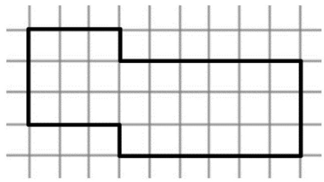
X ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ 2023

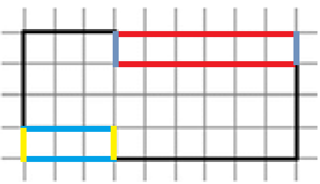
IV одделение

1. Дедото сега има 62 години, неговата ќерка има 36 години, внукот има 8 години, а внуката има 6 години. По колку години дедото ќе има толку години колку што ќе имаат заедно неговите ќерка, внук и внука?
Решение. Ќерката, внукот и внуката заедно сега имаат 50 години, односно 12 години помалку. За секоја наредна година бројот на годините на дедото ќе се зголемува за 1, а збирот на годините на останатите за 3, односно за 2 повеќе. За да ги достигнат годините на дедото треба да поминат $12:2=6$ години.

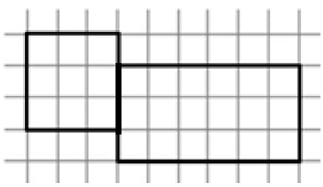
2. Секое квадратче во мрежата има страна со должина 1 *cm*. Определи ги периметарот и плоштината на фигурата.



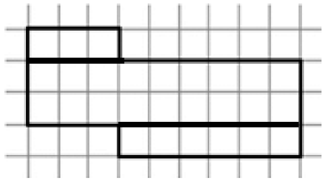
Решение. Периметарот на фигурата може да биде пресметан на различни начини.
I начин. Периметарот на фигурата е збир на должините на сите страни. Бидејќи 4 страни имаат должина 3 *cm*, 2 страни имаат должина 6 *cm* и 2 страни имаат должина 1 *cm*, добиваме: $L=4\cdot 3+2\cdot 6+2\cdot 1=26\ cm$.
II начин. На цртежот десно со исти бои се прикажани страните на дадената фигура кои се паралелно поместени и притоа е добиен правоаголник кој има еднаков периметар како и дадената фигура. Овој правоаголник има страни со должини 9 *cm* и 4 *cm*, па затоа $L=2\cdot 9+2\cdot 4=26\ cm$.



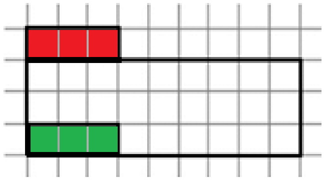
Плоштината на фигурата може да биде пресметувана на различни начини.
I начин. Фигурата е составена од 27 квадратчиња секое со плоштина $1\,cm^2$, па затоа нејзината плоштина е еднаква на $P=27\ cm^2$.
II начин. Фигурата е составена од квадрат со страна страна 3 *cm* и правоаголникот со страни 3 *cm* и 6 *cm*, па затоа нејзината плоштина е $P=3\cdot 3+3\cdot 6=27\ cm^2$.



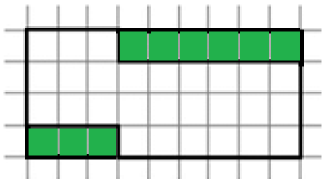
III начин. Фигурата е составена од правоаголник со страни 3 *cm* и 1 *cm*, правоаголник со страни 2 *cm* и 9 *cm* и правоаголник со страни 1 *cm* и 6 *cm*. Затоа нејзината плоштина е $P=1\cdot3+2\cdot9+1\cdot6=27\,cm^2$



IV начин. Ако трите црвени квадратчиња на цртежот десно ги исечеме и ги поставиме на местото на зелените квадратчиња, добиваме дека плоштината на фигурата е еднаква на пшлоштината на правоаголникот со страни 3 *cm* и 9 *cm*, т.е. дека $P=3\cdot9=27\,cm^2$.

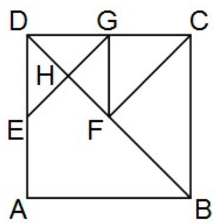


V начин. Плоштината на фигурата можеме да ја пресметаме кога од плоштината на правоаголник со страни 4 *cm* и 9 *cm* ќе ги одземеме плоштината на правоаголникоst со страни 1 *cm* и 6 *cm* и плоштината на право-аголникот со страни 1 *cm* и 3 *cm*. Затоа $P=4\cdot9-1\cdot6-1\cdot3=27\,cm^2$.



3. Запиши ги сите правилни дропки чиј броител е непарен едноцифрен број, а именителот е парен едноцифрен број.
   Решение. Броителот може да биде 1, 3, 5 и 7. Не може да биде 9 бидејќи тогаш дропката нема да биде правилна. Сега, именителите се парни едноцифрени броеви кои се поголеми од броителите, па затоа бараните дропки се: $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{6},\frac{1}{8},\frac{3}{4},\frac{3}{6},\frac{3}{8},\frac{5}{6},\frac{5}{8},\frac{7}{8}$.

4. Запиши ги сите триаголници кои се прикажани на цртежот десно.
   Решение. На цртежот се пријажани триаголниците:
   $\triangle ABD, \triangle BCD, \triangle BCF, \triangle CDF, \triangle CGF,$
   $\triangle GDF, \triangle GDE, \triangle FGH, \triangle GDH, \triangle DEH.$



V одделение

1. Одреди го аголот што го формираат стрелките на часовникот во 13 часот и 20 минути.

Решение. За 1 час големата стрелка поминува агол едаков 360° , а малата стрелка поминува агол еднаков на $360^\circ:12=30^\circ$. Во 13 часот малата стрелка е точно на бројот 1, а големата стрелка е на бројот 12, т.е. аголот меѓу стрелките е еднаков на $360^\circ:12=30^\circ$. До 13:20 големата стрелка ќе помине агол еднаков на $(360^\circ:60)\cdot 20=120^\circ$, а малата стрелка ќе помине агол еднаков на $(30^\circ:60)\cdot 20=10^\circ$. Бидејќи од 13:00 до 13:20 часот големата стрелка ја претекнува малата стрела, добиваме дека во 13:20 часот стрелките на часовникот ќе зафаќаат агол еднаков на $120^\circ-30^\circ-10^\circ=80^\circ$.

2. За првенството во фудбал во едно училиште формирани се 10 екипи. Колку натпревари ќе се одиграат во текот на првенството ако секоја екипа со секоја друга екипа одигра четири натпревари?

Решение. *Прв начин*. Првата екипа со преостанатите 9 екипи ќе одигра $4\cdot 9=36$ натпревари. Втората екипа со преостанатите 8 екипи ќе одигра $4\cdot 8=32$ натпревари (натпреварите со првата екипа се веќе изброени). Третата екипа со преостанатите 7 екипи ќе одигра $4\cdot 7=28$ натпревари (натпреварите со првите две екипи се веќе изброени) итн. Според тоа, на турнирот вкупно е се одиграат вкупно:

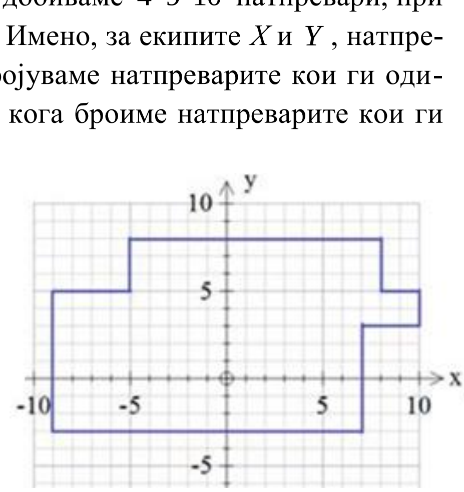
$$4\cdot 9+4\cdot 8+4\cdot 7+4\cdot 6+4\cdot 5+4\cdot 4+4\cdot 3+4\cdot 2+4\cdot 1=$$
$$=4\cdot(9+8+7+6+5+4+3+2+1)=4\cdot 45=180$$

натпревари.

Втор начин. Секоја екипа со преостанатите екипи ќе одигра по $4\cdot 9$ натпревари. Значи, за десетте екипи добиваме $4\cdot 9\cdot 10$ натпревари, при што секој натпревар е броен двапат. Имено, за екипите X и Y , натпреваите прво ги броиме кога ги пребројуваме натпреварите кои ги одиграла екипата X, а потоа ги броиме кога броиме натпреварите кои ги одиграла екипата Y .

Значи, на турнирот вкупно се одиграни $4\cdot 9\cdot 10:2=180$ натпревари.

3. Пресметај ги плоштината и периметарот на фигурата дадена во координатниот систем. Секое квадратче во мрежата има должина на страна $1\ cm$.

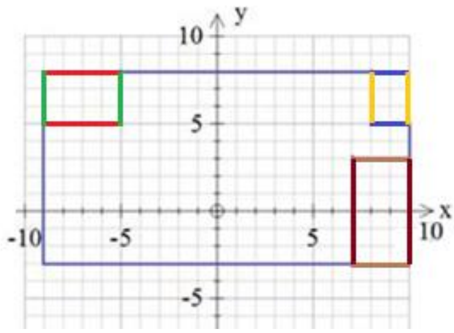


Решение. Периметарот може да се пресмета на повеќе различни начини.

I начин. Периметарот е збир на должините на страните, од каде добиваме

$$L = 16 + 6 + 3 + 2 + 2 + 3 + 13 + 3 + 4 + 8 = 60\ cm.$$

II начин. На цртежот десно со иста боја се означени отсечките кои имаат еднакви должини. Според тоа, периметарот на дадената фигура е еднаков на периметарот на правоаголникот со страни со должини 19 cm и 11 cm. Значи, периметарот на фигурата е $L = 2\cdot(19+11) = 60\ cm$.

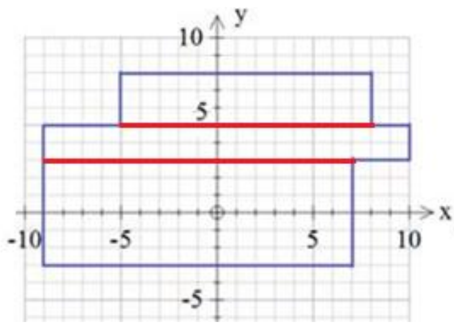


Плоштината може да се пресмета на повеќе различни начини.

I начин. Со пребројување на квадратчињата во нејзината внатрешност, при што добиваме $P = 173\,cm^2$.

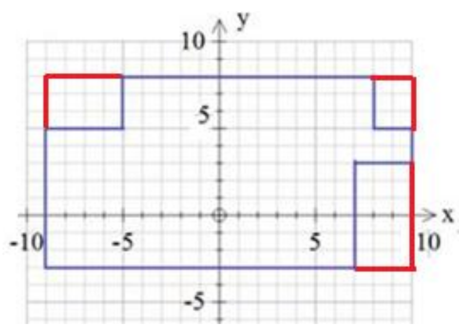
II начин. Со поделба на фигурата на правоаголници и собирање на плоштините на правоаголниците од кои е составена фигурата. Една таква поделба е прикажана на цртежот десно и притоа добиваме:

$$P = 3\cdot 13 + 2\cdot 19 + 6\cdot 16$$
$$= 39 + 38 + 96 = 173\,cm^2.$$



III начин. Од плоштината на правоаголникот добиен во вториот начин за пресметување на периметарот ги одземаме плоштините на трите мали правоаголници и добиваме

$$P = 19\cdot 11 - 3\cdot 4 - 2\cdot 3 - 6\cdot 3$$
$$= 209 - 12 - 6 - 18 = 173\,cm^2.$$



4. Збирот на два природни броја е 424. Ако првиот број се зголеми четири пати, а вториот се намали за 4, тогаш тие два новодобиени броеви ќе бидат еднакви меѓу себе. Кои се тие броеви?

Решение. *Прв начин.* Нека првиот број е a. Тогаш вториот број е $424-a$. Од условот на задачата следува равенката $4a=424-a-4$. Решението на последната равенка е $a=84$. Значи, првиот број е 84, а вториот број е $424-84=340$.

Втор начин. Нека првиот број е a. Од условот на задачата заклучуваме дека кога првиот број ќе се зголеми четири пати, тој е за 4 помал од вториот број. Значи, вториот број е $4a+4$. Според тоа, $a+4a+4=424$. Решението на последната равенка е $a=84$. Значи, првиот број е 84, а вториот број е $424-84=340$.

VI одделение

1. Определи ги должините на страните на рамнокрак триаголник со периметар 168 cm ако должината на основата е три пати помала од должината на кракот.
   Решение. Нека должината на основата е a. Тогаш должината на кракот е $3a$, па затоа $a+2\cdot 3a=168$, од каде следува $a=24\,cm$ и $3a=72\,cm$.

2. Одреди го помалиот агол кој го зафаќаат стрелките на часовникот во 13 часоот и 30 минути.
   Решение. Во 13:30 малата стрелка е точно на половината меѓу броевите 1 и 2, а големата е на бројот 6. Бидејќи аглолот соодветен на лакот меѓу два последователни броја е еднаков на $360^\circ:12=30^\circ$, заклучуваме дека бараниот агол е еднаков на $30^\circ\cdot(6-1{,}5)=30^\circ\cdot 4{,}5=135^\circ$.

3. Ако Матео купи 11 тетратки со парите што ги има, ќе му преостанат 140 денари, а за да купи 15 тетратки му се потребни уште 100 денари. Колку денари имал Матео?
   Решение. *Прв начин.* Збирот на парите кои му преостануваат при првото купување и парите кои му недостасуваат при второто купување е еднаков на вредноста на $15-11=4$ тетратки. Значи, една тетратка чини $(140+100):4=60$ денари. Според тоа,, Матео имал $11\cdot 60+140=800$ денари.
   Втор начин. Нека една тетратка чини x денари. Од условот на задачата имаме $11x+130=15x-100$. Решението на оваа равенка е $x=60$. Според тоа, Матео имал $11\cdot 60+140=800$ денари.

4. За подготовка на 25 мафини по својот рецепт, на тетка Маре ѝ се потребни 1 чаша какао, 2 чаши масло, 3 чаши шеќер и 4 чаши брашно. Колку најмногу мафини може да подготви тетка Маре по тој рецепт, ако има 13 чаши какао, 14 чаши масло, 15 чаши шеќер и 16 чаши брашно?
Решение. Во 13 чаши какао тетка Маре има 13 пати повеќе какао од какаото потребно за нејзиниот рецепт, потоа има 7 пати повеќе масло од рецептот, 5 пати повеќе шеќер и 4 пати повеќе брашно. Бидејќи брашно има најмалку, таа може да направи најмногу $4 \cdot 25 = 100$ мафини.

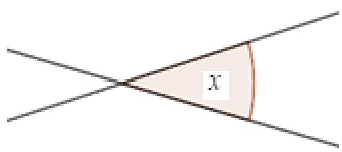
VII одделение

1. Определи ги природните броеви n за кои вредноста на изразот $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{n}$ е природен број.
Решение. Имаме, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{n}=\frac{19}{20}+\frac{1}{n}$. Сега, бидејќи $\frac{19}{20}<1$, $\frac{1}{n}\leq 1$, добиваме $\frac{19}{20}+\frac{1}{n}<2$, па затоа $\frac{19}{20}+\frac{1}{n}=1$. Решението на последната равенка е $n=20$.

2. Колку најмалку треба да биде ширината на еден автопат за да може паралелно да се движат три автомобили, ако секој од тие автомобили има ширина од 2,75 m, а страничното растојание меѓу автомобилите да биде најмалку по 0,75 m и оддалеченоста од страните на автопатот да е најмалку по 0,5 m?
Решение. Меѓу трите автомобили има две растојанија од по 0,75 m. Понатаму, имаме две растојанија од по 0,5 m. Значи, автопатот треба да биде широк $3\cdot 2,75+2\cdot 0,75+2\cdot 0,5=8,25+1,5+1=10,75\,m$.

3. Збирот на три од четирите агли кои се формираат при пресекот на две дадени прави е еднаков на 332°. Определи ја големината на секој од тие четири агли.
Решение. Четвртиот агол е еднаков на $360^\circ-332^\circ=28^\circ$. Според тоа, остриите агли се $x=28^\circ$, а тапите агли се

$$180^\circ-x=180^\circ-28^\circ=152^\circ.$$



Конечно, бараните агли се $28^\circ, 152^\circ, 28^\circ, 152^\circ$.

4. Во спортска продавница патиките се продавале за 900 ден. поефтино од тренерката. На акција патиките биле намалени за 10%, а тренерката за 5%. Габи купила патики и тренерка на намаление и за нив платила вкупно 5480 ден. Колку чинеле патиките, а колку тренерката пред намалувањето?

Решение. Нека пред намалувањето цената на патиките била a. Тогаш цената на тренерката била $a+900$. По намалувањето цените на патиките и тренерката биле $0,9a$ и $0,95(a+900)$. Оттука следува равенката

$$0,9a+0,95(a+900)=5480,$$

чии решение е $a=2500$. Значи, цената на патиките била 2500, а на тренерката 3400 денари.

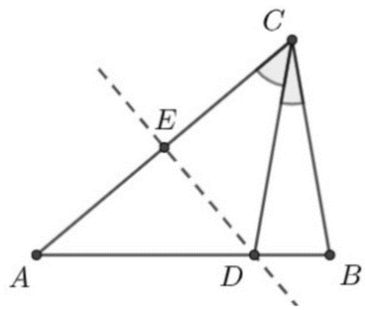
Забелешка. Задачата е наполно идентична со задачата број 4 за VII одделение дадена на општинскиот напревар во 2020 година.

VIII одделение

1. Во триаголникот ABC важи $\measuredangle ACB=60^{\circ}$. Симетралата на страната AC ја сече страната AB во точка D таква што $\measuredangle ACD$ е двапати чпоголем од $\measuredangle DCB$. Определи ги аглите на триаголникот ABC.

Решение. Имаме

$$\measuredangle ACD+\measuredangle DCB=\measuredangle ACB=60^{\circ} \text{ и}$$
$$\measuredangle ACD=2\measuredangle DCB,$$



па затоа $3\measuredangle DCB=60^{\circ}$, т.е. $\measuredangle DCB=20^{\circ}$. Според тоа, $\measuredangle ACD=2\cdot 20^{\circ}=40^{\circ}$. Понатаму, триаголникот ACD е рамнокрак, па затоа $\measuredangle BAC=\measuredangle DAC=\measuredangle ACD=40^{\circ}$. Конечно, од триаголникот ABC добиваме

$$\measuredangle ABC=180^{\circ}-60^{\circ}-40^{\circ}=80^{\circ}.$$

2. Во една кутија со чоколади $\frac{1}{5}$ од вкупниот број на чоколади се само со бадем, 30% се само со брусница и 20% се само со кикиритки. Колку вкупно чоколади има во кутијата, ако девет од чоколадите во кутијата се само со лешник и нема други чоколади во кутијата?

Решение. *Прв начин*. Од условот следува дека 20% во купниот број чоколади се само со бадем. Значи, $100-20-30-20=30\%$ од чоколадите се само со лешник. Но, во кутијата има 9 чоколади само со лешник, па затоа вкупниот број чоколади во кутијата е еднаков на $9\cdot\frac{100}{30}=30$.

Втор начин. Нека x е вкупниот број чоколади во кутијата. Тогаш, од условот на задачата следува $\frac{1}{5}x+\frac{30}{100}x+\frac{20}{100}x+9=x$. Решението на последната равенка е $x=30$, што значи дека во кутијата вкупно имало 30 чоколади.

3. Должините на рабовите на еден квадар изразени во сантиметри се различни природни броеви. Волуменот на квадарот е еднаков на $70\,cm^3$. Определи ја најголемата можна плоштина на тој квадар.

Решение. Бидејќи $70=2\cdot 5\cdot 7$ рабовите на квадарот изразени во сантиметри може да бидат или 2, 5, 7 или 1, 10, 7 или 1, 5, 14 или 1, 2, 35. Плоштините на овие квадари се:

$$2\cdot(2\cdot 5+2\cdot 7+5\cdot 7)=118\,cm^2,$$

$$2\cdot(1\cdot 10+1\cdot 7+10\cdot 7)=174\,cm^2,$$

$$2\cdot(1\cdot 5+1\cdot 14+5\cdot 14)=174\,cm^2,$$

$$2\cdot(1\cdot 2+1\cdot 35+2\cdot 35)=214\,cm^2.$$

Значи, квадарот со најголема плоштина има рабови 1, 2, 35 и неговата плоштина е $214\,cm^2$.

4. Во две одделенија имало 40 ученици. Минатата година поголем број од нив покажале одличен успех, додека во тековната учебна година, нивниот број значително се намалил. Дури и ако бројот на ученици кои во тековната година покажале одличен успех се зголеми за 5 ученици, тогаш тој број сепак ќе биде дури 3 пати помал од половината од бројот на ученици кои имале одличен успех во минатата година. Определи го бројот на ученици со одличен успех во тековната и минатата година, ако нивниот вкупен број изнесува 37. Колку ученици не покажале одличен успех во тековната година?

Решение. Нека x е бројот на учениците со одличен успех во минатата година и y е бројот на ученици со одличен успех во тековната година. Од условот на задачата, ако бројот на ученици кои во тековната година покажале одличен успех се зголеми за 5 ученици, тогаш тој број сепак ќе биде дури 3 пати помал од половината од бројот на ученици кои имале одличен успех во минатата година, имаме дека $3(y+5)=\frac{x}{2}$. Вкупниот број на ученици со одличен успех во тековната и минатата година е 37, па затоа $x+y=37$. Според тоа го добиваме следниот систем од две равенки со две непознати

$$\begin{cases} 3(y+5)=\frac{x}{2} \\ x+y=37 \end{cases}$$

Решението на овој систем е $x=36, y=1$. Значи, бројот на ученици со одличен успех во минатата година е 36, а бројот на ученици со одличен успех во тековната година е 1. Според тоа, бројот на ученици кои не покажале одличен успех во тековната година е еднаков на $40-1=39$, односно 39 ученика.

IX одделение

1. Кој од следниве два броја е поголем: $\frac{10^{2023}+1}{10^{2022}+1}$ или $\frac{10^{2022}+1}{10^{2021}+1}$?

Решение. *Прв начин*. Имаме

$$\begin{aligned}(10^{2021}+1)(10^{2023}+1) &= 10^{4044}+10^{2021}+10^{2023}+1 \\ &= 10^{4044}+10^{2022}(10+\tfrac{1}{10})+1 \\ &> (10^{2022})^2+2\cdot 10^{2022}+1 \\ &= (10^{2022}+1)^2\end{aligned},$$

па затоа $\frac{10^{2023}+1}{10^{2022}+1}>\frac{10^{2022}+1}{10^{2021}+1}$.

Втор начин. Да ставиме $a=10^{2021}$. Добиваме $10^{2022}=10\cdot 10^{2021}=10a$ и $10^{2023}=10^2\cdot 10^{2021}=100a$. Според тоа,

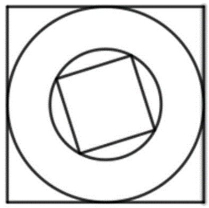
$$\frac{10^{2023}+1}{10^{2022}+1}=\frac{100a+1}{10a+1} \text{ и } \frac{10^{2022}+1}{10^{2021}+1}=\frac{10a+1}{a+1}.$$

Значи,

$$\begin{aligned}\frac{10^{2023}+1}{10^{2022}+1}-\frac{10^{2022}+1}{10^{2021}+1} &= \frac{100a+1}{10a+1}-\frac{10a+1}{a+1}=\frac{(100a+1)(a+1)-(10a+1)^2}{(10a+1)(a+1)} \\ &= \frac{100a^2+100a+a+1-100a^2-20a-1}{(10a+1)(a+1)}=\frac{81a}{(10a+1)(a+1)}>0\end{aligned}$$

бидејќи $81a>0, (10a+1)(a+1)>0$. Затоа $\frac{10^{2023}+1}{10^{2022}+1}>\frac{10^{2022}+1}{10^{2021}+1}$.

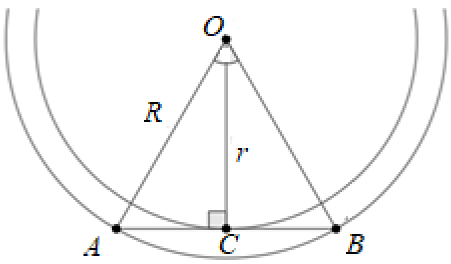
2. Дадени се две концентрични кружници K_1 и K_2 со радиуси R и r ($R > r$). Околу поголемата кружница е опишан квадрат, а во помалата кружница е впишан квадрат како на цртежот десно. Односот од плоштините на кружниот прстен и квадратниот прстен (геометриската фигура меѓу двата квадрати) е $\frac{\pi}{10}$.



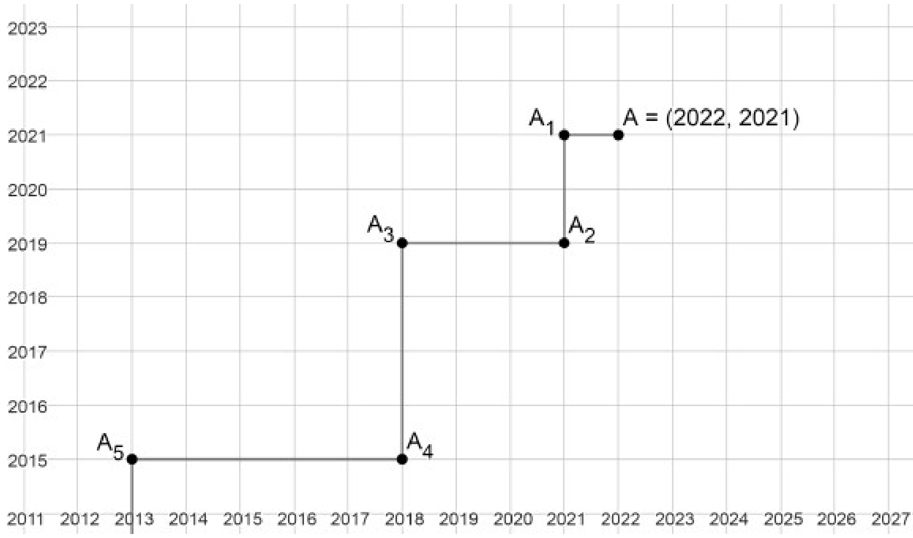
а) Пресметај го односот од плоштините на помалиот и поголемиот круг.
б) Докажи дека постои правилен многуаголник таков што K_1 е негова опишана, а K_2 е негова впишана кружница.

Решение. а) Јасно, опишаниот квадрат има должина на страна $2R$, а впишаниот квадрат има должина на страна $\sqrt{2}r$. Плоштината на кружниот прстен е $\pi R^2 - \pi r^2$, а плоштината на квадратниот прстен е $4R^2 - 2r^2$. Затоа, $\frac{\pi R^2 - \pi r^2}{4R^2 - 2r^2} = \frac{\pi}{10}$, од каде добиваме $r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Односот од плоштините на помалиот и поголемиот круг е: $\frac{P_{K_2}}{P_{K_1}} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{(\frac{R\sqrt{3}}{2})^2}{R^2} = \frac{3}{4}$.

б) При решавањето на делот од задачата под а) добиваме $r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Тоа значи дека R и r се должина на страна и висина на рамностран триаголник, соодветно (цртеж десно). Според тоа, $\measuredangle AOB = 60^\circ$, што значи дека $\measuredangle AOB$ е централен агол на правилен шестаголник.



3. Вонземјанинот Грини почнал да се движи од $A(2022, 2021)$ во координатната рамнина, како што е опишано на цртежот десно: еден чекор лево, па два долу, па три лево, па четири долу, па пет лево итн. Точките во кои го менува правецот на движење се означени редоследно со $A_1, A_2, A_3, \ldots$ и во нив кратко се одмара. Ако Грини се одморил во точката $A_k(86, 41)$, кои се координатите на следната точка A_{k+1} за одмор?



Решение. Нека $k = 2m-1, m \in \mathbb{N}$. Тогаш од A во A_{2m-1} се стигнува со движење $1+3+...+(2m-1)$ единици лево и $2+4+...+(2m-2)$ единици долу. Така го добиваме системот

$$\begin{cases} 86 = 2022-(1+3+...+(2m-1)) \\ 41 = 2021-(2+4+...+(2m-2)) \end{cases}$$

кој е еквивалентен на системот

$$\begin{cases} 1936 = 1+3+...+(2m-1) \\ 1980 = 0+2+...+(2m-2) \end{cases}$$

Ако од првата равенка ја одземеме втората равенка, добиваме $m = -44$ што не е можно бидејќи $m \in \mathbb{N}$.

Нека $k = 2m, m \in \mathbb{N}$. Тогаш од A во A_{2m} се стигнува со движење $1+3+...+(2m-1)$ единици лево и $2+4+...+(2m-2)+2m$ единици долу. Така го добиваме системот

$$\begin{cases} 86 = 2022-(1+3+...+(2m-1)) \\ 41 = 2021-(2+4+...+2m) \end{cases}$$

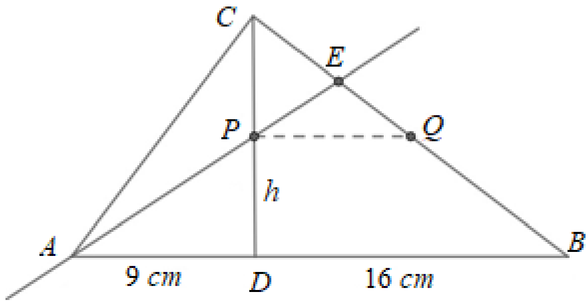
кој е еквивалентен на системот

$$\begin{cases} 1936 = 1+3+...+(2m-1) \\ 1980 = 2+4+...+2m \end{cases}$$

Ако од првата равенка ја одземеме втората равенка, добиваме $m = 44$ и $k = 88$. Значи, Грини се одморил во A_{88}, а следната точка за одмор е 89 единици лево од неа, т.е. тоа е точката $A_{89}(86-89, 41) \equiv A_{89}(-3, 41)$.

4. Нека е даден правоаголен триаголник ABC со прав агол во темето C и нека $\measuredangle BAC$ е поголем од $\measuredangle CBA$. Висината h спуштена кон хипотенузата AB ја дели AB на две отсечки со должини 9 cm и 16 cm. Од темето A повлечена е права која минува низ средината на висината h и ја сече страната BC во точка E. Пресметај ја должината на отсечката AE.

Решение. Нека D е подножјето на висината h. Нека P и Q се средишни точки на висината h и страната BC соодветно. Според Евклидовата теорема имаме



$h = \sqrt{\overline{AD} \cdot \overline{DB}} = 12\, cm$.

Според Питагоровата теорема имаме:

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15\, cm,$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{CD}^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20\, cm,$$

$$\overline{AP} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{PD}^2} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}\, cm.$$

Отсечката PQ е средна линија во $\triangle BDC$, што значи дека $PQ \parallel BD$ и $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 8\, cm$. Понатаму, триаголниците ABE и PQE се слични, па затоа

$$\overline{AB} : \overline{PQ} = \overline{AE} : \overline{PE},$$

$$\overline{AB} : \overline{PQ} = (\overline{AP} + \overline{PE}) : \overline{PE},$$

$$25 : 8 = (3\sqrt{3} + \overline{PE}) : \overline{PE},$$

$$17\overline{PE} = 24\sqrt{13},$$

$$\overline{PE} = \frac{24}{17}\sqrt{13}.$$

Конечно, $\overline{AE} = \overline{AP} + \overline{PE} = 3\sqrt{13} + \frac{24}{17}\sqrt{13} = \frac{75}{17}\sqrt{13}\, cm$.