

О ЈЕДНОМ ЗАДАТКУ Ц. Ц. СИЛВЕСТЕРА

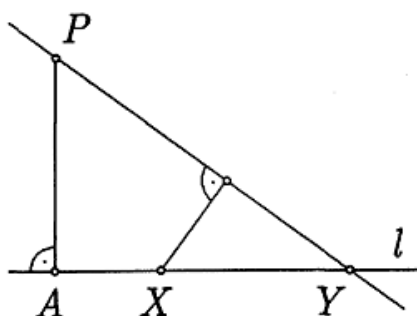
Ратко Тошић, Нови Сад

Крајем прошлог века (1893. године), енглески математичар Џејмс Џозеф Силвестер (3. 9. 1814 – 15. 3. 1897) поставио је следећи проблем:

Нека је S коначан скуп тачака у равни, такав да све тачке не припадају једној правој. Да ли постоји права која садржи тачно две тачке из скупа S ?

Овај Силвестеров проблем остао је нерешен више од 40 година. И после тога је проблем сматран за врло тежак, све док средином овог века Т. Галаи није дао елегантно решење засновано на врло једноставној идеји.

Повуцимо све могуће праве одређене паровима тачака скупа S (неке од њих могу да садрже више од две тачке из S .) Посматрајмо сва могућа позитивна растојања од тачака скупа S до повучених правих, којих има коначно много. Нека је $d > 0$ најмање од тих растојања. Уочимо тачку P и праву l између којих је растојање једнако d . Доказаћемо да на правој l леже тачно две тачке из скупа S .



Претпоставимо да права l садржи бар три тачке из скупа S . Спустимо нормалу из тачке P на праву l ; нека је A подножје те нормале (види слику). Лако се види да тачка A не припада скупу S . (Наиме, међу правима повученим кроз тачку P сигурно постоји нека која сече l , па би растојање од A до те праве било мање од d .) Следи да на правој l са исте стране тачке A леже бар две тачке из S . Означимо две од њих са X и Y , и нека је X између A и Y . Тада је, очигледно, растојање од тачке X до праве PY мање од d , што је у контрадикцији са избором P и l . Дакле, на правој l налазе се тачно две тачке из S .

Статијата прв пат е објавена во списанието ТАНГЕНТА на ДМ на Србија во 1996/97 година