

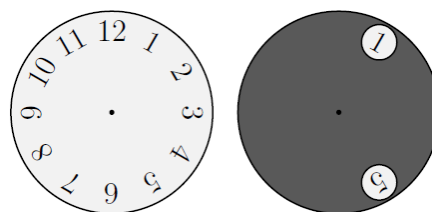
Junior (прва и втора година) 2023

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

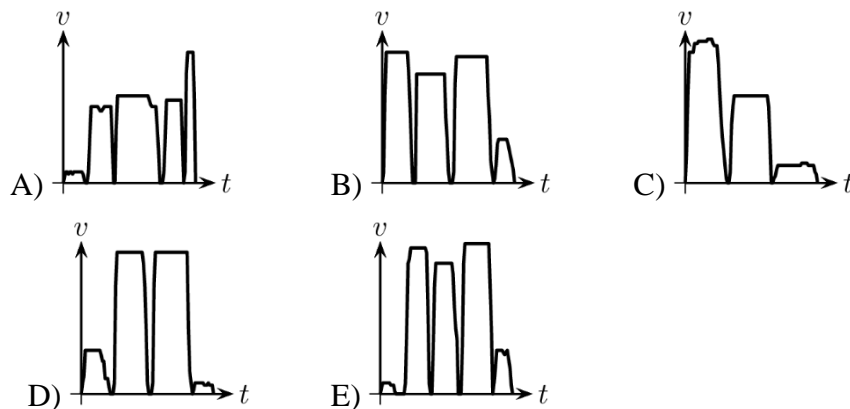
Тестот се работи 1 час и 15 минути.

1. Преку часовникот е поставен сив круг, како што е прикажано на цртежот десно. Потоа сивиот круг е заротиран околу неговиот центар така што по ротацијата во едниот отвор се појавил бројот 10. Кои два броја може да се појават во другиот отвор?



- A) 2 или 6 B) 3 или 7 C) 3 или 6 D) 1 или 9 E) 2 или 7

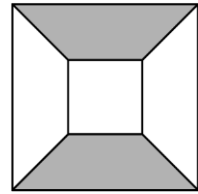
2. Марија трчала за да го стигне автобусот на градскиот сообраќај во кој се возела две станици, а потоа одела до училиштето. На кој од дадените графици, кои ја претставуваат зависност на брзината од времето, најдобро е прикажано нејзиното движење?



3. Природните броеви m и n се непарни. Кој од дадените броеви исто така е непарен?

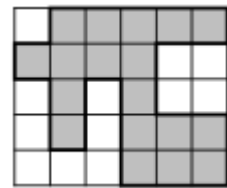
- A) $m(n+1)$ B) $(m+1)(n+1)$ C) $m+n+2$ D) $mn+2$ E) $m+n$

4. Внатре во квадрат со страна со должина 10 cm е сместен квадрат со страна со долина 4 cm . Соодветните страни на двата квадрати се паралелни (цртеж десно). Колкав процент од големиот квадрат е обоен во сиво?



- A) 25% B) 30% C) 40% D) 42% E) 45%
5. Денес е четврток. Кој ден во седмицата ќе биде по 2023 дена?
- A) вторник B) среда C) четврток D) петок E) сабота

6. Големиот правоаголник на цртежот десно е поделен на 30 складни триаголници. Периметарот на обоената фигура е 240 cm . Колку е плоштината на големиот правоаголник?



- A) 480 cm^2 B) 750 cm^2 C) 1080 cm^2 D) 1920 cm^2 E) 2430 cm^2
7. Збирот на годините на едно петчлено семејство е еднаков на 80. Двата најмлади члена на семејството имаат 6 и 8 години. Колку бил збирот на годините на ова семејство пред 7 години?
- A) 35 B) 36 C) 45 D) 46 E) 66
8. Дрвена ограда е направена од вертикално и хоризонтално поставени штици, така што секои две соседни вертикални штици се поврзани со четири хоризонтални штици. На двата краја на оградата се наоѓаат вертикални штици. Кој од дадените броеви може да биде еднаков на бројот на штиците од кои е направена ваква ограда?
- A) 95 B) 96 C) 97 D) 98 E) 99
9. Во равенката $\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$ треба да ги замениме броевите a и b така што ќе се добие точно равенство. На колку начини тоа може да се направи?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. Откако Горјан одиграл 200 партии шах, процентот на партиите во кои победил бил еднаков на 49%. Кој е најмалиот број партии кои Горјан треба да ги одигра за да процентот на партиите во кои победил е еднаков на 50%?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

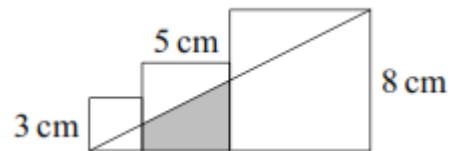
11. Андреј решил да ја намали потрошувачката на вода, па така за една четвртина го намалил времето кое го поминува под тушот. Исто така, го намалил притисокот на водата така што сега од слушалката на тушот водата излегува со една четвртина помала брзина. Колку Андреј ја намалил потрошувачката на вода при едно туширање?

A) за $\frac{1}{4}$ B) за $\frac{3}{8}$ C) за $\frac{5}{8}$ D) за $\frac{5}{12}$ E) за $\frac{7}{16}$

12. На цртежот десно се прикажани три квадрати чии страни се со должини 3 cm , 5 cm и 8 cm .

Колку е плоштината на сивиот трапез?

A) 13 cm^2 B) $\frac{55}{4}\text{ cm}^2$ C) $\frac{61}{4}\text{ cm}^2$
D) $\frac{65}{4}\text{ cm}^2$ E) $\frac{69}{4}\text{ cm}^2$

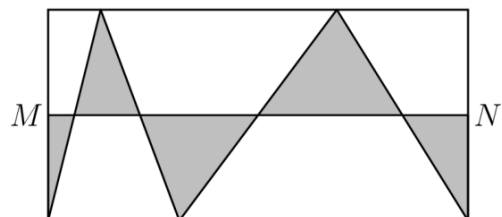


13. Жица со должина 95 метри е пресечена на три дела, така што должината на вториот дел е за 50% поголема од должината на првиот дел, додека должината на третиот дел е за 50% поголема од должината на вториот дел? Колкава е должината на најдолгиот добиен дел?

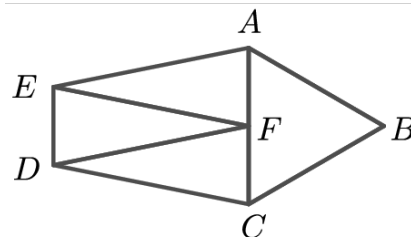
A) 36 m B) 42 m C) 45 m D) 46 m E) 48 m

14. Точките M и N се средини на двете спротивни страни на правоаголникот прикажан на цртежот десно. Колкав дел од правоаголникот е обоен во сиво?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

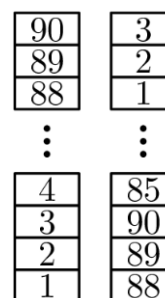


15. Петаголниот $ABCDE$ е поделен на четири триаголници со еднакви периметри. Триаголникот ABC е рамностран, додека триаголниците AEF , DFE и CDF се складни рамнокраки триаголници. Колку е односот на периметрите на петаголниот $ABCDE$ и триаголникот ABC ?



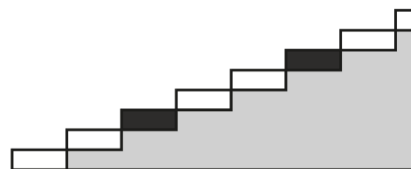
- A) 2:1 B) 3:2 C) 4:3 D) 5:3 E) 5:2

16. Пабло има коцки означени со броевите од 1 до 90 и ја направил левата кула прикажана на цртежот. Потоа истовремено од горе надолу земал по три коцки и во истиот редослед ги ставал на масата со што ја направил десната кула. Колку коцки ќе има меѓу коцките означени со броевите 39 и 40?



- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

17. Секое трето скалило, на скала која има 2023 скалила, е обоено со црна боја. Првите седум скалила се прикажани на цртежот десно. Матео се качува по слалата без да прескокнува скалила. Кој е најмалиот број скалила, обоени со црна боја, на кои Матео ќе стапне со десната нога?

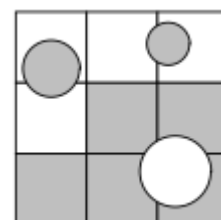


- A) 0 B) 333 C) 336 D) 337 E) 674

18. За еден природен број ќе велиме дека е безстепен ако ниту една цифра не може да се претстави како степен на природен број со степен показател поголем од 1. На пример бројот 53 е безстепен, а бројот 54 не е безстепен бидејќи $4 = 2^2$. Кој од следниве броеви е заеднички делител на најмалиот и најголемиот безстепен двоцифрен број?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 11 E) 13

19. Квадрат со страна 30 cm е поделен на 9 складни квадрати. Во големиот квадрат се впишани три круга со радиуси 3 cm , 4 cm и 5 cm (цртеж десно). Колку е плоштината на сивите



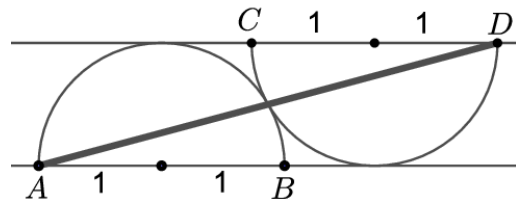
делови на цртежот?

- A) 400 cm^2 B) 500 cm^2 C) $(400 + 50\pi) \text{ cm}^2$
 D) $(500 - 25\pi) \text{ cm}^2$ E) $(500 + 25\pi) \text{ cm}^2$

20. Филип ја пресметува аритметичката средина на пет различни прости броеви и добил дека таа е природен број. Која е најмалата можна вредност која што можел Филип да ја добие?

- A) 2 B) 5 C) 6 D) 12 E) 30

21. На цртежот се прикажани два полукруга со радиус 1, кои се допираат и чии дијаметри AB и CD припаѓаат на паралелни прави. Колку е квадратот на должината на отсечката AD ?



- A) 16 B) $8 + 4\sqrt{3}$ C) 12 D) 9 E) $5 + 2\sqrt{3}$

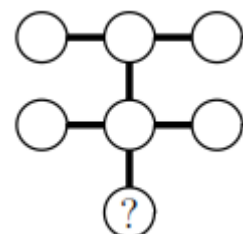
22. Горјан формира низа така што прво ги запишал броевите 2, 0, 2, 3, а потоа секој следен член на низата е еднаков на најмалиот ненегативен цел број, различен од претходните четири члена на низата. Кој број ќе го запише на 2023-тото место во оваа низа?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

23. Од правоаголник со темиња во точките $(0,0)$, $(100,0)$, $(100,50)$ и $(0,50)$ отстранет е круг со центар во точката $(75,30)$ и радиус со должина 10. Колку е коефициентот на правецот на правата која минува низ точката $(75,30)$ и преостанатиот дел од правоаголникот го дели на два дела со еднакви плоштини?

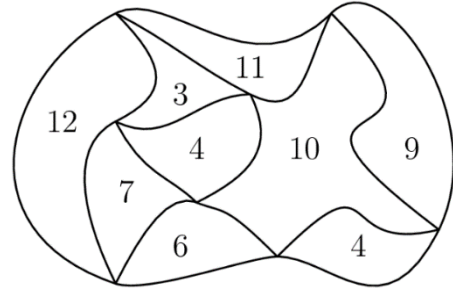
- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

24. Седум различни едноцифрени броеви се запишани во кругчињата на цртежот десно, така што во секое кругче е запишан различен број. Сите три производи на по три броја кои



29. На цртежот е прикажана карта на парк кој е поделен на повеќе области. Во внатрешноста на секоја област е запишан нејзиниот периметар изразен во километри. Колку е долг надворешниот раб на паркот?

- A) 22 km
 B) 26 km
 C) 28 km
 D) 32 km
 E) друг одговор



30. Пабло сака да ги запише природните броеви од 1 до 9 во деветте полиња

--	--	--	--	--	--	--	--	--

на цртежот десно, така што збирот на броевите запишани во секои три последователни полиња ќе биде делив со 3. На колку различни начини тоа може да го направи?

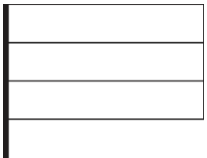
- A) 6^4 B) 6^3 C) 2^9 D) $6!$ E) $9!$

Student (трета и четврта година) 2023

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

- Колку е вредноста на изразот $\frac{7777^2}{2222 \cdot 5555}$?
 A) 1 B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{49}{10}$ D) $\frac{77}{110}$ E) 49
- Матео фрлил пет коцки за играње при што збирот на точките кои паднале на горните страни бил 19. Колку најмногу шестки може да има при ова фрлање на Матео?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
- Мравка се движи по конзерва во облик на цилиндар од точката A до точката B . Висината на конзервата е 15 cm , а периметарот на основата е 30 cm . Патот по кој се движи мравката е прикажан со задебелената линија на цртежот десно (со црна боја е означен видливиот дел на патот, а со сива е означен невидливиот дел на патот). Колку е долг патот кој мравката го поминала?
 A) 45 cm B) 55 cm C) 60 cm D) 65 cm E) 75 cm
- Филип има четири боици со различни бои, со кои сака да го обои знамето кое е прикажано на цртежот десно. Притоа секој дел мора да биде обоен со една боја, а никои два соседни дела не смее да се истобојни. На колку различни начини Филип може да го обои знамето?

 A) 24 B) 27 C) 32 D) 36 E) 64

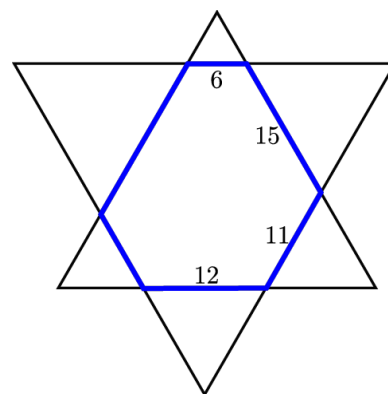
5. За природниот број n велиме дека е двојно-прост ако има точно три различни природни делители и тоа 1, 2 и n . Колку различни двојно прости броеви постојат?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Колку има парови природни броеви x и y кои се решенија на равенката $x + 2y = 2^{10}$?

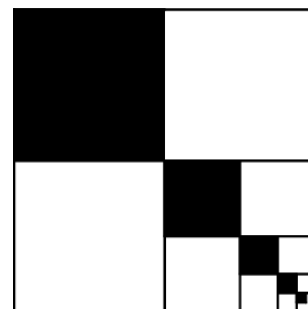
A) $2^9 - 1$ B) 2^9 C) $2^9 + 1$ D) $2^9 + 2$ E) 0

7. Два рамнострани триаголници се поставени така што нивниот пресек е шестаголник со паралелни страни (цртеж десно). На цртежот се означени должините на четири страна на шестаголникот. Колку е неговиот периметар?



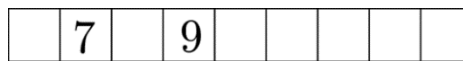
A) 64 B) 66 C) 68 D) 70 E) 72

8. Квадрат со плоштина 84 е поделен на четири квадрати. Горниот лев квадрат е обоен со црна боја. Потоа долниот десен квадрат е поделен на четири квадрати, при што горниот лев квадрат е обоен со црна боја. Оваа постапка се повторува бесконечно многу пати. Колкава е вкупната плоштина на црно обоената површина?



A) 24 B) 28 C) 31 D) 35 E) 42

9. Броевите од 1 до 9 се запишуваат по еден број во секое поле на цртежот десно, така што збирот на три броја запишани во соседни полиња е делив со 3. Броевите 7 и 9 се веќе запишани. На колку начини може да се пополнат преостанатите седум полиња?



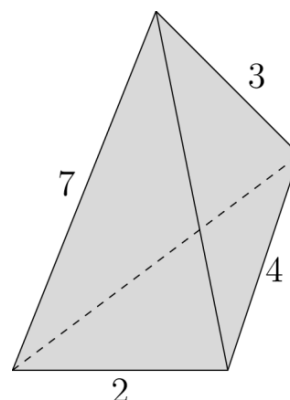
A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

10. Која е цифрата на единиците во декадниот запис на вредноста на изразот

$$(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1) ?$$

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

11. Должините на рабовите на четиристраната пирамида прикажана на цртежот десно се природни броеви. Должините на четирите раба се дадени. Колку е збирот на должините на преостанатите два раба?



- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

12. За секој природен број n бројот $n!$ е еднаков на производот на сите природни броеви од 1 до n . На пример, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$. Определи го збирот на цифрите на природниот број N за кој важи $N! = 6! \cdot 7!$.

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 9

13. Графиците на функциите $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ за секој реален број a минуваат низ една иста точка во координатната рамнина. Колку е збирот на координатите на оваа заедничка точка?

- A) 2 B) 4 C) 7 D) 8 E) друг одговор

14. Дадени се природните броеви a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 чи збир е еднаков на S . Ако важи $a_k = k + S, k = 1, 2, 3, 4, 5$ колку е S ?

- A) $\frac{15}{4}$ B) $-\frac{15}{4}$ C) -15 D) 15 E) друг одговор

15. Колку парови природни броеви (m, n) се решенија на неравенката

$$|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1?$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

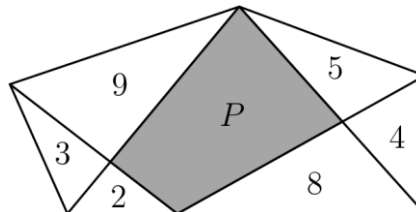
16. Во еден ред има 23 момчиња и девојчиња. Познато е дека покрај секое дете стои барем едно момче. Кој е најголемиот можен број девојчиња во редот?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12

17. Определи го природниот број n за кој важи $n^n = 5^{5^6}$.

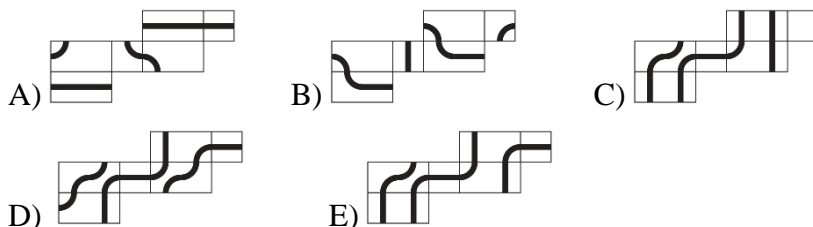
- A) 5^{30} B) 5^6 C) 5^5 D) 30 E) 11

18. Петаголник е поделен на делови како на цртежот десно. Броевите кои се во внатршноста на триаголниците се мерните броеви на плоштините на триаголниците. Колку е мерниот број P на плоштината на сивиот четириаголник?



- A) 15 B) $\frac{31}{2}$ C) 16 D) 17 E) 18

19. Горјан нацртал затворен пат на квадар, по што квадарот го расекол и добил негова мрежа. Која од понудените мрежи може да биде мрежата на квадарот на кој Горјан го нацртал затворениот пат?



20. Колку природни броеви се делители на бројот $2^{20}3^{23}$, но не се делители на бројот $2^{10}3^{20}$?

- A) 13 B) 30 C) 273 D) 460 E) друг одговор

21. Функциите f и g се определени на множеството \mathbb{R} и важи

$$f(x) + 2g(1-x) = x^2 \text{ и } f(1-x) - g(x) = x^2.$$

Определи го експлицитниот облик на функцијата $f(x)$?

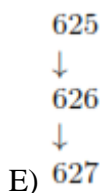
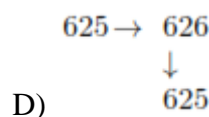
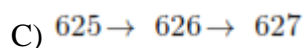
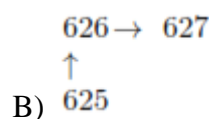
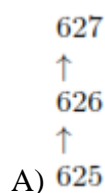
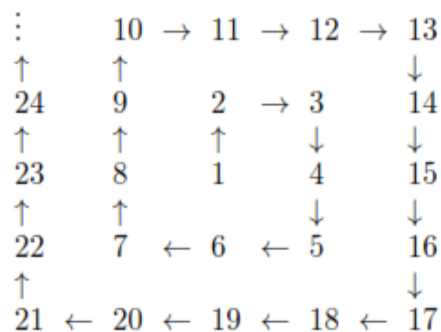
- A) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ B) $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ C) $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$
 D) $x^2 - 4x + 5$ E) не постојат такви функции

22. На натпревар во стрелаштво се натпреваруваат 13 стрелци во три дисциплини. Вкупниот резултат на секој натпреварувач е еднаков на производот на неговите

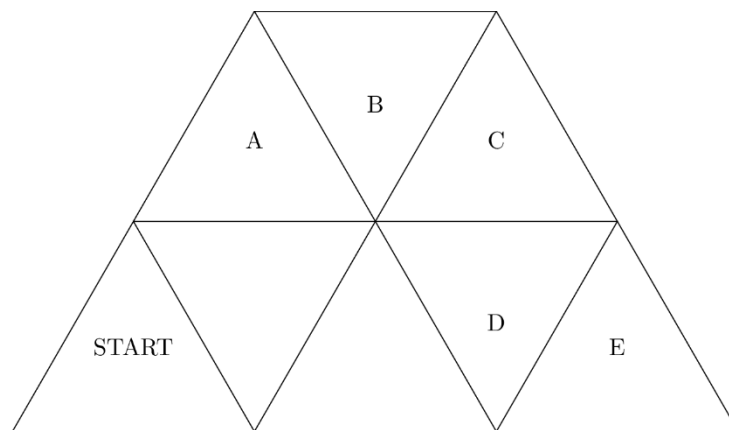
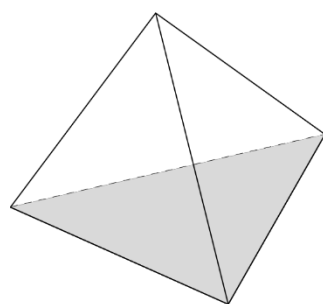
резултати во секоја дисциплина. На пример, ако натпреварувачот освоил четврто, трето и шесто место во трите дисциплини, неговиот вкупен резултат е еднаков на $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. Значи, колку вкупниот резултат е поголем, толку пласманот на натпреварувачот на табелата е понизок. Андреј го освоил првото место во две категории. Кој е неговиот најнизок можен вкупен пласман на табелата?

- A) 2. место B) 3. место C) 4. место D) 5. место E) 6. место

23. На цртежот е прикажано спирално редување на последователните броеви, почнувајќи од 1. Во кој од понудените распореди ќе се најдат броевите 625, 626 и 627?



24. Правилен тетраедар има еден обоен ѕид. На мастаа е дадена шема составена од рамностранни триаголници складни со ѕидот на тетраедарот. Андреј го става обоениот ѕид на шемата десно на триагоникот означен со START, а потоа го преместува тетраедарот на соседен триагоник, превртувајќи го околу работ. На кој триаголник ќе се најде обоениот ѕид на тетраедарот?



A) A

B) B

C) C

D) D

E) E

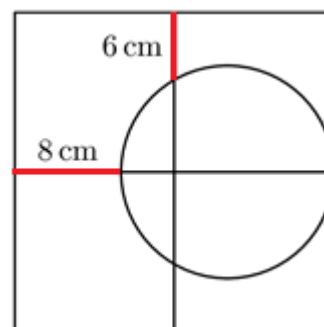
25. Делот од полиномот од петти степен не може да се види заради дацката од мастилото. Познат е дека сите корени на

$$x^5 - 11x^4 + \text{[blacked out]} - 7$$

дадениот полином се цели броеви. Кој е најголемиот степен на полиномот $x-1$ кој е делител на даениот полином?

- A) $(x-1)^1$ B) $(x-1)^2$ C) $(x-1)^3$ D) $(x-1)^4$ E) $(x-1)^5$

26. Квадрат е поделен на четири складни квадрати, како на цртежот. Кржница ја допира десната страна на големиот квадрат во нејзинта средина. Должините на црвените отсечки се означени на цртежот. Колкава е должината на страната на големиот квадрат?



- A) 18 cm B) 20 cm C) 24 cm
D) 28 cm E) 30 cm

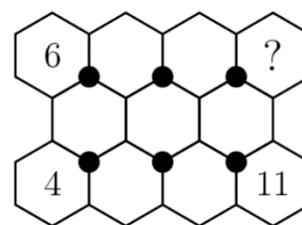
Решение. A).

27. Кој е најголемиот заеднички делител на броевите од видот

$$n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3, n \in \mathbb{N}?$$

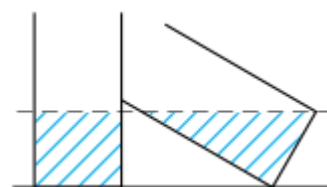
- A) $2^9 3^3$ B) $2^3 3^3 5^3$ C) $2^6 3^3 5^3$ D) $2^8 3^2 5^3$ E) $2^9 3^3 5^3$

28. Броевите од 1 до 11 се запишани во шестаголните полиња прикажани на цртежот десно, така да збирот на секои три броја запишани во полињата кои имаат заедничко теме означено со една од шесте црни точки е еднаков. Кој број е запишан во полето во кое е прашалниот знак?



- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

29. Два идентични резервоари со вода во вид на цилиндар содржат еднакви количества вода. Едниот резервоар стои исправено, а другиот се наслонува на него така што нивото на водата во двата резервоари



е исто (види цртеж). Основите на двата цилиндри се кругови со плоштина $3\pi m^2$. Колкаво количество вода содржи секој резервоар?

A) $3\sqrt{3}\pi m^3$ B) $6\pi m^3$ C) $9\pi m^3$ D) $\frac{3\pi}{4} m^3$

E) не е можно да се определи

30. Производот на четири последователни природни броја е дванаесетцифрен број од видот $\overline{abcddcddabb}$ каде цифрите a, b, c, d се исто така четири последователни броја, во некој редослед. Која е вредноста на цифрата d ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ОДГОВОРИ 2023

	Junior	Student
1	A	C
2	D	C
3	D	E
4	D	D
5	C	B
6	D	A
7	D	D
8	B	B
9	E	E
10	E	E
11	E	C
12	B	A
13	C	E
14	C	B
15	D	B
16	E	D
17	D	C
18	D	C
19	B	D
20	C	C
21	B	A
22	C	B
23	A	B
24	A	E
25	D	D
26	C	A
27	D	E
28	D	E
29	B	C
30	A	C