

Др Ратко Тошић (Нови Сад)

ИГРА 12 КАРАТА

Предлажемо вам једну интересантну игру која се може математички анализирати. Верујемо да ће вам играње те игре са вањим друговима пружити много задовољства. Они који воле да програмирају могу се забављати прављењем рачунарских програма за играње ове игре.

Из шпила карата узмите 12 карата: по четири тројке, четворке и петице. Тих 12 карата треба изложити на столу тако да су на увиду обојици играча. Играчи A (први) и B (други) наизменично узимају по једну од изложених карата и слажу их на једну гомилу. При томе се вредност додате карте сабира са збиром вредности претходно сложених карата. Губи играч који је принуђен да својим потезом повећа тај збир преко раније утврђеног броја M .

Ово је пример равноправне игре два лица са потпуном информацијом, без елемената случајности. Наиме, оба играча у сваком тренутку располажу потпуном информацијом о могућим опцијама, и својим и свог противника. Игра је равноправна, јер у истој позицији, било који играч да је на потезу, има потпуно исте могућности игре као и његов противник. Ово, на пример, није случај са шахом.

Питање које се увек поставља код оваквих игара је да ли неки од играча има победничку стратегију, тј. да ли може одабрати такав план игре који ће му обезбедити победу без обзира на то како игра његов противник.

Постоји врло широка класа игара за коју се лако може доказати постојање победничке стратегије за једног од играча, иако није увек лако ефективно и одредити победничку стратегију. Победничка стратегија за неког играча, уколико постоји, не мора бити јединствена. Игра коју управо разматрамо је једна таква игра у којој увек постоји победничка стратегија а одговор на питање који играч има победничку стратегију зависи од избора границе M .

Детаљније ћемо анализирати три случаја:

1. За $M = 34$, победничку стратегију има други играч. Један начин да осигура победу је следећи: после сваког потеза првог играча, он вредност одигране карте допуни до 8; дакле, на тројку одговара

петицом, на четворку четворком, на петицу тројком. Кад оба играча одиграју по четири потеза, збир сложених карата износиће 32. Први играч у следећем потезу губи, јер без обзира шта одигра, збир ће бити већи од 34.

2. За $M = 37$, победничку стратегију има први играч. Она се састоји у следећем: сваки пут кад је на потезу, треба да игра најмањом картом која му стоји на располагању. На тај начин он постиже да су после петог потеза другог играча остале неупотребљене две четворке или четворка и петица или две петице. Збир сложених карата у том тренутку је бар 38 а највише 40. Јасно је да је граница $M = 37$ пређена последњим потезом другог играча.

3. За $M = 38$, први играч, такође, има победничку стратегију, која је, међутим, потпуно различита од оне из претходног примера. Он може да игра на следећи начин:

1. првим потезом игра највећом картом (петицом);
2. сваким следећим потезом, вредност карте којом је играо други играч допуни до 8, а ако му за то недостаје петица, игра четворком.

На тај начин он постиже да после његовог петог потеза збир сложених карата износи 36 или 37. Следећим потезом, други играч је принуђен да пређе границу $M = 38$.

Игре које смо размотрили спадају у тзв. **обрнуте** игре, у којима губи играч који је повукао последњи потез. Могу се посматрати и тзв. **нормалне** игре, у којима је победник онај играч који је повукао последњи потез. У нашем случају то значи да је победник играч који својим потезом повећа збир преко раније утврђеног броја M .

Размотримо пример нормалне игре за случај $M = 34$. Доказаћемо да у овом случају победничку стратегију има први играч. Он може да игра на следећи начин:

1. Првим потезом игра најмањом картом (тројком);
2. Сваким следећим потезом, вредност карте којом је играо други играч допуни до 8, а ако му за то недостаје тројка, игра четворком.

На тај начин он постиже да после његовог петог потеза збир сложених карата износи 35 или 36. Јасно је да је он тим потезом прешао границу $M = 34$.

Читаоцу заинтересованом за ову проблематику, препоручујемо да пређе на решавање задатака датих на крају овог чланка.

Задатак 1. Испитати који од играча, први или други, има победничку стратегију у обрнутој игри за остале могуће вредности границе M од 1 до 47.

Задатак 2. У свим наведеним случајевима испитати и варијанту нормалне игре (у којој је победник онај играч који својим потезом пређе границу M).

Задатак 3. Испитати обе варијанте игре (нормална и обрнута) са 20 карата, у којој су укључене још и двојке и шестике. У овом случају, граница M може да се креће од 1 до 79.