $\overline{AE}=(72:2)\cdot 3=108$ е вкупниот број задачи. ■

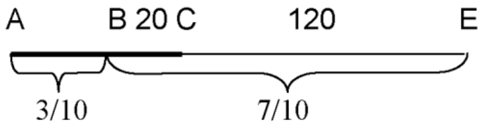
Пример 6. Еден ученик прочитал една книга за 3 дена. Првиот ден прочитал $\frac{1}{5}$ од книгата и уште 16 страници. Вториот ден прочитал $\frac{3}{10}$ од остатокот и уште 20 страници. Третиот ден прочитал $\frac{3}{4}$ од новиот остаток и преостанатите 30 страници. Колку страници имала книгата ?

Решение. И при решавањето на оваа задача се поаѓа од „крајот". 30 страници се $\frac{1}{4}$ од страниците што останале по вториот ден ($1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$). Следува, вториот ден прочитал 120 страници, што е за 20 помалку од $\frac{7}{10}$ од остатокот по првиот ден кој е $120+20=140$. 140 преставува $1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$ од остатокот по првиот ден а тоа е $(140:7)\cdot 10=200$ страници. Како првиот ден прочитал $\frac{1}{5}$ и уште 16 задачи следува дека 200-те страници и прочитаните 16 страници, т.е. 216 се $\frac{4}{5}$ од вкупниот број страници. Следува вкупниот број на прочитани страници е $(216:4)\cdot 5=54\cdot 5=270$.

Илустративното решение на задачата (метод на отсечки)



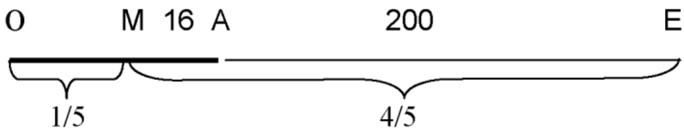
$\overline{CE}$ се прочитани страници во третиот ден, т.е остаток по вториот ден како $\frac{1}{4}\overline{CE}=30$ следува $\overline{CE}=4\cdot 30=120$ страници



$\overline{AC}$ се прочитани страници во вториот ден, т.е $\frac{3}{10}\overline{AE}+20$. Сега

$$\overline{AE}=\overline{AC}+\overline{CE}=\frac{3}{10}\overline{AE}+20+120=\frac{3}{10}\overline{AE}+140,$$

па затоа $\frac{7}{10}\overline{AE}=140$, т.е. $\overline{AE}=(140:7)\cdot 10=200$.



$\overline{OA}$ се прочитани страници во првиот ден, т.е $\frac{1}{3}\overline{OE}+16$. Сега

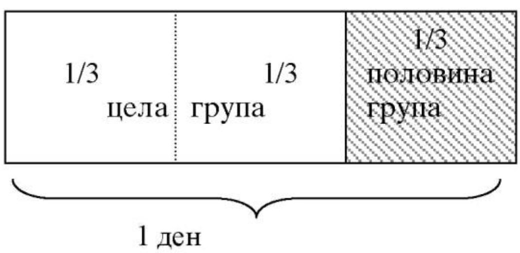
$$\overline{OE}=\overline{OA}+\overline{AE}=\frac{1}{5}\overline{OE}+16+200=\frac{1}{5}\overline{OE}+216,$$

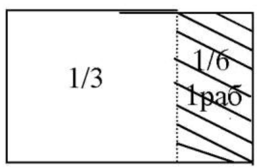
па затоа $\frac{4}{5}\overline{OE}=216$, т.е. $\overline{OE}=(216:4)\cdot 5=270$.

Пример 7: Група работници требало да обработат двениви, од кои едната била два пати поголема од другата. Почнале наутро и до пладне сите работеле на големата нива. Потоа се поделиле, половината работници работеле на поголемата нива и до вечерта ја обработиле. Другата половина од работниците отишла да работи на малата нива, но до вечерта не успеале целата да ја обработат. Останал еден дел кој наредниот ден го изработил еден работник работејќи цел ден. Да се одреди бројот на работниците ?

Решение. За да се обработи поголемата нива целата група работела половина ден, до пладне, и втората половина од денот, попладне. Значи, на половина од групата им е потребно три пати по половина ден, т.е. 1,5 ден за да се обработи поголемата нива, следува дека половина од групата за половина ден ќе изработи $\frac{1}{3}$ од големата нива. Бидејќи големата нива е двапати поголема од малата нива, заклучуваме дека делот што останал необработен од малата нива е $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ од големата нива и истиот го изработува еден работник за еден ден. Значи, еден работник за еден ден изработува $\frac{1}{6}$ од големата нивата. Но, дветениви се $1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ делови од големата нива, обработениот дел од целата група за еден ден е $\frac{3}{2}-\frac{1}{6}=\frac{8}{6}$ делови од големата нива. Сега, еден работник за еден ден сработува $\frac{1}{6}$ од големата нива и како $8\cdot\frac{1}{6}=\frac{8}{6}$ заклучуваме дека целата група има 8 работници.

И за оваа задача ќе дадеме илустративно решавање.





Ако целата група работници ја замислиме како да е од две групи по половина број од работниците и бидејќи целата група работела половина ден, а попладне половина од групата ја завршила работата на големата нива следува заклучокот дека половина од групата да завршува за еден ден

$\frac{1}{3}$ од големата нива (види цртеж). Бидејќи малата нива е $\frac{1}{2}$ од големата нива следува дека необработениот дел од малата нива е $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ од големата нива што еден работник ја завршува за еден ден. Целата група работници за еден ден завршува $4\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$ од големата нива, што значи дека имаме $\frac{4}{3}:\frac{1}{6}=8$ работници.

Статијата прв пат е објавена во списанието НУМЕРУС