

Ирена Стојковска

Природно-математички факултет, Скопје

БРОЈОТ КОЈ СТАНУВА ЗА ЕДЕН ПОГОЛЕМ КОГА ОД НЕГО ЌЕ ЗЕМЕШ ЕДЕН

Титус многу сакал да му задава загатки на својот пријател Кајус, и еден ден тој му го поставил следното прашање: „Кој број станува за еден поголем кога од него ќе земеш еден?“

“Твојата глава сигурно е целосно направена од дрво.“, одговорил на тоа Кајус.

Но, кога Титус на камениот под напишал IX и му рекол на Кајус, „Сега земи го I и кажи ми што е тоа што остана?“, тогаш Кајус увидел дека во дрвената глава на Титус, сепак имало нешто. (Извадок од [1].)

Ако знаеме дека Титус живеел во Рим за време на постоењето на Римската Империја, тогаш треба да знаеме дека во тоа време во употреба биле *римските броеви*. Во римскиот броен систем се користат седум основни симболи за пишување на броевите, тоа се: I, V, X, L, C, D и M. Секој од тие симболи има своја вредност:

$$I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500 \text{ и } M = 1000.$$

За разлика од арапскиот (декаден) броен систем, кој денес го користиме, кој ги користи цифрите од 0 до 9 и кои имаат различни вредности во зависност од тоа на која позиција се наоѓаат во бројот, во римскиот броен систем исто така е важна местоположбата на симболот, но вредноста на напишаниот број се пресметува со собирање на напишаните единици, десетки, стотки и илјади.

Начин на формирање на римските броеви

Пишувањето на римските броеви подлежи на следните три правила:

1) Бројот се формира со собирање на вредностите на запишаните симболи, при што симболите се запишуваат од поголем кон помал, од лево на десно, освен при правилото за одземање, видете го 3).

На пример, XII = X + I + I = 10 + 1 + 1 = 12, MLXXV = M + L + X + X + V = 1000 + 50 + 10 + 10 + 5 = 1075 итн.

ОД ИСТОРИЈАТА НА МАТЕМАТИКАТА

2) Само симболите I, X, C или M, може да се запишуваат еден до друг повеќе од еден симбол од ист вид, но не повеќе од три симболи од ист вид. Симболите V, L и D, не може да се запишуваат повеќе од еден ист симбол еден до друг.

На пример, бројот 155 не е правилно да се запише како LLLV, туку треба да се запише како CLV, затоа што не смее да има повеќе од еден ист симбол L еден до друг. Исто така, не е правилно бројот 39 да се запише како XXXVIII, затоа што не смее да има повеќе од три исти симболи I еден до друг. Видете го следното правило 3) како правилно може да се запише бројот 39.

3) Правилото на одземање се однесува на запишување на симбол со помала вредност пред симбол со поголема вредност, при што I може да се стави само пред V или X, потоа X може да се стави само пред L или C, и C може да се стави само пред D или M. Ова правило се користи за запишување на броевите: IV = 4, IX = 9, XL = 40, XC = 90, CD = 400 и CM = 900. Ова правило го надополнува правилото 2), односно обезбедува да нема четири исти симболи еден до друг.

На пример, $39 = 30 + 9 = XXX + IX = XXXIX$, $444 = 400 + 40 + 4 = CD + XL + IV = CDXLIV$, $2903 = 2000 + 900 + 3 = MM + CM + III = MMMCMIII$.

Во следната табела се дадени првите 50 броеви запишани со римски цифри:

1	I	11	XI	21	XXI	31	XXXI	41	XLI
2	II	12	XII	22	XXII	32	XXXII	42	XLII
3	III	13	XIII	23	XXIII	33	XXXIII	43	XLIII
4	IV	14	XIV	24	XXIV	34	XXXIV	44	XLIV
5	V	15	XV	25	XXV	35	XXXV	45	XLV
6	VI	16	XVI	26	XXVI	36	XXXVI	46	XLVI
7	VII	17	XVII	27	XXVII	37	XXXVII	47	XLVII
8	VIII	18	XVIII	28	XXVIII	38	XXXVIII	48	XLVIII
9	IX	19	XIX	29	XXIX	39	XXXIX	49	XLIX
10	X	20	XX	30	XXX	40	XL	50	L

Следејќи ги овие правила, најголемиот број кој може да се запише со овие симболи е бројот $3999 = MMMCMXCIX$.

Запишување на големи броеви и дробки

Седумте стандардни симболи за запишување на римските броеви, значително го стеснуваат опсегот на броевите кои може да се запишат. Цртичката над симболот е најчесто користена ознака која се додава за да вредноста на симболот се зголеми 1000 пати. Така, $\overline{V} = 5000$, $\overline{X} = 10000$, $\overline{L} = 50000$ итн. Па имаме, $\overline{IV} = 4000$, $\overline{IVDXVI} = 4516$, $\overline{MMMLMMXXIX} = 3052029$ итн.

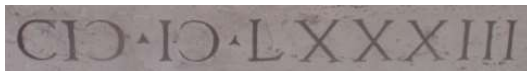
За запишување на дробки, се користи една цртичка („унца“) за дробката $1/12$ и симболот S („семис“) за $1/2$. Во следната табела се прикажани дробките кои може за се запишат со овие симболи:

–	1/12	S–	7/12
=	2/12 = 1/6	S=	8/12 = 2/3
–=	3/12 = 1/4	S–=	9/12 = 3/4
==	4/12 = 1/3	S==	10/12 = 5/6
–==	5/12	S–==	11/12
S	1/2	I	1

Римскиот броен систем не го вклучувал бројот нула и Римјаните немале претстава за овој број во нивната аритметика, односно немале запис за него. Сепак го користеле латинскиот збор „nulla“ за да означат „ништо“.

Историјата на римските броеви

Запишувањето на римските броеви не било отсекогаш исто. Забележани се неколку варијации на запишувањето на некои од симболите, меѓу кои најчест бил записот на M како CIJ и записот на D како IO.



Запис за бројот MDLXXXIII, односно 1583.

За потеклото на симболите постојат повеќе теории. Една од нив е теоријата дека симболите не се ништо друго, туку имитација на гестикациите со кои Римјаните се разбирале меѓусебно. Со кренат еден прст ја означувале количината 1, што преминало во симболот I. Со пет раширени прсти означувале 5, што упростено го прикажувале како одвоен раширен палец од останатите прсти,

односно V. Со прстите од двете раце означувале 10, што првично го запишувале како W, кое подоцна преминало во X. За да го означат бројот 50, искористиле комбинација од 10 и 5 (мислејќи на 5 по 10), која првично ја запишувале како $\text{V}\overline{\text{L}}$, потоа ја упростиле во $\text{V}\downarrow$ па во \downarrow , за да на крај премине во L. Двапати по 50, односно 100, го запишувале како $\text{L}\overline{\text{L}}$, а подоцна се заоблило во $\text{L}\overline{\text{L}}$, што на крај го упростиле во C. Од педесет по десет прво добиле $\text{L}\overline{\text{L}}$, што го упростиле во $\text{L}\overline{\text{L}}$ и на крај во D како симбол за 500. Две 500-тки, односно 1000, ги запишувале како $\text{L}\overline{\text{L}}$, што преминало во CIJ, па во M и на крај во M.

Употребата на римските броеви денес

Во западниот свет, користењето на римските броеви се задржало долго време. Дури во 1202 година, италијанскиот математичар Леонардо Фибоначи во своето дело Liber Abaci (прев. „Книга на сметањето“) ги воведува арапските броеви, а со нив и позициониот броен систем, нулата и децималните места, со што се овозможиле посложени математички пресметки.

Со воведувањето на арапските броеви, не исчезнува целосно употребата на римските броеви. Тие денес сè уште се користат, на пример, при нумерација на главите во книгите, при нумерација на катовите во зградите, за означување на вековите, се среќаваат кај часовниците со стрелки, посебно кај саат кулите итн.

Но најверојатно, најголема примена денес на римските броеви е во математичките загатки. Разговорот меѓу Титус и Кајус, со кој го почнавме овој текст, изобилува токму со такви загатки. Продолжението на тој разговор е следното, [1]:

Откако Кајус увидел дека може и со други броеви да си поигра на сличен начин, го поставил прашањето, „Кој е бројот кој станува за десет поголем кога од него ќе земеш десет?“

Потоа Титус го прашал Кајус дали знае дека половина од девет е четири, а Кајус со неверување рекол дека Титус мора да сонува. Но Титус повторно покажал на бројот IX и побарал од Кајус да ја земе горната половина и да види дали навистина ќе добие IV. Тогаш, Кајус одговорил дека може да покаже дека половина од дванаесет е седум.

„Тоа не е ништо,“ рекол Титус, „половина од тринаесет е осум.“

Во следниот дел ви подготвивме неколку интересни загатки со римските броеви. Обидете се да ги решите.

Задачи за самостојна работа

1. Премести една чепкалка за да добиеш точно равенство.

$$IX - IX = V$$

2. Колку различни броеви може да составиш од симболите I, V, X и L? (Секој симбол може да го искористиш најмногу еднаш.)

3. Наведи некои броеви кои во римскиот броен систем се запишуваат со помалку симболи отколку во арапскиот броен систем.

4. Кој е бројот меѓу 1 и 2000 кој се запишува со најмногу римски симболи?

5. Кој е најмалиот број меѓу 1 и 2000 кој се запишува со 6 римски симболи? Кој е најголемиот?

6. Римските броеви може да ги „напишеме“ и со помош на чкорчиња, така што за симболот I, потребно ни е само едно чкорче, за симболите V, X и L, потребни ни се две чкорчиња и за симболот M потребни ни се четири чкорчиња. Симболите C и D се со закривени линии и нема да ги користиме. Знаците + и – може да ги „напишеме“ со две, односно со едно чкорче. Така, со 5 чкорчиња може да „напишеме“ израз чија вредност е 5: X – V или VI – I.

а) Со 10 чкорчиња запиши израз чија вредност е 10.

б*) Со 2021 чкорче запиши израз чија вредност е 2021.

Извори:

[1] David Eugene Smith, *Number Stories of Long Ago*, Ginn and Company, 1919.

[2] Paul Lewis, *Roman Numerals and Calendar*,
<http://www.web40571.clarahost.co.uk/>.

[3] И. Стојковска, *Напредна математика за почетници (предавања за учениците од IV одделение)*, Есенска математичка школа 2020, СММ, 2021.

[4] J. Lymburn, *The Natural History of Roman Numerals*, Nature 36 (1887), 555-556.

(На крајот од списанието.)

Одговори на задачите за самостојна работа од БРОЈОТ КОЈ СТАНУВА ЗА ЕДЕН ПОГОЛЕМ КОГА ОД НЕГО КЕ ЗЕМЕШ ЕДЕН

1. Едно можно решение е:

$$IX - IV = V$$

2. Може да се состават 26 броеви: I, IV, V, VI, IX, X, XI, XIV, XV, XVI, XL, XLI, XLIV, XLV, XLVI, L, LI, LIV, LV, LVI, LIX, LX, LXI, LXIV, LXV и LXVI.

3. Некои од тие броеви се: X = 10, L = 50, M = 1000, MX = 1010, MM = 2000 итн.

4. Тоа е бројот 1888 = MDCCCLXXXVIII за кој се потребни 13 симболи и е единствениот број меѓу 1 и 2000 со тоа својство.

5. Најмалиот број е XXVIII = 28, а најголемиот е MCMXCV = 1995.

6. а) Некои начини се: XIII – II – I или XX – V – V.

б*) Еден начин е: M (+ III) (25 пати) (+ II) (473 пати).