

## ПРОГРАМА ЗА РАБОТА СО НАДАРЕНИТЕ УЧЕНИЦИ ЗА МАТЕМАТИКА ОД 18-19 ГОДИШНА ВОЗРАСТ

Во овој дел ќе презентираме интегрална наставна програма за работа со надарените ученици за математика на возраст од 18-19 години, т.е. за учениците во IV година во средното образование. Оваа наставна програма треба да се реализира континуирано, а не само во периодите кога учениците се подготвуваат за одделните натпревари по математика.

Цели на наставната програма за учениците на возраст од 18-19 години се:

- кај ученикот/ученичката да се развиваат квалитетите на мислењето како што се: еластичноста, шаблонизацијата, широчината, рационалноста, длабочината и критичноста на мислењето,
- ученикот/ученичката да ги применува научните методи: набљудување, споредување, експеримент, анализа, синтеза, класификација, систематизација и аксиоматскиот метод,
- ученикот/ученичката да ги применува видовите заклучувања: индукција, дедукција и аналогија, при што од особена важност со знајно да презентира примери од кои ќе се види дека ученикот/ученичката осознал/ла дека заклучувањето по аналогија не е секогаш точно,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од функциите од една реална променлива и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од диференцијалното и интегралното сметање на функциите од една реална променлива и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од неравенствата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од комбинаториката и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од генераторните функции и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,

- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од теоријата на графови и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,

За постигнување на претходно наведените цели потребно е да се усвојат следниве содржини:

**Анализа (4 часа седмично – 144 часа годишно).** *Функции од една реална променлива:* основни својства на реалните функции, парни, непарни, периодични, монотони и ограничени функции, елементарни реални функции (графици), класификација на реалните функции, параметарски зададени функции и функции зададени во поларни координати, граница на функција во точка, границите:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  и  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$ , непрекинати функции во точка и на множество, елементарни својства на непрекинатите функции, својства на функциите непрекинати на затворен интервал.

*Диференцијално сметање на функција од една реална променлива:* поим за извод, основни својства и изводи од елементарните функции, извод од инверзна, сложена и имплицитна функција, изводи од повисок ред, пресметување на некои суми со помош на изводи, основни теореми на диференцијалното сметање (Ферма, Рол, Лагранж и Коши), Лопиталово правило, равенка на тангента, агол меѓу две криви, Маклоренова и Тејлорова формула, монотоност и локални екстреми на функција, примена, конвексност и конкавност на функција, превојни точки, асимптоти на крива, конструкција на график на функција.

*Интегрално сметање на функција од една реална променлива:* поим за примитивна функција и неопределен интеграл, замена на променливи, парцијална интеграција, интегрирање на рационални функции, поим за определен интеграл, основни својства на определен интеграл, врска меѓу определен и неопределен интеграл, замена на променливи и парцијална интеграција кај определен интеграл, плоштина на рамнинска фигура должина на лак на рамнинска крива.

*Неравенства:* докажување на неравенства со помош на монотоност на функција, докажување на неравенства со помош на екстремни вредности на функција, неравенство на Поповициу, Јенсен, Бернули, Јанг, Жордан, Хелдер, Минковски, Карамата, Шур, Мјурхед, Петровиќ, Несбит, Хадвигер-Финслер, тежински неравенства меѓу средините, неравенства меѓу тежинските средини од ред  $s$  и ред  $r$ , поим за симетрично неравенство, симетрични неравенства со три променливи, постапка на нормализација и

примена на диференцијалното сметање при докажување на симетрични неравенства.

**Одбрани содржини од дискретна математика (3 часа седмично – 108 часа годишно).** *Комбинаторика:* разбивање на број, подредено разбивање на број, разбивање на множество, деаранжмани, игри и стратегии, проблеми на боење, покривање и расекнување, проблеми на мерење и познанства, двојно пребројување и теорема на Хол.

*Генераторни функции:* поим за генераторна функција, операции со генераторни функции, генераторни функции и диференцни равенки, производ на Адамар за рационални генераторни функции, примена на генераторните функции во теоријата на пребројување, генераторни функции и разбивања, експоненцијални генераторни функции, хармониски броеви, збирови од степени на природни броеви, Бернулиеви полиноми и Бернулиеви броеви, Каталанови броеви. Метод на змијско масло.

*Теорија на графови:* поим за граф, изоморфни графови, матрично давање на графови, видови графови, подграфови, степен на тема, регуларен граф, операции над графови, вериги и циклуси, сврзаност, дрва, цикломатичен број на граф, разделувачки множества, пресеци, својства на матриците на инциденција и соседство, Ојлерови и Хамилтонови графови, планарни графови и карактеризација на планарните графови. Спарување во графови. Поим за спарување. Систем на различни претставници. Теорема за совршено спарување. Бојење на графови. Хроматски број на граф. Графови со голем хроматски број.

## Литература

1. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 3 – калкулус 1 (петто издание), Скопје
2. Малчески, Р., Малчески, С. (2019). Математика за технички науки, Св. Николе
3. Малчески, Р., Малческа, В. (2020): Математика 5 – дискретна математика (второ издание), Скопје
4. Малчески, Р., Малчески, А. (2019). Функции и функционални равенки (второ издание), Скопје
5. Малчески, Р. (2019). Елементарни алгебарски и аналитички неравенства (второ издание), Скопје
6. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С1 (збирка задачи за I година, прв дел), Армаганка, Скопје

7. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С2 (збирка задачи за I година, втор дел), Армаганка, Скопје
8. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С3 (збирка задачи за II година, прв дел), Армаганка, Скопје
9. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С4 (збирка задачи за II година, втор дел), Армаганка, Скопје
10. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С5 (збирка задачи за III година, прв дел), Армаганка, Скопје
11. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С6 (збирка задачи за III година, втор дел), Армаганка, Скопје
12. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С7 (збирка задачи за IV година, прв дел), Армаганка, Скопје
13. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2020). Математички талент С8 (збирка задачи за IV година, втор дел), Армаганка, Скопје
14. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С9 (збирка нерешени задачи за натпревари за средно образование), Скопје
15. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С10 (збирка нерешени задачи за натпревари за средно образование – втор дел), Скопје
16. Малчески, Р., Малчески, А., Малчески, С. (2021). Математички талент С11 – параметарски равенки и неравенки, Скопје
17. Малчески, Р. (2011). Математички талент С12 – Збирка задачи: идентитети, неравенства, низи, полиноми и функции, Скопје
18. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – прв дел, Скопје
19. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – втор дел, Скопје
20. Малчески, А., Малчески, Р., Главче, М., Малчески, С., Треневски, Д. (2020). Репетиториј по елементарна математика – трет дел, Армаганка, Скопје

21. Малчески, А., Малчески, Р., Аневска, К., Малчески, С., Треневски, Д. (2020). Репетиториј по елементарна математика – четврт дел, Армаганка, Скопје
22. Малчески, Р., Малчески, А., Малчески, С. (2021). Маѓународни математички олимпијади 1959-2019, Скопје
23. Малчески, Р., Малчески, А., Малчески, С. (2021). Балкански математички олимпијади 1984-2020, Скопје
24. Младеновиќ, П. (2013). Комбинаторика (четврто издање), ДМС, Београд