

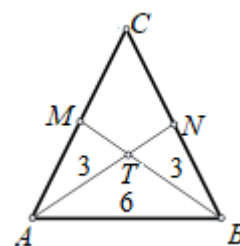
## Junior (прва и втора година) 2012

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

1. Точките  $M$  и  $N$  се средини на краците на триаголникот  $ABC$ ,  $\overline{AC} = \overline{BC}$ . На цртежот се означени плоштините на трите триаголници. Колку е плоштината на четириаголникот  $MTNC$ ?

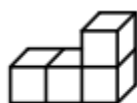
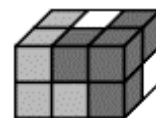


- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

2. Пресметај ја вредноста на изразот  $11,11 - 1,111$ ?

- A) 9,009      B) 9,0909      C) 9,99      D) 9,999      E) 10

3. Паралелопипедот на цртежот десно е составен од три дела. Секој дел е составен од 4 истобојни коцки. Како изгледа белиот дел?



A)



B)



C)



D)



E)

4. Кога Ана сака да и испрати порака на Јана, таа користи шифра:

-  $A = 01, B = 02, C = 03, D = 04, \dots, Z = 26,$

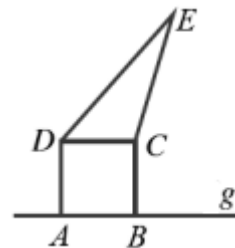
- по претворањето на секоја буква во број, таа го множи бројот со 2 и додава 9.

Така пораката е претворена во низа броеви. Денес Јана примила порака 25-19-45-38 и ја дешифрирала. Која била почетната порака?

- A) HERO      B) HELP      C) HEAR      D) HERS

E) Ана направила грешка

5. Должината на страната на квадратот  $ABCD$  е  $4\text{ cm}$ , и тој има еднаква плоштина со триаголникот  $DCE$  (види цртеж). Колкаво е растојанието од точката  $E$  до правата  $g$ ?



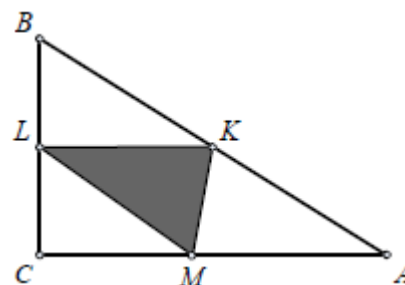
A)  $8\text{ cm}$     B)  $4 + 2\sqrt{3}\text{ cm}$     C)  $12\text{ cm}$     D)  $10\sqrt{2}\text{ cm}$

E) зависи од положбата на точката  $E$

6. Ако ги собереме цифрите на еден седумцифрен број добиваме збир 6. Колку е производот на неговите цифри?

A) 0    B) 6    C) 7    D)  $7!$     E) 5

7. Катетите на правоаголниот триаголник  $ABC$  имаат должини 6 и 8, а точките  $K, L, M$  се средини на неговите страни. Колку е периметарот на триаголникот?



A) 20    B) 12    C) 5    D) 6    E) 24

8. Во четири од дадените бројни изрази бројот 8 може да се замени со друг позитивен број и се добива иста бројна вредност. Кој од дадените бројни изрази го нема ова својство?

A)  $(8+8-8):8$     B)  $8+(8:8)-8$     C)  $8:(8+8+8)$

D)  $8-(8:8)+8$     E)  $8\cdot(8:8):8$

9. Должините на две страни на еден четириаголник се 1 и 4. Една негова дијагонала има должина 2 и го дели четириаголникот на два рамнокраки триаголника. Колку е периметарот на овој четириаголник?

A) 8    B) 9    C) 10    D) 11    E) 12

10. При делење со еден ист број броевите 144 и 200 даваат остаток 11. Кој е тој број?

A) 7    B) 11    C) 15    D) 19    E) 38

11. Ана и Јана фрлаат паричка. Ако на паричката падне писмо победник е Јана и Ана треба да и даден 2 бомбона, а ако падне грб победник е Ана и Јана треба да

и даде 3 бомбони. По триесет фрлања секоја од нив има еднаков број бомбони како на почетокот на играта. Во колку фрлања победила Ана?

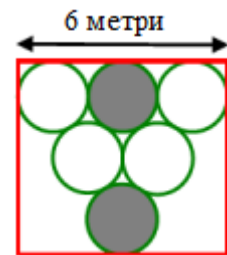
- A) 6      B) 12      C) 18      D) 24      E) 30

12. Ако Ангел се качи на масата, а Милан стои на подот, тогаш Ангел ќе биде повисок  $80\text{ cm}$  од Милан, а ако ги заменат местата тогаш Милан ќе биде  $1\text{ m}$  по-висок од Ангел. Колку е висока масата?



- A)  $20\text{ cm}$       B)  $80\text{ cm}$       C)  $90\text{ cm}$   
D)  $100\text{ cm}$       E)  $120\text{ cm}$

13. Во правоаголник со основа  $6\text{ m}$  е впиан „рамностран триаголник“ составен со допирање на шест кругови (види цртеж). Колку е најкраткото растојание меѓу сивите кругови?

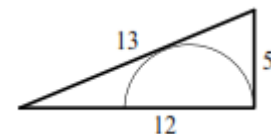


- A)  $1\text{ m}$       B)  $\sqrt{2}\text{ m}$       C)  $2\sqrt{3}-2\text{ m}$       D)  $\frac{\pi}{2}\text{ m}$       E)  $2\text{ m}$

14. Во сабата на Борјан на секој од четирите зида има по еден часовник и ниту еден часовник не покажува точно време. Првиот часовник отстапува 2 минути, вториот часовник отстапува 3 минути, третиот 4 минути и четвртиот 5 минути. Еден ден Борјан сакајќи да го знае точното време на неговите часовници го видел следново: 6 минути пред 3 часот, 3 минути пред 3 часот, 3 часот и 2 минути и 3 часот и 3 минути. Колку е точното време?

- A) 3:00      B) 2:57      C) 2:58      D) 2:59      E) 3:01

15. Должините на страните на правоаголниот триаголник на цртежот се 5, 12 и 13. Определи ја должината на радиусот на полукругот впиан во него.



- A)  $\frac{7}{3}$       B)  $\frac{10}{3}$       C)  $\frac{12}{3}$       D)  $\frac{13}{3}$       E)  $\frac{17}{3}$

16. Цифрата на стотките на еден четирицифрен број е 3. Збирот на преостанатите три цифри исто така е 3. Колку такви броеви постојат?

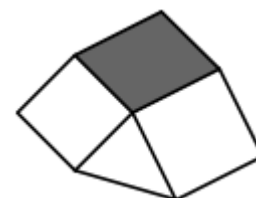
- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

17. Во полињата на правоаголната шема прикажана на цртежот десно се запишани едноцифрени броеви така што зборовите на броевите во трите реда се еднакви и зборовите на броевите во четирите колони се еднакви. Кој број е запишан во сивото поле?

2	4		2
	3	3	
6		1	

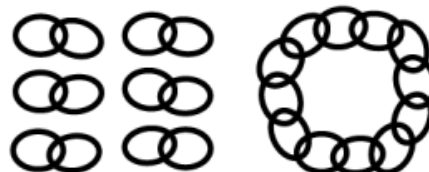
- A) 1      B) 4      C) 6      D) 8      E) 9
18. Три спортисти Миле, Симо и Иво учествувале во маратон. Пред почетокот четири гледачи разговарале за нивниот пласман во трката.  
 Првиот гледач рекол: Ќе победи Миле или Симо.  
 Вториот гледач рекол: Ако Симе е втор, ќе победи Иво.  
 Третиот гледач рекол: Ако Симе е трет, Миле нема да победи.  
 Четвртиот гледач рекол. Симо или Иво ќе биде втор.  
 По завршувањето на трката се покажало дека сите четворица гледачи биле во право. Во кој редослед Миле, Симо и Иво ја завршиле трката?  
 A) Миле, Симо, Иво      B) Миле, Иво, Симо      C) Иво, Симо, Миле  
 D) Симо, Иво, Миле,      E) Симо, Миле, Иво

19. На цртежот десно е даден фигура составена од два квадрати со страни  $4\text{ cm}$  и  $5\text{ cm}$ , триаголник со плоштина  $8\text{ cm}^2$  и обоен паралелограм. Колку е плоштината на паралелограмот?



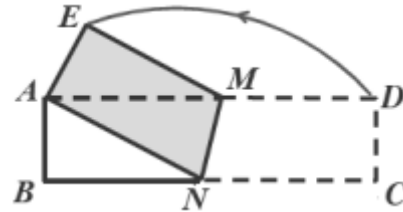
- A)  $15\text{ cm}^2$       B)  $16\text{ cm}^2$       C)  $18\text{ cm}^2$       D)  $20\text{ cm}^2$       E)  $21\text{ cm}^2$
20. Ана го запишала бројот 2012 како  $2012 = m^m(m^k - k)$  за некои природни броеви  $m$  и  $k$ . Колку е  $k$ ?  
 A) 2      B) 3      C) 4      D) 9      E) 11

21. Златар има 12 делови од по 2 поврзани алки од еден синцир (на црежот се прикажани 6 од нив) и сака да направи еден затворен синцир. Кој е најмалиот број алки што треба да ги отвори златарот за да го направи синцирот?



- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

22. Хартија  $ABCD$  во облик на правоаголник со страни  $4\text{ cm}$  и  $16\text{ cm}$  е превиткана преку правата  $MN$  така да темето  $C$  се совпадне со темето  $A$  (види цртеж). Колкава е плоштината на петаголникот  $ABNME$ ?



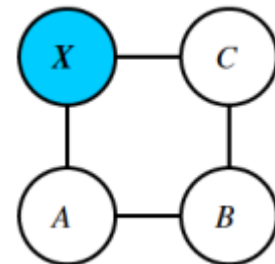
- A)  $17\text{ cm}^2$       B)  $27\text{ cm}^2$       C)  $37\text{ cm}^2$       D)  $47\text{ cm}^2$       E)  $57\text{ cm}^2$

23. Воз со должина  $A$  минува покрај даден знак за 8 секунди, по што се разминува со воз со должина  $B$  за 9 секунди, кој пак минува покрај знакот за 12 секунди. Што може да се заклучи за должините на возовите?

- A)  $A = 2B$       B)  $A = B$       C)  $2B = 3A$       D)  $B = 2A$   
E) друг одговор

24. Која е последната ненулта цифра во декадниот запис на бројот  $2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ ?
- A) 1      B) 2      C) 4      D) 6      E) 9

25. Еден кенгур може да скока само во соседни кругчиња кои се поврзани со линии. Тој тргнува од полето  $C$  и ако дојде во полето  $X$  тој престанува да скока. На колку начини може да стигне од  $C$  во  $X$  со точно 13 скока?

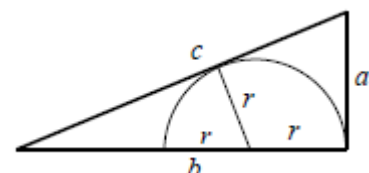


- A) 12      B) 32      C) 64      D) 144      E) 1024

26. Дадени се шест различни природни броеви, од кои најголемиот е  $n$ . Постои само еден пар од овие броеви таков што помалиот број не е делител на поголемиот број. Која е најмалата можна вредност на  $n$ ?

- A) 18      B) 20      C) 24      D) 36      E) 45

27. Даден е правоаглен триаголник со должини на страни  $a, b, c$  (цртеж десно). Колку е радиусот  $r$  на впишаниот полукруг?



A)  $\frac{a(c-a)}{2b}$       B)  $\frac{ab}{a+b+c}$       C)  $\frac{ab}{b+c}$       D)  $\frac{2ab}{a+b+c}$       E)  $\frac{ab}{a+c}$

28. Павел ги запишал сите трицифрени броеви и за секој од нив поединечно го пресметал производот на неговите цифри. Потоа го пресметал збирот на вака добиените производи. Кој збир го добил Павел?

A) 45      B)  $45^2$       C)  $45^3$       D)  $2^{45}$       E)  $3^{45}$

29. Броевите од 1 до 120 се запишани во 15 реда, како што е прикажано во долната табела. Во која колона (левата колона ја сметаме за прва) збирот на броевите е најголем?

1						
2	3					
4	5	6				
7	8	9	10			
11	12	13	14	15		
...	...	...	...	...	...	
106	107	108	109	110	...	120

A) 1-ва      B) 5-та      C) 7-ма      D) 10-та      E) 13-та

30. Нека  $A, B, C, D, E, F, G, H$  се осум поделователни темиња на конвексен осум-аголник. Избираме теме меѓу  $C, D, E, F, G, H$  и повлекуваме отсечка меѓу него и темето  $A$ , а потоа повторно избираме теме меѓу темињата  $C, D, E, F, G, H$  и повлекуваме отсечка меѓу него и темето  $B$ . Колкава е веројатноста дека осум-аголникот е поделен со овие две отсечки на точно три области?

A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{4}{9}$       D)  $\frac{5}{18}$       E)  $\frac{1}{3}$

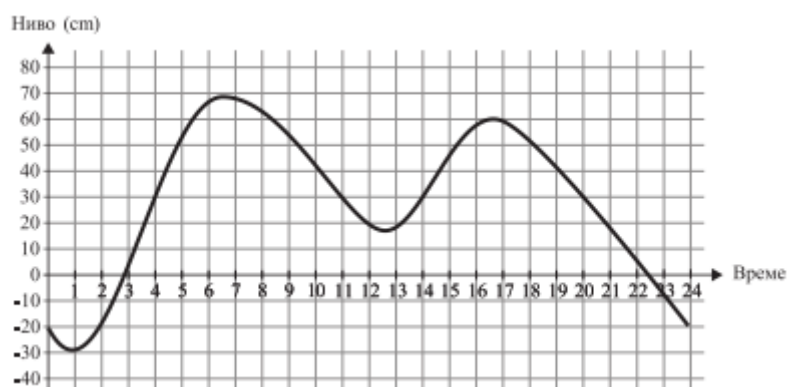
## Student (трета и четврт година) 2012

Прашањата од 1 до 10 носат по 3 поени, од 11 до 20 носат по 4 поени и од 21 до 30 носат по 5 поени. За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, па максималниот број освоени поени е 150.

Не е дозволено користење на калкулатор.

Тестот се работи 1 час и 15 минути.

1. Нивото на водата во градското пристаниште во текот на еден ден се намалуваало и наголемуваало како што е прикажано на графиконот.

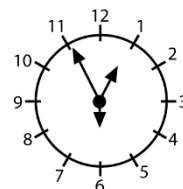


Колку часа во текот на денот нивото на водата било над 30 cm ?

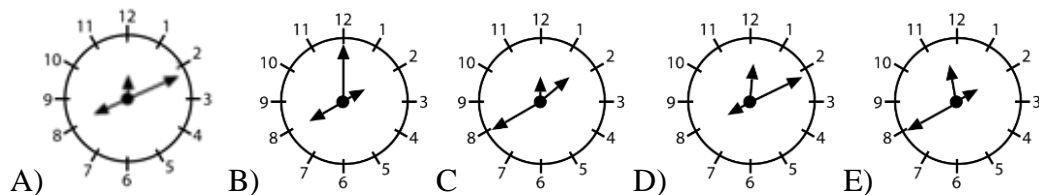
- A) 5                      B) 6                      C) 7                      D) 9                      E) 13
2. Колку е  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$  ?
- A) 1                      B)  $\sqrt{2}$                       C)  $\sqrt[6]{4}$                       D)  $\sqrt[3]{4}$                       E) 2
3. Во малите правоаголници на големиот правоаголник се запишани пет броја. Првиот е 2, а последниот е 12. Производот на првите три броја е 30, на средните три е 90, а на последните три е 360. Кој број е во средината?



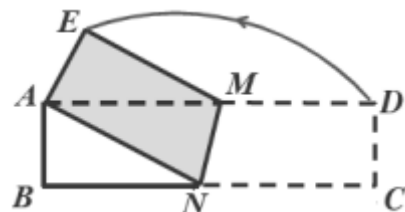
- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 10
4. Специјален часовник има три стрелки со различна должина (за часови, минути и секунди). Не знаеме која стрелка што покажу-



ва, но знаеме дека часовникот е исправен. Во 12:55:30 стрелките биле во положби како на цртежот десно. Како ќе изгледа часовникот во 8:11:00?



5. Хартија  $ABCD$  во облик на правоаголник со страни  $4\text{ cm}$  и  $16\text{ cm}$  е превиткана преку правата  $MN$  така да темето  $C$  се совпадне со темето  $A$  (види цртеж). Колкава е плоштината на петаголниот  $ABNME$ ?



- A)  $17\text{ cm}^2$       B)  $27\text{ cm}^2$       C)  $37\text{ cm}^2$       D)  $47\text{ cm}^2$       E)  $57\text{ cm}^2$

6. Збирот на цифрите на еден десетцифрен број е 8. Колку е производот на неговите цифри?

- A) 0      B) 1      C) 8      D) 9      E) 91

7. Кој е најголемиот природен број  $n$  таков што  $n^{200} < 5^{300}$ ?

- A) 5      B) 6      C) 8      D) 11      E) 12

8. Која од дадените функции ја задоволува равенката  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$ ?

- A)  $f(x) = \frac{2}{x}$       B)  $f(x) = \frac{1}{x+1}$       C)  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$

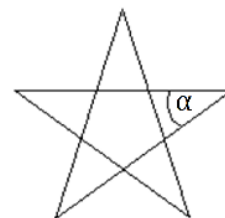
- D)  $f(x) = \frac{1}{x}$       E)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

9. За реалниот број  $x$  се исполнети неравенствата  $x^3 < 64 < x^2$ . Кое од дадените тврдења е точно?

- A)  $0 < x < 64$       B)  $-8 < x < 4$       C)  $x > 8$       D)  $-4 < x < 8$       E)  $x < -8$

10. Колку е аголот  $\alpha$  во правилната петокрака ѕвезда?

- A)  $24^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $36^\circ$       D)  $45^\circ$       E)  $72^\circ$

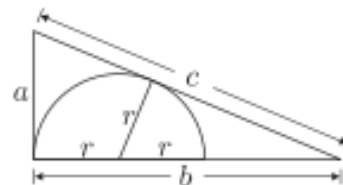




виот ред по грешка бил издаден еден билет повеќе. Збирот на броевите на билетите издадени за првиот ред е еднаков на 857. За кое седиште во првиот ред биле издадени два билети?

- A) 4      B) 16      C) 25      D) 37      E) 42

17. Даден е правоаголен триаголник со должини на страни  $a, b, c$ . Колку е радиусот на впишаниот полу-круг во триаголникот?

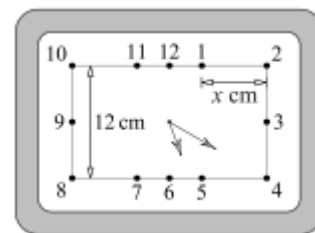


- A)  $\frac{a(c-a)}{2b}$       B)  $\frac{ab}{a+b+c}$       C)  $\frac{ab}{b+c}$   
 D)  $\frac{2ab}{a+b+c}$       E)  $\frac{ab}{a+c}$

18. Должината на страната на квадратот  $ABCD$  е 2. Точките  $E$  и  $F$  се средини на страните  $AD$  и  $AB$ , соодветно. Точката  $G$  од отсечката  $CF$  е таква што  $3\overline{CG} = 2\overline{GF}$ . Колку е плоштината на триаголникот  $BEG$ ?

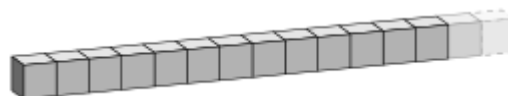
- A)  $\frac{7}{10}$       B)  $\frac{4}{5}$       C)  $\frac{8}{5}$       D)  $\frac{3}{5}$       E)  $\frac{6}{5}$

19. Часовникот на цртежот има правоаголна форма. Колку е растојанието меѓу броевите 1 и 2, ако растојанието меѓу броевите 8 и 10 е  $12\text{ cm}$ ?



- A)  $3\sqrt{3}\text{ cm}$       B)  $2\sqrt{3}\text{ cm}$       C)  $4\sqrt{3}\text{ cm}$   
 D)  $2 + \sqrt{3}\text{ cm}$       E)  $12 - \sqrt{3}\text{ cm}$

20. Горјан реди стандардни коцки за играње (кај стандардна коцка за играње збирот на точките на спротивните ѕидови е 7). Тој може да залепи два ѕида на коцки само ако на нив има еднаков број точки. Сака збирот на точките на надворешните ѕидови да е еднаков на 2012. Колку коцки му се потребни?

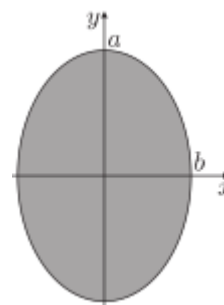


- A) 70      B) 71      C) 142      D) 143  
 E) целта не може да се постигне

21. Колку е најмалата можна големина на агол на рамнокрак триаголник кој има тежишна линија која го дели на два рамнокраки триаголника?

A)  $15^\circ$       B)  $22,5^\circ$       C)  $30^\circ$       D)  $36^\circ$       E)  $45^\circ$

22. Нека  $a > b$ . Ако елипсата прикажана на цртежот десно ротира околу  $x$  оската се добива елипсоид  $E_x$  со волумен  $V_x$ . Ако ротира околу  $y$  оската се добива елипсоид  $E_y$  со волумен  $V_y$ . Кое од следниве тврдења е точно?



A)  $E_x = E_y$  и  $V_x = V_y$       B)  $E_x = E_y$ , но  $V_x \neq V_y$   
 C)  $E_x \neq E_y$  и  $V_x > V_y$       D)  $E_x \neq E_y$  и  $V_x < V_y$       E)  $E_x \neq E_y$ , но  $V_x = V_y$

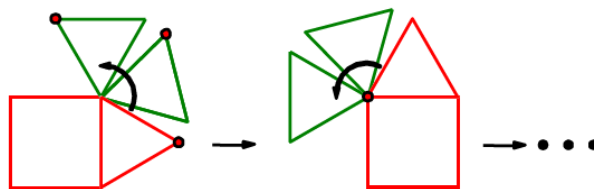
23. Да разгледаме две операции кои може да се применат на дробка:

- 1) зголемување на броителот за 8,
- 2) зголемување на именителот за 7.

Применувајќи вкупно  $n$  вакви операции во некој редослед, тргнувајќи од дробката  $\frac{7}{8}$  сме добиле дробка која има иста вредност. Која е најмалата можна вредност на  $n$  ?

A) 56      B) 81      C) 109      D) 113      E) ова не е можно

24. Рамностран триаголник се врти околу квадрат со страна 1 (види цртеж). Триаголникот се врти се додека не се најде во почетната положба. Колкава е должината на патеката која што ја поминува обележената точка?



A)  $4\pi$       B)  $\frac{28}{3}\pi$       C)  $8\pi$       D)  $\frac{14}{3}\pi$       E)  $6\pi$

25. За колку пермутации  $(a_1, a_2, a_3, a_4)$  на множеството броеви  $\{1, 2, 3, 4\}$  збирот  $a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_4 + a_4a_1$  е делив со 3?

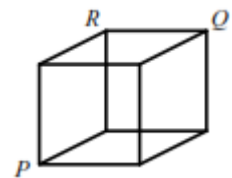
- A) 8                  B) 12                  C) 14                  D) 16                  E) 24

26. По часот алгебра на таблата останале нацртани графикот на функцијата  $y = x^2$  и 2012 прави паралелни со правата  $y = x$ , такви што секоја од нив ја сече параболата во две точки. Колку е збирот на  $x$  координатите на пресечните точки на правите и параболата?

- A) 0                  B) 1                  C) 1006                  D) 2012                  E) не може да се определи

27. Три темиња на дадена коцка (не лежат на ист сид) се  $P(3,4,1)$ ,  $Q(5,2,9)$ ,  $R(1,6,5)$ . Во која точка е центарот на коцката?

- A)  $A(4,3,5)$                   B)  $B(2,5,3)$                   C)  $C(3,4,7)$   
D)  $D(3,4,5)$                   E)  $E(2,3,5)$



28. Дадена е низата  $a_1 = a_2 = 1, a_3 = a_1 - a_2, a_4 = a_2 + a_3, a_5 = a_3 - a_4, a_6 = a_4 + a_5, \dots$  Колку е збирот на првите 100 члена на оваа низа?

- A) 0                  B) 3                  C) -21                  D) 100                  E) -1

29. Јована избрала два броја  $a$  и  $b$  од множеството  $\{1, 2, 3, \dots, 25, 26\}$ , такви што производот  $ab$  е еднакво на збирот на преостанатите 24 броја. Колку е  $|a - b|$ ?

- A) 10                  B) 9                  C) 7                  D) 6                  E) 2

30. Дадени се шест различни природни броеви, меѓу кои најголемиот е  $a$ . Меѓу овие броеви постои само еден пар таков што помалиот број не е делител на поголемиот број. Која е најмалата можна вредност на  $a$ ?

- A) 18                  B) 20                  C) 24                  D) 36                  E) 45

## ОДГОВОРИ 2012

	Junior	Student
1	D	E
2	D	B
3	D	C
4	E	A
5	C	C
6	A	A
7	B	D
8	D	D
9	D	E
10	D	C
11	B	A
12	C	D
13	C	A
14	D	C
15	B	C
16	E	D
17	B	E
18	D	B
19	B	C
20	D	E
21	A	E
22	D	C
23	A	D
24	C	B
25	C	D
26	C	D
27	E	A
28	C	B
29	B	E
30	D	C