



# MATEMAGICAR

МАТЕМАГИЧАР

Petar Mladinić, Zagreb

## MATEMAGICARI I MAGIČNI KRUGOVI

**S**tari matemagičari u Europi i Aziji razmatrali su magične kvadrate. To su u kvadratnoj tablici zapisani brojevi čiji je zbroj u svakome retku, stupcu i dijagonali međusobno jednak.

Primjerice, slikar Albrecht Dürer je 1514. godine na svojoj slici *Melankolija* nacrtao sljedeći magični kvadrat na kojem se vidi godina nastanka slike (slika lijevo na rubu).

On je u tablicu  $4 \times 4$  smjestio brojeve od 1 do 16 tako da je u svakome retku, stupcu i dijagonali zbroj 34.

$$\begin{matrix} & M & M & M \\ M & & M & M \\ M & M & M & M \\ & M & M & M \end{matrix}$$

Ovdje ćemo razmotriti koji je matemagičar otkrio magične krugove. Razmotrit ćemo i koji su se magični krugovi razmatrali. Stari matemagičari također su ih smatrali magičnima kao i magičnim kvadratima jer su imali isto svojstvo stalnosti zbroja brojeva.

$$\begin{matrix} & M & M & M \\ M & & M & M \\ M & M & M & M \\ & M & M & M \end{matrix}$$

### Primjer problema iz 13. stoljeća

U 13. stoljeću u Europi se rješavao sljedeći problem čije je rješenje prikazano magičnim kvadratom  $3 \times 3$ .

*U Kölnu su bila tri brata koja su imala 9 posuda za vino. Prva je posuda imala 1 amam, druga 2, treća 3, ... deveta 9. Braći treba omogućiti da svaki od njih može izmjeriti jednaku ukupnu količinu vina sa svoje tri posude.*

Rješenje je prikazano magičnim kvadratom:

Iz magičnog kvadrata vidi se koje posude mogu uzeti braća.

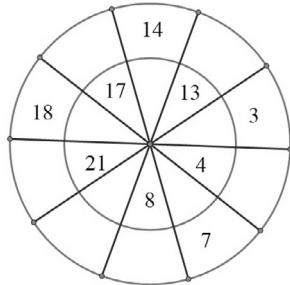
|   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 7 | 6 |
| 9 | 5 | 1 |
| 4 | 3 | 8 |

### Primjer iz knjige

U knjizi *Zgode i mozgalice družbe Matkači* na stranici 117. objavljen je sljedeći zadatak u obliku stripa pod nazivom *Postoji li magični krug?*

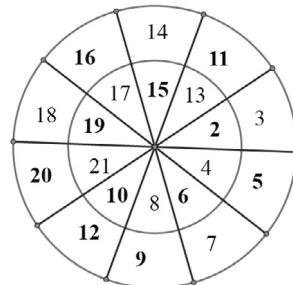
**Zadatak.** U prazna polja kruga treba upisati ostale brojeve od 2 do 21 koji nedostaju tako da u svakom kružnom isječku zbroj „vanjskih“ i „unutarnjih“ brojeva bude jednake vrijednosti.





**Rješenje.** Zbroj prvog i posljednjeg broja je  $2 + 21 = 23$ , drugog i predzadnjeg  $3 + 20 = 23$  itd. Zbroj je uvijek jednak 23, pa je ukupan zbroj 230. U kružnom vijencu i „unutarnjem“ krugu zbroj je  $\frac{230}{2} = 115$ , te nasuprotnim kružnim isječcima  $\frac{230}{4} = 46$ .

Rješenje je na slici desno.



### Seki Kowa i prvi magični krug

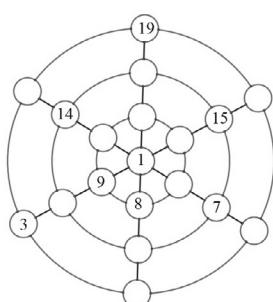
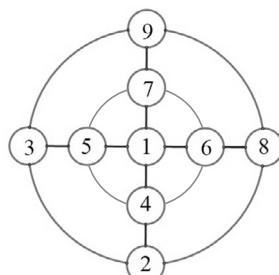
Magični krug koji je objavljen u strip-zadatku otkrio je japanski matemagičar **Seki Shinsuke Kowa** koji ga je objavio 1593. godine u tekstu *Suan-fa T'sung-tsong*.

Poznato je da su se samo japanski matemagičari bavili magičnim krugovima. Među njima je poznat i **Isomura Kittoku** koji je u svojem tekstu 1660. godine objavio nekoliko magičnih krugova.

Ovdje dajemo njegova dva magična kruga; jedan kao riješeni primjer, a drugi kao zadatak za mlade matemagičare.

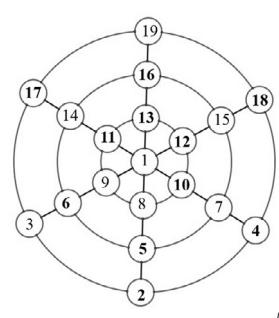
**Primjer.** Rasporedimo brojeve od 1 do 9 na magični krug s dvije kružnice i dva promjera. Zbroj brojeva je 45. U središte smjestimo broj 1. Na svaku kružnicu treba smjestiti brojeve čiji je zbroj 22, tj.  $\frac{45-1}{2} = 22$ , a na promjere  $22 + 1 = 23$ .  
Rješenje je prikazano na slici desno.

Je li to jedino moguće rješenje?



**Zadatak.** Isomurin magični krug je na slici djelomično ispunjen. Dopunite ga brojevima koji nedostaju (slika lijevo).

**Rješenje.** Evo Isomurina magičnog kruga s 19 brojeva (slika desno).

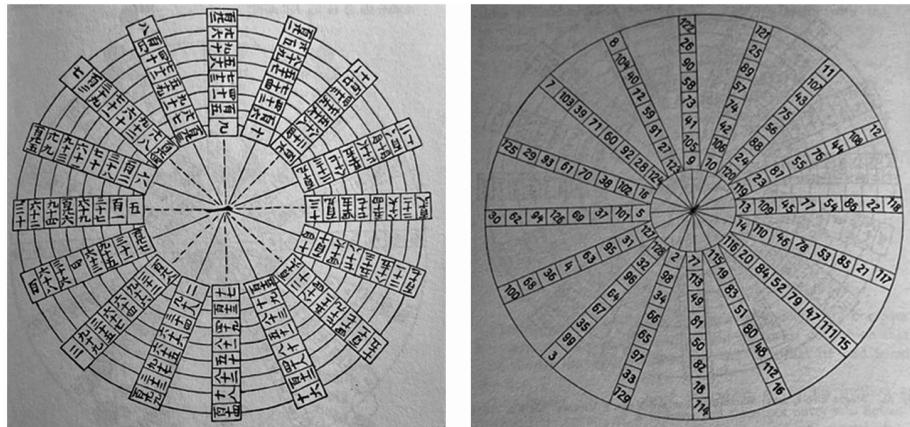




## Nekoliko magičnih krugova

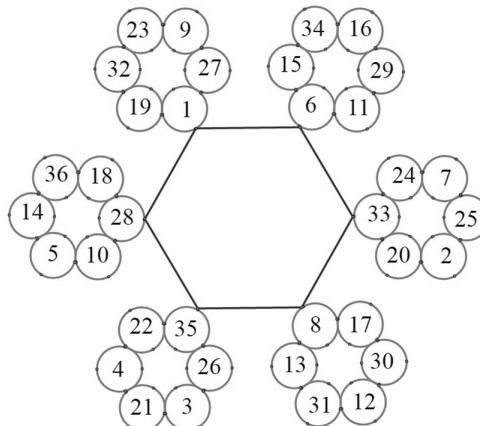
Japanski je matemagičar **Nozawa Teicho** godine 1664. riješio magični krug sa 129 brojeva.

Ovdje dajemo presliku njegova rješenja, kao i naše današnje oznake brojeva.



I za kraj evo primjera kojim ilustriramo kako su japanski matemagičari nadograđivali svoja istraživanja magičnih krugova.

Godine 1684. **Isomura Kittoku** objavio je i ovakav magični krug:



Provjerite ovaj magični krug i objasnite koliki je ukupan zbroj brojeva te kako su grupirani brojevi. Zašto imamo u četiri vrha skupine od tri neparna s tri parna broja, a u jednom vrhu pet parnih s jednim neparnim te u još jednom vrhu pet neparnih s jednim parnim?



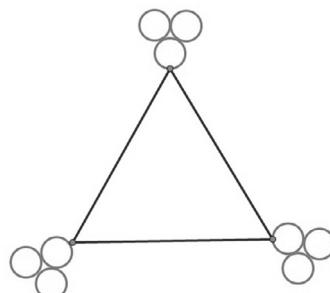
**Zadatci**

1. Nacrtajte magični krug podijeljen na
  - 8 kružnih isječaka i 4 kružnice,
  - 10 kružnih isječaka i 5 kružnica.

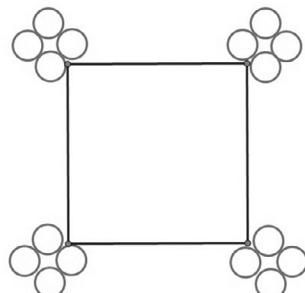
Popunite kružiće tako da budu ispunjeni zahtjevi magičnog kruga.

Prema Isomurinoj ideji riješite sljedeća dva zadatka.

2. Na slici je zadan trokut sa svojim kružićima koje treba popuniti tako da je zbroj triju brojeva u svakome vrhu trokuta međusobno jednake vrijednosti.



3. Na slici je zadan kvadrat sa svojim kružićima koje treba popuniti tako da je zbroj četiriju brojeva u svakome vrhu kvadrata međusobno jednake vrijednosti.



*Uputa.* Razdioba posuda vina i Dürerovo rješenje mogu poslužiti za popunjavanje.

**Napomena.** Jednom knjigom iz Matkine biblioteke nagradit ćemo onoga tko pošalje rješenje zadatka.

