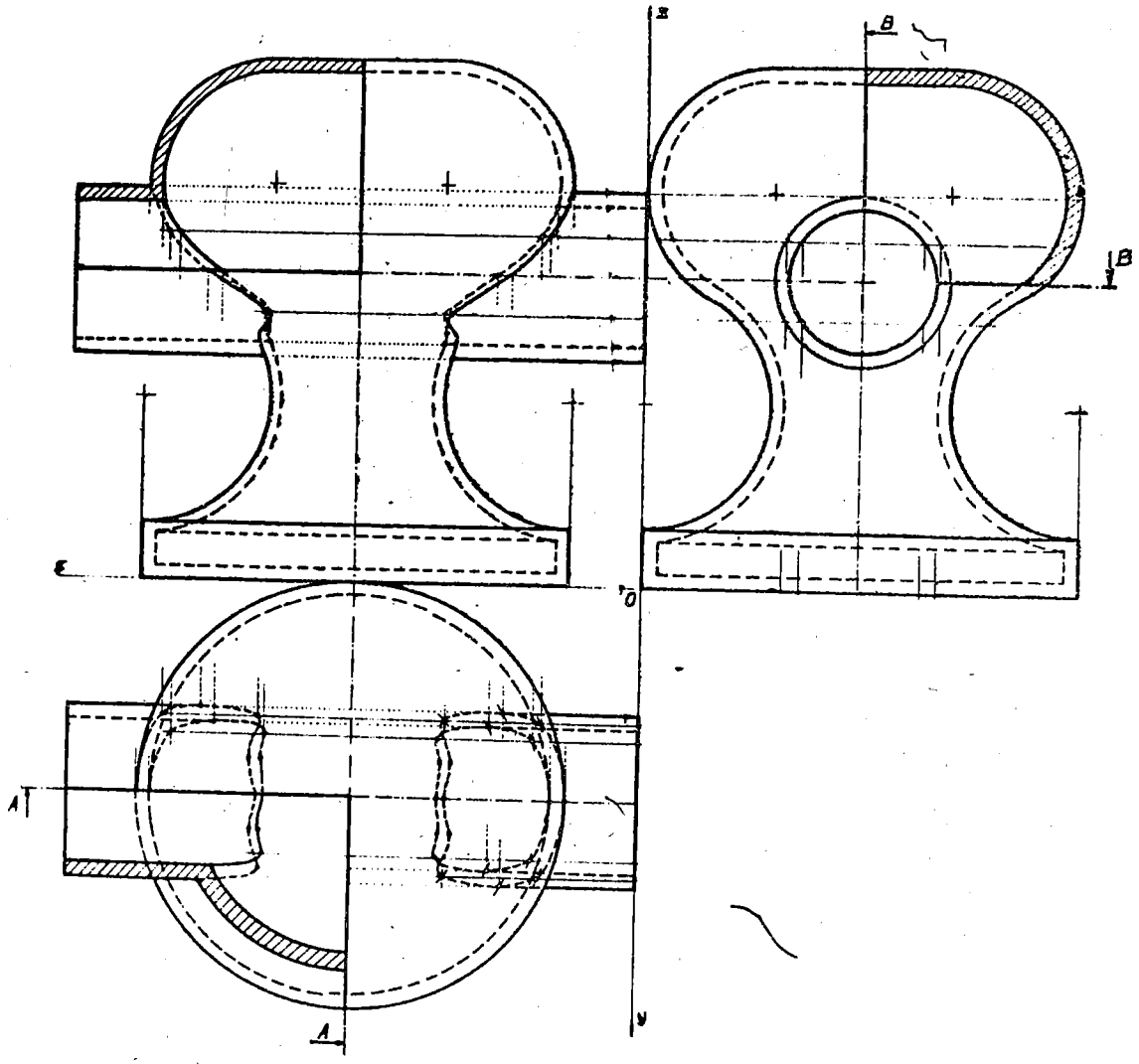
ДК 515

УНИВЕРЗИТЕТ „КИРИЛ И МЕТОДИЈ" ВО СКОПЈЕ



Д-р СТЕВО М. МАТЕСКИ

ЗБИРКА ЗАДАЧИ ОД НАЦРТНА ГЕОМЕТРИЈА СО РЕШЕНИ ПРИМЕРИ

СКОПЈЕ ★ 1977

Одобрено со решение на ректоратот
бр.06 - 824 од 29.03.1976 година
како учебно помагало

Р е ц е н з е н т
виш предавач инж.арх.Томе Јолески

Л е к т у р а
Наталија Глинска - Ристова

Печатено на офсет техника во Универзитетската
печатница "Кирил и Методиј" во Скопје.
Тираж 3 000 примероци

П Р Е Д Г О В О Р

Збиркава е резултат од повеќегодишна работа со студентите на редовните часови за вежби,задачи од клаузурите (контролните вежби),задолжителните програмски задачи и од испитите.При нејзиното дефинитивно оформување се консултирани збирките задачи наведени на крајот од книгава.

Задачите згодно се избрани и распоредени,така што постепено се зголемува напорот при нивното решавање,со цел за систематско усвојување на учебниот материјал.Решавањето на наредните задачи логично произлегува од успешно совладување на претходните.

До појава на наш учебник по нацртна геометрија,оваа збирка мора да се користи напоредно со изучувањето на теориските основи од кој и да било универзитетски учебник.Меѓутоа,нашите студенти ја употребуваат мошне солидната југословенска универзитетска книга од д-р Вилко Ниче,Дескриптивна геометрија (Dr Vilko Niče,Deskriptivna geometrija,VII.izdanje,Zagreb,1974).

Препорачуваме секоја задача прво,просторно да се расчлени,да се реши и по можност слободорачно да се нацрта просторна скица во аксонометрична проекција (поточно:косоаголна фронтална диметриска - коса проекција).Таа постапка помага да се добие правилен одговор за врската меѓу дадените елементи и бараните што еднозначно ја дефинира геометриската просторна фигура.Второ,се пристапува кон конструкција на решението по редослед на елементарните операции што произлегуваат од правилата на нацртната геометрија со цртање во ортогонални проекции.

Во почетното изучување на нацртната геометрија полезно е да се пристапи кон моделирање - правење макети на разгледуваните геометриски просторни фигури од картон,пластелин,дрво,компир и друг погоден материјал.

Покарактеристичните задачи од одделни поглавја конструктивно се решени и текстуално објаснети,тие се означени со ѕвездичка "* " покрај бројот на задачата. Но,препорачуваме и овие задачи самостојно да се обидете да ги решите,дури потоа да извршите споредување,контрола со приложените решенија.Решените примери треба да се користат на следниов начин - почнувајќи со увид само во графичкото решение,најнакрајот со напоредно користење на конструкциониот цртеж и придружниот објаснувачки текст.

Потреба за печатење на ваква збирка се чувствува одамна,со оглед на тоа дека е неопходно средство во изучувањето на нацртната геометрија како за самостојна систематска работа на студентите,исто така и за избор на голем број најразлични задачи за вежби,контролни и домашни работи,како и за испитни задачи.Поради тие причини произлезе и нејзиниот значително поголем обем.

Рамнинските пресеци и продорите на телата главно се разгледуваат напоредно во аксометриската проекција и во ортогоналните проекции.

Оваа Збирка задачи е изработена според наставната програма предвидена за студентите : на Машинскиот факултет (освен главите :IX и X), на Електротехничкиот факултет (освен главите :VIII,IX и X а од другите глави се исклучуваат општите положби на телата) и на Математичкиот факултет (освен главата VIII). Исто така Збиркава може да им ползува и на сите студенти и ученици што ја изучуваат нацртната геометрија,која помага да се развие просторното мислење и навиките за читање на цртежите.

Успешното совладување на презентираниве задачи,овозможува наполно владеење со методите на нацртната геометрија за проучување и решавање на нови математички,геометриски и технички просторни проблеми.

Секоја забелешка и сугестија кон текстот или цртежите,дури и нивни технички некоректности што ќе помогнат за подобрување на предложенава Збирка задачи,ќе бидат прифатени со задоволство.Молиме Вашите мислења да се упатат на адреса на авторот ,ул."Франклин Рузвелт " бр. 63.

Скопје,6.декември 1976 год.

Д-р С.М.Матески

С О Д Р Ж И Н А

страна

Предговор 3

Содржина 5

Обележување,ознаки и конвенции 7

Глава I Основи на паралелно проектирање на една рамнина(задачи:1-13)... 11

Глава II Перспективно колинеарно и афино пресликување на рамнински фигури (14 - 88) 13

II 1. Перспективна колинеација. Перспективен афинитет(14-40)..... 13

II 2. Конструктивна обработка на коники (41 - 88) 19

II 2.1. Конструкција на елипса (41 - 69)..... 19

II 2.2. Конструкција на хипербола (70 - 79)..... 22

II 2.3. Конструкција на парабола (80 - 88) 24

Глава III Монжови проекции. Основи на ортогонално проектирање на две заемно нормални рамнини (89 - 527) 26

III 1. Придружени ортогонални проекции на точка,права и отсечка (89 - 131) 26

III 2. Заемна положба на точка и права,и на две прави во просторот (132 - 164) 31

III 3. Претставување рамнина. Права и точка што лежат во рамнина. Наклонети агли на рамнина со проекционите рамнини(165-207) 35

III 4. Придружени проекции на рамнинска фигура (208 - 232)... 40

III 5. Меѓусебни положби на две рамнини. Прободна права со рамнина. Пресек на две рамнини дадени со трага и полигон,односно со два полигона. Примена. (233 - 306) 43

III 6. Нормалност на права и рамнина. Примена. (307 - 447) 53

III 7. Придружени проекции на геометриски тела чии основи се хоризонтални,односно фронтални .Вистинска и привидна контура на телата, контурни изводници. Одредување точка на површината на телата (448 - 527) 69

Глава IV Проширување на подрачјето на проектирањето (помошни проекциони методи) (528 - 1179) 80

IV 1. Воведување профилна проекциона рамнина. Примена на профилната проекција (528 - 584) 80

IV 2. Помошни проекциони методи-трансформација. Примена.(585-636) 89

		страна
IV 3.	Ротација (вртење). Примена. (637 - 703)	98
IV 4.1.	Три проекции на геометриски фигури чии основи имаат проектирачка положба . (704 - 774)	108
IV 4.2.	Хоризонтална, фронтална и профилна проекција на геометриските фигури кои се во општа положба спрема проекционите рамнини. (775 - 1128)	117
IV 5.	Тангентни рамнини на тела. (1129 - 1179)	159
Глава V	Аксонометриска проекција. (1180 - 1246)	165
V 1.	Коса проекција (1180 - 1223)	165
V 2.	Коса аксонометрија (1224 - 1236)	182
V 3.	Ортогонална аксонометрија (1237 - 1246)	184
Глава VI	Пресеци на тела со рамнини и прави (1247 - 1477)	186
VI 1.	Пресеци на рабести тела со рамнини и прави (1247-1323)	186
VI 2.	Пресеци на валчести тела со рамнини и прави (1324-1477)	202
Глава VII	Продори на тела (1478 - 1821)	241
VII 1.	Продори на рабести тела (1478 - 1516)	241
VII 2.	Продори на рабести и валчести тела (1517 - 1607)	250
VII 3.	Продори на валчести тела (1608 - 1821)	268
Глава VIII	Навојни криви и навојни површини (1822 - 1878)	315
Глава IX	Котирана проекција (1879 - 2027)	326
IX 1.	Претставување точки, прави и рамнини, како и нивна заемна положба (1879 - 1969)	326
IX 2.	Котирана проекција на рамнински фигури и геометриски тела (1970 - 2003)	336
IX 3.	Пресеци на рабести и валчести тела со рамнини (2004-2019)	340
IX 4.	Задачи од примена кај топографски површини (2020-2027)	343
Глава X	Централна проекција. Перспектива. (2028 - 2066)	346
Глава XI	Решени примери	357
Литература		625

ОБЕЛЕЖУВАЊЕ; ОЗНАКИ И КОНВЕНЦИИ

1. Основните елементи на проучување во нацртната геометрија се :точките, правите и кривите линии, рамнините и површините, кои ги обележуваме на следниов начин:

- точките во просторот ги обележуваме со големи печатни букви на латинската азбука :A,B,C,...,У и Z ,или со арапски, односно римски цифри:1,2,3,... I,II,III..;
- правите и кривите линии во просторот ги обележуваме со мали ракописни букви на латинската азбука : a,b ,c,...,x,y, z ;
- рамнините и површините ги обележуваме со големи печатни букви на грчката азбука :A,B,Γ,...,Π,P, Σ ,T,..., Ω ;
- аглите во просторот ги обележуваме со мали ракописни букви на грчката азбука : $\alpha,\beta,\gamma,\delta,\ldots$

2. Проекционите рамнини ги обележуваме со грчката буква Π, додавајќи индекс : Π_1 - хоризонтална проекциона рамнина, Π_2 - фронтална проекциона рамнина, Π_3 - профилна проекциона рамнина, додека секоја нова помошна проекциона рамнина при трансформацијата со $\Pi_4,\Pi_5,\ldots$

Проекциите на точки и прави ги обележуваме со исти букви како што се на оригиналот (во просторот) со додавање на соодветна ознака:

- за централна проекција во експонентот додаваме мала латинска буква "c", на пример за точката A се означува со A^c, за правата a со a^c;
- за аксонометриска проекција го додаваме знакот "-" (хоризонтална цртичка над точката, односно правата), на пример за точката A со ознака $\bar{A}$, соодветно за правата a со $\bar{a}$;
- за ортгонални проекции го ставаме како експонент знакот " ′ " (цртичка, односно две цртички " ″ " итн.), на пример за точката A, хоризонталната проекција во Π_1 се означува со A' (се чита :A прим или цртичка), фронталната проекција во Π_2 се означува со A'' (се чита: A секундум или две цртички), а за профилната проекција во Π_3 со A''' (се чита: A терциум или три цртички). За правата a, хоризонталната проекција во Π_1 се означува со a', во Π_2 со a'', а во Π_3 со a'''.

Центарот на проектирањето го обележуваме со латинската буква S. Правецот на проектирањето (проектирачки правец) со латинската буква p.

Вообичаениот симбол A(x,y,z), значи точка A со нејзините координати во десниот правоаголен декартов координатен систем Oxyz -апсциса (x), прва ордината (y) и втора ордината (z),

Прободна права со проекциона рамнина го обележуваме со истоимената буква како правата со додавање на соодветен индекс. На пример прободот на правата $\underline{a}$ со Π_1 го означуваме како A_1, со Π_2 - A_2, а со Π_3 - A_3.

Траги на рамнина со проекционите рамнини ги обележуваме со соодветната буква од латинската азбука што по изговор соодветствува на грчката буква со додавање на индекс. На пример на рамнината Σ со Π_1, Π_2, Π_3 се означува со s_1, s_2, s_3.

Ознаката $\Sigma(\xi, \eta, \zeta)$ е рамнина Σ со нејзините сегменти ξ, η и ζ на координатните оски : Ox, Oy и Oz, или x, y, z -оски.

Главни прави што припаѓаат на дадена рамнина и истовремено се паралелни со една од проекционите рамнини. Права паралелна со Π_1 се нарекува хоризонтална права, обично ја обележуваме со h, додека за права паралелна со Π_2 се вели фронтална права f, и права паралелна со Π_3 - профилна права p.

Во Збиркава секогаш го применуваме терминот проектирачка рамнина што означува дека таа рамнина е паралелна со проектирачкиот правец. Следствено на тоа кај ортогоналното проектирање ќе ги имаме следниве називи:

- хоризонталнопроектирачка рамнина е паралелна со хоризонталнопроектирачкиот правец, т.е. со z -оската, всушност е нормална на Π_1 ;
- фронталнопроектирачка рамнина, која е паралелна со фронталнопроектирачкиот правец, т.е. со y-оската, односно нормална на Π_2 ;
- профилнопроектирачка рамнина или рамнина паралелна со x-оската што значи дека е нормална на Π_3.

При разгледување на тридимензионалните објекти усвојуваме дека тие се непросирни и главно со исполнета внатрешност, доколку тоа не е случај, тогаш во задачата стои дека тој е шуплив или се состои само од обвивка.

3. Основните операции меѓу геометриските елементи ги означуваме на следниов начин:

- совпаѓање (коинцидирање) на два еднородни геометриски елемента со знакот " $\equiv$ " (идентичност), на пример $A \equiv B$, или $a \equiv b$ или $\Sigma \equiv \Pi$;
- заемно припаѓање (инцидентност) на разнородни геометриски елементи со ознаката за припадност, вклучување "$\in$" , на пример $A \in a$ (точката A припаѓа, лежи на правата $\underline{a}$, односно правата $\underline{a}$ минува низ точката A) ; $a \in \Sigma$ (рамнината Σ е поставена низ правата $\underline{a}$, односно правата $\underline{a}$ лежи во рамнината Σ) ;
- прободна, односно пресек на два геометриски елемента, фигури, се означува со знакот " $\cap$ " На пример $a \cap \Sigma$ (прободна на правата $\underline{a}$ со рамнината Σ) ; $a \cap b$ (пресек на правата $\underline{a}$ со правата $\underline{b}$); $P \cap \Sigma$ (пресек на рамнината P со рамнината Σ).

Меѓутоа,резултатот на претходните геометриски операции се означува со знакот " = " (еднаквост,равенство),на пример $a \cap \Sigma = A$, $a \cap b = B$, $P \cap \Sigma = q$

Потоа означуваме права која минува низ две точки ,на пример $m = MN$.Ако стои само MN ,обично значи дека е отсечка чии крајни точки се M и N.

4.Паралелноста и нормалноста на еднородните и разнородните геометриски елементи ги означуваме на следниов начин :

- паралелност со знакот " // ",на пример a // b (правите a и b меѓусебно се паралелни), c // П (правата c е паралелна со рамнината П,односно рамнината П е паралелна со правата c) ;
- нормалност се означува со знакот " $\perp$ " или" $\underline{\perp}$ ",на пример $a \perp$ (правите a и меѓусебно се нормални), $A \perp B$ (рамнините A и B заемно се нормални), $c \perp П$ (правата c е нормална на рамнината П,односно рамнината П стои нормално на правата c).

5.Поради усогласување со одамна воведениот десен просторен правоаголен координатен систем во математиката,а бидејќи нацртната геометрија е нејзин интегрален дел,го користиме таков избран координатен систем.Тоа значи дека профилната проекциона рамнина ($П_3$) ја поставуваме десно од објектот (оригиналот) што го претставуваме.

-На x-оската се нанесуваат апсцисите со позитивен знак оддесно кон лево.

6.Координатите на геометриските елементи се дадени во милиметри,како и димензиите (котните броеви) на приложените слики.

7.Презентираните задачи може да се сместат на цртачки лист со следниов формат:

-за поглавјата од I до IV на цртеж со формат A5(148x210),односно A4(210x297 во мм);
-за другите поглавја главно на формат A4,односно A3(297x420 во мм).

При поставување на елементите се цртаат со тврд молив (2H)односно со средно тврд (HB) тенки полни линии,како и понатамошните конструкции и решението.Кога задачата е дефинитивно решена,тогаш повторно се извлекуваат со мек молив (B или 2B) и со дебела полна,односно испрекината линија или дебела црта -точка-црта : дадените елементи,вистинските големини и решението на задачата.

Програмските задачи секогаш се тушираат,поради тоа претходно цртаме се само со тврд молив,потоа се тушира,употребувајќи ја следнава група дебелини на линии во мм : a - 0,7 ; b - 0,35 ; c - 0,5 ; d -0,7 и e - 0,35 (в,ЈУС M.A0.020 од X 1972 г.).

Глава прва

ОСНОВИ НА ПАРАЛЕЛНО ПРОЕКТИРАЊЕ НА ЕДНА РАМНИНА

1. Нека е дадена отсечка AB со должина $\overline{AB} = 40$ mm, која е нормална на проекционата рамнина П. Се бара да се нацрта нејзината проекција со следнава должина: а) еднаква на 0, б) еднаква на 40 mm, в) помала од 40 mm, г) поголема од 40 mm, кога настапува таканаречениот феномен на косата проекција. Можни решенија? Претходно да се одреди за секој споменат случај каков агол образува проектирачкиот правец $\underline{p}$ со проекционата рамнина П.

2. Дадена е отсечка AB со должина $\overline{AB} = 45$ mm, која е косо наклонета кон проекционата рамнина, на пример за агол α. Колку можни проектирачки правци постојат, за отсечката AB да се проектира во отсечка со иста должина, т.е. $\overline{A'B'} = 45$ mm?

3. Дадени се проекциите A', B', на крајните точки на отсечката AB, како и $\overline{A'B'} = 30$ mm, потоа проекцијата C' на почетната точка C на отсечката CD. Нацртајте ја проекцијата $C'D'$ на отсечката CD чија должина е 40 mm, која е паралелна со AB, ако е $\overline{AB} = 50$ mm.

4. Точките A', B', C' што се неколинеарни, се проекции на темињата A, B, C на еден паралелограм ABCD. Одредете ја проекцијата D' на темето D.

5. Земете три произволни неколинеарни точки A', B', F', кои се проекции на две темиња A, B и пресечна точка F на дијагоналите на еден паралелограм ABCD. Најдете ги проекците на C', D' на другите темиња!

6. Нацртајте проекција на квадрат со страна 25 mm, ако проектирачкиот правец $\underline{p}$ е паралелен со една страна на квадратот.

7. Конструирајте паралелна проекција на агол $ABC = 75^\circ$, чии краци се паралелни со проекционата рамнина, ако е дадена проекцијата B' на неговото теме B.

8*. Произволни неколинеарни точки A', B', C' се проекции на темиња A, B, C од: а) еден квадрат ABCD, б) еден правилен шестаголник ABCDEF, в)* еден правилен

осумаголник ABCDEFGH.
Да се одредат проекциите на другите темиња.

9. Нека се дадени три произволни неколинеарни точки A',B', C', кои се проекции на темињата A,B,C на трапезот ABCD. Да се конструира проекцијата D' на темето D, ако се знае дека е односот на основите $\overline{AB} : \overline{CD} = 3:2$.

10. Правилен петаголник ABCDE со должина на страна од 30 мм, кој е паралелен со проекционата рамнина П и оддалечен од неа 20 мм се проектира така што проектирачките прави со П го зафаќаат следниов агол : а) од 90° и б) од 45°. Да се нацртаат неговите проекции при двата прооектирачки правца ; установете ја нивната меѓусебна положба и оддалеченост.

11. Дадена е проекцијата $A'B'C'$ на еднаквостраниот триаголник ABC, чија страна е еднаква на 50 mm. Освен тоа дадена е и проекцијата $D'E'F'$ на еден триаголник DEF , чии страни се паралелни со страните на триаголникот ABC. Конструирајте ја вистинската големина на триаголникот DEF . ако триаголникот $D'E'F'$ има страни со следниве должини :120 мм,60 мм и 80 мм, додека страните на триаголникот A B C се :60 мм,30 мм и 40 мм.

12. Дадени се проекциите A',G' на крајните точки на отсечката AG која е нормална на проекционата рамнина. Да се нацрта паралелна проекција на правилна шестострана призма, при која AG е еден бочен раб со должина од 35 mm и основен раб 20 mm . Колку решенија има задачата? Потоа конструирајте проекција на една призма ABCDEFGHIJKL кога проектирачкиот правец $\underline{p}$ образува агол од 45° со проекционата рамнина П.

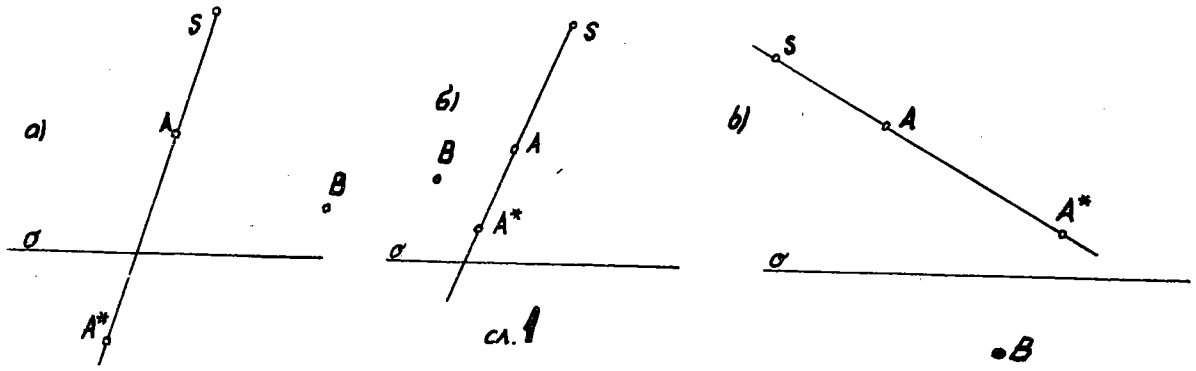
13. Нека е дадено валчесто тело со основа 2/5 од кружен прстен, чии радиуси се 35 mm и 20 mm, а висината 25 mm, која е нормална на проекционата рамнина. Изберете таков правец на проектирање, кој висината на телото ќе ја проектира во отсечка еднаква на дадената и со правец оддолу нагоре. При вака дефинираното специјално паралелно проектирање да се нацрта валчестото тело.

Глава втора

ПЕРСПЕКТИВНО КОЛИНЕАРНО И АФИНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ НА РАМНИНСКИ ФИГУРИ КОНСТРУКТИВНА ОБРАБОТКА НА КОНИКИТЕ

II 1. ПЕРСПЕКТИВНА КОЛИНЕАЦИЈА. ПЕРСПЕКТИВЕН АФИНИТЕТ

14. Дадена е оска на колинеацијата o, центар на колинеацијата S и придружен пар точки A и A^*. Одредете точка B^* перспективно колинеациска на дадената точка B, според приложените слики (в.сл.1).



сл. 1

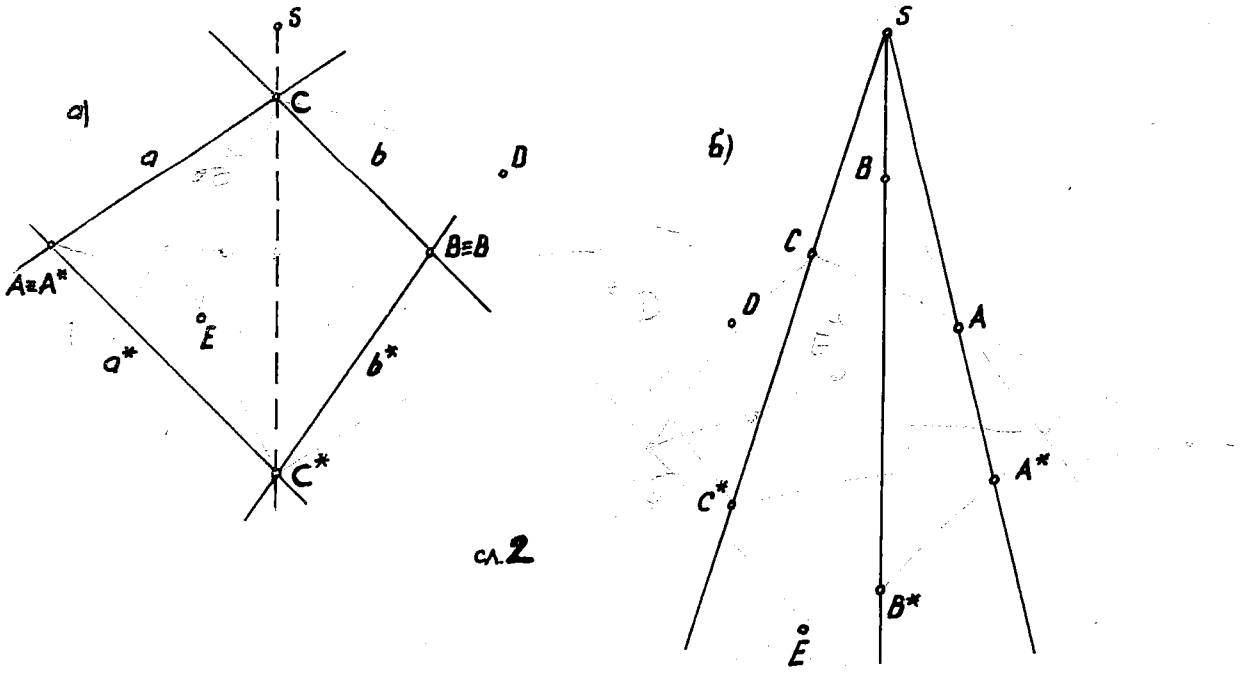
15. Конструирајте недогледна права n^* што е придружена на бескрајната права n_∞ на рамнината, како и исчезнувачка права i, која е придружена на бескрајната права $i^*_\infty \equiv n$, за перспективна колинеација дефинирана со оска o, нејзин центар S и пар придружени точки A, A^*, кои се :

а) на различни страни од o и

б) од иста страна на o.

16. Перспективна колинеација е определена со два пара придружени прави: a и a^*, b и b^*, како и центар на колинеацијата S, според сл.2а, односно со три пара придружени точки: A и A^*, B и B^*, C и C^*, како и S, според сл.2б. Конструирајте на точките D и E перспективно колинеациски точки D^* и E^*, според приложените слики (сл.2).

17. Перспективна колинеација е претставена со пар придружени точки A, A^* и два пара придружени прави Ъ, $Ъ^*$ и c, c^* (изборот на елементите извршете го сам). Да се одреди центарот на колинеацијата S и нејзината оска o.



сл.2

18. Даден е еднаквостран триаголник ABC со страна 40 mm, оска на колинеацијата o, која не го сече триаголникот ABC, и центар на колинеацијата S, кој е на иста страна со ABC во однос на o, но не е меѓу нив. Да се нацрта на ABC перспективно колинеациски триаголник $A^*B^*C^*$, ако придружената точка A^* на темето A ја избереме на колинеациската права SA, така што се наоѓа:

а) на спротивната страна од ABC во однос на o;

б) меѓу S и A.

19. Земете квадрат ABCD со страна од 30 mm, оска на колинеацијата o, која не го сече ABCD и центар на колинеацијата S, кој е на иста страна со ABCD во однос на o, но не е меѓу нив. Нацртајте на ABCD колинеациски четириаголник $A^*B^*C^*D^*$, ако A^* го избереме на правата SA, така што лежи на:

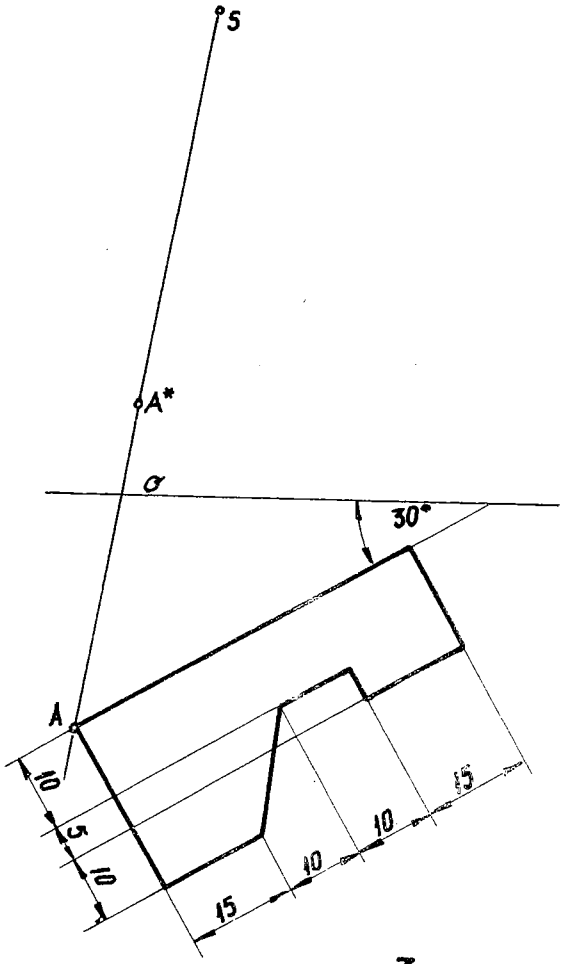
а) спротивната страна од ABCD во однос на o,

б) меѓу S и A.

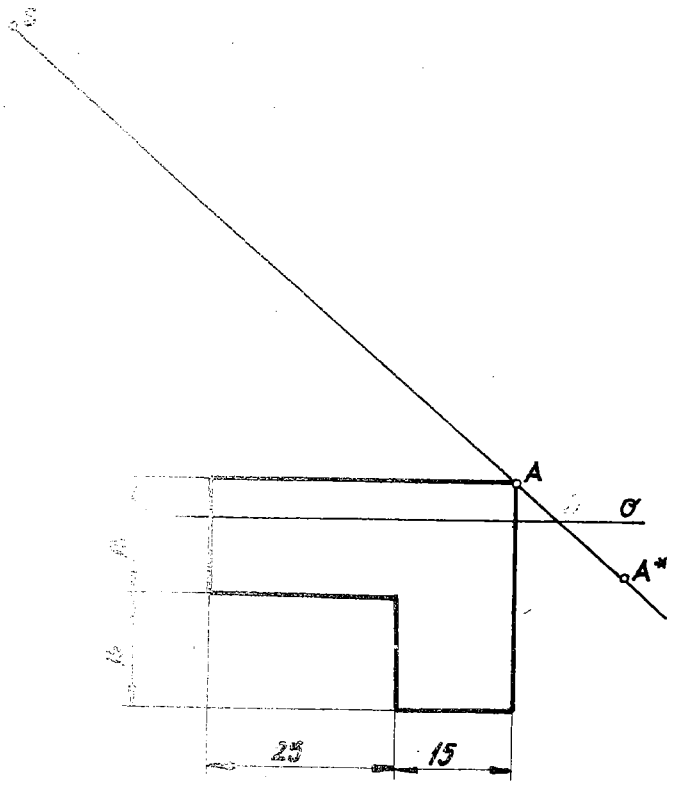
20. Нацртајте перспективно колинеациска фигура на дадената, според приложената сл.3.

21. Одредете перспективно колинеациска фигура на дадената, како што е претставено на сл.4.

22. Перспективно колинеациски однос е определен со оска на колинеацијата o, еден пар придружени точки T и T^* и центар на колинеацијата S. Да се конструира квадрат ABCD со страна од 15 mm, чија точка T е пресек на неговите дијагонали, придружената точка T^* е пресечна точка на заемно нормалните дијагонали на колинеациот четириаголник $A^*B^*C^*D^*$, кој исто така треба да се конструира.

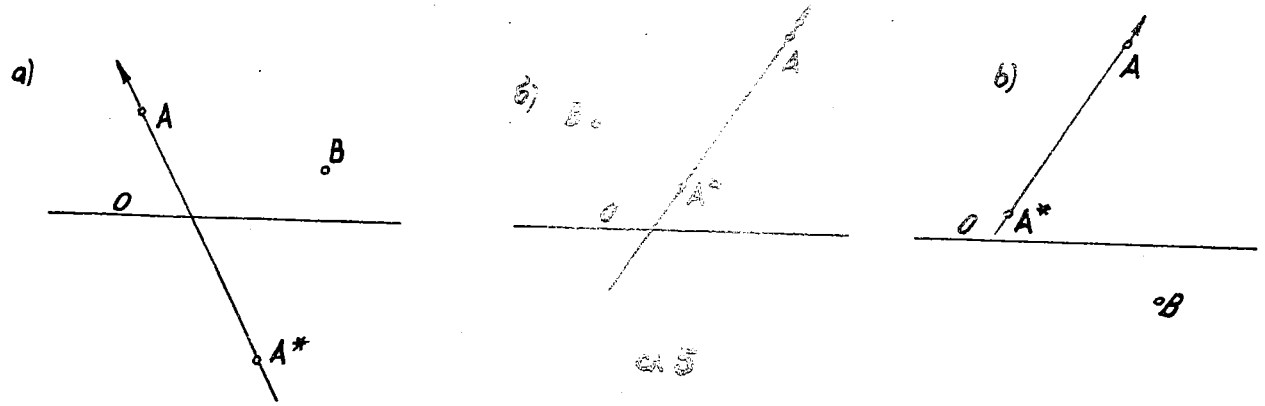


сл. 3



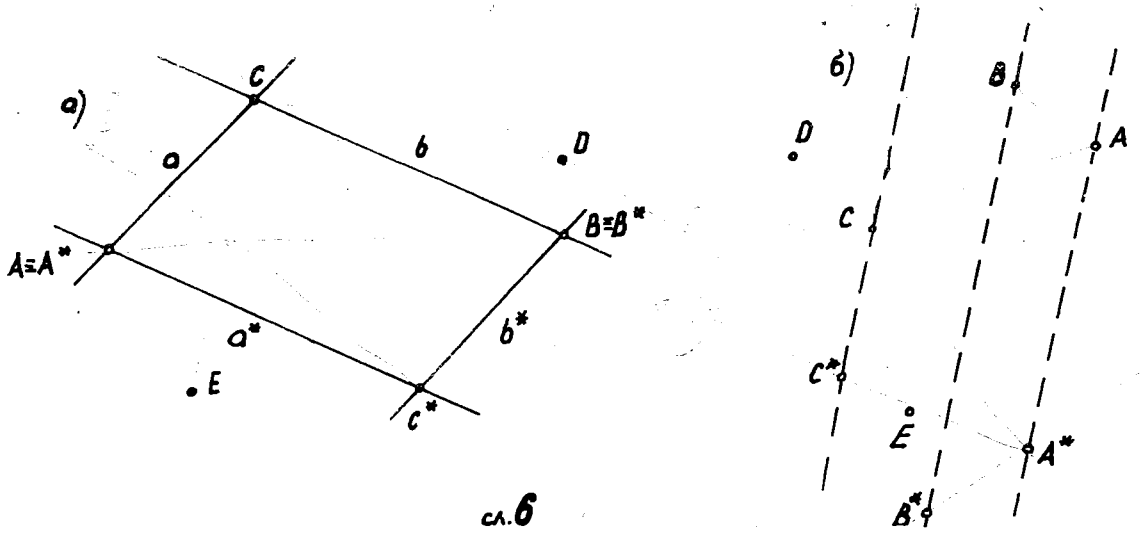
сл. 4

23. Дадена е оска на афинитет σ и придружените пар точки A и A^*. Одредете ја точката B^* перспективно афина на дадената точка B, според приложените слики (сл.5).



сл 5

24. Перспективен афинитет е дефиниран со два пара придружени прави: a и a^* b и b^* (в.сл.6а), односно со три пара придружени точки: A и A^*, B и B^*, C и C^* (сл.6б). Најдете на точките D и E перспективно афини точки D^* и E^*, според споменативе слики (сл.6а и б)



сл.6

25. Перспективен афинитет е претставен со пар придружени точки A, A^* и пар придружени прави b, b^*, се разбира, кои не минуваат низ претходниве точки A, A^*. Нивниот избор извршете го сами. Да се одреди оска на афинитетот o.

26. Дадени се квадрат ABCD со страна од 30 mm и оска на афинитет o, која не го сече ABCD. Нацртајте на ABCD перспективно афин паралелограм $A^*B^*C^*D^*$, ако придруженото теме A^* на темето A го избереме така што се наоѓа:

а) на спротивната страна од ABCD во однос на o,

б) меѓу ABCD и o.

27. Земете правилен шестаголник ABCDEF со страна од 25 mm и оска на афинитетот o, која не го сече ABCDEF. Нацртајте на него перспективно афин шестаголник $A^*B^*C^*D^*E^*F^*$, ако A^* го избереме така што се наоѓа:

а) на спротивната страна од ABCDEF во однос на o,

б) меѓу ABCDEF и o!

28. Одредете перспективно афина слика на правилен седумаголник впишан во кружница со радиус $r = 30$ mm, ако придружените точки A, A^* лежат на:

а) истата страна од оската o,

б) различни страни на оската o.

29. Најдете перспективно афин осумаголник на правилниот осумаголник со страна од 20 mm, ако афино кореспондентните точки A, A^* лежат на:

а) истата страна од оската o,

б) различни страни на оската o.

30. Конструирајте перспективно афина слика на правилен деветаголник вписан во кружница со радиус $r = 25$ mm, ако придружените точки A, A^* се наоѓаат на:

а) истата страна од оската o,

б) различни страни на оската o.

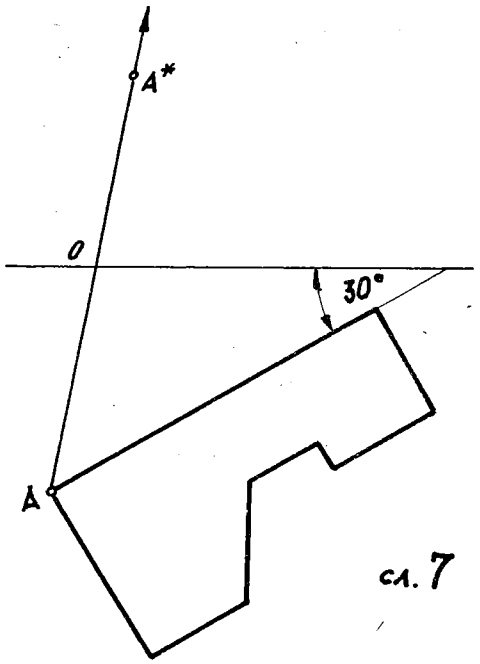
31. Зададен е правилен десетаголник со страна од 15mm, се бара нему афина слика, ако придруженият пар точки A, A^* лежат на:

а) истата страна од афината оска o,

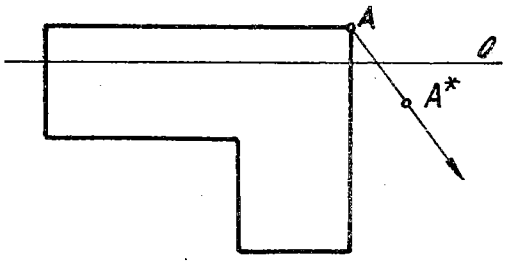
б) различни страни на оската o.

32. Најдете перспективно афина фигура на дадената, според приложената слика 7.

33. Одредете перспективно афина фигура на дадената, како што е покажано на сл.8.



сл. 7



сл 8

34. Перспективно афин однос е дефиниран со оска на афинитетот o и еден пар придружени точки T и T^*. Да се конструира квадрат ABCD со страна од 30 mm, чија точка T е пресек на неговите дијагонали, придружената точка T^* е пресечна точка на заемно нормалнитедијагонали на афиниот четириаголник $A^*B^*C^*D^*$, кој исто така треба да се конструира.

35. Да се разгледаат и констатираат својствата на следниве специјални видови перспективно колинеарни пресликувања:

а)ако центаротна колинеацијата S и оската на колинеацијата o се конечни елементи,

б) ако центарот на колинеацијата е бескрајна точка -S_∞, оската на колинеацијата - конечна права o ,

в) ако центарот на колинеацијата S е конечна точка, колинеациската оска е бескрајна права - o_∞ ,

г) и на крајот, ако центарот на колинеацијата и оската на колинеацијата се бескрајни елементи : S_∞ и o_∞ .

36. Специјални видови перспективно афино пресликување Ако карактеристичната константа на афинитетот k е :

а) $k = 1$,

б) $k = -1$.

Да се констатираат нивните својства.

37. Да се одредат главните правци на перспективниот афинитет, ако оската на афинитетот o, точката A и нејзината афино придружена точ. A^* се дадени на следниов начин:

а) AA^* нормално на o и на различни растојанија од o,

б) AA^* нормално на o и на еднакво растојание од o.

38 *. Дадени се точка P и две прави a и b , кои се сечат во точка T, која е вон цртачкиот лист. Да се повлече права t што минува низ P и T , со помош на:

а) перспективна колинеација,

б) перспективен афинитет,

в) сличност (специјален случај на перспективна колинеација, кога оската е o_∞ , тоа е директна сличност).

39. Нека се дадени две прави a и b , кои се сечат во точка T, која паѓа вон цртежот, потоа и права c. Низ точката T повлечи права t паралелна со дадената права c, со помош на:

а) перспективна колинеација,

б) сличност, кој е специјален случај на колинеација при o_∞,

в) перспективен афинитет.

40. Земете прави a и b кои се сечат во точка T што паѓа вон цртачкиот лист, потоа прави c и d кои се сечат во точка U, која исто така паѓа вон листот, а исто така е дадена и точка P. Низ точката P да се повлече права p што е паралелна со правата t , која ги сврзува точките T и U.

II 2. КОНСТРУКТИВНА ОБРАБОТКА НА КОНИКИ

II 2.1. Конструкција на елипса

41. Дадени се голема оска $\overline{AC} = 120$ mm и мала $\overline{BD} = 80$ mm на елипса. Конструирајте ја елипсата (повлечете тангента во која и да било нејзина точка) со помош на:

а) фокусните својства,

б) концентричните кружници, односно перспективниот афинитет !

42. Нека е дадена една елипса со:

а) полуоски : $a = \overline{OA} = 50$ mm и $b = \overline{BD} = 35$ mm;

б) мала полуоска $b = \overline{BD} = 40$ mm и линеарен ексцентрицитет $c = \overline{OF_1} = 30$ mm ,

в) голема полуоска $a = \overline{OA} = 60$ mm и линеарен ексцентрицитет $c = \overline{OF_1} = 40$ mm.

Конструирајте пар конјугирани дијаметри.

43. Во рамнина се дадени две заемно нормални прави a, b и точка M вон нив. Да се нацрта елипса чии оски лежат на правите a, b, додека таа минува низ точката M, иако една полуоска со должина 50 mm е на правата a. Изборот на елементите извршете го сами.

44. Конструирајте елипса која е дефинирана со нејзината голема оска $\overline{AC} = 90$ mm и тангентата t што не ја сече отсечката AC. Одредете допирна точка T на дадената тангента t.

45. Земете пар конјугирани дијаметри на елипса $\overline{MP} = 80$ mm, $\overline{NQ} = 60$ mm и агол меѓу нив од 30°. Нацртајте ја елипсата со методот на перспективен афинитет, повлекувајќи тангента во една нејзина точка!

46. Определена е елипса со пар конјугирани диаметри: $\overline{MP} = 100$ mm, $\overline{NQ} = 80$ mm и агол меѓу нив $\alpha = 60^\circ$. Од произволна точка, вон од елипсата, да се повлечат тангенти кон неа , определувајќи ги допирните точки, без да се конструира елипсата.

47. Даден е еден пар конјугирани дијаметри на елипса: $\overline{MP} = 80$ mm, $\overline{NQ} = 60$ mm и аголот што тие го заклопуваат, $\alpha = 45^\circ$, како и произволна права a. Повлечете тангенти на дадената елипса кои се паралелни со правата a, без да ее конструира елипсата, користувајќи еден погодно избран афинитет. Конструкцијата теориски да се објасни.

48. Одредете пресечни точки на произволна права $\underline{a}$ со елипса, која е определена со пар конјугирани дијаметри: $\overline{MP} = 100$ mm, $\overline{NQ} = 80$ mm и агол меѓу нив $\alpha = 30^{\circ}$, без да се конструира елипсата.

49. Земете дијаметар $\overline{MP} = 100$ mm, правецот на нему конјугираниот дијаметар NQ е даден со правата $\underline{a}$ и точка вон нив T што лежи на вака дефинирана елипса. Таа да се нацрта.

50. Една елипса е дефинирана со пар конјугирани дијаметри $\overline{MP}$=80 мм, $\overline{NQ}$ =60 мм и аголот што го определуваат тие е 45°. Конструирајте ја елипсата со методот на секанти и тангени.

51. Нацртајте елипса на која и се дадени оските $\overline{AC} = 80$ mm и $\overline{BD} = 60$ mm одредувајќи ги центрите на оскулаторните кружници во нејзините темиња!

52. Најдете оски на елипса, која е дадена со пар конјугирани дијаметри $\overline{MP}$= 80 mm, $\overline{NQ} = 60$ mm и агол меѓу нив од 60° со конструкцијата на Риц (David Rytz), потоа неа да ја нацртате.

53. Конструирајте елипса, која е дадена со пар конјугирани дијаметри $\overline{MP}$ = 70 mm, $\overline{NQ} = 40$ mm и агол што го заклопуваат од 60°, со помош на тангентен осумаголник!

54. Одредете оски на елипса, ако се дадени два конјугирани дијаметра со иста должина, а кои се сечат под остар агол, по Риц!

55. Да се проанализира како се менуваат правците и должините на оските на елипсата, ако се менува должината на еден од дадените конјугирани дијаметри на елипсата.

56. Исто како во претходната задача 55, но ако се менува аголот меѓу конјугираните дијаметри.

57. Да се нацрта елипса, ако е дадена нејзината голема оска $\overline{AC} = 100$ mm и една точка M од елипсата.

58. Конструирајте елипса, која е дадена со нејзината мала оска $\overline{BD} = 70$ mm и една точка M од елипсата (изборот извршете го сами).

59. Дадени се пар конјугирани дијаметри на елипса: $\overline{MP} = 120$ mm, $\overline{NQ}$ = 80 mm и агол меѓу нив од 60°. Конструирајте ја елипсата (повлечете тангента во

која и да било нејзина точка) со помош на:

а) фокусните својства,

б) концентричните кружници, односно перспективниот нормален афинитет,

в) оскулаторните кружници во нејзините темиња,

г) ист број еквидистантни поделби на двата конјугирани дијаметра!

60. Дефинирана е елипса со голема оска $\overline{AC} = 120$ mm и фокуси F_1, F_2, $\overline{F_1, F_2} = 90$ mm. Да се нацрта елипсата (повлечете тангента во која и да било нејзина точка) со помош на:

а) фокусните својства,

б) концентричните кружници, односно перспективниот афинитет,

в) парче хартија,

г) оскулаторните кружници во нејзините темиња

д) ист број еквидистантни поделби на двете оски.

61. Нацртајте елипса, чија голема оска изнесува $2a = \overline{AC} = 100$ mm и линеарен ексцентрицитет $c = \overline{OF}_1 = \overline{OF}_2 = 35$ mm со помош на:

а) концентричните кружници, односно перспективниот афинитет,

б) оскулаторните кружници во нејзините темиња!

62. Да се конструира елипса која е определена со еден фокус F_1, правец на големата оска, една нејзина точка M и големата полуоска $a = 50$ mm. Изборот на елементите извршете го сам. Можни решенија на задачата?

63. Определена е елипса со малата оска $\overline{BD} = 100$ mm и фокусите $F_1, F_2, \overline{F_1F_2} = 70$ mm. Конструирајте ја кривата (повлечете тангента во која и да било нејзина точка) со помош на:

а) фокусните својства,

б) концентричните кружници, односно перспективниот афинитет,

в) оскулаторните кружници во нејзините темиња,

г) еквидистантните поделби на двете оски!

64. Да се конструира елипса, која е определена со нејзините фокуси F_1, F_2, при што е $\overline{F_1F_2} = 80$ mm (линеарен ексцентрицитет $c = \overline{OF}_1 = \overline{OF}_2 = 40$ mm) и една точка M од елипсата (изборот извршете го сами).

65. Нацртајте елипса која е дефинирана со еден фокус F_1 и придружна директриса d_1, како и една точка M од елипсата. Изборот на дадените елементи F_1,

d_1 и M е произволен, но така што мора да биде $c=\overline{F_1M} < \overline{F_1 d_1} = a$.

66. Нека е даден перспективен афинитет со оска o и пар придружени точки A, A^* кои се во однос на o:

а) на различни страни,

б) на иста страна

Се бара за кружница со радиус $r = 40$ mm да се конструира перспективно афината слика што е елипса, одредувајќи ги покрај нејзин кој и да е пар конјугирани дијаметри, и оските.

67. Одреден е перспективен афинитет со својата оска o и пар придружени точки A, A^*, но кои во однос на o се:

а) на различни страни,

б) на иста страна.

Се бара за кружница со радиус $r = 40$ mm, чиј центар е на афината оска o, да се одреди нејзина афина слика која што е елипса, при тоа, покрај наоѓање на еден нејзин конјугиран пар, да се конструираат и оските.

68. Нацртајте перспективна афина слика на елипса, која е определена со еден пар конјугирани дијаметри $\overline{MP} = 80$ mm, $\overline{NQ} = 60$ mm и агол меѓу нив од 45°, додека перспективниот афинитет е дефиниран со оската o и парот кореспондентни точки A, A^*, но така што лежат во однос на o на:

а) различни страни

б) иста страна.

69. Земете перспективна колинеација со центар S, оска o и придружен пар точки A, A^*, се разбира дека S, A, A^* се колинеарни. Потоа изберете една кружница k, така што нејзината перспективно колинеарна слика k^* да биде елипса. Конструирајте ја елипсата и нејзините оски.

II 2.2. Конструкција на хипербола

70. Дадени се реална оска $\overline{AC} = 80$ mm и имагинарна $\overline{BD} = 120$ mm на хипербола. Конструирајте ја хиперболата (повлечете тангента во која и да било нејзина точка) со помош на фокусните својства и оскулаторните кружници во нејзините темиња!

71. Определена е хипербола со реална оска $\overline{AC} = 60$ mm и фокуси F_1, F_2 $\overline{F_1F_2} = 70$ mm. Нацртајте ја кривата (повлечете тангента во нејзината произволна точ-

ка), користејќи ги фокусните својства и оскулаторните кружници во темињата на кривата! Исто така да се одредат асимптотите на хиперболата.

72. Хипербола е дефинирана со голема полуоска $a = \overline{OA} = 30$ mm и линеарен ексцентрицитет $c = \overline{OF_1} = \overline{OF_2} = 40$ mm. Одредете дел од хиперболата, повлекувајќи тангента во една нејзина точка со користење на комбинираниот метод, фокусните својства и оскулаторните кружници во нејзините темиња.

73. Нека се дадени имагинарната оска $\overline{BD} = 100$ mm и фокусите $F_1, F_2, \overline{F_1F_2} = 80$ mm на хиперболата. Да се нацрта кривата (повлечете тангента во нејзина произволна точка) со методот на фокусни својства дополнет со оскулаторните кружници во нејзините темиња.

74. Конструирајте хипербола која е дадена со двата фокуса F_1, F_2, имено $\overline{F_1F_2} = 60$ mm и една нејзина точка M.

75. Нацртајте хипербола ако се дадени нејзините асимптоти a, b , кои зафаќаат агол од 60° и една нејзина точка M, користејќи ги следниве својства:
- хиперболата и нејзините асимптоти отсечуваат на секоја секанта (пресечна права) две меѓусебе еднакви отсечки,
- отсечката што од една тангента на хиперболата ја исечуваат нејзините асимптоти има своја средина во допирната точка.

76. Конструирајте хипербола, која е дадена со две асимптоти и една нејзина точка (изборот на дадените елементи е произволен), претходно повлекувајќи тангенти во неколку точки на хиперболата.

77. Нацртајте хипербола и одредете ги нејзините оски (да се користи следново својство: Ако низ точката M на хиперболата повлечеме паралелни прави со асимптотите, тие реалната оска ја сечат во две точки N и P, за нив важи релацијата $\overline{ON} \cdot \overline{OP} = \bar{a}^2$, каде е $\bar{a}$ должина на реалната полуоска), која е зададена со:
а) двете асимптоти a, b и една нејзина точка M ,
б) двете асимптоти a, b и една нејзина тангента $\underline{t}$,
в) една асимптота a, двете нејзини точки M, N и правецот на реалната оска AB со правата $\underline{g}$
г) една асимптота и три нејзини точки M, N, P.

78. Нека се дадени два конјугирани дијаметра на хипербола $\overline{MP} = 60$ mm, $\overline{NQ} = 80$ mm и агол меѓу нив $\alpha = 30^\circ$. Да се одредат нејзините асимптоти и оски. Потоа таа да се конструира.

79. Определена е преспективна колинеација со својот центар S, оска o и придружен пар точки A, A^* . Изберете една кружница k во оваа перспективна колинеација, но така, што нејзината слика k^* да биде хипербола. Одредете ги асимптотите и оските на таа хипербола, потоа нацртајте ја!

II 2.3. Конструкција на парабола

80. Конструирајте парабола, ако е определена со директрисата (водилката) d фокусот F, кој е оддалечен од d за 15 mm (повлечете тангента во нејзината произволна точка) со помош на методот на фокусните својства, дополнен со оскулаторната кружница во нејзиното теме.

81. Нацртајте парабола ако се дадени фокусот F и темето на параболата A, чие меѓусебно растојание е 10 mm (повлечете тангента во произволна точка) со помош на фокусните својства и оскулаторната кружница во темето на кривата.

82. Нацртајте парабола, определена со својата оска p, темето на параболата A и една нејзина точка B. Изборот на дадените елементи извршете го сам.

83. Да се конструира парабола, која е дефинирана со нејзината оска p, фокусот F и една нејзина точка M (изборот на елементите е произволен), користејќи ги фокусните својства и оскулаторната кружница во нејзиното теме. Можни решенија ? Претходно повлечете тангенти во неколку точки на кривата.

84. Една парабола е дадена со нејзината оска p, директрисата d и една нејзина точка M (изборот извршете го сами). Да се нацрта кривата со помош на фокусните својства и оскулаторната кружница во темето на кривата. Исто така да се повлечат тангенти во неколку нејзини точки.

85. Нека се дадени фокус F и две точки M, N на парабола (изборот извршете го сам). Можни решенија на задачата? Да се одредат оската и директрисата на кривата, потоа таа да се нацрта.

86. Конструирајте парабола ако се дадени:
а) директрисата d и две нејзини точки M и N,
б) директрисата d, една точка M и една тангента t на кривата (користувајте го својството дека фокусот на параболата лежи на права која е симетрична на директрисата во однос на дадената тангента),
в) директрисата d и две нејзини тангенти s, t!

Изборот на елементите е произволен.

ка), користејќи ги фокусните својства и оскулаторните кружници во темињата на кривата! Исто така да се одредат асимптотите на хиперболата.

72. Хипербола е дефинирана со голема полуоска $a = \overline{0A} = 30$ mm и линеарен ексцентрицитет $c = \overline{OF_1} = \overline{OF_2} = 40$ mm. Одредете дел од хиперболата, повлекувајќи тангента во една нејзина точка со користење на комбинираниот метод, фокусните својства и оскулаторните кружници во нејзините темиња.

73. Нека се дадени имагинарната оска $\overline{BD} = 100$ mm и фокусите $F_1, F_2, \overline{F_1F_2} = 80$ mm на хиперболата. Да се нацрта кривата (повлечете тангента во нејзина произволна точка) со методот на фокусни својства дополнет со оскулаторните кружници во нејзините темиња.

74. Конструирајте хипербола која е дадена со двата фокуса F_1, F_2, имено $\overline{F_1F_2} = 60$ mm и една нејзина точка M.

75. Нацртајте хипербола ако се дадени нејзините асимптоти a, b , кои зафаќаат агол од 60° и една нејзина точка M, користејќи ги следниве својства:
- хиперболата и нејзините асимптоти отсечуваат на секоја секанта (пресечна права) две меѓусебе еднакви отсечки,
- отсечката што од една тангента на хиперболата ја исечуваат нејзините асимптоти има своја средина во допирната точка.

76. Конструирајте хипербола, која е дадена со две асимптоти и една нејзина точка (изборот на дадените елементи е произволен), претходно повлекувајќи тангенти во неколку точки на хиперболата.

77. Нацртајте хипербола и одредете ги нејзините оски (да се користи следново својство: Ако низ точката M на хиперболата повлечеме паралелни прави со асимптотите, тие реалната оска ја сечат во две точки N и P, за нив важи релацијата $\overline{ON} \cdot \overline{OP} = \bar{a}^2$, каде е $\bar{a}$ должина на реалната полуоска), која е зададена со:
а) двете асимптоти a, b и една нејзина точка M ,
б) двете асимптоти a, b и една нејзина тангента $\underline{t}$,
в) една асимптота a, двете нејзини точки M, N и правецот на реалната оска AB со правата $\underline{g}$
г) една асимптота и три нејзини точки M, N, P.

78. Нека се дадени два конјугирани дијаметра на хипербола $\overline{MP} = 60$ mm, $\overline{NQ} = 80$ mm и агол меѓу нив $\alpha = 30^\circ$. Да се одредат нејзините асимптоти и оски. Потоа таа да се конструира.

79. Определена е преспективна колинеација со својот центар S, оска o и придружен пар точки A, A^* . Изберете една кружница к во оваа перспективна колинеација, но така, што нејзината слика $к^*$ да биде хипербола. Одредете ги асимптотите и оските на таа хипербола, потоа нацртајте ја!

II 2.3. Конструкција на парабола

80. Конструирајте парабола, ако е определена со директрисата (водилката) d фокусот F, кој е оддалечен од d за 15 mm (повлечете тангента во нејзината произволна точка) со помош на методот на фокусните својства, дополнен со оскулаторната кружница во нејзиното теме.

81. Нацртајте парабола ако се дадени фокусот F и темето на параболата A, чие меѓусебно растојание е 10 mm (повлечете тангента во произволна точка) со помош на фокусните својства и оскулуторната кружница во темето на кривата.

82. Нацртајте парабола, определена со својата оска p, темето на параболата A и една нејзина точка B. Изборот на дадените елементи извршете го сам.

83. Да се конструира парабола, која е дефинирана со нејзината оска p, фокусот F и една нејзина точка M (изборот на елементите е произволен), користејќи ги фокусните својства и оскулаторната кружница во нејзиното теме. Можни решенија ? Претходно повлечете тангенти во неколку точки на кривата.

84. Една парабола е дадена со нејзината оска p, директрисата d и една нејзина точка M (изборот извршете го сами). Да се нацрта кривата со помош на фокусните својства и оскулаторната кружница во темето на кривата. Исто така да се повлечат тангенти во неколку нејзини точки.

85. Нека се дадени фокус F и две точки M, N на парабола (изборот извршете го сам). Можни решенија на задачата? Да се одредат оската и директрисата на кривата, потоа таа да се нацрта.

86. Конструирајте парабола ако се дадени:
а) директрисата d и две нејзини точки M и N,
б) директрисата d, една точка M и една тангента t на кривата (користете го својството дека фокусот на параболата лежи на права која е симетрична на директрисата во однос на дадената тангента),
в) директрисата d и две нејзини тангенти s, t!

Изборот на елементите е произволен.

87. Нека произволно се дадени: тангентата $\underline{t}$ со својата допирна точка T, насоката на оската со правата $\underline{d}$ што минува низ T и уште една точка U на параболата. Да се повлечат тангенти во неколку точки на таа крива, пред нејзиното исцртување.

88. Дадена е перспективна колинеација со центар S, оска $\underline{o}$ и придружен пар точки A, A^*. Извршите таков избор на кружница $\underline{k}$ во рамнината за нејзината перспективно колинеарна слика $\underline{k}^*$ да биде парабола! Да се одредат нејзината оска, теме, фокус и директриса. Потоа да се нацрта кривата k^*.

Глава трета

МОНЖОВИ ПРОЕКЦИИ

ОСНОВИ НА ОРТОГОНАЛНО ПРОЕКТИРАЊЕ НА ДВЕ ЗАЕМНИ НОРМАЛНИ РАМНИНИ

III 1. ПРИДРУЖЕНИ ОРТОГОНАЛНИ ПРОЕКЦИИ НА ТОЧКА, ПРАВА И ОТСЕЧКА

Проекции на точка

89. Да се нацртаат придружени проекции на точка која се наоѓа:

а) 30 mm под хоризонталницата и 20 mm пред фронталницата,

б) 20 mm под хоризонталницата и 40 mm пред фронталницата,

в) 25 mm под хоризонталницата и 30 mm зад фронталницата,

г) 50 mm над хоризонталницата и 35 mm зад фронталницата.

Напишете ги координатите на точките за секој одделен случај.

90. Претставете го просторниот изглед на квадрантите, потоа одредете ги просторните точки (земете по 80 mm во правец на x,y и z - оската, без скратување и аголот $xy = 135^{\circ}$) и придружените проекции, според дадените координати: A(20,30,40), B(10,-20,30), C(30,60,-40), D(40,30,0), E(50,-30,-50), F(60,0,60), G(70,0,0) и H(0,40,30)!

91. Нацртајте ги проекциите на дадените точки и покажете во кои квадранти тие се наоѓаат, односно во каква положба се во однос на проекционите рамнини: A(0,20,40), B(-20,40,-50), C(10,-20,10), D(40,20,0), E(-30,-50,-10), F(-10,50,-30) G(30,0,0), H(20,0,-30), I(50,-40,0)!

92. Нацртајте ги проекциите на точките A(10,30,30), B(30,20,20), C(20,50,50), D(40,-20,-20), E(50,-40,-40). Што е множество на точки чии координати y и z се еднакви? Претставете ги и на нагледен цртеж

93. Нацртајте ги проекциите на точките A(0,30,-30), B(20,40,-40), C(-20,-20,20), D(-40,-40,30). Што е множество точки за чии што координати y,z важи релацијата $y+z=0$? Претставете ги на нагледен цртеж!

94. Кои од дадените точки: A(20,30,30), B(-10,-30,30), C(-30,-20,-20), и D(25,15,-15) лежат во:

а) симетричната рамнина,

б) коинцидентната (совпаднувачката) рамнина?

Одредете ги нивните проекции!

95. Конструирајте проекции на точка A, односно точка B, која лежи во:
а) симетричната рамнина и во I-от квадрант, но на растојание од 15 мм од Π_1,
б) коинцидентната рамнина и во IV-от квадрант а на растојание од 20 мм од Π_2.

96.* Дадена е точката A(20,30,50). Да се нацртаат проекциите на:

а) точка B која е симетрична со A во однос на хоризонталницата,
б) точка C која е симетрична со A во однос на фронталницата,
в) точка D која е симетрична со A во однос на симетричната рамнина
г) точка E која е симетрична со A во однос на концидентната рамнина
д) точка F која е симетрична со A во однос на x - оската.
Најдете ги нивните координати и одредете во кои квадранти се наоѓаат.

97.* . Определени се точките: A(10,30,40), и B(30,50,10) . Нацртајте проекции на точка C која е центрично симетрична со B во однос на A!

98. Што е множество точки за кои е: а) y = 30 mm и z е произволно, б) z = -20 mm и y е произволно, в) оние за кои е y = 0, г) односно за кои z = 0?

Проекции на права

99. Дадена е правата:

а) a = AB[A(20,50,10),B(70,10,40)],

б) a = AB [A(10,20,40),B(60,-20,-50)] ,

в) a = AB [A(-30,-30,60), B(60,30,-20)].

Нацртајте ја правата во склоп - нагледно (просторна скица - земете по 80 mm во правец на x,y и z - оската без скратување и аголот x,y = 150°) и расклоп. Потоа одредете ги нејзините прободи со проекционите рамнини и видливоста.

100. Конструирајте ги проекциите, одредете ги прободите и наклонетите агли со проекционите рамнини на следната права:

а) p = MN[M(10,60,-10),N(50,20,20)] ,

б) p = MN[M(-20,-20,40),N(50,10,-70)]

Потоа напишете низ кои квадранти минува правата и видливоста во хоризонталната и фронталната проекција.

101. Нацртајте монжови проекции на права $a \parallel \Pi_1$ која се наоѓа над Π_1 за 25 mm а со Π_2 формира агол $\alpha_2 = 30^\circ$. Можности?

102. Одредете проекции на права $a \parallel \Pi_2$ што се наоѓа зад Π_2 за 30 mm и ако аголот со Π_1, $\alpha_1 = 60^\circ$! Можности?

103. Конструирајте проекции на права a // x-оската, која е над (под) Π_1 за 20 и пред (зад) Π_2 за 35 мм. Можни решенија кај секој случај одделно? Двата случаја да се претстават на ист цртеж со разни бои.

104. Низ точката A(-80,10,20) повлечете права $a \perp \Pi_1$ (хоризонталнопроектирачка), а низ точката B(-60,20,30) права $\underline{b}$ паралелна со Π_1

Исто така низ точката C(-10,30,10) повлечете фронталнопроектирачка права $\underline{c}$, додека низ точката D(20,40,20) фронтална права $\underline{d}$.

Низ дадената точка F(12,60,0) изберете права $\underline{e}$ што лежи во хоризонталницата. Колку можности има за секој одделен случај? Нацртајте ги придружените проекции на така дадените прави!

105. Земете хоризонтална права $\underline{a}$ низ точката A(-20,30,40) што зафаќа агол $\alpha_2 = 30^\circ$, со фронталницата! Можни положбени решенија?

Низ точката B(50,-20,30) изберете фронтална права $\underline{b}$ која затвора со хоризонталницата агол $\beta_1 = 60^\circ$.

Одредете ги проекциите на правите a, b ! Можности?

106. Дадена е хоризонталната проекција на правата $a=AB$[A(15,20, z), B(35,10, 20)] и првиот наклонет агол $\alpha_1 = 60^\circ$. Најдете ја нејзината фронтална проекција! Можни решенија на задачата?

107. Нека е позната фронталната проекција на правата $a=AB$ [A(10,30,40), B(50,y,20)] и вториот наклонет агол $\alpha_2 = 30^\circ$. Одредете ја нејзината хоризонтална проекција. Можности?

108. Најдете ги прободите P_1 и P_2 на правата $p = AB$[A(30,10,20), B(30,-30, 50)] со проекционите рамнини, без употреба на профилна проекција.

109. Конструирајте монжови проекции на права $a = AB$[A(20,10, z), B(80, -60, z)], ако таа лежи во: а) симетричната рамнина, б) коинцидентната рамнина!

110. Да се најдат проекции на права $a = AB[A(-30,y,40), B(20,y,10)]$ за таа да лежи во следнава рамнина:

а) симетрична,

б) коинцидентна.

111. Конструирајте проекции на права која минува низ следниве квадранти :

а) I,II и III ; б) II,III и IV !

Земете две точки респективно во предвидените квадранти, наједноставно преку прободните точки што лежат во проекционите рамнини.

112. Нацртајте проекции на некоја права $\underline{a}$ што минува низ I-от, IV-от и III-от квадрант и со Π_2 заклопува агол $\alpha_2 = 30^\circ$. Колку решенија има задачата?

113. Да се претстават проекции на една права $\underline{a}$ која минува низ II-от, III-от и IV-от квадрант и со Π_1 образува агол $\alpha_1 = 45^\circ$. Можности?

114. Конструирајте проекции на права $\underline{a}$ во општа положба што минува низ точката A(20,-10,-30) и низ квадрантите I и II. Можни решенија?

115. Низ точката A(20,30,40) повлечете права $\underline{a}$ во општа положба, но така што прободите со проекционите рамнини да се еднаквооддалечени од x - оската. Можности?

116. Конструирајте ги проекциите на правата $a = AB[A(10,-10,40), B(50,20,10)]$. Одредете го првиот наклонет агол α_1 и вистинската должина на делот од правата што се наоѓа во првиот квадрант.

117. Определена е правата $a = AB[A(90,30,50), B(10,-80,-10)]$. Најдете го наклонетиот агол на таа права со фронталницата α_2 и вистинската должина на оној дел од правата што се наоѓа во вториот квадрант.

118.* Низ точката A(20,20,10) повлечете права $\underline{a}$, чии наклонети агли се: $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$. Задачата да се реши во монжови проекции. Наведете колку можни решенија има?

Проекции на отсечка

119. Да се одреди просторна слика на отсечката AB и на неа да се прикажат нејзините проектирачки трапези (на одделен цртеж-диференцијалните триаголници), ако се земат рамки со должини 80 mm во правец на x,y и z - оската без скратување, додека аголот меѓу $x,y = 135^\circ$. Потоа на тие цртежи да се назначат вистинската должина и наклонетите агли на следнава отсечка:

а) AB[A(20,10,30), B(60,30,60)],

б) AB[A(10,20,20), B(70,40,-15)].

120. Дадена е отсечката AB:

а) AB [A(20,20,40), B(60,30,20)] ;

б) AB [A(40,20,60), B(-10,-30,-40)],

в) AB [A(20,-10,40), B(60,20,-20)] .

Одредете ја нејзината положба во просторотот, потоа вистинската должина и наклонетите агли, со помош на:

1° проектирачки трапези ;

2° диференцијални триаголници!

121. Најдете фронтална проекција A'' на точка A која припаѓа на отсечка AB [A(-10,10,z), B(40,20,10)], чиј прв наклонет агол е $\alpha_1 = 30^\circ$! Можни решенија на задачата?

122. Да се конструираат проекции на отсечка AB [A(10,15,50) , B(40,y,10)] чиј втор наклонет агол е $\alpha_2 = 60^\circ$, претходно одредувајќи ја хоризонталната проекција B' на крајната точка B. Колку има можности?

123. Нацртајте придружени ортогонални проекции на отсечка AB[A(0,10,20), B(40,30, z)] , ако нејзината должина е $\overline{AB} = 50$ mm. Можни решенија на задачата?

124. Да се одредат проекции на отсечка AB [A(10,y,20), B(50,20,-10)] , чија должина е $\overline{AB} = 60$ mm . Колку има решенија?

125. Претставете отсечка AB така што A да лежи во Π_2 , B во II-от квадрант, во монжови проекции.

126. Нацртајте проекции на произволна отсечка AB, така што таа да минува низ I-от, IV-от и III-от квадрант и да заклопува агол со хоризонталниците $\alpha_1 = 30^\circ$. Можности?

127. Определена е отсечката AB[A(65,15,30), B(10,-25,-10)]. Одредете ги наклонетите агли α_1 и α_2 , како и вистинската должина на делот од отсечката што се наоѓа во вториот квадрант.

128. Нацртајте проекции на отсечка $\overline{AB}$=50 мм, ако е дадена едната крајна точка A(30,20,30) и нејзините наклонети агли $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$! Можности ?

129. Даден е триаголникот ABC[A(35,40,85), B(45,20,50), C(70,90,70)]. Одредете ги вистинските големини на неговите страни, потоа конструирајте го и напишете каков вид е даденият триаголник.

130. Конструирајте монжови проекции на паралелограмот ABCD [A(10,30,45), B,C(70,20,40), D(40,50,10)], потоа одредете ја неговата вистинска големина.

131. Одредете го пресекот на триаголникот ABC [A(-40,-20,50), B(-20,50,-60), C(50,20,60)] со проекционите рамнини!

III 2. ЗАЕМНА ПОЛОЖБА НА ТОЧКА И ПРАВА, И НА ДВЕ ПРАВИ ВО ПРОСТОРОТ

Заемна положба на точка и права

132. Определена е правата $a = AB$ [A(-10,50,30), B(50,20,20)]. Одредете придружени проекции на точка која лежи на дадената права, и тоа:

а) C(30,y,z),

б) D за 40 mm пред фронталницата,

в) E за 15 mm зад фронталницата

г) F за 5 mm под хоризонталницата,

д) G која лежи и на симетричната рамнина, т.е. е прободна на правата a со симетричната рамнина,

ѓ) H која лежи и на совпаднувачката рамнина, т.е. е прободна на правата a со совпаднувачката (коинцидентната) рамнина.

133. На правата $a = AB$ [A(-20,50,30), B(50,30,10)] најдете точка C, за која е $y = 2z$.

134. На правата $a = AB$ [A(30,0,20), B(120,45,50)] одредете точка C, чии ординати ја задоволуваат релацијата $y:z = 3:4$.

135. Нацртајте придружени проекции на точка P која лежи на правата a определена со точките A(20,-10,40), и B(60,20,-20) така, што е $\overline{BP} = 40$ mm, а во насока A кон B!

136. Дадена е хоризонталната проекција на правата p=AB [A(15,30,15), B(60,10,z)] и првиот наклонет агол $\alpha_1 = 45^\circ$. Најдете ја нејзината фронтална проекција. Колку има можности? Потоа на правата нанесете отсечка $\overline{BC} = 100$ mm, во насоката B кон A.

137*. Дадена е фронталната проекција на правата a=AB [A(20,10,20), B(80,y,40)] и вториот наклонет агол $\alpha_2 = 30^\circ$. Одредете ја нејзината хоризонтална проекција. Можности? Потоа на правата најдете точка S која е за 5 mm под хоризонталницата.

138. Конструирајте хоризонтална проекција на права a = AB[A(25,y,-20), B(70, 40,40)] чиј втор наклонет агол е $\alpha_2 = 45^\circ$. На дадената права да се нанесе точката C, за која е односот $\overline{AC}:\overline{CB} = 3:4$, ако е: а) внатрешна, б) надворешна поделба. Да се реши задачата за сите можни случаи при зададените елементи.

139. Одредете фронтална проекција на права a = AB [A(20,30,50) , B(70,10,z)] која со хоризонталницата зафаќа агол $\alpha_1 = 30^\circ$. Можни решенија? Потоа на таа права најдете точка C која со точката A ќе образува отсечка $\overline{AC} = 2\frac{1}{3}\overline{AB}$, во насока A кон B.

140. Определена е отсечката AB [A(10,40,40), B(70,-50,-50)] . Најдете ја вистинската должина на дадената отсечка, како и точка S на отсечката AB што е над хоризонталницата за 20 mm.

141. Дадена е отсечката AB [A(-10,30,-20), B(60,-20,40)]. Одредете придружени проекции на точка C_1 која отсечката AB ја дели во однос 5 : 2 со внатрешна поделба.

142. Дефинирана е отсечка AB[A(10,-20,10), B(40,y,30)] со нејзиниот втор наклонет агол $\alpha_2 = 60^\circ$. Најдете ја хоризонталната проекција на отсечката AB! Колку решенија има задачата?

143. Дадена е хоризонталната проекција на отсечката AB[A(20,20, z), B(50,40,25)] и првиот наклонет агол $\alpha_1 = 45^\circ$. Одредете ја фронталната проекција. Можни решенија? Потоа на отсечката AB најдете ја точката S, така што е односот 3:2 со внатрешна поделба.

144. Низ точката A(-20,30,20) повлечете права a паралелна со симетричната рамнина.

Низ точката B(40,10,40) повлечете права b паралелна со совпаднувачката рамнина. Нацртајте ја хоризонталната и фронталната проекција на a и b . Можности?

145. Одредете фронтална проекција на права a = AB [A(10,10,20), B(50,40,z)], така што таа да е паралелна со:

а) симетричната рамнина,
б) коинцидентната рамнина.

146. Нацртајте хоризонтална проекција на права $a = AB\,[A(0,10,50),\ B(40,y,20)]$ која треба да е паралелна со:
а) симетричната рамнина, б) коинцидентната рамнина.

Заемна положба на две прави во просторот

147. Дадени се точките A(100,30,45), B(30,20,10), C(50,40,10) и D(90,45,30). Определете ја заемната положба меѓу правите: а) $a = AB$, $b = CD$, б) $c = AC$, $d = BD$.

148. Низ точката A(40,30,20) повлечете фронтална права $\underline{f}$ која е исто така паралелна со правата $\underline{b} = BC\,[B(-10,20,30),\ C(50,20,-10)]$. Нацртајте ги проекциите на правата $\underline{f}$.

149. Одредете проекции на хоризонтална права $\underline{h}$, која минува низ точката A(40,-20,50) а е паралелна со правата $b = BC\,[B(70,0,-10),\ C(30,-30,-10)]$

150. Низ точката A(20,-5,30) повлечете права $\underline{a}$, така што ја сече правата $m = LM\ \ [L\ (40,10,20),\ M\ (80,-30,40)]$ во следнава точка:
а) B која е пред фронталницата за 15 mm
б) C која е под хоризонталницата за 10 mm

151. Конструирајте проекции на прави низ точката A(30,10,20), кои се: $a \parallel \Pi_1$ и $b \parallel \Pi_2$ а ја сечат правата $c = BC[\ B(40,30,70),\ C(110,5,10)\ ]$.

152. Низ точката A(40,30,50) повлечете права $\underline{a}$ која треба да ја сече правата $\underline{b} = BC\,[B(20,20,20),\ C(50,50,40)]$ во точка што лежи во следнава рамнина:
а) Π_1, б) Π_2, в) симетричната, г) коинцидентната.

153. Одредете проекции на права $a \parallel \Pi_2$ што сече две произволни паралелни прави $\underline{b}$ и $\underline{c}$! Можности?

154. Нацртајте проекции на права $a \parallel \Pi_1$ која ги сече пресечните прави $b = AB\,[A(60,50,80),\ B(120,30,10)]$ и $c = AC[\ A, C(10,-10,20)]$! Можни решенија ?

155. Дадени се двете паралелни прави $a = AC.[\ A(-20,30,10),\ C(40,20,-30)]$ и $\underline{b}$ која минува низ точката B(50,10,40). Нацртајте проекции на следнава права што лежи во рамнината определена со правите $\underline{a}$, $\underline{b}$, имено:
а) фронтална права $\underline{f}$ која е пред Π_2 за 20 mm,
б) хоризонтална права $\underline{h}$ која е под Π_1 за 15 mm !

156. Нека се дадени паралелните прави a = AC [A(70,20,10), C(20,70,50)] и b која минува низ точката B(20,30,10). Потоа најдете права c која е паралелна со правите a, b и минува низ нивната средина, во монжови проекции.

157. Определени се точките: A(30,10,50), B(60,50,30) и C(10,30,10). Да се одредат во рамнината на триаголникот ABC:

а) хоризонтална права b која минува низ точката B,

б) фронтална права c која минува низ точката C,

в) точка P(-10,y,20), г) точка R(40,25,z),

д) точка S која се наоѓа под хоризонталницата за 20 mm и пред фронталницата за 35 mm,

ѓ) тежиште T на триаголникот ABC.

158. Низ точката A(10,50,20) повлечете проекции на права a нормална на следнава права b : а) b = BC/B(0,20,30),C(40,50,30)/ , б) b = BC/B(-20,15,20),C(60,15,50)/.

159. Дадена е фронталната проекција на триаголникот ABC [A(30,y,40), B(50,y,-10), C(-10,y,20)]. Да се нацрта хоризонтална проекција на тој триаголник, ако истиот лежи во:

а) симетричната рамнина,

б) совпаднувачката (коинцидентната рамнина)

160. Дадени се пресечните прави a = AB [A(10,50,10), B(60,80,50)] и b = BC [B,C(80,20,0)] . Низ точка S што е за 30 мм пред фронталницата и за 10 mm под хоризонталницата, повлечете права c во рамнината на пресечните прави, која ќе биде паралелна со фронталницата.

161. Нека се определени паралелните прави a = AC [A(20,30,10), C(-20,10,30)] и b која минува низ точката B(-20,20,10). Потоа една проекција на триаголник DEF, и тоа:

а) DEF [D(20,5,z), E(15,20,z) , F(0,30,z)] ,

б) DEF [D(25,y,20), E(10,y,40), F(-10,y,10)].

Конструирајте ја соодветната проекција на триаголникот DEF , ако тој лежи во рамнината дадена со двете паралелни прави a, b .

162. Дефинирана е рамнина со двете паралелни прави a = AC [A(0,20,10), C(40,30,30)] и b која минува низ точката B(30,50,40). Во таа рамнина поставете две хоризонтални и една фронтална права, така што хоризонталите да отсекуваат на фронталата отсечка од 30 mm.

163. Нека се дадени следниве прави: $\underline{a}$ нормална на Π_2, $\underline{b}$ лежи во Π_2 и $\underline{c}$ во општа положба, од кои $\underline{b}$ и $\underline{c}$ се сечат. Одредете проекции на правата $d \parallel b$ што ги сече правите $\underline{a}$ и $\underline{c}$. Изборот на дадените елементи извршете го сами.

164. Пресечете ги правите $a = AB[A(40,0,40), B(60,50,0)]$, $b = CD[C(60,20,30), D(100,40,30)]$ и $c = EF[E(90,30,10), F(120,30,50)]$ со фронтална права $\underline{d}$ $(d \parallel \Pi_2)$. Потоа во рамнината определена со правите $\underline{a}$, $\underline{b}$ одредете точка S која е под хоризонталницата за 10 mm и пред фронталницата за 30 mm, во монжови проекции.

III 3. ПРЕТСТАВУВАЊЕ РАМНИНА. ПРАВА И ТОЧКА ШТО ЛЕЖАТ ВО РАМНИНА. НАКЛОНЕТИ АГЛИ НА РАМНИНА СО ПРОЕКЦИОНИ РАМНИНИ

165. Нацртајте траги на следнава рамнина: а) $A[30,50,40]$, б) $B[20,-30,40]$ в) $\Gamma[-50,20,-30]$, $\Delta[70,-30,-50]$, д) $E[40,50,\infty]$, ѓ) $\Sigma[\infty,70,30]$ е) $P[\infty,\infty,20]$. 1°. Просторна скица - нагледен цртеж. 2°. Во придружени проекции.

166. Во рамнината $P[-50,40,50]$ повлечете хоризонтална права $\underline{h}$ за 20 mm над хоризонталницата и фронтална $\underline{f}$ за 30 mm пред фронталницата.
1°. Просторен цртеж, земајќи агол $x,y = 135°$, 2°. Во монжови проекции.

167. Дадена е рамнината $P[80,60,60]$ и точки А и В, кои лежат во таа рамнина. Одредете придружени проекции на точка А која е 30 mm пред Π_2 и 10 mm над Π_1 потоа за точка В, ако е 40 mm пред Π_2 а 15 mm под Π_1!

168. Определена е рамнината Р и една проекција на точката А, која лежи во таа рамнина, ако се:

а) $P[30,20,\infty]$ и $A(15,y,30)$,
б) $P[20,15,30]$ и $A(-10,10,z)$,
в) $P[30,-20,30]$ и $A(10,y,25)$,
г) $P[\infty,20,30]$ и $A(20,10,z)$.

Да се најде другата проекција на дадената точка.

169. Дадена е хоризонталната трага на рамнината Р и придружени проекции на точката А во таа рамнина: Најдете ја фронталната трага, ако се:

а) P[-20,20,ξ] и A(10,20,15),

б) P[-30,20,ξ] и A(-20,20,10),

в) P[-20,10,ξ] и A(0,-10,-30),

г) P[-15,20,ξ] и A(-20,10,40),

д) P[30,-20,ξ] и A(20,20,30).

170. Конструирајте хоризонтална трага на рамнина P, ако е дадена точката A што лежи во таа рамнина, имено:

а) P[-20,η,30] и A(2,10,20),

б) P[-30,η,20] и A(-20,-40,-30),

в) P[∞,η,30] и A(0,10,20),

г) P[50,η,40] и A(-20,10,40),

д) P[40,η,-20] и A(20,20,20).

171. Дадена е рамнината P[80,60,50] и во неа отсечка AB[A(10,10,z), B(40,20,z)]. Одредете A"B" на отсечката AB со помош на:

а) проекцијата A' B' на AB,

б) главните прави - хоризонталната или фронталната права,

в) со бисектрисно (коинцидентно) проектирање.

172. Најдете проекции на отсечка AB со должина 50 mm која лежи во рамнината P[80,50,40] и се наоѓа во II -от квадрант.

173. Во рамнината T лежи триаголник ABC[A(10,y,10), B(40,y,20), C(20,y,30)] Нацртајте A'B'C', ако е:

а) T[50,60,∞] б) T[70,30,60], в) T[50,30,-50] и г) T[∞,30,40]

174. Во рамнината P[-40,20,-30] земете шестаголник ABCDEF [A(-20,35,z), B(-10,30,z), C(-10,20,z), D(-25,15,z), E(-35,20,z), F(-30,30,z)]. Одредете ја фронталната проекција на шестаголникот.

175. Најдете хоризонтална трага r_1 на рамнината P[60,η,40], која со фронталницата зафаќа агол $\omega_2 = 60^\circ$! Потоа нацртајте ги проекциите на следниве точки што лежат во рамнината: A(10,y,25) и B(20,15,z). Земете ја онаа рамнина што е со конвергентни траги.

176. Одредете фронтална трага r_2 на рамнина P[80,50,ξ] чиј прв наклонет агол е $\omega_1 = 30^\circ$! Потоа најдете ги проекциите на следниве точки што лежат во рамнината (определена со конвергентните траги): A(20,30,z), и B(40,y,20).

177. Во рамнината T[50 40.30] повлечете права $\underline{s}$, која има еднакви наклонети агли кон проекционите рамнини.

178. Конструирајте наклонети агли ω_1 ; ω_2 на рамнината P со проекционите рамнини, ако е:

а) P[-40,30,25] , б) P[50,-70,30]!

179. Определена е рамнината P[70,45,55] и во неа лежи точка A(15,y,20). Низ точката A повлечете прва и втора падна линија и одредете ги аглите што тие ги заклопуваат со Π_1 и Π_2.

180. Даден е триаголникот ABC[A(20,60,80), B(60,-30,100), C(120,0,10)]. Низ точката B повлечете втора падна линија и одредете го вториот наклонет агол, ω_2 на таа рамнина со Π_2, без употреба на траги.

181. Земете го триаголникот ABC[A(20,20,0), B(50,20,40), C(70,50,10)] ! Одредете ја вистинската големина на аголот што го формира рамнината на дадениот триаголник со хоризонталницата, ω_1 , користејќи ја хоризонталната права.

182. Дефинирана е рамнината P со паралелните прави: a = AB [A(30,10,50), B(0,40,10)/ и $\underline{b}$ која минува низ точката C(30,20,25). Повлечете прва и втора падна линија, потоа најдете ги наклонетите агли ω_1 и ω_2 , без употреба на траги на рамнината P.

183. Одредете траги на рамнина T која минува низ една дадена точка A(A',A'') која лежи во IV-от квадрант, а е паралелна со две дадени прави $\underline{a}$ и $\underline{b}$, од кои $\underline{a}$ лежи во Π_1 а $\underline{b}$ лежи во Π_2. (Дадените елементи изберете ги сами според условот на задачата).

184. Нацртајте траги на рамнина P, која е определена од две пресечни прави $\underline{a}$, $\underline{b}$, имено:

а) $a \parallel \Pi_1, b \parallel \Pi_2$

б) $a \parallel \Pi_1$, b во општа положба,

в) $a \parallel \Pi_2$, b во општа положба !

Изборот на дадените елементи извршете го сами.

185. Конструирајте траги на рамнина P, дефинирана со две паралелни прави $\underline{a}$, $\underline{b}$, кои се:

а) двете паралелни со Π_1,

б) двете паралелни со Π_2,

186. Најдете траги на рамнина P, која е определена со пресечни прави $\underline{a}$ и $\underline{b}$, ако е:

а) $a' \equiv b'$, 6) $a'' \equiv b''$,

187. Конструирајте траги на рамнина P, која е претставена со две паралелни прави $\underline{a}$, $\underline{b}$, имено:

а) $a' \equiv b'$,) $a'' \equiv b''$.

188. Определена е рамнината T со паралелните прави a,b : $a = AC[A(30,-10,30), C(60,35,10)]$ и $\underline{b}$ минува низ B(70,20,30). Да се конструираат трагите r_1, r_2 со помош на:

а) прободите на дадените прави со Π_1 и Π_2,

6) главните прави - хоризонталната и фронталната права на рамнината P.

189. Одредете траги на рамнина дадена со прави кои се сечат: $a = AB[A(10,20,5), B(30,10,30)]$ и $\underline{b} = BC[B, C(40,30,10)]$!

190. Дадена е рамнината T со трите неколинеарни точки: A(30,10,30), B(70,-10,20) и C(0,40,10). Да се одредат трагите на таа рамнина со употреба на:

а) прободите на правите што минуваат низ точките A,C и B,C со Π_1 и со Π_2,

6) главните прави - хоризонталната и фронталната на дадената рамнина.

191. Конструирајте траги на рамнината P што е дефинирана со паралелните прави: $a = AB[A(10,10,40), B(30,-20,10)]$ и $\underline{b}$ која минува низ C(40,20,20)!

192. Нека е дадена рамнината P со пар пресечни прави $a = AC[A(0,40.10), C(20,40,40)]$ и $b = BC[B(40,10,30), C]$. Да се нацртаат нејзините траги.

193. Дефинирана е рамнината P со три неколинеарни точки: A(10,10,40), B(30,-20,10), C(40,20,20). Се бараат трагите на дадената рамнина P.

194. Правата $a = AB[A(10,40,10), B(50,40,30)]$ и точка вон неа C(30,40,40) определуваат рамнина P. Одредете ги нејзините траги!

195. Конструирајте траги на хоризонталнопроектирачка рамнина T ($T \perp \Pi_1$) која минува низ точката A(20,10,30) и со Π_2 образува агол $\omega_2 = 30^\circ$. Можности?

196. Претставете траги на фронталнопроектирачка рамнина P($P \perp \Pi_2$) што поаѓа низ точката A(20,10,30) и со Π_1 зафака агол $\omega_1 = 45^\circ$. Можности?

197. Да се нацртаат траги на хоризонталнопроектирачката рамнина P што минува низ правата a:

а) a = AB[A(50,10,20), B(35,20,0)],

б) a = AB[A(20,40,20), B(50,10,20)].

198. Поставете фронталнопроектирачка рамнина P низ правата a:

а) a = AB[A(50,10,20), B(35,20,10)],

б) a = AB[A(35,20,10), B(50,20,40)],

одредувајќи ги нејзините траги.

199. Да се конструираат траги на рамнината P паралелна со x-оската што минува низ даденава права a:

а) a = AB[A(20,50,10), B(70,10,40)],

б) a = AB[A(10,20,40), B(60,-20,-10)].

200. Нацртајте траги на рамнина T, што минува низ права a, која е:

а) $T \parallel \Pi_1$ иако е $a \parallel \Pi_1$, б) $T \parallel \Pi_2$ ако е $a \parallel \Pi_2$!

201. Определена е правата p:

а) p = AB[A(30,20,10), B(60,10,40)],

б) p = AB[A(-10,-40,-30), B(-30,-20,-10)].

Низ правата p поставете рамнина: 1° хоризонталнопроектирачка, 2° фронталнопроектирачка и 3° паралелна со x - оската.

202. Дадена е правата p = AB[A(-60,-20,40), B(10,30,0)], која е прва падна линија на рамнината P, за која се бара да се конструираат трагите.

203. Нека е дадена правата p = AB[A(50,30,30), B(10,-10,10)] што е втора падна линија на рамнината T. Одредете траги на бараната рамнина T.

204. Низ точката A(30,25,10) поставете рамнина T паралелна со x - оската но така што трагите t_1 и t_2 да се еднакво оддалечени од x - оската, без употреба на профилна проекција.

205. Во рамнината T/80,50,70/ најдете множество точки што еднакво се оддалечени од проекционите рамнини, во монжови проекции.

206. Рамнината T е определена со двете пресечни прави a = AC[A(30,10,30), C(0,40,10)] и b = BC[B(70,-10,20),C]. Конструирајте геометриско место на точки еднакво оддалечени од двете проекциони рамнини, во проекции!

207. Во рамнината T[80,70,50] нацртајте геометриско место на точки, чие растојание до Π_1 и Π_2 го има односот 3 : 5, во монжов пар.

III 4. ПРИДРУЖЕНИ ПРОЕКЦИИ НА РАМНИНСКА ФИГУРА

208. Дадена е фронталната проекција на триаголникот ABC[A(20,y,10), B(40,y,50), C(70,y,0)]. Одредете ја неговата хоризонтална проекција, ако рамнината на тој триаголник е паралелна со Π_2 и оддалечена од неа за 30 mm.

1° Просторна скица, 2° во ортогонални проекции.

209. Одредете проекции на правилен петаголник ABCDE кој е дефиниран со страната AB, и ако е паралелен со една од проекционите рамнини:

а) AB[A(10,20,20), B(40,10,20)],

б) AB[A(20,15,10), B(50,15,20)].

Можни положбени решенија?

210. Нацртајте придружени проекции на квадрат ABCD со страна 35 mm, ако тој е во хоризонталнопроектирачка положба и со фронталницата зафаќа агол, $\omega_2=60^\circ$. Нека е темето A(30,10,20) на квадратот ABCD најблиску до хоризонталницата и фронталницата, а двете страни AD и BC се паралелни со хоризонталницата.

211. Да се конструираат проекции на квадрат ABCD со страна 40 mm, кој е во фронталнопроектирачка положба. Дадени се: долното теме A(20,10,40), двете страни AB и CD се паралелни со фронталницата и аголот што го зафаќа рамнината на квадратот со хоризонталницата, $\omega_1= 150^\circ$.

212. Одредете проекции на правоаголник EFGH што има хоризонталнопроектирачка положба, чии две долни темиња се точките: E(40,10,10) и F(20,40,10), а другите страни се $\overline{EH} = \overline{FG} = 50$ mm.

1° Нагледен цртеж, 2° во монжов пар.

213. Нацртајте проекции на паралелограмот ABCD кој е во проектирачка положба, имено:

а) A(10,30,40), B(40,15,25), C(45,y,5), D,

б) A(0,10,10), B(15,40,20), C(50,50,z), D.

214. Нека е даден четириаголникот ABCD [A(20,20,10), B(30,y,40), C(50,y,40), D(60,60,20)], кој е нормален на хоризонталницата. Да се претстави во монжови проекции.

215. Даден е правилен петаголник чија рамнина има хоризонталнопроектирачка положба, ако неговата најблиска страна до хоризонталницата е AB [A(30,30,15), B(70,60,15)]. Нацртајте ги проекциите на тој петаголник.

216. Нацртајте проекции на круг со центар C(40,40,30) и радиус $r=25$ mm, кој е паралелен со Π_1.

217. Нека е C(40,20,30) центар на круг што ја допира следнава проекциона рамнина: а) Π_1, б) Π_2.

Да се нацрта монжов пар на така дефиниранот круг.

218. Во триаголникот ABC впишете и опишете проекции на круг, ако е:
а) A(0,20,30), B(50,40,20), C(10,60,20),
б) A(10,10,40), B(60,10,20), C(90,10,60).

219. Конструирајте придружени проекции на круг, кој е во хоризонталнопроектирачка положба, ако негов центар е C(20,50,40), радиус $r = 30$ mm иако рамнината на кругот со фронталницата зафаќа агол $\omega_2=30^\circ$!

220. Да се нацртаат проекции на круг што има фронталнопроектирачка положба, со центар C(30,40,30), радиус $r = 20$ mm и рамнината на кругот зафаќа со хоризонталницата агол $\omega_1 = 30^\circ$.

221. Одредете придружени проекции на круг, ако негов дијаметар е отсечката AB [A(20,50,40) B(60,20,50)] и ако рамнината на кругот има фронталнопроектирачка положба!

222*. Нацртајте проекции на круг што има хоризонталнопроектирачка положба, ако отсечката AB[A(100,50,30), B(30,25,70)] е негов дијаметар!

223. Конструирајте придружени проекции на триаголникот ABC:
а) A(0,25,15), B(20,5,35), C(40,10,10),
б) A(10,30,35), B(25,10,10), C(45,15,20).

Дали со иста страна триаголникот ABC е свртен кон Π_1 и Π_2, или со различни?

224. Нацртајте монжови проекции на произволен триаголник ABC, ако неговите страни се $AB \parallel \Pi_1$, $BC \parallel \Pi_2$ и третата AC лежи во симетричната рамнина Σ (ги располовува Π_1 и Π_2 а минува низ I-от и III-от квадрант).

225. Дадена е правата $p = AB[A(60,-20,-70), B(-70,40,50)]$ и вон неа точката M(0,50,50). Одредете проекции на триаголник MP_1P_2, чие едно теме е точката M, а другите две темиња лежат на правата p и тоа едното теме лежи на хоризонталницата, а другото теме на фронталницата. Потоа да се прикаже видливоста земајќи ги проекционите рамнини за непрозирни.

Задачата да се реши со помош на перспективен афинитет на хоризонталната и фронталната проекција од рамнината определена со триаголникот ABC.

232. Дадени се проекции на две паралелни прави $\underline{a}$ и $\underline{b}$ и хоризонтална проекција на петаголник ABC DE , кој лежи во рамнината определена со правите $\underline{a}$, $\underline{b}$. Најдете ја фронталната проекција на овој петаголник! (Даденитe елементи се произволни).

III 5. МЕЃУСЕБНИ ПОЛОЖБИ НА ДВЕ РАМНИНИ. ПРОБОД НА ПРАВА СО РАМНИНА. ПРЕСЕК НА ДВЕ РАМНИНИ ДАДЕНИ СО ТРАГА И ПОЛИГОН, ОДНОСНО СО ДВА ПОЛИГОНА. ПРИМЕНА.

Меѓусебни положби на две рамнини

233. Дадена е рамнината P. Нацртајте траги на рамнина T која е паралелна со рамнината P, а минува низ точката A, имено за :

а) P/30,∞ ,40/ и A(40,20,20) , б) P/40,30,50/ и A(50,20,10) ,

в) P/80,-60,80/ и A(40,40,50) , г) P/∞,30,40/ и A(40,20,20) !

234. Низ точката M(-40,10.20) поставете рамнина T паралелна со рамнината на триаголникот ABC[A(-30,10,20), B(30,0,80), C(0,60,0)] , без употреба на траги.

235. Низ точката M(10,-10,40) поставете рамнина T паралелна со рамнината на паралелните прави: a = AB[A(-25,25,10), B(40,-10,40)]/$\underline{b}$ која минува низ точката C(-5,30,-50). Нацртајте траги на рамнината T.

236. Низ точката P(50,25,10) поставете рамнина T паралелна со рамнината определена од правата a = AB[A(-40,10,35), B(20,70,10)] и точката C(10,40,30). Одредете ги трагите на бараната рамнина T.

237. Нека се конструираат траги на рамнината T што минува низ точката A(10,20,30), која е:

а) паралелна со симетричната рамнина Σ

б) паралелна со коинцидентната рамнина K.

Без употреба на профилна проекција.

238. Да се нацртаат проекции на триаголник ABC чија рамнина е паралелна со рамнината T, ако се :

а) ABC/A(0,10,10),B(20,y,40),C(40,y,20)/ и T/- 40,30, ∞ /,

б) ABC/A(60,50,30),B(40,20,z),C(80,10,z)/ и T/30,∞ 40/ ,

в) ABC/A(40,50,30),B(30,20,z),C(110,10,z)/ и T/40,30,40/.

239. Низ правата MN [M(-30,20,40), N(-50,50,40)] поставете рамнина P која е паралелна со правата:

а) p = AB[A(-10,30,50), B(40,30,70)],

б) p = AB[A(-40,0,60), B(30,40,10)].

240. Низ точката S(20,20,20) поставете рамнина T која е паралелна со правите a = AB[A(-10,-10,-30), B(20,10,10)] и b=CD [C(0,50,50), D(60,10,20)] Нацртајте траги на рамнината T.

241 Одредете пресек на двете рамнини P и T во скица (земете ги квадрантите со должина на страна 80 mm во правец на x,y,z - оската, без скратување и аголот xy= 135°) и нацртно (расклоп), ако се дадени:

а) P [60,60,50] и T [-40,30,20],

б) P[∞,30,40] и T[∞,∞,20],

в) P[50,30,-30] и T[40,-90,10],

242. Да се најде заедничка права на следниве рамнини:

а) P[∞,30,40] и T [-50,∞,50],

б) P[90,50,70] и T[∞,∞,30],

в) P[10,-30,-10] и T[80,40,50],

г) P[-50,40,30] и T[30,-10,50],

д) P[40,50,-20] и T[70,30,60],

ѓ) P[∞,30,40] и T[∞,20,60],

во придружени ортогонални проекции.

243. Нацртајте пресек на рамнините A[50,30,40] и B[50,50,80], во проекции!

244. Да се конструираат проекции на пресечна права на рамнината T[30,-20,40] со фронталната рамнина P што е оддалечена од фронталницата за 30 mm.

245. Во рамнината P[30,50,60] одредете множество точки кои се еднакво оддалечени од x - оската и фронталната трага r_2 на рамнината P.

246. Да се најде пресек на рамнината: 1° A[50,30,40], 2° A[∞,30,20] со: а) симетрична рамнина, б) коинцидентна рамнина, без употреба на профилна проекција.

247. Одредете пресек на рамнина A[170, η, 75] за која е $\sphericalangle x,a_1 = 120^\circ$ и B[25,-25,ξ] за неа е $\sphericalangle x,b_2 = 60^\circ$ во позитивна насока на x - оската, чии хоризонтални траги се сечат надвор од цртачкиот лист.

248. Најдете ги фронталните траги на рамнините P[15,30,ξ] и T[80,-40,ξ], ако точката A(40,-15,-10) се наоѓа на пресечницата a на рамнините P и T!

249. Низ точката M повлечете проекции на права m која е паралелна со рамнините P и T, а тоа се:

а) M(50,20,30) и P[40,60,30], T[-60,20,50];

б) M(50,50,10) и P[-40,50,30], T[10,25,-15],

в) M(60,10,30) и P[-30,20,45], T[30,40,50].

250. Низ точката A(10,30,20) повлечете права a што е паралелна со две рамнини Π_2 и T, која што е дадена:

а) T[40,50,40], б) T[60,-20,50], г) T[30,-20,20].

251. Претставете права a која минува низ точката A(-30,-30,10) паралелна со рамнините P[-80,20,60] и T[60,40,50], во монжов пар. Потоа одредете ги прободите на правата a со проекционите рамнини.

252. Низ точката M(40,30,25) повлечете права m која да биде паралелна со рамнините: P[-30,15,60] и рамнината што е определена со двете пресечни прави: a = AC [A(-5,30,5), C(20,5,25)] и b = BC[B(30,10,10),C], во придружени проекции.

253. Определени се двете рамнини P[30,-20,70] и T[90,60,45]. Најдете ја нивната пресечна права и одредете ја вистинската должина на оној нејзин дел кој се наоѓа во првиот квадрант.

Пробот на права со (општа) рамнина

254. Одредете пробод S на правата a со рамнината T, ако се:

а) a = AB[A(10,20,10), B(20,50,30)] и T[30,∞,40];

б) a = AB[A(-10,10,0), B(-40,30,40)] и T[-50,30,50].

в) a = AB[A(-40,50,30), B(0,30,40)] и T[40,-50,20].

г) a = AB[A(30,10,20), B(0,30,10)] и T[∞,25,30],

д) a = AB[A(0,60,30), B(40,30,70)] и T[40,60,20];

ѓ) a = AB[A(0,40,-20), B(50,10,50)] и T[30,-20,40],

во хоризонтална и фронтална проекција, со помош на:

1° произволна општа рамнина,

2° хоризонталнопроектирачка рамнина,

3° фронталнопроектирачка рамнина,

4° рамнина паралелна со x - оската.

255. Најдете прод на правата a = AB[A(30,15,10), B(30,-30,40)] со рамнината T[∞,20,50] , но без употреба на профилна проекција.

256. Определена е рамнината P[∞,40,60] и правата a= AB[A(40,70,20),B(60,30, 50)] Одредете ги нејзините прободи со рамнината P, Π_1 и Π_2 !

257. Нека се дадени правата a = AB[A(20,15,10), B(80,30,35)] и рамнината P[70,-40,60]. Најдете ја вистинската должина на дел од правата a кој се наоѓа помеѓу Π_1 и рамнината P, т.е.од прободот на правата со хоризонталницата до прободот со дадената рамнина.

258. Да се одреди заедничка точка S на правата a со рамнината што е определена на следниов начин:

а) a = AB[A(30,20,50),B(80,50,30)] и рамнината со пресечни прави p = MP[M(60,10, 50), P(30,30,10)] и q = MQ[Q(60,20,20) M] ;

б) a = AB [A(-30,20,30), B(30,-10,-20)] и рамнината дефинирана со паралелните прави p = MP[M(0,10,20), P(-20,0,90)] и q минува низ точката Q(30,40,0) ,

в) a = AB [A(-60,55,25), B(20,0,55)] со рамнината која е определена со точката M(35,10,-45) и правата q = CD[C (-35,25,15),D (15,50,-10)],

во проекции и без употреба на траги на дадената рамнина.

259. Најдете прод T на правата a со триаголникот MNP, ако се:

а) a= AB[A(30,40,20), B(80,10,40)] и MNP [M(30,10,10),N (70,0,20), P(60,40,50],

б) a = AB[A(-10,75,50),B(40,-25,45)] и MNP [M(-35,50,75), N(20,60,40),P(35,10,0)],

во монжови проекции, но без употреба на траги.

260. Одредете проекции на прободот T на правата a = AB[A(40,0,60), B(70,70,10)] низ паралелограмот CDEF [C (40,70,50), D(30,30,10), E(80,10,20),F] , без употреба на траги

261*. Дадена е правата p = MN [M(0,50,55), N(50,10,10)] и шестаголникот ABCDEF [A(25,50,10),B(10,30,20), C(20,10,50), D(30,y,60), E(40,y,50) ,F (50,y,30)]. Одредете го прободот P на правата p со шестаголникот, без да се конструираат трагите на дадената рамнина. Потоа од прободот P по истата права нанесете должина $\overline{PT}$ = 30 mm , но под фигурата.

Пресек на две рамнини дадени со трага и полигон, односно со два полигона

262. Одредете пресек на рамнината P со триаголникот ABC, имено за:

а) P[-60,30,∞] и ABC[A(-30,30,35),B(15,25,10), C(0,15,30)] ;

б) P [-60,80,50] и ABC[A(-40,0,10), B(-20,0,10), C(-50,40,70)];

в) P[-60,-100,50] и ABC[A(-20,80,50), B(-30,30,20), C(-60,70,50)];

г) P[∞,30,40] и ABC[A(20,0,0), B(40,10,50), C(60,60,30)],

д) P[100,50,60] и ABC[A(10,10,10), B(50,80,60), C(80,20,40)],

ѓ) P[20,30,-20] и ABC[A(10,40,50), B(50,10,0), C(70,40,10)],

во придружени ортогонални проекции!

263. Нацртајте пресек на рамнина T со паралелограм ABCD, ако се:

а) T [80,50,70] и ABCD[A(10,0,20),B(40,10,10),C(70,70,60),D];

б) T[20,30,-20] и ABCD[A(10,40,50),B(50,10,0),C(70,40,10) ,D],

во монжов пар!

264. Одредете го пресекот на четириаголникот ABCD[A(25,55,80),B(25,25,35), C(-65,5,60), D (-70,35, z)]со рамнината T[70,60,90], во проекции!

265. Да го најдете пресекот помеѓу рамнината T[50,65,-35] и петаголникот ABCDE [A(80,35,35),B(50,65,10),C(0,45,30), D(25,y,75),E(65,y,70)],во проекции.

266. Конструирајте го пресекот во монжови проекции на две рамнини, секоја е дадена со пар паралелни прави: a ||b и c ||d ; a = AB[A(35,0,0), B(0,50,0)] и b минува низ точката C(-50,0,60), c = DE[D(-60,20,25), E(-25,45,20)] и d минува низ точката F(30,40,45), без употреба на траги!

267. Пресек на рамнината определена со три неколинеарни точки A(10,55,30), B(50,25,40) и C(40,15,10) со: а) симетричната рамнина, б) коинцидентната рамнина, но без употреба на профилна проекција, како и без користење траги на рамнината .

268. Претставете го пресекот на триаголникот ABC[A(10,20,10), B(20,10,30), C(50,30,40)] и рамнината што е дефинирана со еден пар пресечни прави: p = PR [P(40,10,0), R(20,40,50)] и q= RQ /R,Q(30,0,0)/ во придружени проекции, но без употреба на траги.

269. Одредете пресечна права s на две рамнини, едната е определена со двете паралелни прави a = AB[B(50,40,60), A(90,20,30)] и b која минува низ точката C(50,10,20), додека другата рамнина со двете пресечни прави c = EF[E(20,10,40), F(80, -10,60)] и d =FG [F,G (50,50,10)] , без употреба на траги на дадените рамнини. Задачата да се реши во придружени проекции.

270. Одредете пресечна права на две рамнини, едната е определена со триаголникот ABC[A(20,10,20), B(30,50,60), C(70,10,30)] и другата рамнина со двете пара-

293,314,331,344,363 [illegible] 402,435

лелни прави $d = DE[D(10,20,50), E(50,50,0)]$ и правата e што минува низ точката $F(20,0,60)$, без употреба на траги на рамнините, во монжови проекции.

271. Нацртаjте пресечница на две рамнини, едната е определена со пар пресечни прави $a = AB[A(20,20,60), B(40,10,10)]$ и $b = AC[A, C(60,60,45)]$ и другата со паралелограмот $DEFG[D(20,10,10), E(60,30,30), F(50,60,60), G]$ без примена на траги, во придружени ортогонални проекции.

272. Конструираjте проекции на пресечката од две рамнини - едната е дадена со четириаголникот $ABCD[A(70,30,20), B(50,80,55), C(10,40,60), D(30,15,z)]$ и другата рамнина со правата $e = EF[E(70,60,55), F(20,60,10)]$ и точката $G(40,10,80)$, без употреба на траги.

273. Одредете пресечна отсечка на триаголниците.

а) $ABC[A(80,15,20), B(45,20,5), C(20,y,30)]$ и $DEF[D(15,5,10), E(25,y,30), F(60,30,15)]$,

б) $ABC[A(0,30,25), B(45,5,25), C(25,35,5)]$ и $DEF[D(0,20,15), E(25,y,35), F(40,25,10)]$,

в) $ABC[A(0,40,60), B(50,0,0), C(120,60,50)]$ и $DEF[D(20,10,70), E(120,20,60), F(60,60,20)]$,

г) $ABC[A(-40,80,10), B(-10,10,80), C(50,70,40)]$ и $DEF[D(-50,40,70), E(40,90,60), F(10,20,0)]$,

д) $ABC[A(-40,10,10), B(30,15,25), C(-10,40,45)]$ и $DEF[D(-35,5,35), E(-10,30,10), F(25,5,50)]$,

ѓ) $ABC[A(0,15,0), B(100,15,90), C(60,60,10)]$ и $DEF[D(0,70,50), E(85,0,50), F(100,70,10)]$,

е) $ABC[A(-30,40,50), B(40,60,50), C(10,10,10)]$ и $DEF[D(30,20,10), E(0,10,80), F(-20,50,30)]$.

без примена на траги, во монжов пар! Во задача а) ΔABC и ΔDEF се нормални на Π_1, а во б) ΔDEF е нормален на Π_1.

274.* Квадрат $ABCD$ со должина на страна од 60 мм е паралелен со Π_2. Најблиската вертикална страна на квадратот, односно неговата вертикална положба е дефинирана до координатниот почеток $0'$ со растојание од 25 мм. Квадратот пред Π_2 е за 30 мм, додека најдолната негова хоризонтална страна е над Π_1 за 20 мм. Од квадратот е исечен круг со дијаметар $d = 40$ мм чиј центар е во пресекот на дијагоналите на квадратот. Најдете пресек на така добиената слика со триаголникот EFG $[E(0,60,0), F(95,30,60), G(50,10,90)]$, во придружени проекции!

275. Конструираjте пресек на триаголник ABC со четириаголник $DEFG$, ако се:

а) $ABC[A(10,60,50), B(70,0,10), C(120,50,70)]$ и $DEFG[D(50,70,10), E(20,10,70), F(110,30,80), G(70,80,z)]$,

б) $ABC[A(10,30,30), B(60,50,10), C(50,0,70)]$ и $DEFG[D(10,50,20), E(50,40,5), F(70,10,35), G(20,15,z)]$,

без употреба на траги, во проекции.

276.* Најдете го пресекот на триаголникот $MNP[M(0,70,30), N(70,0,0), P(110,70,70)]$ и петаголникот $RSTUV[R(40,80,10), S(10,y,40), T(40,y,80), U(80,30,70), V(90,80,15)]$, во монжови проекции!

277. Дадени се шестаголникот ABCDEF [A(40,40,50), B(0,20,40), C(-60,40,60), D(-40,100,z), E(-20,100,z), F (20,80, z) и триаголникот GHI[G (60,0,100), H(-60, 20,80), I(-20,80,40)]. Нацртајте ги проекциите на двете фигури и нивниот пресек.

278. Одредете пресечна отсечка на паралелограмите:

а) ABCD [A(30,0,80),B(60,70,0), C(110,50,0), D] и EFGH[E(0,60,0), F(30,80,40), G(100,30,50),H],

б) ABCD [A(-30,20,10), B(25,35,25),C(5,60,50),D] и EFGH [E(-40,45,45), F(-15, 30,5), G (5,40,15), H],

без конструирање траги на рамнините!

279. Нацртајте заедничка отсечка на четириаголникот ABCD и паралелограмот MNPQ, ако се:

а) ABCD[A(0,60,50), B(60,50,55), C(40,10,30),D (10,y,20)] и MNPQ [M(10,30,50), N (40,50,20), P(70,20,50), Q],

б) ABCD[A(0,50,40), B(30,20,60), C(60,50,30),D] и MNPQ [M(-10,50,70), N(50, 55,60), P(30,30,20), Q (0,20,z)],

но без употреба на траги.

280. Конструирајте пресечна отсечка на четириаголниците:

а) ABCD [A(35,5,5), B(110,30,30), C(100,60,65),D (0,y,75)] и EFGH [E(125,5,10), F(110,70,85), G(50,80,85), H(5,20, z)],

б) ABCD [A(0,40,10), B(60,60,25), C(75,30,50), D (30,0, z) и EFGH [E(15,40,10), F (60,70,0), G (90,50, z), H(40,10,55)],

без употреба на траги, во монжови проекции.

281. Најдете го пресекот помеѓу петаголникот со паралелограмот:

а) ABCDE [A(65,50,30), B(30,60,10), C(10,30,60), D (80,y,100), E(90,y,60)] со EFGH [E(60,5,10), F (80,45,40), G (30,75,60), H],

б) ABCDE[A(-40,50,10), B(20,60,0), C(40,30,40), D (0,10, z), E(-30,20, z)] и EFGH [E(30,0,10), F (-20,20,0), G (0,50,50),H],

в) ABCDE [A(20,30,30), B(50,0, z), C(80,10, z), D(90,40,30), E(40,60,0)] и EFGH [E(10,50,60), F (50,10,10), G (100,10,40),H],

без употреба на траги,во придружени проекции

282. Да се претстави пресекот меѓу четириаголникот ABCD [A(105,20,95), B(125,80,30), C(60,110,50), D(40,60, z)] и петаголникот EFGHI [E(80,10,155), F(10,10,85),G (0,50,15), H(60,90,z), I(105,70,z)] , во проекции. Задачата да се реши без употреба на траги на дадените рамнини.

283. Дадени се шестаголникот ABCDEF [A(100,40,50), B(60,20,40), C(0,40,60), D(20,10,z), E(40,10,z), F(80,80,z)] и паралелограмот GHIL[G(120,0,10), H(0,20,80), I(40,80,40),L]. Најдете го пресекот на дадените фигури во проекции, не употребувајќи ги трагите.

284. Нацртајте проекции на пресечна точка од три рамнини, ако едната од нив е паралелна со Π_1, а другата со x-оската и третата со која и да било рамнина!

285. Најдете проекции на просторен агол дефиниран од следниве три рамнини:

а) A[20,-20,∞], B[80,30,∞] и P[∞,30,40],

б) A[30,20,∞], B[∞,∞,40] и P[-50,60,30],

в) A[∞,20,60], B[∞,40,40] и P[100,50,60],

г) A[70,40,50], B[20,40,-20] и P[∞,-50,-30],

д) A[10,-20,∞], B[50,40,∞] и P[∞,40,30];

ѓ) A[50,60,30], B[-40,-20,50] и P[∞,-50,-30],

е) A[-90,50,45], B[-40,20,-40] и P[∞,30,45].

286. Одредете пресек на следниве три рамнини во скица (без скратување и аголот меѓу x и y оската е 150°):

а) A[80,60,50], B[-40,20,30] и P[∞,50,30],

б) P[100,40,80], T[80,80,90] и триаголникот ABC[A(0,10,10),B(100,10,10),C(0,80,10)]

в) P[100,50,70], триаголникот ABC[A(80,0,0),B(0,80,0),C(80,70,0)]и триаголникот DEF[D(85,0,0), E(85,65,0), F(0,0,75)].

287. Конструирајте монжови проекции на триаголникот ABC во рамнината Г/-20, -30,20], кој се добива како пресек на дадената рамнина Г со следниве рамнини Δ[40,20,∞], E[∞,-10,40] и Z[∞,∞,15].

Конструирање трансверзала на дадени прави

288. Најдете проекции на права c која ги сече разминувачките прави a = AB [A(10,10,30), B(60,30,10) и b = CD[C(40,0,70), D(-10,40,30)]. Можности? Постапката да се објасни текстуално.

289. Да се одреди трансверзала t што ги сече дадените три разминувачки прави: a = AB[A(105,30,70), B(55,10,10)], b= CD [C(90,60,70), D(25,5,15)] и c = EF [E(40,5,60), F(0,65,10)] во придружени проекции. Исто така напишете го текстуалниот начин на решавањето на задачата. Можни решенија?

290.* Да се нацртаат проекции на права m која минува низ точката M(25,40,20), ја сече правата a = AB[A(35,20,0), B(120,20,60)] и е паралелна со рамнината T[100,70,60].

291. Дадени се:точката A(45,35,40),правата b =BC/B(110,60,60),C(65,35,5)/ и рамнината P определена со трите точки D(0,10,55),E(50,0,0) и F(20,30,10). Низ точката A повлечете права a паралелна со рамнината P која ја сече правата b во проекции. Објаснете ја постапката текстуално.

292. Низ точката S повлечете права s која ги сече двете разминувачки прави a = AC[A(0,0,0), C(140,30,40)] и b =BD[B(30,20,50), D(110,10,15)] ако бараната права e:

а) хоризонталнопроектирачка, притоа e S(x,y,10),

б) фронталнопроектирачка, при S(x,10,z) .

293. Дадени се правата a = AB[A(10,10,40), B(90,60,10)] и рамнината T[60,40,-70], во која лежи точка C(0,y,30). Во рамнината T а низ точката C повлечете права b која ја сече правата a.

294. Одредете проекции на трансверзала t на двете разминувачки прави a = AC[A(0,0,40), C(70,20,0)] и b = BD[B(20,40,10), D(60,-10,45)] ,која истовремено лежи во рамнината T[100,80,60].

295.* Претставете проекции на права c паралелна со x-оската,која сече две разминувачки прави:

а) a = AB[A(100,70,60), B(50,15,20)] b = CD [C(50,60,10), D(10,15,45)],

б) a = AB[A(30,20,10), B(30,20,40)] и b = CD [C(50,40,20), D(20,70,5)].

296.* Конструирајте проекции на таква права c која минува низ E а ги сече правите a = AB и b=CD, ако се дадени петте точки во просторот:

а) A(40,60,30), B(90,-30,40), C(60,-30,40), D(95,40,65) и E(20,30,0),

б) A(5,40,10), B(50,-10,45). C(0,30,50), D(60,20,20) и E(0,35,40) !

297. Дадени се правите: a = AB[A(50,50,25), B(0,80,10)] ,b=CD [C(45,45,60), D(10,60,5)] и c = EF[E(110,50,20), F(60,30,60)]. Се бараат проекции на трансверзала t што ги сече правите a, b и е паралелна со правата c. Можни решенија? Постапката да се објасни текстуално.

298. Нека се дадени: точката A(30,55,30) и трите разминувачки прави b=BC [B(30,30,60), C(70,0,20)], c =DE[D(0,0,40), E(80,60,40)]и d = FG[F (35,5,10), G (60,20,60)]. Одредете проекции на права a низ точката A што ја сече правата b и е паралелна со која и да било трансверзала на правите c,d. Можни решенија?

299. Нацртајте проекции на права c која ги сече двете пресечни прави a = AC [A(130, 30,40), C(100,20,50)] и b = BC[B(40,40, 0) ,C] ,иако е паралелна со рамнината T[90,50,60] . Можни решенија?

300. Дадени се двете разминувачки прави: a = AC[A(50,40,30), C(20,10,0)] b = BD [B(20,40,60), (40,0,5)] и рамнината T[50,30,40]. Нацртајте проекции на права c, која ги сече двете прави a, b и истовремено е c ∥ T. Можности? Постапката да се објасни.

301. Дадени се правата p = AB[A(60,60,20), B(-40,0,80)] и рамнините Γ[60,40,60] и Δ[-40,30,40]. Нацртајте проекции на права q која припаѓа на рамнината Γ и е паралелна со рамнината Δ, а ја сече правата p.

302. Дадени се правата a = AB[A(10,10,40), B(50,60,0)] и рамнините P[100,80,60], T[-50,40,10]. Нацртајте проекции на права c која минува низ точка C(70,20,z) но така што ја сече правата a и е паралелна со двете рамнини P,T.

303. Одредете проекции на права c која е паралелна со рамнините: P[∞,90,50] и T[∞ 40,80] ги сече разминувачките прави a = AC[A(100,20,10), C(20,60,40)] и b = BD[B(30,30,10), D(70,60,70)]. Постапката да се објасни текстуално.

304. Нацртајте две разминувачки прави a = AC[A(-30,-30,-50), C(20,10,-25)] и b = BD [B(30,40,40), D(-40,0,40)], потоа најдете придружени проекции на права c која ги сече разминувачките прави a, b а да биде паралелна со Π_2, и тоа за 20 mm зад Π_2.

305. Дадени се две разминувачки прави a и b, чии хоризонтални проекции им се паралелни (изборот на елементите да го извршите сами). Потоа одредете проекции на хоризонтална права c која ги сече дадените прави a, b но така што делот од правата c меѓу правите a, b да изнесува 50 mm. Можни решенија?

306. Дадени се разминувачките прави p = AB[A(110,10,60), B(30,20,-40)] q = CD [C(140,60,10), D(40,10,20)] и рамнината T[50,60,50]. Конструирајте проекции на права r која ги сече двете прави p, q и е паралелна со рамнината T, а се наоѓа на растојание од неа за 45 mm! Решението да се образложи.

III 6. НОРМАЛНОСТ НА ПРАВА И РАМНИНА. ПРИМЕНА

Нормалност на права и рамнина

307. Низ точката A(0,30,60) повлечете права a нормална на правата b =BC /B(20,15,10), C(60,15,50)/. Да се одредат нејзините придружени проекции.

308. Конструирајте проекции на еднаквокрак триаголник ABC со основа BC на правата d = DE [D(40,30,10), E(80,10,10)] и теме A на правата e = AF [A(90,40, 30), F(60,50,50)], во монжови проекции!

309. Да се најдат проекциите на ромбот ABCD, при што отсечката AC [A(20,30, 30), C(60,30,80)] е една негова дијагонала, додека темето D е на правата e=EF [E(10,70,25), F(70,40,10)].

310. Да се конструираат траги на рамнина T што поаѓа низ точка A и е нормална на следнава отсечка AB:
а) AB/A(0,20,10), B(60,50,10)/ и б) AB/A(0,20,10), B(60,50,30)/.

311. Определена е отсечката AB [A(-20,30,40), B(20,50,20)]. Нацртајте ги трагите на онаа рамнина P која минува низ точката B и е нормална на отсечката AB!

312. Најдете траги на рамнина T која минува низ точката A и е нормална на правата p, ако се:

а) A(10,10,30), и p = BC[B(-50,10,20), C(0,40,60)]

б) A(30,40,40), и p = BC [B(10,30,10), C(70,0,20)] !

313. Низ точката M(10,45,40) поставете рамнина P нормална на отсечката AB [A(0,10,30), B(40,50,20)]. Да се конструираат трагите на рамнината P.

* 314. Низ дадена права a поставете рамнина T нормална на дадена рамнина P, при тоа, да се одредат трагите на бараната рамнина T, имено за:

а) a = AB [A(30,20,60), B(90,-10,0)], P[30,60,10],

б) a = AB [A(-30,55,10), B(15,10,30)], P[40,55,-40].

315. Одредете нормален вектор $\vec{OO_n}$ на рамнината A (вектор на положба на рамнина што е дефиниран со координатниот почеток O и неговата ортогонална проекција O_n врз таа рамнина), низ координатниот почеток O повлечете нормална права кон рамнината A, ако е: а) A[30,20,∞], б) A[-20,70,30] и в) A [10,40,-50] !

316. Ако е позната ортогоналната проекција O_n на координатниот почеток, да се најдат сегменти на рамнина што ја дефинира нејзиниот нормален вектор $\vec{OO_n}$, за:

а) O_n(20,20,0), б) O_n(30,20,30), и в) O_n (30,-10,40).

317*. Низ точката A(30,40,35) поставете рамнина Т чии наклонети агли со проекционите рамнини се: $\omega_1 = \omega_2 = 60^\circ$. Можни решенија на задачата? Одредете ги трагите на бараната рамнина!

318. Конструирајте траги на рамнина Т што минува низ точката M(30,30,40), ако нејзините агли се: $\omega_1 = 75^\circ$ и $\omega_2 = 45^\circ$! Можности?

319. Низ точката M поставете рамнина Г нормална на двете рамнини А и В, ако се дадени:

а) M(20,40,30) и A[40,∞,30], B[-20,15,20],

б) M(50,10,30) и A[30,40,50], B[-60,20,70],

в) M(10,40,20) и A[70,30,50], B[-20,-30,20].

Да се конструираат трагите на бараната рамнина со помош на:

1° одредување на пресечната права,

2° без наоѓање на пресечната права.

320. Од точката A(50,10,30) поставете рамнина В која е нормална на рамнината P[-30,30,20] и рамнината на триаголникот EFG [E(-20,60,40), F(20,0,10) G(70,60,70)], не ползувајќи ги трагите на рамнината EFG. Да се одредат трагите на рамнината В.

321. Во рамнината Т која е определена со точката M(40,10,40) и е нормална на правата p = PN[P(20,30,30), N(60,20,10)], повлечете права s која ги сече правите: a = AK[A(10,10,20), K(50,40,30)] и правата b што минува низ точката B(60,15, 20) а е паралелна со x-оската.

322. Низ права a = AB[A(-50,y,20), B(0,0,z)] што лежи во рамнината P[-100, 50,70], поставете рамнина Т нормална на рамнината Р. Одредете ги трагите на бараната рамнина Т!

323. Низ правата a = AB[A(90,50,35), B(70,50,70)] поставете рамнина Т нормална на рамнината P[100,50,70]. Нацртајте ги трагите на рамнината Т!.

324*. Дадени се правата a = AB[A(10,20,10), B(40,40,30)] и рамнината Р дефинирана со парот паралелни прави b=CD [C(-20,0,50), D(0,10,20)] и правата c која минува низ точката E(-20,30,30). Низ правата a поставете рамнина Т нормална на рамнината Р, без употреба на траги на таа рамнина. Да се нацртаат трагите на рамнината Т.

325. Најдете прободна точка на правата a = AB[A(80,10,0), B(30,80,90)] низ рамнината определена со триаголникот CDE [C(20,30,20), D(40,10,60), E(90,50,70)], потоа низ правата a поставете рамнина Р нормална на триаголникот CDE, без употреба на траги.

326. Претстават рамнина P низ точката T(30,30,30) нормална на рамнината Σ[50,20,30] и паралелна со правата a = AB [A(40,20,10), B(70,10,30)] со конструирање нејзини траги.

327. Дадена е рамнината P и во неа точка A. Од точката A издигнете нормала AB на таа рамнина со дадена должина, ако се:

а) P [30,30,∞], A(10,y,20) и $\overline{AB}$ = 40 mm,

б) P[50,30,40], A(0,20,z) и $\overline{AB}$ = 40 mm,

в) P[70,20,-30], A(40,y,30) и $\overline{AB}$ = 45 mm,

г) P[50,-20,-30], A(10,30,z) и $\overline{AB}$ = 50 mm, во придружени проекции.

328. Од точката M спуштете проекции на нормална права кон рамнина T, имено за:

а) M(30,20,30) и T [40,∞,30],

б) M(30,20,30) и T [40,20,30],

в) M(30,20,30) и T [30,30,-20].

329. Низ точка A што припаѓа на рамнината P поставете прв ортогонален наклонет триедар на рамнината P, кого го дефинираат хоризонталната права h, првата падна линија p и нормалната права n на рамнината P, ако се:

а) A(10,10,z) и P [40,30,20]

б) A(55,20,z) и P [60,40,-70], задачата да се реши во придружени проекции.

330. На рамнината P во нејзина точка A поставете втор ортогонален наклонет триедар на таа рамнина P, кој е определен со фронталната права f, втората падна линија q и нормалата n на разгледуваната рамнина P, и тоа:

а) A(20,y,10) и P[50,30,30],

б) A(30,y,20) и P[40,-20,30], во монжови проекции

331. Конструирајте прв ортогонален наклонет триедар на рамнината определена со пар пресечни прави a = AC [A(30,10,30), C(70,-10,20)] и b = BC [B(0,40,10),C] во точката B. Задачата да се реши во проекции, без употреба на траги на дадената рамнина.

332. Да се нацрта во две проекции втор ортогонален наклонет триедар на рамнината дефинирана со паралелните прави: a = AC [A(30,-10,30), C(60,35,10)] и b минува низ точката B(70,20,30) во точката C, но без ползување траги.

333. Даден е триаголникот ABC [A(0,0,40), B(60,30,30), C(20,50,0)]. Одредете го неговото тежиште T и низ таа точка подигнете нормална права на рамнината на триаголникот ABC, во проекции.

334. Определена е рамнината со парот пресечни прави $a = AB\,[A(0,45,50),\ B(40,60,40)]$ и $b = BC[B, C(70,20,20)]$ и во таа рамнина е точка $S(50,y,30)$. Во точката S да се подигне нормала $\overline{ST} = 40$ mm на дадената рамнина, но без употреба на траги.

335. Даден е триаголникот ABC и во него лежи точка D. Да се најде онаа точка E која лежи на нормала на триаголникот поставена во точка D, а на дадено растојание, ако се:

а) $ABC[A(20,90,50),\ B(60,0,100),\ C(140,40,10)],\ D\ (70,y,40)]$ и $\overline{DE} = 80$ mm,

б) $ABC[A(20,90,50),\ B(60,0,10),\ C(140,40,10)],\ D\ (70,40,z)]$ и $\overline{DE} = 80$ mm.

Задачата да се реши без употреба на траги.

336. Даден е паралелограмот ABCD. Од точка S која лежи во рамнина на паралелограмот, повлечете нормална права на таа рамнина, без ползување на траги. Потоа на нормалата одредете ги прободите со проекционите рамнини, имено за:

а) $ABCD\ [A(0,0,30),\ B, C(100,70,20),\ D(30,50,0)],\ S(50,40,z)$,

б) $ABCD\ [A(-20,50,0),\ B(0,0,40),\ C(80,20,60), D],\ S(20,y,30)$.

337. Земете го паралелограмот $ABCD\ [A(10,50,20),\ B(50,40,5),\ C(70,10,35), D]$, во него лежи точка $M(40,30,z)$. Од точката M нанесете нормала на паралелограмот со должина 50 mm.

338. Дадени се триаголникот $ABC\ [A(20,20,10),\ B(50,50,60),\ C(80,10,40)]$ и точката $S(30,10,60)$. Низ точката S спуштете нормална права кон рамнината на триаголникот, без употреба на траги.

339. Дефиниран е триаголникот $ABC\ [A(-10,-20,50),\ B(10,50,-10),\ C(80,20,60)]$. Да се одредат:

а) пресек на триаголникот ABC со двете проекциони рамнини,

б) во пресекот на висините на триаголникот ABC – ортоцентарот, да се издигне нормала на триаголникот со должина 60 mm, но без да се конструираат трагите на рамнината определена со триаголникот.

340. Дефинирана е рамнина $T[90,60,\xi]$ со хоризонталната трага и првиот наклонет агол, $\omega_1 = 45^\circ$, како и точка $A(40,30,z)$, која лежи во дадената рамнина. Од точката A да се нанесе точка B на нормално растојание од рамнината T, за 60 mm, но така што B да се земе над неа. Да се претстават двете решенија.

341. Дадена е рамнина со паралелните прави $a = AB\ [A(20,60,60),\ B(90,20,20)]$ и $\underline{b}$ која минува низ точката $C(70,80,0)$. Од точката $D(90,45,40)$ спуштете нормална права кон рамнината $\underline{a},\underline{b}$, определувајќи ја подножната точка D_n на таа нормала, но без употреба на траги.

342. Нека е дадена правата a = AB [A(30,10,50), B(30,40,20)] . Повлечете права f паралелна со фронталницата и пред неа за 30 mm, така што да ја сече y - оската и правата a. Во пресечната точка на правите a, f издигнете нормална права на така добиената рамнина и нанесете должина d= 50 mm.

Примена на нормалност на права и рамнина

343* . Определен е триаголникот ABC [A(10,70,20), B(40,35,0), C(70,50,40)]. Од точката C издигнете нормална права на триаголникот. На таа нормала одредете точка F која лежи 20 mm пред фронталницата. Потоа нацртајте проекции на исправена тристрана призма, чија една основа е ABC и CF е бочен раб - висина на призмата.

* (344) Нацртајте траги на рамнина T која е паралелна со рамнината P [80,-60,80] а е оддалечена од неа за 40 mm . Колку има решенија?

345. Дадена е рамнината P со правата a = AB [A(-40,35,15), B(-20,15,50)] и точката C(-50,20,15). Да се одредат траги на рамнина T паралелна со рамнината P на растојание од 15 mm од неа, без да се конструираат траги на рамнината P. Можности?

346. Определена е рамнината P со правата a = AB [A(-40,35,15), B(-20,15,50)] и точката C(-50,20,40). Да се најде точка D на оската y, која е оддалечена од рамнината P за 50 mm.

347. Дадена е хоризонталната проекција на триаголникот ABC [A(10,40, z) , B(50,60, z), C(70,20, z)]. Нацртајте ја неговата фронтална проекција, ако тој триаголник е паралелен со рамнината T [110,∞,110] и оддалечен десно од неа за 20 mm.

348. Конструирајте траги на рамнина P која е паралелна со рамнината на триаголникот ABC [A(-20,80,0), B(0,10,50), C(40,20,20)] и оддалечена од неговата лева страна за 15 mm, без употреба на траги на дадената рамнина.

349. На правата m = MN [M(0,10,10), N(40,80,60)] одредете точка S која од рамнината на триаголникот ABC [A(0,40,50), B(40,70,0), C(40,40,20)] е оддалечена за 20 mm. Можни решенија? Едно решение: а) со употреба на траги, б) без траги на дадената рамнина.

350. Низ правата AT_x /A(110,40,15), T_x(60,0,0)/ поставете рамнина T нормална кон рамнината P/40,20,- 50/, со цртање траги на бараната рамнина.

351. Дадени се двете паралелни прави a = AB [A(-10,50,40), B(30,-10,60)] и b минува низ точката C(30,30,30), како и точката D(60,20,20). Во точката D поставете рамнина T паралелна со рамнината дефинирана од двете паралелни прави a,b при тоа да се одредат трагите на рамнината T, но без употреба на трагите на рамнината a, b .

352. Низ точката M(60,15,10) повлечете права m која да биде нормална на правата a = AB [A(40,80,50), B(110,0,20)] , во проекции.

353. Определена е правата a = AB[A(0,60,10), B(60,20,30)] . Низ точката A повлечете прави b и c кои се нормални на дадената права a и меѓусебно. Можни решенија? Задачата да се реши во монжови проекции.

354. Нека се определени правата p = AB[A(0,60,30), B(40,30,70)] и рамнината T /40,60,20/. Низ прободот S на правата p со рамнината T повлечете права q која лежи во рамнината T и е нормална на правата p, во придружени проекции.

355. Нацртајте проекции на правата n која минува низ точката N(30,15,30), паралелна е со рамнината P[120,75,70] и ја сече правата m = AB [A-20,40,20), B(40, 20,50)] .

356. Дефинирани се правата a=AB /A(10,60,10),B(50,20,30)/ и рамнината T определена со двете паралелни прави b =CD /C(10,45,40),D (50,10,10)/ ,а правата c инцидира со точката E(60,25,20).Во рамнината T да се најде права m којашто со правата a формира прав агол.Задачата да се реши без употреба на траги.

357.Определена е рамнината со парот пресечни прави a = AB[A(55,30,25), B(40, 15,10)] и b = AC[A,C(80,15,20)] потоа е дадена правата c = DE[D(130,40,30), E(110,0,50)] . Низ прободната точка S на правата c со дадената рамнина a,b повлечете во неа права e која е нормална на правата c.

358. Дадени се двете разминувачки прави p = AB [A(0,0,40) , B(70,20,0)] и q = CD [C(20,40,10), D(60,-10,45)] , како и рамнината T[40,60,40]. Нацртајте проекции на трансверзала s на правите p,q но таква која е нормална на рамнината T. Можни решенија? Постапката да се објасни текстуално.

359. Низ точката A(10,40,50) повлечете права a нормална на правата b = BC [B(50,10,0), C(70,40,10)] а паралелна со рамнината T 70,70,50]. Задачата да се реши во монжов пар.

360. Низ точката А на правата а = АС [A(10,40,20),C(40,-10,40)] повлечете права р нормална на дадената права а која истовремено ја сече правата b=BD/B(20, 15,15), D(0,25,40)/, во монжови проекции.

Множество точки

361. Одредете множество точки кои се еднакво оддалечени од две дадени точки А и В:

а) A(0,90,50) и B(90,10,-30),

б) A(0,60,-20) и B(100,20,90),

в) A(0,20,40) и B(80,-50,70), во монжови проекции.

362. Во точка С која внатрешно ја дели отсечката АВ [A(30,30,20), B(70,60,80)] во однос 3:1, поставете рамнина Р која е нормална на отсечката АВ. Да се одредат трагите на рамнината Р.

✳ 363. Дадени се двете точки A(10,-10,25) и B(80,60,70). Најдете точка Е која лежи на х-оската и е еднакво оддалечена од точките А и В, во монжов пар.

364. Одредете ја положбата на точките во Π_1 и Π_2 кои се еднакво оддалечени од две дадени точки A(30,40,60) и B(80,10,20), во придружени проекции.

365. Барајте множество точки кои се еднакво оддалечени од точките A(10,10, 20) и B(50,60,40). Потоа во тоа множество точки земете една точка C(60,y,10) и покажете дека растојанијата $\overline{CA}$ и $\overline{CB}$ се еднакви, во придружени проекции.

366.* Земете ја правата а = АВ[A(0,50,20), B(30,10, 0)]и двете точки вон неа S(20,50,60) и P(60,10,10). На правата а одредете точка Т која е еднакво оддалечена од дадените две точки S и P, во проекции.

367. Дадена е рамнината Т[70,60,30] и вон неа точките A(20,40,40) и B(50,10,30). Во рамнината Т најдете множество точки што се еднакво оддалечени од точките А и В во проекции.

368. Конструирајте множество точки што се подножја на нормали спуштени од точките на х-оската врз рамнината Т [60,30,20] , во монжови проекции.

369. На рамнината Т што е определена со паралелните прави а = АВ [A(70,10,20), B(30,70,60)] и b која минува низ точката C(30,30,20), одредете множество точки коишто се подножја на нормалите повлечени низ правата с = EF [E(50,50,60), F (0,20,20)] кон рамнината Т, без употреба на траги, во монжови проекции.

370. Одредете множество точки еднакво оддалечени од двете паралелни прави $a = AC[A(-10,0,30), C(50,50,60)]$ и правата $\underline{b}$ минува низ точката B(70,10,40) . Задачата да се реши во придружени проекции.

371. Одредете точки на правата $a = AB[A(10,10,60), B(70,40,20)]$ кои се еднакво оддалечени од паралелните прави $b = CD[C(-10,0,30), D(50,50,60)]$ и $\underline{c}$ која минува низ точката E(70,10,40). Задачата да се реши во монжови проекции.

372. Конструирајте множество точки еднакво оддалечени од рамнината A за растојание d, ако се:

а) $A[30,\infty,40]$ и $d = 20$ mm,

б) $A[50,30,40]$ и $d = 15$ mm.

Колку има можни решенија?

373. Дадени се точките A(20,90,60), B(60,10,15) и C(100,50,20). Одредете множество точки кое е еднакво оддалечено од A,B и C, во проекции, и тоа:

а) со употреба на траги ,

б) без да се користуваат траги.

374. Најдете точки во проекционата рамнина кои се еднакво оддалечени од трите точки A(30,10,10), B(70,0,20) и C(60,40,50) без употреба на траги, во: а) Π_1, б) Π_2. Задачата да се реши во монжови проекции.

375. Одредете во проекции пресек на висините O_h на дадениот триаголник ABC [A(100,60,50), B(10,80,55), C(60,30,20)], без употреба на соборена положба на триаголникот.

376. Најдете проекции на центар од кружница опишана околу триаголникот ABC [A(20,10,70), B(100,20 ,60) , C(60,60,20)], без употреба на вистинска големина на дадениот триаголник.

377. Во рамнината P [-40,20,50], најдете точка D која е еднакво оддалечена од трите точки: A(15,20,35), B(20,35,5) и C(50,10,20), во монжов пар, но без соборување на триаголникот.

378. Одредете точка еднакво оддалечена од дадените четири точки: A(70,70,95), B(100,75,65), C(70,30,5) и D(40,85,20), во монжови проекции.

Одредување ортогонална проекција на даден елемент врз рамнина

379. Дадена е рамнината P[-80,60,70] . Одредете ортогонална проекција на точката A(-75,55,60) врз рамнината P.

380. Определена е рамнината A[60,45,35] . Се бара да се одреди ортогоналната проекција $O_n^{x_n y_n z_n}$ на координатниот триедар Oxyz на рамнината A.

381. Најдете ортогонална проекција M_n на точката M(-20,70,60) врз рамнината на паралелограмот ABCD[A(-10,60,0), B(30,20,50), C(0,0,90), D] , без примена на траги, во проекции.

382. Одредете ортогонална проекција M_n на точката M(0,40,50) врз рамнината дадена со двете паралелни прави: a = AB[A(10,20,20), B(40,0,50)] и $\underline{b}$ која минува низ точката C(40,30,20), без употреба на траги, во монжов пар.

383. Најдете ортогонална проекција M_n на точката M врз рамнината определена со пар пресечни прави a = AB[A(20,50,20) , B(40,0,70)] и b = BC [B,C(80, 25,10)] и вон неа точката M(80,85,70), не ползувајќи ги трагите на дадената рамнина во проекции.

384. Рамнината T е дефинирана со парот пресечни прави p = AB[A(50,10,20), B(30,20,-5)] и q = AC[A,C(70,30,10)] и вон нив точката P(40,30,40). Да се претстави ортогонална проекција на:

а) точката P во правец на нормална права на рамнината T,

б) точката P во правец паралелен со x-оската врз рамнината T,

в) точката P во правец на y-оската (фронталнопроектирачка права) врз рамнината T,

г) точката P во хоризонталнопроектирачки правец врз рамнината T.

✳ 385. Да се одреди нормална проекција на права $\underline{a}$ врз рамнината P:

а) a = AB [A(80,45,50), B(-10,0,10)] и P[110,60,70] ,

б) $\underline{a}$ минува низ точката A(-10,70,30) и е паралелна со x-оската, P [-110,-80,80],

во придружени ортогонални проекции.

386. Претставете ортогонална проекција на x-оската (односно y- или z - оската) врз рамнината P ако е : а) P[60,40,50] , б) P [40,-30,70] в) P [50,40,-60], во монжови проекции.

387. Дадени се рамнината T и отсечката AB. Најдете ортогонална проекција на AB врз рамнината T и нејзината вистинска должина, ако се:

а) T [-60,50,60] и AB [A(-15,10,0), B(-15,10,50)],

б) T [60,50,30] и AB [A(20,20,0), B(20,20,30)] ,

в) T [30,20,-30] и AB [A(15,20,0), B(15,20,30)] .

388. Определен е триаголникот ABC [A(-40,10,80), B(60,20,40), C(0,60,10)] и правата p = MN [M(-30,10,50), N(40,70,70)] . Најдете ортогонална проекција p_n на правата p врз рамнината на триаголникот ABC, без да се конструираат трагите, во монжов пар!

389. Нацртајте проекции на $A_nB_nC_n$ од триаголникот ABC/A(60,70,60), B(70,30, 20), C(110,45,40)/ што е нормална проекција на рамнината T /60,70, ∞ / !

390. Да се одреде ортогонална проекција A_nB_n C_n на триаголникот ABC [A(-110,60,60), B(-50,60,60), C(-80,60,30)] врз рамнината T [-120,60,90] , во монжови проекции.

391. Одредете нормална проекција A_nB_n на отсечката AB врз дадената рамнина, ако се:

а) AB [A(50,40,50), B(60,20,30)] и рамнината определена со парот пресечни прави c = PQ [P(10,10,45), Q (50,50,-10)] и d = PS [P,S(40,10,25)] ;

б) AB [A(20,60,40), B(20,45,70)] и рамнината со паралелните прави c = PQ [P(40,60, -20), Q (90,10,70)], d минува низ точката S(50,20,30) ;

в) AB [A(40,50,0), B(40,5,60)] и триаголникот CDE [C(20,30,10), D(50,80,60), E(100,0,20)] ;

г) AB [A(10,60,60), B(50,60,40)] и четириаголникот CDEF [C(10,-10,50), D(60,10,z), E(80,30,40), F (40,50,-20)], без употреба на траги на рамнината, во хоризонтална и фронтална проекција!

392. Нека се определени рамнината T [120,90,100] и правата p = AB [A(0,20,60), B(10,90,90)] . Означете ги проекциите на остриот агол меѓу правата p и рамнината T.

393.* Дадени се триаголникот ABC [A(-40,10,80), B(60,20,40), C(0,60,10)] и правата p = MN [M(-30,10,50), N(40,70,70)] .Најдете ортогонална проекција p_n на правата p врз рамнината на триаголникот. Потоа означети ги проекциите на остриот агол меѓу правата p и нејзината ортогонална проекција p_n.

394. Одредете ортогонална проекција $A_nB_nC_nD_n$ на четириаголникот ABCD [A(30,60,55), B(65,70,35), C(85,40,60), D(55,35,z)] врз рамнината T [100,60,55]. Потоа нацртајте проекции на призма, чии основи се четириаголниците ABCD и $A_nB_nC_nD_n$.

395. Одредете нормална проекција на триаголникот ABC [A(-40,20,50), B(-10, 10,50), C(0,40,50)] врз рамнината T[-70,70,40], како и растојанието од точката C до нејзината нормална проекција C_n т.е. $\overline{CC_n} = ?$ Задачата да се реши во проекции.

396. Претставете ортогонална проекција $A_n B_n C_n$ на триаголникот ABC [A(60, 60,80), B(100,100,100), C(130,50,30)] на рамнината дадена со двете паралелни прави: a = MN [M(20,40,10), N(60,10,60)] и $\underline{b}$ која минува низ точката P(70,20,30), без употреба на траги, во проекции.

Оддалеченост меѓу два елемента

397. Најдете растојание на точката M до рамнината P, ако се:

а) M(70,80,50) и P[50,40,∞],

б) M(8,20,50) и P[-30,∞,20],

в) M(40,40,60), и P[30,50,30],

г) M(20,30,40) и P[50,30,-70]!

398. Дадена е рамнината T[80,50,60] Одредете го најкусото растојание на точката O (координатен почеток) до рамнината T!

399. Во рамнината P/60,- 40,50/ најдете точка B најблиска до точката A(20,60,50).

400. Одредете растојание на точката M до рамнината, ако се:

а) M(60,60,60) до рамнината определена со двете пресечни прави a = AB[A(40,50, 20), B(70,30,50)] и b = BC[B,C(100,60,40)],

б) M(30,50,60) до рамнината определена со пресечните прави a = AC[A(-20,10,10), C(20,30,40)] и b = BC[B(50,70,0),C],

без употреба на траги на дадената рамнина.

401. Да се прикаже вистинска големина на растојание на точката M до рамнината, ако се:

а) M(0,10,40) до рамнината дефинирана со паралелните прави a = AC[A(10,25,60), C(40,55,10)] и $\underline{b}$ минува низ точката B(85,35,25),

б) M(50,-10,40) до рамнината определена со паралелните прави a = AC [A(-10,-20, -30),C(50,30,20)] и b минува низ точката B(30,40,20),

без конструирање траги на рамнината.

✳ (402) Одредете го растојанието на точката M(64,60,80) до рамнината на триаголникот ABC[A(10,40,50), B(50,10,70),C(70,30,10)], без употреба на траги.

403. Графички да се пресмета оддалеченоста на точката M(30,70,70) до паралелограмот ABCD/A(0,40,40), B(20,10,60), C(40,30,30),D/, без да се нацртаат траги на рамнината.

404. Одредете растојание на точката C до правата $\underline{a}$, ако се:

а) C(10,40,50) и a = AB [A(0,10,30),B(50,30,30)] ,

б) C(20,25,55) и a = AB [A(10,-35,0),B(70,25,80)],

в) C(40,10,30) и a= AB [A(20,20,15), B(20,35,30)],

г) C(45,40,15) и a = AB[A(-15,45,50),B(20,5,15)],

1° без конструкција на траги, 2° со употреба на траги!

405. Да се најде растојанието на точката A(30,40,20) до:

а) координатниот почеток O, б) x - оската, в) y-оската, г) z - оската.

406. На правата a=AB/A(0,50,60),B(60,0,20)/ одредете точка C најблиску до координатниот почеток O.

407. Најдете го растојанието меѓу двете паралелни прави a = AC[A(-10,0,30), C(50,50,60)] и $\underline{b}$ минува низ точката B(70,10,40), без ползување на траги.

408. Да се претстави најкусо растојание меѓу две разминувачки прави, кои се:

а) a = AB[A(10,40,20),B(40,-10,40)] b = CD[C(20,15,15), D(0,25,40)] ,

б) a = AB[A(-10,10,30), B(60,40,-30)]b= CD[C(60,10,40), D(-10,40,30)].

409. Да се најде најкусото растојание на правата a = AB[A(10,50,20), B(50,20,5)] до: а) y-оската, б) x-оската, в) z - оската.

410. Одредете меѓусебно растојание на следниве две паралелни рамнини:

а) A[20,30,∞] и B[40,η,ξ] ,

б) A [50,40,60] и B [80,η,ξ] ,

в) A[20,30,-40] и B [-30,η ,ξ] .

411. Дадени се рамнините: A [80,40,60], B [30,-30,-30],Г[20,-10,30] .Најдете точка S која е оддалечена соодветно од рамнините A,B и Г за: 30 mm, 10 mm и 25 mm . Можности? Задачата да се реши во монжови проекции.

Нормална симетрична слика на даден елемент во однос на рамнина,односно права

412. Одредете симетрична точка A_s на точката A во однос на рамнината P, имено:

а) A(0,20,20) и P[40,∞,50],

б) A(-10,40,60) и P[50,30,40],

в) A(30,50,-20) и P [40,40,-20]!

413. Да се најде симетрична точка O_s на координатниот почеток во однос на рамнината $T[80,40,60]$.

414. Одредете симетрична точка M_s на точката $M(110,10,10)$ во однос на рамнината дефинирана со двете пресечни прави: $a = AB[A(40,10,10), B(70,30,-10)]$ и $c = AC[A,C(90,0,60)]$! Задачата да се реши: а) со ползување на траги, б) без употреба на траги.

415. Претставете симетрична точка 0_s на координатниот почеток во однос на рамнината определена со парот паралелни прави $a = AB[A(90,40,0),B(50,10,30)]$ и $\underline{b}$ која проаѓа низ точката $C(90,60,20)$, без да се конструираат траги, во монжов пар.

416. Дадени се точката $M(60,50,25)$ и рамнината што е определена со двете паралелни прави $a = AB[A(80,-10,20),B(20,60,60)]$ и $\underline{b}$ минува низ точката $C(40,20,20)$. Конструирајте симетрична точка M_s на точката M во однос на рамнината $\underline{a}$, $\underline{b}$.

417. Најдете придружени проекции на точка M_s која е симетрична со точката $M(65,70,80)$ во однос на триаголникот $ABC[A(50,20,90), B(20,80,40), C(80,40,20)]$. Потоа пресметајте го растојанието на точката M до триаголникот ABC т.е. $\overline{MM_n}$, каде е M_n средишна точка на отсечката MM_s.

418. Одредете ортогонално симетрична права a_s на правата $a = AB[A(40,20,0), B(20,40,20)]$ во однос на рамнината $T[-20,20,40]$!

419. Да се конструира симетрична права x_s на оската x во однос на рамнината $T[100,30,70]$.

420. Нацртајте проекции на симетрична отсечка A_sB_s на отсечката AB во однос на дадената рамнина, ако се:

а) $AB[A(30,20,0),B(90,60,40)]$ и $P[-20,\infty,20]$,
б) $AB[A(-10,0,20),B(60,30,50)]$ и $P[90,80,60]$,
в) $AB[A(10,20,30),B(-60,-40,-20)]$ и $P[-50,60,-40]$,
г) $AB[A(20,40,50),B(40,60,40)]$ и рамнината на паралелограмот $CDEF$ $[C(20,20,30), D(40,10,10), E(80,40,50)F]$, без употреба на траги.

421. Да се претстават проекции на симетричен триаголник $A_sB_sC_s$ на триаголникот $ABC[A(35,40,85),B(45,10,50),C(70,25,70)]$ во однос на рамнината $P[130,80,95]$.

422. Нацртајте проекции на симетричен триаголник $A_sB_sC_s$ на триаголникот ABC $[A(0,20,0),B(50,30,10),C(30,50,30)]$ во однос на рамнината определена со парот паралелни прави $d = DF[F(0,50,20), F(70,40,60)]$ и $\underline{e}$ минува низ точката $E(40,60,60)$, без употреба на траги на рамнината $\underline{d}$, $\underline{e}$!

423. Одредете во придружени проекции ортогонално симетрична точка T_s на точката T(10,10,40) во однос на правата a=AB/A(-40,10,10),B(50,50,40)/!

Наоѓање централна, односно паралелна проекција на зададен елемент во монжови проекции

424. Земете центар за проектирање S и од него да се проектира отсечка AB врз рамнина T, ако се:

а) S(60,40,50), AB[A(20,30,40),B(40,20,20)] и T[50,∞,40],

б) S(60,40,60), AB[A(20,30,30),B(50,20,30)] и T[70,20,30],

в) S(80,70,50), AB[A(30,30,30),B(60,30,25)] и T[50,30,-50]!

задачата да се реши во придружени ортогонални проекции.

425.* Конструирајте централна проекција на триаголникот ABC[A(70,40,40), B(40,70,60),C(70,70,60)] врз рамнината P[80,40,60]. ако координатниот почеток е центар на проектирањето. Сето тоа да се претстави во придружени ортогонални проекции.

426. Определени се квадратот ABCD [A(105,0,60),B(135,0,45),C,D] , рамнината T[75,-45,75] и точката S(0,75,0) . Да се проектира квадратот ABCD од точката S на дадената рамнина T, во проекции.

427. Од центарот S(100,90,80) да се проектира отсечката AB[A(30,50,40), B(70,45,30)] врз рамнината на триаголникот CDE [C(-30,30,20), D(90,50,10), E(20,0,40)], во монжови проекции, но без да се користат траги на рамнината на дадениот триаголник.

428. Дадени се отсечката AB[A(40,70,30),B(60,30,40)] и рамнината T[70,60,40]. Најдете ги паралелните проекции на отсечката врз рамнината P земајќи за проектирачки правец:

а) x-оската, б) хоризонталнопроектирачкиот (паралелен со z - оската),

в) фронталнопроектирачкиот (паралелен со y-оската).

Решението да се претстави во монжови проекции.

429. Конструирајте на отсечката AB(A(10,50,40),B(50,20,10)] паралелна проекција, чиј проектирачки правец е паралелен со правата b = CD[C(50,0,0), D(70,30,20)] во Π_1 и во Π_2 . Да се реши во монжов пар.

430.* Фиксирани се правата $m = MN[M(20,50,70), N(70,20,15)]$ и точката $A(40,10,10)$. Да се нацртаат проекции на еднаквостран триаголник ABC, ако точката A е едно негово теме, а другите две темиња B и C лежат на правата $\underline{m}$.

431. Дадени се паралелните прави $a = AD[A(5,50,20), D(50,20,0)]$ и $\underline{b}$ минува низ точката $E(10,0,60)$. Одредете проекции на еднаквокрак триаголник ABC, чие едно теме е A а спротивната страна лежи на правата $\underline{b}$, која е негова основа со должина $\overline{BC} = \frac{4}{3} h_A$.

432. Во рамнината $T[90,130,80]$ лежи еднаквокрак триаголник ABC, чија основа е отсечката $AB[A(65,y,15), B(10,50,z)]$, додека третото теме C лежи на хоризонталната трага t_1. Да се нацртаат придружени ортогонални проекции на бараниот триаголник.

433. Конструирајте монжови проекции на правоаголен триаголник ABC, чија катета е отсечката $AB[A(50,60,55), B(15,50,30)]$ и насока на неговата хипотенуза е BM $[B, M(100,10,30)]$!

434. Да се нацртаат проекции на квадрат ABCD, ако едното негово теме е во A и едната негова дијагонала лежи на правата $\underline{m}$ имено:

а) $A(30,20,0)$ и $m = MN[M(65,10,20), N(0,50,50)]$,

б) $A(60,60,60)$ и $m = MN[M(20,60,40), N(80,20,20)]$.

✳435. Дефинирани се точката $A(40,20,0)$ и правата $m = MN[M(10,20,60), N(80,45,0)]$. Конструирајте проекции на квадрат ABCD со теме A и едната негова страна лежи на дадената права.

436. Определени се точката $S(60,60,60)$ и правата $m = MN[M(20,40,60), N(80,20,20)]$. Нацртајте квадрат чии дијагонали се сечат во точката S и една негова страна лежи на правата $\underline{m}$.

437. Дадени се паралелните прави $a = AB[A(0,30,15), B(30,10,50)]$ и $\underline{b}$ минува низ точката $C(30,70,0)$. Нацртајте монжов пар на квадрат чии две страни лежат на тие прави, ако едно нејзино теме се наоѓа и на Π_1.

438. Да се конструираат придружени проекции на квадрат ABCD што е определен со страната $AB[A(40,60,0), B(80,20,0)]$ и темето C кое лежи во Π_2.

439. Дадени се двете паралелни прави $a = LK[L(0,60,110), K(80,15,50)]$ и $\underline{b}$ минува низ точката $B(40,90,40)$, на кои лежат две спротивни темиња на квадрат ABCD. Нацртајте придружени проекции на бараниот квадрат, каде B е негово теме.

440.* Нацртајте проекции на правоаголник ABCD, ако се дадени: AB[A(15,75,50) B(50,55,30)] и BC [B,C(10,y,10)]!

441. Да се претстават придружени проекции на правоаголник ABCD, чија пресечна точка на дијагоналите е E(50,40,30), а нејзината страна со должина $\overline{AB}$ = 50 mm лежи на правата p = MN [M(20,30,30), N(60,20,10)].

442. Дадени се правите a = AB[A(-10,10,10), B(-40,45,40)], b = CD [C(10,5,30), (60,25,30)], c = EF [E(15,40,0), F(45,40,50)] и d = GH[G(10,55,70), H(60,0,0)]. Да се конструира правоаголник MNPQ, чија страна MN лежи во рамнина што минува низ правата b и е паралелна со правата a, темето M(65,y,z) припаѓа на правата a темето N е на правата c, додека темето P се наоѓа на правата d. Задачата да се реши во монжов пар.

443. Определени се точките A(10,20,30) и C(50,50,60), како и правата p = EF [E(0,40,80), F(40,20,0)]. Конструирајте проекции на делтоид ABCD, чии две спротивни темиња се A и C, додека темето B лежи на правата p и страните се $\overline{AD}=\overline{CD}$ = 40 mm.

444. Нека се дадени: точките A(10,40,30), C(50,70,40) и правата p = EF [E(35,5,50), F(0,-10,0)]. Нацртајте проекции на ромб ABCD, ако две спротивни темиња се A и C, додека темето B припаѓа на правата p.

445. Определени се двете паралелни прави a = AK[A(0,50,100), K(80,5,40)] и b минува низ точката B(40,80,30), кои се две дијаметрално спротивни тангенти на круг. Да се прикажат проекции на така дефинираниот круг.

446. Земете ги двете паралелни прави a = AB [A(5,20,50), B(50,0,20)] и b минува низ точката C(30,40,0). Нацртајте проекции на круг кој ја допира правата a во точката A и центарот му е на правата b!

447. Конструирајте монжови проекции на круг, кој ја допира правата a = AB [A(60,40,30), B(30,50,70)] во дадената точка A и минува низ точката C(20,10,40)!

III 7. ПРИДРУЖЕНИ ПРОЕКЦИИ НА ГЕОМЕТРИСКИ ТЕЛА ЧИИ ОСНОВИ СЕ ХОРИЗОНТАЛНИ, ОДНОСНО ФРОНТАЛНИ. ВИСТИНСКА И ПРИВИДНА КОНТУРА НА ТЕЛАТА, КОНТУРНИ ИЗВОДНИЦИ. ОДРЕДУВАЊЕ ТОЧКА НА ПОВРШИНАТА НА ТЕЛАТА

Проекции на рабести тела

448. Нацртајте исправена тристрана призма ABCDEF., чија долна основа е следниов триаголник ABC:

а) ABC[A(30,20,0), B(60,40,0), C(40,50,0)] и бочниот раб $\overline{AD} = 50$ mm,

б) ABC[A(20,20,40) , B(50,20,50) , C(30,20,20)]и бочниот раб $\overline{AD} = 40$ mm.

1° Просторна скица, 2° во монжови проекции.

449. Конструирајте проекции на коса четиристрана призма ABCDEFGH со долна основа е четириаголникот ABCD [A(10,10,10),B(50,20,10),C(30,50,10), D(0,40,10)] и бочниот раб AE[A,E(80,10,60)]. Потоа одредете проекции на точки што припаѓаат на обвивката на призмата, имено I(60,30, z), која е на невидлив дел од хоризонталната привидна контура и J(40,y,25) што лежи на видливиот дел од фронталната привидна контура.

450. Три концентрични кружници лежат во Π_1, чиј центар е S(40,40,0) и соодветните радиуси 30 mm , 20 mm и 15 mm . Нацртајте придужени проекции на правилна тристрана призма ABCDEF чија долна основа ABC лежи во Π_1 и по едно теме и припаѓа на секој од трите концентрични кружници, ако должината на бочниот раб е $\overline{AD} = 70$ mm.

Можни решенија на задачата?

451. Претставете проекции на правилна петострана призма ABCDEFGHIJ, ако на задната основа ABCDE е дадено темето A(10,0,20) и центарот на таа основа S(30,0,40), како и бочниот раб $\overline{AF} = 60$ mm. Најдете проекции на точка M што лежи на страната ABFG и на точка N која лежи на страната DEIJ.

452. Дадена е коса шестострана призма ABCDEFGHIJKL , чија задна основа е ABCDEF [A(0,0,5), B(20,0,10), C(30,0,15), D(15,0,35), E(-5,0,30), F(-10,0,20)],

а бочните рабови со должина 100 mm се паралелни со Π_1 и зафаќаат со Π_2 агол $\alpha_2 = 60^\circ$ со позитивна насока на x-оската. Нацртајте ги нејзините проекции. На обвивката на призмата припаѓаат точките: M,N(40,50, z) и P,Q(50,y,25) одредете ги нивните проекции.

453. Конструирајте ги проекциите на правилна шестострана пирамида ABCDEFV со основа ABCDEF која е поставена во Π_1, од неа е дадено темето A(50,45,0) и центарот на опишаната кружница околу основата S(30,30,0), додека висината на пирамидата е $\overline{SV} = 60$ mm. Потоа најдете проекции на точки G и H, кои лежат респективно на страните ABV и EFV.

454. Нацртајте проекции на четиристрана пирамида ABCDV со хоризонтална основа ABCD [A(10,10,15), B(40,20,15), C(20,50,15), D(-10,30,15)] и врв V(60,40,60). Потоа одредете проекции на точки E(5,30, z) и F,G(35,y,25), кои лежат на обвивката на пирамидата.

1° Нагледен цртеж. 2° Во придружени ортогонални проекции

455. Да се претстават проекции на правилна шестострана пирамида ABCDEFV, чија основа е ABCDEF, од која е дадено темето A(50,0,45) и центарот на опишаната кружница околу неа S(30,0,30), додека висината на пирамидата е $\overline{SV} = 70$ mm. Потоа отстранете го горниот дел на пирамидата а на растојание од нејзината основа за 40 mm. Врз така добиената пресечна правилна шестострана пирамида ABCDEFGHIJKL одредете проекции на точки M и N, кои лежат респективно на страните ABGM и DEJK. Дадените две тела нацртајте ги на два одделна цртежа.

456. Да се конструираат проекции на петострана пирамида со основа петаголникот ABCDE[A(-20,0,40), B(0,0,60), C(20,0,50), D(10,0,20), E(-10,0,10)] и врвот на пирамидата V(60,50,20). Потоа да се отстрани горниот дел на пирамидата, на оддалеченост од нејзината основа за 30 mm, ќе се добие пресечна петострана пирамида. На нејзината обвивка припаѓаат точките: N(10,10, z) и P(30,y,35), имено на невидливите делови од соодветните привидни контури најдете ги нивните проекции. Пирамидата и пресечната пирамида да се прикажат одделно.

457. Нацртајте проекции на коцка ABCDEFGH, ако страната ABCD е паралелна со Π_1 и е даден работ AB[A(40,20,15), B(25,40,15)]! Колку има можни решенија?

458. Одредете проекции на коцка ABCDEFGH, чија страна ABCD лежи во Π_2, од која е даден работ AB[A(30,0,10), B(60,0,30)]! Можни положби?

459. Прикажете проекции на еден правилен тетраедар ABCD, кој со страната ABC е паралелен со едната проекциона рамнина, ако работ на коцката во која е впишан тетраедарот е $a = 40$ mm, ако е: а) $ABC \| \Pi_1$, б) $ABC \| \Pi_2$!

460. Да се нацртаат проекции на правилен тетраедар ABCD, чија страна ABC лежи во Π_1, иако е даден работ AB[A(10,10,0), B(60,30,0)]. Потоа одредете проекции на следниве точки на неговата обвивка: E(20,20,z) и F, G (40,y,15).

461. Конструирајте монжов пар на правилен тетраедар ABCD со страна ABC паралелна со Π_2, од која е дефиниран работ AB[A(0,10,10), B(10,10,50)]! Можности?

462. Да се конструираат проекции на правилен тетраедар ABCD при што е фиксирано горното теме D(60,40,50), другите три темиња A,B,C се наоѓаат во Π_1, иако работ AB зафаќа со фронталницата агол $\alpha_2 = 30^\circ$. На површината на тетраедарот лежат точки: E(40,35,z) и F, G (50,y,20), чии соодветни проекции треба да се одредат.

463. Дадена е висината h= SD [S(10,40,5), D(10,40,40)] на правилен тетраедар ABCD, додека основниот раб AB со позитивна насока на x-оската зафаќа агол $\alpha_2 = 45^\circ$, нацртајте ги неговите проекции. Потоа на обвивката од телото лежат точките: E(0,40,z) и F,G (20,y,10), одредете ги нивните соодветни проекции.

464. Да се конструираат проекции на правилен тетраедар ABCD, ако работ е AB[A(20,50,30), B(50,10,30)], а работ CD е нормален на Π_1.

465. Нацртајте проекции на правилен октаедар, ако една негова дијагонала е EF [E(30,40,20), F(30,40,70)] а дијагоналата AC со Π_2 зафаќа агол $\alpha_2 = 60^\circ$. Потоа најдете ги проекциите на следниве точки што се наоѓаат на обвивката од октаедарот: G(25,45,z) и H(35,y,30), кои припаѓаат на видливите делови од соодветните привидни контури.

466. Претставете монжови проекции на правилен октаедар ABCDEF, кој е даден со едната дијагонала EF[E(50,60,0), F(50,60,80)] а работ AB со фронталницата заклопува агол $\alpha_2 = 30^\circ$! На обвивката на телото лежат точки : G,H(40,50, z) и I,J(80,y,40). Одредете ги нивните проекции.

467* Да се одредат проекции на правилен октаедар ABCDEF, чиј дијагонален пресек ABCD е во фронталнопроектирачка положба, ако е работ AB[A(25,10,10), B(25,55,10)] и првиот наклонет агол $\omega_1 = 60^\circ$.

468. Конструирајте проекции на правилен октаедар ABCDEF, ако неговиот дијагонален пресек ABCD е во хоризонталнопроектирачка положба, ако е даден работ со

темињата A(25,10,10) и B(25,55,10), како и вториот наклонет агол $\omega_2 = 60^\circ$.

469. Да се претстави во монжови проекции правилен икосаедар, омеѓен со 20 складни еднаквостранн триаголници, чија една оска е:

а) AB[(A(40,60,10), B(40,60,70)],

б) AB[A(50,0,50), B(50,80,50)].

470. Одредете придружени ортогонални проекции на правилен додекаедар, омеѓен од 12 складни правилни петаголници, со раб a = 20 mm, чија една страна лежи во: а) Π_1, б) Π_2!

Проекции на валчести и ротациони тела

471. Нацртајте ротационен (исправен кружен) цилиндар, чии центри на основите се M(30,30,0) и N(30,30,50) а радиусот е r=30 mm, во монжови проекции.

1° Нагледен цртеж. 2° Во монжови проекции.

472. Да се одредат проекции на ротационен цилиндар со центар на долната хоризонтална основа M(30,30,10), радиус r = 25 mm и висина на цилиндарот $\overline{MN}$ = 60 mm.

473. Претставете проекции на ротационен цилиндар со центри M(40,0,30) и N(40,60,30), радиус r = 25 mm.

474. Даден е кос кружен цилиндар, чии основи се хоризонтални со оска $\overline{MN}$=90 mm, ако е MN [M(40,30,0), N(x,y,z)], која е паралелна со Π_2, а со Π_1 зафаќа агол $\alpha_1 = 45^\circ$, додека радиусот е 20 mm. Нацртајте ги придружените проекции. На обвивката на цилиндарот лежат точки : A,B(80,15,z) и C(65,y,40), која припаѓа на видливата хоризонтална привидна контура.

475. Конструирајте проекции на кос кружен цилиндар со фронтални основи, ако нивните центри се M(30,10,30) и N(100,70,30), а радиусот r = 25 mm. Потоа одредете проекции на точки што лежат на неговата обвивка, имено: A,B(70,30,z) и C,D(40,y,45).

476. Да се прикаже ротационен (исправен кружен) конус чија основа е хоризонтална со S(30, 30,10) и радиусот r = 25 mm, а висината на конусот SV = 60 mm. Најдете проекции на следниве точки: A,B(20,y,20) и C,D(40,40,z), што лежат на обвивката на телото.

1° Просторна слика. 2° Во придружени проекции.

477. Да се нацртаат проекции на ротационен конус со центар S(30,0,40), радиус r = 30 mm и врв V(30,60,40). Потоа најдете проекции на следниве точки што припаѓаат на неговата обвивка A,B(40,20,z) и C(20,y,50).

478. Претставете проекции на кос кружен конус чија хоризонтална основа е со центар S(70,40,10) и радиус r = 25 mm , а врвот на конусот е V(10,20,60). На обвивката на конусот одредете придружени проекции на точки A(50, 50, z) и B,C(75,y,20).

479. Определен е кос кружен конус со фронтална основа, чиј центар е S(70,0,40), радиус r = 30 mm и врв V(10,50,40), прикажете ги неговите проекции. Одредете проекции на точки што припаѓаат на неговата обвивка, имено: A,B(70,10,z) и C,D (30,y,40).

480. Дадени се правите a = AC[A(10,10,0), C(60,30,0)] и b = BC[B(40,60,0),C]. Да се конструираат проекции на ротационен конус чија основа минува низ точката A и ги допира правите a,b , додека врвот на конусот лежи во симетричната рамнина.

481. Нацртајте проекции на пресечен ротационен конус ,кој со големата основа потпрен врз Π_1 ако е центарот S(10,40,0) и радиусот R = 30 mm , додека помалата основа има центар T(10,40,30) и радиус r = 20 mm. На неговата обвивка лежат точки A(-10,55, z) и B,C(20,y,20). Одредете ги нивните проекции.

482. Да се конструираат проекции на кос кружен конус чија основа е со центар S(40,30,0) и радиус r = 25 mm лежи во Π_1, врвот на конусот е V(100,30,55). Потоа отстранете го горниот дел на конусот на растојание од неговата основа за 30 mm . На вака добиениот пресечен кос кружен конус одредете придружени проекции на точки A,B(40,y,10) и C(55,40, z).

483. Најдете проекции на пресечен кос кружен конус со фронтални основи,чии центри и радиуси се S(50,10,30),R=30мм и T(-23,40,30) r = 15 mm. Потоа одредете ги соодветните проекции на следниве точки: AB(60,20, z) и C(50,y,40).

484. Нацртајте монжов пар на топка со центар C(35,30,35) и радиус r=30 mm. Потоа одредете проекции на следниве точки што лежат на топката: A(25,50, z), која припаѓа на видливиот дел од хоризонталната привидна контура на топката и B,C(50, y,20)!

485. Претставете проекции на топка со радиус r = 40 mm која ги тангира проекционите рамнини. Најдете придружени проекции на точка M,која е зад главниот меридијан, на точка N пред главниот меридијан, на точка P над екваторот и на точка Q под екваторот.

486*. Одредете проекции на топка со центар C(0,50,50) и радиус r = 35 mm. Потоа нацртајте го меридијанот чија рамнина има хоризонталнопроектирачка положба а образува со Π_2 агол $\omega_2 = 60^\circ$. Најдете фронтални проекции на точки A,B(20,70, z) што лежат на топката.

487. Конструирајте проекции на топка со центар C(10,50,50) и радиус r= 35 mm. Потоа нацртајте меридијан чија рамнина е нормална на Π_2 а со Π_1 зафаќа агол $\omega_1 = 60^\circ$.

488. Определена е топка со центар C(30,30,35) и радиус r = 30 mm. Нацртајте проекции на:

а) горната половина од топката, потоа на неа одредете проекции на следниве точки A(10,20, z) и B(C(40,y,50),

б) предната половина од топката, потоа најдете проекции на точки што лежат на нејзината површина A,B(10,45, z) и C(40,y,20).

489. Определена е горната половина од топка со центар S(50,50,10) и радиус R = 40 mm. Во неа впишете пресечен ротационен конус со радиуси на основите R = 40 mm и r = 20 mm. Потоа претставете ги телата во проекции, но со разни бои.

490. Ротирајте хоризонтален круг со центар C(30,35,40) и радиус r= 30 mm околу неговиот дијаметар што е паралелен со x-оската. Конструирајте ги придружените проекции на така добиеното ротационо тело.

491. Нека е определен фронтален круг со центар C(40,40,40) и радиус r = 30 mm. Да се ротира така дефинираниот круг околу дијаметар, кој е паралелен со x - оската, при што ќе се добие топка. Претставете ги нејзините проекции.

492. Определена е елипса со нејзините оски AB[A(40,40,10), B(40,40,70)] и CD [C(15,40,40), D(65,40,40)]. Нацртајте проекции на ротационо тело што се формира со ротација на елипсата околу оската AB. Потоа на површината на долгнавестиот ротационен елипсоид одредете проекции на точки E,F (30,50, z) и G,H (50,y,25).

493. Дадена е елипса со нејзините оски AB[A(10,40,40), B(80,40,40)] и CD [C(45,40,15), D(45,40,65)]. Конструирајте мнжов пар на ротационо тело што се добива кога елипсата ротира околу оската CD. Потоа на површината на сплеснатиот ротационен елипсоид најдете проекции на точки E,F(30,y,30) и G,H(60,50, z), која припаѓа на невидливата хоризонтална привидна контура на елипсоидот. Одредете

проекции на меридијан чија рамнина со Π_1 образува агол, $\omega_1 = 30^\circ$.

494. Дадена е елипса со нејзините оски AB [A(40,40,10), B(40,40,70)]и CD[C(15,40,40), D(65,40,40)]. Нацртајте проекции на ротационо тело што се образува со ротација на елипсата околу o=CD. Претставете го оној меридијан од сплеснатиот ротационен елипсоид чија рамнина со Π_2 зафаќа агол $\omega_2 = 60^\circ$.

495. Дефинирана е хипербола со нејзините оски AB[A(40,70,20),B(40,70,60)] и CD[C(30,70,40), D(50,70,40)]. Да се нацртаат проекции на ротационо тело што настанува при ротација на хиперболата околу реалната оска AB, кое е омеѓено со Π_1 и нејзе симетрична рамнина во однос на центарот на телото . Потоа на површината на двогранкиот ротационен хиперболоид одредете проекции на точки E,F (30,80, z) и G,H(50,y,70).

496. Дадена е хипербола со оските AB[A(30,40,20), B(50,40,20)]и CD [C(40,40,15), D(40,40,25)]. Да се конструираат проекции на ротационо тело што настанува при ротација на хиперболата околу имагинарната оска CD, ограничувајќи го со Π_1 и нејзе симетрична рамнина во однос на центарот на телото . На површината на едногранкиот ротационен хиперболоид најдете проекции на точки E,F(60,y,10) и G,H (40,30,z). Нацртајте проекции на меридијан чија рамнина со Π_2 зафаќа агол $\omega_2 = 45^\circ$.

497. Нацртајте проекции на ротационо тело што се добива при ротација на хипербола, која е дадена со нејзините оски: AB[A(20,40,40), B(40,40,40)] и CD[C(30,40,20), D (30,40,60)], околу нејзината имагинарна оска, ако е омеѓена од два круга со радиуси r = 25 mm. Конструирајте го оној меридијан од едногранкиот ротационен хиперболоид чија рамнина со Π_1 образува агол $\omega_1 = 75^\circ$.

498. Нека е дадена еднаквострана хипербола со оските 2a = 2b = 40 mm, чија реална оска е нормална на Π_1, а центарот на хиперболата е S(50,40,50) . При ротација на хиперболата околу реалната оска формира ротациона површина. Да се нацртаат проекции на двогранков ротационен хиперболоид, кој е омеѓен со два круга, чии радиуси се r = 30 mm . Да се претстави меридијан од тоа ротационо тело чија неговата рамнина зафаќа со Π_2 агол $\omega_2 = 60^\circ$.

499. Определена е парабола со теме A(40,40,0) и фокус F (40,40,10). Нацртајте проекции на ротационен параболоид што се добива кога параболата ротира околу својата оска, кој е омеѓен со хоризонталната рамнина над Π_1 за 40 mm ! Потоа на неговата површина одредете проекции на точки:B,C(50,y,10) и D(30,30, z) .

500. Конструирајте придружени проекции на торус чија оска е o= AB [A(50,50,0), B(50,50,20)]и радиус на оскината кружница R = 35 mm. Потоа најдете проекции на точка M која лежи на задниот дел од горната (или предната) половина на торусот и на точка N која лежи на предниот дел од долната (или задната) половина на торусот.

501. Даден е торус (прстенеста површина ,анулоид)со оска o=AB/A(0,5,60),B(0,45,60)/ и радиус на оскината кружница R=30 mm, која е множество на центрите од впишаните топки во оваа површина. Нацртајте ги неговите монжови проекции. На таа површина лежат точките C,D,E,F(10,15,z) и G,H(-20,y,100), одредете ги нивните проекции.

502. Определена е прстенеста површина - торус со оска o = AB[A(60,60,10), B(60,60,40)]и радиус на оскината кружница R = 35 mm . Да се конструираат монжови проекции на:

а) горната половина од торусот, потоа одредете проекции на следниве точки врз полуторусот C(50,20, z) и D,E,F,G(70,y,30),

б) задната половина на торусот, врз него најдете соодветни проекции на точки C,D(50,20,z), E,F(60,y,25),

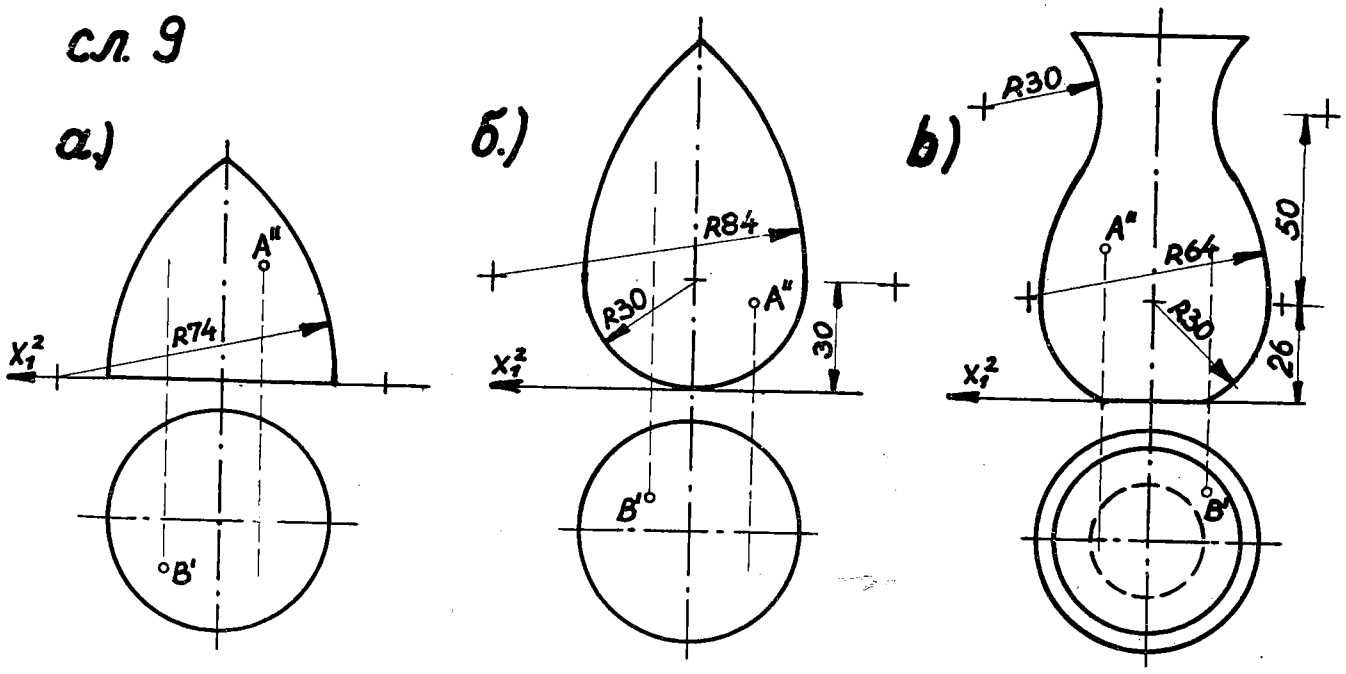
в) десната предна четвртина од торусот, на неговата површина припаѓаат следниве точки C,D(30,80,z) и E(40,y,40), чии проекции треба да се одредат.

503. Ротирајте фронтален круг со центар C(100,60,30), радиус r = 20 mm околу правата o = MN [M(60,60,5), N(60,60,60)]. При тоа ќе се добие отворен торус. Нацртајте ги неговите придружени ортогонални проекции.

504. Определени се круг со центар C(80,60,30), радиус r = 20 mm кој има фронтална положба и правата o= MN [M(60,60,20), N(60,60,55)] .При вртењето на даденият круг околу правата o, ќе се добие затворен торус .Конструирајте ги неговите проекции.

505. Нека се дадени круг, чиј центар е C(55,40,30), радиус r = 20 mm , што е паралелен со Π_2 и правата o = MN [M(40,40,5), N (40,40,60)] .При ротирањето на кругот околу правата o се формира торус што се пресекува . Се бара да се конструираат придружените проекции на така добиеното ротационо тело. Потоа одредете проекции на следниве точки што лежат на неговата површина C,D (30,20, z) и E,F(35,y,50) .

506. Нацртајте придружени проекции на ротациони тела што се претставени на сликата 9 ! Потоа одредете проекции на точки што лежат на телата, ако е дадена нивната хоризонтална, односно фронтална проекција, и обратно.



Поставување рамнина и права со помош на ротационен конус

507. Најдете хоризонтална трага s_1 на рамнина $\Sigma[-50,\eta,60]$, која со хоризонталницата зафаќа агол $\omega_1 = 60^\circ$. Колку има можности?

1° Просторна скица. 2° Во монжови проекции.

508*. Одредете фронтална трага r_2 на рамнина $P[-40,40,\xi]$, чиј втор наклонет агол е $\omega_2 = 75^\circ$. Потоа нацртајте проекции на следниве точки A(20,20, z) и B(-10,y,15), кои лежат во рамнината P (земете ја онаа што е определена со дивергентните траги).

1° Нагледна слика. 2° Во монжови проекции.

509. Низ правата a = AB[A(10,20,20), B(60,70,40)] поставете рамнина P, која со Π_1 зафаќа агол $\omega_1 = 45^\circ$. Нацртајте ги трагите на бараната рамнина. Колку има решенија? - претставете ги сите!

510. Одредете рамнина P во која лежи отсечката AB[A(70,40,10), B(20,50,45)] така што рамнината заклопува со Π_1 агол од 60°. Можни решенија?

511.* Низ правата a = AB[A(10,20,10), B(60,70,40)] поставете рамнина P, која со Π_1 зафаќа агол $\omega_1 = 45^\circ$. Можности? Потоа нацртајте проекции на триаголник ABC

што лежи во оваа рамнина P, која има конвергентни траги, при што бараниот триаголник со страната AC е паралелен со фронталницата и изнесува $\overline{AC} = 40$ mm.

512. Низ правата a = AB[A(20,40,30), B(-30,10,15)] поставете рамнина T под агол од 60° со Π_1 (да се земе решението со конвергентни траги). Одредете хоризонтална проекција на права b = CD[C(40,40,-10), D(0,y,40)], така што таа да биде паралелна со рамнината T.

513. Дадена е хоризонталната трага на рамнината T[100,60,ξ] и вториот наклонет агол $\omega_2 = 45^\circ$. Од една нејзина точка A(30,20,z) да се издигне нормална права со должина од 30 mm во проекции, ако се земе рамнината T со конвергентни траги.

514. Низ точката A(30,40,50) поставете рамнина T, чии наклонети агли се: $\omega_1 = \omega_2 = 60^\circ$. Можни решенија?

515*. Низ точката M(30,30,30) поставете рамнина T со наклонети агли спрема проекционите рамнини : $\omega_1 = 60^\circ$ и $\omega_2 = 45^\circ$. Колку има можности ?

516. Низ точката A(0,30,40) повлечете права a чии наклонети агли се: $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$. Колку решенија има задачата?

Задачата да се реши преку рамнина T која е нормална на правата, земајќи предвид дека е $\alpha_1 + \omega_1 = 90^\circ$, односно $\alpha_2 + \omega_2 = 90^\circ$.

517. Низ точката A(40,30,50) повлечете права a која ја сече x-оската, иако нејзиниот наклонет агол е: а) $\alpha_1 = 30^\circ$, б) $\alpha_2 = 45^\circ$.

Можни решенија на задачата?

518*. Определена е рамнината T [80,50,40]. Низ точка A(40,10,z) која лежи во рамнината T повлечете права a што припаѓа на дадената рамнина и со Π_1 зафаќа агол $\alpha_1 = 30^\circ$. Можни решенија? Потоа на таа права најдете точка S која е за 5 mm над Π_1.

519. Во дадената рамнина P[70,50,60] повлечете права a што минува низ точка A(20,20,z) и со фронталницата зафаќа агол $\alpha_2 = 30^\circ$. Можни решенија? Потоа најдете ја вистинската должина на дел од правата a кој е во првиот квадрант.

520. Земете ја рамнината [-70,30,40] и во неа поставете прави a,b кои минуваат низ точка A(0,y,20), ако нивниот втор наклонет агол е $\alpha_2 = 30^\circ$.

521. Во рамнината P[-100,60,80] повлечете прави a, b што минуваат низ точка A(-30,y,30), ако првиот наклонет агол на правите е $\alpha_1 = 45^\circ$.

522. Определена е рамнината P[60,50,60] и во неа точка A(20,10,z). Низ точката A повлечете прави $\underline{a}$ и $\underline{b}$ што лежат во рамнината P, а кои со хоризонталницата зафаќаат агол $\alpha_1 = 30^\circ$. Потоа низ правите $\underline{a}$ и $\underline{b}$ поставете респективно рамнини Σ и T нормални на рамнината P, одредувајќи траги на бараните рамнини.

523. Дадена е рамнината P/- 80,50,50/ и точка A(-30,y,20), која е во неа. Низ точката A повлечете прави $\underline{a}$ и $\underline{b}$, што лежат во рамнината P, чиј втор наклонет агол $\alpha_2=30^\circ$. Да се претстават рамнини Σ и T нормални на рамнината P, ако Σ минува низ правата $\underline{a}$, додека рамнината T низ правата $\underline{b}$, конструирајте ги трагите на бараните рамнини.

524. Дадени се правата $b = BC[B(30,40,20), C(30,-10,50)]$ и вертикална права $\underline{c}$ која минува низ точката D(20,20,0).

а) низ правата $\underline{b}$ поставуваме рамнина T која со Π_1 зафаќа агол $\omega_1=45^\circ$, уочувајќи ја онаа што има конвергентни траги,

б) одредете ортогонална проекција на правата $\underline{c}$ врз рамнината T, потоа најдете симетрична права c_s на правата $\underline{c}$ во однос на рамнината T.

525. Дадена е правата $a = AB[A(10,40,30), B(50,10,-20)]$. Низ правата $\underline{a}$ поставете рамнина T која со хоризонталницата образува агол $\omega_1 = 60^\circ$ (земете ја рамнината со конвергентни траги). Најдете ја ортогоналната проекција на y-оската врз рамнината T и симетрична права y_s на y-оската во однос на рамнината T.

526. Дадена е рамнина $T[60,40,\xi]$ и вториот наклонет агол $\omega_2= 45^\circ$. Во рамнината T одредете права $\underline{t}$ што ги сече правите: $a = AB[A(40,30,60), B(-30,0,10)]$ и $b = CD[C(10,35,50), D(-40,20,25)]$. Можни решенија?

527. Определена е рамнината T[80,50,60] и во неа точка A(20,y,30). Низ точката A во рамнината T повлечете права $\underline{a}$ која со Π_1 зафаќа агол $\alpha_1 = 45^\circ$ (земете го левото решение). Најдете трансверзала на правите $p = MN[M(-50,60,0), N(10,30,40)]$ и $q = QR[Q(-30,0,40), R(30,70,10)]$ која е паралелна со правата $\underline{a}$.

Глава четврта

ПРОШИРУВАЊЕ НА ПОДРАЧЈЕТО НА ПРОЕКТИРАЊЕТО
- ПОМОШНИ ПРОЕКЦИОНИ МЕТОДИ -

IV 1. ВОВЕДУВАЊЕ ПРОФИЛНА ПРОЕКЦИОНА РАМНИНА. ПРИМЕНА НА ПРОФИЛНА ПРОЕКЦИЈА

528. Дадени се следните точки: A(20,30,40), B(30,20,-50), C(50,-30,50), D(-20, 10,30), E(-30,-20,50), F(-50,-10,-30). Одредете нагледен цртеж на секоја точка (без скратување на x,y и z- оската. Аголот што го зафаќаат x и y-оските е 135°). Потоа нацртајте ги хоризонталната, фронталната и профилната проекција на набљудуваната точка, и напишете во кој октант се наоѓа.

529. Конструирајте три проекции на точка A, која е еднакво оддалечена од проекционите рамнини Π_1, Π_2 и Π_3, но ако лежи во:
а) I-от октант, б) IV-от октант и в) VI-от октант.

530*. Претставете просторен изглед и три проекции на правата a=AB, потоа одредете ги нејзините три прободи A_1, A_2, A_3 со проекционите рамнини во расклопскица (без скратување на x,y,z -оските, а аголот меѓу x и y - оските е 150°) и во склоп, освен споменатите прободи, најдете ги трите наклонети агли $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ на правата a со проекционите рамнини (на два одделни цртежа), ако е:

1) A(40,10,50), B(80,50,10),
2) A(90,10,50), B(30,30,10),
3) A(0,20,50), B(60,60,10),
4) A(80,20,20), B(0,-20,40),
5) A(80,20,20), B(20,-20,40),
6) A(10,40,50), B(50,-10,10),
7) A(20,10,50), B(80,-60,-20),
8) A(0,-40,50), B(50,-10,20),
9) A(-30,-60,40), B(20,10,10),
10) A(-30,-60,40), B(60,10,10),
11*) A(20,10,50), B(80,-60,-20),
12) A(-30,50,60), B(40,10,-40),
13) A(-60,60,60), B(20,10,5),

14) A(10,40,45), B(60,35,-10),

15) A(-40,60,50), B(50,20,10),

16) A(-40,60,50), B(40,-20,10),

17) A(-40,-60,50) B(40,-20,25),

18) A(-60,50,60), B(-10,-10,20),

19) A(30,-20,60), B(90,60,10),

20) A(60,20,40), B(10,-40,20),

21) A(30,-30,10) B(60,20,50),

22) A(0,10,70), B(70,30,10),

23) A(0,10,70), B(70,-10,10),

24) A(20,0,35), B(70,20,-20)

25) A(10,30,-50), B(50,-30,-10)

26) A(10,-30,30), B(50,30,10),

27) A(10,20,30), B(50,50,10),

28) A(50,10,-30), B(50,30,10)

29) A(-30,60,10), B(20,10,50)

30) A(20,40,25), B(60,20,5)

31) A(-10,10,70), B(70,-10,10)!

531. Нацртајте три проекции на правата p=AB, одредете ги прободите: P_1, P_2, P_3, со симетричната и со коинцидентната рамнина, како и трите наклонети агли на таа права: α_1 , α_2 , α_3. Напишете низ кои октанти минува следнава права:

а) A(-30,50,60) и B(40,10,-30),

б) A(20,20,30) и B(70,30,40)!

532. Определена е правата a=AB/A(10,25,35),B(- 20,- 5,15)/. Нацртајте три проекции на правата a, потоа одредете ги прободите со хоризонталницата, фронталницата, профилницата, коинцидентната и симетричната рамнина, трите наклонети агли и нанесете должина d=50 мм од фронталниот прободен A_2 во насока на точката A, како и да се установи низ кои октанти минува дадената права !

533. Дадена е хоризонталната проекција на правата a=AB/A(x,20,35),B(35,10,20)/ и третиот наклонет агол $\alpha_3=60^\circ$. Одредете апсциса на точка A ! Можни решенија на задачата ?

534. Дадена е фронталната проекција на правата a=AB/A(10,30,20),B(x,10,50)/ и третиот наклонет агол $\alpha_3=30^\circ$. Најдете апсциса на точка B ! Можности ?

535. Дадена е правата a = AB[A(40,-20,10), B(70,-50,40)] . Да се најдат прободите на правата a со Π_1, Π_2 и Π_3 и одредете ги наклонетите агли со трите проекциони рамнини. Потоа да се конструираат проекции на точка C, која делот AB од правата a го дели на два дела во однос 3 : 2 (внатрешна поделба).

536. Одредете вистинска должина на отсечката AB, ако е:
а) AB[A(30,40,10), B(30,20,60)],

б) AB [A(20,-30,40), B(20,10,-20)]!

537. Конструирајте три проекции на отсечка AB[A(10,30,40), B(x,5,20)], чиј трет наклонет агол е $\alpha_3 = 45^\circ$! Колку решенија има задачата?

538. Нацртајте три проекции на триаголникот ABC[A(40,20,60), B(40,40,10)], C(40,80,40)], како и неговата вистинска големина!

539. Најдете го пресекот на триаголникот ABC[A(-20,20,70),B(60,50,30),C(-10, -20,-40)] со трите проекциони рамнини!

540. Да се одреди пресекот на четириаголникот ABCD [A(80,20,30),B(20,-30, 70), C(-30,y,40), D(30,60,-20)] со Π_1,Π_2 и Π_3.

541. Одредете заемна положба на две прави a, b, за кои се:
а) a = AC [A(20,20,40), C(20,40,20)]и b=BD[B(20,10,40), D(20 40,10)]
б) a = AC [A(10,30,-40), C(10,40,70)] и b=BD[B(10,10,50), D (10,50,10)]!

542. Најдете го растојанието на точката M(50,40,10) до правата a = AB [A(50, 15,-40), B(50,40,70)] !

543. Нека е точката S(0,20,30) центар на правилниот шестоаголник ABCDEF. Конструирајте негови три проекции, ако една негова страна AB е во Π_3, а шестаголникот е паралелен со Π_2.

544. Дефиниран е триаголникот ABC [A(40,40,10), B(40,10,50),C(40,60,80)]. Нацртајте три проекции на круг што е:
а) опишан околу дадениот триаголник,
б) впишан во триаголникот ABC!

545. Да се претстават три проекции на хоризонтален круг со центарот C(30,30,40) кој ги допира Π_2 и Π_3.

546. Даден е квадрат ABCD со страчата AB[A(10,20,40), B(10,40,70)], кој е нормален на профилницата. Нацртајте три проекции на квадратот и на опишаната кружница околу него! Можни положбени решенија.

547. Конструирајте три проекции на круг што е нормален на профилницата, ако неговиот центар е во точката C(40,60,70), радиусот r = 30 mm, а неговата рамнина со хоризонталницата зафаќа агол, $\omega_1 = 30^\circ$! Можности? Исто така да се претстават три проекции на еден впишан квадрат во тој круг.

548. Нацртајте три проекции на круг, чијашто рамнина е нормална на профилницата, ако е $\omega_2 = 45^\circ$, неговиот центар е C(50,40,30) и радиусот $r = 20$ mm. Можни решенија? Потоа во тој круг впишете правилен шестаголник со две страни паралелни со профилницата, прикажете ги неговите три проекции.

549. Нека е даден дијаметарот на круг AB [A(30,10,10), B(30,30,50)] чија рамнина е нормална на профилницата. Да се нацртаат неговите три проекции.

550. Нацртајте три проекции на хоризонтална, фронтална и профилна права, како и прва, втора и трета падна линија на следнава рамнина T:

а) T[∞,30,40], б) T[ω,40,-20]

в) T[20,30,50], г) T[50,-30,70]!

551. Најдете трет наклонет агол ω_3 на рамнината T, ако е:

а) T[40,30,50], б) T[∞,30,50], в) -T[-30,-30,50]!

552. Дадена е правата a = AB[A(20,20,40), B(60,0,20)]. Нацртајте ги трагите на рамнината T ако правата a е нејзина трета падна линија!

553. Низ точката M(30,40,30) поставете профилна проектирачка рамнина која со фронталницата зафаќа агол $\omega_2 = 30^\circ$. Потоа во точката M подигнете нормала на таа рамнина и нанесете должина d = 50 mm. Претходно одредете колку има можности?

554. Да се конструираат траги на профилнопроектирачка рамнина A што минува низ точката A(30,10,20) и е нормална на:

а) симетричната рамнина, б) коинцидентната рамнина.

555. Низ точката A(40,20,30) поставете рамнина T паралелна со x-оската, но така што нејзините траги да се еднакво оддалечени од x-оската.

556. Низ точката A(10,20,30) повлечете права a која со Π_1 образува агол од 60° и ја сече z- оската. Колку има решенија?

557. Дали постои права s паралелна со x-оската, која ги сече трите прави: p = AB[A(50,10,10), B(50,10,40)] q = CD[C(15,20,20), D(40,5,20)] и r = EF [E(5,-5,20), F(5,30,20)]? Нацртајте три проекции на таква права, доколку егзистира.

558. Пресечете ги правите a = AB[A(10,20,5), B(50,50,30)], b=CD [C(50,30,5), D(90,30,30)] и c=EF [E(90,10,10), F(90,50,10)] со права $d \| \Pi_3$. Потоа во рамнината определена со правите a, d одредете точка T која е над хоризонталницата за 20 mm и зад фронталницата за 15 mm. Задачата да се реши во три проекции.

559. Нека се дадени правата a = AB [A(-10,-15,-20), B(25,10,-20)] и точката C(10,20,5). Низ C повлечете права c паралелна со коинцидентната рамнина, но да ја сече правата a.

560. Низ точката C(10,20,50) повлечете права c која ја сече даденава права a = AB [A(+35,30,-50), B(40,-10,40)] и е паралелна со симетричната рамнина.

561. Дадена е правата a = AB[A(10,40,20), B(50,10,-20)] . Повлечете права $h \parallel \Pi_1$, која е 10 mm под хоризонталницата, така што ја сече правата a и z-оската, потоа конструирајте траги на рамнината T дефинирана со правите a,h . Нацртајте го третиот ортогонален триедар во точката M(M=a∩h), кого го определуваат профилната права p, третата падна линија q и нормалната права n на рамнината T.

562. Земете ја правата a=AB A(30,40,10), B(30,10,50)] . Повлечете права $f \parallel \Pi_2$ и 20 mm пред фронталницата така што ја сече дадената права a и y-оската, потоа повлечете траги на рамнината T што е дефинирана со правите a, f. Конструирајте го третиот наклонет триедар во пресечната точка на правите a и f!

563. Да се нацртаат три проекции на оние прави што лежат во рамнината P [60,30, -70] и минуваат низ точка A(50,30,z), а со профилницата заклопува агол $\alpha_3=60^\circ$.

564. Определени се правата a=AB/A(40,- 30,10),B(- 10,30,50)/ и права p паралелна со профилницата, која ја сече правата a на растојание x = - 10 , а со хоризонталницата зафаќа агол $\alpha_1=60^\circ$. Можности ? Најдете ги трагите на рамнината a,p и издигнете ја нормалната права во пресечната точка S на правите a,p, пота да се одреди прободот на таа нормала низ фронталницата.

565. Низ точката A(30,20,30) поставете рамнина A паралелна со:
а) симетричната рамнина, б) коинцидентната рамнина.

566. Во рамнината P[30,50,60] конструирајте множество точки кои се:
а) еднакво оддалечени од хоризонталницата и фронталницата,
б) еднакво оддалечени од x-оската и фронталната трага r_2 на рамнината P.

567. Одредете вистинско растојание на точката M до рамнината T, ако се:
а) M(20,40,50) и T[∞,20,30] ,
б) M(40,60,30) и T[∞,-40,-20] , како и неговите три проекции!

568. Дадени се рамнината T и надвор од неа точката A. Се бара проекцијата на точката A врз рамнината T, ако правецот на проектирањето е паралелен со:
а) y-оската (фронталнопроектирачки правец), иако се A(20,25,30) и T [50,30,40] ,
б) z-оската (хоризонталнопроектирачки правец), при тоа A(20,10,30) и T [40,30,40] ,
в) x-оската (профилнопроектирачки правец), ако се A(20,20,10), и T [50,-20,40].

569. Да се најде ортогонална проекција на правата a=AB/A(10,20,10);B(40,50,20)/ врз: а) симетричната рамнина, б) коинцидентната рамнина.

570. За точката A(30,50,40) конструирајте симетрична точка A_s во однос на рамнината P[∞,80,50].

571. Најдете права x_s симетрична на x-оската во однос на рамнината T[∞,60,30]!

572. Нацртајте проекции на симетрична отсечка A_sB_s на отсечката AB[A(30,0,0), B(70,0,0)] во однос на рамнината P[∞,30,60].

573. Нацртајте проекции на пресечна права p на следниве две рамнини A,B:
а) A[∞,20,30] и B[∞,50,10],
б) A[∞,-50,40] и B[∞,20,-50] !
1° со користење профилна проекција, 2° без употреба на профилна проекција.

574. Конструирајте пресечна права s , односно q на рамнина P со симетричната, потоа со коинцидентната рамнина, имено за:
а) P[∞,40,50], б) P[∞,-30,50] , в) P[∞,-20,-50]!

575*. Одредете го пресекот на триаголниците ABC и DEF, ако се:
а)*ABC[A(30,10,20), B(30,50,30), C(30,20,70)]и DEF [D(10, 30,60), E(50,0,30), F(20, 40,20)],
б) ABC[A(30, 10,10), B(5,70,75), C(100,75,25)]и DEF [D(75,10,-15),E(90,55,55), F(0,55,10)], во три проекции!

576. Најдете пресечна отсечка на триаголникот ABC[A(5,25,30), B(30,0,0), C(60,30,20)]со четириаголникот DEFG [D(10,15,z), E(55,5,30), F(40,35,0), G(30,40,5)],во три проекции.

577. Најдете пресек меѓу четириаголникот ABCD [A(105,20,95), B(125,80,30), C(60,110,50), D(40,60,z)]и петаголникот EFGHI [E(80,10,155), F(105,70,z), G(60,90,z), H(0,50,15), I(10,10,85)],во три проекции!

578. Да се претстави множество точки кои се еднакво оддалечени од две дадени точки A(10,10,20) и B(60,50,60),во три проекции.

579. Да се одреди симетричен триаголник $A_s B_s C_s$ на триаголникот ABC [A(45, 50,70), B(55,30,50), C(80,40,50)]во однос на рамнината P[140,80,95]. Сето тоа да се прикаже во три проекции.

580. Зададен е паралелограмот ABCD [A(15,30,15), B(75,8,30), C(105,60,75) ,D] и правата p= EF[E(15,75,0), F(120,0,105)] . Нацртајте ги нивните три проекции, потоа означете го остриот агол помеѓу правата p и паралелограмот ABCD!

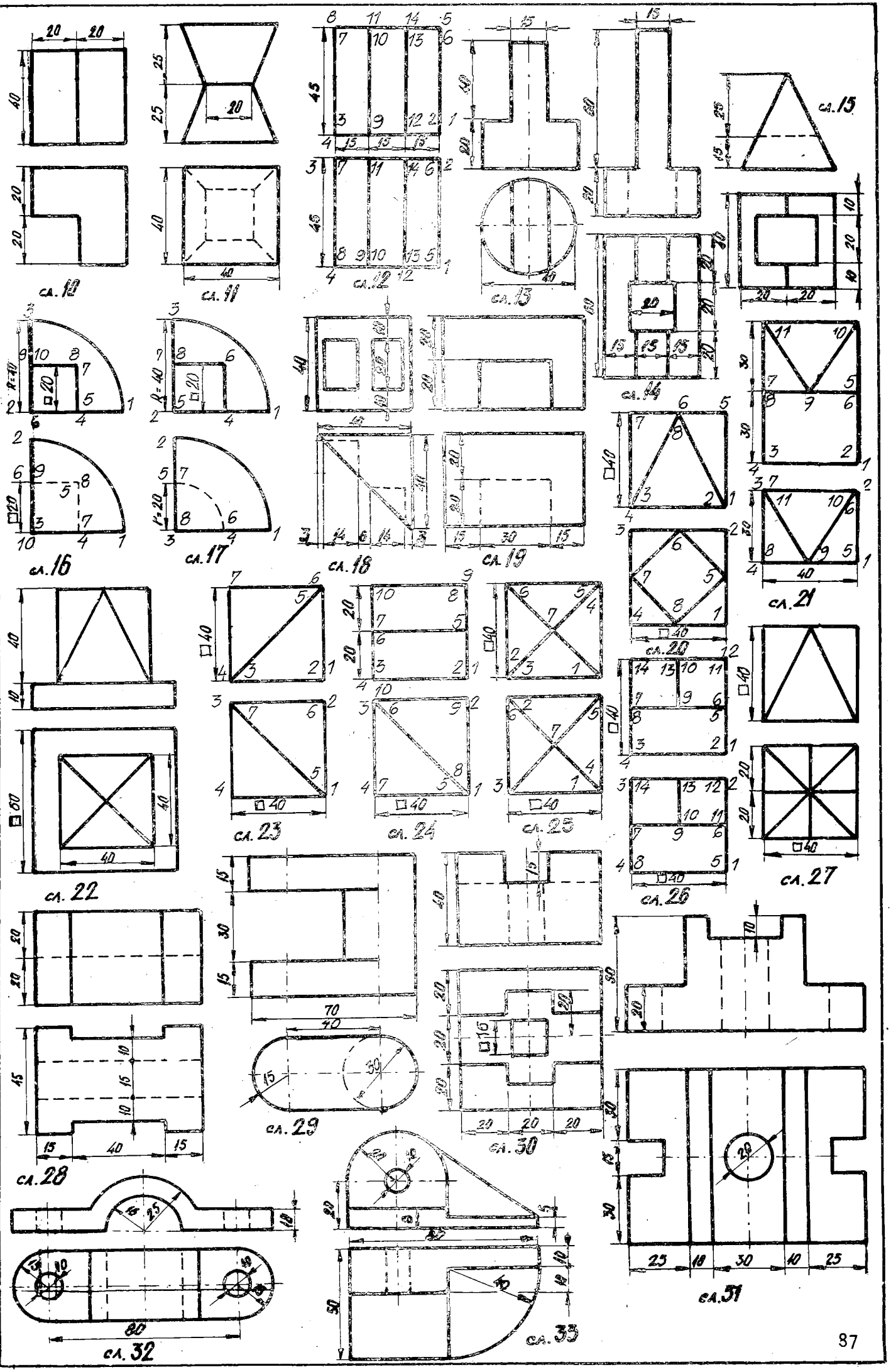
581. Најдете вистинска големина на еден агол на диедар дефиниран со рамнините A[∞,40,20] и B[∞,20,30]!

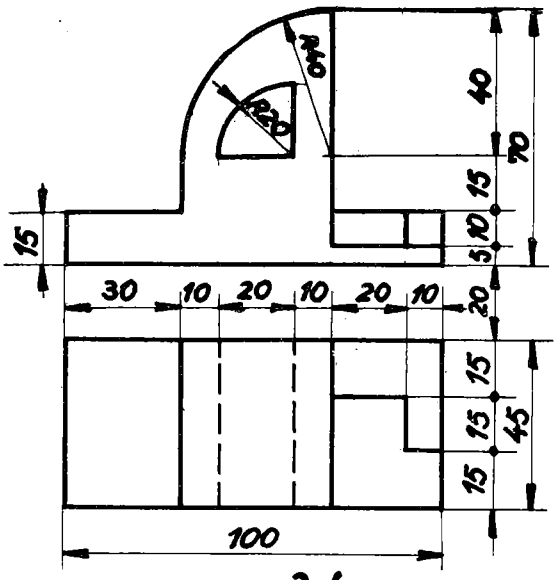
582. Определен е круг со својот центар C(50,40,30) и радиусот r= 20 mm, кој е во профилна положба, т.е. паралелен со Π_3. Најдете ги оние точки на кружницата што се оддалечени за 25 mm од рамнината T[80,40,65].

Профилна проекција на тела

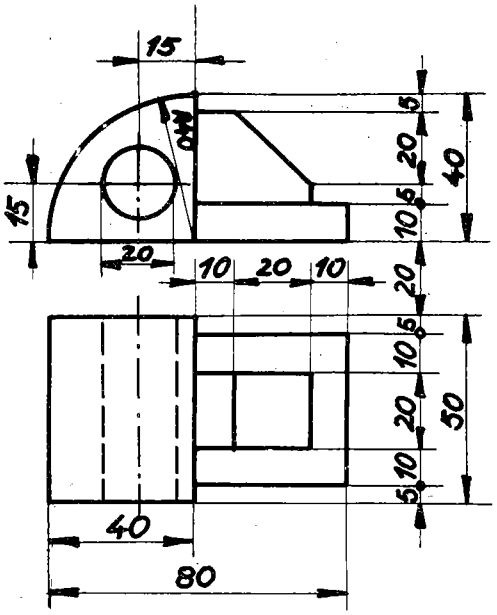
583. Дадени се пресечните прави a = AC [A(50,10,0), C(100,30,0)] , b= BC [B(80,60,0), C] и точката D (20,20,0). Да се конструираат три проекции на ротационен конус чија основа минува низ точката D и ги допира правите a, b, додека неговиот врв лежи во рамнината T [∞,110,100]

584* Конструирајте профилна проекција на следното тело кое е зададено со хоризонтална и фронтална проекција, според сликата (сл.10 - 39)! Покажано е за телото наведено на сл.27.

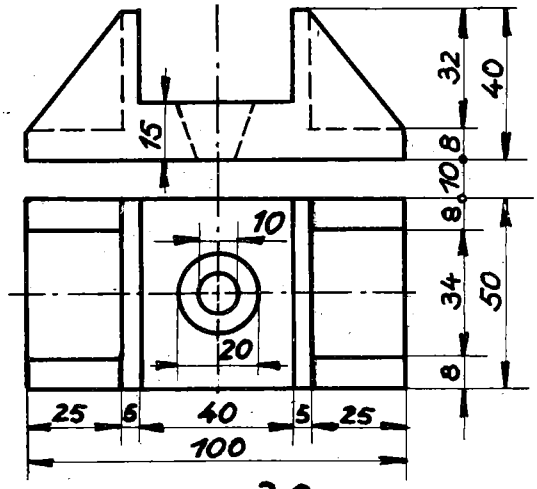

сл. 10
сл. 11
сл. 12
сл. 13
сл. 14
сл. 15
сл. 16
сл. 17
сл. 18
сл. 19
сл. 20
сл. 21
сл. 22
сл. 23
сл. 24
сл. 25
сл. 26
сл. 27
сл. 28
сл. 29
сл. 30
сл. 31
сл. 32
сл. 33



сл.34

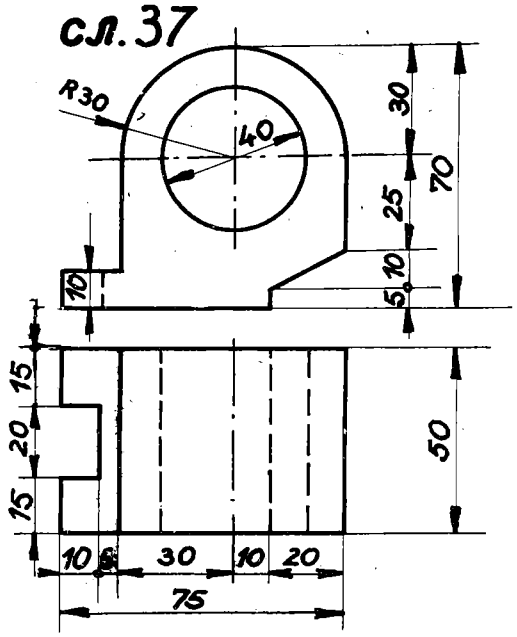


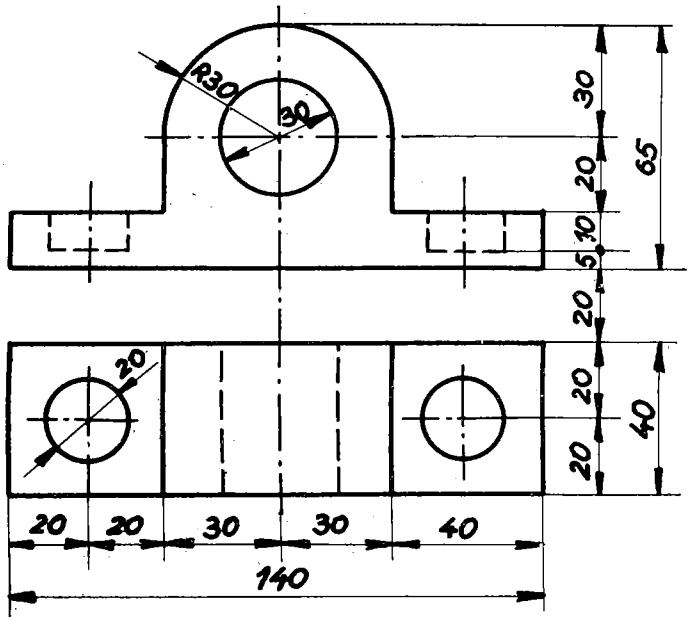
сл.35



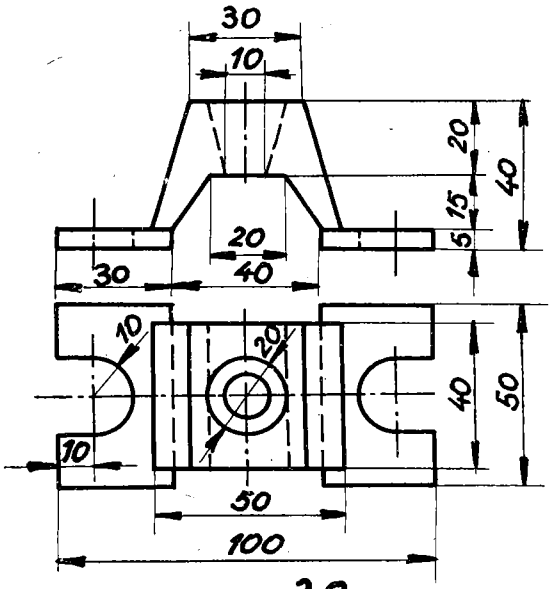
сл.36

сл.37





сл.38



сл.39

IV.2. ПОМОШНИ ПРОЕКЦИОНИ РАМНИНИ - ТРАНСФОРМАЦИЈА. ПРИМЕНА

585. Дадени се точките A(0,20,30), B(30,50,0), C(50,0,20), D(60,-20,30) и E(80,10,-40). Одредете трета (помошна) проекција на споменатите точки, ако новата оска $_1x_3$ односно $_2x_3$ со x_1^2-оската образува агол од 60°, иако помошната проекциона рамнина Π_3 е: а) $\Pi_3 \perp \Pi_1$ б) $\Pi_3 \perp \Pi_2$!

586. Нацртајте трета проекција на триаголникот ABC[A(20,30,20), B(40,50,50), C(30,60,30)], ако $\Pi_3 \perp \Pi_1$ а новата оска $_1x_3$ со x_1^2 – оската зафаќа агол од 30°!

Примена на една трансформација

587. Одредете вистинска должина на отсечката AB со методот за трансформација, ако е:

а) AB [A(10,30,10), B(70,10,40)],

б) AB [A(20,30,40), B(20,-10,50)],

в) AB [A(40,20,60), B(-10 -30,-40)] !

588. Најдете растојание на точката M до рамнината T со трансформација, иако се:

а) M(10,60,60) и T [30,60,40],

б) M(-40,40,30) и T[-40,-20,50] !

Нацртајте ги и проекциите на бараното растојание!

589. Се бара растојание меѓу двете паралелни рамнини:

а) A [50,60,40] и B[90, η, ξ] , б) A [50,-20,40] и B[90, η, ξ] , со помош на трансформација.

590. Да се најде прободот на правата a=AB со рамнината T, ако се:

а) a = AB[A(10,5 ,0), B(40,20,40)] и T[50,35 ,50] ,

б) a = AB[A(0,25,0), B(60,5,25)] и T[50,50,55] ,

в) a = AB[A(5,5,-5), B(50,35,40)] , и T[∞,15,30] ,

г) a = AB [A(0,10,60), B(50,45,45)] и T[50,20,-70],

со употреба на методот за трансформација (преобразување).

591. Одредете пресек на триаголникот ABC [A(10,10,10), B(30,40,50), C(40,20,10)] со рамнината P[60,60,40] ,со методот за трансформација!

592. Одредете пресечна отсечка на триаголникот ABC со триаголникот DEF , ако се:

а) A(0,60,50), B(120,40,60), C(70,0,0) и D(20,20,60), E(100,10,70), F(60,60,20),

б) A(30,80,0), B(60,10,70) , C(120,30,20) и D(100,10,30), E(20,70,60), F(10,0,0) ,

со помош на трансформација!

593. Определена е тристрана пирамида ABCV со основата ABC[A(10,10,0), B(80,20,0), C(40,60,0)]и врвот V(50,30,70). Се бара да се одреди пресекот на симетричните рамнини што ги дефинираат диедрите на бочните страни, имено ABV со BCV и BCV со CAV.

594. Се бара вистинска големина на растојанието на точката M до триаголникот ABC со трансформација, ако се:

а) M(20,40,40) до ABC[A(10,30,10) , B(50,0,50), C(70,50,30)],

б) M(40,90,40) до ABC[A(10,50,30), B(30,0,60), C(70,30,10)] .

595*. Одредете го растојанието на точката M(10,20,30) до паралелограмот ABCD [A(-60,20,30), B(0,10,60), C(30,40,50), D] , со трансформација!

596. Да се најде растојанието на точката M(10,80,70) до четириаголникот ABCD [A(0,60,0), B(-40,10,40), C(40,0,70), D(60,y,20)] , со помош на трансформација.

Со помош на две трансформации

597. Нацртајте трета и четврта (помошна) проекција на отсечката AB, ако $_1x_3$ ($_2x_3$)- оската со x^2_1 - оската зафаќа агол од 30°, потоа $_3x_4$-оската со $_1x_3$ ($_2x_3$) зафаќа агол од 60°, ако е дадено:

а) AB[A(20,15,20), B(50,30,35)] ,

б) AB[A(-10,0,30), B(30,-20,50)] !

598. Отсечката AB со помош на трансформација да се доведе во дегенерирана положба, т.е. во точка, ако е:

а) A(30,10,20), B(70,40,20) ,

б) A(20,30,40), B(50,60,70).

Примена на две трансформации

599. Одредете вистинско растојание на точката A до правата p со трансформација, ако се:

а) A(20,40,50) и p=MN[M(10,20,10) , N(50,20,40)],

б) A(40,-10,30) и p=MN[M(20,5,40), N(50,30,10)] ,

в) A(60,-10,20) и p= MN[M(0,-20,0), N(60,20,50)]!

600. Претставете растојание меѓу двете паралелни прави $\underline{a},\underline{b}$ со трансформација, иако се дадени:

а) $a = AC[A(-10,0,30),\ C(50,50,60)]$ и b минува низ точката $B(70,10,40)$;

б) $a = AC[A(-60,20,30),\ C(-30,50,20)$ и $\underline{b}$ минува низ точката $B(30,40,50)$!

601. Одредете најкусо растојание на правата $\underline{a}$ до x-оската, имено за:

а) $a = AB[A(20,10,30),\ B(50,30,30)]$,

б) $a = AB[A(20,-30,-20),\ B(50,10,30)]$!

Прво со помош на профилна проекција, потоа со трансформирање на дадената права $\underline{a}$ во точка.

602. Се бара најкусото растојание на правата $a = AB[A(20,-30,-35),\ B(50,10,30)]$ до y - оската, а да се контролира преку методот за трансформација.

603. Најдете го најкусото растојание на правата $a = AB[A(20,-30,-20),\ B(50,10,30)]$ до z- оската!

604. Одредете растојание меѓу разминувачките прави $\underline{a},\underline{b}$ со помош на трансформација, ако се дадени:

а) $a = AB[A(5,40,10),\ B(50,-10,45)$ и $b = CD[C(0,30,50),\ D(60,20,20)]$,

б) $a = AB[A(0,0,40),\ B(70,20,0)]$ и $b = CD[C(20,40,10),\ D(60,-10,45)]$,

в) $a = AB[A(10,30,10),\ B(50,-10,40)]$ и $b = CD[C(0,30,50),\ D(65,15,20)]$.

Потоа претставете ги проекциите на нивната заедничка нормала.

605. Најдете вистинска големина на триаголникот ABC и пресметајте ја неговата плоштина во квадратни единици со помош на методот за трансформација, ако е

а) $ABC[A(10,50,30),\ B(30,0,60),\ C(70,30,10)]$ ползувајќи ја $h \| \Pi_1$ или $f \| \pi_2$;

б) $ABC[A(10,10,30),\ B(70,30,50),\ C(50,55,0)]$ со употреба на $f \| \pi_2$ или $h \| \pi_1$.

606. Одредете вистинска големина на паралелограмот $ABCD[A(10,50,60),\ B(40,20,80),\ C(60,40,30),\ D]$ и пресметајте ја неговата плоштина во квадратни единици со помош на трансформација!

607. Најдете вистинска големина на четириаголникот $ABCD$ и да се пресмета неговата плоштина во квадратни единици со методот за трансформација:

а) $ABCD[A(10,0,20),\ B(40,10,10),\ C(70,70,60),\ D(40,60,z)]$ ползувајќи ја $h \| \pi_1$,

б) $ABCD[A(-10,60,0),\ B(-30,40,40),\ C(40,0,70),\ D(50,y,30)]$ со употреба на $f \| \pi_2$,

в) $ABCD[A(0,10,30),\ B(20,80,60),\ C(80,60,15),\ D(50,20,z)]$,

г) $ABCD[A(0,40,10),\ B(30,5,50),\ C(65,10,25),\ D(25,y,0)]$!

608. Да се најде вистинска големина на петаголникот ABCDE [A(-15,5 ,40), B(10,8,40), C(5,35,15) , D(-15,40,z), E(-30,20,z)], потоа да се пресмета неговата плоштина во квадратни единици со помош на методот за трансформација.

609. Дефиниран е петаголникот ABCDE[A(30,15,75), B(10,35,55), C(20,55,25), D(40,65, z), E(55,45, z)]. Најдете ја неговата плоштина во квадратни единици (mm^2 или cm^2), потоа во точката E издигнете нормална права на петаголникот и најдете го нејзиниот прод со Π_2.

610. Одредете вистинска големина на аголот што го определуваат двете пресечни прави a = AB[A(55,30,25), B(40,15,10)] и b = AC [A,C(80,15,20)] со трансформација!

611. Одредете проекции на симетрала с којашто го располовува аголот определен од дадените две пресечни прави: a = AB[A(55,30,25), B(40,15,10)]и b = AC[A,C(80, 15,20)] , со помош на трансформација!

612. Нацртајте множество точки еднакво оддалечени од двете пресечни прави a = AB[A(40,15,10), B(55,30,25)] и b = BC[B,C(80,15,20)], во проекции!

613. Да се најде големина на агол меѓу разминувачки прави a=AB/A(10,0,30), B(60,20,30)/ и b = CD/C(10,60,10),D (60,10,50)/,дефиниран во рамнина на пресечни прави a ∩ c,каде што е c //b.

614. Дадена е правата a = AB [A(30,65,70), B(60,10,30)] и аголот CDE [C(40,0, 30), D(70,50,0), E(10,20,30)] . Одредете точка на правата а што е еднакво оддалечена од краците на аголот CDE.

615. Најдете агол што го детерминираат двете рамнини: A [90,30,60] и B[-40, 60,70] , со помош на трансформација! (Секогаш се зема остриот агол меѓу рамнините).

616. Одредете агол што го дефинираат двете рамнини, кои се определени со три неколинеарни точки: ABC[A(10,30,10), B(20,50 ,50), C(70,40,20)]и BCD[B,C D(60,10,50)] ! Потоа назначете ги и неговите проекции.

617. Одредете множество точки еднакво оддалечени од двете пресечни рамнини: A[90,30,60]и B [-40,60,70] со помош на методот за трансформација.

618. Се бара вистинска големина на агол меѓу правата a = AB [A(55,50,50), B(-10,20,15)] и рамнината T [80,40,50] , со помош на трансформација. Можности?

619. Одредете агол што го детерминира правата p = AB [A(120,60,60), B(40, 20,10)] со рамнината T [140,60,80] , со помош на трансформација. Потоа најдете агол на правата р што го зафаќа со Π_3, т.е. аголот α_3.

620. Дефиниран е паралелограмот ABCD [A(80,50,70), B(50,75,90), C(10,65, 50),D] и на него лежи точката M(50,55,z).

а) Одредете ја вистинската големина на паралелограмот, потоа пресметајте ја неговата плоштина во квадратни единици.

б) Низ точката M издигнете нормала на ABCD со должина $\overline{MN} = 50$ mm . Потоа нацртајте придружени проекции на исправена четиристрана призма ABCDEFGH со должина на бочен раб еднаков на MN.

621. Нека се дадени рамнини со триаголникот ABC/A(20,30,20),B(40,10,60), C(90,50,70)/ и со парот паралелни прави a,c : a= DE/D (30,80,90),E(80,10,0)/ и правата c проаѓа низ точката F(50,0,0). Одредете го пресекот на рамнините,потоа низ точката S(50,10,10) спуштете нормални прави кон двете рамнини.

622. Земете ги двете рамнини P[-50,20,40] и T[∞,40,50] и точката M(60,20,30) . Најдете пресек на рамнините P,T,понатаму низ точката M поставете рамнина Σ нормална на двете дадени рамнини . Одредете вистинска големина на аголот од рамнината Σ со Π_1 т.е. ω_1 Сето тоа да се изврши со помош на трансформација.

623. Одредете точка S на правата p=AB/A(10,10,20),B(90,50,40)/ која е еднакво оддалечена од двете прави q = CD/C(30,40,10),D (80,10,60)/ и r=CE /C,E(70,50,20)/,со методот за трансформација.

624. Најдете точка на правата a=AB/A(20,20,-10),B(80,80,80)/, која е од рамнината T[80,60,80] оддалечена за 50 mm , со помош на трансформација.

625. Најдете точка D, која се наоѓа во внатрешноста на тристрана пирамида ABCV, чија основа е триаголникот ABC[A(20,10,0), B(60,30,0), C(30,60,0)] и врвот V(0,70,50), така што растојанието е $d_1 = 10$ mm од бочната страна ABV, додека од BCV растојанието е $d_2 = 8$ mm,а од основата ABC за $d_3 = 5$ mm.

626. Конструирајте права c која е оддалечена од двете паралелни прави a =MN [M(20,60,0) ,N (60,40,40)] и b минува низ точката P(40,20,60), и тоа:

а) еднакво и да лежи во рамнината на правите a, b ,

б) за 25 mm , во придружени проекции.

627. Дадени се три паралелни прави: a, b ,c , a = AB[A(0,10,50), B(60,20,30)] b минува низ точката C(0,35,30), и права c минува низ точката D (0,25,25). Одредете множество точки еднакво оддалечени од правите a,b, c со методот за трансформација!

628. Дадена е коцка ABCDEFGH која со едната страна е поставена на Π_1, чиј еден раб е AB[A(20,30,0), B(50,40,0)]. Трансформирајте ја така што нејзината телесна дијагонала да дегенерира во точка. Потоа испитајте во кој однос се радиусите на опишаните кружници околу третата и четвртата проекција на коцката - со нејзиниот раб, со страничната, односно телесната дијагонала!

629. Докажете дека ортогоналните проекции на шесте темиња од коцката врз телесната дијагонала што ги сврзува другите две темиња, ја делат на три еднакви дела. Притоа нека е дадена коцка ABCDEFGH која со едната страна ABCD е поставена врз Π_2, ако е даден еден раб AB[A(30,0,10), B(70,0,30)].

630. Даден е тетраедар со две негови темиња: A(85,10,0) и D(50,40,60), со страна ABC која лежи во Π_1. Тетраедарот да се трансформира, така што работ BD да се јави во точка.

631. Нацртајте октаедар со раб 40 mm чии четири темиња се во Π_1, а еден негов раб е паралелен со Π_2. Трансформирајте го октаедарот така, што еден негов кос раб да се прикаже во точка.

632. Нека е дадена правилна шестострана призма ABCDEFGHIJKL со една основа ABCDEF во Π_1, ако центарот на таа основа е во точката S(40,50,0) и едното теме A(20,35,0), а бочниот раб на призмата е 60 mm. Трансформирајте ја призмата два пати, ако помошните проекциони рамнини се:

а) $\pi_3 \perp \pi_1$, $\pi_4 \perp \pi_3$,

б) $\pi_3 \perp \pi_2$, $\pi_4 \perp \pi_3$!

633. Дефинирана е правилна шестострана пирамида ABCDEV со основа ABCDE во Π_1 основен раб е отсечката AB[A(10,20,0), B(40,10,0)] и висина на пирамидата $h = \overline{SV} = 60\,mm$. Да се трансформира таа пирамида два пати имено:

а) $\pi_3 \perp \pi_1$, $\pi_4 \perp \pi_3$,

б) $\pi_3 \perp \pi_2$, $\pi_4 \perp \pi_3$!

634. Определен е ротационен цилиндар со центри на неговите основи M(10,50,0) и N(10,50,60), а радиус $r = 30\,mm$. Трансформирајте го цилиндарот два пати, при што се:

а) $\pi_3 \perp \pi_1$, $\pi_4 \perp \pi_3$,

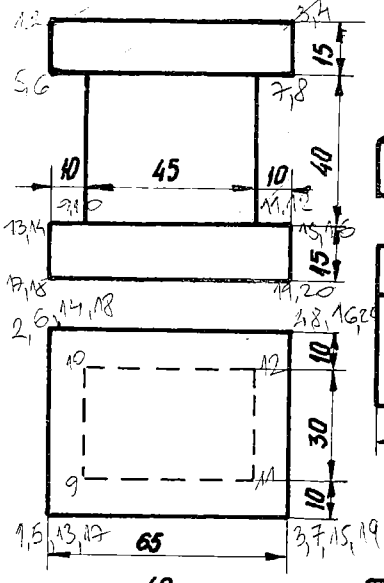
б) $\pi_3 \perp \pi_2$, $\pi_4 \perp \pi_3$!

635. Земете ротационен конус со основа во Π_1 чиј центар е S(30,70,0), радиус $r = 30$ mm и врв V(30,70,10)! Да се трансформира два пати, ако се:

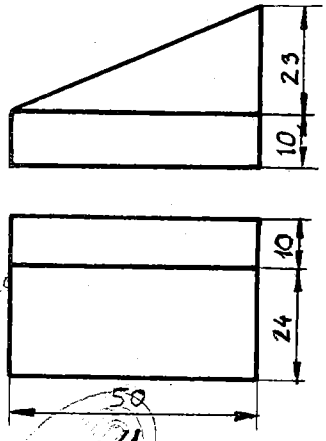
а) $\pi_3 \perp \pi_1$, $\pi_4 \perp \pi_3$,

б) $\pi_3 \perp \pi_2$, $\pi_4 \perp \pi_3$!

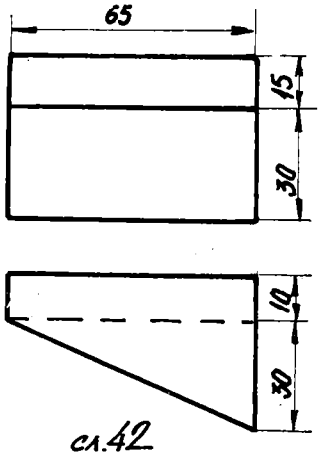
636*. Да се трансформира следново тело дадено со хоризонтална и фронтална проекција, според приложената слика (сл.40 - 71), барем два пати. Разгледани се телата презентирани со сликите 41 и 44.



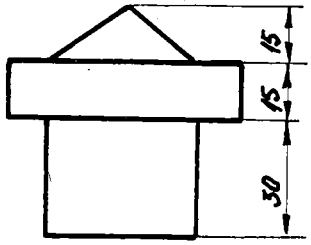
сл. 40

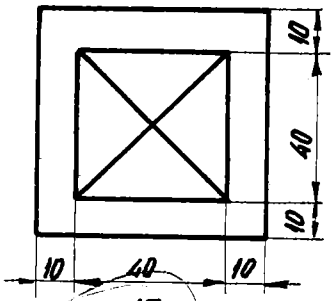


сл 41

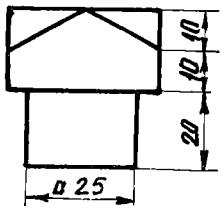


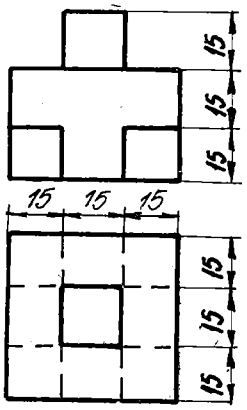
сл.42



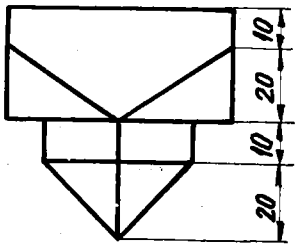


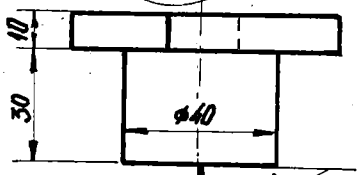
сл. 43

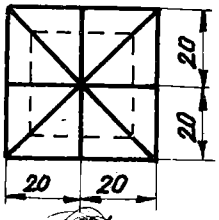




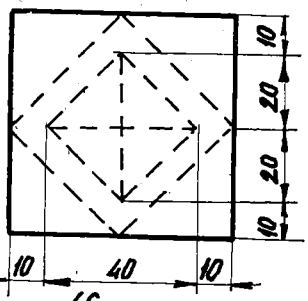
сл. 45



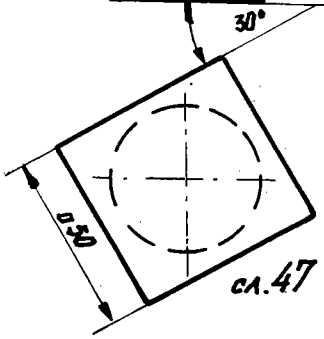




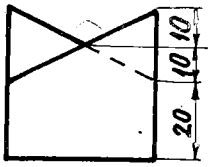
сл. 44

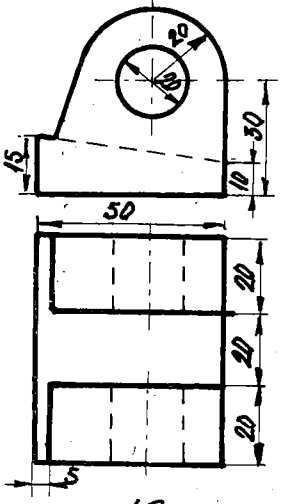


сл. 46

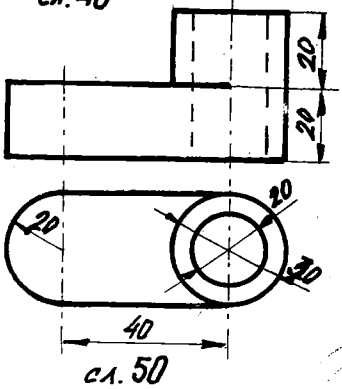


сл. 47

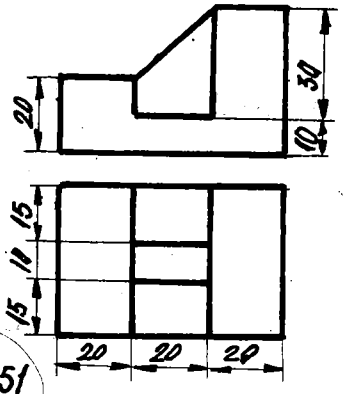




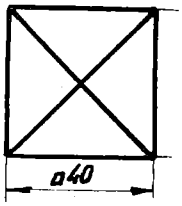
сл. 49



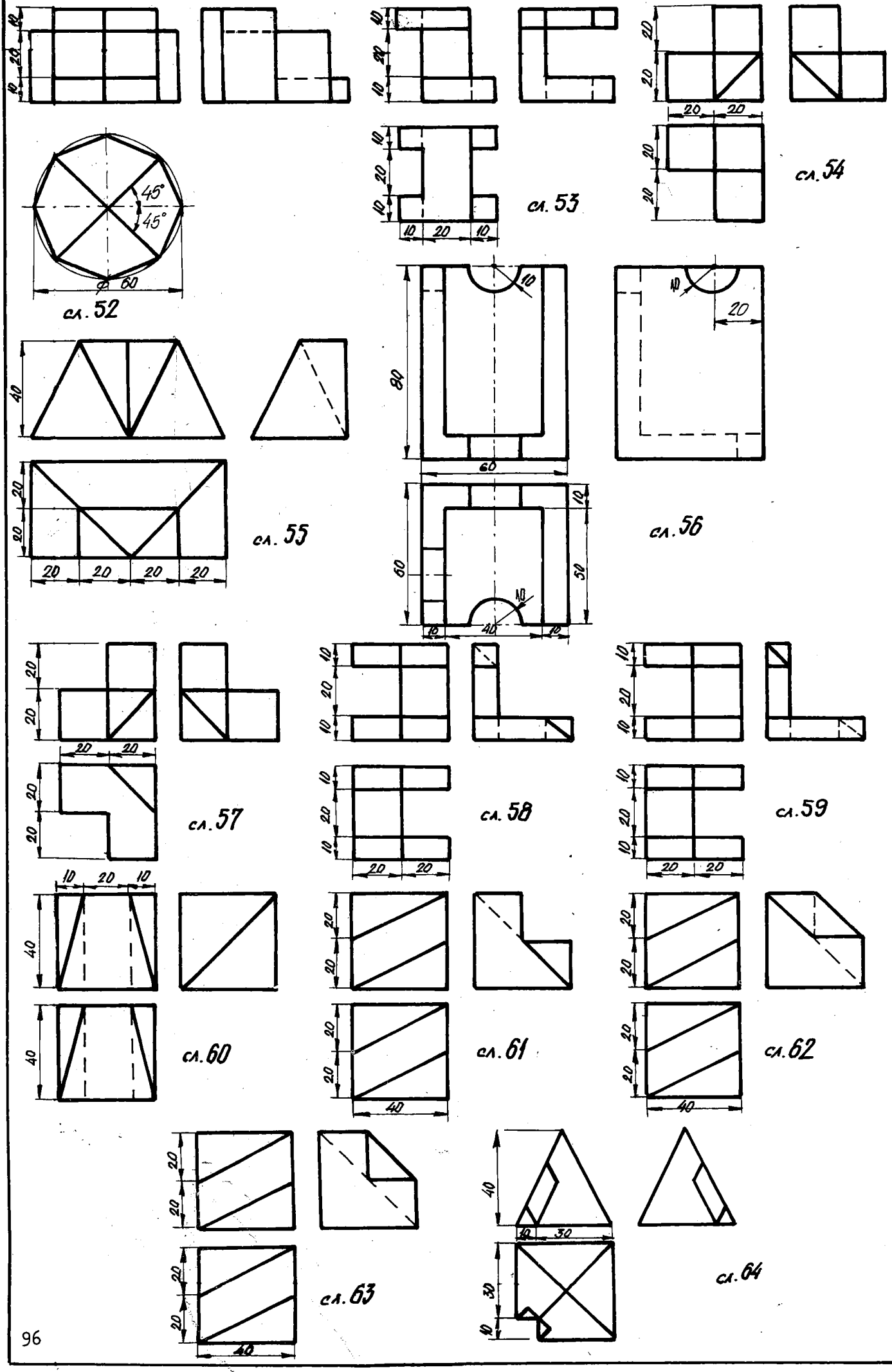
сл. 50

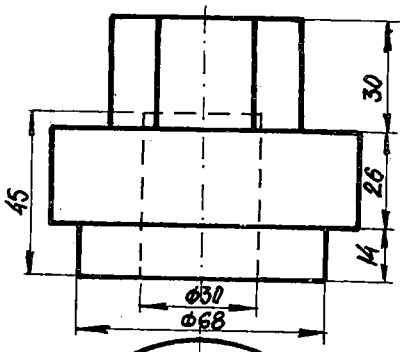


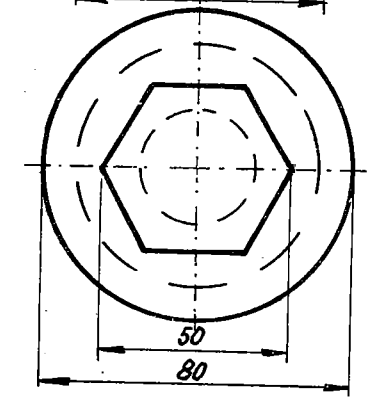
сл. 51



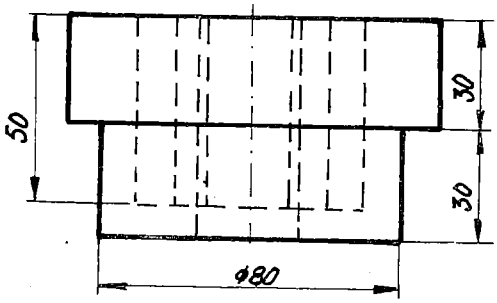
сл. 48

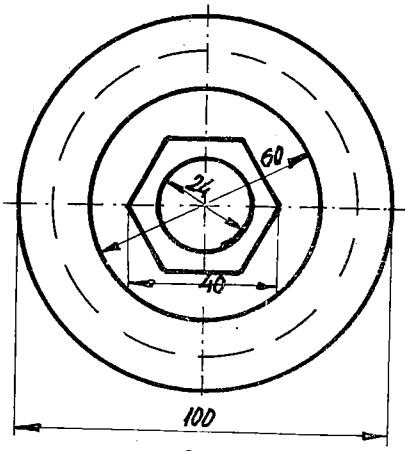

45°
45°
Ø 60
10
20
10
20
20
20
20
20
10
20
10
10
20
10
10
20
10
20
20
20
20
20



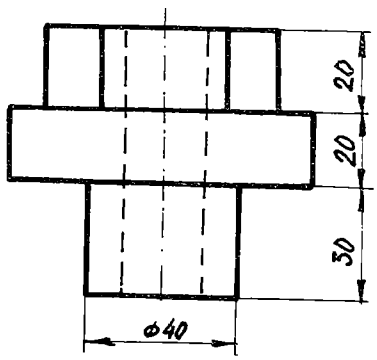


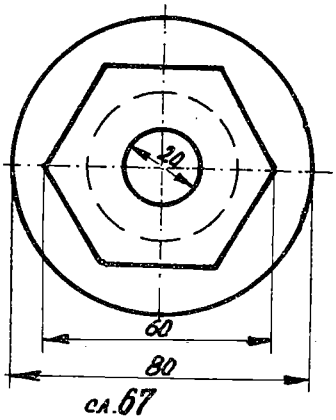
сл. 65



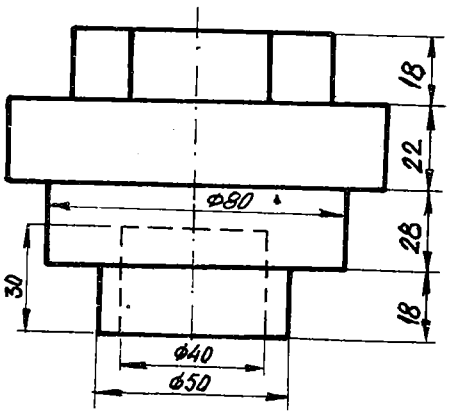


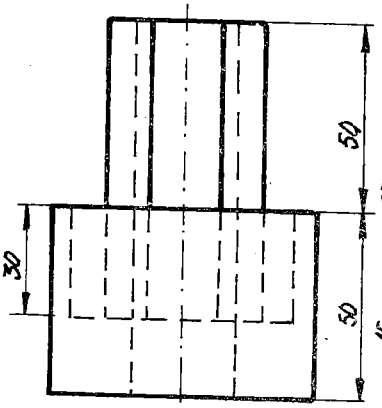
сл. 66

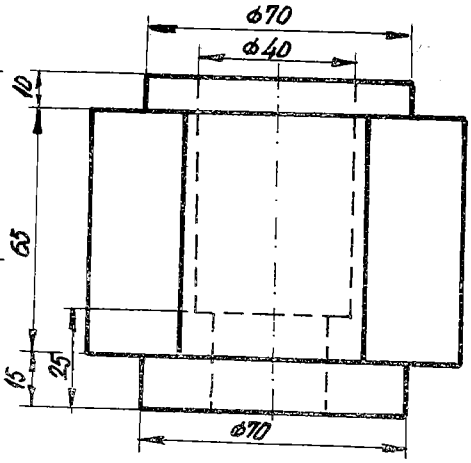


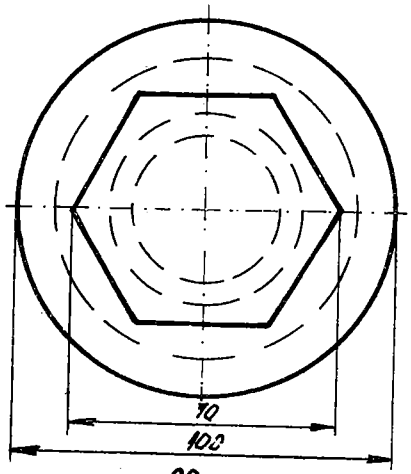


сл. 67

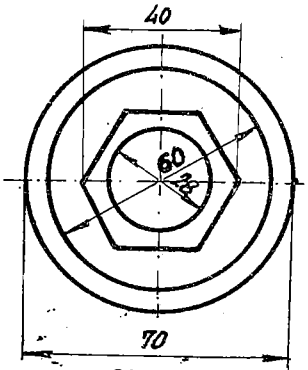




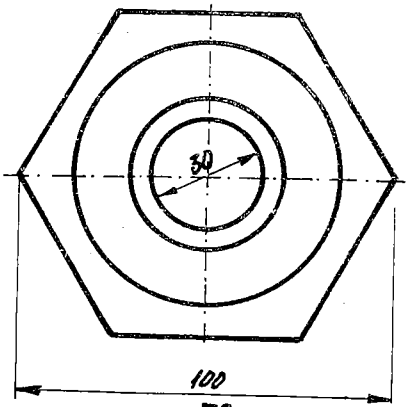




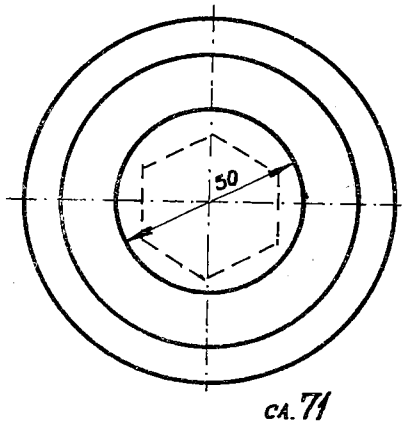
сл. 68



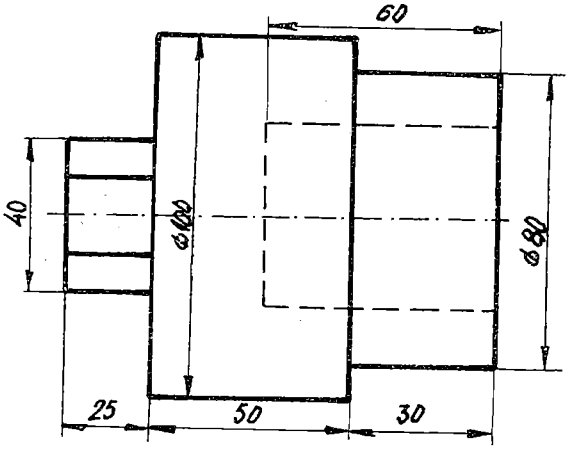
сл. 69



сл. 70



сл. 71



IV 3. РОТАЦИЈА (ВРТЕЊЕ). ПРИМЕНА

Ротирање околу проектирачка права

637. Ротирајте ја точката $A(30,20,60)$ околу правата o за агол $\psi = 30^\circ$, односно 210°, ако е:

а) $o = BC[B(50,10,30),\ C(50,10,70)]$,

б) $o = BC[B(60,10,30),\ C(60,80,30)]$!

638. Дадена е точката A. Одредете три проекции на точка A_r, која се добива при ротација на A околу правата $p = BC[B(10,30,20),\ C(40,30,20)]$ за агол $\psi = 75^\circ$, ако е:

а) $A(30,50,0)$, б) $A(50,0,-10)$, в) $A(0,50,20)$ и г) $A(30,40,40)$!

639. Завртете ја точката $A(40,50,30)$ околу правата $o = BC[B(70,0,0),\ C(70,0,40)]$ за A_r да лежи во Π_2! Можности?

Примена на ротација кога оската е проектирачка права

640. Дадена е отсечката $AB[A(30,10,30),\ B(70,40,10)]$ завртете ја:

а) околу една оска o нормална на Π_1, така што таа да лежи во Π_2,

б) околу една оска o нормална на Π_2, така што да припаѓа на Π_1.

Споредете ги големините на завртените отсечки!

641. Дадена е отсечката $AB[A(30,20,70),\ B(70,50,30)]$, одредете ја нејзината вистинска должина, со ротација.

642*. Нацртајте проекции на отсечка $\overline{AB} = 50$ mm, ако се дадени: $A(10,10,20)$, и нејзините наклонети агли $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$! Можни положбени решенија?

643. Ротирајте го триаголникот $ABC[A(10,50,10),\ B(80,20,30),\ C(40,70,50)]$ околу правата $o = MN$ за агол $\psi = 120^\circ$, односно 240°, ако е:

а) $o = MN[M(10,30,0), N(10,30,50)]$,

б) $o = MN[M(10,0,40), N(10,60,40)]$!

644. Да се ротира триаголникот $ABC[A(10,30,10),\ B(40,10,60),\ C(50,60,0)]$ околу правата $o = MN[M(60,0,20),\ N(60,70,20)]$ така, што темето B да падне во Π_1.

645. Дефиниран е триаголникот $ABC[A(-10,20,80),\ B(-50,10,60),\ C(-60,50,40)]$ Да се заврти триаголникот околу права o нормална на Π_1 што минува низ координатниот почеток, за по ротацијата темето A да падне во Π_2.

646. Ротирајте го триаголникот ABC[A(10,30,10), B(40,10,60), C(50,60,0)] околу правата p = MN [M(60,30,0), N(60,30,60)] така, што страната AC да стане паралелна со Π_2!

647. Да се заврти триаголникот ABC[A(20,5,40), B(40,55,10), C(90,15,70)] околу права o нормална на Π_1, која минува низ центарот на опишаната кружница околу триаголникот, за темето C да падне на Π_2.

648. Определена е рамнината P [-40,30,50] и во неа точка A(10,y,30). Завртете ја рамнината P околу права $o \perp \pi_1$ или $o \perp \pi_2$, која минува низ точката A за агол: а) $\psi = 60^\circ$, б) $\psi = 90^\circ$, в) $\psi = 135^\circ$ и г) $\psi = 210^\circ$.

649. Дадена е рамнината T [50,60,30] и во неа точка A(20,25, z). Ротирајте ја рамнината T околу права $o \perp \pi_2$ или $o \perp \pi_1$ што минува низ точката A, така што таа рамнина да стане:

а) хоризонталнопроектирачка,

б) фронталнопроектирачка,

в) профилнопроектирачка рамнина.

Задачата да се реши во три проекции.

650. Завртете ја рамнината T[20,30,10] околу оска o, која е нормална на Π_1 а лежи во Π_2, за агол од 120°!

651. Да се ротира рамнината T[40,20,30] околу оска o, што е нормална на Π_1, за агол од 225°!

652. Околу оска o која е нормална на Π_1 завртете ја точката A(60,60,20), за A_r да лежи на рамнината T[40,20,40] ! Можни решенија на задачата?

653. Фиксирани се рамнината T/80,60,60/, точката A(10,20,20) и вертикалната права o што минува низ точката P(40,40,40). Да се заврти точката A околу оската o додека не падне во рамнината T.

654. Рамнината A[70,40,60] да се заврти околу права $o \perp \pi_1$, која минува низ точката S(20,10,15), за по ротацијата дадената рамнина да мине низ точката B(40,30,15).

655. Дадени се рамнината A[80,60,50], права $o \perp \pi_1$ што минува низ точката S(20,70,50) и правата p = BC[B(90,30,20), C(40,40,60)]. Ротирајте ја рамнината A околу правата o така што по ротацијата таа да биде паралелна со правата p.

656. Завртете ја рамнината A[80,60,60] околу права $o \perp \pi_1$ што минува низ точката S(30,15,50), за да биде нормална на рамнината B[-20,20,40].

657. Определени се двете разминувачки прави p = AB [A(90,30,10), B(20,10,60)] и q = CD [C(120,30,80), D (50,50,10)]. Ротирајте ги p и q околу права $o \perp \pi_2$ така, што ротираните хоризонтални проекции меѓусебно да се паралелни. Задачата да се реши во придружени ортогонални проекции.

Ротирање околу главна права

658. Дадени се точката A(30,20,15) и правата o = BC[B(10,30,0), C(70,40,0)], да се заврти точката A околу правата o за:
а) агол $\psi = 60^\circ$, б) $\psi = 210^\circ$, в) да падне во Π_1.

659. Нека се дадени точките A(10,20,70), B(40,30,10) и правата o = MN [M(100, 10,30), N (0,60,30)]. Ротирајте ги точките A,B околу правата o за:
а) $\psi = 75^\circ$, б) $\psi = 90^\circ$, в) да бидат тие точки еднакво оддалечени во однос на Π_1.

660. Ротирајте ја точката A(30,20,20) околу правата o = BC[B(0,10,20), C(50, 10,40)] за агол: а) $\psi = 60^\circ$ и б) $\psi = 150^\circ$.

661. Определени се точката A(60,30,10) и правата p = BC[B(40,20п,10), C(40, 60,30)] . Нацртајте три проекции на точка A_r која се добива при ротација на A околу правата p за агол $\psi = 120^\circ$!

Примена на ротација со употреба на главна права

662. Завртете го триаголникот ABC[A(10,20,10), B(30,5,60), C(50,50,20)] околу хоризонталната, односно фронталната права на рамнината ABC за агол од 90°!

663. Ротирајте го триаголникот ABC[A(20,40,30), B(70,20,80), C(60,70,30)] околу страната AC за агол од 90°!

664. Да се заврти триаголникот ABC [A(20,40,30), B(70,30,70), C(90,70,30)] околу страната AB за агол од 120°.

665. Завртете го паралелограмот ABCD [A(20,20,40), B ,C(90,50,40), D(40,60,60)] околу дијагоналата AC за агол од 120°!

666*. Да се заврти триаголникот ABC[A(0,30,50), B(40,10,80), C(50,60,40)] околу правата o = MN [M(60,30,0), N(80,30,40)] така, што страната AB да стане паралелна со Π_2.

667. Определен е триаголникот ABC [A(0,20,35), B(60,100,90), C(90,55,10)] . Да се одреди неговата вистинска големина со завртување на триаголникот околу хоризонталната права низ точката C, додека не стане паралелен со Π_1.

668. Да се најде вистинска големина на триаголникот ABC[A(10,30,10), B(50, 0,55), C(70,50,30)], со ротирање околу хоризонталната, односно фронталната права!

669. Одредете вистинска големина на петаголникот ABCDE [A(10,50,40), B(20,30,65), C(50,40,50), D(60,y,20), E(30,y,10)] со методат за ротација.

670. Да се најде вистинска големина на шестаголникот ABCDEF [A(30,20,15), B(10,45,60), C(20,75,75), D(50,90, z), E(70,60, z), F(60,30, z)], со помош на ротација.

671. Со ротација најдете агол што го зафаќаат двете пресечни прави a = AC [A(10,-10,40), C(70,50,20) и b = BC[B(50,10,60), C] ползувајќи ја хоризонталната односно фронталната права на рамнината a, b. Потоа конструирајте придружени проекции на симетралата на тој агол.

672. Најдете го наклонетиот агол на две пресечни прави, чиишто хоризонтални проекции совпаѓаат, со помош на ротација!

673. Низ дадената точка A(0,30,20) минува права a која е паралелна со Π_1, а со Π_2 затвора агол од 45° и права b која е паралелна со Π_2, а со Π_1 зафаќа агол од 45°. Да се одреди вистинска големина на агол што го дефинираат правите a и b, со употреба на методот за ротација.

674. Одредете ја вистинската големина на агол помеѓу општи прави a и b кои се сечат на x-оската, со помош на ротација.

675. Да се нацртаат проекции на симетрала на првиот наклонет агол α_1 од дадена права a(a', a''). Земете ја правата a во општа положба.

676. Определен е триаголникот ABC[A(-80,20,70), B(0,10,30), C(-30,40.10)]. Нацртајте проекции на хоризонтална права што минува низ точката C, потоа завртете го триаголникот околу таа права за таков агол ψ, по ротирањето триаголникот да биде паралелен со Π_1. Одредете ги проекциите на завртениот триаголник, потоа вистинската големина на аголот што го зафаќа рамнината на триаголникот ABC со Π_1

677. Дефиниран е триаголникот ABC[A(110,30,10), B(70,60,80), C(10,10,30)].

1°. Нацртајте проекции на фронтална права f низ A, потоа ротирајте го триаголникот ABC за таков агол кој по ротирањето ќе биде паралелен со Π_2. Конструирајте ги придружените проекции на завртениот триаголник.

2°. Одредете го аголот што го зафаќа рамнината на триаголникот ABC со Π_2.

678. Најдете го аголот што го зафаќа правата a=AB/A(0,20,10),B(70,40,50)/ со рамнината P[80,70,10], со помош на ротација!

679. Со ротација одредете вистинска големина на растојанието меѓу двете паралелни прави: a = AB[A(20,50,40), B(80,40,30)] и b минува низ точката C(40,20,60) ползувајќи ја хоризонталната, односно фронталната права на рамнината a,b.

680. Одредете го растојанието меѓу двете паралелни прави a = AC[A(10,5,35), C(30,10,15)] и правата b минува низ точката B(30,30,35), со помош на методот за ротација.

681. Да се најде вистинска големина на агол меѓу Π_1 и рамнината A[20,-10,30] со методот за ротација.

682. Одредете го аголот на диедарот дефиниран со рамнините A и B: A
а) A[20,-20,∞] и B[60,∞,50], б) A[∞,40,40] и B[50,80,60],
в) A[100,70,60] и B[-40,60,-40], со методот за вртење.

683. Претставете симетрична рамнина P на агол што го определуваат следниве рамнини A,B, односно множество точки еднакво оддалечени од двете рамнини,ако се:
а) A[20,-20,∞] и B[90,80,70], б) A[∞,20,60] и B[∞,60,30],
в) A[50,35,60] и B[-50,85,45], со помош на ротација.

684. Најдете го аголот што го зафаќа правата a = AB[A(10,40,60), B(60,0,0)] со оската x, со помош на методот за ротација.

685. Одредете агол што го определува отсечката AB[A(0,0,0), B(50,40,50)] со z- оската, со помош на ротација.

686. Да се најде агол меѓу правата a = AB[A(0,0,80), B(50,80,0)] и рамнината P дадена со двете паралелни прави c = CD[C(0,90,30), D(80,40,90)], а правата d минува низ точката E(80,0,50), со употреба на ротација. Да се назначи аголот и во проекции.

687. Да се најде прободот на правата p = MN[M(50,90,75), N(-25,15,15)] со рамнината на четириаголникот ABCD[A(60,55,40), B(0,90,0), C(-45,75,60), D(40,y,80)], потоа да се определи аголот што го заклопува правата p со рамнината на четириаголникот, со примена на ротација.

688. Дадени се правата a = AB[A(30,5,70), B(90,25,20)] и точката C(10,60,10). Низ точката C повлечете права b која со правата a зафаќа агол од 60°, со помош на методот за ротација. Да се претстават проекциите набараната права b. Колку можности има?

689. Низ точката A(10,50,30) повлечете права $\underline{a}$, која ја сече правата $p = MN$ [M(30,20,10), N (60,40,30)] и со неа гради агол од 45°. Можни решенија?

690. Дефиниран е триаголникот ABC[A(90,30,15), B(30,80,30), C(45,15,75)].

1°. Одредете ја неговата вистинска големина со помош на ротација околу хоризонталната права повлечена низ темето B.

2°. Во точката C на рамнината од триаголникот ABC издигнете нормала со должина $\overline{CV} = 90$ mm , која е висина на пирамида, чија основа е дадениот триаголник ABC.

Примена на комбинираниот метод за трансформација-ротација

691. Дадени се точката A(30,10,40) и правата $o = BC$[B(-20,10,20), C(50,60,20)]. Да се заврти точката A околу правата $\underline{o}$ за агол $\psi = 90^{\circ}$, односно 120° со помош на методот за трансформација ротација, земајќи: $\pi_3 \perp \pi_1$, ${}_1x_3 \perp o'$

692. Земете ги : рамнините A[100,40,60], B[20,-15,10] и правата $p = MN$ [M(0,30,20), N(70,5,50)] . Да се заврти рамнината A околу правата $\underline{p}$ така што по ротацијата да минува низ правата $\underline{p}$ и да биде нормална на рамнината B.

693. Одредете вистинска големина на паралелограмот ABCD[A-60,20,25), B(-25,45,20), C(30,40,45),D] со помош на трансформација - ротација, ако помошната проекциона рамнина Π_3 е нормална на рамнината на паралелограмот ABCD и една од проекционите рамнини:

а) $\pi_3 \perp \pi_1$, ${}_1x_3 \perp h'$,

б) $\pi_3 \perp \pi_2$, ${}_2x_3 \perp f''$!

694. Најдете вистинска големина на петаголникот ABCDE [A(-10,55,20), B(0,35,z), C(30,25, z), D(40,45,40), E(20,65,10)] со комбиниранираниот метод за трансформација - ротација, поставувајќи $\pi_3 \perp \pi_1$, каде новата оска е ${}_1x_3 \perp h'$ (при што $\underline{h}$ е хоризонтална права на рамнината на петаголникот што е повлечена низ точката A паралелна со Π_1).

Ротирање на тела

695. Да се ротира коцката ABCDEFGH околу правата $o = MN$[M(-20,10,30), N (0,80,30)] за агол на ротација $\psi = 150^{\circ}$, со комбинираниот метод за трансформација-ротација, ако се дадени три нејзини темиња, имено:

а) A(20,40,15), B(60,40,0), и C(60,80,0),

б) A(30,30,15), B(80,40,15), и C(70,y,15).

696. Завртете правилна шестострана призма ABCDEFGHIJKL со едната основа ABCDEF е поставена на Π_1, ако е дадено темето A(20,70,0) и центар на опишаната кружница околу долната основа S(0,70,0), како и бочен раб $\overline{AG} = 40$ mm околу правата o = MN [M(10,10,30), N(30,80,30)] за аголот на ротација $\psi = 150^\circ$, со помош на методот за трансформација-ротација!

697. Да се заврти правилна четиристрана пирамида ABCDV, ако основата ABCD е во Π_1 иако основниот раб го определуваат темињата A(-10,40,0) и B(30,40,0), додека висината на пирамидата е $\overline{SV} = 45$ mm, околу правата o = MN [M(25,10,30), N(45,80,30)] и аголот $\psi = 210^\circ$, со помош на трансформација-ротација.

698. Определен е правилен тетраедар ABCD кој со страната ABC е поставен во Π_2, чиј раб е AB[A(20,0,30), B(70,0,50)], да се ротира околу правата o = MN [M(90,20,10), N(80,20,60)] и аголот на ротација $\psi = 150^\circ$, со методот за трансформација - ротација.

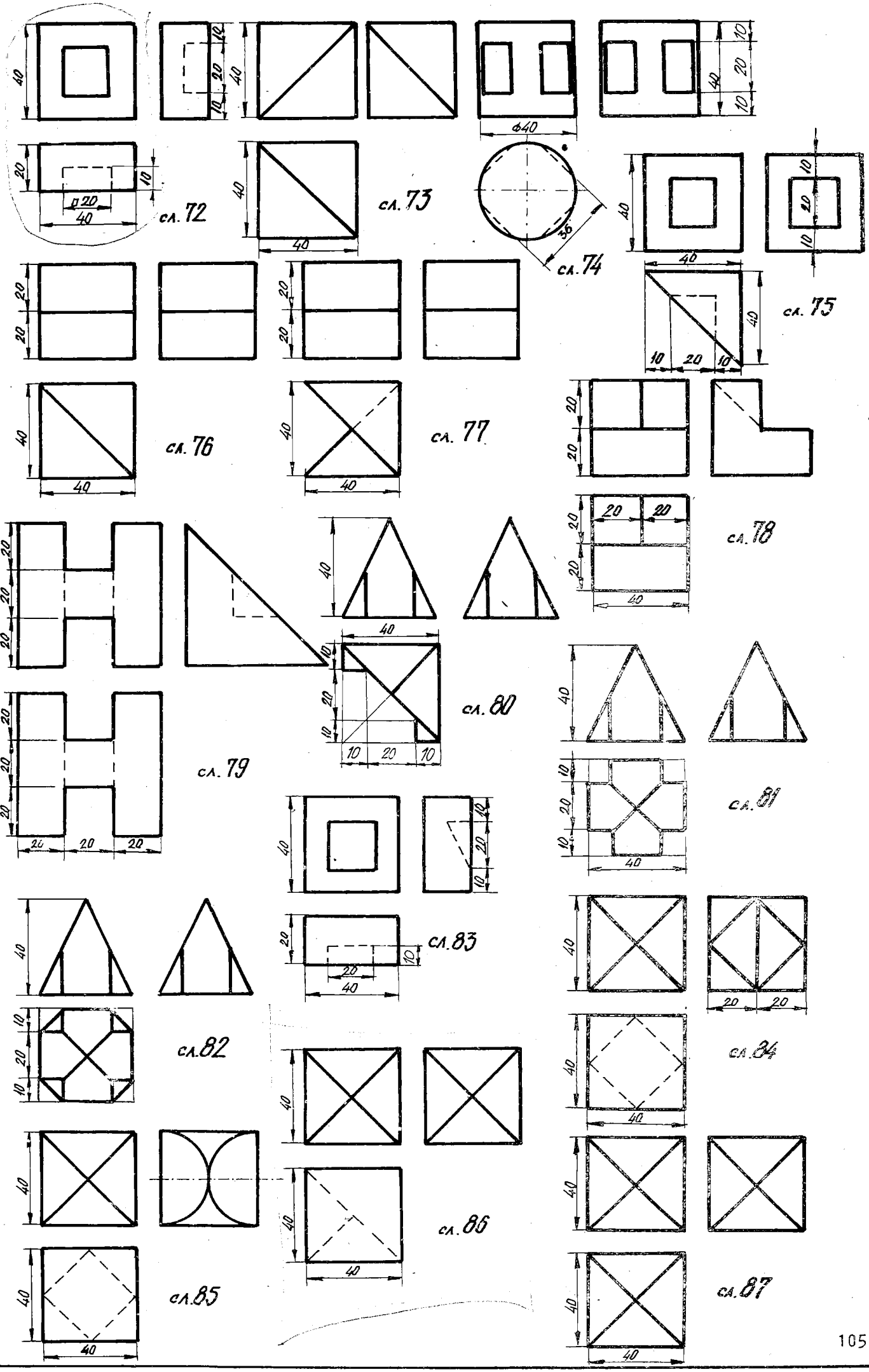
699. Ротирајте правилен октаедар ABCDEF со дијагонала EF нормална на Π_1 иако се дадени темињата A(50,40,25) и B(20,60,25), околу правата o = MN [M(-10, 35,80), N(60,35,45)] и аголот на ротација $\psi = 150^\circ$, со комбинираниот метод за трансформација - ротација!

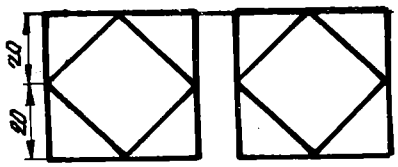
700. Даден е октаедар со две негови темиња: E(140,40,0), и F(140,40,60), а два негови раба AB и CD со Π_2 зафаќаат агол од 45°. Заротирајте го октаедарот за агол од 150°, ако оска на ротацијата е правата o = MN[M(80,30,20), N(50,80,20)]. Нацртајте хоризонтална и фронтална проекција на така ротираниот октаелар.

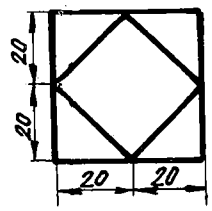
701. Да се ротира дадено тело според приложените слики околу правата o// Π_1 или o // Π_2 (изборот извршете го сами) (сл.72 - 109). Земени се телата што се посочени со сликите 84 и 88.

702. Фиксирани се точката A(-20,20,70)и правата o = BC[B(60,10,30), C(30,40,10)] Да се ротира точката A околу правата o за агол ψ кој изнесува:
а) 60°, б) 75°, в) 120°, г) 225° и д) 330°.

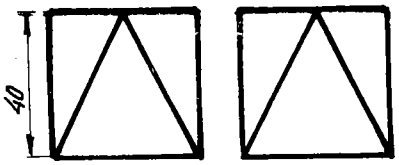
703. Дадени се две еднакви отсечки AB[A(15,20,0), B(80,70,0)] и CD[C(35, 0,60), D(100,0,10)]. Најдете проекции на права o околу која може да се заврти отсечката CD за да се совпадне со отсечката AB. Можности?

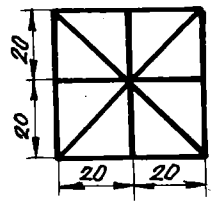

сл. 72
сл. 73
сл. 74
сл. 75
сл. 76
сл. 77
сл. 78
сл. 79
сл. 80
сл. 81
сл. 82
сл. 83
сл. 84
сл. 85
сл. 86
сл. 87



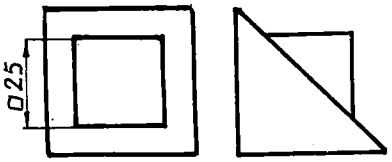


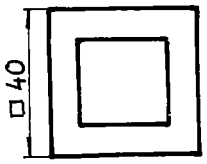
сл. 88



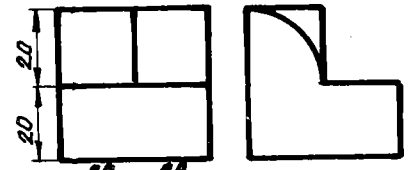


сл. 89

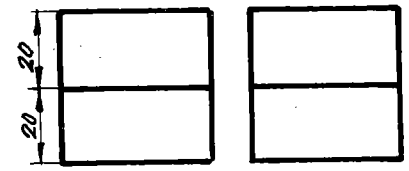


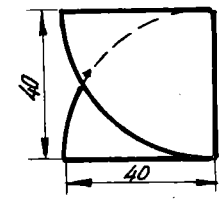


сл. 90

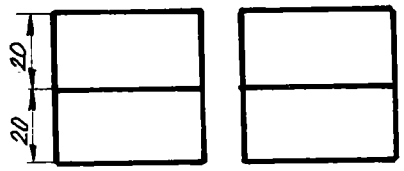


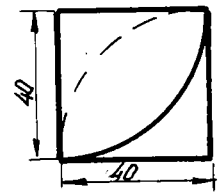
сл. 91



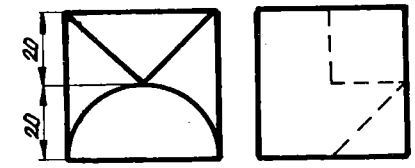


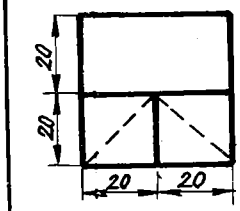
сл. 92



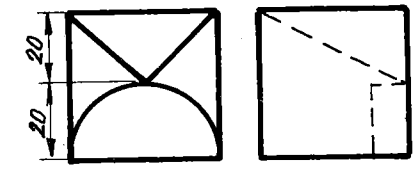


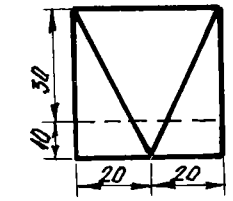
сл. 93



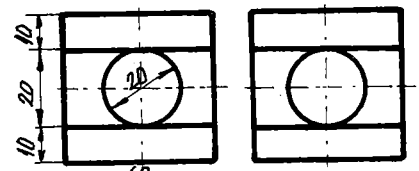


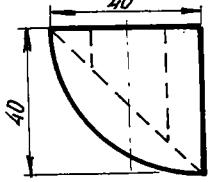
сл. 94



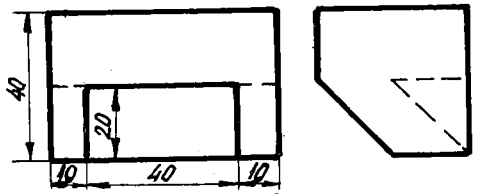


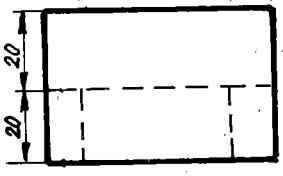
сл. 95



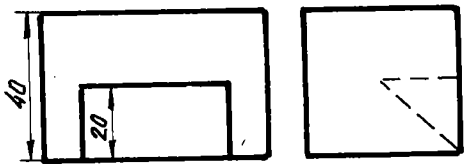


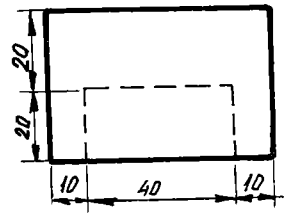
сл. 96



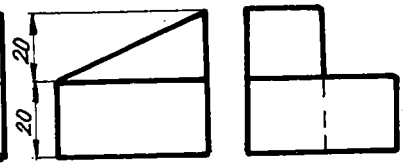


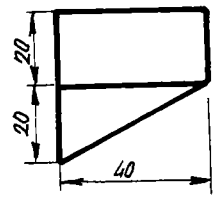
сл. 97



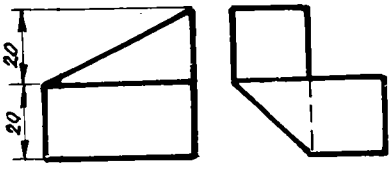


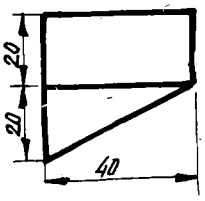
сл. 98



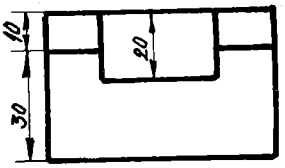


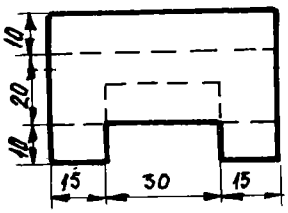
сл. 99



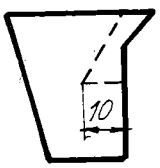


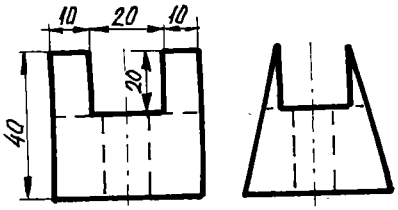
сл. 100

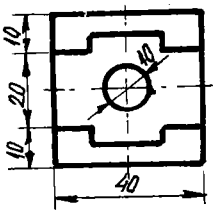




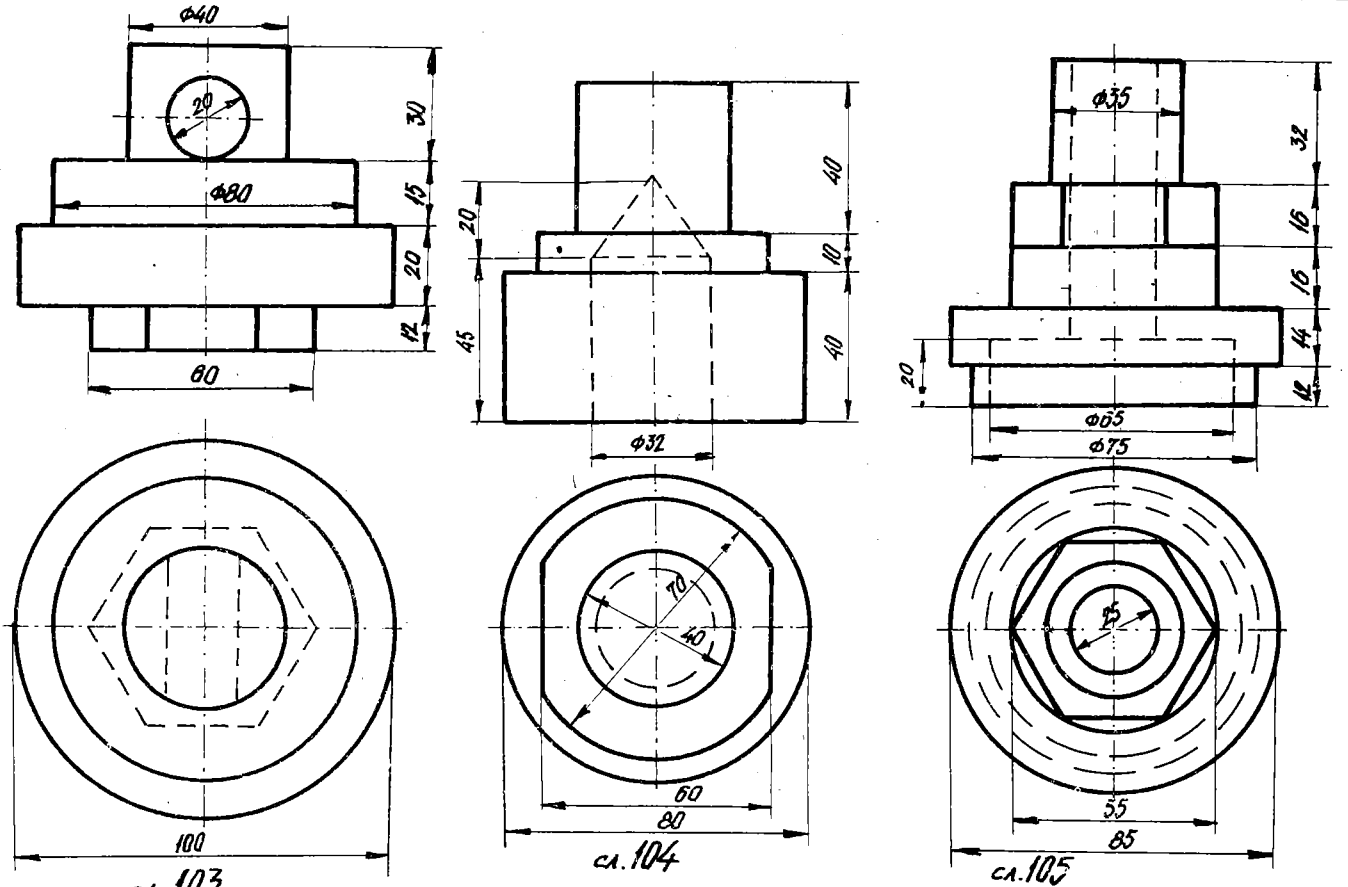
сл. 101



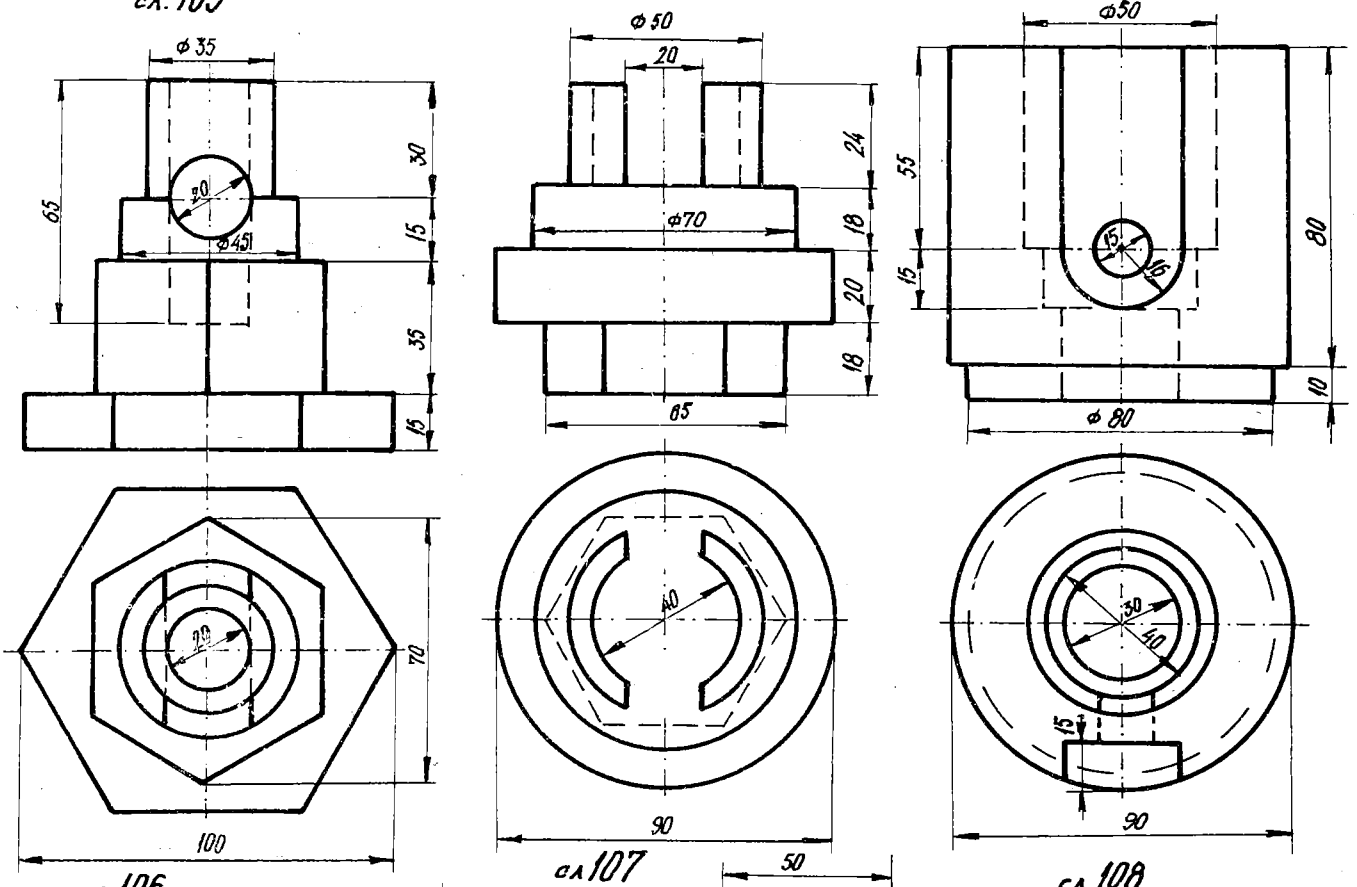




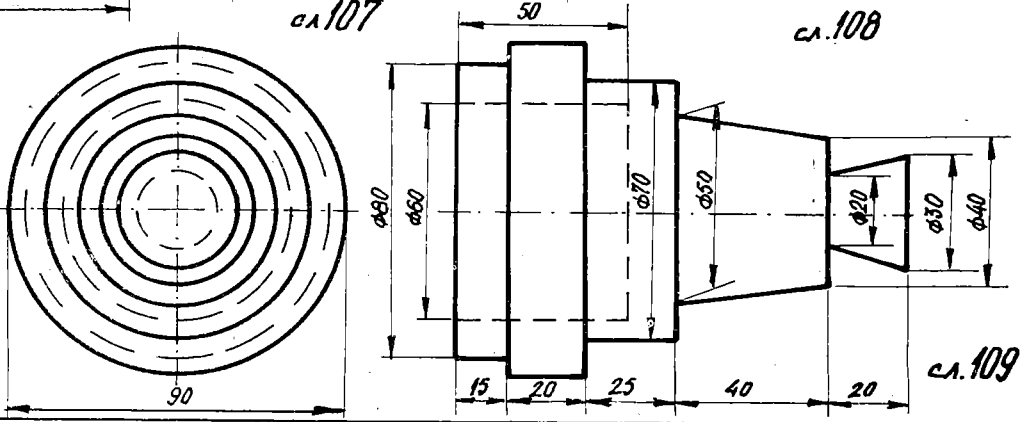
сл. 102



сл. 103 сл. 104 сл. 105



сл. 106 сл. 107 сл. 108



сл. 109

IV 4.1. ТРИ ПРОЕКЦИИ НА ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ ЧИИ ОСНОВИ ИМААТ ПРОЕКТИРАЧКА ПОЛОЖБА

- СОБОРУВАЊЕ (РОТАЦИЈА) НА ПРОЕКТИРАЧКА РАМНИНА, ВО КОЈА ЛЕЖИ РАМНИНСКА ФИГУРА, ОКОЛУ ЕДНА ТРАГА ВО ЕДНА ОД ПРОЕКЦИОНИТЕ РАМНИНИ И ЗАДАЧИ ВО ВРСКА СО ТОА

Три проекции на полигон

704. Одредете вистинска должина на отсечка AB [A(5,y,30), B(25,y,10)] која лежи во рамнината T [30,20,∞] со соборување во: а) Π_1, б) Π_2 и в) Π_3!

705. Во рамнината P[50,40,∞] се наоѓа триаголник ABC [A(0,y,30), B(20,y,40)] C(40,y,60)] . Најдете ја вистинската големина на даденият триаголник со соборување на рамнината P околу: а) хоризонталната трага r_1 , б) фронталната r_2 !

706. Одредете вистинска големина на триаголник ABC A(10,20,40), B(40,40,10), C(30,15, z)], ако тој е во фронталнопроектирачка положба!

707. Во рамнината P[-20,25,∞] лежи еднаквостран триаголник ABC со страна од 30 mm, чие едно теме е A(10,y,10), неговата страна AB е: а) паралелна со Π_1, б) нормална на Π_1. Нацртајте три проекции на триаголникот ABC!

708. На рамнината P[40,30,∞] ѝ припаѓа еднаквостран триаголник ABC, чија страна AB е паралелна со Π_1 и е оддалечена од неа за 20 mm, ако темето B се допира до Π_2. Страната на триаголникот е 60 mm . Нацртајте три проекции на триаголникот, како и на неговите висини.

709. Дефинирана е рамнината P[40,40,∞] и во неа еднаквокрак триаголник ABC. Страната AB е паралелна со Π_1 и за 10 mm над Π_1, темето B е оддалечено за 10 mm од Π_2, ако е $\overline{AB}$ = 45 mm. Темето C е 70 mm над Π_1. Да се конструираат три проекции на бараниот триаголник и на неговите висини. Потоа одредете ги продорите на висините со проекционите рамнини.

710. Во рамнината T[-40,20,∞] лежи квадрат ABCD со темиња A(-20,y,20) и B(20,y,10). Да се претстави квадратот во монжов пар. Можни положбени решенија.

711. Нека на рамнината $T[\infty,40,20]$ ѝ припаѓа квадрат $ABCD$ со страна $AB[A(10,20,z), B(30,10,z)]$. Најдете ги неговите три проекции. Можности?

712. Дефинирана е рамнината $P[50,60,\infty]$ и во неа лежи квадрат $ABCD$ со страна $a = 30$ mm, ако една страна од тој квадрат со Π_1 зафаќа агол од 30°! Да се конструираат неговите три проекции. Колку има решенија?

713. Земете ја рамнината $P[50,50,\infty]$ во која се наоѓа квадрат $ABCD$ чија страна е 35 mm, дијагоналата AC со Π_1 зафака агол од 60°, додека темето A лежи во Π_1! Задачата да се реши во три проекции. Можни положби?

714. Претставете три проекции на правоаголник $ABCD$ што лежи во рамнината $T[20,\infty,-15]$, ако се две негови темиња $A(35,30,z)$ и $B(75,20,z)$, додека помалата страна е $\overline{BC} = \overline{AD} = 40$ mm! Колку има положбени решенија?

715. Дадени се точките $A(10,10,30)$ и $B(50,40,20)$. Да се нацртаат траги на хоризонталнопроектирачка рамнина во која што лежи отсечката AB. Потоа најдете проекции на правоаголник $ABCD$, што припаѓа на споменатава рамнина, чија друга страна изнесува $\overline{BC} = \overline{AD} = 40$ mm. Можности?

716. Нацртајте три проекции на правоаголник $ABCD$ кој има фронтално-проектирачка положба, чии две задни темиња се точките $A(20,10,40)$, и $B(40,10,10)$, а другата страна е $\overline{AD} = \overline{BC} = 50$ mm.

717. Во рамнината $P[-30,\infty,50]$ лежи паралелограм $ABCD$ [$A(-20,20,z)$, $B(20,10,z)$, $C,D(0,60,z)$]; одредете ја вистинската големина на тој паралелограм со соборување на рамнината околу фронталната трага r_2, односно хоризонталната r_1.

718. Земете четириаголник $ABCD$ [$A(10,y,10)$, $B(30,y,30)$, $C(50,y,20)$, $D(40,y,5)$] што припаѓа на рамнината $T[\infty,30,40]$! Да се најде неговата вистинска големина со соборување на рамнината T во: а) Π_3, б) Π_1 и в) Π_2.

719. Нацртајте три проекции на правилен петаголник чија страна е отсечката $AB[A(20,30,40), B(40,50,60)]$, ако рамнината на петаголникот е нормална на Π_3! Можни решенија?

720. Низ точките $A(50,10,30)$ и $B(90,40,20)$ поставете фронталнопроектирачка рамнина, потоа конструирајте три проекции на правилен петаголник, кој лежи во оваа рамнина и чии две темиња се дадените точки. Колку има можности?

721. Во рамнината $P/70,50,\infty/$ припаѓа правилен шестаголник, чиј центар е $M(30,y,50)$ и страна од 30 мм, ако две негови страни се нормални на Π_1. Да се претстават три проекции на правилниот полигон.

722. Дадена е рамнината $P[\infty,50,40]$. Да се нацртаат проекциите на правилен шестаголник со страна од 20 мм, кој лежи на рамнината P и една негова страна се наоѓа во Π_1. Можни положбени решенија?

723. Нацртајте три проекции на правилен шестаголник чија страна е отсечката AB[A(10,20,60), B(30,40,50)], ако рамнината на тој шестаголник е:
а) нормална на Π_1, б) нормална на Π_2, в) нормална на Π_3! Можности?

724. Определен е центарот S(25,25,35) на шестаголникот ABCDEF, чија страна лежи на правата p =MN[M(0,35,50), N(30,10,50)]. Задачата да се реши во три проекции.

725. На рамнината P[40,50,∞]й припаѓа правилен осумаголник, да се нацртаат неговите проекции ако центарот е S(20,y,30), има страна од 25 мм, иако со две негови страни е паралелен со Π_1.

726. Дадена е хоризонталната проекција на триаголникот ABC [A(10,40, z), B(50, 60, z), C(70,20, z)]. Нацртајте ја неговата фронтална проекција, ако триаголникот ABC е паралелен со рамнината T [110,∞,110] и оддалечен од неа за 20 mm.

727. Определена е рамнината P[60,40,∞] и во неа точка S(30,y,50), која е центар на шестаголник иако едно негово теме е A(50,y,20). Нацртајте ги проекциите на бараниот шестаголник, потоа во точката S издигнете нормална права на рамнината со должина од 50 mm.

Три проекции на круг

728. Во рамнината T[70,60,∞]лежи круг со центар C(30,y,30), кој ја допира рамнината Π_1. Да се конструираат проекции на тој круг без да се ползување неговата соборена положба.

729. На рамнината P[50,∞,40]й припаѓа круг со радиус од 30 мм и центар C(20, 60, z). Задачата да се изврши во три проекции, но без да се соборува кругот.

730. Да се нацртаат три проекции на круг, кој има фронталнопроектирачка положба, ако центарот е C(30,50,40) и радиусот 25 mm иако рамнината на кругот со Π_1 зафаќа агол од 60°. Можни положбени решенија?

731. Отсечката AB[A(60,15,30), B(30,70,65)] е дијаметар на круг чија рамнина има фронталнопроектирачка положба. Да се нацртаат придружените проекции на тој круг.

732. Во рамнина P нацртајте три проекции на круг со центар S кој ја тангира проекционата рамнина, ако се:
а) P[∞, η,30] , S(30,20,15) и ја допира Π_2,
б) P[∞, η,45] , S(25,20,25) и ја допира Π_3.

733. Во рамнината P[-40,∞,30] лежи квадрат ABCD со дијагонала AC која е паралелна со Π_2 и е на растојание од 40 мм, а страната на квадратот е 60 мм, додека темето A е над Π_1 за 20 mm . Нацртајте три проекции на квадратот и во него впишите те круг!

734. Дадена е рамнината T[60, ∞,40] и во неа правилен петаголник со страна од 30 mm , ако центарот на опишаната кружница околу него е S(0,50, z), при што: а) едната страна е паралелна со Π_1, б) едната страна е паралелна со Π_2, в) едната страна е нормална на Π_1, г) едната страна е нормална на Π_2.

735. Определен е круг со својот центар C(20,30,30) и радиус од 25 mm кој е во профилна положба, т.е. паралелен со Π_3. Најдете ги оние точки на кружницата што се оддалечени за 25 mm десно од рамнината T[70,80,∞] !

Три проекции на рабести тела

736. Во рамнината P /- 20,15,∞/ е поставена со задна основа правилна тристрана призма ABCDEF , чиј бочен раб AD изнесува: а) $\overline{AD}$=60 мм, б) $\overline{AD}$=20 мм. Конструирајте монжови проекции на призмата !

737. Нацртајте три проекции на правилна четиристрана призма со висина од 50 мм, чија долна основа ги допира рамнините Π_1 и Π_2, ако е дадена една нејзина основна дијагонала AC[A(30,20,0), C(30,0,35)] !

738*. На рамнината T/∞,30 ,50/ со долната основа е поставена шестострана призматична плоча ABCDEFGHIJKL со висина од 30 мм, така што двата спротивни раба AB и DE на таа основа лежат еден на Π_1, а другиот на Π_2, т.е. со основниот раб AB/A(20,y,0),B/ се допира на Π_1 а нему спротивниот раб DE /D(53,0, z),E/ на Π_2. Да се конструираат нејзините три проекции.

739. Во рамнината P /70,∞ ,50/ со долната основа е потпрена правилна шестострана призматична плоча, центар на таа основа е S(30,50, z), основен раб од 30 мм и дебелина на плочата од 10 мм. Нацртајте три проекции на бараната призма, ако : а) еден основен раб е паралелен со Π_1 , б) еден основен раб е паралелен со Π_2, в) еден основен раб е нормален на Π_1, г) еден основен раб е нормален на Π_2.

740. Дадена е правилна осумстрана призма која со долната основа ABCDEFGH е поставена врз рамнината P[60,∞,40], ако е нејзин основен раб AB [A(30,20,z), B(10,30,z)] и висина на призмата 50mm. Таа да се прикаже во три проекции.

741. Нацртајте три проекции на правилна еднакворабна шестострана призма, ако темето на долната основа е A(60,90,35) и припадната дијагонала е на правата MN [M(55,65,35), N(50,40,35)], а радиусот на опишаната кружница околу основата изнесува 30 mm.

742. Во рамнината T[50,40,∞] на основата е потпрена правилна четиристрана пирамида. Врвот на пирамидата е V(60,60,30) и основниот раб a= 2/3 $\overline{VS}$, при тоа два основни раба се паралелни со Π_1. Претставете ја пирамидата во три проекции.

743. Дефинирана е рамнината P[60,∞,60] во која лежи основа на правилна четиристрана пирамида со основен раб од 40 мм. Дадено е теме на основата A(30 10, z) и агол $\alpha_2 = 60^\circ$, што страната AB го зафаќа со Π_2. Висината на таа пирамида е $\overline{SV}$ = 80 mm. Да се конструираат нејзините три проекции. Можности?

744. Во рамнината P[50,∞,30] со основата е поставена правилна петострана пирамида чиј основен раб е 20 mm и висина на пирамидата $\overline{SV}$ = 60 mm, иако A(20,20, z) е едно теме на таа основа. Нацртајте три проекции, при што:
а) еден основен раб е паралелен со Π_2, б) еден основен раб е нормален на Π_2
в) еден основен раб со Π_2 зафаќа агол од 30°! Колку има решенија?

745. Во рамнината T[-70,90,∞] со основата е поставена правилна шестострана пирамида, ако центарот на опишаната кружница околу таа основа е S(-35,y,20) и радиусот 20 mm. Висината на пирамидата е $\overline{SV}$ = 40 mm. Нацртајте монжови проекции на таа пирамида ако :
а) еден основен раб е во Π_1, б) една дијагонала е нормална на Π_2!

746. Земете ја рамнината T[-60,∞,30], а во неа се наоѓа основа на правилна шестострана пирамида. Центар на опишаната кружница околу основата е S(-20,40, z), основниот раб е 25 mm и нека два основни раба се паралелни со Π_2, додека висина на пирамидата е: а) 60 mm, б) 20 mm. Се бараат нејзините придружени проекции.

747. Во рамнината P / 30,50,∞ / со основата стои правилна шестострана пирамида, чиј основен раб е 20 мм и врвот на пирамидата V(60,50.40). Да се одредат три проекции на бараното тело. Колку положбени решенија ?

748. Во рамнината Г[80,∞,40] лежи поголемата основа на пресечна квадратна пирамида, чијшто основен раб е АВ А(35,20,z), В(50,40,z), висината 40 mm, должината на рабовите на малата основа изнесуваат 15 mm. Одредете ги проекциите на пресечната пирамида. Можности?

749. Да се конструираат хоризонталната и фронталната проекција на пресечна правилна четиристрана пирамида ABCDEFGH која со големата основа ABCD лежи во рамнината Т[-80,∞,40], ако се А(-35,20,z) и В(-50,40,z) нејзини темиња, работ на горната основа изнесува 15 mm и висината на пресечната пирамида е 40 mm. Можни положбени решенија?

750. Конструирајте три проекции на коцка ABCDEFGH чии две телесни дијагонали лежат во рамнината Т[90,70,∞], ако S(40,y,40) е пресечна точка на тие дијагонали, а точката А(65,y,60) е крајна точка на една од дијагоналите!

751. Да се претстават три проекции на правилен тетраедар ABCD ако трите негови темиња АВС припаѓаат на рамнината Т[100,∞,80], од кои се дадени: А(75, 30, z) и В(25,20,z). Можни положби?

752. Нацртајте три проекции на правилна тристрана еднакворабна пирамида (тетраедар), чиј раб $\overline{AB} = 40$ mm лежи во Π_1 и е нормален на x-оската. Страната АВС на тетраедарот е во фронталнопроектирачка положба, а зафаќа со хоризонталницата агол од 60°.

753. Да се нацртаат три проекции на правилен тетраедар ABCD, ако работ е АВ[А(20,20,30), В(60,20,30)], додека работ CD нека е нормален на Π_1.

754. Претставете три проекции на правилен тетраедар ABCD со работ АВ [А(30,20,20), В(70,20,30)] и ако работ AD е паралелен со Π_2.

Три проекции на валчести тела

755. Во рамнината Т[50,∞,20] со долната основа е поставен ротационен цилиндар, чиј центар на таа основа е М(30,30,z) и радиус – 20 mm. Нацртајте три проекции на цилиндарот со следнава висина: а) 50 mm, б) 15 mm.

756. Да се конструираат проекции на цилиндрична плоча, чија дебелина е 20 mm ако со една своја основа е потпрена на Π_1 и Π_2, и тоа на Π_1 се допира во точката А(50,30,0), а на Π_2 во точката В(50,0,40).

757. Дадена е отсечката АВ[А(60,40,25), В(30,20,10)]. Нацртајте три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар, чии основи имаат фронталнопроектирачка положба, ако дијаметар на долната основа е отсечката АВ!. Потоа пресметајте ја плоштината на обвивката на претходно определениот цилиндар во квадратни единици!

758. Во рамнината $T[-70,60,\infty]$ со задната основа е потпрена цилиндрична плоча, чиј центар е $B(-30,y,40)$ и радиус -30 mm а дебелина на плочата е 15 mm. Одредете монжов пар на плочата!

759. Да се нацртаат три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар со центар на левата основа $M(30,30,30)$ и радиус од 25 мм, која лежи во рамнина T, паралелна со x-оската иако со Π_2 зафаќа агол од 30°. Можни решенија ?

760. Нацртајте три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар со оска MN $[M(80,70,40), N(20,50,40)]$!

761. Да се нацрта во три проекции ротационен цилиндар ако едната негова изводница е $AB[A(40,30.20),B(120,30,80)]$, а плоштината на обвивката на цилиндарот изнесува $\pi \cdot 0,006$ м^2.

762. Нацртајте три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар кој со долната основа чиј центар е $M(30,30,30)$ а радиус од 25 mm лежи во рамнина T нормална на Π_3, ако нејзиниот прв наклонет агол е $\omega_1 = 60^\circ$! Можности?

763. Ротационен конус со својата основа е потпрен на рамнината $T[60,40,\infty]$. Да се конструираат три проекции на конус, чиј центар на основата е $S(30,y,25)$, радиус од 20 mm, а висината на конусот $\overline{SV} = 60$ mm.

764. Дадена е рамнината $T[40,40,\infty]$ и во неа лежи точка S, која е пред Π_2 за 25 mm и над Π_1 за 40 mm. Најдете проекции на ротационен конус чија основа припаѓа на рамнината T, а точката S е центар на основата, при радиус од 30 мм и висина $\overline{SV} = 50$ мм.

765. Зададена е рамнината $P[110,\infty,60]$ и во неа точка $A(30,20,z)$ што припаѓа на кружницата на ротационен конус, а која лежи во рамнината P, ја допира Π_2, има радиус од 20 mm, додека висината на конусот изнесува 50 mm. Да се прикажат трите проекции на конусот.

766. Претставете три проекции на ротационен конус со врвот $V(60,0,0)$ чија висина е $SV = 70$ mm и радиус на основата од 25 мм, ако рамнината на неговата основа е паралелна со x-оската и со Π_1 образува агол од 45°!

767. Да се прикажат три проекции на кос кружен конус чиј а основа лежи во рамнината $P[40,\infty,50]$ со радиус од 25 mm ако должината на најмалата и најголемата изводница респективно се 70 mm и 100 mm, иако рамнината на тие изводници е паралелна со Π_1.

768. Зададена е рамнината T [-80,70,∞]и вон неа точка S(+90,30,20) . Нацртајте проекции на исправен кружен конус, ако S е негов врв, а основата му лежи во рамнината T така, што ја допира Π_2!

769. Дефинирани се правите a =AC/A(50,10,15),C(100,30,40)/ и b =BC/B(70, 45, z),C/.Да се конструираат три проекции на ротационен конус,чија основа е фронталнопроектирачка и минува низ допирната точка A и ги тангира правите a, b, додека врвот V на конусот лежи во симетричната рамнина.

770. Фиксирани се пресечните прави a =AC/A(50,10,15),C(100,30,40)/, b=BC /B(70,45, z),C/ и точката D (30,15,z),кои определуваат фронталнопроектирачка рамнина.Да се претстават три проекции на ротационен конус,чија основа минува ни точката D ги допира правите a, b ,додека неговиот врв V лежи во рамнината T/∞,110,100/.

771. Конструирајте три проекции на составено валчесто тело што се формира при ротирањето на триаголникот ABC/A(10,30,40),B(70,40,40),C(50,65,40)/ околу страната AB!

Три проекции на шупливи тела

772. Определена е рамнината T[-30,20 ,∞] . На таа рамнина со задната основа е потпрено правилно призматично шестостран тело со цилиндричен отвор. Центар на опишаната кружница околу правилниот шестаголник е S(60,y,20). Неговата страна е 30 mm ако тој со една своја страна е паралелен со Π_1, додека кружниот отвор е со радиус од 15 mm . Нацртајте три проекции на телото, со следнава висина: а) 50 mm ,б) 15 mm.

773. На рамнината T[80,40,∞] со задната основа е поставено цилиндрично тело со призматичен отвор (правилна тристрана призма). Центарот на таа основа е M(40,y,40), радиусот 30 mm а отворот е еднаквостран триаголник со страна од 30 мм иако едната негова страна е нормална на Π_1.Да се конструираат три проекции на даденото тело при следнава негова висина: а) 60 mm, б) 20 mm.

774.* Дадено е геометриско тело со призматичен, односно цилиндричен отвор, чија една основа е поставена во дадената рамнина P. Да се нацртаат три проекции на телото:

а) правилна тристрана призма со цилиндричен отвор,со радиус на опишаната кружница околу основите на призмата r= 35 mm ,радиус на отворот изнесува 15 mm и висината на телото-50 mm, додека припадната рамнина е P[100,40,∞].

б) исправена четиристрана призма со основа правоаголник и кружен отвор. Основните рабови на призмата имаат димензии 50 mm и 40 mm, радиусот на отворот е 15 mm, висината на телото изнесува 60 mm, а рамнината е $P[90,40,\infty]$,

в) ротационен цилиндар со радиус на основите од 35 мм и призматичен отвор во форма на правилен петаголник чија страна е 25 mm, ако висината на телото е 50 mm, а рамнината е $P[80,60,\infty]$,

г*) цлиндрична плоча со радиус од 30 мм и квадратен отвор со страна од 30 мм, дебелина на плоча 25 mm а рамнината $P[60,\infty,30]$. Центарот на долната основа нека е $M(30,50,z)$,

д) правилна призматична шестострана плоча со цилиндричен отвор. Основниот раб на призмата е $AB[A(40,20,z), B(65,15,z)]$, радиусот на отворот е 20 mm и дебелина на плочата изнесува 15 мм, а припадната рамнина е $P[100,\infty,40]$,

ѓ) призматична плоча со основа правоаголник и кружен отвор. Основните рабови на призмата се 30 mm и 50 mm, радиусот на отворот е 10 mm а дебелината на плочата е 10 mm, додека рамнината е $P[\infty,50,30]$.

IV 4.2. ХОРИЗОНТАЛНА, ФРОНТАЛНА И ПРОФИЛНА ПРОЕКЦИЈА НА ГЕОМЕТРИСКИТЕ ФИГУРИ КОИ СЕ ВО ОПШТА ПОЛОЖБА СПРЕМА ПРОЕКЦИОНИТЕ РАМНИНИ

- СОБОРУВАЊЕ (РОТАЦИЈА) НА ОПШТА РАМНИНА ОКОЛУ НЕЈЗИНА ТРАГА ВО ЕДНА ОД ПРОЕКЦИОНИТЕ РАМНИНИ И ЗАДАЧИ ВО ВРСКА СО ТОА -

Проекции на полигон

775. Дадена е рамнината T [100,60,80] и во неа триаголник ABC [A(0,20, z), B(40,10, z), C(50,30, z)] Одредете ја хоризонталната и профилната проекција на триаголникот, потоа неговата вистинска големина со соборување околу:
а) t_1 во π_1 , б) t_2 во π_2 , в) t_3 во Π_3!

776. Во рамнината P [80,60,60] лежи еднаквостран триаголник со страна од 30 мм, ако едното теме е A(30,30,z). Нацртајте ги трите проекции на тој полигон.

777. Се бара трага t_2 на рамнина T [50,40,ξ], ако се знае аголот меѓу двете траги $\sphericalangle\, t_1,t_2 = 60^\circ$.

778. Нека се дадени правите p = AB[A(70,30,10), B(10,45,20)] и q = CD[C(55, 60,40), D(80,40,55)]. Повлечете права $\underline{r}$ која ја сече правата $\underline{p}$ а да биде паралелна со правата $\underline{q}$, иако делот на бараната права $\underline{r}$ меѓу проекционите рамнини Π_1, Π_2 изнесува 90 mm.

779. Земете ја рамнината Г [-60,50,30]. Нацртајте проекции на права $\underline{h}$ која лежи на Г, паралелна е со Π_1 и од неа на растојание од 40 мм, потоа конструирајте проекции на права $\underline{f}$ што лежи на Г, паралелна е со Π_2 и од неа оддалечена за 30 mm. Најдете ја вистинската големина на фигурата што од рамнината Г ја исекуваат правите $\underline{h}$, $\underline{f}$ и проекционите рамнини Π_1 , Π_2!

780. Дадена е отсечката AB [A(30,30,20), B(70,60,80)] која е страна на еднаквостран триаголник. Да се конструираат три проекции на тој триаголник, ако неговата рамнина со Π_1 зафаќа агол $\omega = 60^\circ$. Можни положбени решенија?

781. Низ отсечката AB[A(30,30,20), B(70,60,80)] поставете рамнина што со Π_2 гради агол од 45°. Потоа нацртајте три проекции на еднаквостран триаголник со страна AB. Можности?

782. Низ отсечката AD [A(30,30,40), D(70,50,90)] поставете рамнина што со Π_3 детерминира агол $\omega_3 = 45^\circ$! Да се претстават двете решенија. Понатаму да се нацртаат три проекции на еднаквостран триаголник ABC со висина AD.

783. Детерминирани се рамнината P[100,80,100] и точката A(60,40,60). Да се прикажат придружени проекции на еднаквостран триаголник чие едно теме е точката A, растојанието од точката A до рамнината P висината на бараниот триаголник, додека страната BC е паралелна со Π_1 и лежи во дадената рамнина. Можни положби?

784. Низ правата a =AB/A(10,30,10),B(60.10.40)/ да се постави рамнина P која со Π_1 формира агол $\omega_1 = 45^\circ$. Земете ја рамнината со дивергентни траги, потоа одредете три проекции на триаголник ABC што припаѓа на рамнината P, ако страната AC е паралелна со Π_3 и изнесува $\overline{AC}$ =40 мм.

785. Определена е отсечката AB[A(10,40,10), B(50,10,30)], низ неа поставете рамнина T која со Π_1 зафаќа агол од 60°, земете ја рамнината со конвергентни траги. Во рамнината T конструирајте триаголник ABC, чија страна BC има фронтална положба и изнесува $\overline{BC}$ = 30 mm. Да се нацртаат три проекции на тој триаголник, потоа најдете ја неговата вистинска големина со соборување во: а) Π_1, б) Π_2, в) Π_3.

786. Определена е рамнината T[100,70,50] и во неа точка A(50,y,20), која е теме на квадрат со страна од 30 мм. Нацртајте ги трите проекции на квадрат ABCD што припаѓа на рамнината T, но така што спротивното теме C на темето A да лежи во Π_1!

787. Во рамнината P[80,60,60] се наоѓа квадрат со страна од 35 мм, чија една страна е паралелна со Π_2, ако едно теме е A(30,30,z). Да се претстават трите проекции на тој квадрат. Можности?

788. Дефинирана е рамнината P[80,80,60] и во неа точка A(20,10,z). Да се конструираат три проекции на квадрат чие едно теме е A, а спротивното се наоѓа во Π_2, ако бараниот квадрат лежи во дадената рамнина.

789. Во рамнината P/ 60,60,60/ земете квадрат со страна од 30 мм, ако едно теме е A(30,30,z) и една страна е паралелна со Π_3. Да се прикажат три проекции на бараниот полигон. Колку има решенија ?

790. Одредете агол што го зафаќаат пресечните прави a = AC[A(10,-10,40), C(70,50,20)]и b= BC[B(50,10,60),C]! Потоа да се претстават придружени проекции на симетрала на остриот агол.

791. Низ точката A(10,20,15) повлечете права $\underline{b}$ која ја сече правата c =EF [E(20,35,15), F(40,15,50)] и со неа заклапа агол од 45° .Нацртајте ги нивните три проекции. Можни решенија?

792. Во рамнината P[80,60,60] лежи петаголник ABCDE со страна од 30 мм ако едно теме е A(30,30, z),додека соседното теме E лежи во Π_1. Да се претстават трите проекции на бараниот петаголник.

793. Дефинирана е рамнината T[80,80,60] и во неа точка A(20,10, z). Да се конструираат три проекции на правилен петаголник со страна од 30 мм, ако едно теме е дадената точка A и со една страна е паралелен на Π_2, при што бараниот полигон лежи во дадената рамнина. Можности?

794. Дадена е рамнината P[80,80,60] и во неа точка A(20,10,z). Да се претстават три проекции на шестаголник што лежи во таа рамнина,чие едно теме е точката A, а со другото теме припаѓа на Π_2,додека неговата страна изнесува 25 mm .

795. Земете проекции на еден произволен четириаголник ABCD така што неговата хоризонтална проекција е еден квадрат A'B'C'D' со страна од 40 мм. Одредете ја фронтална проекција на онаа крива γ, која лежи во рамнината на четириаголникот ABCD , а чија хоризонтална проекција е кружница впишана во квадратот A'B'C'D'. Што е кривата γ? (Дадените проекции изберете ги сами според условот на задачата).

796. Во рамнината T[60,70,40] лежи правилен шестаголник со центар S(10,25, z) и едно теме A(-10,25, z), така што две негови страни се паралелни со Π_1. Нацртајте проекции на бараниот шестаголник!

797.Во рамнината T/80,60,50/ земете правилен осумаголник со центар на опишаната кружница околу него S(20,25, z) и едно теме A(20,y,30)! Да се конструираат неговите три проекции.

798 .Во рамнината T[50,30,-30] инцидира еднаквостран триаголник со страна од 30 мм, чиј центар на опишаната кружница околу него е S(30,40,z), една негова страна е паралелна со Π_1.Се бараат трите проекции на триаголникот. Можни положби?

799. Нацртајте три проекции на еднаквостран триаголник кој лежи во рамнината P[50,20,-30], ако едно негово теме е A(55,y,30) и страна 30 mm така што темето B се наоѓа во Π_2!

800. Во рамнината P[50,-20,60] се наоѓа квадрат ABCD чии две негови темиња се A(10,20,z) и B(40,30,z). Најдете ги неговите три проекции. Можности?

801. На рамнината T[60,-40,70] ѝ припаѓа правилен петаголник со радиус на опишаната кружница околу него 30 mm, така што со едно теме ја допира Π_2, додека положбата е произволна. Да се одредат монжови проекции на петаголникот.

802. Определена е рамнината P[60,-40,80] во која се наоѓа правилен петаголник со радиус на опишана кружница околу него 25 mm, чие едно теме ја допира Π_1 и со една страна е паралелен со Π_2. Нацртајте ги неговите три проекции. Можности?

803*. Во рамнината P[-80,40,-60] лежи шестаголник ABCDEF [A(-50,30,z), B(-30,30,z), C(-20,40,z), D(-30,60,z), E(-50,60,z), F(-60,40,z)]. Одредете ја фронталната проекција на шестаголникот, потоа најдете ја неговата вистинска големина.

804. Земете правилен шестаголник во рамнината T[-40,20,-30] со центар на впишаната кружница во него S(20,y,40) и радиус од 30 mm. Се бараат три проекции на полигонот. Можни положби?

805. Дадени се правата m= MN[M(20,50,40), N(70,20,15)] и точката A(40,10,10). Да се нацртаат проекции на еднаквостран триаголник ако точката A е едно негово теме, а другите две темиња B и C лежат на правата m.

806. Определени се правата p = AB[A(60,-20,-70), B(-70,40,50)] и вон неа точката M(0,50,50). Конструирајте три проекции на триаголник чие едно теме е точката M, второто теме N лежи на правата p и на Π_1, додека третото теме P на дадената права p и на Π_2. Потоа претставете го пресекот на така добиениот триаголник со проекционите рамнини.

807. Дефинирана е рамнината со двете паралелни прави a = AB[A(40,35,15), B(20,15,50)] и права b минува низ точката C(50,20,15). Нацртајте три проекции на следнава рамнинска фигура во неа:

а) еднаквостран триаголник со страна AB, б) квадрат со страна BC,

в) правилен петаголник со страна AC, г) правилен шестаголник со центар во C и должина на страната AB. Можни положбени решенија?

808. Определен е центарот S(110,20,50) на шестаголникот ABCDEF, чија страна лежи на правата p = MN[M(35,70,80), N(90,5,15)]. Одредете ги неговите три проекции!

809. Дадена е рамнината P[80,80,60] во која лежи една страна од квадрат ABCD [A(40,20,z) и B(10,30,z). Страните AD и BC стојат нормално на рамнината P. Да се конструираат монжови проекции на квадратот.

810. Нека е дадена рамнината T[50,40,30] и во неа точките S(40,20,z) и A(0,10,z). Да се одредат проекции на правилен петаголник чиј центар е S, едно теме му е во A, тој лежи во една рамнина P што е нормална на T.

811. Претставете во три проекции правилен осумаголник ABCDEFGH со темето A(90,40,50) и центарот штоприпаѓа на правата p = MN[M(70,40,35), N(90,10,15)], додека рамнината на осумаголникот е нормална на дадената права p.

812. Во рамнината P[90,80,90] се наоѓа еднаквостран триаголник со страна од 30 мм во произволна положба. Низ пресекот на симетралите на страните издигната е нормална права на рамнината P и на неа најдете точка T, ако е должината $\overline{ST}$ = 60 мм. Задачата да се реши во три проекции.

813 Дефинирана е рамнината T[70,90,-50] во која лежи триаголник ABC [A(100, 40,z), Б(45,50,z), C(90,30,z)]. Да се нацртаат придружени проекции на тој триаголник, потоа во точката A да се издигне нормала на рамнината со должина од 40 мм.

Проекции на круг

814. Определена е рамнината P[110,80,70] и во неа круг чиј центар е C(30,25,z). Нацртајте три проекции на кругот, ако е: а) r=25 мм, б) кругот ја допира Π_2.

815. На рамнината P[100,80,60] лежи точка C(40,y,15) која е центар на круг што ја допира рамнината Π_1 и се наоѓа во дадената рамнина. Да се конструираат проекциите на кругот.

816. Во рамнината P[80,80,60] се наоѓа точка A(40,20,z). Да се конструираат три проекции на круг, којшто лежи во таа рамнина, има радиус од 25 мм, ја допира Π_1 и минува низ точка A.

817. На рамнината P[90,75,65] и припаѓа круг со радиус од 30 мм, кој ги допира Π_1 и Π_2. Нацртајте ги неговите три проекции!

818. Дефинирана е рамнината со нејзините сегменти $P[-40,40,30]$. Да се одредат проекции на точка S која лежи на рамнината P и е за 30 mm над Π_1, а за 35 mm пред Π_2. Потоа да се нацртаат проекции на круг што лежи на дадената рамнина, има центар во S и се допира до Π_1.

819. Круг се наоѓа во рамнината $P[80,50,70]$ и се допира до трите нејзини траги, одредете ги неговите три проекции.

820. На рамнината $T[100,60,80]$ припаѓа триаголник $ABC[A(10,10,z), B(70,0,z), C(50,y,0)]$. Да се најде центарот S на опишаната кружница околу дадениот триаголник.

821. Определена е рамнината $T[80,50,60]$ и хоризонталната проекција на триаголникот ABC/ $A(10,10,z)$, $B(60,5,z)$, $C(30,25,z)$], кој лежи во рамнината T. Да се конструираат три проекции на впишана кружница во триаголникот ABC.

822. Дефинирана е рамнината $\Gamma[-30,50,30]$ и на неа крива $\underline{k}$ чија хоризонтална проекција е круг со центар $C(50,40,z)$ и радиус од 30 мм. Нацртајте ја фронталната проекција на кривата $\underline{k}$!

823. Земете ја рамнината $T[130,60,80]$ и во неа две паралелни прави $m = LM$ $[L(0,60,z), M(80,30,z)]$ и права $\underline{n}$ минува низ точката $N(30,20,z)$, како и точка $P(50,30,z)$! Конструирајте три проекции на кружница која минува низ точката P и ги допира правите $\underline{m}, \underline{n}$!

824. Определена е рамнината $T[80,50,60]$ и во неа две прави $m = LM[L(10,y,50), M(60,y,10)]$ и $n = MN[M,N(-10,y,10)]$, потоа и точка $P(10,y,30)$. Одредете три проекции на кружница која минува низ точката P и ги допира правите $\underline{m}, \underline{n}$!

825. Да се впише круг во триаголникот ABC со помош конструирање траги на рамнина на триаголникот и нејзино соборување, ако се:

а) $ABC[A(0,20,70), B(30,50,10), C(70,5,40)]$,

б) $ABC[A(0,100,40), B(40,20,80), C(80,60,20)]$.

Задачата да се реши во три проекции.

826. Опишете круг околу триаголникот ABC:

а) $A(0,50,20)$, $B(20,10,40)$, $C(40,30,10)$,

б) $A(0,30,10)$, $B(20,20,30)$, $C(40,50,40)$.

Задачата да се реши со помош на соборување рамнина на триаголникот.

827. Дефиниран е триаголникот ABC [A(0,40,40), B(60,90,10),C(0,20,80)] .Се бараат трите проекции на тежиштето, центарот на опишаната и центарот на впишаната кружница околу дадениот триаголник.

828.Зададена е фронталната трага на рамнината T[60,η,30]и првиот нејзин агол $\alpha_1 = 30^\circ$, одредете ја хоризонталната трага на онаа рамнина што има конвергентни траги. Потоа во земената рамнина нацртајте круг со радиус од 25 mm , којшто истовремено ги допира проекционите рамнини Π_1 и Π_2. Да се претстави кругот во монжов пар.

829. Дадени се паралелни прави a и b. Да се нацртаат проекции на кружница која ги допира двете прави и минува низ точка A, ако се:
а) a = AB[A(5,50,20), B(50,20,0)] и правата b = минува низ точката C(10,0,60),
б) a = AB[A(45,20,50),B(0,0,20)] и правата b минува низ точката C(40,60,0).

830 Конструирајте три проекции на круг што ја допира правата a=AB во дадена точка A и минува низ точката C, која не припаѓа на споменатата права a, ако се:
а) a = AB [A(60,40,30), B(30,50,70)] и C(20,10,40),
б) a = AB [A(60,40,30), B(30,50,70)] и C(20,10,40) .

831. Дефинирана е рамнина со двете паралелни прави a = AB [A(40,35,15), B(20, 15,30)] и права b минува низ точката C(50,20,15). Нацртајте три проекции на следнава рамнинска фигура во неа:
а) круг со центар C и да ја допира правата a,
б) круг чија рамнина е нормална на рамнината дадена со правите a, b , радиусот на овој круг е 25 mm и една точка на кругот е C.

832. Дефинирани се двете паралелни прави a = AB[A(0,40,40), B(60,90,10)] и правата b минува низ точката C(0,20,80).
а) одредете вистинска должина на растојанието меѓу правите a и b,
б) нацртајте придружени проекции на круг кој ги тангира дадените прави и минува низ допирната точка A,потоа друга кружница со центар во точката C и ја допира однадвор претходната кружница.

833. Претставете монжови проекции на круг кој минува низ точката A(40, 20,40), чијшто радиус е 30 mm и ја допира правата $p = P_1P_2$ [P_1 (10,50,0), P_2 (40,0,50)]!

834. Нацртајте три проекции на кружница што минува низ точките A(60,30,0), B(60,0,30) и ја тангира правата p=CD [C(35,20,30), D (10,65,10)] во допирната точка C!

835 Дадени се двете прави a = AC[A(60,10,65), C(100,10,10)] и b = BC[B(50, 45,5),C] . Да се конструираат три проекции на кружница со радиус од 25 мм која ги тангира двете прави a,b.

836. Дадена е рамнината T[-100,70,80] и во неа точки M(-25,y,60) и N(-40,30,z). Нацртајте проекции на круг кој лежи во рамнината T,минува низ точката M, N и има радиус 40 mm . Најдете го прободот на нормалата повлечена низ центарот на кругот со Π_2,како и растојанието од тој центар до прободот.

837. Определена е рамнината T[120,80,100] и во неа триаголник ABC[A(20,10,z) B(70,10,z), C(0,50, z)] . Одредете точка во Π_1 која е еднакво оддалечена од трите точки A,B и C!

838. Нека е зададена рамнината T / 50,- 30,40/ и во неа припаѓаат точки M(40,y,35) и N(15,y,35).Да се претстават три проекции на круг што се наоѓа во таа рамнина проаѓа низ точките M,N и има радиус од 30 мм.Потоа најдете го прободот на нормалната права издигната во центарот на кругот со Π_1.

839. Дадени се точките A(30,40,70), B(70,20,50) и C(40,10,20). Се бара точка која е еднакво оддалечена од трите точки и лежи во проекционата рамнина, имено:

а) Π_1, б) Π_2, в) Π_3.

840. Дефиниран е триаголникот ABC[A(10,0,40), B(40,60,10), C(90,20,70)], нацртајте три проекции на впишана и опишана кружница околу него. Потоа низ центарот на опишаната кружница S подигнете нормала на триаголникот и на неа одредете точка T, така што растојанието $\overline{ST}$ да изнесува 60 mm.

841. Земете ја рамнината T[120,80,100] и во неа триаголник ABC[A(20,10, z), B(70,10,z),C(0,50,z)] . Да се конструираат три проекции на впишаниот круг во триаголникот. Понатаму најдете точка D на Π_1 која е еднакво оддалечена од дадените три точки, како и точка E на Π_2 која е еднакво оддалечена од трите точки A,B и C.

Проекции на призми

842. Дадена е рамнината T[120,80,70] и во неа отсечка AB [A(30,0,z), B(60, 30,z)] . Нацртајте три проекции на правилна тристрана призма, ако основен раб е отсечката AB, висина на призмата е 50 mm. Можности?

843. Земете ја рамнината T[120,80,100] и во неа триаголник ABC[A(20,10, z), B(70,10,z), C(0,50, z)].Да се конструираат три проекции на триаголник EFG на растојание од 20 мм од дадениот триаголник ABC.

844. Најдете ортогонална проекција на триаголникот ABC[A(70,40,40), B(60,70,60), C(40,50,40)] врз рамнината T [80,40,60] . Потоа претставете ја така добиената засечена призма во трите проекции.

845. Определена е рамнината P[110,100,70] и вон неа триаголникот ABC[A(160, 70,60), B(100,70,60), C(110,110,30)] , одредете три проекции на исправена тристрана призма чија една основа е триаголникот ABC, а висината на призмата е еднаква на растојанието од точката A до дадената рамнина P.

846. Земете ја рамнината T[80,40,60] и во неа права a = AB[A(20,y,15), B(40,y,30)]! Одредете ја хоризонталната проекција на правата a.Потоа низ точката A повлечете права b така што таа да лежи во рамнината T и со правата a да заклопува агол од 45°. Можни решенија?

Најдете проекции на еднаквокрак триаголник кој припаѓа на рамнината T чии две темиња се A и B, а третото теме C е во Π_2, потоа одредете проекции на призма чиј долен базис е триаголникот ABC со висина од 100 мм.

847. Дефинирана е рамнината P[100,50,80] и врз неа е потпрена призматична квадратна плоча со основен раб од 40 мм и дебелина на плочата од 30 мм. Се бараат трите проекции на телото.

848. Определена е рамнината T[100,70,100] и во неа точка A(45,10, z). Нацртајте проекции на квадратна призма чија долна основа со основен раб 45 mm е во рамнината T, ако едно теме е A, соседното B лежи на Π_2, додека висината изнесува 70 мм!

849. Конструирајте три проекции на квадратна призма ABCDEFGH која со долната основа ABCD е потпрена на рамнината T[115,90,55],пресекот на дијагоналите на таа основа е точка S(30,y,15) и едно теме A(20,y,30),додека темето E од горната основа е оддалечено од Π_3 за 40 mm. Одредете ја видливоста имајќи предвид дека призмата е шупливо тело.

850. Дадена е рамнината T[-160,90,120] и во неа точка S(-60,y,30) . Да се претстават монжови проекции на правилна четиристрана (квадратна) призма која со долната основа е поставена во рамнината P, S е пресечната точка на дијагоналите од таа основа, основниот раб е 40 мм, една од дијагоналите со Π_2 образува агол од 30°, а бочниот (околниот) раб на призмата е 60 mm. Можни положбени решенија?

851. Прикажете три проекции на квадратна плоча со основен раб од 50 мм, и дебелина на плочата од 25 мм, која со долниот базис е поставена врз рамнината T[70,70,50], ако едно теме A на таа основа припаѓа на Π_1, а соседното теме B лежи во Π_2.

852. На рамнината T[60,50,40] со својата долна основа лежи правилна петострана призма чиј основен раб е 30 мм и висина 20 мм при што едното теме од таа основа е во Π_2 а нему спротивниот основен раб лежи на Π_1. Да се одредат три проекции на призмата.

853. Земете ја рамнината T[80,60,60]и вон неа точката P(65,80,80). Нацртајте три проекции на правилна четиристрана еднакворабна призма, која со едната основа е поставена на рамнината T и од неа едно теме се наоѓа во Π_1, ако точката P е центар на нејзината горна основа:

854. Детерминирана е рамнината P(80,60,60) и надвор од неа точката E(70,55,70). Да се конструираат три проекции на исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чија една основа е квадрат ABCD со основен раб од 40 мм, кој лежи во дадената рамнина и едно негово теме е во Π_2, а точката E е теме од горната основа на призмата.

855. Определена е рамнината T[120,100,80] и вон неа четириаголникот ABCD [A(130,70,70), B(90,y,60), C(30,90,80), D(100,55,100)], кој припаѓа на засечената четиристрана призма, ако ортогоналната проекција на дадениот четириаголник врз рамнината е $A_nB_nC_nD_n$ претставува долна основа од таа призма. Да се нацртаат три проекции на така добиената призма и да се одреди видливоста имајќи предвид дека рамнината T е проѕирна.

856. Нацртајте три проекции на правилна петострана призма, ако центар на опишаната кружница околу нејзината горна основа е точката P[70,80,80], долната основа припаѓа на рамнината T[80,70,60], при што таа основа има едно теме што иницира во Π_1.

857. Нека е дадена рамнината T[100,70,80] и надвор од неа точката N(60,70,75). Да се конструираат три проекции на правилна шестострана призма чиј бочен раб е двапати поголем од основниот раб, ако центарот на впишаната кружница во горната основа е точката N, долната основа лежи во рамнината T, додека двата основни раба се паралелни со Π_1.

858. Дадена е точката T(110,110,100) која е центар на опишана кружница околу горната основа на правилна шестострана призма, додека со долната основа е потпрена во рамнината P[140,100,115] , чие едно теме е во Π_2. Нацртајте ги трите проекции на бараното тело!

859. Зададена е правилна шестострана призма чиј пресек со рамнината T[70,70,-100] има два основни раба паралелни со Π_1, ако центарот на тој правилен шестаголник е S(0,y,30), радиусот на кружницата опишана околу него изнесува 25 мм. Одредете ги проекциите на пресеците на таа призма со Π_1 и со Π_2. Се добива засечена шестострана призма.

860. Определена е рамнината P[140,100,100] и права p што е нормална на таа рамнина и минува низ точката S(100,100,110). Одредете три проекции на еднаквораб-на шестострана исправена призма, чија една основа лежи во рамнината P, висината на призмата SS_n припаѓа на правата p, основниот раб е 30 mm а два основни раба на едната основа се паралелни со Π_1.

861. Конструирајте три проекции на правилна четиристрана призма, која со долната основа е поставена на рамнината P[70,-80,80], ако дијагоналата на таа основа е AC[A(50,y,60), C(80,y,70)] , додека висината на призмата изнесува 60 mm.

862. На рамнината T[60,-40,70] припаѓа правилен петаголник со радиус од 30 мм на опишана кружница околу него, така што со едно теме е A(70,20,z) и основен раб паралелен со Π_1, односно со Π_2. Потоа да се нацртаат три проекции на правилна петострана призма, чија горна основа е дадениот петаголник, а висината изнесува 60 мм.

863. Дадена е хоризонтална трага на рамнина T[100,70,ξ] , во неа лежи точката A(50,10,20). Одредете три проекции на квадратна призма со основен раб од 40 мм, која со основата е поставена на рамнината T, едно теме од таа основа е точката A, соседното теме B лежи во Π_1, додека бочниот раб на призмата е 70 мм.

864. Нацртајте три проекции на правилна четиристрана призма ABCDEFGH , која со својата бочна страна ABEF е ставена врз рамнината P[100,100,100], ако е зададен основен раб AB[A(70,y,15), B(30,5,z)], а бочниот раб AE изнесува 60 mm.

865. Да се претстават три проекции на правилна шестострана призма ABCDEFGHI , чиј бочен раб е AG[A(70,y,15), G(30,5,z)] и радиусот на опишаната кружница околу основата изнесува 30 mm, ако призмата со бочната страна ABGH е потпрена врз рамнината T[100,100,100] .

866. Определена е горната основа ABC[A(0,40,35), B(40,30,45), C(10,50,65)] на исправената тристрана призма ABCDEF и бочниот раб $\overline{AD} = 50$ mm. Да се нацртаат три проекции на призмата, без да се употребат траги на дадената рамнина со A,B,C.

867. Фиксиран е триаголникот ABC/A(30,10,20),B(60,40,0),(80,20,50)/. Над него конструирајте нему паралелен триаголник DEF на растојание од 60 мм. При тоа се добива исправена тристрана призма ABCDEF, чии три проекции треба да се одредат, но без користење траги на рамнината на триаголникот ABC.

868. Земете го триаголникот ABC[A(0,40,50), B(30,60,0), C(50,10,40)]! На него низ темето C издигнете нормала со должина $\overline{CF}$=50 мм. Одредете монжови проекции на исправена тристрана призма со една основа ABC и бочен раб CF, потоа најдете ја вистинската големина на страната на призмата BCEF.

869. Детерминирана е долната основа на исправена четиристрана призма ABCD [A(80,20,20), B(60,50,5), C(0,40,30), D] ако околниот раб изнесува 50 mm. Да се прикажат проекциите на призмата без да се употребат траги на рамнината од долната основа.

870. Определен е петаголникот ABCDE [A(90,20,20), B(80,60,60), C(30,70,80), D(10,30,z), E(40,10,z)]. Да се нацртаат монжови проекции на петаголникот, потоа да се претстават проекции на исправена петострана призма, чија долна основа е дадениот петаголник со висина на призмата $\overline{AF} = 20$ mm.

871. Дадени се двете паралелни прави a= MN [M(30,10,75), N(0,55,40)] и правата b минува низ точката P(50,25,20). Конструирајте три проекции на правилна шестострана призма чии два основни раба лежат на правите a,b, ако P е едно теме а висината на призмата изнесува 65 мм.

872. Прикажете проекциии на правилна шестострана призма чиј долен основен раб е на правата p = MN [M(30,70,0), N(10,0,80)], центарот на таа основа е S(40,30,30), а висината на призмата изнесува 50 mm, со помош на методот за трансформација.

873. Земете ги трите паралелни прави m = MN [M(130,90,50), N(40,0,0)], правата p минува низ точката P(110,100,80) и правата q минува низ точката Q(80,100,35), на кои лежат три бочни раба на една коса тристрана призма, ако долната основа на таа призма лежи во рамнината T [100,60,60]. Бараната призма се добива со сврзување на прободите на трите дадени прави со рамнината T, ако од прободите по секоја права се нанесат должини по 60 mm над дадената рамнина T, така што добиените три точки се темиња на горната основа на бараната призма. Нацртајте три проекции на бараното тело.

874. Дефинирани се трите паралелни прави $a=AG[A(10,35,45), G(70,10,30)]$, правата $\underline{b}$ минува низ точката H((60,60,70) и правата $\underline{c}$ минува низ точката J(90, 65,10). Да се конструираат три проекции на исправена тристрана призма ABCDEF определена од трите прави $\underline{a},\underline{b},\underline{c}$, ако теме на долната основа е точката A иако бочниот раб AD изнесува 80 mm.

875. Дадената отсечка AD[A(40,30,20), D(90,70,70)] е бочен раб на правилна тристрана призма, чиј долен базис има теме A, темето B лежи на Π_1, ако основниот раб изнесува 50 mm. Одредете ги проекциите на призмата, потоа вистинската големина на бочниот раб.

876. Фиксирани се двете паралелни прави $a = AJ[A(40,40,80), J(120,10,25)]$ и правата $\underline{b}$ минува низ точката K(100,60,60). Нацртајте три проекции на исправена квадратна призма ABCDEFGH со висина $\overline{AE} = 100$ mm, на која два спротивни бочни раба лежат на правите $\underline{a}$ и $\underline{b}$, ако точката A е теме од горната основа на призмата!

877. Да се претстават три проекции на правилна четиристрана призма, ако нејзината висина лежи на правата $o = PQ[P(40,10,20), Q(70,50,50)]$, точката A(30,40,60) е едно теме на едната основа и ако е дадена должината на бочниот раб што изнесува 70 mm.

878. Определени се двете паралелни прави $a = AK[A(40,60,80), K(120,30,25)]$ и правата $\underline{b}$ минува низ точката L(100,80,60). Нацртајте три проекции на правилна петострана призма ABCDEFGHIJ, чии два бочни раба од едната страна на призмата припаѓаат на дадените прави $\underline{a}$, $\underline{b}$ додека бочниот раб нека е двапати поголем од основниот раб!

879. Нацртајте три проекции на правилна петострана призма, ако нејзината висина припаѓа на правата $o=MN[M(15,10,20), N(45,50,50)]$, а точката A(5,40,60) е едно теме на долната основа, додека должината на бочниот раб е 60 mm.

880. Нацртајте три проекции на еднакворабна петострана призма ако центри на нејзините основи се точките P(40,60,60), и Q(90,70,90)! Колку има решенија?

881. Да се одредат три проекции на правилна шестострана еднакворабна призма чии два дијаметрално спротивни бочни раба лежат на двете паралелни прави $a = AB$ [A(60,40,15), B(85,80,50)] и правата $\underline{b}$ минува низ точката C(30,65,65), ако точката A е теме на долната основа.

882. Дадени се паралелните прави a =AB/A(20,15,20),B(100,70,90)/ и $\underline{b}$ на која се наоѓа точката C(90,25,20),на нив лежат два спротивни бочни раба на правилна шестострана призма.Точката B е теме од горната основа на призмата,а висината на призмата е 80 мм.Конструирајте ги трите проекции на така дефинираната призма!

883. Нацртајте три проекции на правилна шестострана призма, ако нејзината висина припаѓа на правата o= PQ [P(60,10,20), Q(90,50,50)] , точката A(50,40,60) е едно теме на долната основа и должината на бочниот раб изнесува 40 mm.

884. Да се претстави во проекции исправена квадратна призма ABCDEFGH со дијагоналата AC/A(30,20,20),C(70,40,50)/ на долната основа и пресечна точка на дијагоналите на горната основа се наоѓа на правата n =IJ/I(10,0,100),J(15,90,30)/.

885. Определена е отсечката AB [A(10,40,10), B(50,10,30).] Низ отсечката AB поставена рамнина T која со Π_1 затвора агол од 60°, земете ја онаа рамнина што има конвергентни траги. Нацртајте три проекции на правилна тристрана призма ABCDEF, чија една основа ABC лежи во рамнината T, еден основен раб е отсечката AB, а должината на бочниот раб на призмата е еднаква на растојанието од темето A до Π_2.

886. Низ отсечката AB[A(10,40,10), B(50,10,30)] поставете рамнина T која со Π_2 зафака агол $\omega_2 = 45^\circ$. Потоа конструирајте три проекции на правилна тристрана призма ABCDEF , чија една основа е ABC, при што отсечката AB е основен раб, а центарот на опишаната кружница околу другата основа DEF лежи во Π_2. Да се претстават на одделни цртежи двете можни решенија.

887. Нацртајте три проекции на коса квадратна призма ABCDEFGH , ако рамнината на таа основа ABCD со Π_2 заклопува агол од 30° и ако се дадени темињата: A(60,5,50), B(55,25,5) и F(150,60,40),кое е на горната основа! Изберете ја онаа рамнина што е подалеку од координатниот почеток.

888. Еднакворабна шестострана призма ABCDEFGHIJKL со долна основа ABCDEF е поставена на рамнината T[160,70,ξ] , чиј втор наклонет агол е $\omega_2 = 30^\circ$, земете ја онаа рамнина што има конвергентни траги. Претставете ги трите проекции на бараната призма, чиј основен раб е AB[A(40,30, z), B(50,15, z)]!

889. Рамнината на дијагоналниот пресек на правилна шестострана призма минува низ отсечката AG[A(30,90,110), G (70,45,60)] и со Π_2 зафака агол од 60°.Нацртајте ги

трите проекции на таа призма ако нејзин бочен раб е отсечката AG, а дијаметарот на кружницата опишана околу основата е еднаков на бочниот раб AG . Да се земе рамнина на оскиниот пресек со конвергентни траги, тогаш призмата е во прв октант.

890. Низ отсечката AB [A(30,80,0), B(60,40,30)] поставете рамнина P чиј прв наклонет агол е 60° и земете ја онаа рамнина што има конвергентни траги. На рамнината P со една страна BCDEFG е поставена шестострана еднакворабна исправена призма BCDEFGHIJKLM , чиј волумен изнесува 40500 $\sqrt{3}$ mm^3, ако аголот меѓу работ BC и трагата p_1 е 45°. Одредете ги трите проекции на дадената призма.

891. Рамнината P е дијагонален пресек на еднакворабна шестострана призма што минува низ отсечката AK[A(30,90,110), K(70,45,60)] и со Π_2 зафаќа агол од 60°. Да се конструираат монжови проекции на бараната призма, ако нејзиниот бочен раб е AK и два раба се паралелни со Π_1 или со Π_2. За рамнината P да се земе рамнина со дивергентни траги.

892. Рамнина на дијагоналниот пресек T на правилна осумстрана призма минува низ отсечката ST[S(50,90,110), T(90,45,60)] и со Π_2 зафаќа агол $\omega_2 = 60^\circ$. Нацртајте проекции на таа призма, ако нејзиниот бочен раб е ST основниот раб е 1/2 ST и ако со два основни раба е паралелна со Π_3. За рамнината T да се зема онаа што има конвергентни траги.

893. Зададена е коса четиристрана призма со задна основа ABCD [A(20, 10,20) B(60,0,0), C(80,20,40), D(40,20,60)] и едно теме од горната основа E(80,100,100). Нацртајте трите проекции на призмата, потоа одредете го нормалното растојание меѓу бочните рабови, како и висината на призмата.

894. Определени се правите p = AB [A(10,25,40), B(40,70,60)] и q = BC[B,C(70, 55,55)]. На тие прави се наоѓаат краците на еднаквокрак триаголник со темето B, ако должината на кракот е 40 mm. Нацртајте проекции на исправена засечена тристрана призма, чија горна основа е тој триаголник, додека долната основа припаѓа на Π_1, значи бараното тело е омеѓено од дадениот триаголник до Π_1!

Проекции на пирамида

895. Дадена е рамнината P[60,50,60] и на неа три точки: A(20,10, z), и C(40, 30, z) кои се темиња на основа на правилна тристрана пирамида, која е поставена во рамнината P и чија висина е 100 mm . Да се одредат нејзините три проекции.

896. Во рамнината P[140,80,100] лежи триаголник ABC[A(70,30, z), B(20,50, z) C(50,0, z)] . Да се нацртаат три проекции на тристрана пирамида ABCV, ако дадениот триаголник е основа на пирамидата, висината на пирамидата TV е нормална на рамнината P и започнува од тежиштето T на триаголникот ABC, а врвот V се наоѓа во Π_2.

897. Одредете три проекции на правилна четиристрана пирамида, едно теме на основата е A(20,60, z), другото соседно теме B лежи во Π_1, ако основниот раб изнесува 60 mm, врвот на пирамидата е во Π_2, додека основата е поставена врз рамнината T[130,110,130] !

898. Нацртајте три проекции на квадратна еднакворабна пирамида ABCDV која со основа припаѓа на рамнината T[20,40,50], и тоа така, што темето A лежи во Π_1, а темето C лежи во Π_2, додека висината на пирамидата е $\overline{SV} = 100$ mm.

899. Дефинирана е рамнината T /70,50,60/ и во неа отсечка AC[A(15,20, z), C(45,10, z)]. Најдете три проекции на правилна четиристрана пирамида чија основа лежи во дадената рамнина, ако отсечката AC е дијагонала на таа основа иако висината на пирамидата изнесува 60 mm.

900. Земете ја рамнината T[90,80,60] и во неа отсечка AB[A(20,50, z), B(50, 25, z)]. Да се конструираат проекции на правилна четиристрана пирамида, значи со квадрат кој се наоѓа во рамнината T, чиј основен раб е отсечката AB, а висината на пирамидата е $\overline{SV} = 80$ mm. Колку има положбени решенија?

901. Во рамнината T /40,-60,-50/ е точка S(65,30, z), која е центар на основа на правилна петострана пирамида ABCDEV , чиј основен раб AB е паралелен со Π_1. Претставете ги трите проекции на споменатата пирамида со основа на дадената рамнина, ако радиусот на кружницата опишан околу таа основа изнесува 30 mm, додека висината на пирамидата е 80 mm. Да се одреди видливоста земајќи ја пирамидата како шупливо тело (без основа).

902. Определена е рамнината P[120,100,80] и во неа точка S(30,y,20). Одредете проекции на правилна шестострана пирамида, која со базисот лежи во рамнината P, ако S е нејзино средиште и едно теме лежи на Π_2, додека висината изнесува 80 mm!

903. Конструирајте три проекции на правилна шестострана пирамида ABCDEFV чија основа лежи во рамнината T[140,130,110], ако дијагоналата на таа основа AD е определена со темето A(40,10,z) и темето D, кое е пред Π_2 за 70 mm и над Π_1 за 10 mm, додека висината на пирамидата е $\overline{SV} = 100$ mm.

904. Врз рамнината P[160,90,125] со својата основа е поставена правилна осумстрана пирамида, чиј основен раб е 25 mm и висина 60 mm, која со еден основен раб се наоѓа и на Π_1. Да се прикажат нејзините три проекции.

905.* Дадена е хоризонталната трага на рамнината T[100,70,ξ] во која припаѓа точката A(50,10,20). Да се одредат проекции на правилна четиристрана пирамида со основа потпрена на таа рамнина, ако едното теме е A, а другото соседно теме лежи во Π_2, и основниот раб е 40 mm, додека висината на пирамидата изнесува:
а) 20 mm б) 40 mm в)* 60 mm.

906. Во рамнината P[50,30,-50] лежи еднаквостран триаголник со страна од 40 мм, ако центарот на опишаната кружница околу него е S(30,40,z), едната негова страна е паралелна со Π_1. Потоа нацртајте три проекции на правилна тристрана пирамида, чија основа е дадениот триаголник, а врвот се наоѓа на растојание од 50 мм над рамнината P.

907. Прикажете три проекции на правилна четиристрана пирамида ABCDV, чија основа припаѓа на рамнината P[80,-50,70], ако нејзиниот основен раб е AB [A(60,y,40), B(100,y,60)] и висината $\overline{SV} = 80$ mm. Можности?

908. Земете ја рамнината T[30,25,-70] и во неа правилен петаголник со теме A(-10,y,30) и центар на опишаната кружница околу него S(15,y,50). Одредете три проекции на правилна петострана пирамида ABCDEV со зададената основа и нејзината висина изнесува 80 мм.

909. Да се конструираат три проекции на правилна шестострана пирамида ABCDEFV, која со основата е поставена во рамнината T[40,-60,30], ако се дадени: темето A(15,y,30) и центарот на опишана кружница околу таа основа S(30,y,30), додека висината на пирамидата е $\overline{SB} = 80$ mm.

910. Фиксирана е рамнината T[120,70,80] и вон од неа точката V(70,70,70). Одредете проекции на квадратна пирамида чија основа е поставена во дадената рамнина, ако основниот раб изнесува 45 mm и едно нејзино теме припаѓа на Π_2, при што точката V е врв на пирамидата!

911. Определена е рамнината P[110,100,70] и вон неа триаголникот ABC [A(160, 70,60), B(100,70,60), C(110,110,30)]. Одредете три проекции на тристрана пирамида со основа триаголникот ABC и врв што лежи во дадената рамнина.

912. Дефинирани се рамнината T/ 30,- 25,40/ и надвор од неа точката V(100, 25,65). Нацртајте три проекции на еднакворабна четиристрана пирамида ABCDV, чиј врв е V, а темињата A,B,C, D лежат во рамнината T така, што основната дијагонала AC е паралелна со Π_2 !

913. Земете ги рамнината P[140,90,100] и вон неа точката V(90,110,110). Најдете проекции на правилна петострана пирамида чиј врв е точката V, основата се наоѓа во рамнината P, ако основниот раб изнесува 30 мм и еден основен раб е паралелен со Π_2!

914. Дадени се рамнината T[120,80,70] и вон неа точката V(80,80,80). Одредете три проекции на правилна петострана пирамида, ако едно теме од основата е M(20,40, z) а V е нејзин врв!

915. Дадени се точката V(140,20,130) и рамнината P[60,-60,130]. Нацртајте три проекции на правилна петострана пирамида чија основа е во рамнината P, нејзиниот врв е V, основниот раб изнесува 25 mm и еден основен раб е паралелен со Π_2.

916. Нацртајте придружени проекции на тристрана пирамида ABCV, ако се дадени трите пресечни прави во просторот на кои лежат три бочни раба на таа пирамида, имено: VD [V(100,90,90), D(10,50,20)] , VE[V,E(40,40,50)] и VF[V,F(70,15,40)], а нејзината основа ABC припаѓа на рамнината T[90,60,50].

917.* Да се конструираат монжови проекции на пирамида ABCV, ако се дадени три прави на кои лежат три бочни раба на таа пирамида: VD [V(20,10,20), D(100,35,20)] VE[V,E(85,70,65)] и VF[V,F (50,90,65)], а основата ABC на таа пирамида се наоѓа на рамнината T[120,100,-130]

918. Зададени се две паралелни рамнини T[15,15,30] и P [50, η, ξ]. Во рамнината T лежи квадрат ABCD со страна AB[A(-10,20, z), B(-20,20, z)], кој е основа на правилна четиристрана пирамида. Да се најдат проекциите на споменатата пирамида, ако нејзиниот врв припаѓа на рамнината P. Можни положбени решенија?

919. Детерминиран е триаголникот ABC[A(100,40,40), B(50,0,50), C(100,10,10)]. Да се одреди вистинска големина на тој триаголник со помош на ротација, земајќи за оска на ротација хоризонтална права низ точка C. Потоа најдете ги проекциите на центарот S на опишаната кружница околу триаголникот ABC. Да се вцртаат трите проекции на исправена тристрана пирамида ABCV, чија основа е дадениот триаголник ABC, ако висината на пирамидата изнесува 80 mm.

920. Определен е триаголникот ABC[A(100,40,60), B(30,60,70), C(80,15,90)]. Од тежиштето на тој триаголник подигнете нормална права и најдете го прододот со рамнината T[120,70,90] , потоа поврзете ги точките ABC со прододот, на пример V, ќе се добие пирамида, чии три проекции треба да се претстават.

921. Дефиниран е триаголникот ABC[A(10,45,25), B(30,0,50), C(70,20,5)] и во него лежи точка P(35,y,20).Одредете ја онаа точка V што лежи на нормалата на триаголникот повлечена низ точката P, а на растојание $\overline{PV} = 100$ mm . Да се конструираат три проекции на пирамида чија основа е триаголникот ABC, врвот е во точката V. Потоа најдете ја вистинската должина на бочниот раб AV.

922. Даден е триаголникот ABC [A(10,10,20), B(40,40,0), C(60,20,50)]. Одредете точка T која се наоѓа во рамнината на триаголникот ABC и е оддалечена од Π_1 за 20 mm и пред Π_2 за 30 mm . Потоа низ точката T издигнете нормална права и на неа нанесете должина од 50 mm , така се добива точка на пример V, неа земете ја за врв на пирамидата, ако основа на таа пирамида е ABC.Нацртајте ги трите проекции на барана-та пирамида.

923. Вцртајте монжови проекции на тристрана пирамида кој настанува со пресекување на следниве рамнини: P[130,90,50], Σ[90,90,140] , T[-70,50,50] и Y[-40, 20,50].

924. Дадени се правата m=PQ[P(0,60,40), Q (40,5,70)]и точката S(40,50,40). Да се нацртаат проекции на правилна четиристрана пирамида со основа квадрат. Точката S е пресек на дијагоналите, ако основниот раб лежи на правата m, врвот на пирамидата е во Π_1 . Задачата да се реши со трансформација.

925. Нацртајте три проекции на правилна тристрана пирамида, ако нејзината висина лежи на правата o=PQ [P(10,10,15), Q(40,50,45)], точката A(5,40,40) е едно теме на основата, а должината на висината е SV = 70 mm.

926. Земете ги правата o =MN /M(10,10,20), N(70,90,80)/ и точката A(0,60,60)! На правата o лежи висина на пирамида со врв во N ,ако A е едно теме на нејзината основа.Да се нацртаат три проекции на следново тело:
а) на правилна четиристрана пирамида , б) на правилна петострана пирамида.

927. Дадени се точките S(-40,40,50) и V(0,85,90). Нацртајте три проекции на еднакворабна четиристрана пирамида, ако е S центар на нејзината основа, еден основен раб паралелен е со Π_2, а V е врв на пирамидата.

928. Да се конструираат проекции на правилна четиристрана (квадратна) пирамида, чиј основен раб е AB /A(20,75,50), B(60,35,20)/ а врв на пирамидата е V(80,y,70).

929. Дефинирани се правата o=MN[M(10,10,15), N (40,50,45)] и точката A(5, 40,40). На правата o се наоѓа висината на правилна пирамида, точката A е едно теме на нејзината основа, а висината на пирамидата изнесува 70 mm Да се нацртаат проекции на:

а) правилна тристрана пирамида, б) правилна четиристрана пирамида,

в) правилна петострана пирамида, г) правилна шестострана пирамида.

930. Нацртајте три проекции на правилна петострана пирамида со основен раб од 30 mm, ако точката V(105,50,15) е нејзин врв а дадената права m = MN[M(30,10,40), N(90,90,100)] минува низ центарот на основата S и едно теме на таа основа, на пример A!

931. Отсечката SV[S(20,25,25), V(70,55,65)] претставува висина на правилна петострана пирамида, каде што се S центар на основата и V нејзин врв, ако должината на основниот раб е 30 мм и еден основен раб е паралелен со Π_1. Одредете ги трите проекции на таа пирамида.

932. Дадени се правата a = AB [A(0,65,40), B(85,25,0)] и надвор од неа точката S(45,60,50). Да се нацртаат три проекции на правилна шестострана пирамида, ако S е центар на основата на пирамидата, еден бочен раб лежи на правата a, B е врв на пирамидата.

933. Дадени се точките S(40,20,30), V(60,60,70) и правата p= MN [M(0,-5,0), N(100,15,60)] . Нацртајте три проекции на правилна петострана пирамида ABCDEV, ако S е центар на основата, V е врв, едно теме, на пример A лежи на правата p!

934 .Нека сврзницата определена со SV е висина на правилна шестострана пирамида со центар на основата S(-40,20,30), ако основниот раб изнесува 20 мм и еден основен раб е паралелен со Π_2, додека врвот е V(30,80,100). Да се прикажат проекции бараната пирамида.

935. Нацртајте проекции на правилна четиристрана пирамида со висината SV /S(60,30,50), V(0,0,0)/, каде се S центар на основата и V врв на пирамидата, чија бочна страна лежи во Π_2.

936 . Определена е отсечката AB A(20,40,10), B(50,10,10) . Низ отсечката AB поставете рамнина T која со Π_1 зафаќа агол $\omega_1 = 45^\circ$ (земете ја онаа рамнина што има конвергентни траги). Потоа нацртајте три проекции на правилна тристрана пирамида ABCV, чија основа ABC припаѓа на рамнината T, ако отсечката AB е еден основен раб, додека врвот V на пирамидата лежи во Π_1.

937. Да се конструираат проекции на правилна петострана пирамида ABCDEV ако се дадени бочниот раб AV[A(60,70,80), V(110,20,30)] и рамнината T,која минува низ работ AV и низ висината на пирамидата SV,а со Π_1 зафаќа агол од 75°. Висината на пирамидата изнесува 80 mm .За рамнината T нека се земе онаа чии траги се: а) конвергентни, б) дивергентни.

938 . Претставете три проекции на правилна шестострана пирамида ABCDEFV чија рамнина на основата со Π_2 формира агол $\omega_2 = 45^\circ$, ако се дадени темето A(40,25,30) и нејзиниот центар S(20,40,40), додека висината на пирамидата $\overline{SV} = 5/2\ \overline{SA}$.

939 . Земете рамнина P која ја сече во дијагонален пресек правилната шестострана пирамида ABCDEFV, ако рамнината е дефинирана со отсечката AV [A(45, 25,70), V(120,10,30) и аголот што таа го зафаќа со Π_2 $\omega_2 = 30^\circ$. Нацртајте ги трите проекции на споменатата пирамида,чиј бочен раб е отсечката AV, а должината на висината изнесува 80 mm . Земете ја рамнината со конвергентни траги.

940 Рамнината P е дијагонален пресек на правилна шестострана пирамида ABCDEFV ,која минува низ отсечката AV/A(20,20,60), V(80,5,10)/ и со Π_3 зафаќа агол $\omega_3 = 60^\circ$.Да се конструираат трите проекции на пирамидата,ако нејзиниот бочен е AV и висината на пирамидата $\overline{SV}$ =75 мм.За рамнината P да се усвои онаа што има конвергентни траги.

941. Конструирајте три проекции на четиристрана пирамида ABCDV чиј врв е V(60,60,70), нејзините бочни страни се: ABV, BCV,ADV и CDV,кои формираат агли со Π_1 и со Π_2, респективно: 45° и 60°, 75° и 75°, 75° и 45°, 60° и 60°. Основата ABCD лежи во Π_1 (Π_2).

942. Да се нацртаат три проекции на квадратна пирамида ABCDV со врвот V(10,70,60) и темето A(20,20,20). Висината на пирамидата SV ги дефинира овие наклонети агли спрема проекционите рамнини, имено $\alpha_1 = \alpha_2 = 30^\circ$. Можности?

943. Претставете три проекции на тристрана пирамида ABCV, кога се дадени по една точка од секој нејзин раб, имено D(40,15,0), E(15,45,0), F(50,50,0), G(70,30,25), H(30,30,45) и J(35,47,50)!

944. Да се прикажат монжови проекции на правилна четиристрана пирамида ABCDV, која со нејзината бочна страна [A(10,30, z), B(10,60,z), V(70,15, z)] е поставена на рамнината T[100,100,100].

Проекции на коцка

945. На рамнината Г[-70,50,60] со едната своја страна е поставена правилна четиристрана еднакворабна призма-коцка со раб од 50 mm , и тоа така што едниот раб на таа основа е паралелен со $П_1$ и на растојание од 10 mm од неа. Задачата да се реши во трите проекции.

946. Определена е рамнината T[70,80,60] и во неа отсечка AB[A(25,40,z), B(40,10,z)] која е раб на коцка, која со својата страна ABCD лежи во рамнината T. Одредете ги монжовите проекции на коцката. Можни положби?

947. Дадена е рамнината T[140,120,100]. Нацртајте три проекции на коцка ABCDEFGH , чии четири темиња ABCD припаѓаат на рамнината T. Зададена е и S(60,40, z) во која се сечат дијагоналите AC и BD , додека темето A лежи на $П_1$ и е за 40 mm пред $П_2$.

948. На рамнината T[100,70,90] поставена е со една страна ABCD коцка ABCDEFGH , чиј раб изнесува 50 mm, и тоа така, што работ AB е паралелен со $П_1$, од кој е дадено темето B(60,y,10). Нацртајте ги трите проекции на коцката! Можности?

949. Конструирајте три проекции на коцка ABCDEFGH, чија страна лежи на рамнината P[150,90,70], ако темето A е оддалечено од $П_1$ и од $П_2$ за 25 mm , а темето B се наоѓа во $П_2$, и тоа над хоризонталницата $П_1$ за 65 mm.

950. Дефинирани се рамнината T[120,60,80] и вон неа точката E(70,45,65), која е теме на коцка ABCDEFGH , чии четири темиња A,B,C,D припаѓаат на рамнината T, при што работ AD со $П_2$ заклапа агол $\alpha_2 = 45^\circ$, изберете го оној што е поблиску до координатниот почеток. Да се нацртаат три проекции на бараната коцка.

951. Нацртајте три проекции на коцка ABCDEFGH, чија плоштина изнесува 150 $см^2$, ако коцката со страната ABCD е поставена на рамнината T[200,120,80] , едното нејзино теме е A(80,10,z) и работ AB е наведнат спрема $П_1$ за агол $\alpha_1 = 30^\circ$. Земете ја онаа права што минува низ A, чиј хоризонтален прободе подалеку од координатниот почеток O.

952. Нацртајте три проекции на коцка со раб од 40 mm, при што два нејзини раба од една страна се паралелни со Π_2, ако со едната нејзина страна припаѓа на рамнината P[100,80,80].

953. Одредете три проекции на коцка ABCDEFGH со едно теме A(50,40, z), а страничната дијагонала AC е еднаква на растојанието од координатниот почеток до рамнината T[110,100,70] , врз која е со страната ABCD депотпрена коцката, ако два нејзини раба се паралелни со Π_1!

954. Дадени се двете паралелни прави p=NP[N (50,5,10), P(10,30,50)] и права q минува низ точката Q(25,40,15). Да се конструираат три проекции на коцка, чии два спротивни раба од една страна лежат на правите p , q , ако едно нејзино теме е точката Q.

955. Нацртајте монжови проекции на коцка чие средиште е во точката S(40,75,65) и раб на правата p = MN[M(10,30,45), N(40,55,65)] со помош на трансформација.

956. На рамнината која е зададена со точката A(50,20,25) и со правата d=MN [M(10,90,-25), N(40,0,55)] лежи една страна на коцка ABCDEFGH .Точката A е едно теме а на правата d лежи една дијагонала на страната ABCD.Да се прикаже коцката во трите проекции.

957. Дадени се двете паралелни прави m=L^M[L(10,50,40), M(25,0,80)] и правата n минува низ точката N (40,50,10). Нацртајте три проекции на коцка ако :

а) два спротивни раба лежат на дадените прави,

б) две странични дијагонали лежат на правите m,n и ако едно нејзино теме е точката L.

958 Нацртајте три проекции на една коцка со раб 40 mm, чии две телесни дијагонали лежат во рамнината T[90,70,80]!

959. Во рамнината T[150,90,90] припаѓаат телесните дијагонали на коцка.Дадени се:точката S(45,35, z) како пресек на телесните дијагонали и точка A(80,15, z) едно теме од коцката. Нацртајте три проекции на таа коцка!

960. Дефинирана е рамнината T[140 ,140,90] и вон неа точката M(90,70,60). Да се нацртаат три проекции на коцка чие едно теме е M, а една нејзина страна лежи во рамнината T и едно теме од таа страна се наоѓа во Π_1.

961. Определени се точката E(110,50,50) и рамнината T[155,90,100]. Претставете три проекции на коцка, ако е E едно нејзино теме, а четирите нејзини темиња лежат во дадената рамнина, од кои едно се наоѓа и во Π_2.

962. Дадени се двете паралелни рамнини P[60,50,70] и T[150, η ξ]. Нацртајте три проекции на коцка чии две спротивни страни лежат на рамнините P и T!

963. Отсечката AE[A(30,30,20), E(55,40,40)] е раб на коцка чие, едно теме лежи во Π_2. Одредете ги трите проекции на бараната коцка.

964. Точките M(40,70,30) и P(70,40,50) се средишта на две паралелни страни од коцката. Да се нацртаат три проекции на таа коцка, ако по една странична дијагонала од споменатите страни на коцката се паралелни со Π_2.

965. Дадени се две точки M, N, кои се пресечни точки на дијагоналите на спротивните страни на коцката ABCDEFGH. Да се конструираат три проекции на дадена коцка, ако дијагоналата AH на страната AEHD, на која и припаѓа M, со Π_2 зафаќа агол $\alpha_2 = 30^\circ$ (можни решенија ?), за:

а) M(40,40,40), N(70,40,80),

б) M(40,40,40), N(70,60,80),

в) M(40,60,40), N(70,40,80).

966*. Определена е отсечката AB[A(10,80,40), B(60,60,10)]. Нацртајте три проекции на коцка ABCDEFGH, чиј раб е отсечката AB, придружената странична дијагонала AC има хоризонтална положба, т.е. паралелна е со Π_1!

967. Одредете три проекции на коцка ABCDEFGH со работ AB[A(40,40,40), B(80,10,70)] и насоката на фронтална проекција A" D" на работ AD со A"i", каде е i(100,y,10)!

968. Конструирајте три проекции на коцка, чиј раб е дефиниран со отсечката AE[A(30,70,20), E(60,100,60)], ако едно соседно теме е на 20 mm над Π_1.

969. Дадена е отсечката AE[A(70,40,20), E(100,70,60)], која е раб на коцка, ако една нејзина странична дијагонала е паралелна со Π_2.

970. Нацртајте моножови проекции на коцка ABCDEFGH, ако пресечната точка на телесните дијагонали е S(50,40,30) а нејзиниот раб лежи на правата p=MN [M(20,30,30), N(60,20,10)]. Задачата да се реши со ползување на условот за нормалност на права и рамнина, без конструирање траги на соодветна рамнина.

971. Зададени се две произволни размнинувачки прави $\underline{a}$ и $\underline{b}$ под прав агол. Конструирајте три проекции на коцка, чии два раба лежат на правите $\underline{a}$ и $\underline{b}$, при што растојанието меѓу усвоените разминувачки прави е должина на работ на бараната коцка.

972. Нацртајте три проекции на коцка ABCDEFGH, ако рамнината на страната ABCD има прв наклонет агол $\omega_1 = 60^\circ$ и минува низ работ AB[A(30,40,10), B(50, 60,20)]. Земете ја онаа рамнина што има конвергентни траги.

973. Отсечката AB[A(85,20,50), B(125,40,20)] е раб на коцка. Да се конструираат три проекции на коцка ABCDEFGH, чија страна ABCD со Π_2 зафаќа агол од 60°. Усвојте ја онаа рамнина што има конвергентни траги.

974. Коцката е дефинирана со работ AB[A(65,10,70), B(105,30,40)], да се одредедат нејзините три проекции ако страната ABCD е наведната кон Π_2 за агол од 60°. Земете ја рамнината со дивергентни траги.

975. Претставете три проекции на коцка ABCDEFGH, чиј раб е отсечката AB [A(80,10,70), B(50,35,20)], ако рамнината на страната ABEF со Π_3 зафаќа агол од 60°. Усвојте ја онаа рамнина што има конвергентни траги!

976. Дадена е рамнина на дијагонален пресек ABGH на коцка ABCDEFGH со помош на нејзината телесна дијагонала AG[A(80,25,30), G(20,40,60)] и аголот на таа рамнина со Π_2 $\omega_2 = 30^\circ$. Нацртајте ги трите проекции на коцката. Потоа пресметајте ја плоштината на неговиот дијагонален пресек во квадратни единици! Колку положбени решенија?

Проекции на правилен тетраедар

977. Определена е отсечката AB[A(30,40,60), B(70,40,20)], која е раб на правилна тристрана еднакворабна пирамида - правилен тетраедар ABCD, додека работ CD е нормален на Π_2. Нацртајте ги трите проекции на тој тетраедар. Можности?

978. Дадени се две разминувачки прави $\underline{c}$, $\underline{d}$ паралелни со Π_1, чии хоризонтални проекции определуваат прав агол $c=MN$ [M(40,70,10), N(70,10,10)] и правата $\underline{d}$ минува низ точката P(20,20,50). Да се конструираат три проекции на правилен тетраедар ABCD, ако два негови спротивни раба лежат на правите $\underline{c}$ и $\underline{d}$. Потоа одредете ги проекциите на коцката опишана околу тетраедарот.

979. Два раба на правилен тетраедар ABCD лежат на две меѓусебно нормални разминувачки прави $\underline{p}$ и $\underline{q}$ кои се паралелни со Π_2. Претставете монжови проекции на правилен тетраедар ако е p = AB[A(20,10,20), B(60,10,60)]. Работ AB е поблиску до Π_2 отколку работ CD.

980. Најдете три проекции на правилен тетраедар ABCD, ако еден негов раб лежи на правата p=PQ[P(0,60,0), Q(90,0,0)], а средината на нему разминувачкиот раб се наоѓа во точката R(60,60,50).

981. Да се конструираат три проекции на правилен тетраедар, чии два раба AB[A(10,10,20), B(60,50,20)] и CD се паралелни со Π_1.

982. Да се претстават три проекции на правилен тетраедар ABCD со два хоризонтални раба AB и CD, ако еден раб е отсечката AB[A(0,15,0), B(45,y,0)], на него спротивниот раб CD со Π_2 зафаќа агол од 45°, а со позитивната насока на x-оската тој агол е 135°.

983. Одредете три проекции на правилен тетраедар, кој со страната ABC е поставен во рамнината T[110,100,70], ако работ AB е паралелен со Π_2 и неговата должина изнесува 40 mm.

984. Дефинирана е рамнината T[70,80,60] и во неа точка A(20,30, z). Одредете проекции на правилен тетраедар ABCD, кој со својата страна ABC е поставен врз рамнината T, при што A е едното теме од таа страна, а другото теме B припаѓа на Π_2!

985. Дадена е рамнината T[110,50,60] и во неа точки A(70,5, z) и B(20,5, z), кои се темиња на правилен тетраедар. Нацртајте ги трите негови проекции. Можности?

986. Три темиња A,B,C на правилен тетраедар ABCD инцидираат во рамнината T[50,80,70], ако едно теме е A(25,y,20), должината на работ изнесува 50 mm и еден негов раб што лежи во дадената рамнина е паралелен со Π_1. Да се прикаже во монжов пар бараниот тетраедар.

987. Нацртајте проекции на правилен тетраедар чија една страна припаѓа на рамнината T[100,70,80], еден раб на таа страна е нормален на t_2, додека четвртото теме се наоѓа во координатниот почеток!

988. Да се конструираат три проекции на правилен тетраедар ABCD, чиј раб AB лежи на правата a=MN/ M(30,100,- 15), N(100,- 10,65)/, а средишна точка на работ CD е точката S(40,40,45).

989. Точката B(65,30,10) е теме на правилен тетраедар, чиј еден раб лежи на правата p=MN[M(45,0,75), N (-20,105,0)]. Одредете ги проекциите на тетраедарот.

990. Фиксирани се рамнината T[80,60,100] и точката A(40,50,60). Нацртајте проекции на правилен тетраедар ABCD , кој со една страна е поставен врз T, а еден раб од таа страна е паралелен со Π_2!

991. Одредете проекции на правилен тетраедар ABCD , чие едно теме е точката A(50,50,60), другите три темиња припаѓаат на рамнината P[100,50,60], ако еден од рабовите што лежат во таа рамнина е паралелен со Π_1. Потоа нацртајте и три проекции на коцка опишана околу тетраедарот.

992. Дадени се двете паралелни рамнини P[200,100,40] и T[80, η,ξ]. Да се најдат три проекции на правилен тетраедар ABCD, кој е сместен помеѓу рамнините P и T, така што темињата A,B,C лежат во рамнината P, а темето D е во T.

993. Земете ги двете паралелни рамнини Г[60,50,60] и Δ [150, η,ξ]. Одредете проекции на правилен тетраедар ABCD , чие едно теме D(25,20,z) лежи во рамнината Г, а другите три A,B и C на рамнината Δ , но така што работ AB со хоризонталната трага d_1 да образува агол од 30°!

994*. Фиксирани се двете паралелни рамнини P[40,-30,40]и T[100,η ξ] во кои лежат двата разминувачки раба BD и EG на правилниот тетраедар BDEG. Конструирајте проекции на тој тетраедар ако темињата на опишаната коцка ABCDEFGH околу тетраедарот A(x,y,10) и B(95,y,10) се наоѓаат во рамнината P.

995. Дефиниран е правилен тетраедар со негова висина SD [S(30,40,20), D(60, 70,60)], каде е D негово теме, додека има раб што е паралелен со Π_1; да се претстават неговите три проекции.

996. Прикажете монжови проекции на правилен тетраедар ABCD. Работ AB лежи на права p = EF[E(30,y,0), F(0,y,80)] која се наоѓа во рамнината T[120,100,80] , додека работ CD е нормален на T и ја прободува неа во точка G(55,20, z).

997. Зададени се точка A(80,0, z) и B(45,y,0), кои лежат во рамнината T [160,50, 130]. Дадената отсечка AB е раб на тетраедар ABC D, ако работ CD е паралелен со рамнината T. Да се прикажат проекциите на тој тетраедар.

998. Нацртајте проекции на правилен тетраедар ABCD, ако се дадени темињата A(20,0,40) и B(100,0,60), а темето C лежи во Π_1!

999. Да се конструираат три проекции на правилен тетраедар ABCD со работ AB[A(30,30,0), B(100,45,0)], ако темето C се наоѓа во Π_2.

1000. Точките A(40,60,70) и B(100,20,40) се темиња на правилен тетраедар ABCD. Да се нацртаат три проекции на тој тетраедар, ако темето C припаѓа на симетричната рамнина.

1001. Страната ABC [A(20,30,0), B(70,70,0)] од правилен тетраедар ABCD со Π_1 има прв наклонет агол $\omega_1 = 30^\circ$. Да се одредат трите проекции на бараниот тетраедар. Можни положбени решенија?

1002.* Нацртајте три проекции на правилен тетраедар ABCD со висина $\overline{SD} = 70$ mm, чие теме е D(60,70,70), ако таа висина ги има следниве наклонети агли $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$ и ако еден раб е паралелен со Π_1! Колку има решенија?

Проекции на правилен октаедар

1003. Нацртајте три проекции на правилен октаедар ABCDEF, ако една негова дијагонала е отсечката EF [E(40,40,10), F(80,40,60)], додека дијагоналата AC со Π_2 зафаќа агол од 30°. Можности?

1004. Определена е рамнината P[90,80,60] и во неа се наоѓаат четири темиња A,B,C,D на правилен октаедар ABCDEF, ако едно теме е A(50,y,5), должината на работ изнесува 40 mm и еден негов раб што лежи во дадената рамнина е паралелен со Π_2. Да се нацртаат проекциите на октаедарот.

1005. Дефинирани се рамнината T[-100,70,80] и надвор од неа точката S(80,60,60). Конструирајте можни проекции на правилен октаедар, за кого S е едно теме, додека четирите темиња се наоѓаат во рамнината T. Колку има положби?

1006. Дадени се двете паралелни рамнини P[120,100,140] и T[280, η, ξ], меѓу нив е сместен правилен октаедар ABCDEFG, и тоа така што крајните точки, E, F на дијагоналата EF лежат респективно во рамнините P,T. Да се нацртаат трите проекции на октаедарот, ако два негови раба се паралелни со Π_1.

1007. Дефинирани се двете паралелни рамнини P[80,55,60] и T[200, η, ξ]. Конструирајте три проекции на правилен октаедар ABCDEF, ако темето E(15,15,z) на неговата дијагонала EF лежи на рамнината P, додека другото теме F лежи на рамнината T, иако два основни раба се паралелни со Π_2. Потоа околу октаедарот опишете коцка, но со друга боја .

1008. Да се претстават три проекции на правилен октаедар ABCDEF ,ако страната ABC/A(10,0,40),B(60,0,20),C(x,0, z)/ лежи во Π_2.

1009. Нека се дадени двете паралелни прави a = MN[M(0,50,50), N(40,0,50)] и правата b минува низ точката A(50,20,5). Нацртајте три проекции на правилен октаедар ABCDEF, така што два негови спротивни раба да лежат на правите a и b, ако едно негово теме е точката A.

1010. Определени се двете паралелни прави a = AC[A(0,30,15), C(-30,10,50)] и правата b минува низ точката B(-30,70,0). Нацртајте проекции на правилен октаедар чии четири темиња се на дадените прави, ако едно од нив е во Π_2!

1011. Да се нацртаат проекции на правилен октаедар, чиј еден раб е на правата m=PQ[P(0,60,40), Q(40,5,70)], а точката S(40,50,40) е пресек на неговите дијагонали. Задачата да се реши со трансформација.

1012. Должината A(20,70,70), C(80,20,20) е дијагонална на правилен октаедар. Да се конструираат трите проекции на тој октаедар, ако два негови раба се паралелни со Π_1.

1013. Претставете три проекции на правилен октаедар, чија дијагонала е дадената должина EF[E(10,25,25), F (70,80,60)], при што два раба AB и CD нека се паралелни со Π_2.

1014. Да се нацртаат три проекции на правилен октаедар ABCDEF, чија една дијагонала е отсечката EF/E (20,5,10), F(70,45,60)/, а две негови темиња A и B лежат во фронталницата.

1015. Претставете проекции на правилен октаедар, чија полудијагонала е отсечката AS[A(30,40,20), S(60,70,45)], ако едно теме е A и една негова дијагонала е паралелна со Π_1.

1016. Нацртајте три проекции на правилен октаедар ABCDEF, ако е даден неговиот раб AB[A(110,60,10), B(40,95,40)] , додека дијагоналата AC е паралелна со Π_2.

1017. Отсечката AC[A(10,30,30), C(60,60,70)]е дијагонала на квадратот ABCD, чија рамнина има прв наклонет агол $\omega_1 = 60^\circ$. Да се конструираат три проекции на правилен октаедар ABCDEF чиј квадрат ABCD е дијагонален пресек. Можни положбени решенија?

Проекции на кружен цилиндар

1018. Определена е рамнината P[60,50,60] и во неа три точки A(10,20, z), B(20,0, z) и C(40,10, z). Нацртајте три проекции на исправен кружен (ротационен) цилиндар со висина 80 mm , ако трите дадени точки се на кружницата на неговата долна основа.

1019. Фиксирана е рамнината P[-60,50,50] и во неа три точки A(-20,10, z), B(0,40, z) и C(30,30, z). Да се конструираат монжови проекции на еднаквостран ротационен цилиндар ако трите точки A,B,C ја определуваат едната негова основа.

1020. Зададена е рамнината T[75,50,55] и точка S(x,15,15),која лежи во рамнината T. Претставете проекции на ротационен цилиндар, ако точката S е центар на долната основа што се наоѓа во рамнината T, иако со една точка ја допира Π_2, додека висината на цилиндарот е 50 mm.

1021. Дефинирана е рамнината P[70,100,100]и во неа точка M(20,y,45) која е центар на долниот базис на ротационен цилиндар,со кој тој е поставен врз дадената рамнина, ако споменатиот базис ја допира Π_3, додека висината на цилиндарот изнесува 80 mm . Задачата да се реши во трите проекции.

1022. Во рамнината T[115,100,90] со долната основа е поставена цилиндрична плоча со радиус од 40 mm и дебелина - 25 mm,и тоа така,што основата која се наоѓа во рамнината T се допира со Π_1 и Π_2. Да се одредат трите проекции на плочата.

1023. Детерминирана е рамнината T[120,100,60] во која со еден свој базис лежи ротационен цилиндар,чија висина е 80 mm .Акобазисот ја допира Π_1,минува низ точка M(30,50, z) и има радиус - 30 mm .Така дефинираниот цилиндар да се претстави во три проекции.

1024. Дадена е рамнината T[120,100,60], во која со една основа е поставен еднаквостран ротационен цилиндар. Таа основа ја допира Π_1 и Π_2 и минува низ точка M(30,50,z). Нацртајте ги трите проекции на цилиндарот.

1025. Да се конструираат три проекции на ротационен цилиндар со висина од 60 мм, чија долна основа припаѓа на рамнината T[70,50,40] и ги допира трите проекциони рамнини.

1026. Земете ја рамнината T[130,80,100] и во неа точка M(50,y,30)! Нацртајте три проекции на ротационен цилиндар, кој со едната основа е во дадената рамнина со центар на таа основа M и радиус - 20 mm, ако неговиот оскин пресек изнесува 0,002 m^2.

1027*. Дадена е рамнината T[50,20,-65] и во неа е поставен еднаквостран ротационен цилиндар со неговата горна основа, чиј центар е N(60,20,z) и радиусот од 30 mm. Одредете ги трите проекции на бараниот цилиндар.

1028. Во рамнина T // x-оската се наоѓа центарот M(0,30,30) и една точка A(0,50,20) на долна основа од ротационен цилиндар со висина $\overline{MN}$=60 мм. Да се конструираат трите проекции на цилиндарот.

1029. Цилиндрична плоча со радиус од 25 мм и дебелина од 20 мм е поставена со долната основа на рамнината P[100,-50,80] . Задачата да се изврши во трите проекции.

1030. Да се прикажат три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар, ако се дадени трите точки кои се наоѓаат на кружницата на долната основа од цилиндарот: A(65,25,60), B(85,60,25) и C(95,30,30).

1031. Дадени се правата a = AB[A(5,50,20), B(85,15,5)] и точката M(40,20,30). Да се нацртаат три проекции на ротационен цилиндар, ако точката M е центар на долната основа и правата a тангента на таа основа, додека висината на цилиндарот изнесува 70 mm.

1032. Нацртајте три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар чија една основа ја определуваат две нејзини дијаметрално спротивни допирки: a и b кои лежат во рамнината на таа основа, имено a = AC[A(90,15,70), C(130,40,25)] и правата b минува низ точката B(70,25,15), ако B е нејзина допирна точка!

1033. Фиксирани се точката A(70,80,50) и правата p =BC/B(50,40,110),C(110,60, 50)/. Нацртајте три проекции на ротационен цилиндар со оска BC и негова изводница минува низ дадената точка A. Задачата да се реши со трансформација.

1034. Дефинирана е рамнината T[80,60,100] и во неа точка M(25,25,z),која е центар на долната основа на ротационен цилиндар и точката A(60,30,35) , што се наоѓа на кружницата на горната основа Одредете ги проекциите на цилиндарот.

1035. Да се претстават проекции на еднаквостран ротационен цилиндар, кој со долната основа е поставен на рамнината T[80,60,60] , а точката P(65,80,80) е центар на неговата горна основа.

1036. Определени се рамнината T[80,60,60] и точката N(40,50,50). Конструирајте три проекции на ротационен цилиндар, чија долна основа се наоѓа во дадената рамнина и ја допира Π_2, додека N е центар на горната основа.

1037. Дадени се двете паралелни рамнини P[50,90,50] и T[140,η ξ] во кои лежат основите на еден ротационен цилиндар. Нацртајте ги трите проекции на цилиндарот, ако радиусот на основите изнесува 30 мм.

1038. Фиксирана е рамнината Г /120,80,100/ и во неа права a =AB/A(20,50, z), B(30,y,40)/. Конструирајте три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар,чија долна основа е во рамнината Г,а во неа ги тангира хоризонталната и фронталната трага и дадената права a!

1039. Определени се двете паралелни рамнини A[120,60,100], B[240, η,ξ] и точка M(50,y,30) која лежи во рамнината A. Да се одредат три проекции на ротационен еднаквостран цилиндар,чии основи лежат на зададените рамнини, ако M е центар на едната основа.

1040. Нацртајте три проекции на ротационен цилиндар, ако се зададени центрите на неговите основи A(25,40,25), B(100,60,85),а радиусот изнесува 20 mm.

1041. Нацртајте три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар,чии центри се M(20,40,40) и N(70,50,70) !

1042. Зададена е отсечката a = AB[A(35,25,35), B(70,65,85)], која е оска на ротационен цилиндар. Нацртајте проекции на ротационен цилиндар,при што A е центар на долната основа,која со една точка ја допира Π_2!

1043. Отсечката MN е оска на ротационен цилиндар, имено M(40,20,20),N(60,45,45), при што основата со центарот M ја допира рамнината Π_1. Да се одредат трите проекции на тој цилиндар.

1044. Дефинирани се правата o = PQ [P(0,0,10), Q (80,70,70)] и точката A(50, 30,60). Да се конструираат три проекции на ротационен еднаквостран цилиндар, ако на правата o се наоѓа неговата оска, а точката A лежи на кружницата од едната основа.

1045. Нацртајте три проекции на ротационен цилиндар со изводницата AB/A(40, 25,40),B(70,65,70)/,чија долна основа ги допира проекционите рамнини Π_2 и Π_3.

1046. Да се конструираат три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар, ако со една изводница лежи на правата p = P Q [P(0,10,15),Q (60,65,65)], а центарот на долната основа е во точката R (30,20,50).

1047. Определени се двете паралелни прави a = AB[A(20,50,60), B(70,30,30)] и правата b минува низ точката C(90,60,60). Да се нацртаат три проекции на ротационен цилиндар,ако неговите две дијаметрално спротивни изводници лежат на дадените прави. Висината на цилиндарот изнесува 60 мм.

1048. Фиксирани се трите паралелни прави a,b и c : a = AD/A(50,115,120), D(80,40,30)/,b минува низ точката B(160,40,60) и c проаѓа низ точката C(110,70,20). Најдете три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар,чии три изводници лежат на дадените прави,ако точката D се наоѓа на неговата долна основа.

1049. Дадени се правата a= AB[A(0,0,40), B(80,70,10)] и вон неа точката C(60, 25,80). Да се нацртаат три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар, ако правата a е изводница на цилиндарот, а точката C се наоѓа на кружницата на горната основа што лежи дијаметрално спротивно од изводницата a.

1050. Земете ги двете паралелни прави a = AF[A(40,40,80), F (120,10,25)] и правата b минува низ точката G (100,50,60). Одредете три проекции на правилна петострана призма, чии два бочни работа од едната страна на призмата лежат на дадените прави,иако точката A е едно теме, додека бочниот раб на призмата е двапати поголем од основниот раб. Потоа околу призмата опишете ротационен цилиндар.

1051. Нацртајте три проекции на ротационен цилиндар со дијаметар од 60 mm, кој со својата изводница AE [A(60,20, z), E(5,50, z)] е поставен врз рамнината T[100,100,100] !

1052. Дадени се двете разминувачки прави a = AB [A(30,20,30), B(60,80,30)] и b=CD[C(90,40,80), D(140,40,30)] . Да се нацртаат три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар, ако на правите a и b лежат дијаметрите на основите на цилиндарот.

1053. Земете рамнина A [80, η , 60] која е оскин пресек на еднаквостран ротационен цилиндар со првиот наклонет агол на рамнината $\omega_1 = 45^\circ$. Можности? Нацртајте ги трите проекции на цилиндарот чија висина изнесува 70 mm.

1054. Определена е правата a = AB [A(40,-10,80), B(90,40,40)] и низ неа е поставена рамнина, која со Π_1 зафаќа агол од 60°. Земете ја онаа рамнина што има конвергентни траги. Да се конструираат три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар со радиус од 30 mm , ако правата a е негова генератриса (изводница), додека во дадената рамнина се наоѓа неговиот оскин пресек, усвојувајќи B да припаѓа на горната основа.

1055. Отсечката AB [A(65,10,60), B(105,30,30)] е изводница на еднаквостран ротационен цилиндар. Низ таа отсечка е поставена рамнина на оскин пресек P која со Π_2 зафаќа агол $\omega_2 = 60^\circ$. Конструирајте ги трите проекции на цилиндарот, ако за рамнината P се земе онаа што има конвергентни траги.

1056. Претставете три проекции на ротационен цилиндар со радиус од 30 мм, ако неговата тангента на долната основа е правата a =AB/A(40,30,60),B(60,36,0)/ со допирната точка A, а рамнина T на таа основа има со Π_3 наклонет агол од 30°, иако висината на цилиндарот изнесува 3/2 r .За рамнината T да се усвои онаа што е со конвергентни траги.

1057*. Да се нацртаат проекции еднаквостран ротационен цилиндар, чија долна основа има центар M(30,30,30), а лежи на рамнината T, која со Π_1 затвора агол од 75°, а со Π_2 агол од 45°, додека радиусот на основите изнесува 25 mm. За рамнината T да се земе онаа чиј пресек со x - оската е подалеку од координатниот почеток.

1058. Конструирајте три проекции на квадрат ABCD со страна од 35 мм и пресечна точка на неговите дијагонали S(10,y,30),ако една од дијагоналите со Π_1 образува агол $\alpha = 30^o$, при што квадратот лежи во рамнината T[90,90,70].Можности?Претставете го она ротационо тело што настанува со ротација на квадратот околу неговата страна CD.

Проекции на кружен конус

1059. Дадена е рамнината P[120,100,120] и во неа три точки A(40,20, z) , B(60,40, z), C(10,60,z), кои припаѓаат на кружницата на исправен кружен (ротационен)конус со висина- 60 mm. Одредете ги неговите три проекции.

1060. Дефинирана е рамнината P[-65,75,55] и во неа точка S(-20,y,20). Нацртајте проекции на ротационен конус,чија основа лежи во дадената рамнина со центар во S и ја допира Π_1, додека висината на конусот е $\overline{SV} = 60$ mm .

1061. Определена е рамнината P /120,80,70/ во која со својата основа е поставен ротационен конус,чиј радиус изнесува 30 мм,неговата основа ги допира Π_1 и Π_3,а врвот лежи во коинцидентната (совпаднувачката) рамнина.Задачата да се реши во три проекции.

1062. Фиксирана е рамнината A[90,60,70].Нацртајте три проекции на ротационен конус со основа во рамнината A. Основата ги допира проекционите рамнини Π_1,Π_2 и има радиус $r = 25$ mm,ако врвот на конусот лежи во Π_2!

1063. Да се конструираат три проекции на ротационен конус со висина $\overline{SV} = 70$ mm, чија основа има дијаметар 70 mm , која е положена врз рамнината T[130,90,80] и истовремено таа основа ги допира Π_1 и Π_2.

1064. Нацртајте три проекции на ротационен конус,чија основа се наоѓа во рамнината P[70,50,40] и ги допира трите проекциони рамнини, додека неговата висина изнесува 50 mm.

1065. Да се претстават три проекции на ротационен конус, ако неговата основа со радиус од 30 mm припаѓа на рамнината T[130,100,90] , а врвот му е во координатниот почеток.

1066. Во рамнината P/ 60,55,40/ со основата е поставен ротационен конус, чиј дијаметар е еднаков на висината $2r=\overline{SV}$. Центарот на основата лежи на нормала издигната од координатниот почеток, ако кружницата ја допира Π_2. Одредете ги трите проекции на бараниот конус.

1067. Да се нацртаат три проекции на ротационен конус, чиј врв е во точката V(70,85,95), а основата со радиус-30 mm се наоѓа во рамнината T[120,90,70].

1068. Дадени се рамнината T[120,80,70] и вон неа точката V(80,80,80). Одредете три проекции на ротационен конус со основа поставен во рамнината T и минува низ точка M(35,45, z), ако V е негов врв.

1069. Дадена е рамнината T[120,80,70] и вон неа точката V(80,80,80). Одредете три проекции на ротационен конус, кој со својата основа е поставен во рамнината T и ја допира Π_1, додека V е негов врв.

1070, Определени се рамнината T /120,70,60/ и надвор од неа точката V(20,0,0). Нацртајте три проекции на ротационен конус, ако V е негов врв, основата лежи во рамнината T иако неговите изводници со дадената рамнина образуваат агол од 60°.

1071 На рамнината T [60,70,-130] ѝ припаѓа основа на ротационен конус. Да се прикажат проекции на тој конус со врвот V(90,90,15), ако неговата основа ја допира хоризонталната проекциона рамнината.

1072. Даден е триаголникот ABC[A(100,20,0), B(0,90,50), C(55,15,90)]. Вцртајте три проекции на ротационен конус, чија основа е впишана во триаголникот ABC и висината на конусот изнесува 100 mm.

1073. Дефинирани се точките A(70,30,10), B(40,10,50) и C(20,50,20). Да се нацртаат три проекции на еднаквостран ротационен конус, ако дадените точки припаѓаат на кружницата на конусот.

1074. Да се претстави ротационен конус со врвот V(75,75,70), чија основа е во рамнината T/ 90,70,80 /, а точката A(65,45,45) лежи на обвивката од конусот, во три проекции.

1075. Дадени се три точки A(-10,30, z), B(10,5, z) и C(30,25, z) кои лежат во рамнината T[65,35,50]. Одредете множество точки оддалечени 55 mm од дадените точки A,B и C. Задачата да се реши во монжови проекции.

1076. Конструирајте три проекции на кос кружен конус, чија основа минува низ точките A(50,30,30), B (30,40,5), C(20,50,40), додека V(80,50,70) е врвот на бараниот конус!

1077. Дефинирани се триаголникот ABC [A(30,20,20), B(70,40,30), C(50,10,10)] и рамнината T [-30,70,60]. Нацртајте три проекции на ротационен конус, чија основа е кружница впишана во триаголникот ABC, а неговиот врв се наоѓа во рамнината T!

1078. Определени се правата a =AB/A(0,30,0),B(55,60,20)/ и точката C(90,35, 65).Да се констуираат три проекции на ротационен конус со точката C на основата и нејзина тангента е правата a со допирната точка B,додека висината на конусот изнесува 60 мм.

1079. Дефинирани се правата a = AB[A(0,40,130), B(105,135,45)] и вон неа точката C(55,55,50). Вцртајте ротационен конус за кого точката C е средиште на неговата основа а дадената права a е допирка, додека врвот на конусот е во Π_2. Потоа одредете ја вистинската големина на неговата висина.

1080. Зададени се правите a = AC[A(70,10,0), C(120,30,0)] и b= BC[B(100,60,0),C]. Да се конструираат три проекции на ротационен конус чија основа минува низ точката A и ги допира правите a, b, додека врвот на конусот лежи во симетричната рамнина.

1081.* Зададен е ротационен конус со оска која иницира на правата o = AE [A(30, 40,20), E (60,70,60)], основата ја допира Π_1, ако точката E е врв на конусот иако неговата висина изнесува 60mm. Да се нацртаат неговите три проекции.

1082. Висината на ротационен конус е дефинирана со центарот C(0,20,15) и врвот V(30,50,50). Одредете ги неговите проекции, ако основата ја допира Π_1.

1083. Определени се двете пресечни прави a AV/A(70,10,15), V(10,30,30)/ и b =BV/B(55,25,10), V/.Да се нацртаат три проекции на ротационен конус,ако неговата оска лежи на правата a и изводница се наоѓа на правата b ,иако основата на конусот ја допира Π_1.

1084. Нацртајте три проекции на ротационен конус со висина SV = 70 mm, чија оска е дадена со правата p = AB[A(20,40,30), B(80,70,60)] , а точката C(60,30,20) е на кружницата на неговата основа!

1085. Да се прикажат три проекции на ротационен конус, чија оска е на правата a = AV[A(10,30,0), V(90,90,90)] и генератриса е на правата b = VB[B(60,15,15), V], ако висината на конусот изнесува 80 mm, при што дадената точка V е врв на конусот.

1086. Фиксирани се правата a =AB/A(35,20,48), B(70,25,15)/ и точката C(50, 55,40).Да се нацртаат три проекции на ротационен конус,чија основа со радиус од 25 мм минува низ точката C и ја допира правата a,додека неговиот врв V е оддалечен од Π_1 за 30 мм.Можни положбени решенија ?

1087. Дадени се правата $a = AB$ [A(5,20,65), B(120,90,-50)] и вон неа точката V(55,65,70). Конструирајте три проекции на еднаквостран ротационен конус, ако правата $\underline{a}$ е сврзница на две дијаметрално спротивни точки на основата на конусот, а V е негов врв.

1088. Определени се правата $a = AV$[A(130,105,25), V(150,25,130)] и точката M(75,35,20). Да се нацртаат три проекции на ротационен конус чиј врв е V, една изводница лежи на правата $\underline{a}$, додека дијаметрално спротивната на неа изводница е сврзницата VM.

1089 Претставете три проекции на ротационен конус кој со изводницата AV[A(90, 20,0), V(20,60,0)] е поставен врз Π_1, иако аголот при неговиот врв V е $\alpha = 45^\circ$!

1090. Нацртајте три проекции на ротационен конус со радиус од 20 mm, ако конусот со својата обвивка ја допира Π_2 во генератрисата (изводницата) AV[A(30,0,20), V(70, 0,50)].

1091. Дефинирани се правата $p = MN$ [M(10,50,60), N(70,10,10)] и точката A(10, 20,20). Нацртајте три проекции на еднаквостран ротационен конус, чија основа се формира со ротирање на точката A околу правата $\underline{p}$, ако неговиот врв го зememе под образуваната основа!

1092. На правата SB [S(10,100,100), B(25,50,20)] нанесете должина $\overline{SC} = 110$ mm, која со вртење околу правата SA[S,A(70,20,0)] образува ротационен конус. Нацртајте ги трите проекции на конусот и точно одредете ги точките на неговата основа низ кои минуваат контурните генератриси.

1093. На правите VA[V(20,80,90), A(40,15,10)], VB[V,B(55,60,15)] и VC[V,C(60, 20,20)] припаѓаат три генератриси на ротационен конус. Конструирајте ги трите проекции на тој конус, ако: а) должината на генератрисата е 90 мм, б) неговата висина е SV=80 мм.

1094. Зададена е оската на ротационен конус SV[S(50,50,30), V(10,20,10)] и аголот што го формираат неговите изводници со оската $\alpha/2 = 30^\circ$. Прикажете ги трите проекции на така дефинираниот конус.

1095. Дефинирана е рамнина A[130, η,120], која е оскин пресек на еднаквостран ротационен конус. Ако првиот наклонет агол на рамнината A е $\omega_1 = 60^\circ$, земете ја онаа рамнина што има конвергентни траги. Нацртајте ги трите проекции на конусот, ако негова изводница е отсечка BV[B(25,y,30), V(70,y,30)] која се наоѓа на дадената рамнина!

1096.* Дадена е отсечката AV[A(80,30,70), V(40,90,105)] и низ неа поставете рамнина која со Π_1 зафаќа агол од 75°. Земете рамнина T со конвергентни траги. Да се конструираат проекции на еднаквостран ротационен конус, чија генератриса е отсечката AV, при што A е точка на неговата кружница и V е врв на конусот, додека во рамнината T се наоѓа оскиниот пресек на конусот.

1097.* Низ правата p = MN[M(20,10,30), N(70,60,70)] поставете рамнина A која со рамнината B [120,80,50] формира агол $\omega = 75^\circ$!

1098.* Ротационен конус е дефиниран со неговата изводница A [A(50,0, z), V(20, y,10)] и радиусот $r = 30$ mm, кој со таа изводница е потпрен врз рамнината T[100, 100,100]. Конструирајте ги неговите три проекции.

1099. Прикажете три проекции на еднаквокрак триаголник ABC, ако се познати двете темиња на неговата основа A(60,60,50), B(20,25,20), додека третото теме C лежи на правата p=DE[D(30,-20,20), E(100,50,40)] . Потоа ротирајте го триаголникот ABC, околу страната AB .Така добиеното ротационо тело да се нацрта, но со друга боја .

Проекции на топка

1100. Нацртајте придружени проекции на топка со радиус=40 mm, која ги тангира трите проекциони рамнини. Потоа најдете проекции на точка M која е зад главниот меридијан, на точка N пред главниот меридијан, на точка P над екваторот и на точка Q под екваторот.

1101. Определени се трите точки A(80,20,40), B(50,15,70) и C(30,50,30), што припаѓаат на главниот круг на топка. Да се најдат трите проекции на топката.

1102. Да се конструираат три проекции на топка определена со трите точки на нејзиниот главен круг: A(10,35,25), B(60,60,60) и C(40,15,15). Потоа во топката впишете еднаквостран ротационен конус, чија положба е произволна.

1103. Во рамнината T[130,90,80] лежат точки A(50,30,z) и B(10,y,40). Се бара множество точки од кои отсечката AB се гледа под прав агол. Задачата да се реши во монжови проекции.

1104. Дадени се точките A(10,55,20), B(15,20.50), C(50,20,25) и рамнинатата T[110,85,110]. Да се нацртаат три проекции на топка што минува низ A,B,C , а центарот и се наоѓа на рамнината T.

1105. Да се конструираат три проекции на топка, која минува низ точките A(40, 65,10) и B(80,25,40), додека нејзиниот центар се наоѓа на правата p=CD[C(10,30,50), D (80,65,50)] .

1106. Претставете три проекции на топка со радиус r= 30 mm, која ги допира трите прави p = AB[A(5,50, z), B(10,10,z)], q = BC[B,C(60,60, z)] и r = CD [C, D(60,10, z)] што се наоѓаат во рамнината T[80,60,60]

1107. Нацртајте проекции на топка чие средиште е точката C(80,60,70), која ја допира правата a = AB [A(10,50,50), B(80,20,20)] .

1108. Да се прикажат три проекции на топка, ако точките A(50,5,40), B(70,30,10), C(45,40,5) и D(40,15,20) припаѓаат на топката.

1109 Определена е тристрана пирамида ABCV со основата ABC[A(10,30,30), B(40, 30,60), C(60,30,20)] и врвот V(25,70,35) . Потоа нацртајте три проекции на топка опишана околу дадената пирамида.

1110. Конструирајте три проекции на топка, која ги сече Π_1, Π_2 и рамнината A[∞,50,70] во кругови со еден ист радиус r= 15 mm , ако центарот C на бараната топка е во рамнината B[40,∞,∞] !

1111. Дефинирана е рамнината A[60,-40,70] врз која е поставена полутопка, чиј центар е C(80,50,z) што припаѓа на таа рамнина, ако радиусот на топката изнесува 40 mm. Одредете ги трите проекции на така дадената полутопка.

1112. Определена е топка со својот центар C(30,30,30) и радиусот r = 20 mm . Претставете три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар опишан околу топката, ако правецот на неговата оска е дефиниран со правата a = AB[A(0,10,10), B(-20,60,50)] . Усвојте ја дадената топка да е прозирна!

1113. Дефинирана е топка со центарот C(50,40,40) и радиусот r = 25 mm. Конструирајте три проекции на еднаквостран ротационен цилиндар впишан во топката, ако правецот на неговата оска е определен со правата a = AB[A(0,30,20), B(70,70,50)], но во друга боја !

1114. Дадена е топка со нејзиниот центар C(50,40,40) и радиус од 25 mm . Да се конструираат три проекции на еднаквостран ротационен конус впишан во топката, ако правецот на неговата оска е детерминиран со правата a = AB[A(0,30,20), B(70,70,50)]. Двете тела да се претстават но со различни бои.

1115. Одредете геометриско место на центри од сите топки кои минуваат низ трите точки A(30,40,70), B(70,20,50), C(40,10,20)!

Три проекции на составени тела

1116. Дадена е рамнината T[80,40,70] на која е потпрено со една негова основа цилиндрично тело со призматичен отвор. Центар на таа основа е M(40, y,40) и радиус од $r = 40$ mm, а призматичниот отвор има форма на еднаквостран триаголник со страна-30 mm , при што една негова страна е паралелна со Π_1. Висината на телото изнесува 60 mm . Задачата да се реши во трите проекции.

1117. Нацртајте три проекции на составено тело претставено во монжови проекции, според сликата 110, неговата основа е поставена врз рамнината P[120,100,80] , ако е центар S(40,30, z) и едно теме A(60,y,30)!

1118. Да се конструираат три проекции на составено тело претставено во проекции, според сликата 111, чија основа е поставена на рамнината P[120,100,80] , ако е центар S(35,25, z) но ниеден од основните рабови да не е паралелен со ниедна од проекционите рамнини.

1119. Претставете три проекции на составено тело, според приложената слика 112, ако неговата долна основа е поставена на рамнината P[120,100,80] со центар S(35,35, z) и едно теме A(60,y,0)!

1120. Нацртајте три проекции на составено тело, претставено во монжови проекции, според сликата 114, ако со неговата основа е поставено врз рамнината P[120,100,80], иако нејзиниот центар е S(35,35, z)!

1121. Да се прикажат три проекции на тело дадено со сликата 113 кое со основата е потпрено врз дадената рамнина P[120,100,80].

1122. Одредете три проекции на составено тело претставено со сликата 115, ако неговата долна основа се наоѓа во рамнината P[120,100,80]

1123. Дефинирана е рамнината T[80,-40,60], врз која со нејзина основа е поставено составено тело претставено во придружени ортогонални проекции, според сликата 110. Нацртајте ги трите проекции на телото, при што центарот е S(120,60,z) и едно теме A(140, 60, z)!

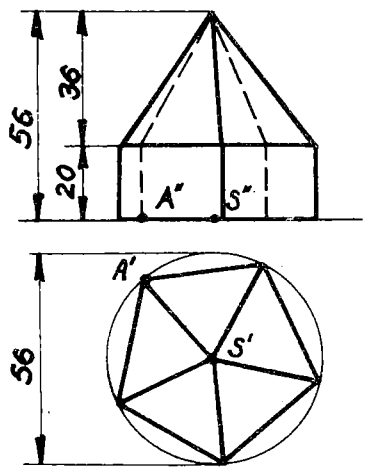
1124. Определена е рамнината T[80,-40,60] на која со основата е поставено тело претставено во монжови проекции, според сл.111. Да се конструираат трите проекции на телото, ако центарот на долната основа е S(120,60, z) и еден основен раб во соборена положба со фронталната трага зафаќа агол од 45°.

1125. Земете ја рамнината T [80,-40,60] и во неа основа на составено тело зададено со сликата 112. Да се прикажат трите проекции на телото, ако центарот на долната основа S има координати S(120,60, z),иако еден основен раб во соборена положба со фронталната трага зафаќа агол од 45°.

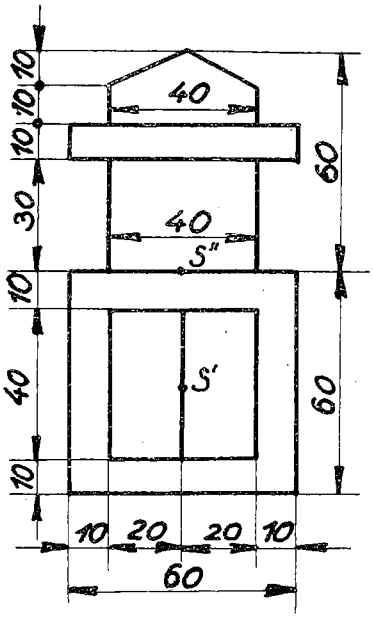
1126. Конструирајте три проекции на тело претставено на сл.113, кое со основата е поставено врз рамнината T [80,-40,60] !

1127. Да се одредат три проекции на предмет зададен со сликата 114, ако е поставен со неговата основа на рамнината T [80,-40,60].

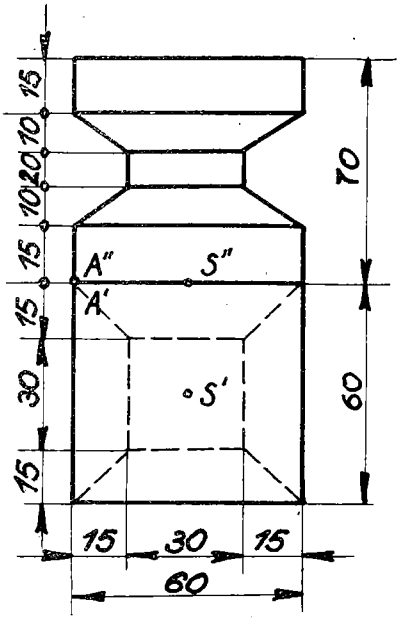
1128. Дефинирана е рамнината T[80,-40,60] на која со неговата основа е поставено тело, претставено во проекции, според сликата 115. Да се најдат проекциите на даденото тело при што центар на долната основа е S(120,60, z) и еден основен раб во соборена положба со фронталната трага зафаќа агол што изнесува 45°.



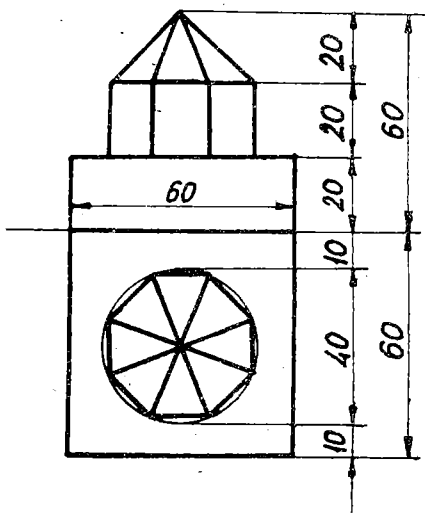
сл. 110



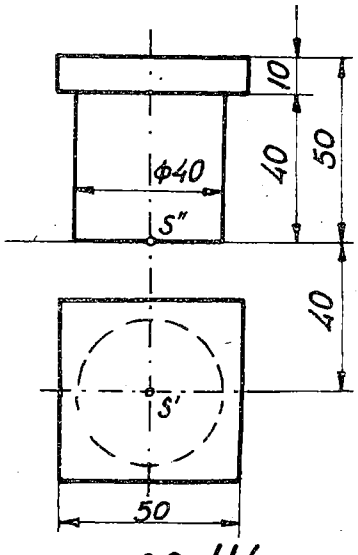
сл. 111



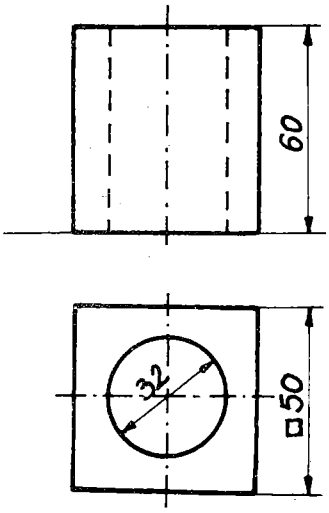
сл. 112



сл. 113



сл. 114



сл. 115

IV 5. ТАНГЕНТНИ РАМНИНИ НА ТЕЛА

Тангентна рамнина на цилиндар

1129. Даден е ротационен цилиндар со центри на основите M(40,30,0) и N(40, 30,50), а радиусот изнесува 20 mm. Нацртајте ги неговите три проекции и во точки T,S(55,y,30) што припаѓаат на обвивката поставете тангентни рамнини на цилиндарот!

1130. Определен е ротационен цилиндар со центрите M(30,70,20) и N(30,30,70), а радиусот r = 25 mm. Да се конструираат придружените проекции, потоа во точки T,S(20,y,30) од неговата обвивка поставете тангентни рамнини на тој цилиндар.

1131. Фиксиран е ротационен цилиндар со неговите центри M(0,30,30) и N(120, 30,30), а радиусот r = 20 mm. Повлечете допирни рамнини во точките T и S што припаѓаат на обвивката на цилиндарот, за кои е x = 45 mm, во три проекции!

1132. Кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се M(50,50,0) и N(100,80,55), а радиусот изнесува 25 мм. Да се постават тангентни рамнини во точки T,S(55,y,25) на обвивката на цилиндарот. Задачата да се реши во монжови проекции.

1133. Фиксиран е кос кружен цилиндар со фронтални основи, чии центри се M(70, 0,30) и N(20,40,40), а радиусот е r = 20 mm. Да се конструираат траги на тангентни рамнини P,T над цилиндарот во точки A,B(43,30,z), кои лежат на видливиот дел на фронталната привидна контура.

1134. Точки B,C(10,5,z) се на кос кружен цилиндар, кој е зададен на сл.118, а на стр.164. Конструирајте тангентни рамнини на цилиндарот во дадените точки!

1135. Зададен е кос кружен цилиндар, чија долна основа е хоризонтална, со дијаметар-60 mm и средиште M(0,30,0), горната основа има средиште N(-45,75,80). На цилиндарот повлечете тангентни рамнини паралелни со права, чија хоризонтална и фронтална проекција со x- оската зафаќаат агол од 45°.

1136. Низ произволна точка на обвивка од ротационен цилиндар, чии центри се M(60,60,45) и N(150,60,75), а радиусот е 30 mm, конструирајте тангентна рамнина во три проекции.

1137. Дефинирана е горна половина од ротационен цилиндар со неговите центри M(30, 20,30) и N(10,50,30), а радиусот изнесува 20 mm. Се бара да се постави тангентна рамнина во неговата произволна точка. Задачата да се реши во трите проекции.

1138. Одредете проекции на ротационен цилиндар, чија долна основа припаѓа на рамнината T[-140,80,100], која минува низ точка A(-10,40,z) и ја допира Π_2 со

даден радиус $r = 30$ mm , ако висината изнесува 80 mm . Најдете тангенти на основата што се наоѓа во дадената рамнина во точките со ордината $y = 25$ mm.

1139* . Во рамнината P[80,60,70] лежи долна основа на ротационен цилиндар со центар M(30,y,20), радиус $r = 20$ mm и висината на цилиндарот $\overline{MN} = 50$ mm. Да се нацрта хоризонталната и фронталната проекција на дадениот цилиндар, потоа од точката A(10,45,80) поставете тангентни рамнини на тој цилиндар.

1140. Кон еднаквостраниот ротационен цилиндар,чии центри се M(50,50,0) и (50,50,50), поставете тангентни рамнини P,T, кои се паралелни со правата a = AB [A(0,0,10), B(115,30,40)] .

1141. Определен е еднаквостран ротационен цилиндар со центри на неговите основи M(20,20,40) и N(70,45,40). Конструирајте допирни рамнини T,P на цилиндарот што се паралелни со правата a = AB[A(-20,20,5), B(40,10,50)] .

1142. Да се конструираат тангентни рамнини A,B на кос кружен цилиндар со хоризонтални основи,чии центри се M(80,40,0), и N(40,60,40), а радиусот изнесува 20 mm , но такви да се нормални на рамнината T, ако е:
а) T[40,60,∞] , б) T[120,80,30].

1143. Нацртајте проекции на кос кружен цилиндар , чии основи имаат хоризонтална положба, ако центарот на долната основа е M(90,40,0), радиусот 25 мм, додека должината на оската е $\overline{MN} = 100$ mm , чиј правец е определен со правата p = AB[A(40,10,10), B(0,35,60)]. Потоа низ правата p повлечете тангентни рамнини P,T кон дадениот цилиндар.

1144. Одредете три проекции на еднаковостран ротационен цилиндар,кој ги тангира двете паралелни рамнини A,B [A(60,50,40) и B(110, η,ξ)], а права p паралелна со нив и минува низ точката P(30,10,25). На правата p лежи изводница на бараниот цилиндар со точка P што припаѓа на неговата долна основа.

1145.* Најдете траги на рамнина Г која е паралелна со двете разминувачки прави p = AB[A(10,20,20), B(70,30,20)] и q = CD[C(60,10,50), D (0, 40,40)] , но да е оддалечена од дадената права p за 15 mm.

1146. Дадени се: правата p= AB[A(-40,-10,0), B(30,50,50)], рамнината T[70,40,50] и во неа точка C(-20,y,50) .Низ точката C повлечете права q што лежи во рамнината T и е на растојание од 20 мм од правата p. Задачата да се реши во монжовите проекции.

1147. Определени се два ротациони цилиндра, кои се поставени со долните основи врз Π_1: првиот со центрите M(0,35,0), N(0,35,70) и радиусот r = 30 mm, додека вториот со центрите P(70,30,0), Q(70,30,45) и радиусот r = 20 mm. Конструирајте заеднички тангентни рамнини на двата цилиндра. Можни решенија на задачата?

Тангентна рамнина на конус

1148. Дефиниран е ротационен конус со центарот S(40,40,0), радиусот r= 25 mm и врвот V(40,40,50). Да се претстават неговите три проекции, потоа во точки T, U(30,y,10) што се наоѓаат на обвивката на конусот нацртајте тангентни рамнини.

1149. Ротационен конус,чиј центар е S(55,0,50), радиусот изнесува 50 mm и висината $\overline{SV}$ = 100 mm;да се одредат неговите три проекции. Потоа поставете допирна рамнина во една произволна точка на конусот со одредување на нејзините траги.

1150. Зададен е кос кружен конус со фронтална основа, чиј радиус изнесува 25 мм, ако центарот е S(-30,0,45) и врвот V(-70,50,70). Одредете траги на тангентни рамнини на конусот во точка A(-40,y,45).

1151. Фиксиран е кос кружен конус со основа во Π_1 ако центарот е S(30,25,0), радиусот r = 20 mm и врвот V(140,70,90). Конструирајте тангентни рамнини во точки T и U на обвивката на конусот, за кои е x = 40 mm.

1152. Определен е ротационен конус со центарот S(0,35,30), радиусот-25 mm и врвот V(60,35,30). Поставете допирни рамнини во точки T и U (20,40, z) на конусот во трите проекции!

1153. Нацртајте три проекции на ротационен конус со центарот S(60,45,30), радиусот r = 40 mm и врвот V(105,45,100)! Потоа поставете тангентни рамнини во точки T,U (80,y,65) на конусот.

1154. Дефиниран е ротационен конус,чиј центар е S(60,50,40), радиусот r = 25 mm и врвот V(10,20,40). Конструирајте траги на допирни рамнини P,T во точки M,N (40,50,z) што лежат на обвивката на конусот.

1155. Одредете придружени проекции на ротационен конус со висина-80 mm,чија основа има радиус-30 mm и минува низ точки A(70,20,z) и B(40,50,z),кои се наоѓаат во рамнината P[130,90,70]! Најдете тангенти во точката B, и во точки на кружницата од конусот со ордината y=20 мм.

1156. Да се конструираат тангентни рамнини A,B на ротационен конус со хоризонтална основа,чиј центар е S(50,55,0), радиусот r= 20 mm и врвот V(50,55,40), кои

се нормални на рамнината T, ако е:
а) T[90,30,∞] 6) T[100,50,30].

1157. Со центарот на долната основа S(50,50,0), радиусот r = 40 mm и центарот на горната основа T(50,50,60), радиус од 16 mm е определен пресечен ротационен конус. Да се конструира тангентна рамнина во точка T(60,30, z) на пресечениот конус, во монжови проекции.

1158. Пресечен ротационен конус е определен со центарот на задната основа S(40,0,40), радиусот-25мм и центарот на предната основа T(40,70,40), а радиусот изнесува 10 mm. Претставете ги неговите три проекции, потоа во точка T(50,y,25) поставете тангентна рамнина на пресечениот конус.

1159. Дефиниран е пресечен ротационен конус со центар на долната основа S(50, 50,30) и радиус од 30 mm, а центар на горната основа T(100,40,70) и радиус од 15 mm. Одредете допирна рамнина во точка T(60,y,50) на пресечениот конус! Задачата да се реши во трите проекции.

1160. Определени се: ротационен конус со центарот S(80,25,0), радиусот r = 20 mm а врвот V(80,25,40) и ротационен цилиндар со центрите M(30,60,0), N(30,60,60) и радиусот од 25 mm. Конструирајте такви тангентни рамнини кон конусот и кон цилиндарот кои помеѓу себе се паралелни!

Тангентна рамнина на топка

1161. Дефинирана е топка со нејзиниот центар C(40,40,40) и радиус од 30 мм. Конструирајте тангентна рамнина на топката во следнава точка:
а) M над екваторот, 6) N под екваторот, в) P на самиот екватор.
Задачата да се реши во монжов пар.

1162. Зададена е топка со радиус од 30 mm и средиште C(40,30,40), а на неа точка A(60,y,60). Одредете допирна рамнина на топката во точката A!

1163. Претставете придружени проекции на горна полутопка, чиј центар е C(40, 30,40) и радиусот изнесува 25 mm. Потоа во произволна точка на неа одредете тангентна рамнина.

1164. Низ x-оската повлечете тангентни рамнини на топка која има средиште во точката C(0,50,50) и радиусот r = 35 mm.

1165. Конструирајте проекции на топка, чиј центар е C(-20,40,40) а ја допира рамнината T[-40,40,30]!

1166. Нацртајте три проекции на топка која ја допира рамнината определена со точките A(30,50,30), B(60,10,60) и C(80,30,10), а нејзиниот центар е S(90,60,60)!

1167. Определена е кружница со трите точки: A(10,30,30), B(20,50,60) и C(50,20,30). Се бара да се конструира топка која минува низ дадената кружница и ја тангира рамнината T, имено:

а) T[70,∞,30] , б) T[50,40,50].

1168. Во просторот дадени се точките A(40,15,50), B(80,30,10), правата c = CD [C(60,55,50), D(105,90,25)] и рамнината P[120,50,50]. Прикажете проекции на топка, чиј центар S лежи на правата c и е еднакво оддалечен од точките A и B, а топката ја допира рамнината P.

1169*. Да се конструираат три проекции на топка на која лежат четирите точки A(50,65,118), B(30,10,70), C(60,15,60) и D(80,80,100). Потоа одредете тангентни рамнини во точки E,F (70,y,30), што припаѓаат на топката.

1170. Фиксирани се четирите точки со своите коррдинати: A(85,30,25), B(35,35,25) C(50,80,25) и D(30,75,68). Да се претстават три проекции на топка што минува низ дадените четири точки. Потоа во точката D поставете тангентна рамнина на топката.

1171. Нацртајте три проекции на топка која ја допира рамнината T[30-30,-20] а нејзиниот центар е C(100,60,70)! Од дадената точка A(170,40,40) повлечете две хоризонтални прави што ја допираат топката.

1172. Точката A(80,30,70) лежи на површината на една топка, рамнината T/100,60 80/ ја тангира таа топка во точка B(30,y,30). Најдете ги трите проекции на таа топка.

Тангентна рамнина на торус (прстенеста површина,анулоид)

1173. Да се конструираат три проекции на торус со оската o = AB[A(50,15,50), B(50,45,50)]и радиусот на оскината кружница R = 60 mm. Потоа одредете тангентни рамнини во точки T,S(40,40, z) на торусот.

1174. Нацртајте горна половина на торус, чија оска е o = AB[A(100,25,0), B(100, 85,0)] и радиусот на оскината кружница изнесува 60 mm, во три проекции! Потоа поставете допирни рамнини во точки T,S(60,y,20) на полуторусот со одредување на нивните траги.

1175. Да се претстават три проекции на долна половина на торус со оската $o = AB[A(100,10,100),\ B(100,50,100)]$ и радиусот на оскината кружница $R = 60$ mm. Потоа нацртајте тангентни рамнини во точки $T,S(120,40,z)$ на полуторусот.

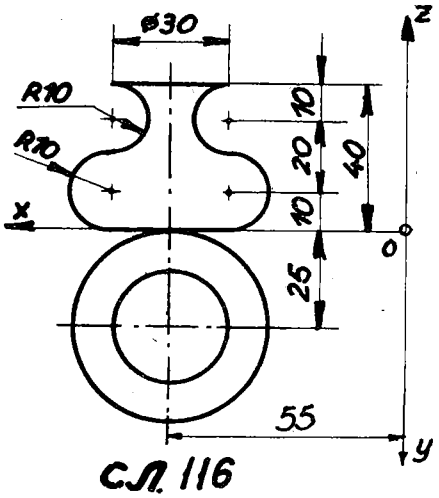
1176. Од торус да се прикаже една горна лева четвртина, ако е дадена оската $o = AB[A(0,50,0),\ B(0,90,0)]$ и радиусот на оскулаторната кружница е 70 mm, во проекции. Потоа конструирајте траги на допирна рамнина во точка $T(20,y,85)$ што припаѓа на торусот.

Тангентна рамнина на произволно ротационо тело

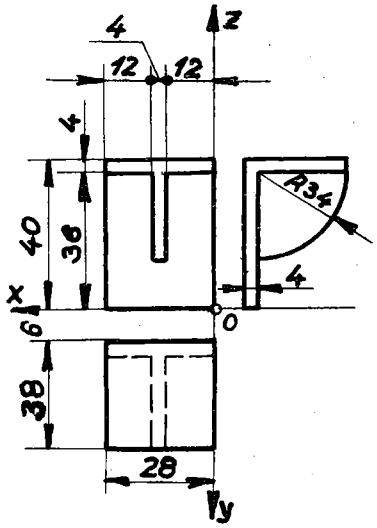
1177. Нацртајте проекции на ротационен сплескан елипсоид, кој се формира при ротација на елипса што е во фронтална положба, паралелна со Π_2, чиј центар е $S(0,40,30)$, а полуоските - големата изнесува 30 mm и малата 20 mm, ако малата оска е нормална на Π_1, а околу неа се извршува вртењето! Потоа на површината од ротационото тело одредете точки P,Q, за кои е $x = 20$ mm и $y = 50$ mm. Низ дадените точки P,Q поставете допирни рамнини на елипсоидот.

1178. На составеното валчесто - рабесто тело, според сликата 117, во точките $T,S(x,15,25)$ поставете тангентни рамнини на тоа тело.

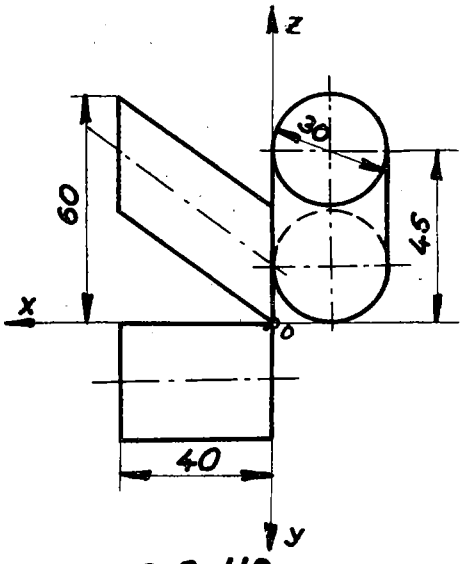
1179. Дадено е ротационо тело според сл.116. Во точки $A,B(75,y,15)$ конструирајте траги на допирни рамнини на ротационото тело.



СЛ. 116



СЛ. 117



СЛ. 118

Глава петта

АКСОНОМЕТРИСКА ПРОЕКЦИЈА

- АКСОНОМЕТРИСКИ МЕТОДИ-

V 1. КОСА ПРОЕКЦИЈА

Коса проекција на точка

1180. Дадени се точки со своите придружени проекции: A(40,20,30), B(60,30,-10), C(50,-20,40) и D(70,-15,-25). Нацртајте ги нивните коси проекции,без употреба на определувачкиот триаголник, при следниве податоци за аголот на отклонувањето φ и коефициентот на скратувањето k:

а) $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1/2$, б) $\varphi = 90^\circ$ и $k = 2/3$, в) $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$,
г) $\varphi = 210^\circ$ и $k = 2/3$, д) $\varphi = 330^\circ$ и $k = 4/5$!

1181. Одредете коса проекција за следниве точки: A(10,30,20), B(-30,-20,20), C(20,30,-30) и D(-50,-30,-40) со помош на методот за определувачки триаголник,ако се:
а) $\varphi = 135^\circ$ и $k = 2/3$, б) $\varphi = 278^\circ$ и $k = 3/4$, в) $\varphi = 315^\circ$ и $k = 1/2$!

Коса проекција на фигури и едноставни тела

1182. Конструирајте коса проекција на правилен осумаголник со страна-25 мм кој лежи во хоризонталната, т.е.координатната $x0y$ рамнина, иако две негови спротивни темиња лежат на проекционата рамнина (координатната $x0z$ рамнина), при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$, претходно одредувајќи ја нејзината соборена положба!

1183. Да се нацрта коса проекција на: а) квадрат, б) еднаквокрак трапез, в) правилен петаголник , г) правилен шестаголник, д) правилен осумаголник.
Рамнината на зададената фигура е хоризонтална.Податоците за k и φ изберете ги сами, за а)и д) поглед одозгора, а за другите случаи поглед одоздола.

1184. Да се претстави коса проекција на правилен петаголник ABCDE со страна AB[A(20,10,10), B(40,20,25)] , кој лежи во фронталнопроектирачка рамнина, т.е. рамнина нормална на проекционата (фронталната) рамнина, при $\varphi = 45^{\circ}$ и $k = 4/5$.

1185. Нацртаjте коса проекција на исправена тристрана призма ABCDEF , која е дадена во ортогонални проекции, чиjа една основа е ABC[A(30,20,0), B(60,40,0), C(40,50,0)] и бочен раб $\overline{AD} = 50$ mm , ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 1/2$.

1186. Прикажете коси проекции на исправени призми чии основи се фигурите, зададени во задачата 1183! Висините изберете ги сами! Изборот на φ и k извршете го сами, но да биде поглед одозгора.

1187. Да се претстави коса проекција на правилна пирамида, чиjа висина е 50 mm а основата е коjа и да било фигура од задачата 1183, при поглед одозгора и од десно.

1188. Да се конструира коса проекција на следното тело, ако φ и k ги изберете сами, но така за да се добие поглед озгора, односно оздола.

а) на шестострана плоча (еднаквораbна шестострана призма), чии основи се хоризонтални, ако со едниот бочен раб се допира до проекционата рамнина , а ако работ изнесува 30 mm,

б) на призматично тело (правилна осумстрана призма со основен раб-35 mm и бочен раб од 20 mm), со цилиндричен отвор (со радиус-25 mm) ако оските на цилиндарот и на призмата се коаксиjални (совпаѓаат). Основите на телото се фронтални,

в) на исправена четиристрана призма ABCDEFGH , чии основи се правоаголници, едниот е ABCD[A(5,15,30), B(25,15,10), C , D(5,36,30)] и бочниот раб BF[B, F(65,15, z)].

1189. Определена е коса шестострана призма ABCDEFGHIJKL , чиjа задна основа е: ABCDEF [A(10,0,5), B(0,0,20), C(5,0,30), D(25,0,35), E(40,0,15), F(30,0,10)], а бочните рабови со должина-80 mm се хоризонтални и со проекционата рамнина зафаќаат агол од 60° со позитивна насока на x-оската. Да се наjде коса проекција при $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 2/3$.

1190. Одредете коси проекции на фигури од задачата 1183 кои да припаѓаат на фронталнопроектирачката рамнина т.е. нормална на проекционата рамнина!

1191 . Да се нацртаат коси проекции на исправени призми, чии основи се фигурите, добиени во задачата 1190 (и по положба!) Висината изберете ja сами, со поглед одозгора и оддесно.

1192. Претставете коса проекција чиjа висина е 40 мм, ако основата е коjа и да било фигура зададена во зад. 1190. Извршете таков подбор на φ и k за да добиете поглед одозгора и одлево.

1193. Дефинирана е квадратна пирамида ABCDV со темето A(20,0,10), пресечната точка S на основните дијагонали $AC \cap BD = S(50,0,50)$ и врвот V(50,80,50). По нејзиното претставување во ортогонални проекции, извршете премин во коса проекција при следниве елементи на проектирањето:

а) $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1/2$, б) $\varphi = 210^\circ$ и $k = 1/2$.

1194. Конструирајте коса проекција на тристрана пирамида ABCV, чија основа е триаголникот ABC [A(30,45,0), B(60,60,0), C(85,20,0)] и врвот V(50,10,70), при следните услови: а) $\varphi = 135^\circ$ и $k = 2/3$, б) $\varphi = 330^\circ$ и $k = 2/3$.

1195. Дадена е правилна петострана пирамида ABCDEV, чија основа лежи во координатната yOz рамнина (Π_3), ако е дадено темето A(0,45,50) и центарот на опишната кружница околу основата S(0,30,30), додека висината на пирамидата е $\overline{SV} = 60$ mm Нацртајте ја нејзината коса проекција, ако се: а) $\varphi = 150^\circ$ и $k = 1/2$, б) $\varphi = 315^\circ$ и $k = 2/3$ но претходно конструирајте ги придружените ортогонални проекции!

1196. Да се одреди коса проекција на правилен тетраедар ABC D со раб од 40 mm, ако страната ABC му е нормална на проекционата рамнина, земајќи поглед:

а) одозгора, б) одоздола.

1197 . Даден е правилен октаедар со една негова дијагонала EF [E(60,40,0), F(60,40,50)], а дијагоналата AC со проекционата рамнина зафаќа агол од 30° со позитивна насока на x-оската. Да се претстави неговата коса проекција, при

а) $\varphi = 90^\circ$ и $k = 1/2$, б) $\varphi = 270^\circ$ и $k = 1/2$.

1198. Нацртајте коса проекција на круг со радиус 30 mm , ако е тој во:

а) хоризонтална, б) профилна положба, при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, без употреба на определувачкиот триаголник!

1199. Нацртајте коса проекција на круг кој: а) лежи во хоризонталната рамнина, има радиус 40 mm и неговиот центар е 60 mm пред проекционата рамнина, б) припаѓа на хоризонталната рамнина, радиусот му изнесува 50 мм и центарот му се наоѓа во проекционата рамнина, в) лежи во хоризонталнопроектирачката рамнина, т.е. во вертикалната рамнина, радиусот е 40 mm а се допира со проекционата рамнина, г) лежи во фронталнопроектирачката рамнина, радиусот е 50 mm, ако центарот му е на проекционата рамнина. Задачите да се решат со користење на определувачкиот триаголник, ако се: $\varphi = 45^\circ$ и $k = 1$

1200. Даден е ротационен цилиндар, чии основи се фронтални со радиус 30 mm, ако центар на задната основа е M и висината на цилиндарот $\overline{MN} = 80$ mm . Нацртајте негова коса проекција, при $\varphi = 135^\circ$ и $k = 3/4$, за: а) M(60,0,35), б) M(60,15,35).

1201. Да се конструира коса проекција ($\varphi = 30^\circ$ и $k = 2/3$) на следниов кос кружен цилиндар со фронтални основи, ако се дадени неговите центри M, N и радиусот изнесува 25 mm , при:

а) M(40,0,30) и N(100,50,70), б) M(40,10,30), N(100,55,70).

1202. Фиксиран е ротационен цилиндар, чии центри на неговите основи се M(70,25,0) и N(70,25,60), а радиусот $r = 25$ mm. Да се прикаже неговата коса проекција, ако се: а) $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$, б) $\varphi = 225^\circ$ и $k = 3/4$.

1203. Конструирајте коса проекција на ротационен цилиндар со M(0,30,40) и N(50,30,40), а радиусот изнесува 25 mm, при следниве услови:

а) $\varphi = 45^\circ$ и $k = 3/5$, б) $\varphi = 150^\circ$ и $k = 4/5$.

Задачата да се реши на два начина: 1° со одредување ортогонални проекции и извршување премин во коса проекција, 2° со директно цртање во коса проекција, на два засебни цртежа.

1204. Нека е даден кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се M(40,30,0) и N(90,70,55), радиусот $r = 20$ mm Одредете ја неговата коса проекција, при:

а) $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$, б) $\varphi = 330^\circ$ и $k = 3/4$!

1205. Нацртајте коса проекција на ротационен конус со радиус $r = 25$ mm и висина на конусот $\overline{SV} = 60$ mm, чија основа е фронтална со центарот S(50,0,40), при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 4/5$.

1206. Дефиниран е ротационен конус со центарот S(70,40,0), радиусот изнесува 30 mm и врвот V(70,40,60). Се бара неговата коса проекција, ако се дадени елементите на проектирањето:

а) $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$, б) $\varphi = 210^\circ$ и $k = 3/4$.

1207. Зададен е кос кружен конус со профилна основа, чиј центар е S(0,40,30), радиусот – 25 mm и врвот V(70,80,60). Да се конструира коса проекција, ако се:

а) $\varphi = 45^\circ$ и $k = 4/5$, б) $\varphi = 150^\circ$ и $k = 4/5$.

1208. Да се нацрта коса проекција на следно тело со поглед одозгора ($\varphi = 135^\circ$ и $k = 3/4$), потоа со поглед одоздола ($\varphi = 330^\circ$ и $k = 3/4$):

а) на пресечен ротационен конус, центарот на едната основа е S(40,40,0) и радиусот $r = 30$ mm, додека на другата основа е T(40,40,30) и радиусот $r = 20$ mm,

б) на пресечен кос кружен конус, чии основи се хоризонтални, едната со центарот S(40,40,0) и радиусот $r = 30$ mm, а другата со центарот T(60,40,30) и радиусот $r = 15$ mm.

1209*. Нацртајте коса проекција на призматично тело - правилна осумстрана призма, чиј основен раб изнесува 35 mm бочен раб е 20 mm со цилиндричен отвор, кој има радиус r= 25 mm, основите на телата се хоризонтални, ако се $\varphi = 210^{\circ}$ и к е зададен графички!

1210. Да се конструира коса проекција на топка со центарот S(35,30,35) и радиусот r= 30 mm , при а) $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 3/4, б) $\varphi = 210^{\circ}$ и к = 3/5.

Разни задачи во коса проекција

1211. Најдете коса проекција на пресечна права на следниве рамнини: а) P[∞,30,40] и T[40,20,60], б) P[-50,40,30] и T[30,-10,50], ако се: $\varphi = 135^{\circ}$ и к = 1/2.

1212. Одредете прободна на правата а со рамнината T во коса проекција ($\varphi = 30^{\circ}$ и к = 1/2) за:

а) a = AB[A(0,60,30), B(40,30,70)] и T[40,60,20] ;

б) a = AB[A(0,40,-20), B(50,10,50)] и T[30,-20,40]!

1213. Да се претстави пресек на рамнината T[80,50,70] со паралелограмот MNPQ[M(10,0,20), N(40,10,10), P(70,70,60),Q], во коса проекција при следниве елементи $\varphi = 135^{\circ}$ и к = 1/2.

1214*. Да се конструира пресек на триаголниците: ABC[A(-40,80,10), B(-10, 10,80), C(50, 60,40)]и DEF [D (-50,40,70), E(10,20,0), F (40,90,60)] , во коса проекција, ако се $\varphi = 45^{\circ}$ и к = 1/2.

1215. Најдете пресек на три рамнини: A[50,60,30], B [-40,-20,50] и P [∞,50,30], во коса проекција, при $\varphi = 135^{\circ}$ и к = 1/2.

1216. Најдете пресечна точка S на рамнините P [120,70,70], T[70,120,90] и правоаголникот ABCD[A(0,60,0), B(70,60,0), C(0,0,40), D(70,0,40)] , во коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 2/3.

1217*. Одредете пресек на следниве три рамнини во коса проекција ($\varphi = 150^{\circ}$ и к = 1): P[100,60,60], триаголникот ABC[A(40,70,0), B(40,0,80), C(40,0,0)] и правоаголникот DEFG [D(0,20,0), E(0,20,50), F(80,20,50), G(80,20, 0)] !

1218. Одредете растојание на точката M до рамнината T, ако се дадени: а) M(70,80,50), T [50,40,∞] , б) M(40,40,60), T[20,50,70], во коса проекција, при следниве елементи $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 1/2!

1219. Нацртајте коса проекција на следново тело ($\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 1/2$):

а)на правилен тетраедар ABCD ,ако е дадена висината $SD[\ S(40,10,40), D\ (40,40,40)\ ]$, според тоа страната ABC е фронтална, т.е. паралелна со проекционата рамнина, иако работ AB со позитивната насока на x-оската зафаќа агол од 60°,

б)на ротационен цилиндар со радиус на основите $r = 30$ mm и висина $\overline{MN} = 80$ mm, ако неговата оска е паралелна со проекционата рамнина или со хоризонталната - координатна x0y рамнина.

1220. Определена е рамнината $P[\ 60,50,60\ ]$ и во неа точка $S(20,10,z)$. Да се конструира коса проекција ($\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 2/3$), на следново геометриско тело:

а)на еднакворабна тристрана призма со една основа во рамнината P и центар во S, ако работ е 30 mm, а еден основен раб е паралелен со проекционата рамнина,

б)на правилна четиристрана (квадратна) пирамида со основа во дадената рамнина и центар во S, чиј основен раб изнесува 25 mm и висината на пирамидата е $\overline{SV} = 60$ mm, додека два основни раба се паралелни со проекционата рамнина.

1221*. Дефинирана е рамнината $T\ [60,60,80\ ]$ и во неа точка $S(20,y,30)$. Да се нацрта коса проекција на следново геометриско тело:

а) на еднаквостран ротационен цилиндар, чија основа е во рамнината T и со центар во S, ако неговата висина е 40 mm, при $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 1/2$.

б*) на ротационен конус, чија основа е во дадената рамнина со центар во S и ја допира фронталницата , а висината изнесува $\overline{SV} = 100$ mm, ако се $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 3/4$.

Коса проекција на технички предмети

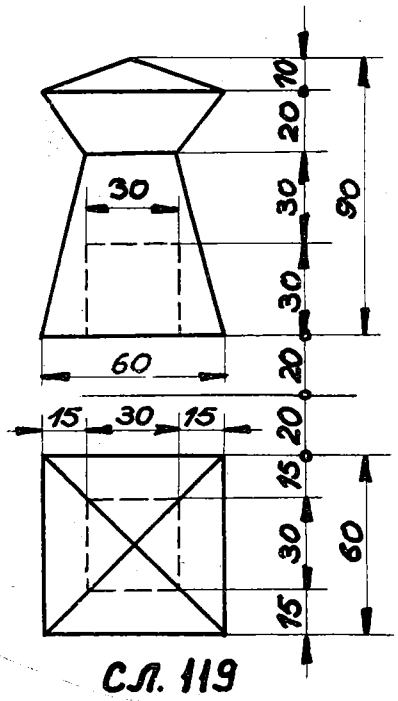
1222*. Дадениот технички предмет во придружени ортогонални проекции, според приложената слика (сл.119 - 200), нацртајте го во коса проекција, при следниве услови:

а) $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 2/3$, в) $\varphi = 210^{\circ}$ и $k = 4/5$, г) $\varphi = 315^{\circ}$ и $k = 1/2$.

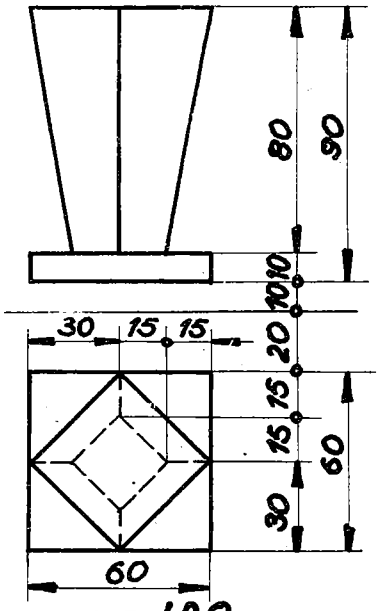
Да се применат оние дадени вредности за φ и k, кои се соодветни за поглед (одозгора или одоздола) и од онаа страна (од лева или од десна), како што бара изгледот на предметот за да се добие негова понагледна претстава. Земени се сл.126 со поглед одгоре (а) и сл.182 за поглед оздола (в).

1223. Скицирајте (слободорачно нацртајте) даден технички предмет според сликата (сл.119 - 157), така што тој да се гледа:

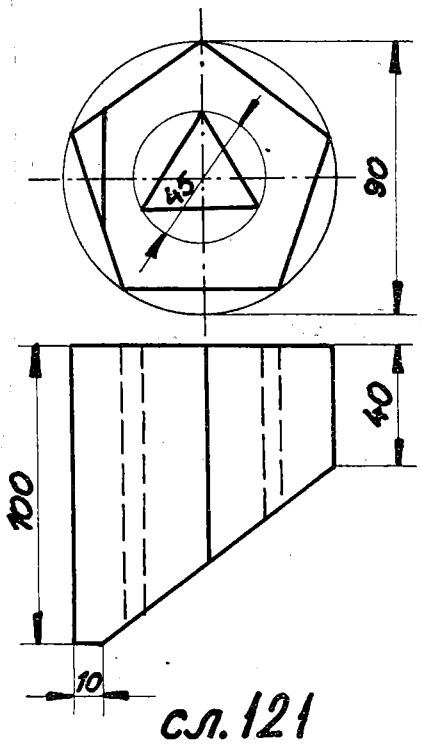
а) одозгора и од лева страна, б) одозгора и од десна страна, в) одоздола и од лева страна, г) оздола и од десна страна.



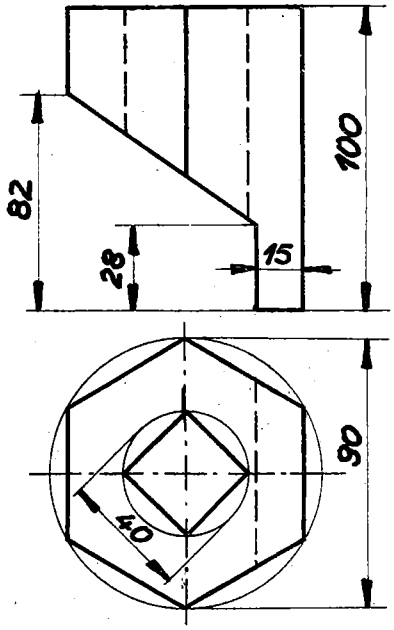
сл. 119



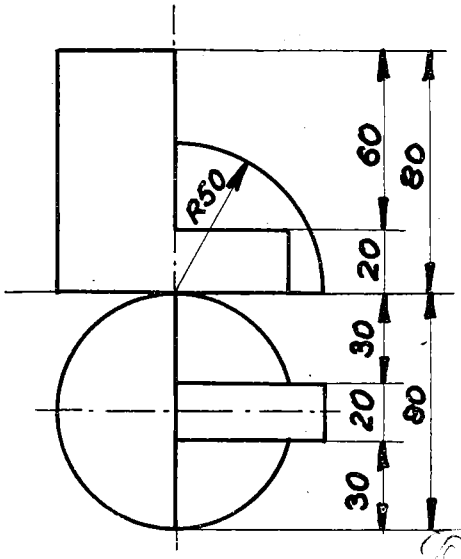
сл. 120



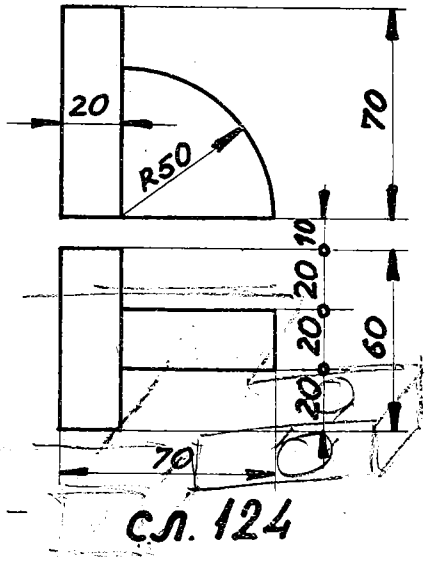
сл. 121



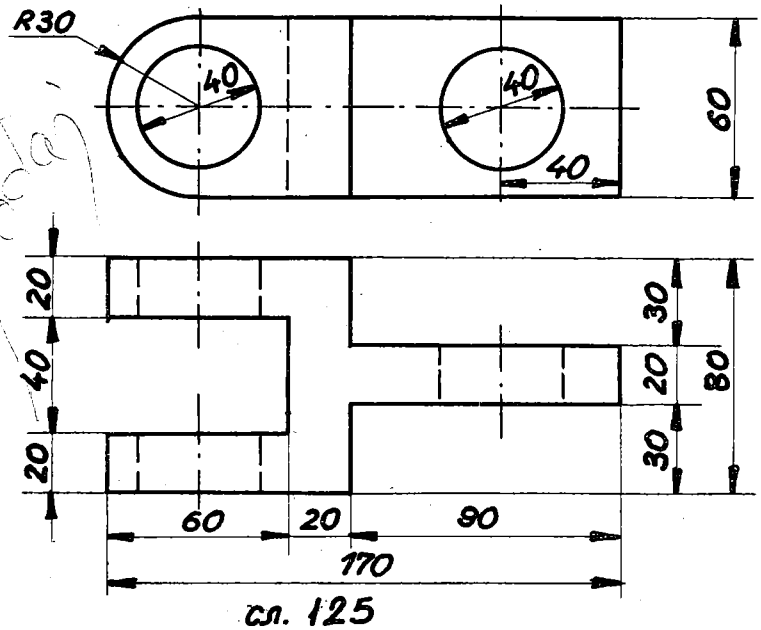
сл. 122



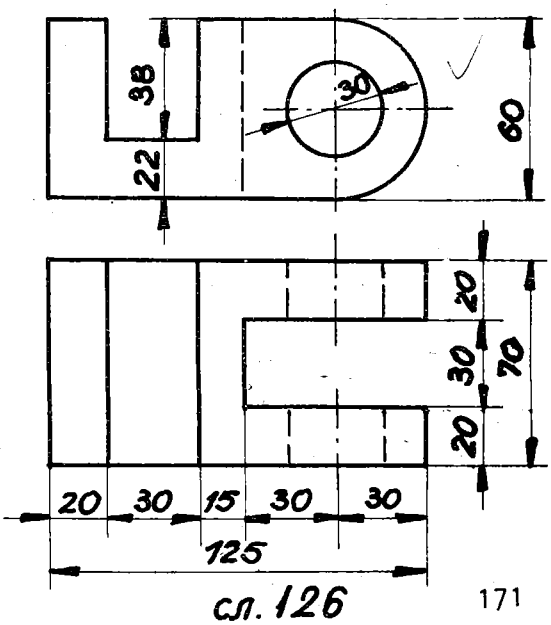
сл. 123



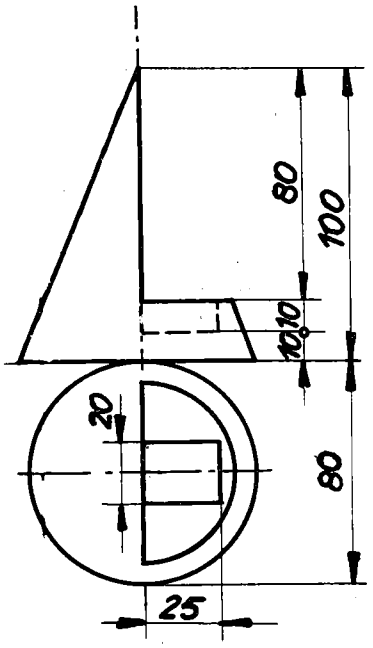
сл. 124



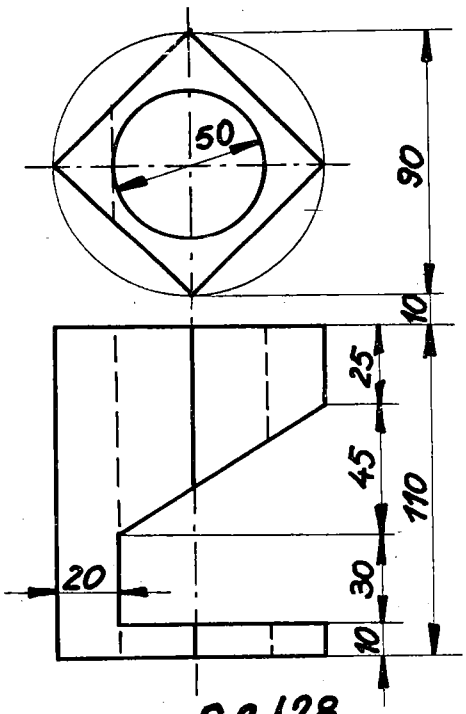
сл. 125



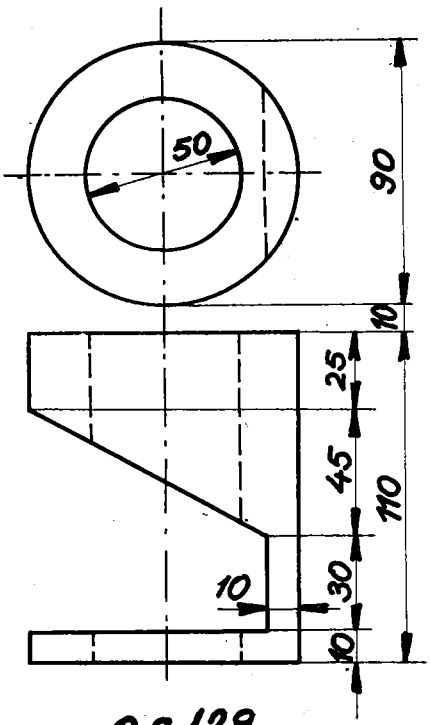
сл. 126



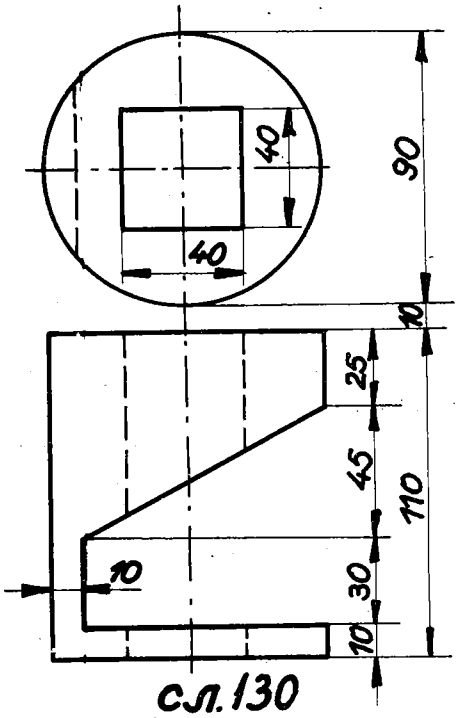
сл. 127



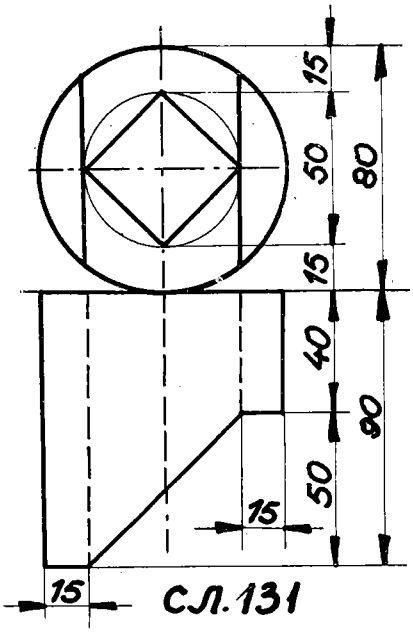
сл. 128



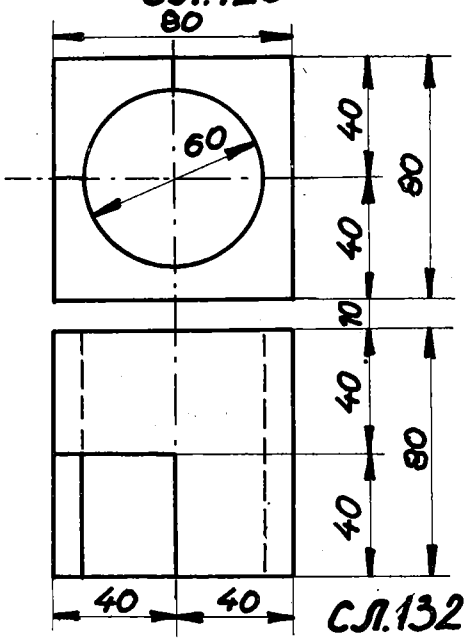
сл. 129



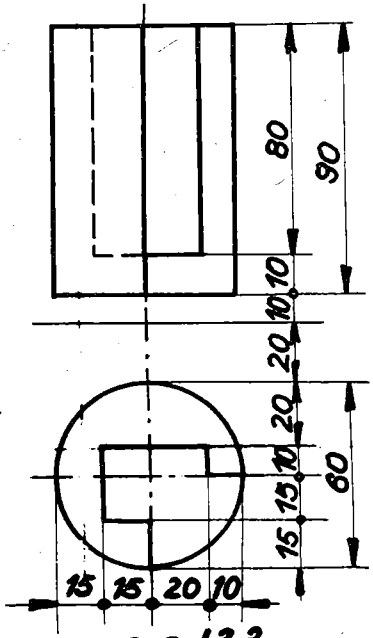
сл. 130



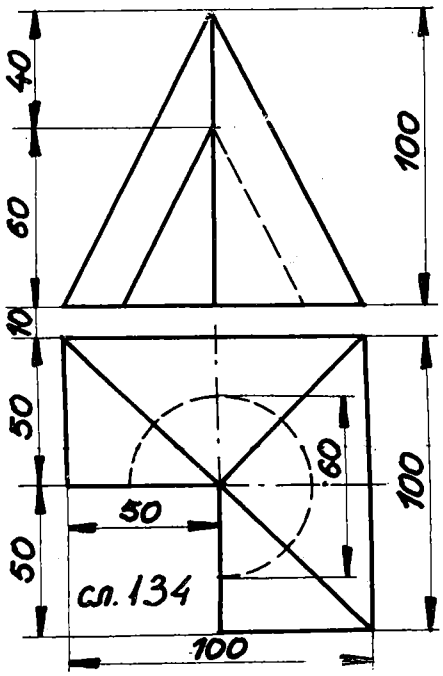
сл. 131



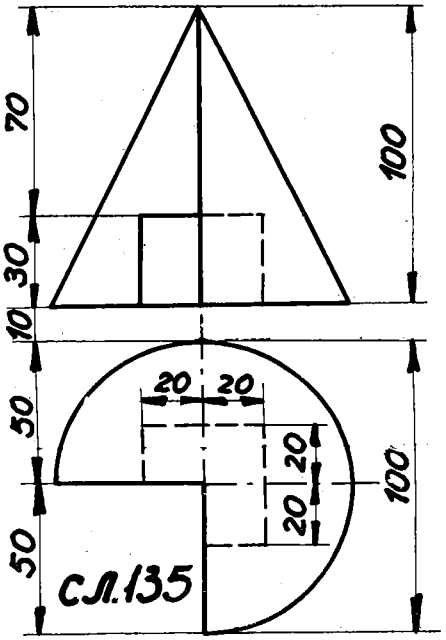
сл. 132



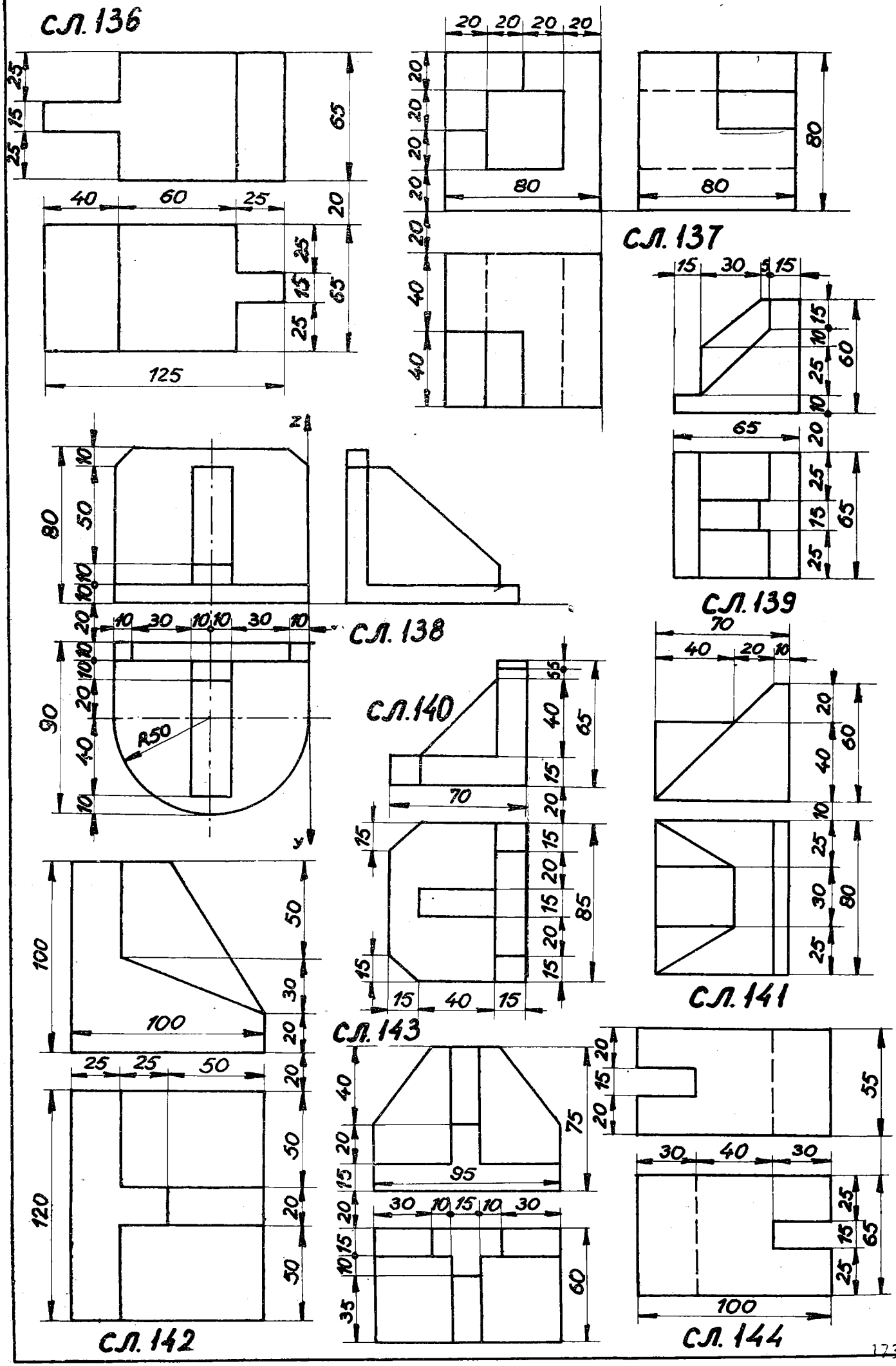
сл. 133

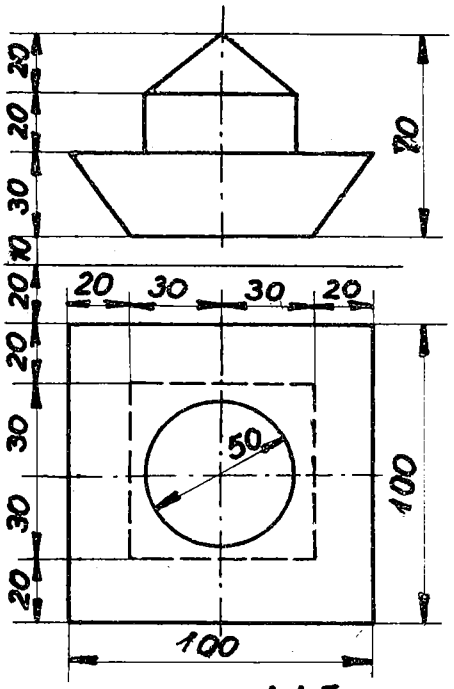


сл. 134

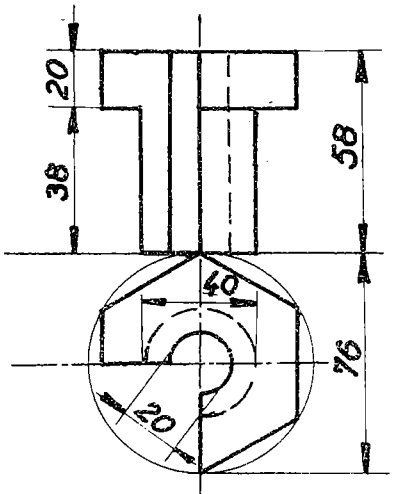


сл. 135

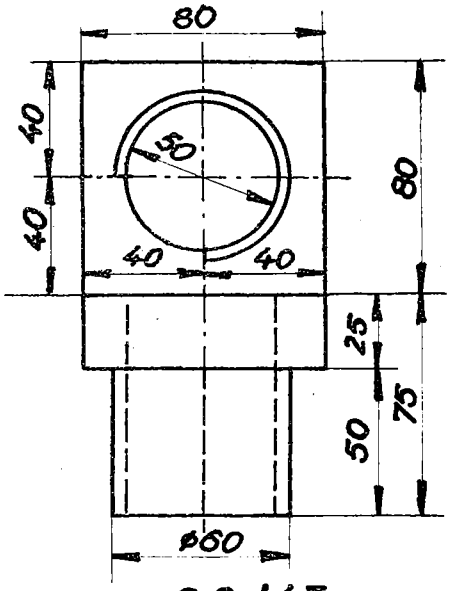

СЛ. 136
СЛ. 137
СЛ. 138
СЛ. 139
СЛ. 140
СЛ. 141
СЛ. 142
СЛ. 143
СЛ. 144
R50



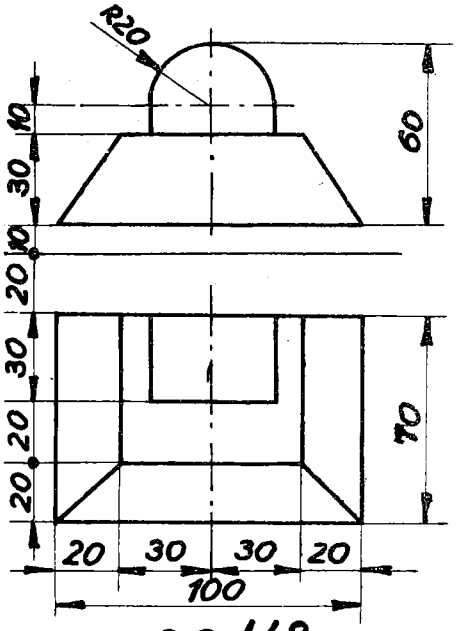
Сл. 145



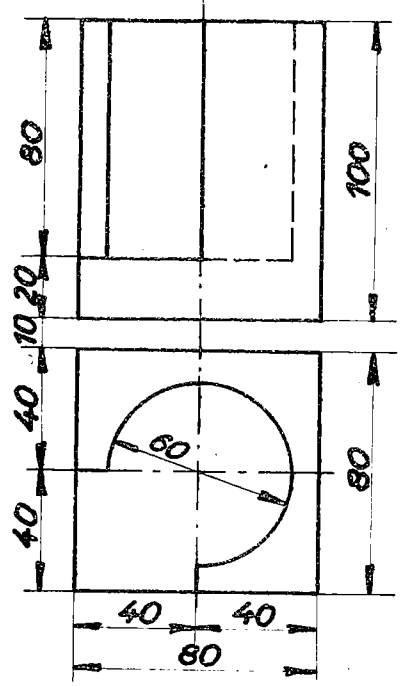
Сл. 146



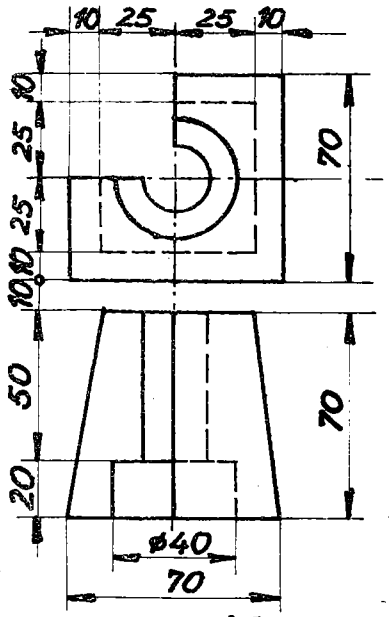
Сл. 147



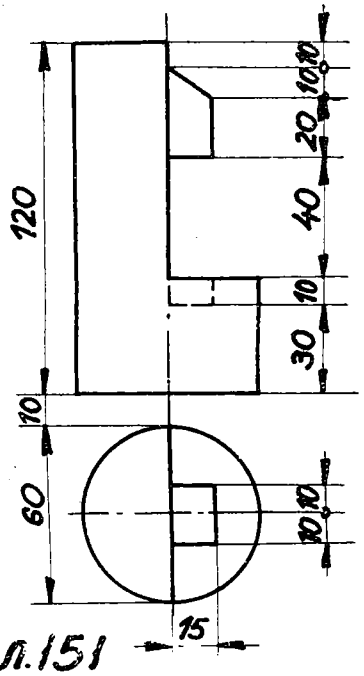
Сл. 148



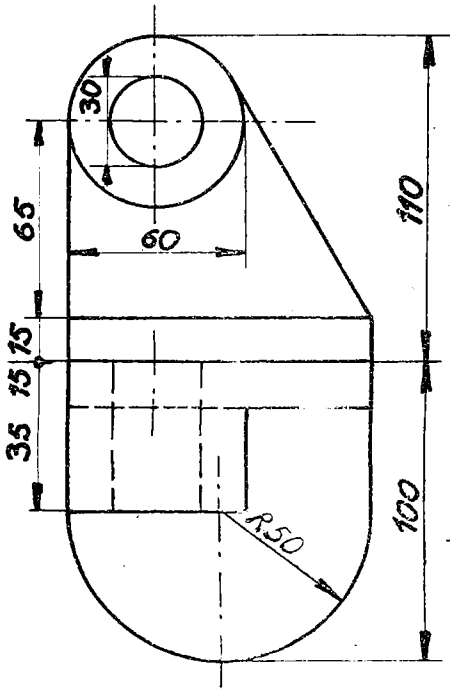
Сл. 149



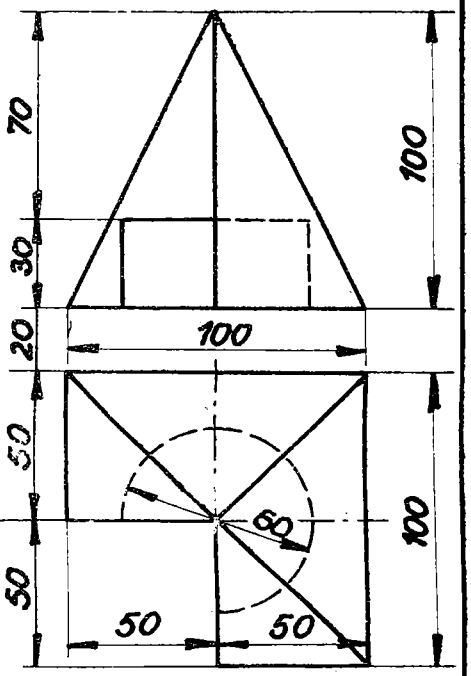
Сл. 150



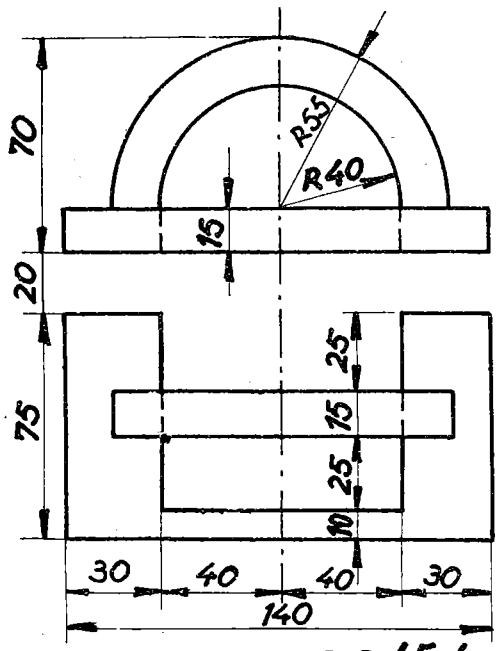
Сл. 151



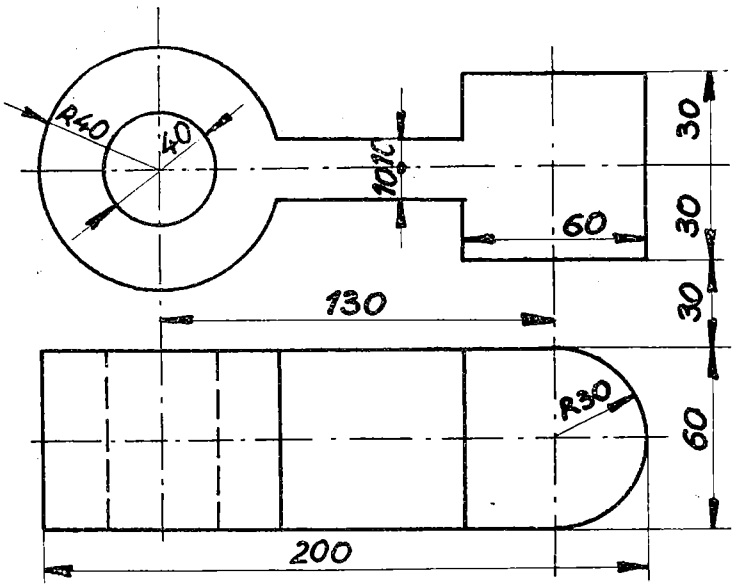
Сл. 152



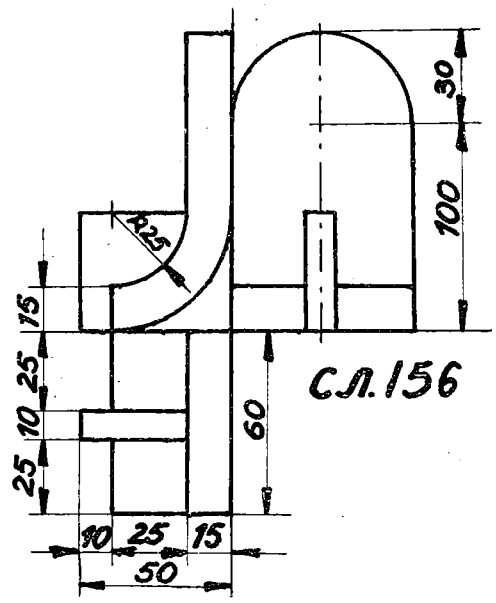
Сл. 153



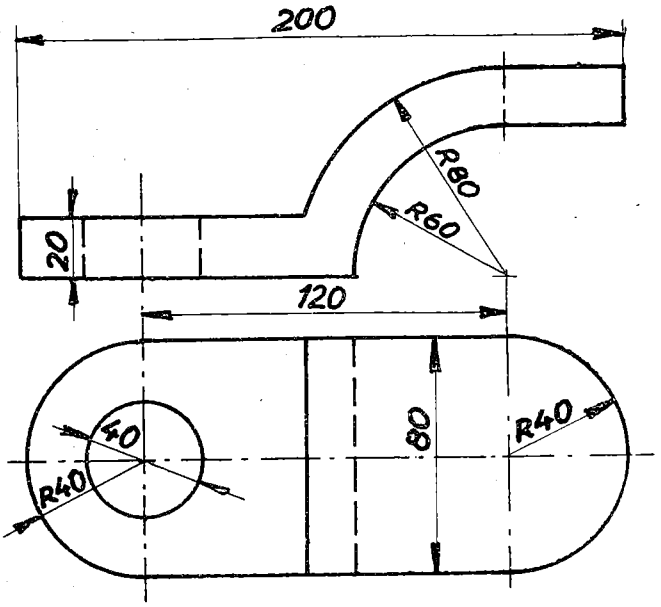
Сл. 154



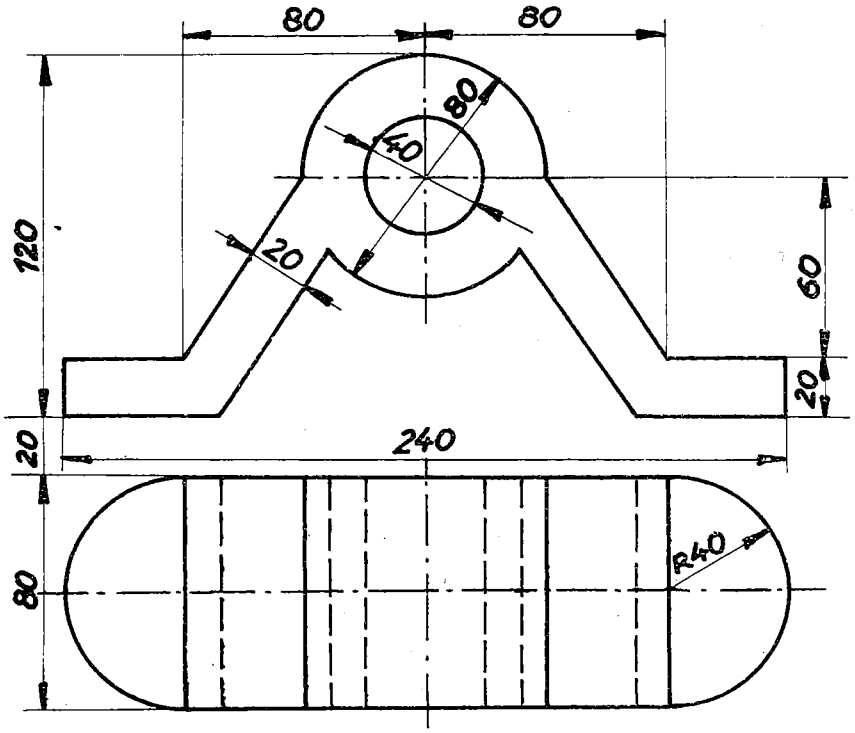
Сл. 155



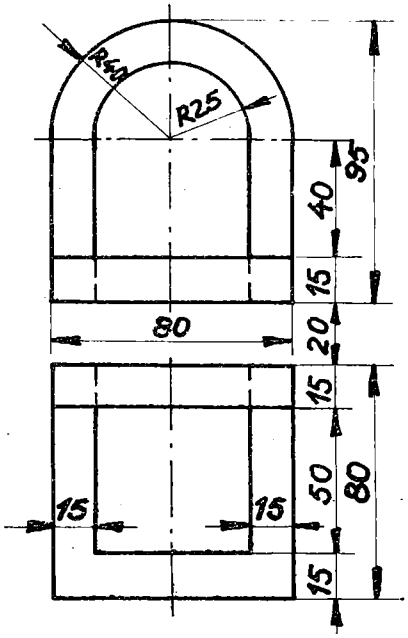
Сл. 156



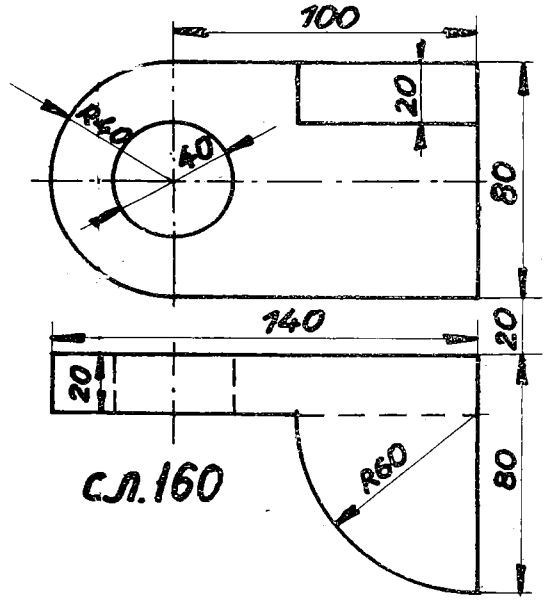
Сл. 157



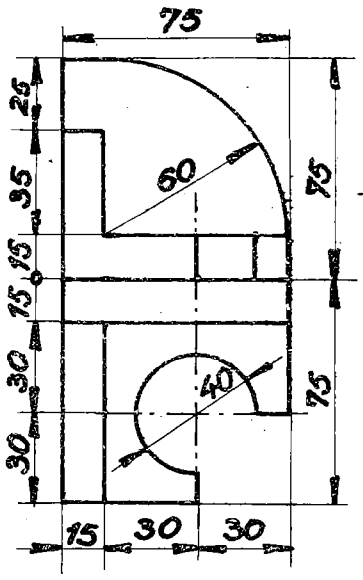
Сл. 158



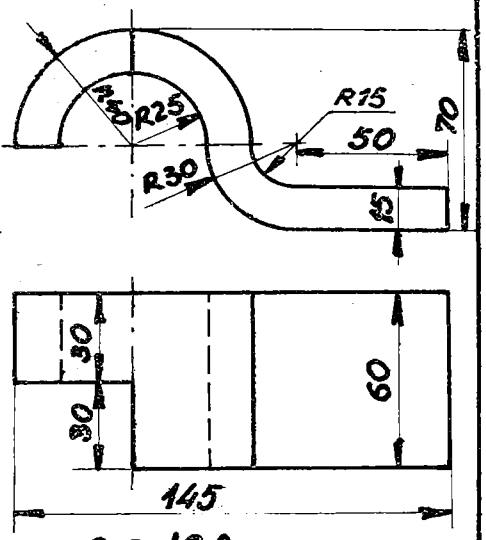
Сл. 159



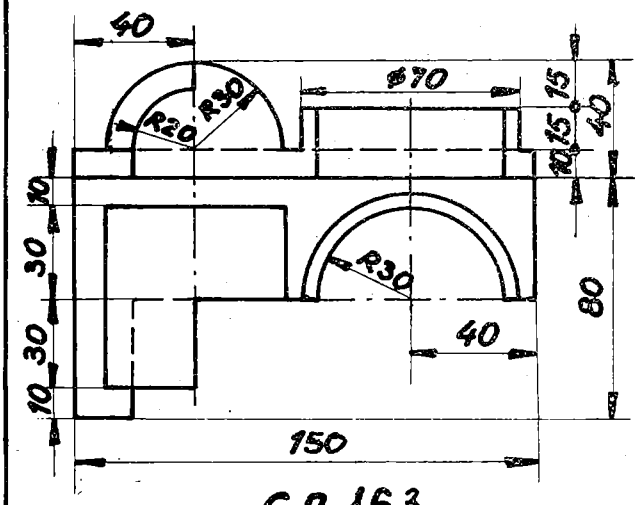
сл. 160



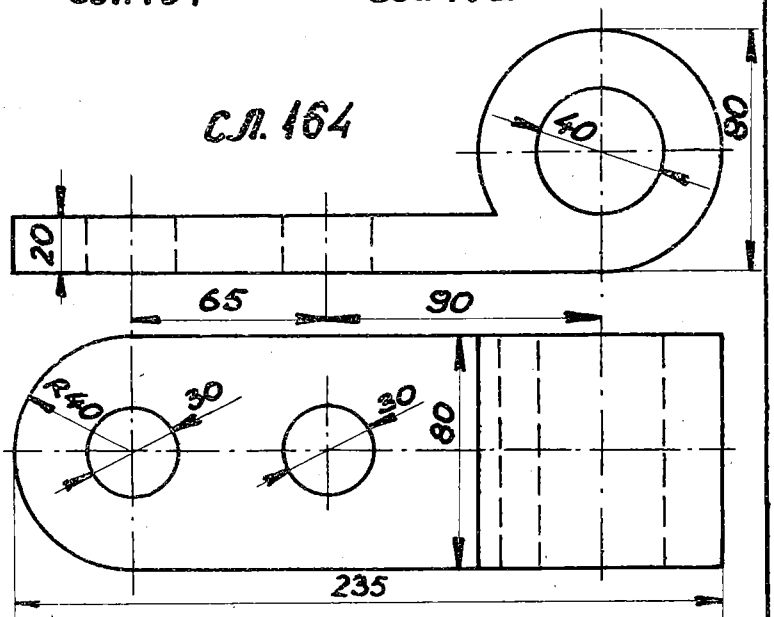
сл. 161



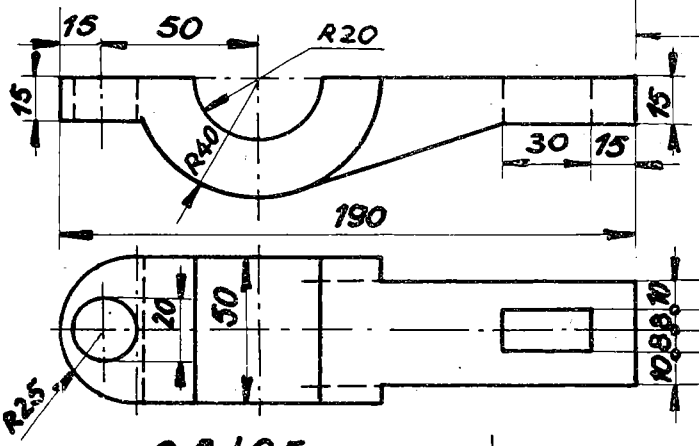
сл. 162



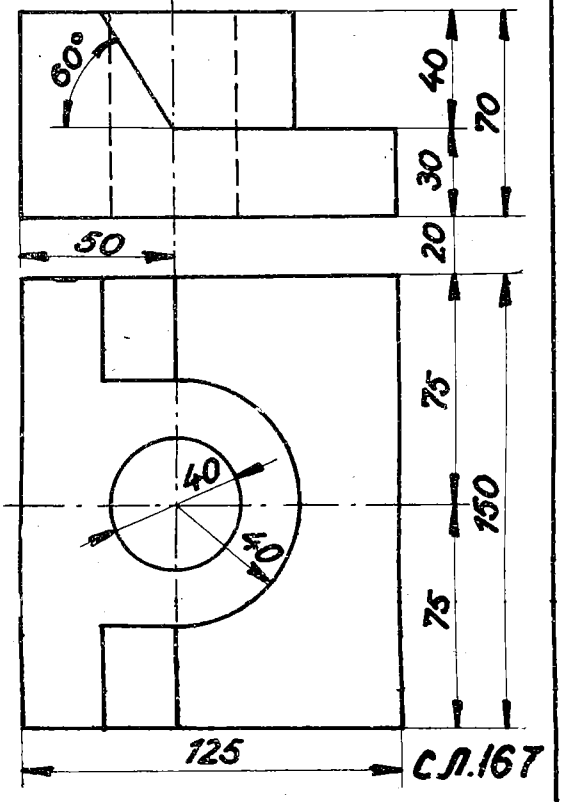
сл. 163



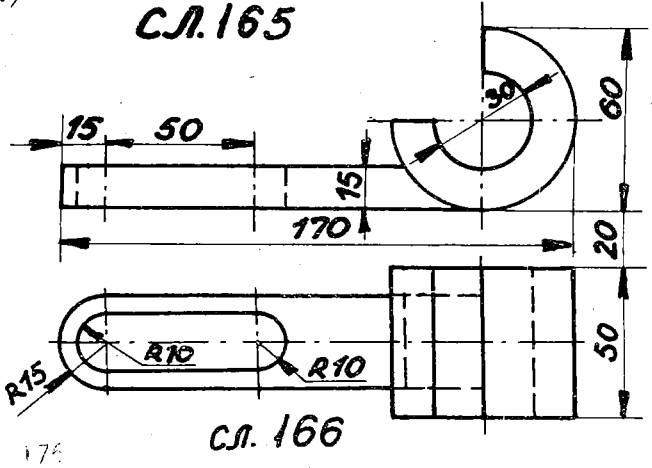
сл. 164



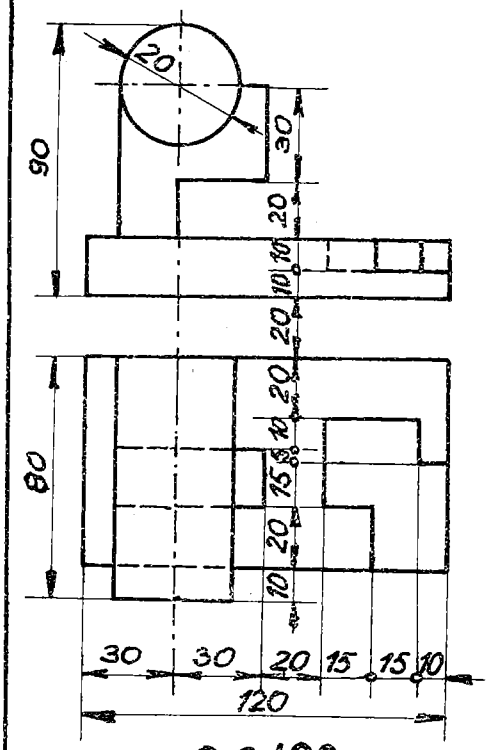
сл. 165



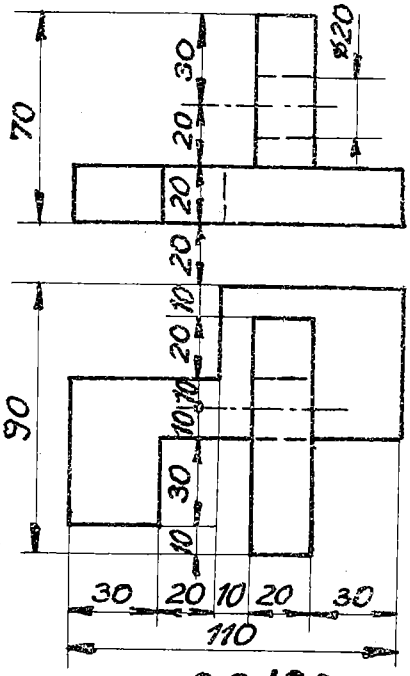
сл. 167



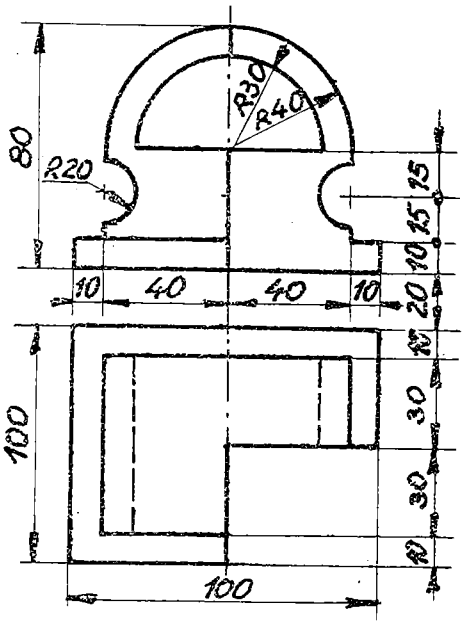
сл. 166



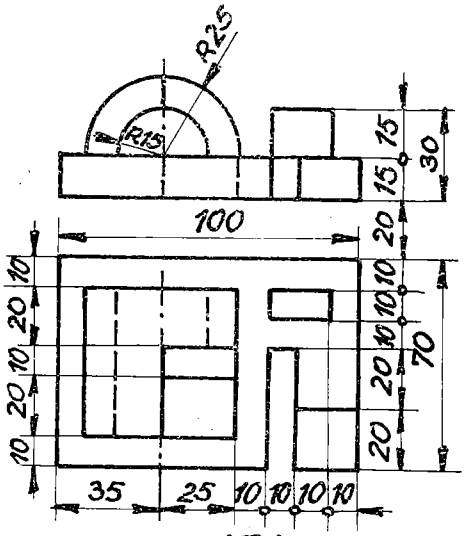
сл.168



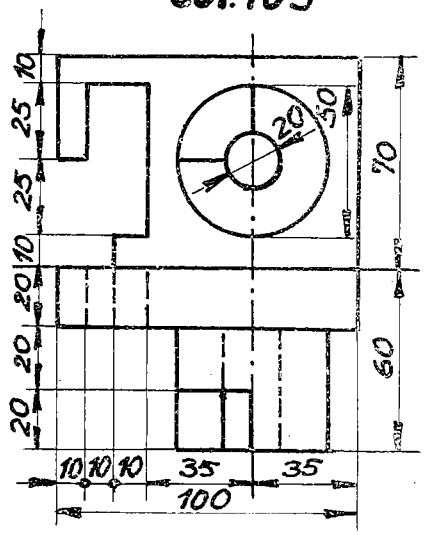
сл.169



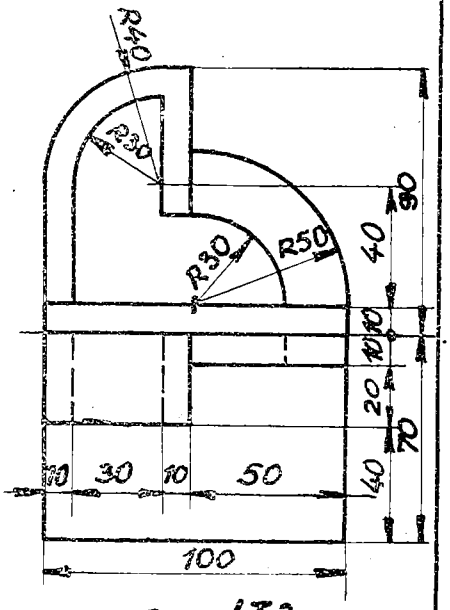
сл.170



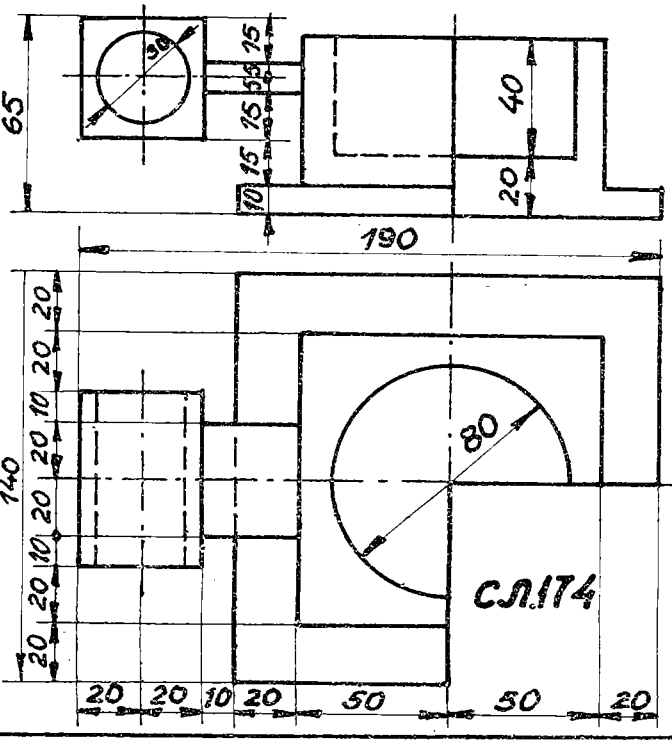
сл.171



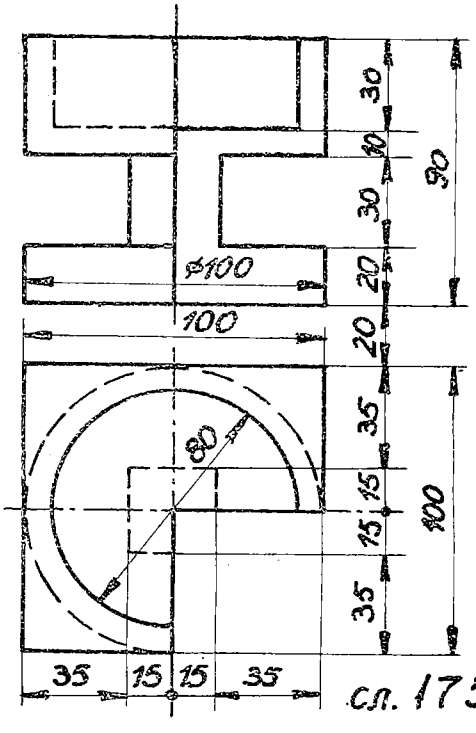
сл.172



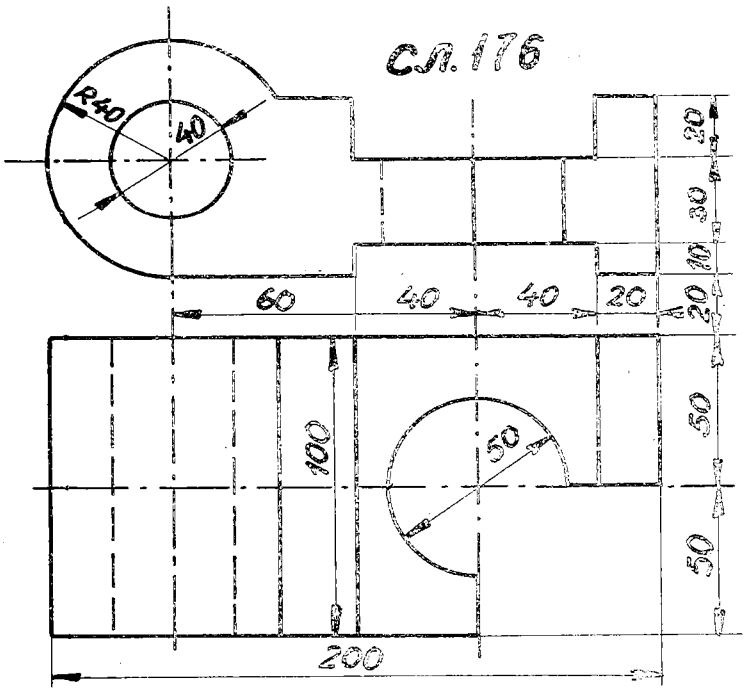
сл.173



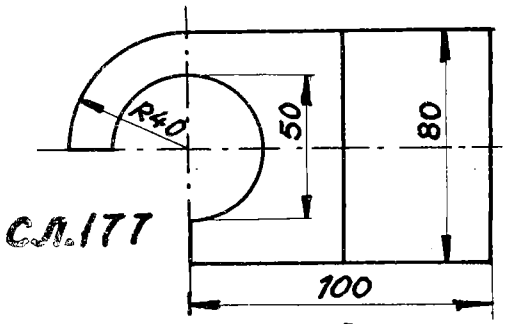
сл.174



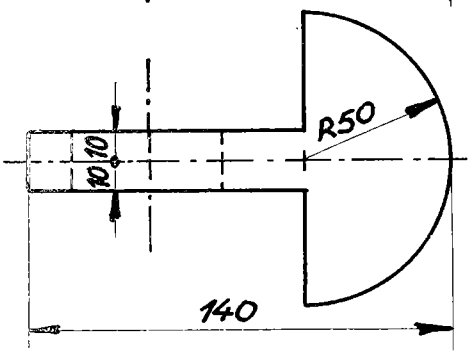
сл. 175

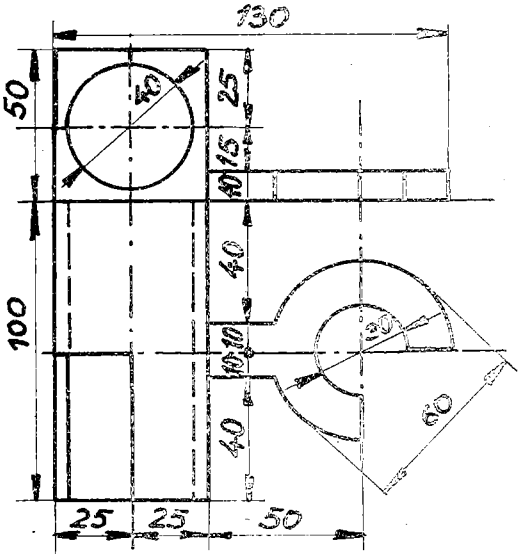


сл. 176

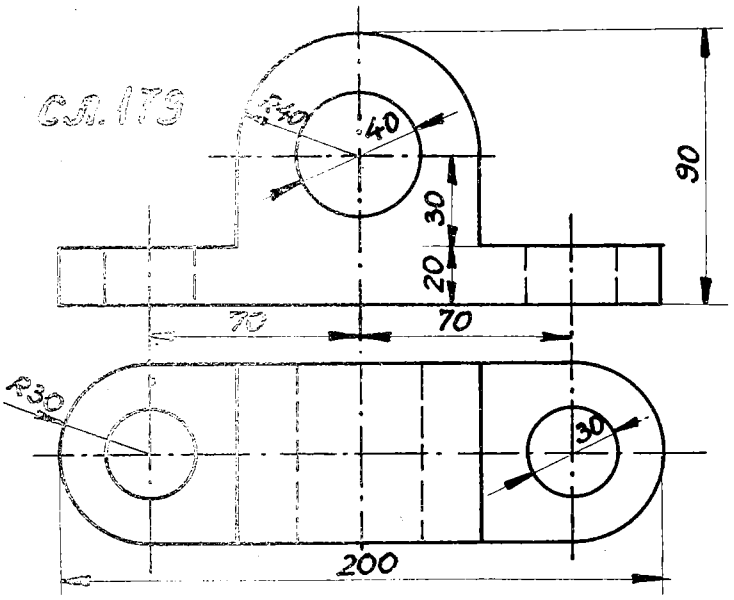


сл. 177

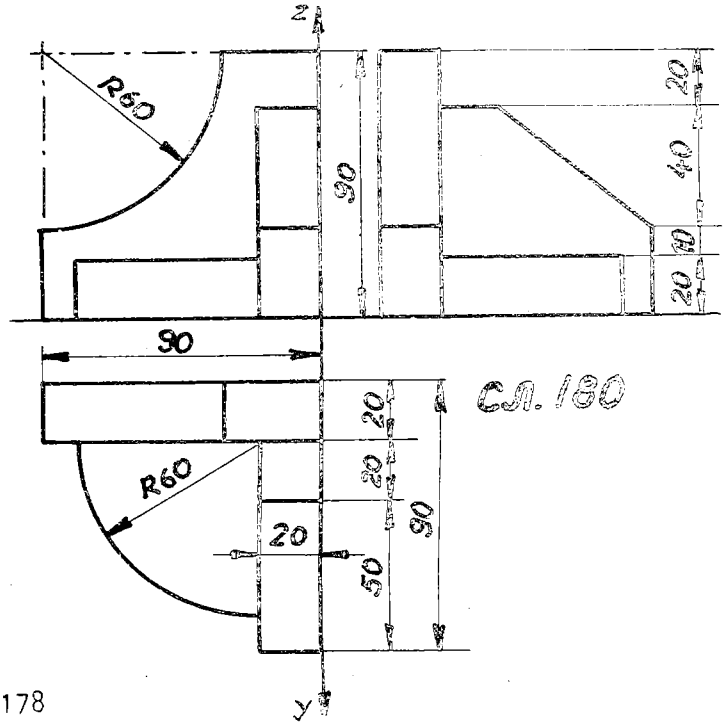




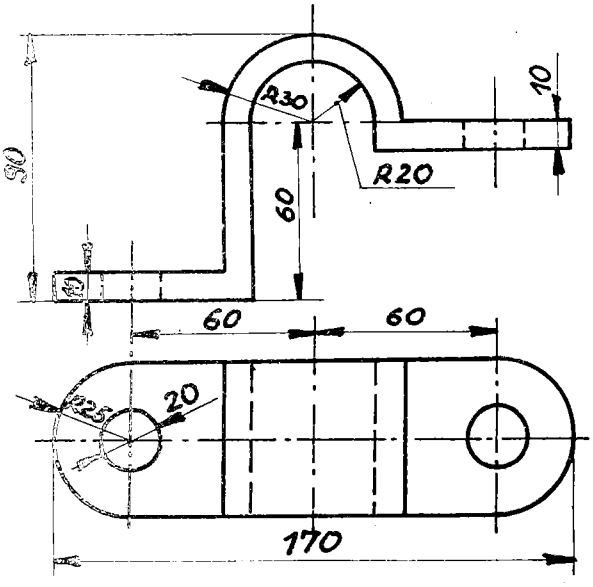
сл. 178



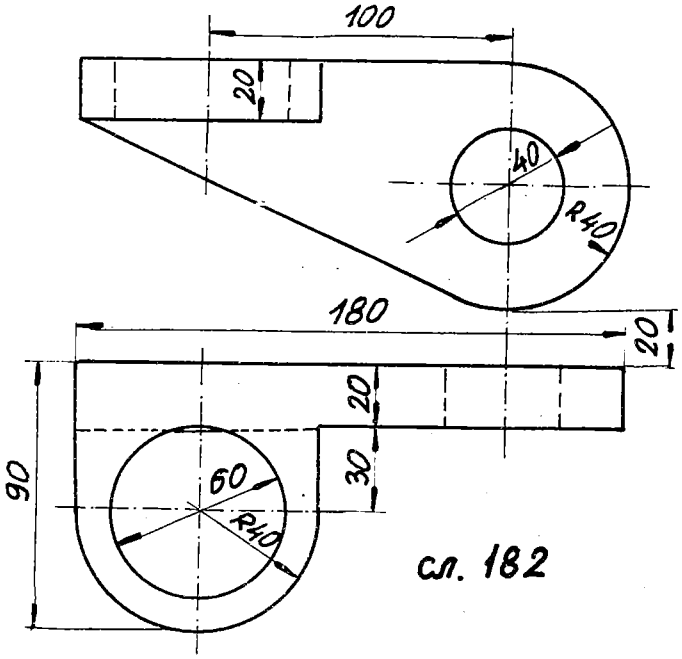
сл. 179



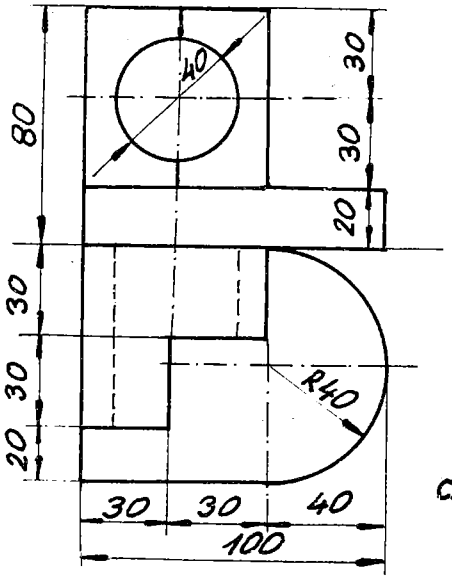
сл. 180



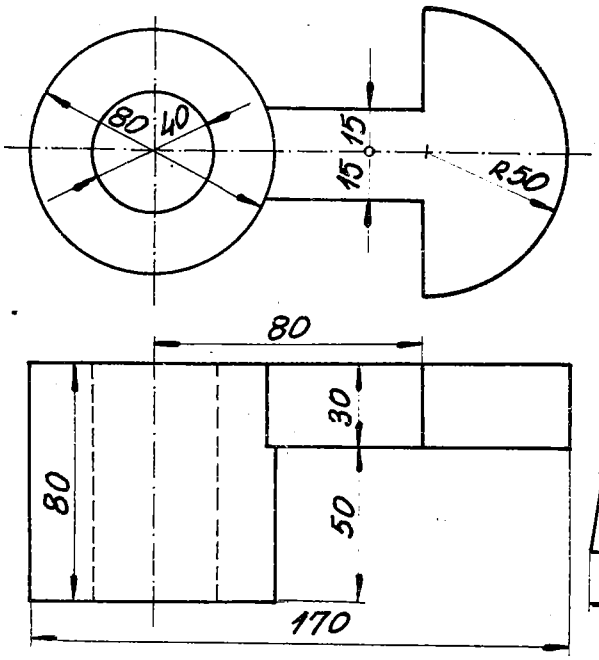
сл. 181



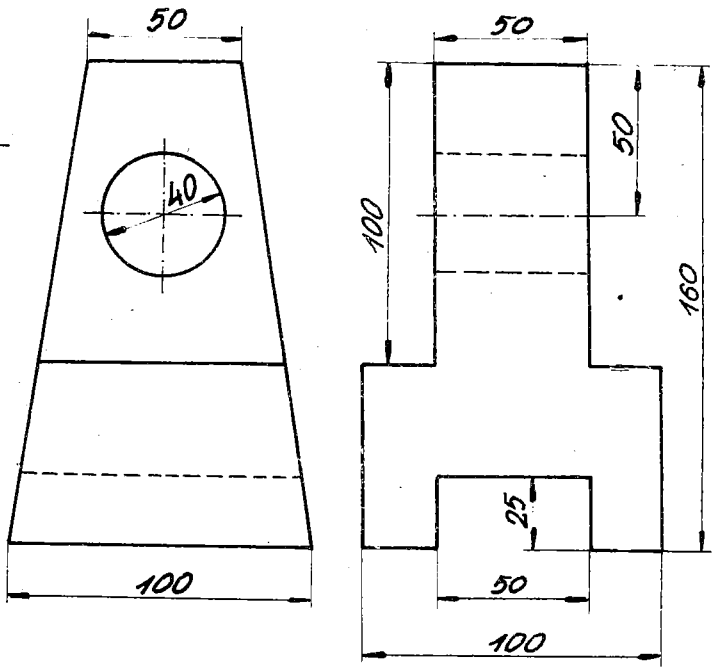
сл. 182



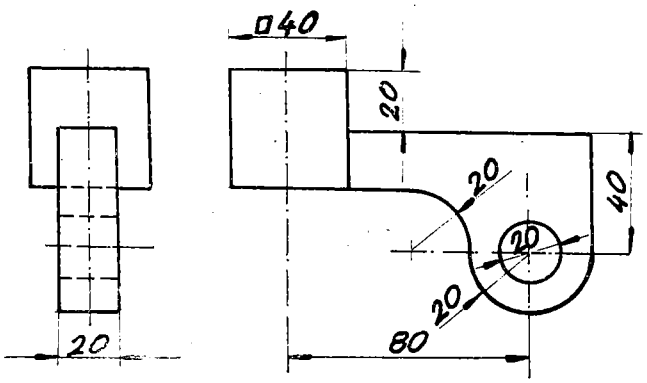
сл. 183



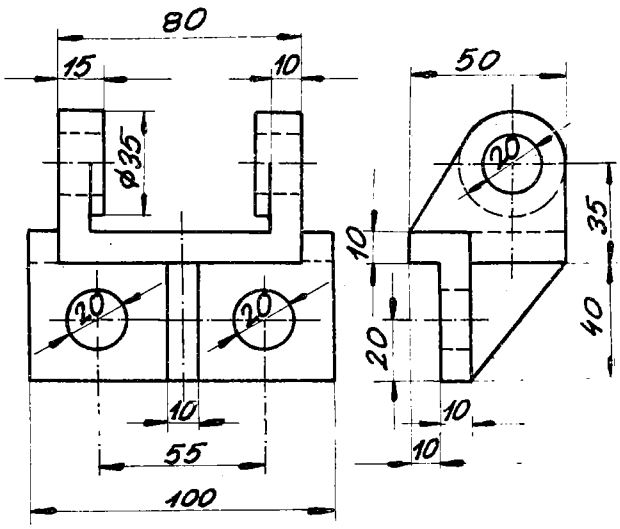
сл. 184



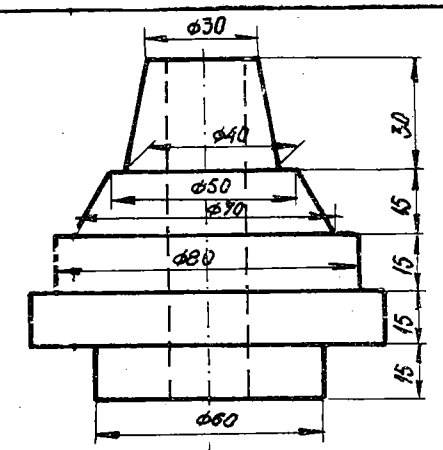
сл. 185

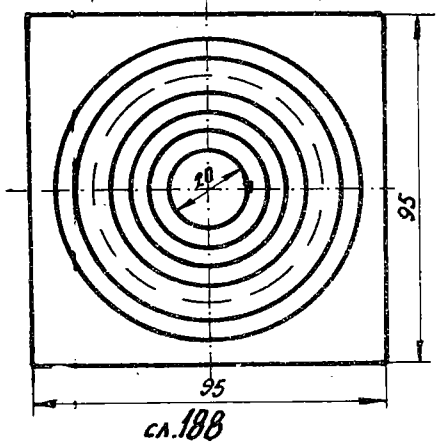


сл. 186

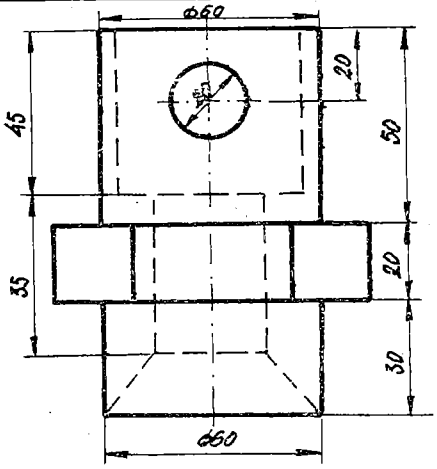


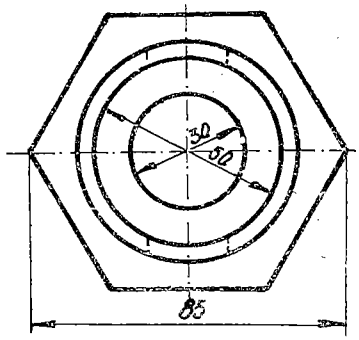
сл. 187



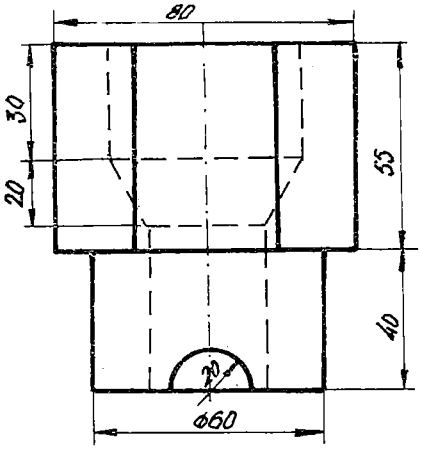


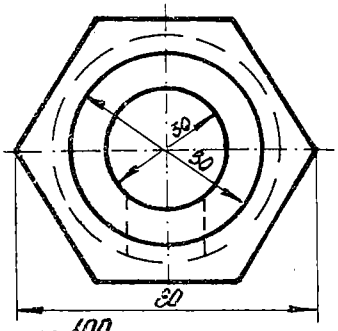
сл. 188



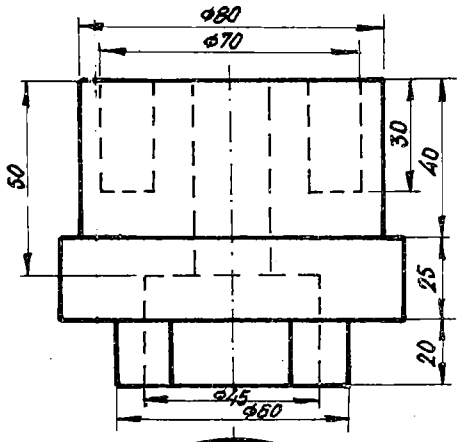


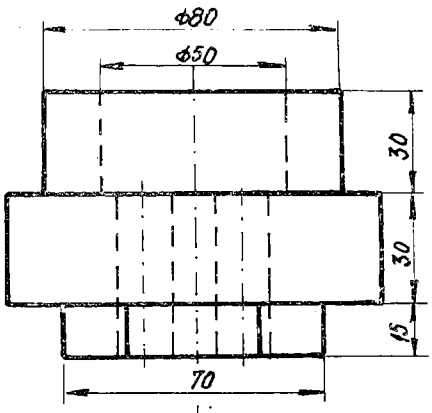
сл. 189

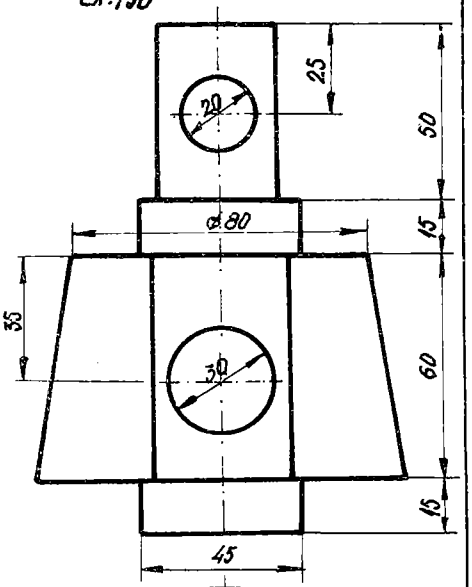


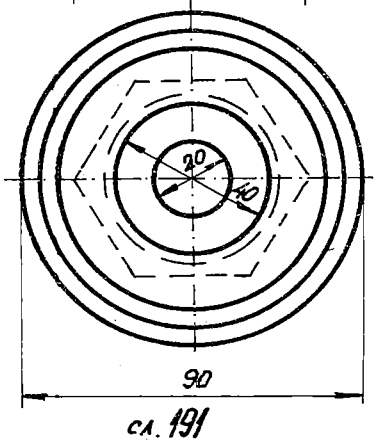


сл. 190

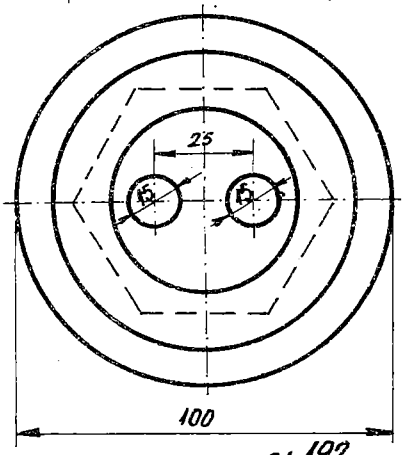




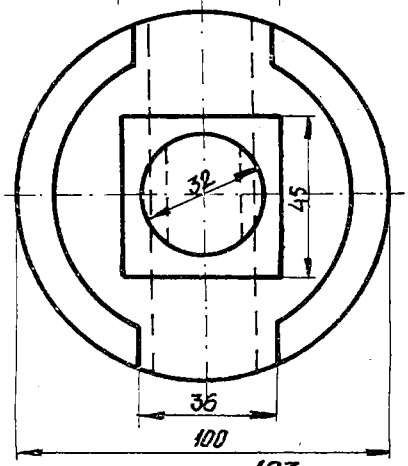




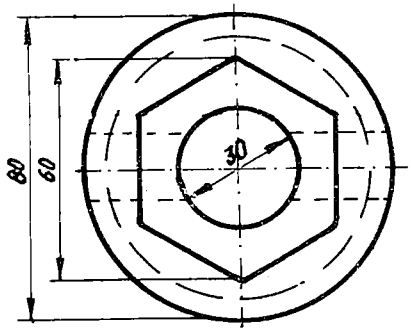
сл. 191

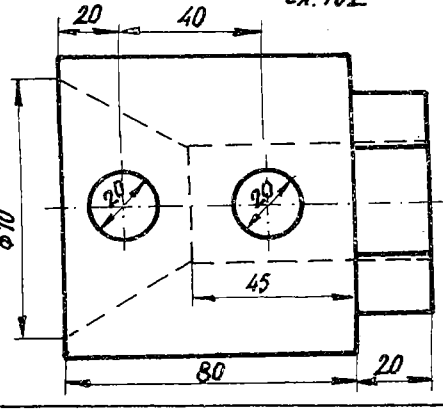


сл. 192

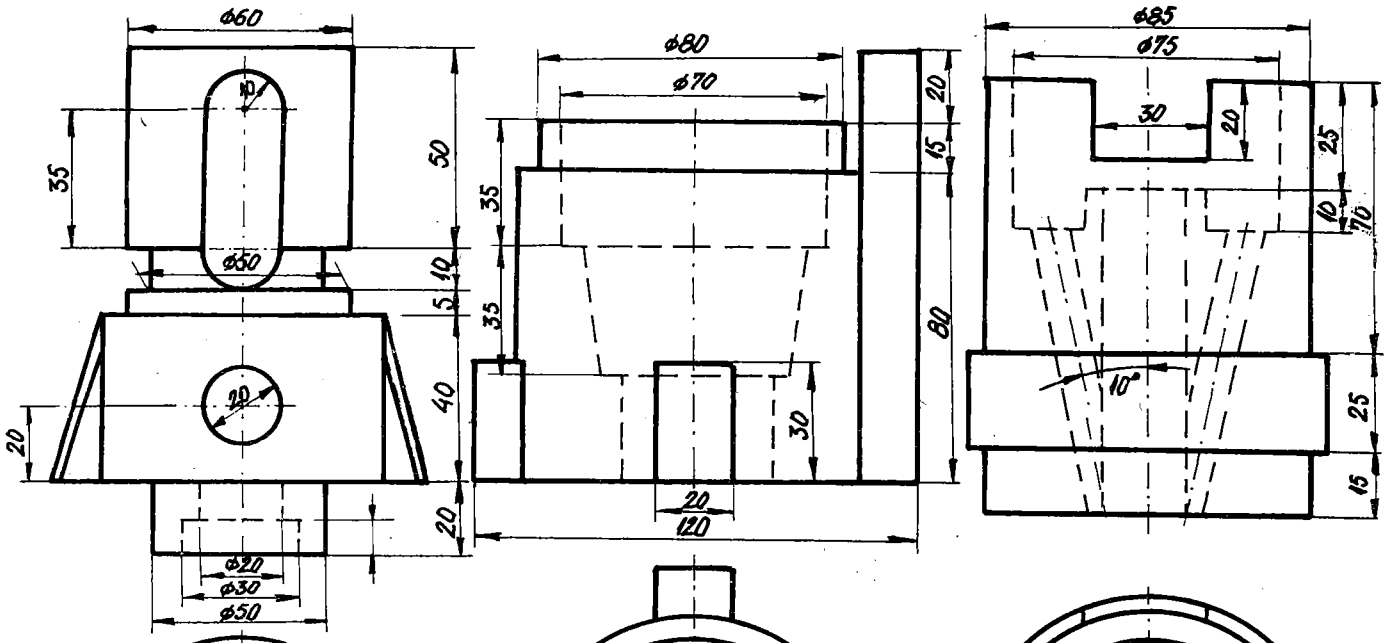


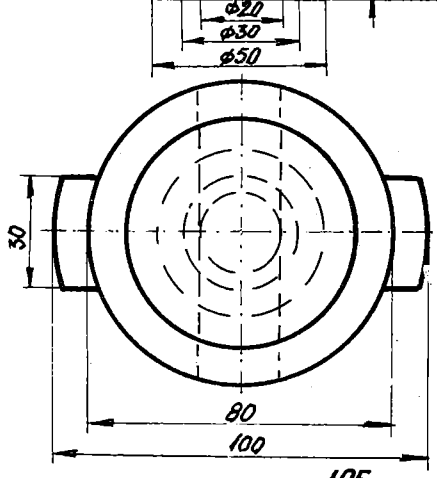
сл. 193



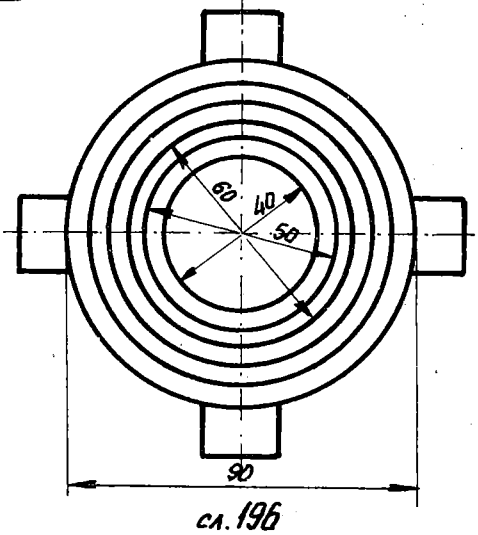


сл. 194

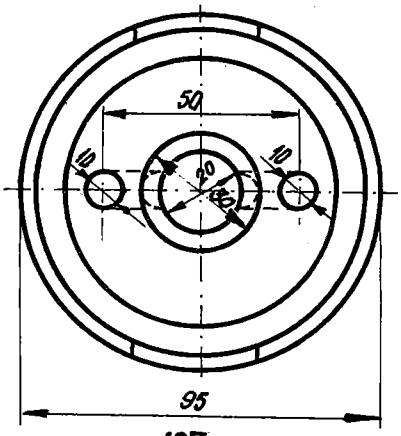




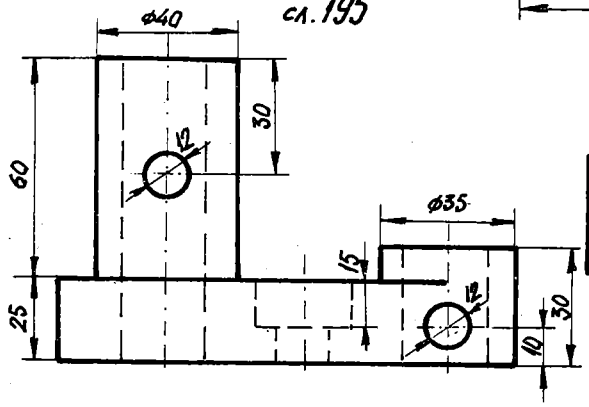
сл. 195

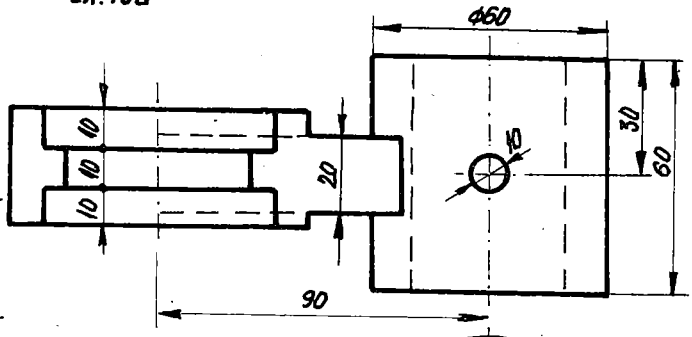


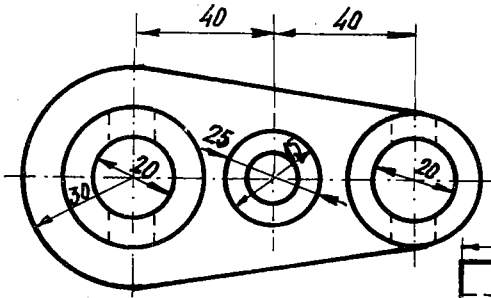
сл. 196



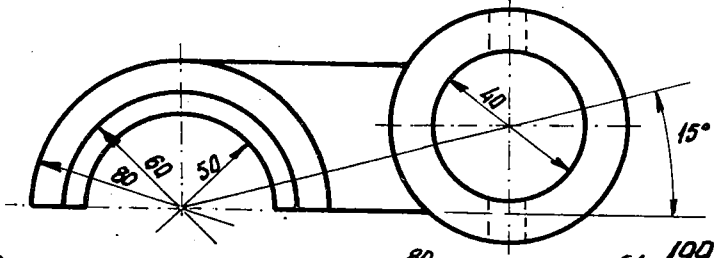
сл. 197



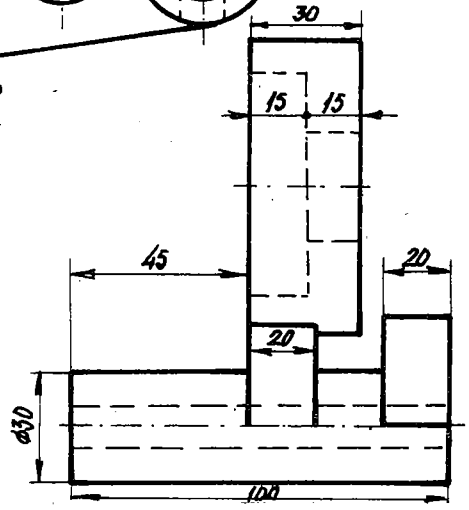


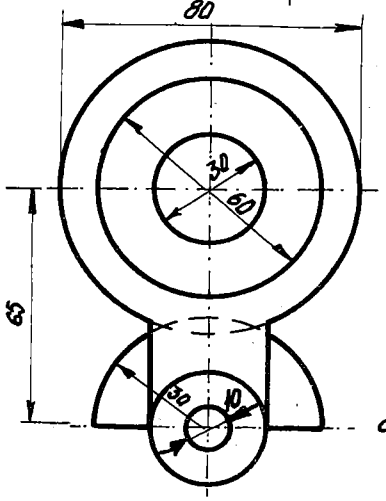


сл. 198



сл. 199





сл. 200

V 2. КОСА АКСОНОМЕТРИЈА

1224. Нацртајте коса аксонометриска проекција на точките дадени со своите координати: A(30,40,20), B(50,-30,40), C(10,20,-50), D(20,-10,-30), E(-15,20,30), F(-30,-25,55), G(-40,-10,-5), H(-60,-50,-70), како и нивните проекции во трите координатни рамнини, за следниов вид коса аксонометрија:
а) 2/3:3/4:1, б) 1:1/2:1, в) 1:1:1.
(Изборот на оските извршете го сами)!

1225. Да се конструира коса аксонометрија на права $\underline{a}$ директна и индиректни: $\bar{a}$, $\bar{a}'$, a'' и $\bar{a}''$, како и нејзини прободи со координатни рамнини, ако е:
1° $a = AB[A(50,10,40), B(20,45,-15)]$ и 2° $a = AB[A(50,-30,40), B(-20,-10,-30)]$,
кај трите вида на коса аксонометрија: а) 3/4:1/2:1, б) 1:3/4:1, в) 1:1:1.

1226. Претставете непосредна аксонометриска проекција и посредни проекции во координатните рамнини на дадена права $\underline{a}$:
а) нормална на : Π_1, Π_2 или Π_3; б) паралелна со: Π_1, Π_2 или Π_3,
в) која лежи во Π_1 или Π_2 или Π_3.
Нивниот избор извршете го сами, ако мерилата на аксонометриските оски се:
$d_x = 0,8d$, $d_y = 0,6d$, $d_z = d$.

1227. Дефинирана е следнава рамнина A, одредете ги трагите во коса аксонометриска диметриска проекција, ако е:
а) $A[20,\infty,\infty]$, б) $A[\infty,15,\infty]$, в) $A[\infty,\infty,30]$, г) $A[30,20,\infty]$, д) $A[\infty,30,10]$,
ѓ) $A[25,\infty,40]$, е) $A[15,10,20]$, ж) $A[20,-30,40]$, з) $A[-30,20,-15]$.

1228. Определена е рамнината T со трите точки: A(25,-15,60), B(-20,30,25) и C(-60,45,45). Се бараат нејзините траги за следниов вид коса аксонометрија:
а) 0,6:0,8:1; б) 1:0,6:1, в) 1:1:1.

1229. Да се постави низ точката A(50,20,10) рамнина T паралелна со рамнината $P[40,30,50]$, во коса аксонометриска диметриска проекција (1:0,8:1).

1230. Одредете пресек на две произволни рамнини A,B, чии хоризонтални траги се паралелни, во коса аксонометриска изометриска проекција!

1231. Конструирајте пресек на две произволни рамнини А,В кои минуваат низ координатниот почеток, во коса аксонометриска триметриска проекција (50%:75%:1)!

1232. Најдете пресечна точка S на три рамнини А,В,Г: А е во општа положба, В е паралелна со х-оската и Г минува низ х-оската, во коса аксонометриска изометриска проекција!

1233. Да се најде прод на правата а = АВ [А(0,60,30), В(40,30,70)] низ рамнината Р[40,60,20], во коса триметриска аксонометрија.

1234. Претставете тристрана пирамида АВСV со основата АВС [А(40,70,0), В(10, 35,0), С(30,10,0)] и врвот V(50,40,65), во коса диметриска аксонометрија!

1235. Да се нацрта коса триметриска аксонометрија на еднаквостран ротационен цилиндар со радиус-30 mm, чија една основа припаѓа на центарот М,кој лежи во следнава координатна рамнина:
а) х0у и М(40,40,0), б) х0z и М(40,0,40), в) у0z и М(0,40,40).

1236*. Определен е технички предмет во придружени проекции, според дадената слика (сл.119 - 200). Конструирајте коса аксонометриска проекција на избраниот предмет со потребниот поглед (одозгора или одоздола) за следниот вид коса аксонометрија: а) 0,8 : 0,6 : 1, б) 1 : 3/4 : 1, в) 1:1:1!
Разгледана е сликата 162 (б) со поглед озгора.

V 3. ОРТОГОНАЛНА АКСОНОМЕТРИЈА

1237. Да се нацрта непосредна ортогонална аксонометрија и посредни проекции во трите коор. рамнини на точките: A(10,20,30), B(30,-15,40), C(40,50,-20) и D(-20,40,30), за следниов вид аксонометрија:

а) триметриска (земете го триаголникот на трагите XYZ разностран),

б) диметриска ($\triangle XYZ$ е еднаквокрак), в) изометриска ($\triangle XYZ$ - прободен триаголникот е еднаквостран).

1238. Конструирајте ортогонална аксонометрија на правата $a = AB$ [A(10,20,40), B(60,-20,-10)] и нејзини проекции во трите координатни рамнини, потоа одредете ги прободите со координатните и проекционата рамнина П, при овој вид аксонометрија: а) триметриска, б) диметриска, в) изометриска проекција!

1239. Определена е рамнината A, одредете ги трагите во ортогоналната изометриска аксонометрија, ако е:

а) A[20,∞,∞] , б) A[∞,30,10] , в) A[15,10,20] и г) A[20,-30,40].

1240. Дефенирана е рамнината T на следниов начин:

а) $a = AC$[A(-40,-30,0), C(0,25,40)] и $b = BC$[B(35,0,-65),C] ,

б) $a = AC$ [A(30,-10,30), C(60,35,10)] и правата b е паралелна со a и минува низ точката B(70,10,30),

в) A(30,10,30), B(70,-10,20) и C(0,40,10).

Се бараат нејзините траги во ортогонална триметриска аксонометрија.

1241. Низ точката A(20,30,40) поставете рамнина T која е паралелна со проекционата рамнина П, во ортогонална диметриска аксонометрија.

1242. Во точката B на отсечката AB[A(-20,40,0), B(10,25,0)] повлечете права паралелна со z- оската и на неа нанесете отсечка $\overline{BC} = \overline{AB}$, во ортогонална триметриска аксонометрија.

1243. Конструирајте ортогонална триметриска аксонометрија на коцка која со една страна е положена во x0y рамнината, ако е даден нејзиниот раб AB [A(20,40,0), B(50,25,0)] !

1244. Да се претстави ортогонална диметрија на ротационен конус со радиус 25 mm и висина-70 mm , ако со својата основа е поставенво една од координатните рамнини, имено:

а) x0y и S(30,30,0),) x0z и S(30,0,30), в) y0z и S(0,30,30).

1245. Прикажете топка со нејзиниот центар C(40,50,50) и радиус од35 mm . во:ортогонална диметрија и изометрија!

1246*. Технички предмет е дефиниран со своите придружени ортогонални проекции, според приложената слика (сл.119 - 153).

Да се претстави ортогонална аксонометрија за дадениот предмет со потребниот поглед (одгора или оздола). Видот на аксонометријата изберете го сами.

Нацртан е предметот зададен со сликата 122 со поглед озгора.

Глава шеста

ПРЕСЕЦИ НА ТЕЛА СО РАМНИНИ И ПРАВИ

VI 1. ПРЕСЕЦИ НА РАБЕСТИ ТЕЛА (ПОЛИЕДРИ) СО РАМНИНИ И ПРАВИ

Пресек на призма со рамнина, која е дадена со траги. Мрежа на призмата

1247. Дадени се: исправена тристрана призма $ABCDEF$, чија задна основа е триаголникот $ABC[A(50,10,20), B(20,10,60), C(40,10,80)]$, бочниот раб $AD[A,D(130,5,10)]$ и рамнината $P[100,80,\infty]$. Најдете го нивниот пресек во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од призмата над рамнината P!

1248. Одредете пресек на исправена петострана призма $ABCDEFGHIJ$, чија десна основа е петаголникот $ABCDE$ $[A(0,10,20), B(0,40,10), C(0,60,30), D(0,40,50), E(0,20,40)]$ и околниот раб $\overline{AF} = 70$ mm со рамнината $T[50,\infty,60]$, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и $k = 1$,

б) три проекции и вистинска големина на пресекот!

1249. Определени се исправена четиристрана призма $ABCDEFGH$ ако задна основа е четириаголникот $ABCD[A(25,0,25), B(90,0,25), C(120,0,40), D(70,0,85)]$, бочниот раб $\overline{AE} = 110$ mm и рамнината $P[\infty,75,120]$. Да се нацрта пресекот, при следниве проекции:

а) во коса проекција, за $\varphi = 210^\circ$ и $k = 1$,

б) во три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од призмата под дадената рамнина.

1250. Да се претстави пресек на коса четиристрана призма $ABCDEFGH$ со хоризонтални основи, чија долна основа е квадратот $ABCD$ со темињата $A(20,5,0)$ и $C(30,25,0)$, а бочниот раб $AE[A,E(70,30,45)]$ со рамнина P која е паралелна со бочните рабови на дадената призма и ги сече нејзините основи, и тоа во:

а) коса проекција, при $\varphi = 45^\circ$ и $k = 1/2$, б) три проекции.

1251. Дефинирани се коса четиристрана призма ABCDEFGH , чија долна основа е четириаголникот ABCD[A(65,55,0), B(80,50,0), C(90,28,0), D(65,20,0)] , бочниот раб AE[A,E(0,55,45)] и рамнината P[30,∞,-25]. Да се одреди нивниот пресек, при следново проектирање:

а) во коса проекција, ако се $\varphi = 235^{\circ}$ и $k = 2/3$,

б) во три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од призмата под рамнината P.

1252. Зададени се коса четиристрана призма ABCDEFGH со задната основа ABCD [A(15,0,65), B(65,0,50), C(75,0,10), D(40,0,15)] , бочниот раб AE[A,E(120,70,140)] и рамнината P[140,50,∞] . Да се прикаже нивниот пресек во:

а) коса проекција, при $\varphi = 330^{\circ}$ и $k = 1$,

б) три проекции , потоа конструирајте вистинска големина на пресечниот полигон.

1253. Најдете пресек на коса петострана призма ABCDEFGHIJ , чија десна основа е петаголникот ABCDE[A(0,18,0), B(0,30,6), C(0,30,20), D(0,10,25),E(0,2,12)] и бочниот раб AF[A,F (48,18,24)] со рамнината P[∞,50,35] :

а) во коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 2/3$,

б) во три проекции, потоа мрежа на делот од призмата под дадената рамнина.

1254. Фиксирани се исправена четиристрана призма ABCDEFGH со долната основа ABCD[A(10,35,0), B(90,20,0), C(75,85,0), D (40,80,0)] , бочниот раб $\overline{AE} = 100$ mm и рамнината P [180,100 ,70]. Претставете го тој пресек во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 1/2$,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од призмата над рамнината P!

1255. Одредете пресечна фигура меѓу правилна шестострана призма, ако десната основа е во Π_3, чиј центар е M(0,40,35), радиусот на опишаната кружница изнесува 30 mm и едно теме A(0,y,15), додека висината нејзина е 80 mm со рамнината T[70,110,140], во следниов вид проектирање:

а) во коса проекција при $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 1/2$, б) во ортогонални проекции!

1256. Дадена е коса четиристрана призма со долната основа ABCD[A(30,10,0), B(40,10,0), C(70,10,0), D(50,10,0)] и бочниот раб AE[A,E(90,50,50)] . Конструирајте мрежа на косата призма со помош на дијагонали на нејзините страни!

1257. Нацртајте проекции на коса тристрана призма, чијшто заден базис е во Π_2, ако бочните рабови се паралелни со Π_1, потоа со помош на нормален пресек да се конструира мрежа на така дадената призма! Елементите изберете ги сами според условот на задачата.

1258. Да се претстави коса четиристрана призма, ако долната основа е четириаголникот ABCD [A(10,30,0), B(30,10,0), C(50,20,0), D(40,40,0)] , околните рабови се паралелни со Π_2 и спрема Π_1 налегнати за агол 45°, додека нејзината висина изнесува 40 mm , во монжови проекции. Се бара да се најде нејзината мрежа со методот за нормален пресек.

1259. Да се одреди нормален пресек и развивка на коса четиристрана призма ABCDEFGH со долната основа во Π_2, која е квадрат ABCD дефиниран со темињата A(0,0,20) и B(25,0,10), а бочниот раб AE[A,E(0,60,60)] .

1260. Определена е коса четиристрана призма ABCDEFGH со долната основа ABCD[A(40,30,10), B(30,10,10), C(50,0,10), D(70,10,10)] и бочниот раб BF [B, F(0,50,50)] . Конструирајте мрежа на косата призма со помош на нормален пресек,така што нормалната рамнина да минува низ точката A!

1261. Нацртајте пресечен полигон на коса петострана призма со долната основа ABCDE [A(0,20,0), B(10,35,0), C(30,25,0), D(40,10,0), E(20,0,0)], бочниот раб AF[A, F(40,45,40)] и рамнината P [80,50,60], во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$ и $k = 2/3$,

б) три проекции, потоа и мрежа на дел од призмата под рамнината P.

1262.* Коса четиристрана призма ABCDEFGH со хоризонтални основи, едната е ABCD [A(10,10,10), B(40,20,10), C(20,40,10), D(0,30,10)] и бочниот раб AE[A,E(60,60,60)] е пресечена со рамнината T[100,65,80]. Најдете го нивниот пресек при следниве проекции:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1/2$

б) ортогонални проекции и конструирајте мрежа на долниот пресечен дел од призмата!

1263. Дадени се коса четиристрана призма ABCDEFGH , чија десна основа е четириаголникот ABCD [A(0,25,10), B(0,40,5), C(0,20,30), D(0,5,35)],бочниот раб AE [A,E(30,50,35)] и рамнината P [65,60,80] . Одредете го пресекот во

а) коса проекција, при $\varphi = 210^\circ$ и $k = 1/2$,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од призмата под рамнината P!

1264. Најдете пресечна фигура на коса четиристрана призма, ако задната основа е ABCD [A(0,0,25), B(55,0,50), C(70,0,30) D(40,0,10)] , бочниот раб AE [A,E(55,40,110)] и рамнината T [150,150,120] , при следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$ и $k = 2/3$,

б) три проекции, потоа и вистинската големина на пресекот!

1265. Дефинирани се исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чија една основа е четириаголникот ABC D[A(15,75,0), B(115,65,0), C(60,20,0), D(40,10,0)], бочниот раб $\overline{AE}$ = 120 mm и рамнината P[80,-40,80]. Одредете го пресекот, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 135^{\circ}$ и к = 2/3,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од призмата под дадената рамнина.

1266. Земете исправена тристрана призма ABCDEF чија долна основа е триаголникот ABC[A(10,10,10), B(60,20,10), C(30,40,10)] бочниот раб изнесува 50 mm потоа и рамнината P[30,10,-10]! Се бара пресекот во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 3/4,

б) придружени ортогонални проекции, како и вистинската големина на пресечната фигура.

1267. Одредете пресек на правилна тристрана призма, чијашто задна основа е во Π_2 со рамнина T што има дивергентни траги, во монжови проекции! Да се конструира нејзината мрежа со нанесување врз неа на пресечната фигура. Изборот на елементите извршете го сами.

1268. Зададени се коса четиристрана призма ABCDEFGH со долната основа ABC D [A(0,30,0), B(30,15,0), C(40,40,0), D(15,50,0)], бочниот раб AE[A,E(60,30,65)] и рамнината P[50,-60,80]. Најдете го пресекот, во

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 1,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на дел од призмата над рамнината P.

1269. Да се прикаже пресек на коса четиристрана призма ABCDEFGH чија една основа е четириаголникот ABCD [A(0,0,25), B(40,0,10), C(70,0,30), D(55,0,50)], околниот раб AE[A,E(55,40,110)] и рамнината P[40,5,-20], во следниве проекции:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 210^{\circ}$ и к = 1, б) ортогонални проекции.

1270. Фиксирани се коса четиристрана призма со десната основа ABCD/A(10,50, 20),B(10,80,10),C(10,50,60), D(10,20,70)/, бочниот раб AE/A,E(70,110,70)/ и рамнината T/ 10,-20,30 /. Најдете го пресекот во :

а) коса проекција, при $\varphi = 210^{\circ}$ и к = 1/2 , б) три проекции.

1271. Определени се исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чии основи имаат хоризонталнопроектирачка положба, едната од нив е ABC D[A(0,30,25), B(5,y,35), C(20, y,15), D(10,15,5)], бочниот раб AE[A,E(40,60,20)] и рамнината P 90,70,80 . Одредете го нивниот пресек во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 1,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од призмата под рамнината P!

1272. Дадени се исправена четиристрана призма ABCDEFGH со основи што имаат фронталнопроектирачка положба, долната од нив е ABCD[A(50,50,20), B(65, 35,35), C(60,10, z), D(45,25, z)] , бочниот раб AE[A,E(10,50,60)] и рамнината P[-20,30,25] . Да се претстави пресечниот полигон, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 1/2,

б) три проекции, потоа конструирајте ја мрежата на делот од призмата над рамнината P!

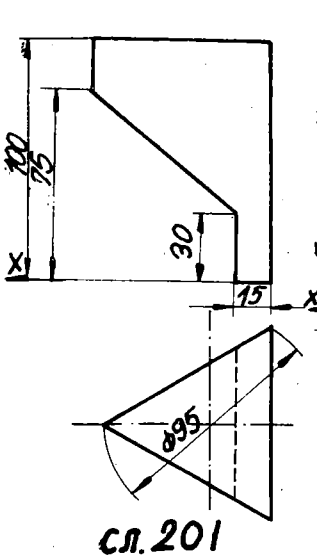
1273. Зададена е правилна шестострана призма со базис во рамнината P[-70,50,60], чиј центар е M(-15,y,50), радиусот на опишаната кружница е 25 mm и два основни раба се паралелни со трагата r_1. Се бара пресекот на оваа призма со Π_1 и со Π_2, во проекции.

1274. Дефинирана е исправена тристрана призма ABCDEF со темињата A(10, 50,75), B(40,10,75) и C(60,50,20), додека висината $\overline{AD}$ = 100 mm . Да се одреди пресекот со рамнината P[160,160,180], во монжови проекции, при размер 1:2, потоа неговата вистинска големина.

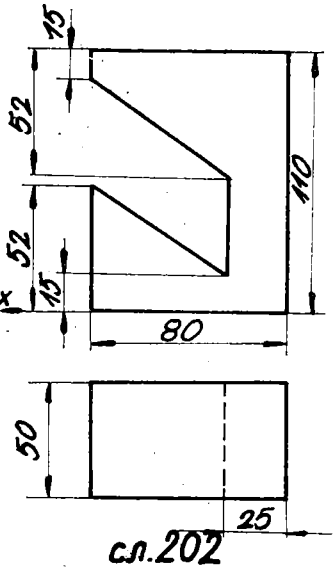
1275. Определено е призматично тело во придружени проекции исечено со проектирачки рамнини, според сликата (сл.201 - 222). Нацртајте го оној дел од телото што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ или $\varphi = 135^{\circ}$, или $\varphi = 210^{\circ}$, или $\varphi = 315^{\circ}$ и к = 1,

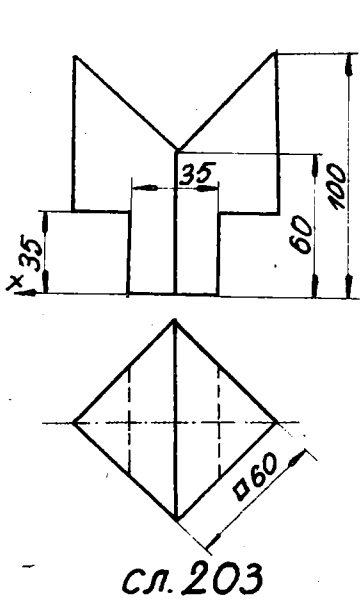
б) три проекции!



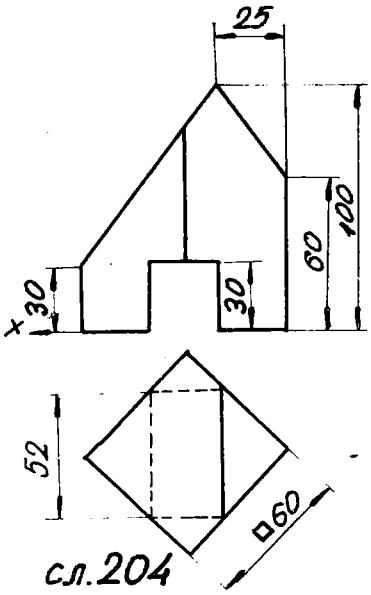
сл.201



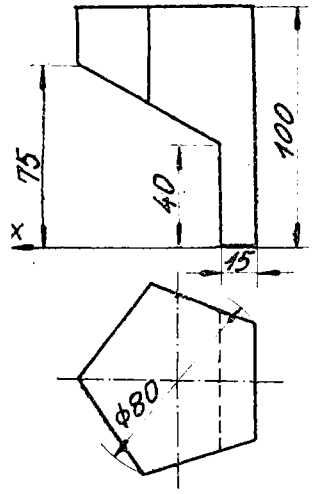
сл.202



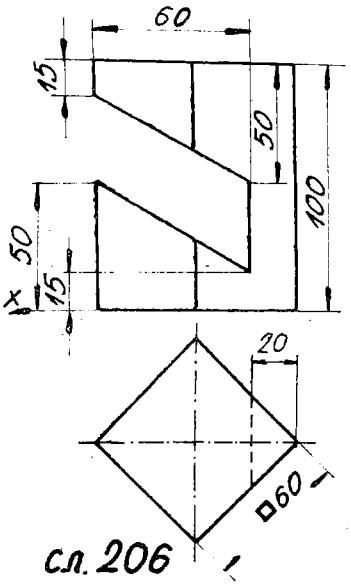
сл.203



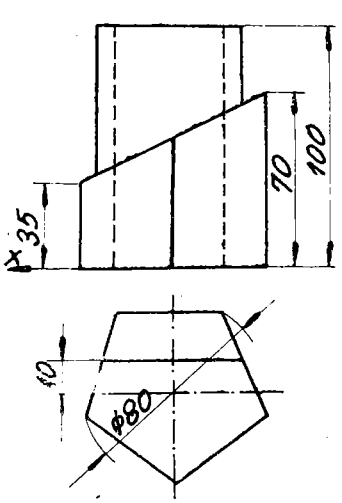
сл.204



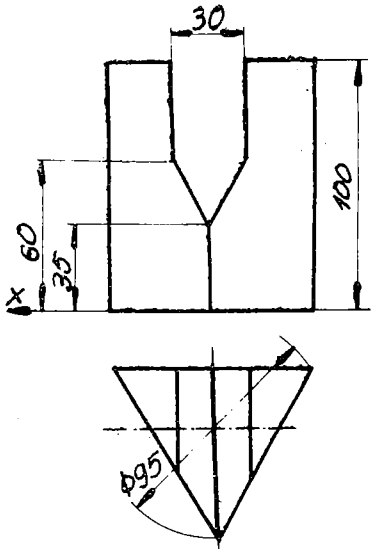
сл. 205



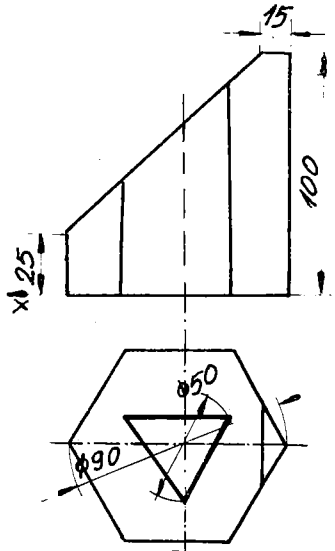
сл. 206



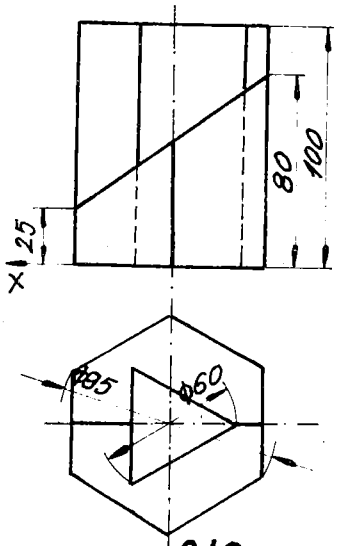
сл. 207



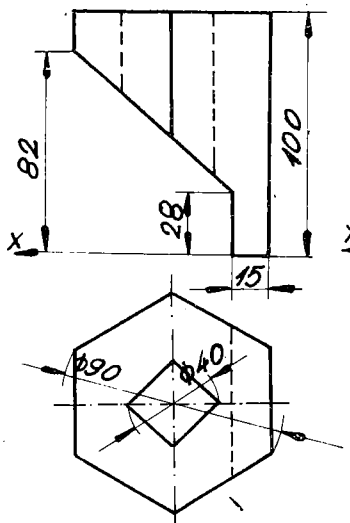
сл. 208



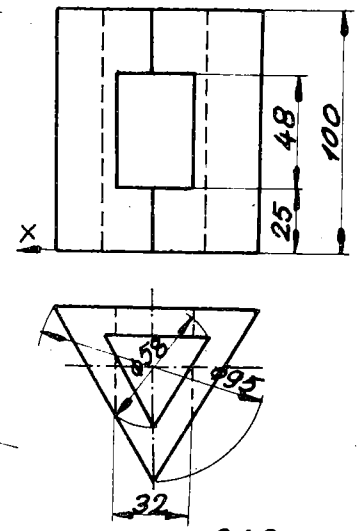
сл. 209



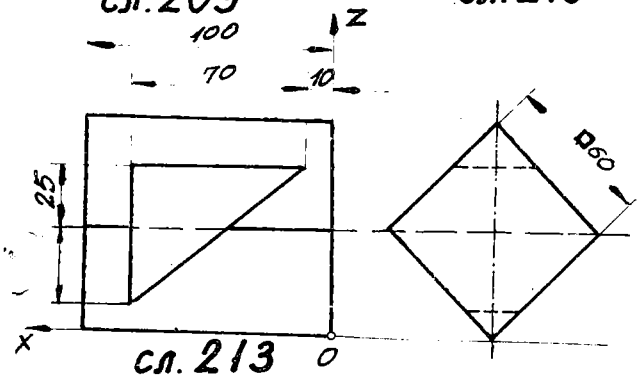
сл. 210



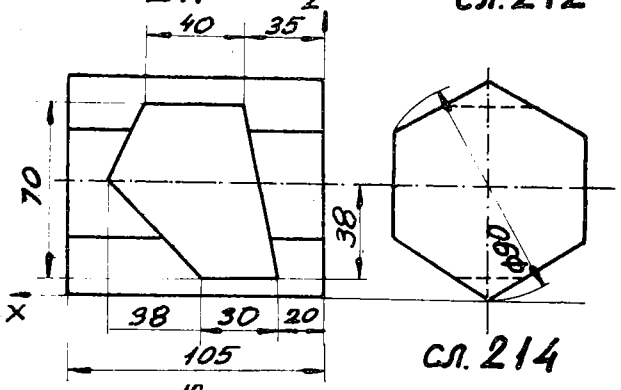
сл. 211



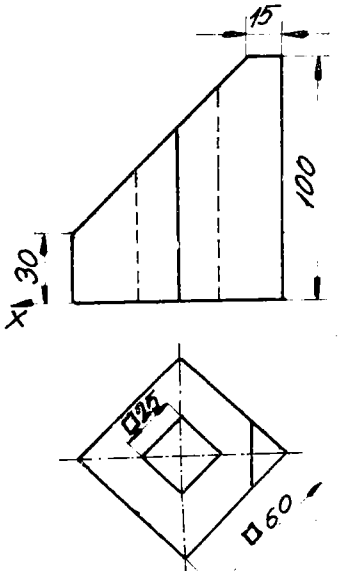
сл. 212



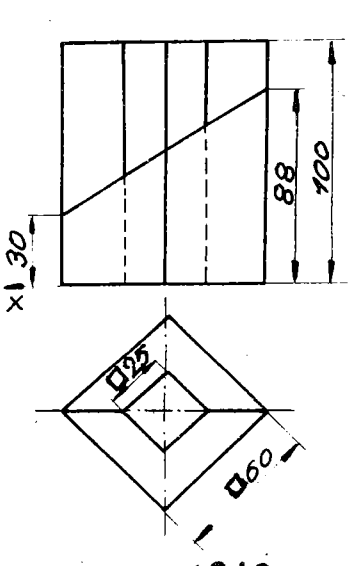
сл. 213



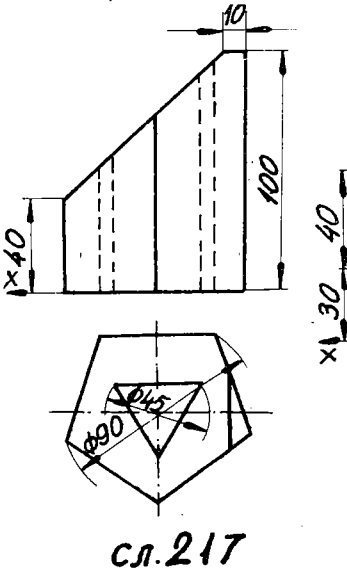
сл. 214



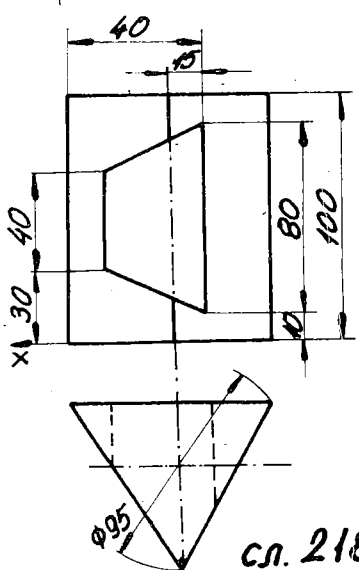
сл 215



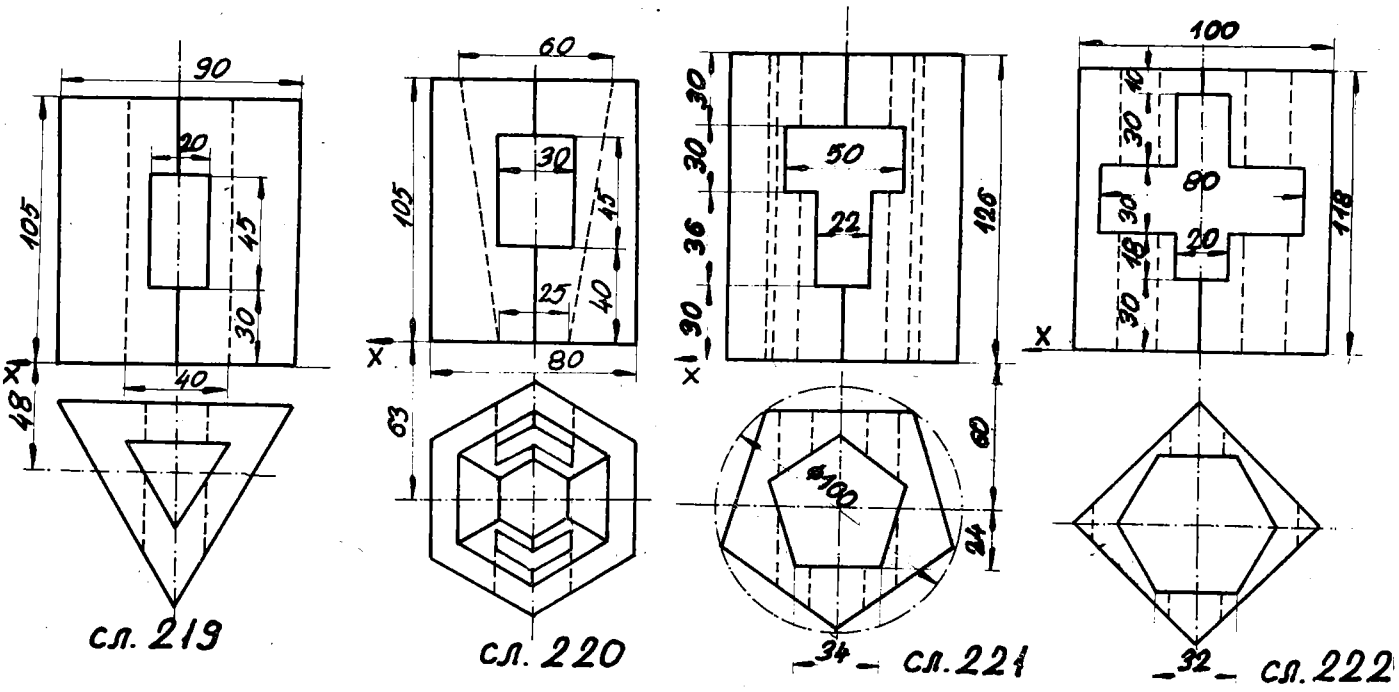
сл. 216



сл. 217



сл. 218



сл. 219 сл. 220 сл. 221 сл. 222

Пресек на пирамида со рамнина што е определена со траги, развивка на пирамидата.

1276. Определени се правилна четиристрана пирамида ABCDV, основата е квадрат со темето A(40,60,0), пресекот на дијагоналите е S(80,80,0), додека висината на пирамидата е $\overline{SV}$ = 100 mm и рамнината P[150,∞,80]. Да се претстави пресечниот полигон, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 1$,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од пирамидата под рамнината P!

1277. Најдете пресечна фигура на четиристрана пирамида ABCDV, чија основа е четириаголникот ABCD[A(35,0,15), B(120,0,40), C(70,0,70), D(10,0,85)], врвот V(60,120,50) и рамнината P[150,130,∞], за следниов вид проекција:

а) коса проекција, сами изберете ги φ и k,

б) за три проекции, потоа конструирајте ја мрежата на делот од пирамидата над дадената рамнина!

1278. Дадени се петострана пирамида ABCDEV со основата ABCDE[A(60,30,0), B(70,90,0), C(90,100,0), D(110,70,0), E(125,40,0)], врвот V(20,75,130) и рамнината P[40,∞,-40]. Да се претстави нивниот пресек, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 225^{\circ}$ и $k = 1/2$,

б) три проекции и вистинска големина на пресечниот полигон.

1279. Одредете пресек на правилна шестострана пирамида ABCDEFV , која има профилна основа, ако се дадени центарот S(0,40,30), темето A(0,20,10) и висината $\overline{SV} = 70$ mm со рамнината P[∞,100,75], во следниов вид проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и к = 3/4,

б) ортогонални проекции! Да се конструира развивката(мрежа) на предниот засечен дел од пирамидата.

1280. Определени се четиристрана пирамида ABCDV со основата ABCD[A(0, 10,20), B(30,10,5), C(60,10,30), D(20,10,60)], врвот V(30,70,30) и рамнината T[∞,60,80]. Најдете го пресекот и мрежата на оној дел од пирамидата што е под дадената рамнина.

1281*. Одредете пресек на правилна петострана пирамида ABCDEV со центарот S(60,40,0), темето A(80,70,0) и врвот V(60,40,90) со рамнината P[160,150,80], во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^\circ$ и к = 3/4,

б) монжов пар и конструкција на мрежа на долниот пресечен дел од пирамидата.

1282. Фиксирани се четиристрана пирамида ABCDV, чија основа е четириаголникот ABCD /A(15,30,5), B(45,45,5), C(60,80,5), D(5,75,5)/, врвот V(65,5,70) и рамнината P/130,130,70/. Да се најде нивниот пресек, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 210^\circ$ и к = 1/2,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на делот од пирамидата над рамнината P.

1283. Дадени се четиристрана пирамида ABCDV со основата ABC[A(35,0,15), B(10,0,85), C(70,0,70), D(120,0,40)], а врвот V(60,120,50) и рамнината P[150,130,100]. Да се нацрта пресечниот полигон во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$ и к = 2/3,

б) три проекции, потоа конструирајте развивка на дел од пирамидата над рамнината P.

1284. Фиксирана е петострана пирамида, чија основа е петаголникот ABCDE [A(0,40,10), B(0,60,35), C(0,50,65), D(0,5,50), E(0,20,10)] и врвот V(90,30,80). Да се нацрта пресек на пирамидата со рамнината P[60,160,100], во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^\circ$ и к = 3/4,

б) ортогонални проекции. Конструирајте мрежа на левиот пресечен дел од дадената пирамида.

1285. Претставете пресек на правилна шестострана пирамида ABC DEFV, чија основа е хоризонтална, ако е центарот S(0,40,0), и радиусот на опишаната кружница околу неа $r = 30$ mm, едно теме A(15,y,0), додека висината изнесува $\overline{SV} = 80$ mm со рамнината P[60,60,80], во:

а) коса проекција, при $\varphi = 45^\circ$ и к = 1,

б) монжови проекции и вистинска големина на пресечниот полигон!

1286. Одредете пресечен полигон на шестострана пирамида ABCDEFV, чија основа е правилен шестаголник со центарот на опишаната кружница S(80,0,40), радиусот 30 mm, едно теме A(110,0,z), а врвот V(0,90,90) и рамнината T[10,-10,-20], во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^\circ$ и $k = 3/5$,

б) три проекции и вистинска големина на пресекот.

1287. Зададени се четиристрана пирамида со основа четириаголникот ABCD [A(0,20,100), B(-20,80,100), C(60,100,100), D(80,40,100)], врвот V(20,60,0) и рамнината T[160,100,140]. Да се одреди пресекот меѓу нив, што следново проектирање:

а) коса проекција, ако е $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1/2$,

б) ортогонални проекции. Нацртајте мрежа на делот од пирамидата под рамнината T!

1288. Нацртајте петострана пирамида ABCDEV, чија основа е ABCDE [A(20,5,0), B(75,15,0), C(80,80,0), D(50,95,0), E(10,55,0)], врвот V(-50,30,100) и рамнината T[50,80,-35], како и нивниот пресек, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 4/5$,

б) три проекции и вистинска големина на пресечниот полигон!

1289. Дефинирани се правилна шестострана пирамида ABCDEFV со темето A(20,0,40) и центарот на опишаната кружница околу основата S(70,0,60), висината на пирамидата $\overline{SV} = 120$ mm и рамнината P[150,-80,90]. Одредете го пресекот во монжови проекции и вистинска големина на пресечната фигура.

1290. Дадени се петострана пирамида, чија основа е ABCDE[A(10,0,25), B(25,0,10), C(65,0,25), D(60,0,50), E(30,0,50)], врвот V(35,60,35) и рамнината P[50,35,-50]. Најдете го пресекот на пирамидата со рамнината, потоа конструирајте мрежа на делот на пирамидата од основата до пресекот. При одредување на пресекот тој да се контролира со помош на перспективна колинеација.

1291. Да се прикаже пресек на петострана пирамидата ABCDEV, чија основа е петаголникот ABCDE [A(0,80,20), B(0,20,50), C(0,50,130), D(0,100,120), E(0,100,60)] и врвот V(120,70,70) со рамнината P[70,-100,100], во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1292. Конструирајте проекции на правилен тетраедар ABCD, кој со страната ABC е паралелен со Π_1, ако работ на коцката во која е впишан тетраедарот изнесува 40 mm. Потоа да се пресече со хоризонталнопроектирачка рамнина, но така што го дели неговиот волумен на два еднакви дела. Можни решенија? Најдете ја вистинската големина на пресекот!

1293. Основата на правилна шестострана пирамида е во рамнината P[40,60,∞], центар на таа основа е S(20,y,30), теме A(35,y,25), додека висината на пирамидата $\overline{SV} = 50$ mm. Одредете пресек на така дефинираната пирамида со рамнината T[120,70,100], во три проекции.

1294. Базис на квадратна пирамида се наоѓа во рамнината P[∞,40,50], нејзин центар е S(40,20,z), и теме A(25,5,z), а висината $\overline{SV} = 60$ mm. Да се нацрта пресек на оваа пирамида со рамнината T[-40,30,100], во проекции.

1295. Врвот V(60,40,70) на правилна петострана пирамида ABCDEV, чија основа е поставена врз рамнината P[50,∞,40] со теме A(10,y,z) и радиусот на опишаната кружница околу правилниот петаголник $r = 25$ mm. Да се најде пресек на дадената пирамида со рамнината T[80,100,70], во монжови проекции.

1296. Дефинирана е правилна петострана пирамида со основа во Π_2, центарот S(40,0,40), основниот раб изнесува 50 mm, а бочниот раб $\overline{AV} = 100$ mm. Одредете го пресекотна оваа пирамида со симетричната рамнина, во три проекции.

1297. Определена е рамнината P со три неколинеарни точки A(20,60,50), D(80,10,40) и G(50,90,0). Да се претстави во проекции правилна шестострана пирамида со основа е поставена на рамнината P, ако точките A и D се спротивни темиња на правилниот шестаголник, додека висината $\overline{SV} = 110$ mm. Потоа да се нацрта пресек на пирамидата со рамнината T[120,80,90].

1298. Дефинирано е пирамидно тело, во проекции, исечено со повеќе проектирачки рамнини, прикажано на сликата (сл.223 - 228). Да се конструира делот на телото што останува по отстранувањето на исечените делови, во следниов вид на проекции:

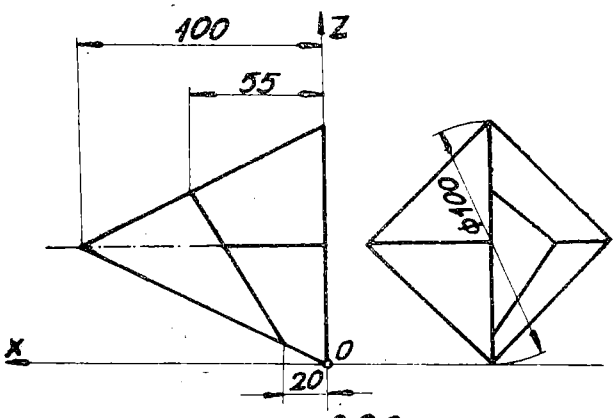
а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^\circ$, или $\varphi = 150^\circ$, или $\varphi = 225^\circ$ или $\varphi = 330^\circ$ и $k = 3/4$,

б) три проекции.

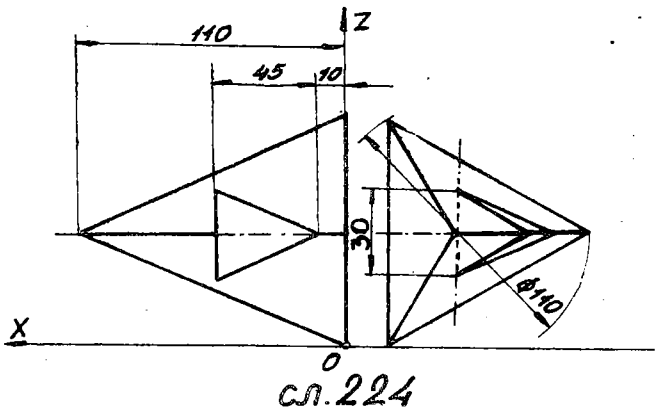
1299 Нацртајте го претставеното тело, според сликата (сл.229 - 234), во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ или $\varphi = 135^\circ$, или $\varphi = 210^\circ$ или $\varphi = 315^\circ$ (што зависи од тоа кој дел сакаме да го истакнеме како видлив) и $k = 1$,

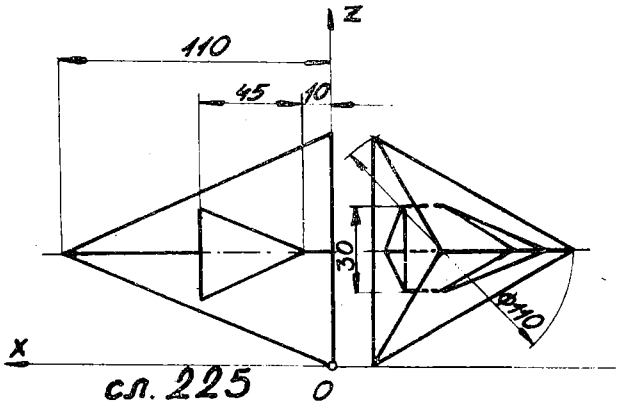
б) три проекции.



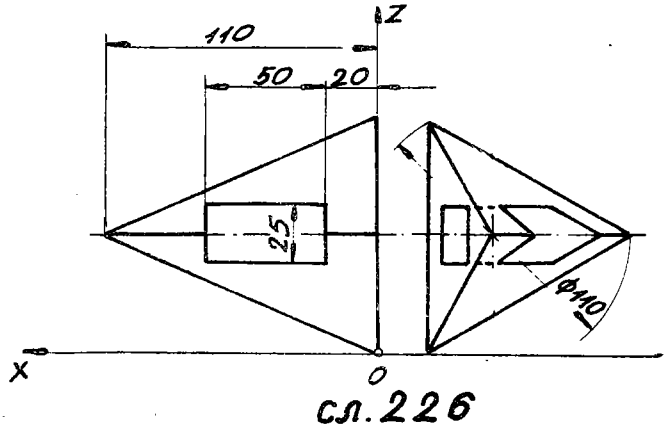
сл. 223



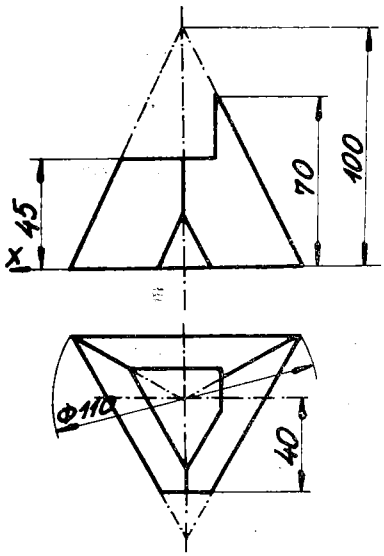
сл. 224



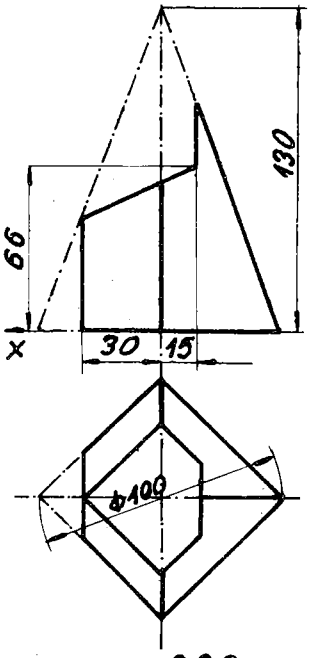
сл. 225



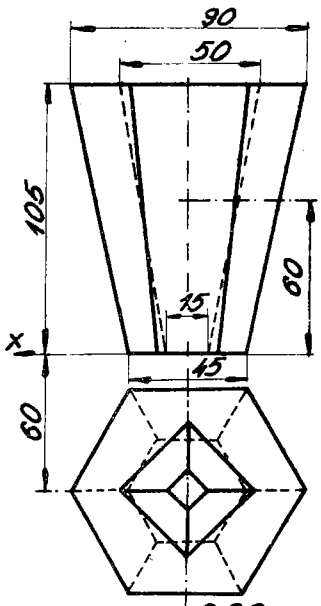
сл. 226



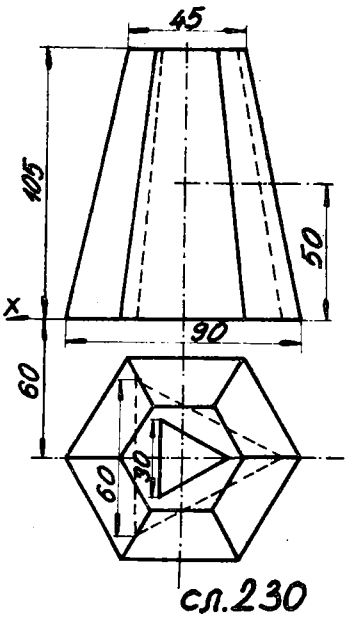
сл. 227



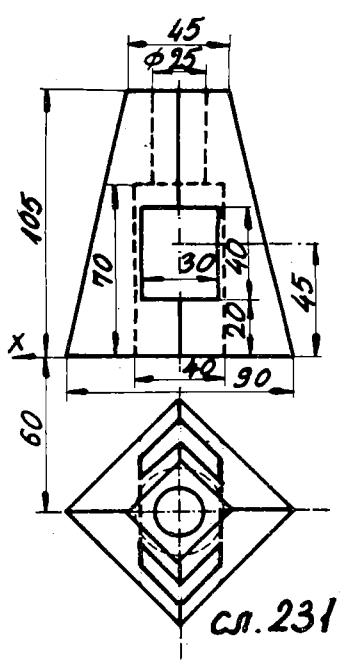
сл. 228



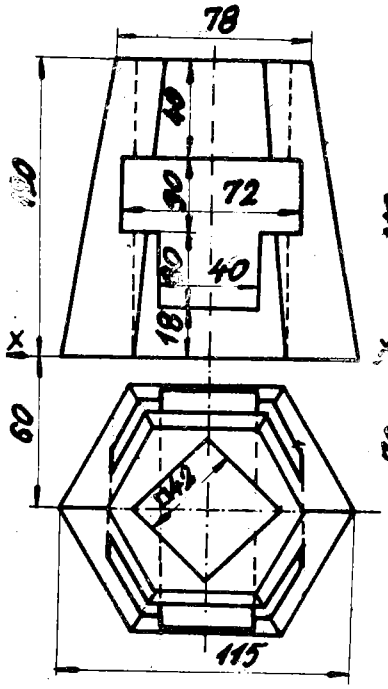
сл. 229



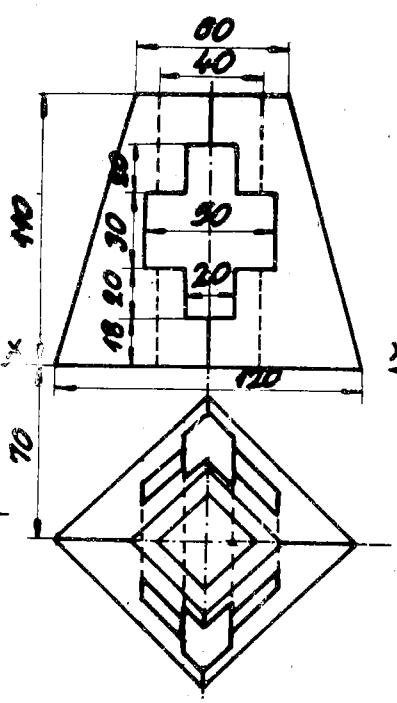
сл. 230



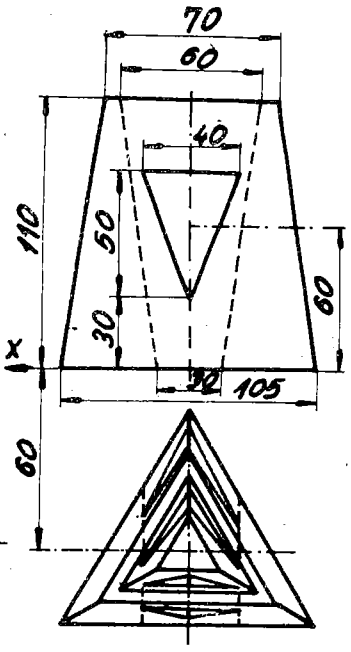
сл. 231



сл. 232



сл. 233



сл. 234

Продор на права со рабесто тело. Пресек на полигон со рабесто тело

1300. Зададени се исправена четиристрана призма со долниот базис ABCD /A(- 20,0,0),B(- 50,60,0),C(- 40,90,0), D (- 10,80,0)/,висината на призмата изнесува 60 мм и правата a = EF/E(- 50,10,30), F(- 10,100,20)/. Одредете го продорот на правата a низ призмата,во коса проекција,ако се $\varphi=135^{\circ}$ и к =1/2, б) три проекции.

1301. Определени се исправена петострана призма со задната основа ABCDE [A(40,0,40), B(80,0,80), C(110,0,80), D(110,0,40), E(40,0,0)], висината изнесува 80 mm и правата a = SP[S(130,40,40), P(40,40,80)]. Да се конструира продорот на правата низ призмата, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 3/4, б) ортогонални проекции.

1302. Најдете продор на коса тристрана призма ABCDEF, ако долната основа е триаголникот ABC [A(10,10,0), B(50,0,0), C(20,40,0)], бочниот раб AD[A,D (60,40,50)] и правата p=GH[G (20,60,60), H(90,5,-10)], во следнава проекција:

а) коса проекција, при $\varphi = 45^{\circ}$ и к = 3/4, б) ортогонални проекции.

1303. Фиксирани се коса четиристрана призма, чија задна основа е ABCD [A(0,0,40), B(10,0,20), C(35,0,10), D(40,0,50)] , околниот раб AE[A,E(60,50,40)] и правата s=MN [M(40,30,60), N(70,30,0)]. Да се претстави продор на права s низ призмата,во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 1, б) три проекции.

1304. Дадени се тристрана пирамида ABCV, чија основа е ABC[A(70,50,0), B(20,80,0), C(10,15,0)], висината е $\overline{SV}$ = 90 mm и двете прави a = DE[D(-10,30,0), E(10,40,15)] и b=FG[F(80,-15,0), G(10,110,40)]. Одредете го продорот на правата a и правата b низ пирамидата, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 1/2, б) три проекции.

1305. Определени се тристрана пирамида ABCV со основата ABC[A(-20,0,10), B(+90,0,30), C(-40,0,60)], врвот V(60,60,30) и правата p = DE[D (-10,10,20), E(-80, 30,50)]. Се бара продорот на правата низ пирамидата, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 1, б) придружени проекции.

1306. Дефинирани се исправена тристрана призма ABCDEF со долната основа ABC [A(15,10,0), B(95,5,0), C(45,70,0)], бочниот раб $\overline{AD}$ = 100 mm и триаголникот MNP [M(0,35,60), N(115,60,90), P(70,15,15)]. Се бара нивниот пресек во:

а) коса проекција, при $\varphi = 45^{\circ}$ и к = 1/2,

б) во три проекции, потоа вистинската големина на триаголникот MNP без отсечениот дел.

1307. Одредете пресек на исправена четиристрана призма, чија задна основа е четириаголникот ABCD [A(20,0,30), B(80,0,10), C(60,0,70), D (40,0,60)] и висината $\overline{AE}$ = 90 mm со триаголникот KLM[K(10,10 10),L (90,50,75), M(20,80,75)], во следниов вид проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 1,

б) ортогонални проекции! Да се најде вистинската големина на дадениот триаголник без пресечениот дел.

1308. Коса четиристрана призма ABCDEFGH, чија долна основа е ABCD [A(100,40,0), B(80,20,0), C(65,40,0), D(85,50,0)], бочниот раб AE [A,E(40,65,50] е пресечена со триаголникот MNP [M(70,90,0), N(25,30,15), P(120,15,30)]. Да се прикаже пресекот и вистинската големина на триаголникот без отсечениот дел, во монжов пар.

1309. Земете коса четиристрана призма ABCDEFGH со долна основа е четириаголникот ABCD [A(10,35,0), B(25,50,0), C(50,40,0), D(35,20,0)], бочниот раб AE [A,E (60, 55,60)] и четириаголникот MNPQ [M(35,10,50), N(10,20,20), P(70,80,0), Q (80,10,z)]! Да се нацрта пресекот, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 1/2,

б) три проекции, потоа вистинската големина на четириаголникот MNPQ без отсечениот дел.

1310. Да се претстави пресек на коса тристрана призма со десната основа ABC[A(0,30,10), B(0,50,30), C(0,10,50)] и бочниот раб AD[A,D(90,50,70)] со триаголникот MNP [M(60,10,30),N (0,70,50), P(35,0,35)], во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^{\circ}$ и $к = 3/4$,

б) придружени проекции. Потоа да се одреди вистинската големина на триаголникот заедно со пресечениот дел.

1311. Фиксирани се коса четиристрана призма ABCDEFGH со долната основа ABCD[A(90,80,0), B(120,30,0), C(190,75,0), D(150,140,0)], околниот раб AE [A,E(0,40,110)] и шестаголникот MNPQRS[M(65,60,10),N (170,40,40), P(160,90,70), Q (130,y,80),R (65,y,80), S(40,y,55)]. Да се одреди пресекот, во:

а) коса проекција, при $\varphi=30^{\circ}$ и $к = 2/3$

б) во проекции и вистинска големина на полигонот без пресечениот дел.

1312. Најдете пресек на коса четиристрана призма ABCDEFGH, едната основа е паралелограмот ABCD[A(30,65,40), B(40,85,25), C(60,90,55), D], бочниот раб AE [A,E(140,0,40)] со триаголникот MNP [M(10,35,10), N (115,140,0), P(165,0,120)], во три проекции, потоа вистинската големина на триаголникот MNP без отсечениот дел!

1313. Зададени се коцка со страната ABCD [A(0,0,30), B(0,0,90), C(60,0,90), D(60,0,30)] и триаголникот KLM [K(-20,50,60), L (40,100,10), M(80,0,120)]. Да се конструира нивниот пресек во монжови проекции.

1314. Одредете пресек на коцка ABCDEFGH, чија една страна е ABCD [A(15,60,0), B(50,25,0), C , D(50,95,0)] со паралелограмот MNPQ [M(0,95,0), N(10,30,60), P(110,5,80),Q], во:

а) коса проекција, изберете ги сами φ и $к$,

б) монжови проекции, потоа конструирајте мрежа на коцката со нанесување на пресечниот полигон врз неа!

*
1315. Дадени се четиристрана пирамида ABCDV со основа^e четириаголникот ABCD [A(30,20,0), B(65,15,0) , C(115,45,0), D (55,60,0)], врвот V(70,35,85) и триаголникот MNP [M(10,30,35) ,N(65,10,55), P(100,70,0)]. Да се нацрта пресекот во следниов вид проектирање:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^{\circ}$ и $к = 1$,

б) монжови проекции, потоа вистинската големина на триаголникот без отсечениот дел.

1316. Прикажете пресек на правилна осумстрана пирамида ABCDEFGHV, ако е дадено темето A(50,0,20), центарот на опишаната кружница околу основата S(65,0,50) и висината $\overline{SV}$=75 mm со паралелограмот MNPQ [M(10, 10,55), N(85, 10,70), P(110,50,40),Q] , во:

а) коса проекција, изберете изберете ги сами φ и $\underline{к}$,

б) монжови проекции, потоа вистинската големина на паралелограмот без отсечениот дел.

1317. Да се конструира пресек на петаголникот ABCDE[A(0,10,30), B(50,60,20), C(90,100,70), D(60,y,110), E(20,y,90)] со правилна шестострана пирамида FGHIJKV чија основа е во $П_3$, нејзиниот центар е S(0,0,60), радиусот на опишаната кружница околу правилниот шестаголник изнесува 40 mm и врвот V(100,60,60), во три проекции.

1318. Определени се четиристрана пирамида ABCDV со основата ABCD [A(10,10,30), B(30,10,0), C(80,10,10), D(60,10,80)], врвот V(40,90,30) и паралелограмот EFGH [E(30,20,70), F(90,40,30), G(60,80,0),H] . Претставете го пресекот во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 210^{\circ}$ и к = 1,

б) монжови проекции, потоа вистинската големина на паралелограмот без пресечениот дел.

1319. Дадени се правилен тетраедар ABCD , кој со едната страна ABC лежи во $П_1$, чиј основен раб му е AB[A(110,20,0), B(20,50,0)] и триаголникот EFG[E(120, 65,0), F (85,20,60), G(20,60,55)]. Нацртајте ги тетраедарот и триаголникот, потоа нивниот пресек во следна ва проекција:

а) коса проекција, при $\varphi = 45^{\circ}$ и к = 1/2,

б) ортогонални проекции и вистинска големина на триаголникот без отсечениот дел.

1320. Најдете пресек на правилен тетраедар ABCD, чија страна ABC лежи во $П_2$ и ако е даден работ AB[A(25,0,60), B(95,0,90)] со триаголникот EFG[E(40,0,75), F(115,30,30), G (10,45,15)] , во следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 210^{\circ}$ и к = 1,

б) ортогонални проекции! Се бара вистинската големина на триаголникот заедно со пресечниот дел.

1321. Дадена е квадратна пресечна пирамида , чија фронтална основа е квадратот ABCD [A(0,0,40), C (80,0,60)] , висината на целата пирамида изнесува 70 mm , а на пресечената е 40 mm Да се определи пресек на оваа пирамида со паралелограмот EFGH [E(5,0,80),F (35,0,100),G (75,55,45), H], во монжов пар. Да се пресмета плоштината на паралелограмот без пресечниот дел во квадратни единици.

1322. Зададен е правилен октаедар, на кој центарот му е во S(40,40, z), едно теме му е A(50,10,z), а една оска е нормална на Π_1, со најниското теме октаедарот лежи во Π_1. Потоа даден е триаголникот MNP[M(10,55,0), N(65,70,40), P(50,5,80)] . Да се одреди:

1° пресекот на телото и триаголникот,

2° вистинската големина на оној дел од триаголникот што е надвор од октаедарот,

3° вистинската големина на фигурата во која рамнината на триаголникот ABC го пресекува октаедарот.

1323. Конструирајте пресек на правилен октаедар ABCDEF, чија дијагонала е EF [E(90,60,0), F(90,60,90)] , а дијагоналата AC со Π_2 зафаќа агол од 75° со четириаголникот MNPQ[M(50,70,80), N(75,20,20), P(135,50,0), Q(90,90,z)],во:

а) коса проекција, при $\varphi = 210^\circ$ и $k = 1/2$

б) три проекци, потоа вистинската големина на четириаголникот без пресечниот дел.

VI 2. ПРЕСЕЦИ НА ВАЛЧЕСТИ ТЕЛА СО РАМНИНИ И ПРАВИ

Пресек на кружен цилиндар со рамнина што е дадена со траги, развивка (мрежа) на цилиндарот

1324. Одредете пресек на ротационен (исправен кружен) цилиндар, чии центри се A(60,40,0), и B(60,40,80), а радиусот $r = 30$ mm. со рамнината P[100,∞,70]! Во точки S,T на пресечната крива за кои е $x = 80$ mm повлечете тангенти. Задачата да се реши во следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$,

б) три проекции. Потоа да се конструира мрежа на цилиндарот над дадената рамнина. Земете ја пресечната рамнина за непрозирна!

1325. Да се најде множество точки кои се оддалечени од правата a =AB/A(40,0, 30),B(40,40,30)/ и од рамнината P/ 100,65,∞/ за должина од 20 мм. Можности ? Решението да се претстави во :

а) коса проекција,ако се $\varphi = 225^\circ$ и $k = 3/4$,

б) три проекции,потоа одредете ја вистинската големина на бараното множество точки.

1326. Дадени се кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се A(50,45,0), (140,90,85), а радиусот е $r = 40$ mm и рамнината P [∞,90,60]. Повлечете тангенти во точки S,T на пресечната крива за кои е $x = 90$!

а) одредете го нивниот пресек во коса проекција (одберете ги сами аголот на отклонувањето φ и коефициентот на скратувањето k),

б) прикажете го пресекот во три проекции, потоа најдете ја неговата вистинска големина.

1327. Определени се кос кружен цилиндар, кој има профилни основи, ако центрите се A(0,25,70), B(45,45,25), радиусот изнесува 20 mm и рамнината P[50,60,∞]. Да се повлечат тангенти во точки S,T во пресечната крива , ако е $x = 25$. Задачата да се реши во: а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1328. Најдете пресек на кос кружен цилиндар со фронтални основи, чии центри се A(55,0,40), B(55,110,120), радиусот е $r = 40$ mm и рамнината P[∞,80,80]! Повлечете тангенти во точки S,T на кривата, при произволен избор на x. Сето тоа да се изврши при следниве проекции:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^\circ$ и $k = 3/4$

б) три проекции, потоа најдете ја вистинската големина на пресечната крива.

1329*. Дефинирани се ротационен цилиндар со центрите M (40,40,0), N (40,40, 80), а радиусот е r = 30 mm и рамнината P[-35,35,25] . Одредете го нивниот пресек и повлечете тангенти во точки T,U на пресечната крива, за кои е x=60 (50), во

а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^{\circ}$ и к = 3/4,

б) три проекции! Потоа конструирајте мрежа на дел од цилиндарот под рамнината P.

1330. Да се претстави пресек на ротационен цилиндар чии центри се: A(50,0, 50), B(50,100,50), радиусот r = 40 мм со рамнината T/200, 60, 150/.

Конструирајте тангенти во точки P,S (35,y,z) на пресечната крива. Задачата да се реши во следново проектирање.

а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^{\circ}$ и к = 4/5, б) три проекции.

1331. Зададени се ротационен цилиндар, ако центрите се A(0,40,40), B(80, 40,40), радиусот изнесува 30 mm и рамнината P[100,100,100]. Одредете го пресекот и повлечете тангенти во топирни точки S,T на пресечната крива, за кои е x=50. Сето тоа да се изведе во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 3/4,

б) три проекции, и развијте ја мрежата на дел од цилиндарот под рамнината P.

1332. Фиксирани се кос кружен цилиндар, чии основи се хоризонтални, ако центрите се A(35,40,0), B(110,40,70), радиусот е 30 mm и рамнината P[180,105,65]. Да се одреди пресечната крива и повлечат тангенти во нејзини точки T,S(50,y,z), во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 3/4,

б) три проекции. Потоа конструирајте ја мрежата на делот од цилиндарот под дадената рамнина.

1333. Дадени се кос кружен цилиндар со фронтални основи чии центри се A(60, 0,30) и B(30,60,60), радиусот изнесува 25 mm и рамнината T [-30,25,25] . Да се најде пресекот во:

а) коса проекција, при $\varphi = 135^{\circ}$ и к = 3/4,

б) три проекции.

За пресечната елипса одредете пар конјугирани дијаметри и точки на контурата на цилиндарот. Да се повлечат тангенти во точки C, D(40,y,z) на пресечната крива.

При одредување на дефинитивната видливост рамнината T да се земе како непросирна.

1334. Земете ротационен цилиндар со центрите A(30,30,0),B(30,30,50)/,радиусот r =25 мм и на долниот базис најдете точка C,за која е y =45 мм,а x помало отколку за средиштето A.На рамнината T/ 120, 90, 50/ одредете заедничка точка со изводниците на цилиндарот која минува низ точката C.Да се повлечат тангенти во точката C на споменатиот базис и точката D на пресечната крива,потоа најдете ги аглите што тангентите ги затвораат со изводниците.Решението да се прикаже во монжови проекции.

1335. Дадени се ротационен цилиндар со центрите A(30,5,35), B(30,70,35), а радиусот r= 30 mm и рамнината P[30,-50,50]. Повлечете тангенти во точки S,T(50,y, z) на пресечната крива! Нацртајте го пресекот во:
а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и к=1.
б) три проекции, потоа конструирајте развивка на дел од цилиндарот над рамнината P.

1336. Најдете пресечна крива на ротационен цилиндар, ако центрите се M(60, 0,40), N(60,70,40), радиусот изнесува 25 mm и рамнината P[25,60,-30] ! Претходно да се повлечат тангенти во допирните точки S,T(60,y, z) кај ова проектирање.
а) коса проекција, при податоците $\varphi = 135^{\circ}$ и к=3/4,
б) три проекции! Потоа развијте мрежа на дел од цилиндарот под дадената рамнина.

1337. Нека се дадени кос кружен цилиндар со фронтални основи, чии центри се M(50,0,50) и N(120,75,125), а радиусот r = 40 mm и рамнината P[75,70,-180] Нацртајте го нивниот пресек и допирка во произволна точка на пресечната крива, во
а) коса проекција, ако се $\varphi = 150$ и к=3/4,
б) три проекции, потоа одредете ја неговата вистинска големина.

1338. Земете кос кружен цилиндар, кој има хоризонтални основи со центрите A(30,100,0) и B(140,40,90), радиусот r= 30 mm и рамнината P[100,-60,40] ! Најдете го пресекот и повлечете допирки во точки C,D (110,y, z) на кривата, во:
а) коса проекција, при $\varphi = 45^{\circ}$ и к=3/4,
б) монжови проекции. Да се прикаже вистинската големина на пресечната крива.

1339. Дадени се ротационен цилиндар со центрите A(0,30,30) и B(120,30,30), радиусот-20 mm и рамнината P[90,∞,120]. Одредете го пресекот во три проекции, потоа конструирајте ја неговата вистинска големина.

1340. Да се прикаже пресек на ротационен цилиндар со центрите M(110,15,30), N (25,160,30), радиусот r = 30 mm и рамнината P[30,-20,-45], потоа да се повлечат тангенти во допирни точки S,T од пресечната крива, ако е x= 65, и тоа во следново проектирање: а) коса проекција($\varphi = 150^{\circ}$ и к=3/4), б) три проекции.

1341. Една цилиндрична плоча, чија дебелина е 20 mm со една своја основа е потпрена на Π_1 и на Π_2, и тоа на Π_1 се допира во точката A(50,30,0), а на Π_2 во точката B(50,0,40).

1° Да се нацртаат проекции на телото .

2° Плочата да се пресече со една рамнина, која е паралелна со Π_2, а минува низ A. Одредете ги проекциите на пресекот.

3° Да се конструира мрежа на помалиот дел од пресечната плоча.

1342. Ротационен цилиндар(со радиусот $r = 30$ mm и висината $h = 60$ mm) е поставен со една своја основа на Π_1. Центарот на таа основа е S(20,50,0).

1° Да се нацртаат проекциите на цилиндарот.

2° Цилиндарот да се пресече со рамнина која е паралелна со x-оската, но не е паралелна со Π_2, а да ја допира и долната и горната основа на цилиндарот. Да се најде пресечната крива во придружени проекции.

3° Да се нацрта мрежата на задниот отсечен дел на цилиндарот.

1343. Ротационен цилиндар ($r = 20$ mm и $h = 130$ mm) е поставен на Π_1, така што се допира со Π_1 во една генератриса (изводница). Оската на цилиндарот е паралена со Π_2. Центарот на неговата десна основа е M(0,40, z).

1° Дадениот цилиндар да се пресече со рамнината P[-20,30,10] , да се нацртаат проекции на пресечната крива.

2° Да се развие десниот отсечен дел на цилиндарот.

1344. Ротационен цилиндар со $r = 25$ mm ја допира Π_1 во изводницата AB[A(25,70,0), B(75,30,0)].Да се одреди пресек на тој ротационен цилиндар со рамнината T [-60,50,35] , во монжов пар.

1345. Земете ротационен цилиндар,чиј радиус изнесува 20 mm, а должината на висината е 130 mm,кој е допрен на Π_2 така што се тангира со Π_2 во една негова генератриса. Оската на цилиндарот е паралелна со Π_1, ако центарот на неговата десна основа е M(0,y,40)! Дадениот цилиндар да се пресече со рамнината P[-20, 30,20]. Притоа да се повлече тангента во произволна точка на пресечната крива. Сето тоа да се прикаже во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 2/3$,

б) ортогонални проекции и нацртајте мрежа на десниот отсечен дел на цилиндарот.

1346. Ротационен цилиндар со $r = 30$ mm ја допира Π_2 во генератрисата AB[A(30,0,90), B(90,0,45)]. Најдете пресек со рамнината T[-75,45,60], во придружени ортогонални проекции!

1347. Дадени се ротационен цилиндар со центрите M(0,30,30) и N(120,30,30), радиусот r = 20 mm и рамнината P[40,-80,80]. Одредете го пресекот и повлечете тангенти во допирни точки S,T на пресечната крива, за кои е x = 45, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 3/4,

б) три проекции, потоа конструирајте ја мрежата на дел од цилиндарот под рамнината P.

1348. Дефинирани се ротационен цилиндар, ако центрите се A(0,60,60), B(120, 60,60), а радиусот изнесува 40 mm и рамнината T[40,-80,80]. Одредете го пресекот и тангента во произволна точка, при ова проектирање:

а) коса проекција, извршете сопствен избор на φ и $\underline{к}$,

б) три проекции и конструирајте мрежа на дел од цилиндарот помеѓу $П_3$ и дадената рамнина.

1349. Зададени се ротационен цилиндар со центрите M(30,20,30), N(10,50,30) радиусот r = 20 mm и рамнината P. Најдете го пресекот и повлечете тангента во произволна допирна точка, во три проекции, потоа одредете ја неговата вистинска големина, ако е P: 1° P[10,-20,∞], 2° P[60,∞,70], 3° P[40, -60,45]!

1350. Конструирајте нормален пресек и мрежа на кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се M(30,30,0) и N(110,80,80), а има радиус r = 30 mm.

1351. Еднаквостран ротационен цилиндар со оската MN[M(60,50,0), N(60,50, 80)] е пресечен со рамнината P[140,200,70]. Одредете точки на пресечната крива во кои тангентите се паралелни со правата a = AB[A(0,y,50), B(70,y,5)] што лежи во рамнината P!

1352. На обвивката на еден кос кружен цилиндар со една основа во $П_1$ и центрите M(0,45,0) и N(70,45,70), r= 30 mm , да се одредат сите точки кои се еднакво оддалечени од точките A(-50,60,40) и B(-10,90,80), во монжови проекции. Потоа да се развие дадениот цилиндар под така добиените точки на неговата обвивка.

1353. Круг со центар S(80,y, z) и дијаметар од 40 мм е паралелен на $П_2$ и на растојание од 20 мм а ја допира $П_1$. Тој е еден базис на кос кружен цилиндар, чија оска минува низ x-оската во точка A што е на 30 мм на десно од првата координата на центарот на дадениот круг. Цртајте пресек на цилиндарот со $П_1$ и $П_2$ омеѓен со I-от квадрант, во три проекции.

1354. Даден е ротационен цилиндар само во една ортогонална проекција исечен со повеќе проектирачки рамнини, според приложената слика (сл.235 - 244), нацртајте го оној дел од телото што останува по отстранувањето на отсечените делови, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 45^\circ$, односно $\varphi = 150^\circ$, односно $\varphi = 210^\circ$, односно $\varphi = 330^\circ$ и $k = 3/4$, што зависи од делот што треба да се истакне како видлив,

б) во три проекции, ако дадената е фронтална, или хоризонтална, или профилна проекција.

1355. Дефинирано е цилиндрично тело во придружени проекции исечено од проектирачки рамнини, според сликата (сл.245 - 255). Да се претстави дел од цилиндарот што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

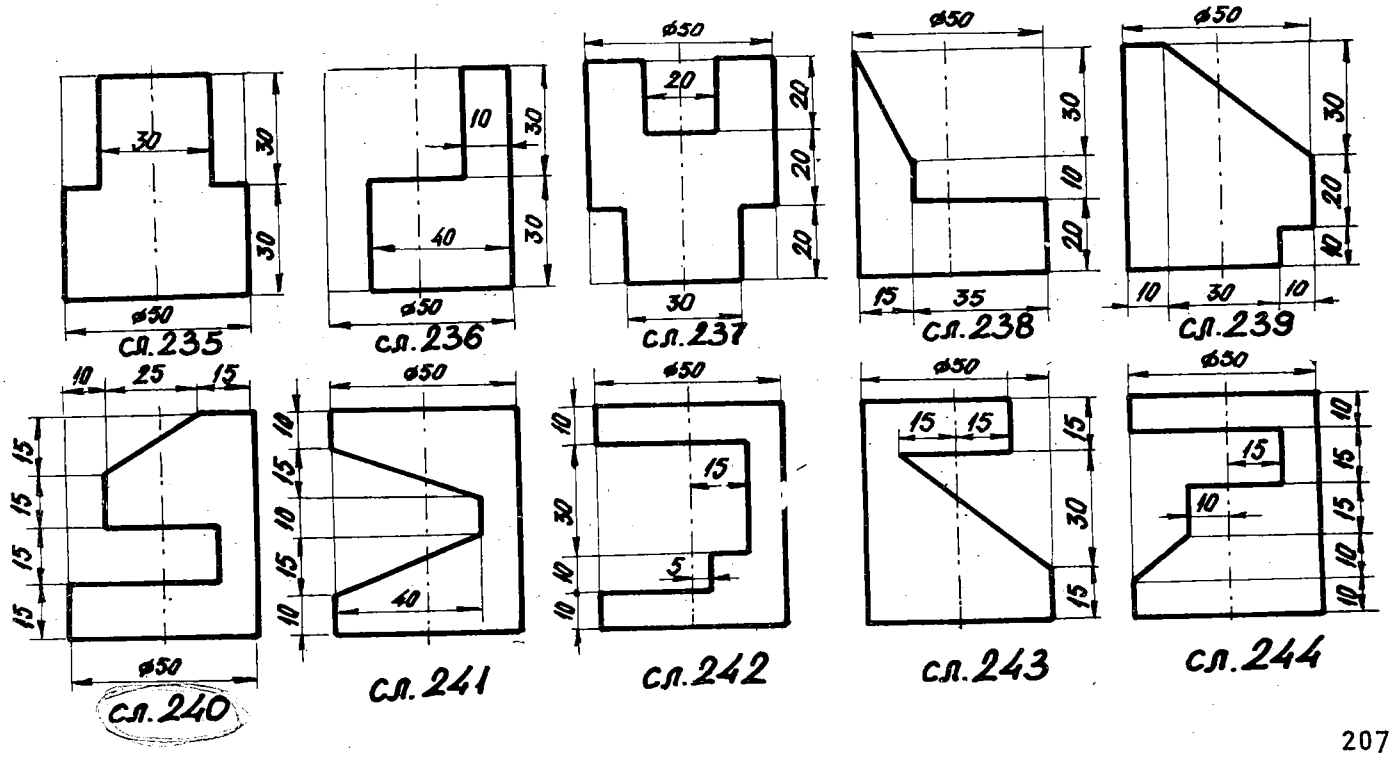
а) коса проекција, при сопствен избор на φ и k, со поглед одгоре или одоздола и од лева или од десна страна,

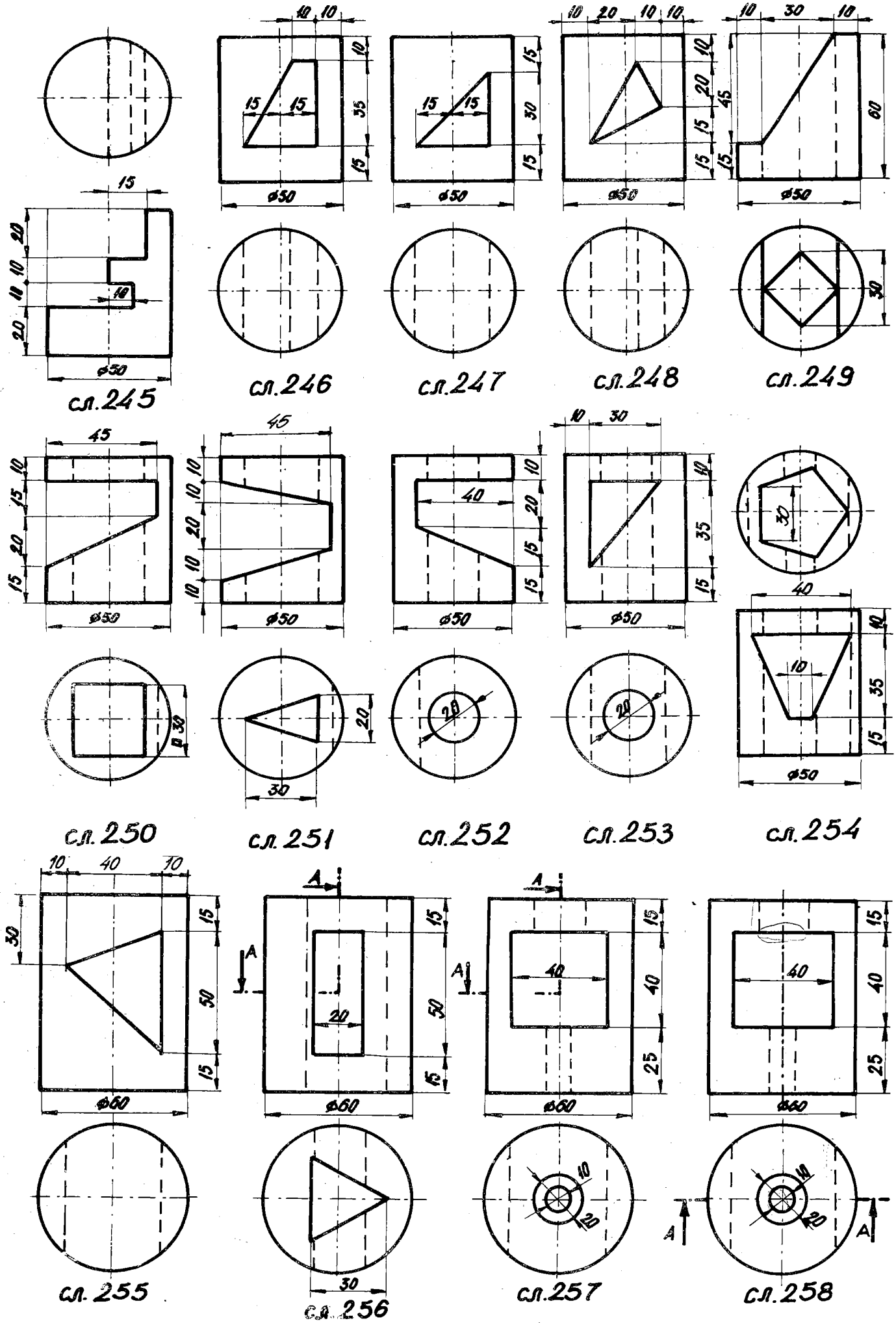
б) три проекции.

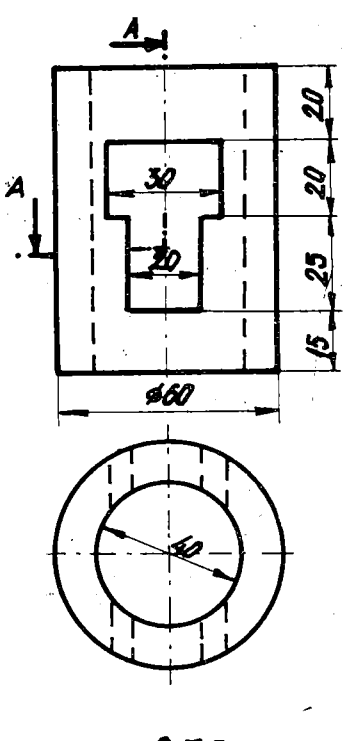
1356. Конструирајте пресеци на тело со цилиндрична форма како што е покажано на дадената слика ~~(сл.256 - 262)~~ 240, при следниов вид проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$, или $\varphi = 235^\circ$, или $\varphi = 225^\circ$, или $\varphi = 315^\circ$ и $k = 1$.

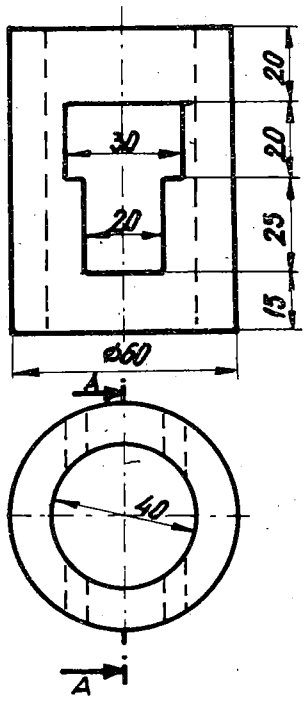
б) три проекции!



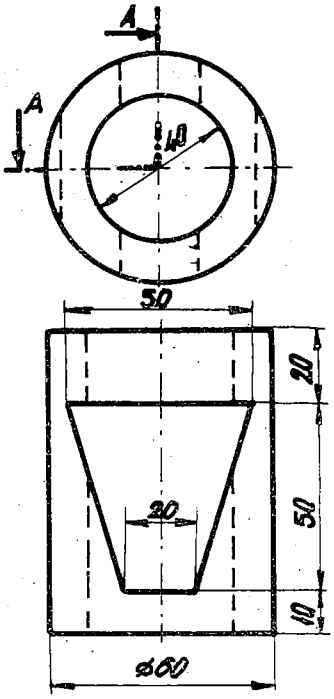

сл.245
сл.246
сл.247
сл.248
сл.249
сл.250
сл.251
сл.252
сл.253
сл.254
сл.255
сл.256
сл.257
сл.258



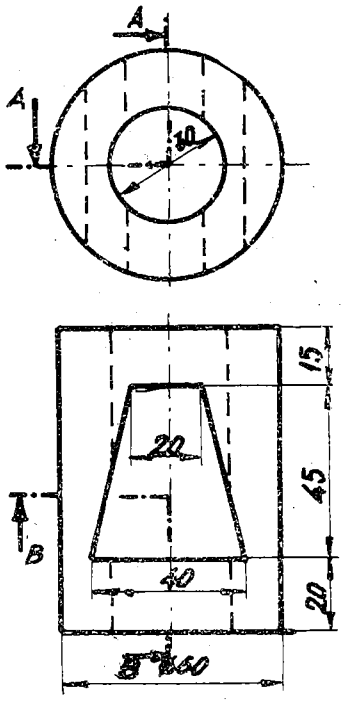
сл. 259



сл. 260



сл. 261



сл. 262

Пресек на кружен конус со рамнина, која е определена со траги, развивање на мрежа од конусот

1357. Одредете пресечна крива на ротационен конус, чиј центар е S(30,40, 0), радиусот изнесува 25 mm, врвот V(30,40,60) со рамнината P[60,∞,60]! Да се нацртаат тангенти на кривата во точки, за кои е $x = 45$. Решението да се претстави при следниов вид проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$,

б) три проекции! Да се конструира развивка на дел од конусот под рамнината P.

1358. Дадени се ротационен конус со центарот S(45,0,80), радиусот $r = 40$ mm врвот V(45,120,80) и рамнината P[∞,∞,100]. Да се претстави нивниот пресек и допирки во точки S,T(60,y,z) на пресечната крива, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на горен дел од конусот над рамнината P. Земете ја пресечната рамнина за непрозирна.

1359. Определени се ротационен конус, чиј центар е S(45,45,0), радиусот изнесува 40 mm, врвот V(45,45,120) и рамнината P[∞,120,70] . Да се најде пресечната крива и на неа во допирни точки S,T(65,y,z) повлечете тангенти. Задачата да се реши при следнава проекција:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 2/3,

б) три проекции, потоа развите ја мрежата на долниот дел од конусот под дадената рамнина.

1360.* Зададен е ротационен конус, ако центарот е S(50,50,0), радиусот од 40 мм и врвот V(50,50,100). Конусот да се пресече со рамнината P/ 70, ∞, ∞/. При тоа да се повлечат тангенти во точки T, U (70,y,30) на пресечната крива и да се одредат асимптоти, во:

а) коса проекција, при податоците $\varphi = 135^{\circ}$ и к.=3/4, б) три проекции.

1361. Дефиниран е ротационен конус со центарот S(50,50,0), радиусот изнесува 40 mm и врвот V(50,50,120). Да се одреди фронтална трага r_2 на рамнина P[7 0,∞,ξ] за да се добие параболичен пресек. Можности? Се бара да се нацртаат тангенти во точки T, U (60,y, z) на кривата, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 2/3,

б) три проекции, потоа конструирајте долниот дел од конусот под рамнината P.

1362. Земете ротационен конус со оската SV[S(40,0,30), V(40,60,30)] и една точка од кружницата A(10,0,30)! Потоа повлечете хоризонталнопроектирачка рамнина низ точката K(20,0,0), така што пресекот да биде парабола. Да се нацрта пресек во три проекции и да се развие мрежа на конусот со отстранување на отсечениот дел.

1363. Најдете пресечна крива на кос кружен конус со основа во Π_1, чиј центар е S(130,60,0), радиусот r = 35 mm, врвот V(0,60,125) и рамнината P[80,∞,-50], при тоа повлечете тангенти во допирни точки T,U , за кои е x = 110, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 3/4,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на долниот дел од конусот, под дадената рамнина!

1364. Дадени се кос кружен конус со фронтална основа, ако е центарот S(50, 0,45), радиусот изнесува 35 mm , врвот V(150,100,120) и рамнината P[120,70,∞]. Да се прикаже нивниот пресек и да се повлечат тангенти во точки T и U на кривата, ако е x = 75, кај следново проектирање:

а) коса проекција, при податоците $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 4/5.

б) три проекции и неговата вистинска големина.

1365. Нацртајте пресек на кос кружен конус, чија основа е во Π_1 , а со центарот S(65,75,0), радиусот r = 35 mm , врвот V(180,75,130) и рамнината P(∞,100,70), повлечете и допирка во произволна точка на пресечната крива,

а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и к=2/3 ,

б) три проекции и вистинската големина на кривата.

1366. Да се одреди пресек на ротационен конус, чиј центр е S(60,40,0), радиусот r = 35 mm и врвот V(60,40,100) со рамнината P[-50 ,40,30], како и тангента во произволна точка на пресечната крива, во: а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и к=2/3,

б) мо нжови проекции и мрежа на дел од конусот под рамнината P.

1367. Центарот на основата на ротациониот конус е S(0,50,0), радиусот r = 35 mm и врвот V(0,50,50). Најдете пресек на тој конус со рамнината T [70,65,130] ,во три три проекции). Во која и да било точка на пресечната крива конструирајте тангента.

1368. Дадени се кос кружен конус со хоризонтална основа, чиј центар е S(90, 60,0), радиусот r = 30 mm, врвот V(10,110,110) и рамнината P [10,-15,-5]. Повлечете тангенти во точки T и U на пресечната крива, за кои е x = 70. Сето тоа да се изврши при ова проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 3/4,

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на дел од конусот под рамнината P.

1369. Нацртајте пресечна крива на кос кружен конус со основа положен во Π_2 и центарот S(50,0,40), радиусот r = 35 mm, а врвот V(60,120,90) со рамнината P[140,60,45] во:

а) коса проекција ($\varphi = 45^{\circ}$ и к = 3/4), б) три проекции.

Да се претстават тангенти во точки T,U(25,y,z) на кривата.

1370. Определени се кос кружен конус што има основа во Π_1, центарот е S(40,40,0), радиусот $r = 30$ mm, врвот V(110,70,80) и рамнината P[160,120,50]. Одредете го пресекот и тангенти во допирни точки T, U (60,y, z), во:

а) коса проекција ($\varphi = 45^\circ$ и $k = 3/4$),

б) ортогонални проекции и мрежата на пресечениот дел од конусот, која е под-рамнината P.

1371. Зададен е ротационен конус со центарот S(30,0,30), радиусот изнесува 25 mm, а врвот V(30,50,30) и на базисот точка A, чие $z = 30$ mm, а x е помалку отколку за центарот S. Одредете го пресекот на конусот со рамнината T[120,100,40]. Да се најде заедничката точка на изводницата што припаѓа на точката A и на пресечната крива, па во таа точка конструирајте тангента на кривата. Сето ова да се претстави во: а) коса проекција ($\varphi = 330^\circ$ и $k = 3/4$), б) монжов пар.

1372. Определени се ротационен конус со центарот S(40,50,0), радиусот од 40 mm, врвот V(40,50,120) и рамнината P[-20,-40,10]. Одредете го пресекот и повлечете допирка на пресечната крива во нејзината точка A за која е $x = 15$ mm и за y земете го она што е помалку отколку тоа на центарот S, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$,

б) монжови проекции и вистинската големина на пресечната крива.

1373. Дефиниран е кос кружен конус со фронтална основа, чиј центар е S(30,0,30), радиусот $r=25$ мм, а врвот V(70,50,55) и на нејзината основа точка A, за која е $z = 40$ мм, а x помалку отколку за центарот S. На пресечната рамнина T/ 120,100, 110 / и на изводницата што минува низ точката A најдете заедничка точка C (точка што припаѓа на пресечната крива на конусот со со рамнината T), потоа повлечете тангетни во точките A (на основата) и C (на пресечната крива), а исто така да се одредат вистински големини на аглите што тие тангетни ги формираат со изводниците што проаѓа низ A. Задачава да се претстави во придружени проекции.

1374. Нацртајте пресек на кос кружен конус со основа во Π_2, ако центарот е S(50,0,40), радиусот $r = 35$ mm, а врвот V(60,120,90) и рамнината P[80,-150,80]. Да се конструира во произволна точка допирка, кај ова проектирање:

а) коса проекција, при $\varphi = 145^\circ$ и $k = 3/4$,

б) монжовите проекции и вистинската големина на пресечната крива.

1375. Одредете пресечна крива на кос кружен конус со хоризонтална основа, ако центарот е S(40,55,0), радиусот $r = 40$ mm, врвот V(50,35,80), со рамнината P[25,30,-25], во:
а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 1$, 6) ортогонални проекции.
При тоа да се повлече допирка во произволна точка на кривата.

1376. Дадени се двоен ротационен конус чиј центар е S(50,0,50), радиусот е 40 mm, врвот V(50,70,50) и рамнина P[110, η ,140], така да се избере трага p_1 за пресекот да биде: 1° хипербола, 2° парабола, 3° елипса.
Можни решенија за секој одделен случај? Цртањето на пресечната крива и тангента на неа да се изврши во придружени проекции, потоа конструирајте мрежа на дел од конусот што е под рамнината P.

1377. Одредете придружени проекции на пресек на ротационен конус со центарот S(40,40,0), радиусот $r = 30$ mm и врвот V(40,40,70) со рамнината P[25,-20, ξ], така што пресекот да биде парабола! Повлечете тангенти во две произволни допирни точки!

1378. Дадени се ротационен конус со центарот S(75,0,75), радиусот $r = 60$ mm, врвот V(75,120,75) и рамнина T[165, η ,210]. Одредете ја хоризонталната трага t_1 на рамнината T, така за да се добие рамнина со конвергентни траги, а пресекот со конусот да биде парабола. Нацртајте три проекции на пресечната крива и тангента во нејзина точка! Потоа конструирајте мрежа на дел од конусот помеѓу Π_2 и рамнината T!

1379. Ротационен конус чиј центар е S(40,40,0), радиусот изнесува 35 mm и врвот V(40,40,70). Одредете фронтална трага t_2 на рамнина T[90,120, ξ], така што пресекот да биде парабола. Можности? Конструирајте три проекции на пресекот и вистинската големина на параболата, одредувајќи во хоризонталната проекција теме, директриса, фокус и радиус на кривината во темето на параболата.

1380. Дадени се двоен ротационен конус со центарот S(50,50,0), радиусот 40 mm, врвот V(50,50,100) и општа рамнина со дивергентни траги P[70,80, ξ], која треба да го сече конусот по хипербола. Одредете ја рамнината (можни решенија), потоа нацртајте го пресекот и во точка T(70,y,30) повлечете допирка на пресечната крива, во три проекции! Да се претстават асимптотите на пресечната крива.

1381. Дефиниран е двоен ротацуонен конус со центар S(0,30,30), радиусот r = 30 mm и висината $\overline{SV}$ = 80 mm . Да се претстави пресек на конусот со рамнина која ја определуваат правата a = BC[B(10,10,70), C(60,10,70)] и точката A(60,60,10). Потоа вцртајте ги асимптотите на пресечната крива, во: а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и k = 3/4, б) три проекции.

Да се конструира тангента во произволна допирна точка на пресекот.

1382. Одредете ортогонални проекции на пресек на кос кружен конус со основа во Π_2, центарот е S(70,0,60), радиусот 30 mm и врвот V(0,80,0), со општа рамнина T[110, η ,60] во елипса! Можности? Повлечете тангента во произволна точка на елипсата!

1383. Дадени се двоен кос кружен конус со хоризонтална основа, чиј центар е S(45,50,0), радиусот r = 40 mm, врвот V(85,50,60) и рамнина P[-40,30, ξ], која да се одреди така за да се добие хиперболичен пресек. Поставете тангента во произволна допирна точка! Најдете го пресекот во три проекции и неговата вистинска големина. Задолжително да се најдат асимптотите на пресечната крива.

1384*. Определени се кос кружен конус со основа во Π_1, ако центарот е S(45, 50,0), радиусот r = 40 mm, врвот V(85,50,60) и рамнина P[-40,40, ξ] што треба конусот да го сече во парабола. Повлечете допирка во произволна точка на пресечната крива. Вцртајте го пресекот во проекции и најдете ја неговата вистинска големина! Можни решенија?

1385. Зададени се кос кружен конус со хоризонтална основа, неговиот центар е S(50,30,0), радиусот r = 30 mm, врвот V(100,60,70) и правата a = BC[B(100,50, 60), C(100,10,60)] . Низ правата a поставете рамнина така што конусот да се пресече во парабола, потоа нацртајте го пресекот во проекции и повлечете тангенти во најниските точки од пресечната крива.

1386. Фиксиран е кос кружен конус со хоризонтална основа чиј центар е S(40,50,0), радиусот-40 mm и врвот V(0,80,90). Да се конструира рамнина која го сече во хипербола а минува низ правата a = AB[A(20,80,40), B(100,0,40)] .Можни решенија? Потоа да се нацртаат проекции на еден таков пресек, како и неговите асимптоти.

1387. Дефинирани се кос кружен конус со основа во Π_2, ако центарот е S(40,0,60), радиусот r = 40 mm, врвот V(90,80,0) и рамнина T[90, η ,90] . Да се одреди хоризонталната трага t_T од општата рамнина T, така што таа рамнина да има конвергентни траги а конусот да го сече по парабола. За пресечната парабола да се

најде темето, тангента во темето и тангенти во точките од параболата што се на основата на конусот, како и точките на контурата од конусот, во монжови проекции. При одредување на дефинитивната видливост рамнината да се земе како непросирна.

1388. Определени се: точката A(60,80,40), рамнината P[-20,25,20] и кос кружен конус со хоризонтална основа, чиј центар е S(70,40,0), радиусот $r = 30$ mm и врвот V(0,80,60). Низ точката A поставете рамнина T нормална на P, но таква што да го сече конусот во парабола, во придружени ортогонални проекции.

1389. Определен е кос кружен конус со хоризонтална основа, чиј центар е S(40,30,0), радиусот $r = 25$ mm и врвот V(0,60,40). Да се најде рамнина која го сече во парабола и минува низ правата $a = AB[A(10,25,10), B(70,25,10)]$. Можни решенија? Потоа да се нацртаат проекции на пресекот и тангента во произволна точка на пресечната крива.

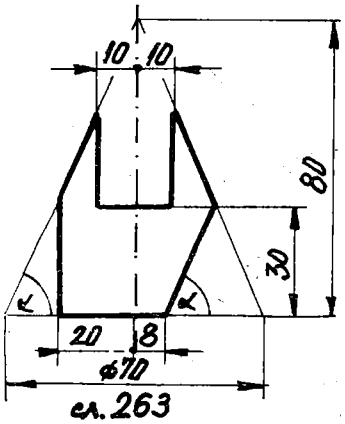
1390. Дефиниран е еднаквостран ротационен конус со оската SV[S(10,0,0), V(80,0,0)]. Низ точката A(40,20,20) поставете рамнина P паралелна со x - оската. Конструирајте три проекции на пресечната крива на конусот со рамнината, потоа одредете ја нејзината вистинска големина!

1391. Претставете пресечна крива на ротационен конус, чиј центар е S(25, 25,30), радиусот $r = 25$ mm, врвот V(50,55,70) и рамнината P[110,90,120], во монжови проекции.

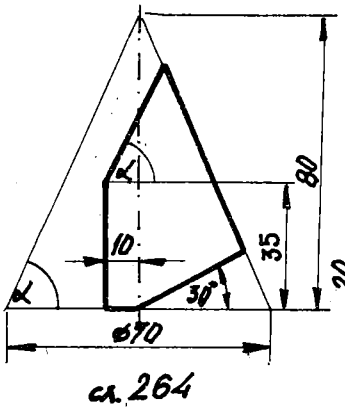
1392*. Даден е ротационен конус само во една ортогонална проекција, исечен со повеќе проектирачки рамнини, според приложената слика (сл.263 - 322). Нацртајте го оној дел од конусот што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ или $\varphi = 135^\circ$, или $\varphi = 210^\circ$ или $\varphi = 315^\circ$ и $k = 3/4$, што зависи од оној дел што е поинтересен а треба да се истакне како видлив,

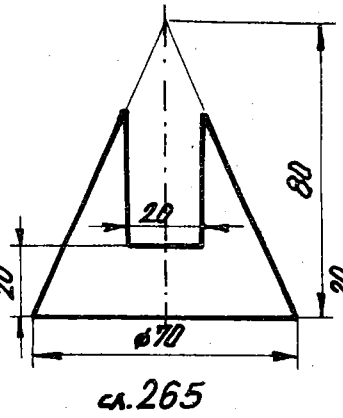
б) три проекции, ако дадената е фронтална, или хоризонтална, или профилна проекција! Решени се задачите што се презентирани со сликите 266 (а и б) и 306 (б - во три проекции).



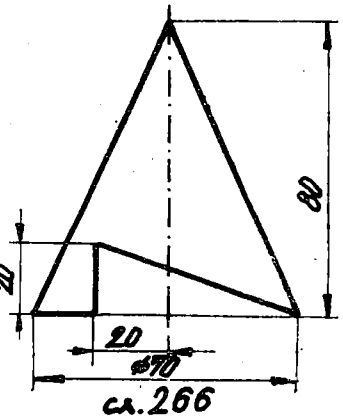
сл.263



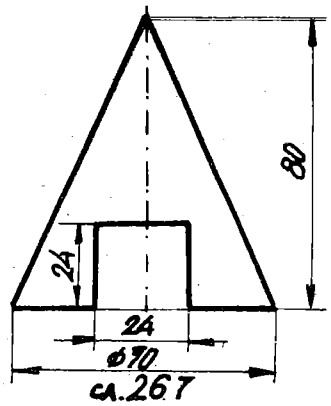
сл.264



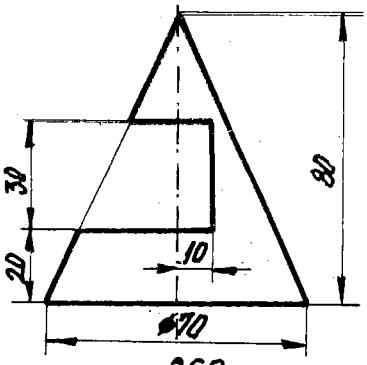
сл.265



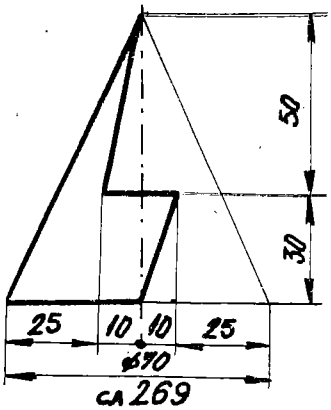
сл.266



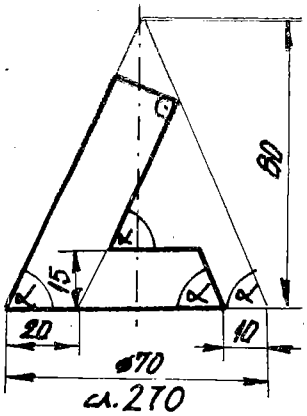
сл.267



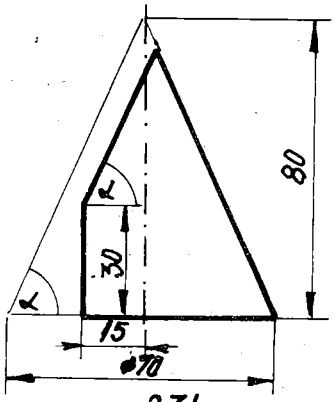
сл.268



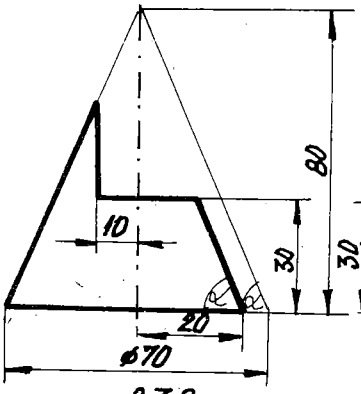
сл.269



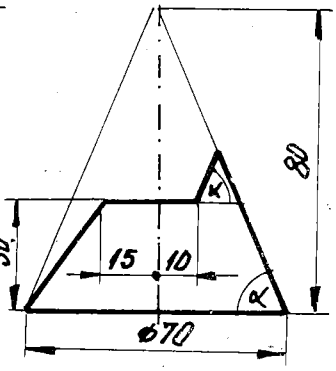
сл.270



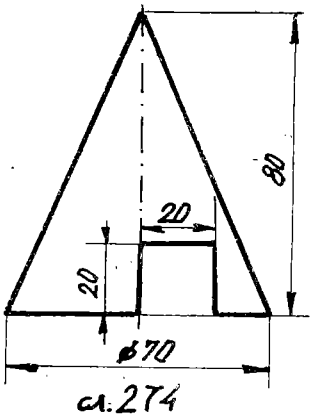
сл.271



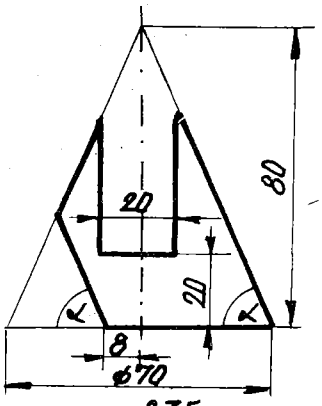
сл.272



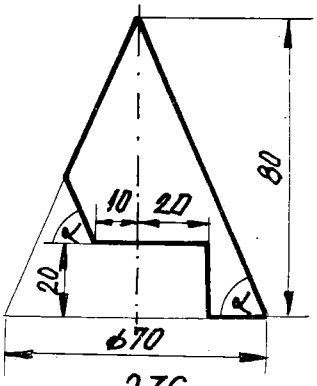
сл.273



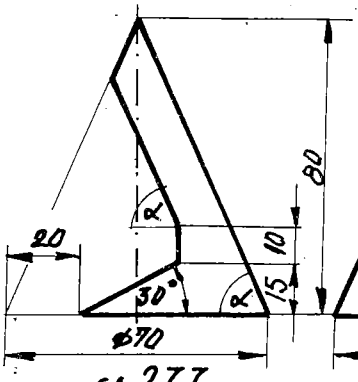
сл.274



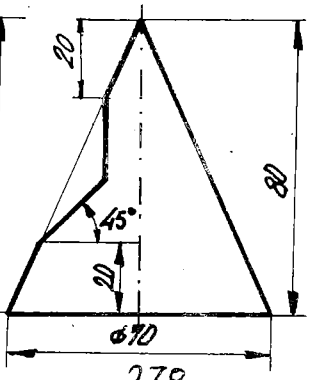
сл.275



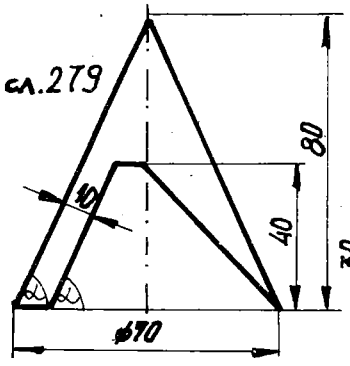
сл.276



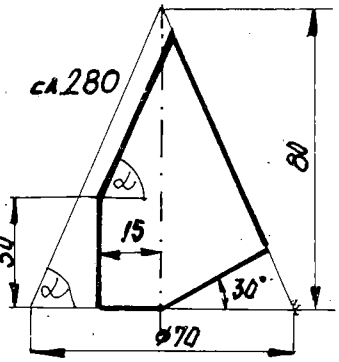
сл.277



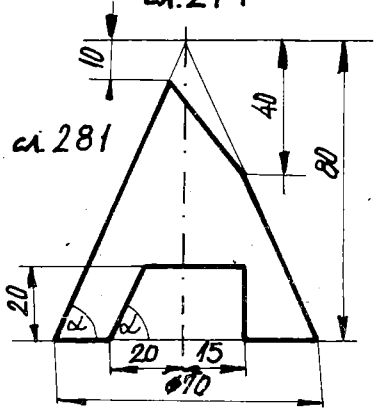
сл.278



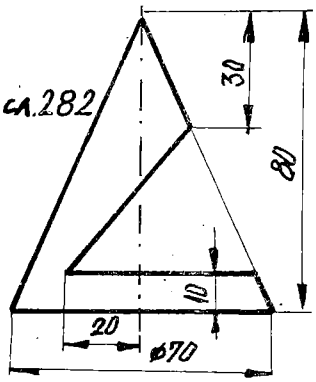
сл.279



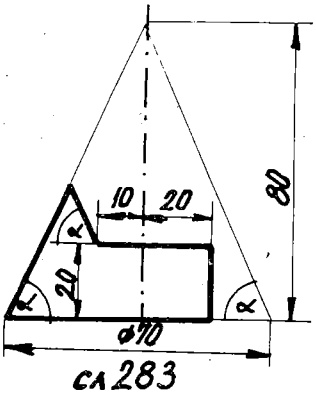
сл.280



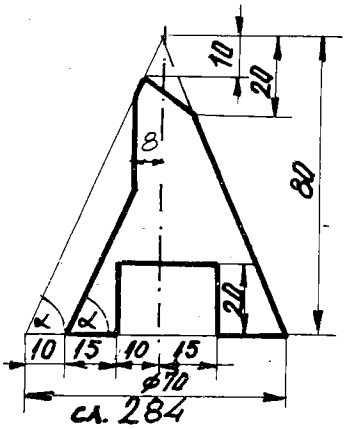
сл.281



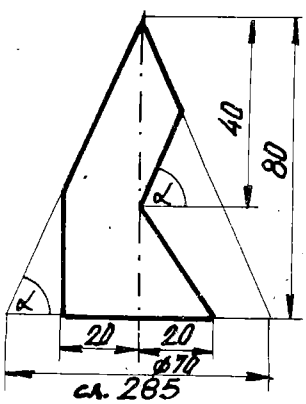
сл.282



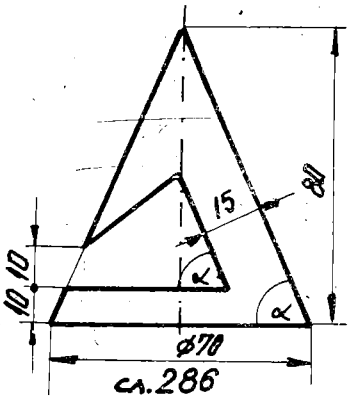
сл.283



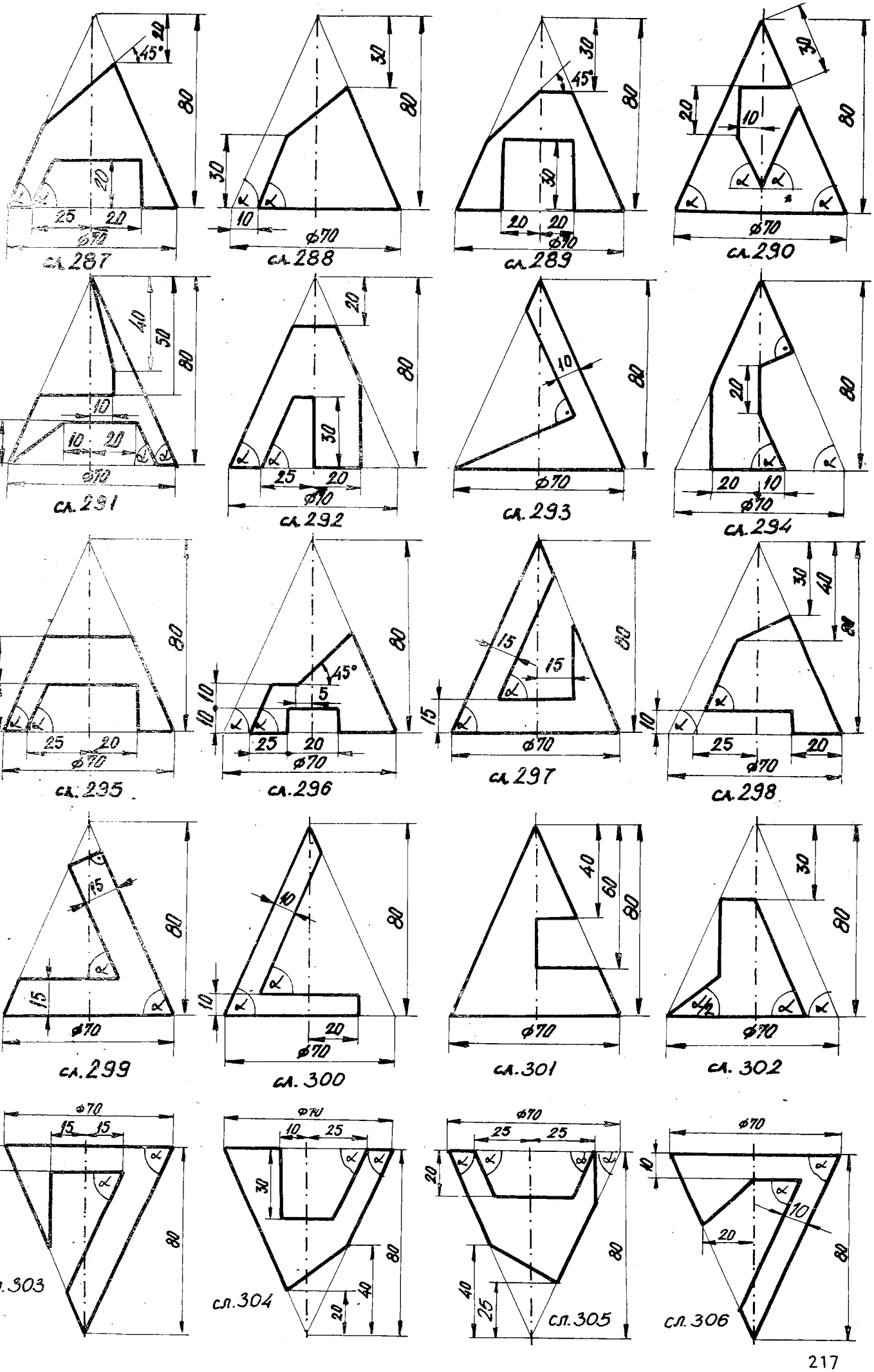
сл.284

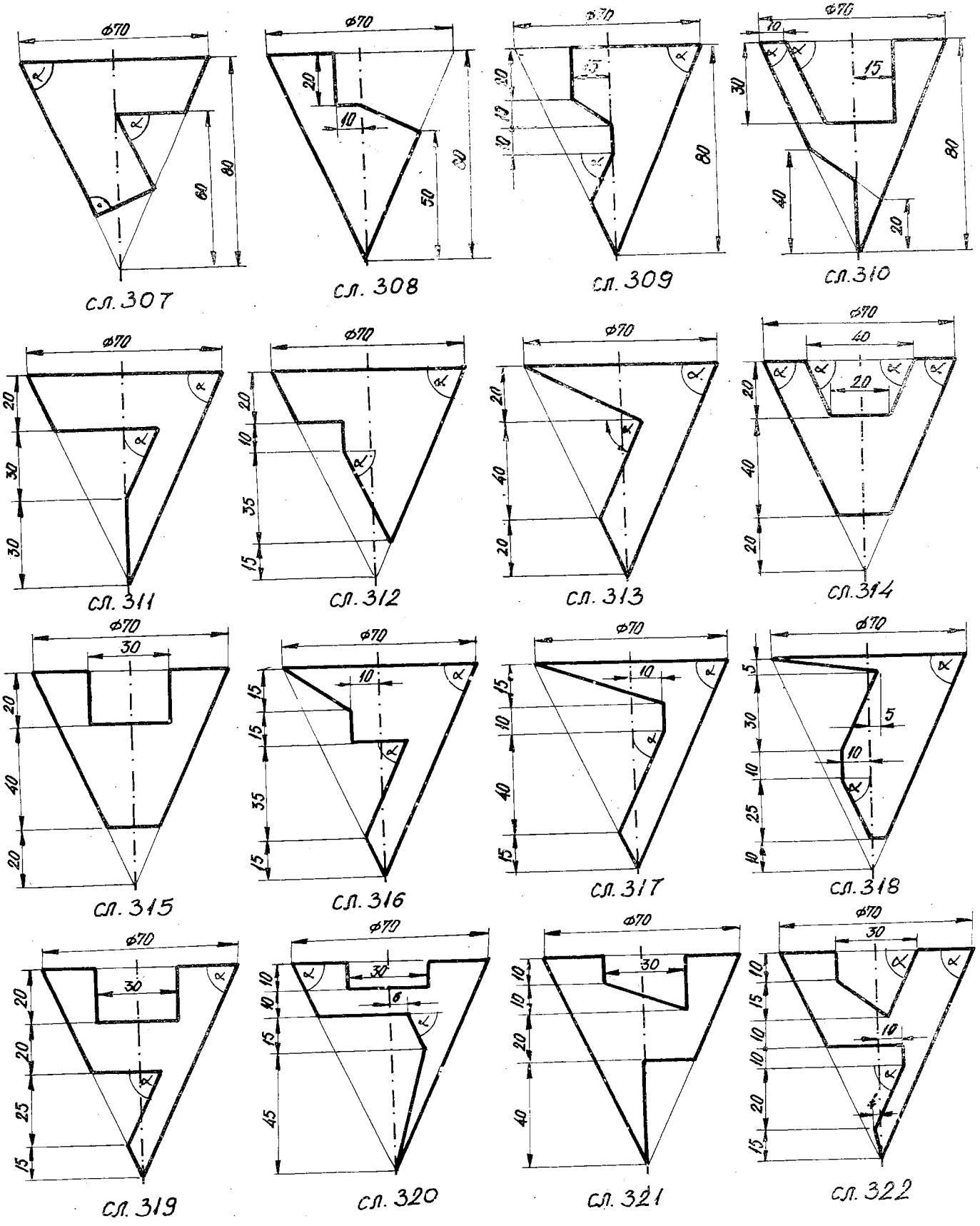


сл.285



сл.286


сл. 287
сл. 288
сл. 289
сл. 290
сл. 291
сл. 292
сл. 293
сл. 294
сл. 295
сл. 296
сл. 297
сл. 298
сл. 299
сл. 300
сл. 301
сл. 302
сл. 303
сл. 304
сл. 305
сл. 306



сл. 307 сл. 308 сл. 309 сл. 310

сл. 311 сл. 312 сл. 313 сл. 314

сл. 315 сл. 316 сл. 317 сл. 318

сл. 319 сл. 320 сл. 321 сл. 322

1393. Определен е пресечен ротационен конус, исечен со проектирачки рамнини, според дадената слика (сл.323 - 326). Се бара да се нацрта тоа тело по отстранувањето на исечените делови, при следниов вид проектирање:

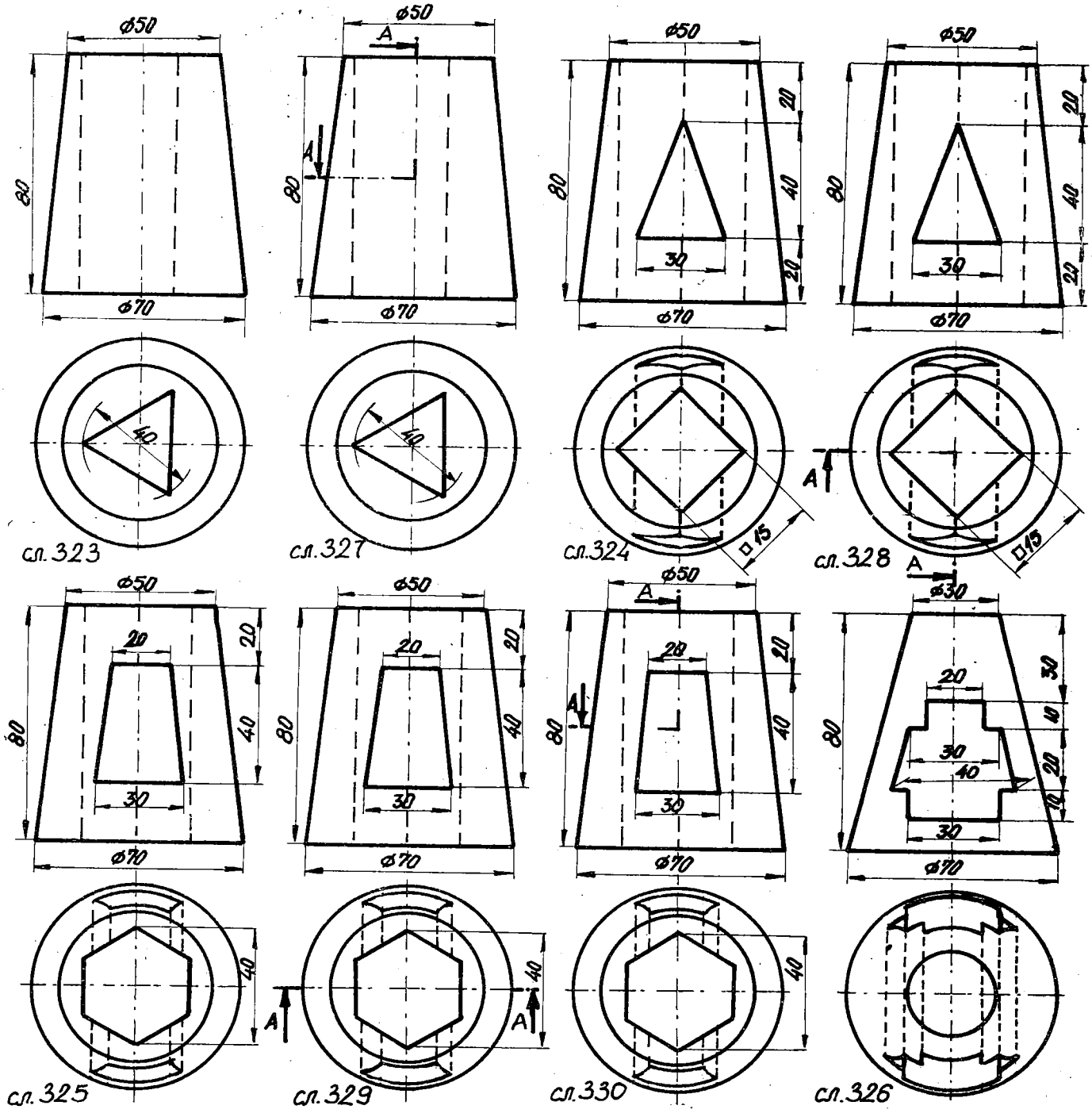
а) коса проекција, поглед одозгора или одоздола (да одберете сами), со цел поинтересниот дел да се истакне како видлив,

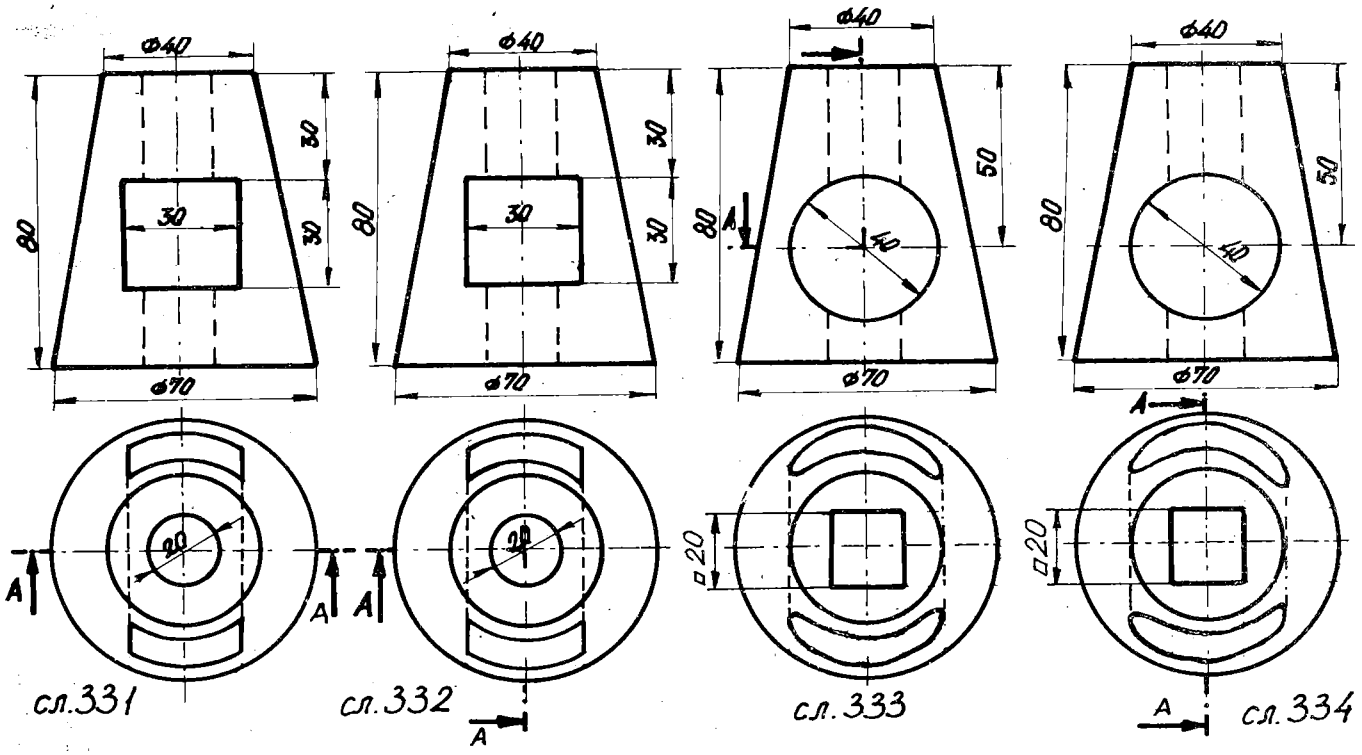
б) три проекции.

1394. Зададено е тело со конусна форма исечено од повеќе проектирачки рамнини прикажано на сликата (сл.327 - 334). Претставете го оној дел од телото што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$, или $\varphi = 135^\circ$, или $\varphi = 210^\circ$ или $\varphi = 315^\circ$ (во зависност од потребниот поглед) и $k = 3/4$,

б) три проекции!

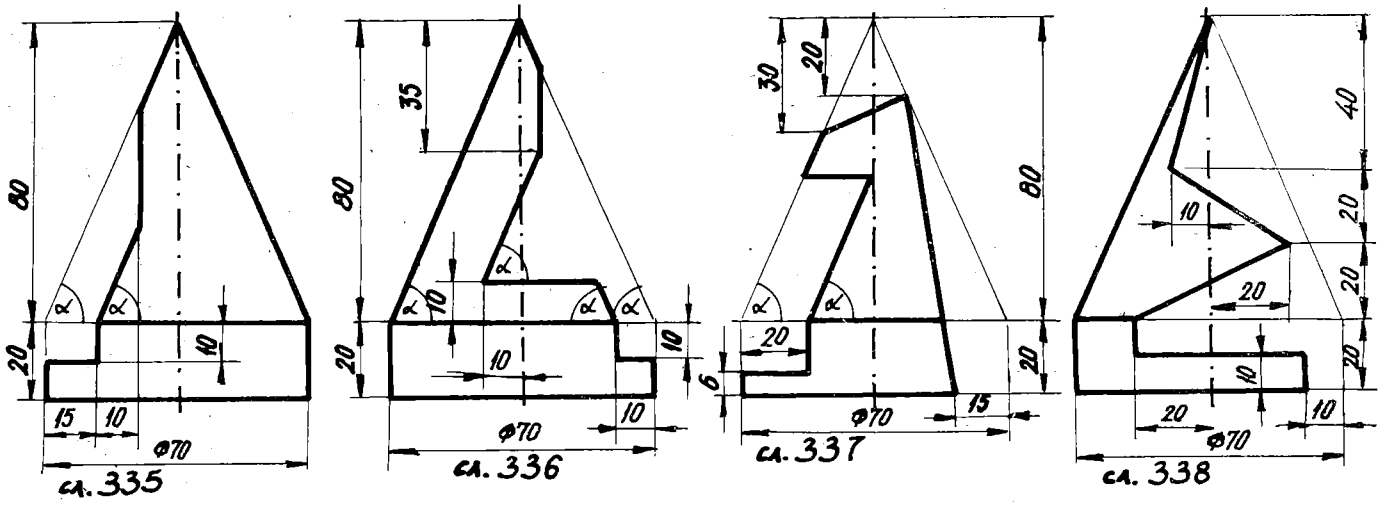


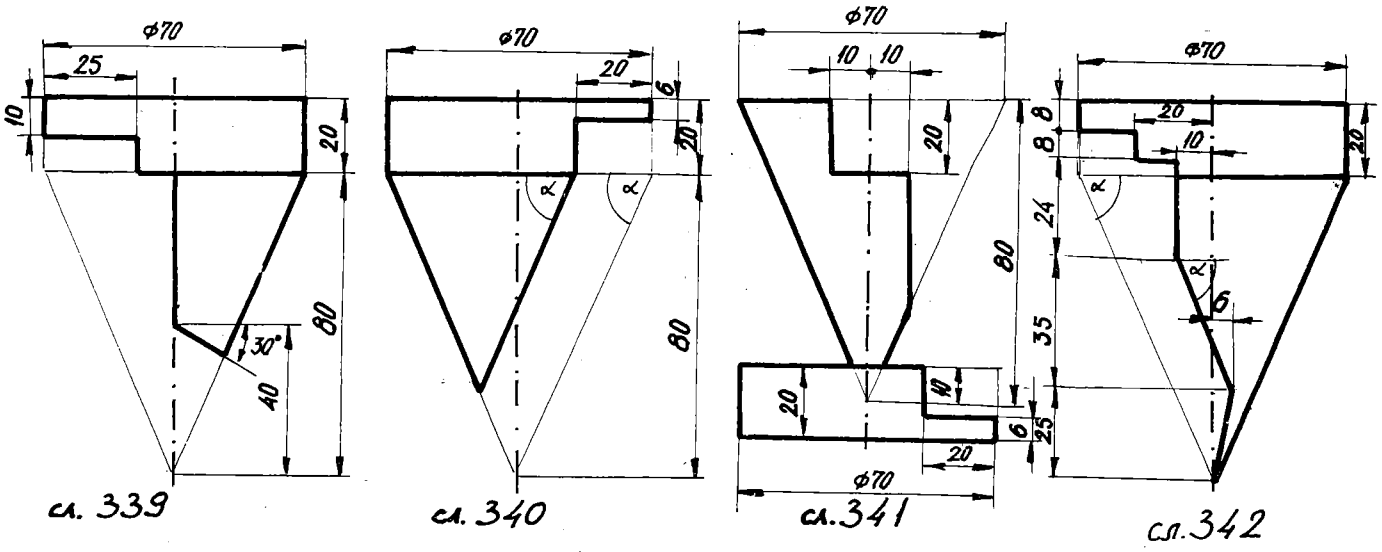


1395*. Дадено е составено тело од ротационен цилиндар наставен со ротационен конус во една ортогонална проекција, исечена со проектирачки рамнини, според (сл.335 - 342). Да се конструира дел од телото што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$, односно $\varphi = 135^{\circ}$ односно $\varphi = 225^{\circ}$, односно $\varphi = 330^{\circ}$ и $k = 3/4$, коешто зависи од тоа што треба да се истакне како видливо,

б) три проекции кога дадената е фронтална или хоризонтална, или профилна проекција. За составеното валчесто тело на сл.336 е изведена постапката кај двата вида проектирања.





сл. 339 сл. 340 сл. 341 сл. 342

1396. Дефиниран е двоен ротационен конус составен со основите, во фронтална проекција, исечен со фронталнопроектирачки рамнини, според сликата (сл.343 и 344). Нацртајте дел од составеното тело што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

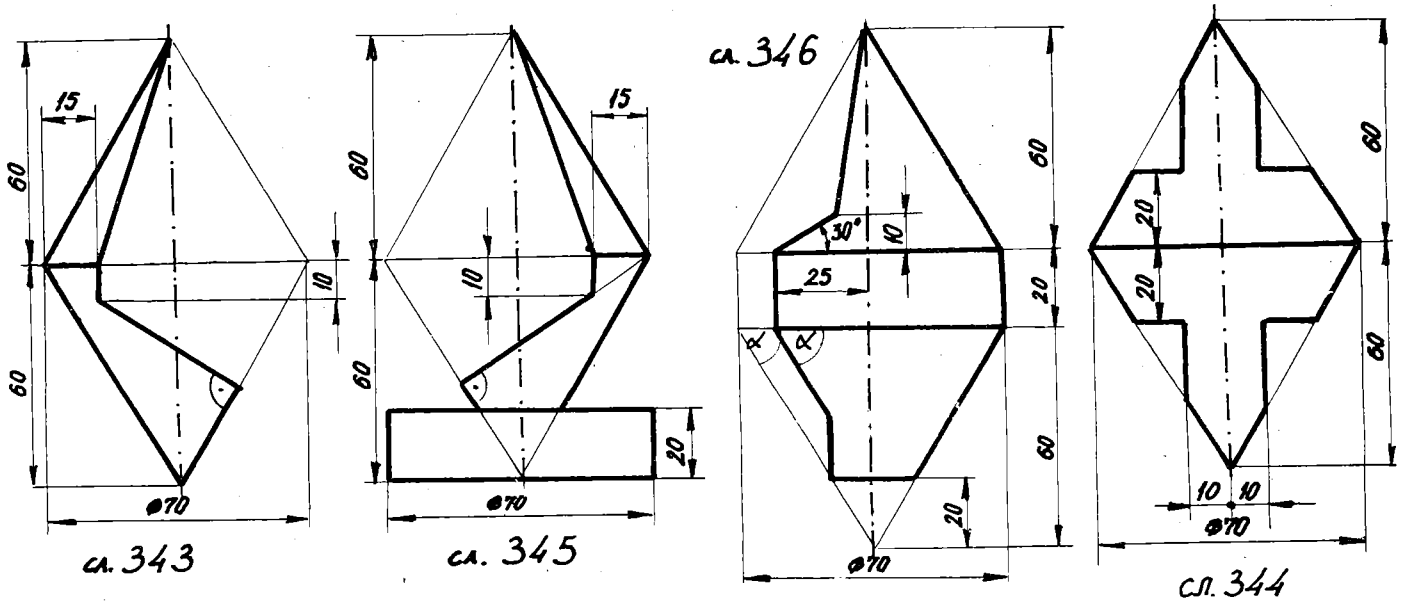
а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$, или $\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 4/5$,

б) три проекции.

1397. Претставено е составено тело од ротационен цилиндар и два ротациони конуса во една ортогонална проекција, кое се сече со повеќе проектирачки рамнини, на сликата (сл.345 и 346). Да се конструира дел од составеното тело што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 3/4$, односно $\varphi = 225^{\circ}$ и $k = 3/4$, што зависи од оној дел што е поинтересен и треба да се истакне како видлив,

б) три проекции, ако дадената е фронтална, или хоризонтална, или профилна проекција.



сл. 343 сл. 345 сл. 346 сл. 344

Продорни точки на права со цилиндар, или со конус

1398. Да се претстават продори на правата $a = AB[A(-35,90,60), B(40,0,30)]$ со ротационен цилиндар, чии центри се $M(0,40,0)$ и $N(0,40,80)$, радиусот $r = 30$ mm, имено во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$, б) ортогонални проекции.

Потоа да се конструираат траги на тангентни рамнини на цилиндарот во прободните точки.

1399. Одредете точки на правата $a = AB/A(20,60,0), B(60,0,80)/$ кои се оддалечени од правата $p = MN/M(0,30,30), N(70,30,30)/$ за 20 мм. Тие да се прикажат во:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 315^\circ$ и $k = 1$, б) три проекции.

1400. Зададени се кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се $M(0,45,0)$, $N(-40,18,40)$, радиусот $r = 15$ mm и правата $a = AB[A(+10,22,0), B(-38,42,58)]$. Најдете ги продорните точки на правата низ цилиндарот, во:

а) коса проекција, извршете го сами изборот на φ и k, б) монжови проекции!

1401. Одредете продорни точки на правата $a = AB/A(-60,40,55), B(-45,25,25)/$ со кос кружен цилиндар со фронтални основи, ако се центрите $M(-80,0,20)$, $N(-20,50,40)$, радиусот изнесува 20 мм, во оваа проекција:

а) коса проекција ($\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, б) ортогонални проекции.

1402. Определени се ротационен конус со центарот $S(0,40,0)$, радиусот $r = 30$ mm врвот $V(0,40,80)$ и правата $a = AB[A(20,50,48), B(-35,54,18)]$. Да се прикажат продорите на правата со дадената површина. Потоа во тие точки нацртајте траги на тангентни рамнини на конусот. Задачата да се реши при следниов вид проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^\circ$ и $k = 4/5$, б) ортогонални проекции.

1403. Зададени се кос кружен конус со базис во Π_1, чиј дијаметар е 90 mm и центарот $S(55,60,0)$, а врвот $V(115,90,90)$ и правата $a = AB[A(10,120,45), B(130,-45,15)]$. Најдете го продорот на правата низ конусот, во:

а) коса проекција при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1$, б) три проекции.

1404. Да се претстават продорните точки на правата $a = AB[A(0,90,0), B(45,45,110)]$ низ кос кружен конус со профилна основа, чиј центар е $S(0,45,40)$, радиусот изнесува 35 mm и врвот $V(80,90,135)$, при следнава проекција:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 330^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1405. Одредете продори на правата $a = AB[A(10,15,5), B(80,80,75)]$ со кос кружен конус, чија основа е хоризонтална има центар $S(30,50,70)$, радиусот $r = 35$ mm и врвот $V(100,0,0)$, во монжов пар!

1406. Низ точката $A(40,40,20)$ да се повлече права $\underline{a}$, која ја сече правата $b = BC[B(80,40,40), C(120,20,20)]$, така што бараната права $\underline{a}$ со Π_1 зафаќа агол $\alpha_1 = 30^\circ$, во монжови проекции. Решението на задачата текстуално да се објасни.

1407. Нацртајте права $\underline{a}$ низ точката $A(80,30,40)$ која ја сече правата $b = BC[B(30,20,20), C(120,5,50)]$ и со Π_2 образува агол $\alpha_2 = 45^\circ$, во проекции. Можни решенија?

Пресеци на цилиндар, односно конус со полигон

1408*. Одредете пресек на ротационен цилиндар, чии центри се $M(60,35,0)$, $N(60,35,60)$, а радиусот 30 мм со триаголникот $ABC[A(10,40,0), B(80,70,0), C(110,30,50)]$, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 4/5$, б) три проекции.

1409. Дадени се ротационен цилиндар со центрите $M(50,0,40)$ и $N(50,100,40)$, радиусот $r = 30$ mm и триаголникот $ABC[A(0,10,70), B(70,90,0), C(100,30,60)]$. Да се нацрта пресекот во проекции и вистинска големина на триаголникот без пресечениот дел.

1410. Да се претстави пресечна крива на ротационен цилиндар, чија оска е $MN[M(50,40,0), N(50,40,75)]$, радиусот $r = 30$ mm со паралелограмот $ABCD$ $[A(100,50,95), B(40,90,10), C(0,40,0), D]$, во монжов пар. Потоа најдете ја вистинската големина на паралелограмот со пресечениот дел.

1411. Одредете пресек на ротационен цилиндар, ако центри се $M(35,35,0)$ и $N(35,35,70)$, а радиусот $r = 30$ mm со четириаголникот $ABCD[A(15,0,60), B(80,0,20), C(45,75,0), D(0,60,z)]$, во:

а) коса проекција, при податоците $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$,

б) три проекции. Потоа да се најде вистинска големина на четириаголникот без пресечниот дел.

1412. Дефинирани се кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се: M(100,20,0), N(20,60,70), радиусот $r = 30$ mm и четириаголникот ABCD [A(30,20,20), B(60,80,70), C(100,y,30), D(80,0,10)]. Нацртајте го пресекот меѓу четириаголникот и цилиндарот во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 1$, б) монжови проекции!

1413. Одредете пресечна крива на ротационен цилиндар чии центри се M(0,35,35) и N(100,35,35), радиусот $r = 30$ mm со четириаголникот ABCD [A(15,0,90), B(80,0,20), C(45,75,0), D(0,60,z)], во монжови проекции. Потоа најдете ја вистинската големина на четириаголникот со пресечниот дел.

1414. Зададени се ротационен конус со центарот S(40,45,0), радиусот $r = 30$ mm врвот V(40,45,95) и триаголникот ABC[A(0,25,10), B(50,90,80), C(100,70,70)] Да се прикаже пресекот, во:

а) коса проекција ($\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 3/4$),

б) три проекции и вистинската големина на триаголникот без отсечениот дел.

1415*. Одредете пресек на ротационен конус чиј центар е S(40,0,45), радиусот $r = 30$ mm и врвот V(40,95,45) со триаголникот ABC[A(0,25,10), B(50,90,80), C(100,70,70)], во:

а)* коса проекција, ако φ и k ги одберете сами,

б) проекции и вистинската големина на триаголникот без отсечениот дел.

1416* . Определени се ротационен конус со центарот S(35,0,35), $r = 35$ mm врвот V(35,70,35) и паралелограмот ABCD [A(8,30,8), B(55,10,15), C(65,50,65), D]. Да се најде нивниот пресек во: а) коса проекција ($\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 3/4$). б*) три проекции и вистинската големина на паралелограмот без пресечниот дел.

1417. Дадени се ротационен конус, ако центарот е S(80,60,0), радиусот изнесува 40 mm врвот V(80,60,90) и четириаголникот ABCD [A(130,40, z), B(80,110,10), C(60,30,65), D(90,0,60)]. Претставете го пресекот на конусот и четириаголникот во следново проектирање:

а) коса проекција, при податоците $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 3/4$,

б) ортогонални проекции и конструирајте вистинска големина на четириаголникот со пресечниот дел.

1418. Кос кружен конус со хоризонтална основа, чиј центар е S(60,30,0), радиусот $r = 25$ mm и врвот V(0,60,80) е пресечен со триаголникот ABC[A(0,35,0), B(70,55,25), C(35,0,45)]. Да се прикаже во:

а) коса проекција, при $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 1$,

б) придружени проекции и вистинската големина на триаголникот без отсечениот дел.

1419. Одредете пресек на кос кружен конус со основа во Π_2, ако центарот е S(60,0,50), радиусот $r = 40$ mm и врвот V(140,90,70) со триаголникот ABC [A(60,5,95), B(140,20,20), C(20,60,20)], во проекции! Потоа најдете ја вистинската големина на триаголникот без пресечениот дел.

1420. Да се нацрта пресек на кос кружен конус со фронтална основа, чија оска е SV[S(100,0,50), V(20,80,100)], радиусот $r = 40$ mm со четириаголникот ABCD [A(160,20,0), B(40,20,60), C(20,40, z), D(120,60,80)], во проекции. Најдете ја вистинската големина на четириаголникот со пресечниот дел.

1421. Низ точката A(0,40,0) повлечете права $\underline{a}$ која ја сече правата $b = BC$ [B(0,0,80), C(40,90,0)] и е наклонета кон рамнината T[90,∞,80] под агол од 60°. Задачата да се реши во монжови проекции.

1422. Одредете права $\underline{a}$ низ точката A(35,15,50) што ја сече правата $b = BC$ [B(50,25,15), C(35,-10,70)] и е наклонета кон рамнината T[60,20,50] под агол $\alpha = 30^{\circ}$. Тоа да се претстави во придружени проекции.

1423. Ротирајте ја правата $a = AB$[A(50,30,10), B(20,50,60)] околу оска која е нормална на Π_1 и минува низ точката B, за по ротирањето нејзиниот дел меѓу Π_1 и рамнината T[-10,40,20] да биде 60 мм.

Пресеци на топка со рамнини и прави

1424. Дадени се топка со центарот C(50,35,70), радиусот $r = 35$ mm и рамнината P[115,115,∞]. Одредете го пресекот и повлечете тангенти во точки S и T на пресечната крива, за кои е $x = 80$ во:

а) коса проекција, φ и $\underline{k}$ одберете ги сами,

б) три проекции и нивната вистинска големина.

1425. Дефинирани се топка, ако центарот е C(70,65,40), радиусот $r = 40$ mm и рамнината P[20,∞,-10]. Повлечете тангенти во точки S и T на пресечната крива, за кои е $x = 80$. Нацртајте го пресекот во:

а) коса проекција, при $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 3/4$,

б) три проекции и вистинската големина на пресечната крива.

1426. Најдете множество точки во рамнината $P/\infty,60,100/$, кои се оддалечени 40 мм од точката $A(60,40,60)$, кај следнава проекција:

а) коса проекција, ако се $\varphi=45^\circ$ и $k=3/4$,

б) три проекции и неговата вистинска големина.

1427. Определени се предна полутопка од топката со центарот $C(70,0,50)$, радиусот $r=40$ mm и рамнината $P[\infty,40,90]$. Да се конструира пресекот и да се повлечат тангенти во допирни точки $S,T(40,y,z)$, при следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi=30^\circ$ и $k=3/4$,

б) три проекции и вистинската големина на кривата.

1428. Фиксирани се топката, чиј центар е $C(55,40,40)$, радиусот $r=40$ mm и рамнината $P[-35,20,30]$. Повлечете тангенти во точки S и T на пресечната крива, за кои е $x=40$! Одредете го пресекот во три проекции и неговата вистинска големина.

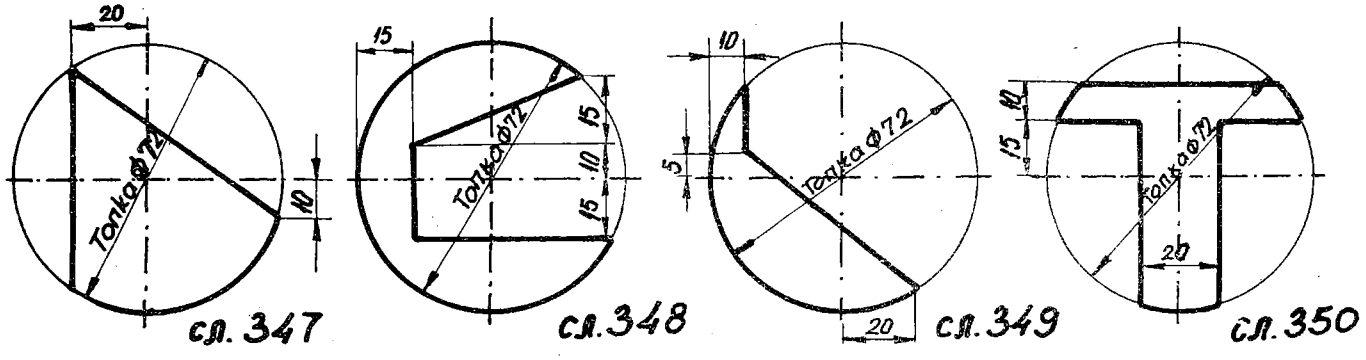
1429. Да се прикаже пресекот на топка со центарот $C(50,40,45)$, радиусот изнесува 40 mm и рамнината $P[150,160,90]$. Поставете тангента во произволна допирна точка. Задачава да се претстави во три проекции. Потоа најдете ја вистинската големина на кривата.

1430. Дадени се топка, чиј центар е $C(70,65,60)$, радиусот $r=50$ mm и рамнината $P[35,-35,65]$. Повлечете допирки во точки S и T на пресечната крива, при $x=55$. Да се нацрта пресекот во три проекции и да се одреди неговата вистинска големина.

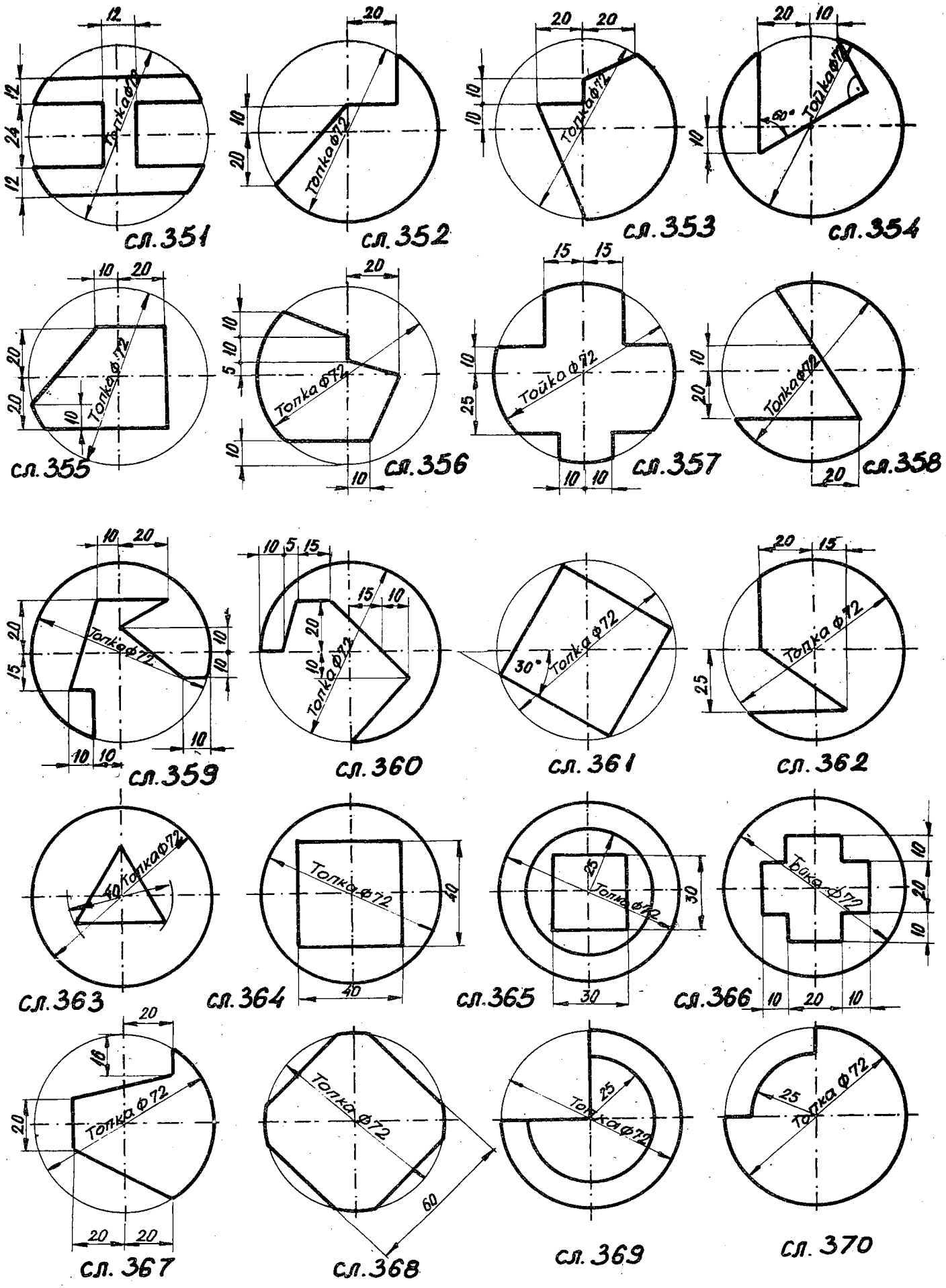
1431*. Определена е топка во една ортогонална проекција, исечена со повеќе проектирачки рамнини, според приложената слика (сл. 347 - 370). Нацртајте го оној дел од топката што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

а) коса проекција, при $\varphi=45^\circ$, односно 150°, односно 225°, односно 330° и $k=3/4$, коешто зависи од тоа што треба да се истакне како видливо,

б) три проекции, ако дадената е хоризонтална, или фронтална, или профилна проекција! Разгледана е топката претставена со сликата 347, во двата вида проектирања.



сл. 347 сл. 348 сл. 349 сл. 350



сл. 351 сл. 352 сл. 353 сл. 354

сл. 355 сл. 356 сл. 357 сл. 358

сл. 359 сл. 360 сл. 361 сл. 362

сл. 363 сл. 364 сл. 365 сл. 366

сл. 367 сл. 368 сл. 369 сл. 370

1432. Дадени се топка со центарот C(50,40;60), радиусот r = 45 mm и пресечната рамнина P[130,110,80] . Одредете проекции на оние точки од пресекот во кои тангентите се паралелни со правата a = AB[A(90,10, z), B(70,45, z)], која лежи во рамнината P!

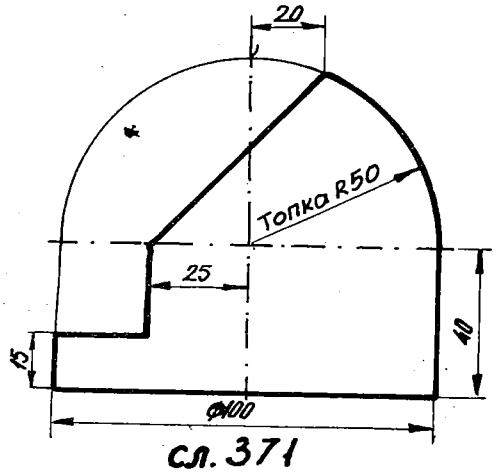
1433. Низ точката P(0,70,50) повлечете две прави a и b кои се паралелни со рамнината T[30,40,30] и ја тангираат топката, чиј центар е C(60,50,30) и радиусот r = 30 mm, во монжови проекции.

1434. Низ правата a = AB[A(10,25,-50), B(115,-30,50)] поставете рамнина T, која ја сече топката со центар во S(70,60,50) и радиус од 40 мм по голем круг. Нацртајте три проекции на тој круг!

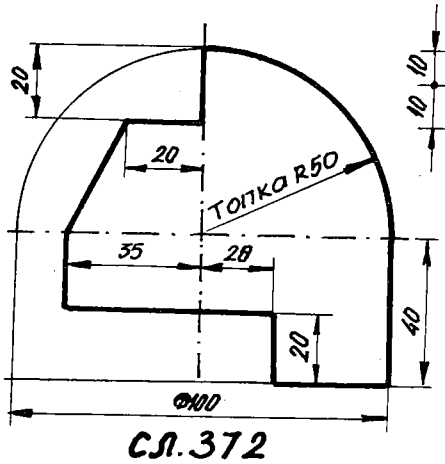
1435*. Дадено е составено тело од ротационен цилиндар и полутопка во фронтална проекција, исечено со фронталнопроектирачки рамнини, според (сл.371 - 373). Да се конструира дел од составеното тело што останува по отстранувањето на исечените делови, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$ или $\varphi = 135^\circ$, или $\varphi = 210^\circ$, или $\varphi = 315^\circ$ и $k = 4/5$,

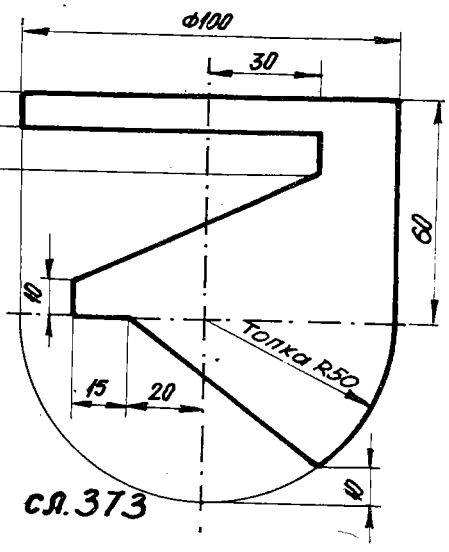
б)* три проекции. Решено е составеното тело зададено со сликата 372, во трите проекции (б).



сл. 371



сл. 372

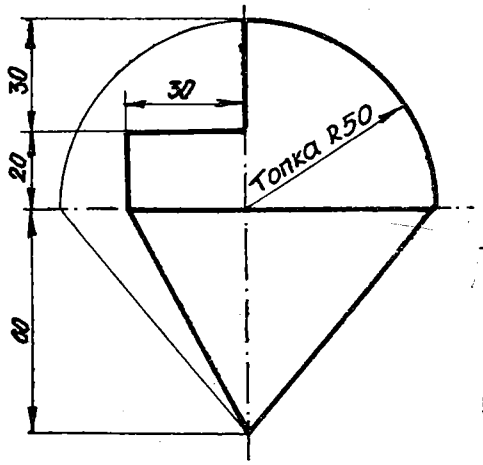


сл. 373

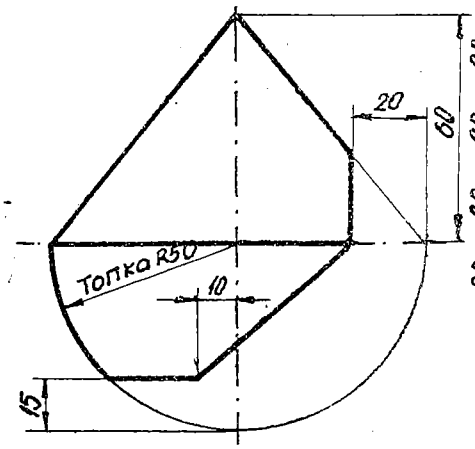
1436. Дефинирано е тело составено од ротационен конус и полутопка во фронтална проекција, исечено со фронталнопроектирачки рамнини, покажано на (сл.374 - 376). Претставете дел од телото што останува по отстранувањето на отсечените делови, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$, односно $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$,

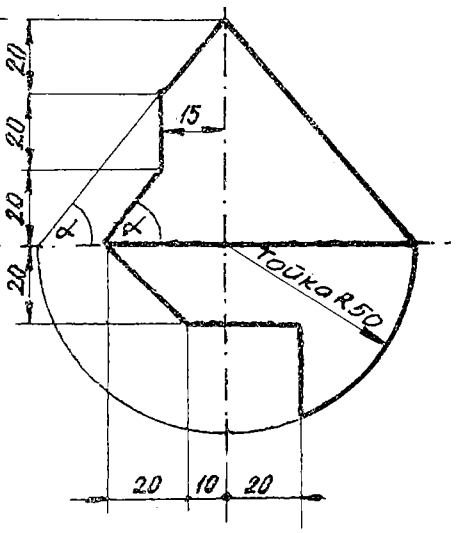
б) три проекции!



сл. 374



сл. 375



сл. 376

1437. Да се нацртаат придружени проекции на топка со центарот C(50,60,50), која ја сече рамнината P[20,-20,10] во круг со радиус $r = 30$ mm.

1438. Во рамнината P[120,100,120] лежи круг $\underline{к}$ со центар S(55,35,z) и радиус $r = 30$ mm. Одредете такви точки на дадениот круг $\underline{к}$ кои се оддалечени од точката A(100,40,60) за 55 mm, во три проекции!

1439*. Определени се рамнина со една нејзина трага T[75,η,50] и топка со центарот C(40,30,30), радиусот R= 25 mm. Да се конструира хоризонтална трага t_1 на рамнината T, така што таа да ја сече дадената топка во круг со радиус $r = 15$ mm. Потоа да се нацртаат придружени проекции на кругот.

1440. Одредете множество точки во просторот, кое од точката C(40, 40,40) е оддалечено за 30 mm а од рамнината P[25,25,∞] за 50 mm, и тоа лево од таа рамнина!

1441*. Да се најде множество точки од просторот кои од точката A(40,30,40) се оддалечени за должината $a = 30$ mm, а од рамнината P[40,50,60] за должината $d = 15$ mm, имено од нејзината лева страна. Сето тоа да се прикаже во проекции.

1442. На рамнината P[80,60,35] припаѓа круг $\underline{к}$ со центар C(25,y,15) и радиус $r = 15$ mm. Точно да се одредат придружени проекции на точки на дадениот круг $\underline{к}$ што се оддалечени од точката T(30,30,25) на растојание од 25 mm.

1443. Дефинирана е отсечката AB[A(30,50,50), B(80,20,10)]. Одредете множество точки во Π_1, од кои отсечката AB се гледа под прав агол, во монжови проекции.

1444. Даден е хоризонтален круг со центарот C(0,40,20), неговиот дијаметар од 60 mm и вон него точката A(50,0,50). На зададениот круг најдете точки кои се оддалечени од точката A за 60 mm!

1445. Во хоризонтална и фронтална проекција нацртајте главен круг на топка чиј центар е C(40,40,40), радиусот $r = 40$ mm , кој минува низ продорни точки на правата $a = AB[A(85,90,0), B(30,0,100)]$ со дадената топка.

1446. Најдете пресек на рамнина што минува низ точките A(0,15,50), B(50,80, 90) и C(100,40,30) со топка, чиј дијаметар е 100 mm и центарот C(50,65,50)! Потоа низ видлива точка D(20,y, 30) на топката повлечете тангентни рамнини со вцртување на трагите.

1447. Да се одреди пресек помеѓу топка и рамнина P дадена со три точки. Топката е опишана околу тетраедарот ABCD , чиј раб е AB [A(30,10,30), B(80,50,30)], а страната на тетраедарот ABC е паралелна со хоризонталницата Π_1, додека рамнината P е определена со точките B,C, D.

1448. Зададени се топка со ценатарот S(50,45,30), радиусот-30 mm и триаголникот ABC[A(0,30,30), B(100,30,10), C(70,30,60)]. Се бара нивниот пресек во: а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1$, б) три проекции.

1449. Одредете пресек на топка со центарот S(40,30,35), радиусот $r = 30$ mm со триаголникот ABC[A(20,0,70), B(80,0,20), C(70,65, z)], кој е нормален на Π_2, во монжови проекции! Да се најде вистинската големина на триаголникот без исечениот дел.

1450. Да се најде пресек во три проекции на топка, чиј центар е S(50,60,50), радиусот $r = 40$ mm со триаголникот ABC[A(110,130,15), B(20,55,100), C(95,20, z)], кој е во фронталнапроектирачка положба. Потоа да се одреди вистинската големина на триаголникот без пресечениот дел.

1451. Да се претстави пресечна крива на топка, чиј центар е S(40,30,30), радиусот изнесува 30 mm, со триаголникот ABC[A(0,50,10), B(40,50,70), C(80,y,30)] што е нормален на Π_3, во три проекции. Пресметајте ја плоштината на дадениот триаголник без отсечениот дел, во квадратни единици!

1452. Нацртајте пресек на топка, ако центарот е S(50,45,45), а радиусот од 45 mm, со правоаголникот ABCD[A(0,50,0), B,C(65,90,75), D(0,90,0)] , во три проекции.

1453*. Дадени се: топка нејзиниот центар е S(35,45,40), радиусот $r = 25$ mm

и триаголникот ABC[A(70,20,0), B(20,12,65), C(10,70,12)]. Одредете го пресекот на топката и триаголникот во три проекции, потоа конструирајте ја вистинската големина на триаголникот без пресечниот дел.

1454. Дефинирани се топка со центарот S(40,50,40), радиусот $r = 30$ mm и паралелограмот ABCD[A(10,40,30), B(90,10,90), C(50,80,0), D]. Да се претстави пресекот во три проекции и да се најде вистинската големина на фигурата без пресечениот дел.

1455. Да се одреди пресек на топка, чиј центар е S(25,25,30) и радиусот $r = 20$ mm, со петаголникот ABCDE[A(0,0,45), B(48,15,30), C(60,30,15), D(48,y,0), E(25,y,5)]. Потоа вистинската големина на петаголникот без пресечениот дел.

1456. Да се прикажат продорите на правата $a = AB$[A(-10,55,0), B(30,5,25)] низ топката, чиј центар е C(0,30,25) и радиусот $r = 20$ mm, во монжови проекции.

1457. Определени се триаголникот ABC[A(35,60,60), B(95,25,60), C(60,0,60)] и правата $a = MN$[M(95,50,0), N(130,0,-50)]. Нацртајте проекции на топка со радиус $r = 30$ mm која ја допира рамнината на триаголникот во точка A! Потоа одредете продорни точки на правата a со топката.

1458. Нека е дадена точката A(15,15,10). Се бараат точки кои се оддалечени од A за $d = 30$ mm и лежат на оската:

1° x, 2° y, 3° z.

Задачава да се претстави во три проекции.

1459. Конструирајте проекции на топка, која ги допира Π_1, Π_2 и Π_3, а центарот лежи на рамнината P[-60,50,45]! Најдете продори на правата a = AB [A(-35,100,75), B(95,20,75)] со топката. Повлечете рамнина T паралелна со P која ја допира топката во точка чии две проекции се невидливи.

1460. Да се претстави топка која минува низ точката A(-20,25,30) и ја допира Π_2 во точката B(0,0,60). Одредете продорни точки на правата $p = MN$ [M(50,0,50), N (0,75,105)] низ дадената топка, во три проекции!

1461. Зададени се правата $a = AC$[A(0,30,0), C(95,80,30)] и точката B(55,40,30). Да се најдат на правата a точки D и E, кои од точката B се оддалечени за 30 mm.

1462. Одредете точки на правата $p = CD$[C(120,10,10), D(10,50,110)] од кои отсечката AB[A(90,100,50), B(30,30,30)] се гледа под агол од 90°, во проекции.

1463. Нека се зададени отсечката AB[A(30,50,20), B(110,50,70)], рамнината P[150,120,100] и во неа права $c = CD$ [C(10,y,85), D(80,y,20)]. На правата c најдете точки од кои отсечката AB се гледа под прав агол, во монжови проекции.

1464. Одредете проекции на точки на x- оската кои се оддалечени од точката A(40,40,30) за 55 mm!

1465. Дадени се точката A(90,70,60) и топка со центарот C(40,40,40) и радиусот r = 30 мм . Поставете рамнини низ точката A што ја сечат топката секогаш во кругови. Се бара да се одредат три проекции на топка која е множество на центри на споменатите кругови.

Пресек на торус со рамнина определена со траги

1466*. Определени се торус со оската o = AB[A(75,0,65), B(75,50,65)[, радиусот на оскината кружница R = 40 mm и рамнината P [20,∞,-15] . Одредете го нивниот пресек во три проекции и повлечете тангенти во точки S,T(100,y, z) на пресечната крива!

1467. Одредете пресек на торус, чија оска е o = AB[A(75,0,80), B(75,60,80)], радиусот на оскината кружница е R = 45 mm со рамнината P[25,-10,∞] и поставете тангенти во оние допирни точки за кои е x = 100, во три проекции!

1468*. Дадени се торус со оската o = AB [A(70,10,60), B(70,50,60)], радиусот на оскината кружница изнесува 40 mm и рамнината P[∞,90,100]. Да се претстави пресекот во три проекции и да се повлече тангента во произволна точка на пресечната крива.

1469. Земете горна половина од торус, чија оска е o = AB[A(70,20,0), B(70, 60,0)], радиусот на оскината кружница R = 50 mm и рамнината P [∞,60,90]! Нацртајте го пресекот во три проекции и поставете тангенти во точки S,T(50,y, z) на пресечната крива!

1470. Да се конструира пресек на задна половина од торус со оската o = AB [A(80,70,0), B(80,70,40)], радиусот на оскината кружница е R = 50 mm и рамнината P [∞,40,80], и повлечете тангента во произволна точка на пресечната крива, во три проекции.

1471. Даден е полуторус - долна половина на торус, чија оска е o = AB [A(80,20,70), B(80,60,70)], радиусот на оскината кружница изнесува 50 mm и рамнината P [∞,50,80]. Да се одреди пресек во три проекции и да се постават тангенти во точки, S,T, за кои е x = 50.

1472. Фиксирани се: торус со оската o = AB [A(50,60,0), B(50,60,30)], радиусот на оскината кружница R = 35 mm и рамнината P[-20,60,10]. Да се прикаже пресекот во три проекции и да се конструираат тангенти во точки на пресечната крива, за кои е x=35.

1473. Дадени се задна половина од торус, чија оска е o = AB[A(80,70,0), B(80,70,40)], радиусот на оскината кружница R = 50 mm и рамнината P[150,110, 65].Одредете го пресекот во три проекции и повлечете тангенти во допирни точки S,T(70,y,z)!

1474. Горна половина на торус, чија оска е o = AB[A(70,20,0), B(70,60,0)], радиусот на оскината кружница R = 70 mm и рамнината P[150,70,80] . Да се нацрта пресечна крива и да се повлечат тангенти во две произволни допирни точки,во придружени проекции.

1475.Земете долна половина од торус со оската o = AB[A(80,20,70), B(80, 60,70)],радиусот на оскината кружница е R = 50 mm и рамнината P[150,50,120]. Претставете пресек и допирка во произволна точка на пресечната крива во монжови проекции.

Примена на пресеци кај технички предмети

1476*. Даден е технички предмет во придружени проекции ,според приложените слики (сл.378 - 385 и 387 - 413),кој е пресечен по должините A - A.Нацртајте го предметот без пресечениот дел,во :

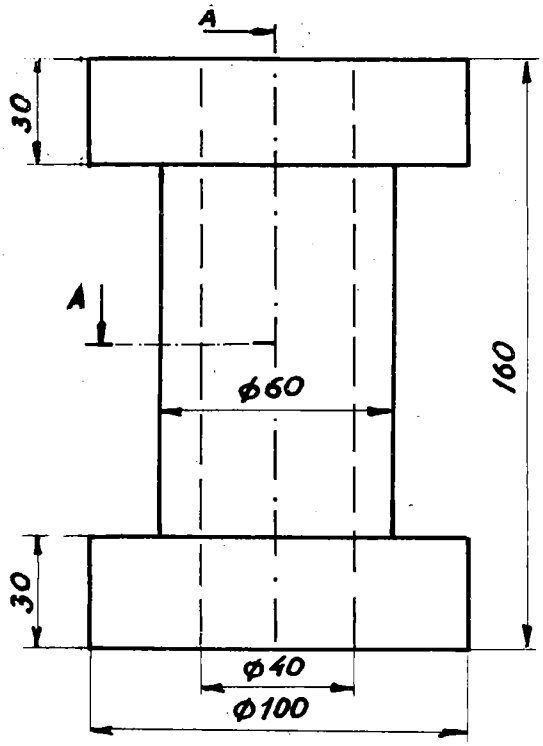
а)* коса проекција,при сопствен избор на φ и k, 6)три проекции !

Предметите приведени со сликите 385 и 398 се претставени во коса проекција со поглед одгора.

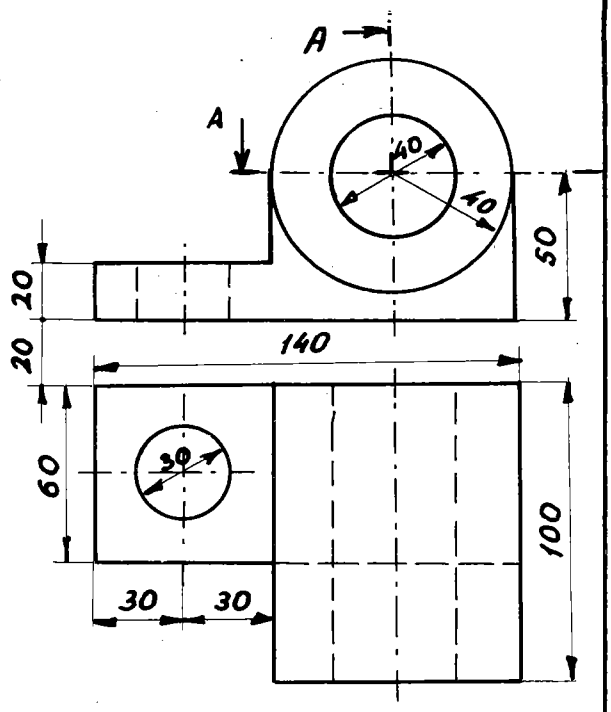
1477.Определен е технички предмет во фронтална проекција, според сликата (сл.377 и 386). Да се конструира предметот по отстранување 1/4 од него по должината на неговата оска, во:

а) коса проекција, изберете φ и k сами,

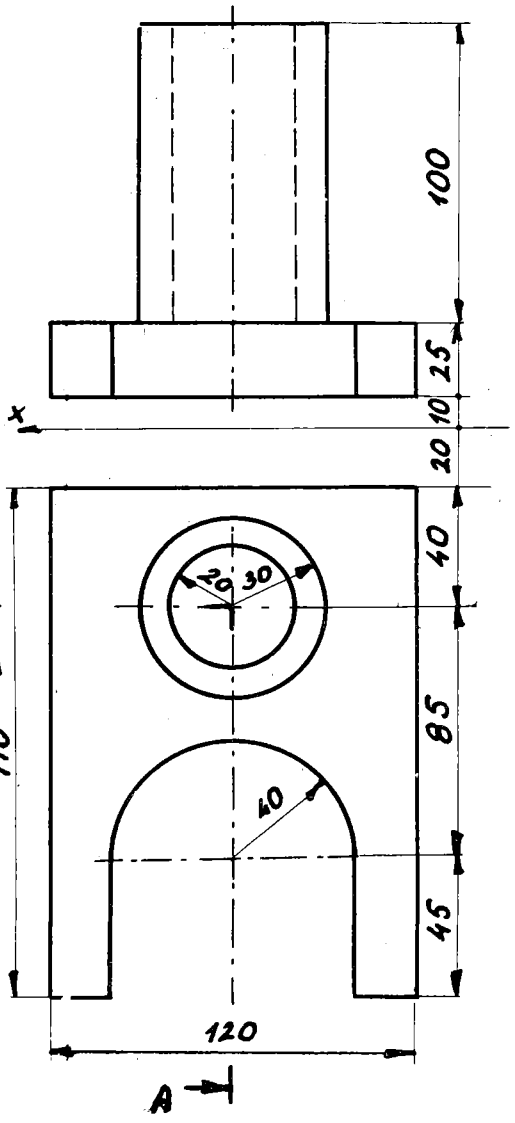
6) три проекции.



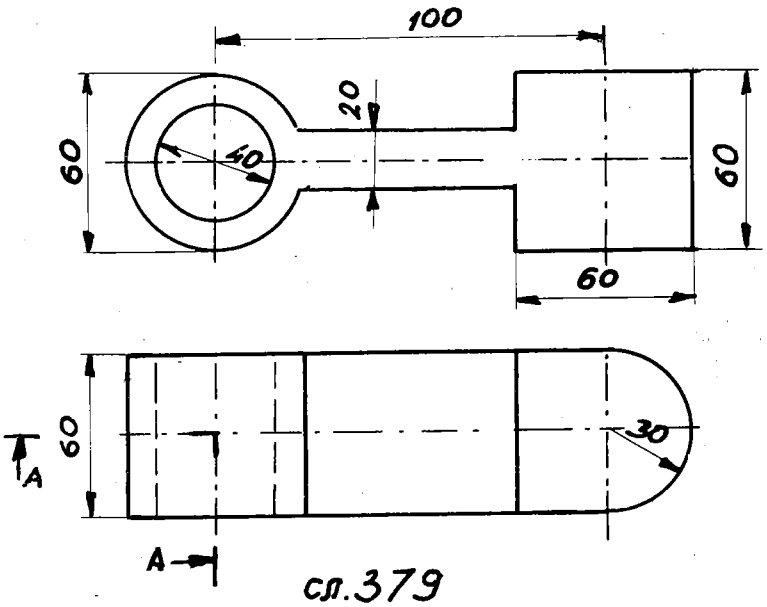
сл. 377



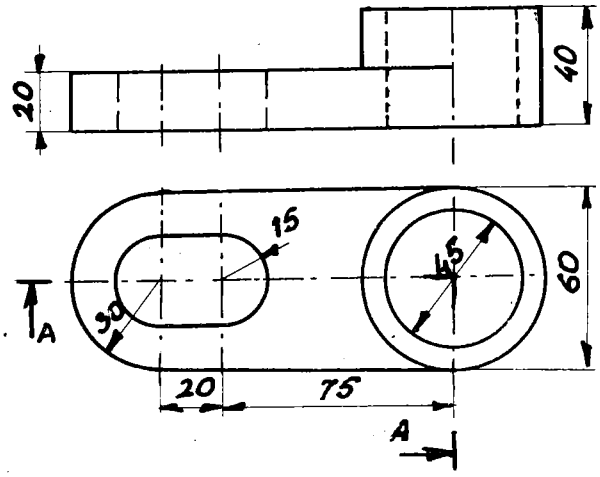
сл. 378



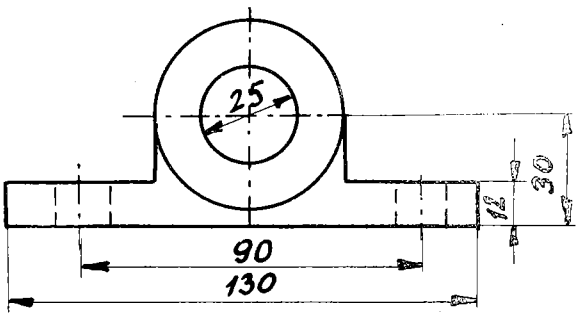
сл. 380

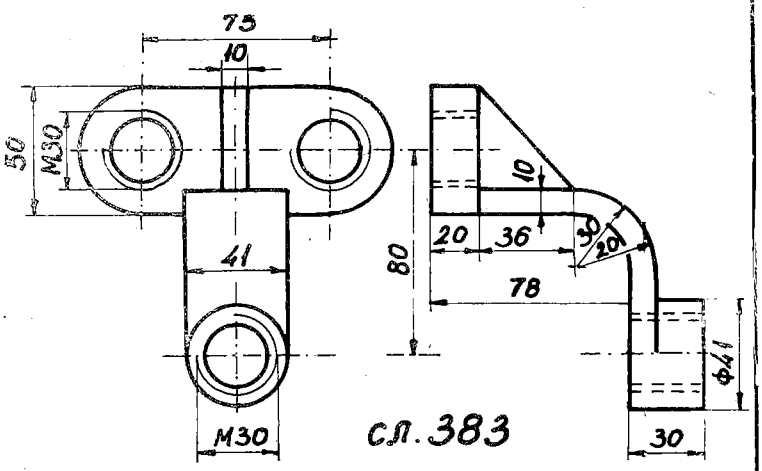


сл. 379

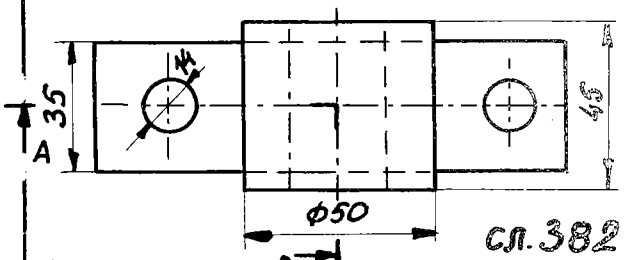


сл. 381

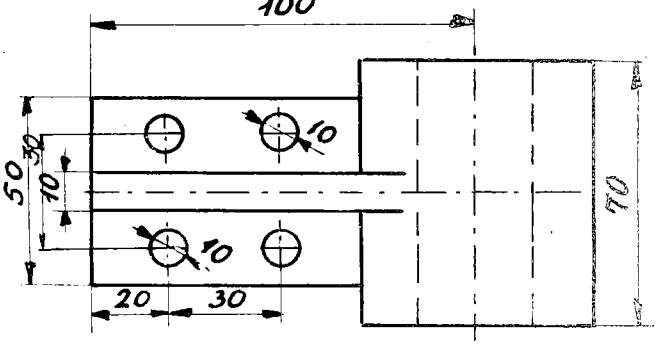


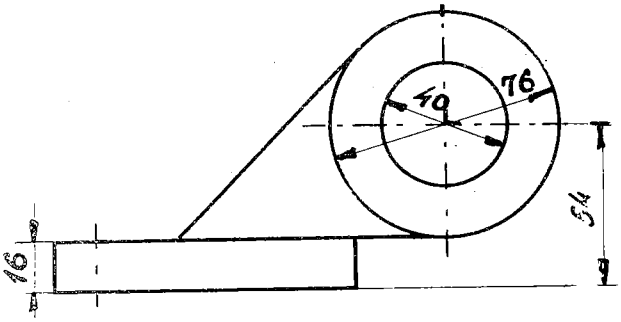


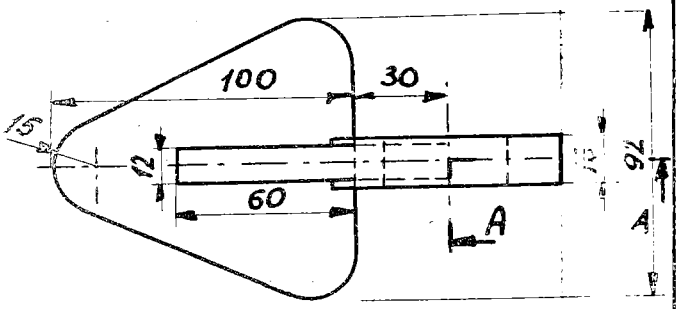
сл. 383



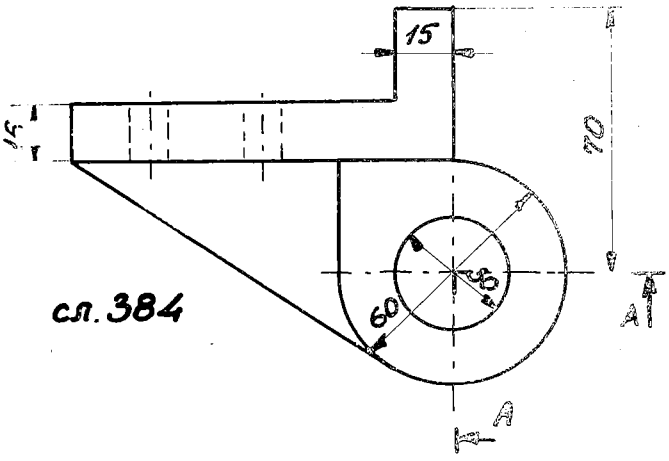
сл. 382



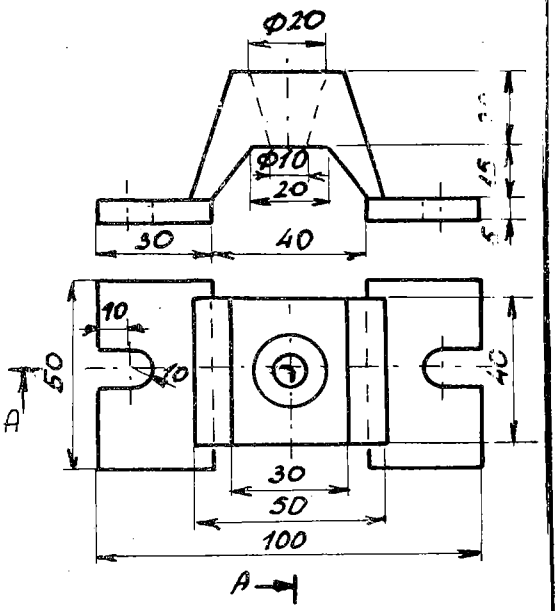




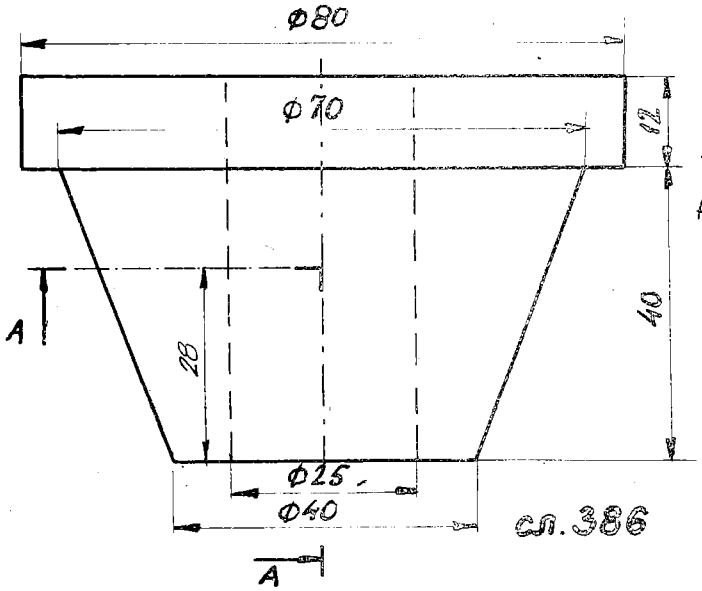
сл. 385



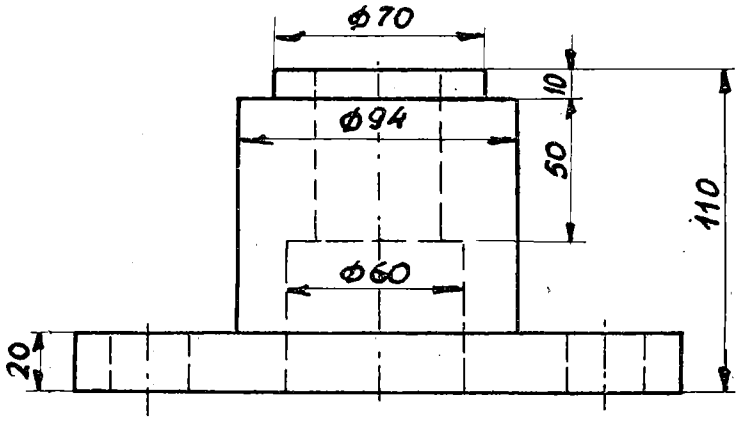
сл. 384

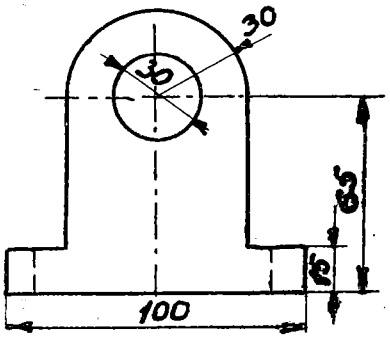


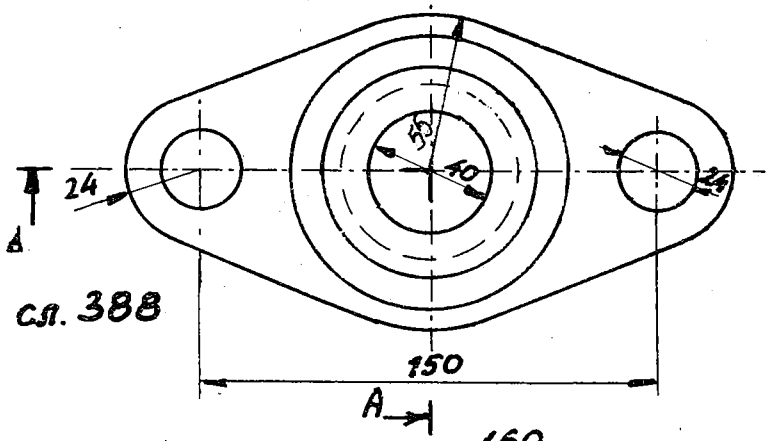
сл. 387



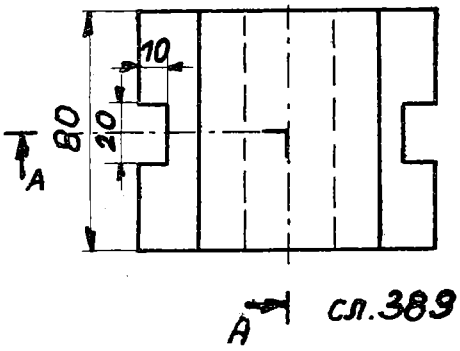
сл. 386



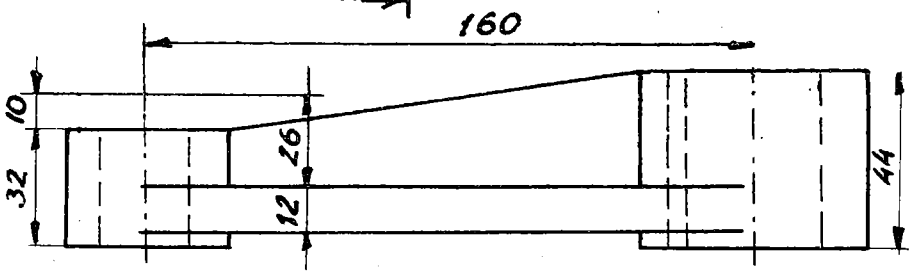




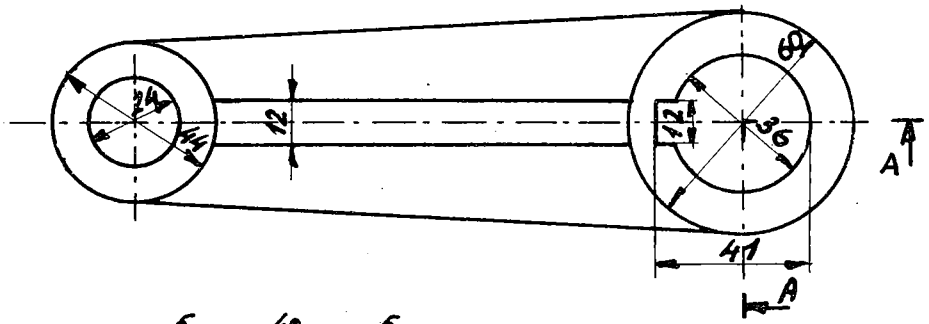
сл. 388

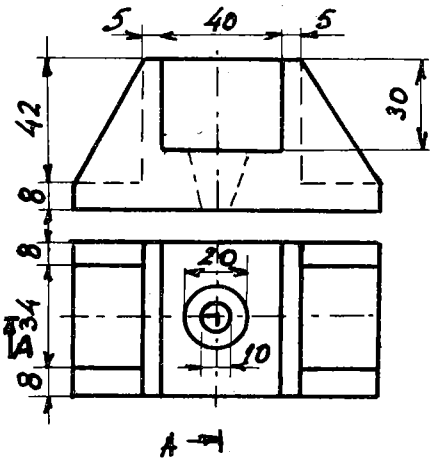


сл. 389

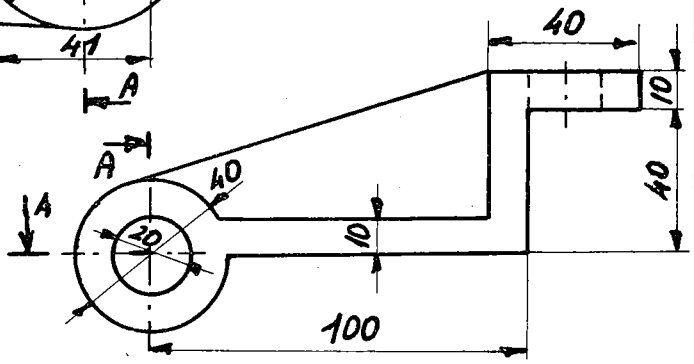


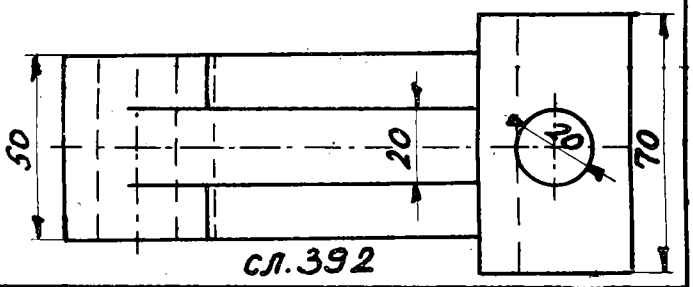
сл. 390



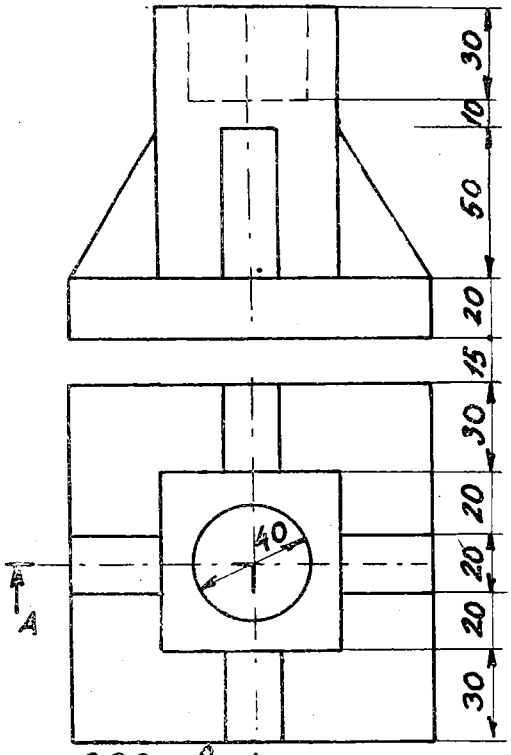


сл. 391

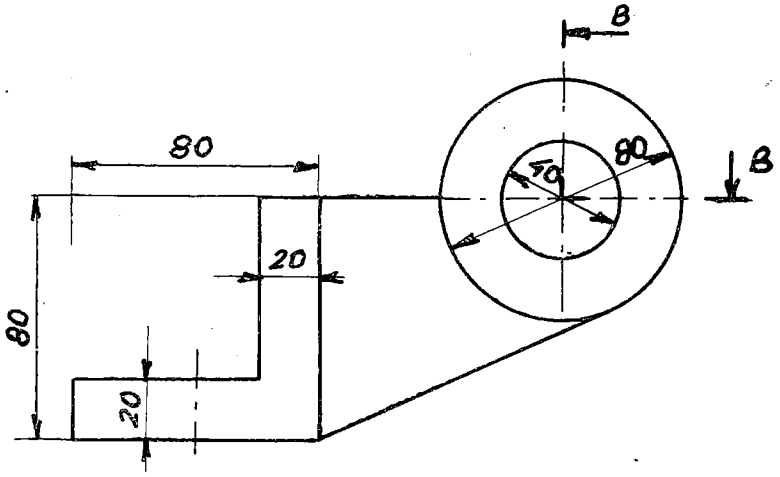


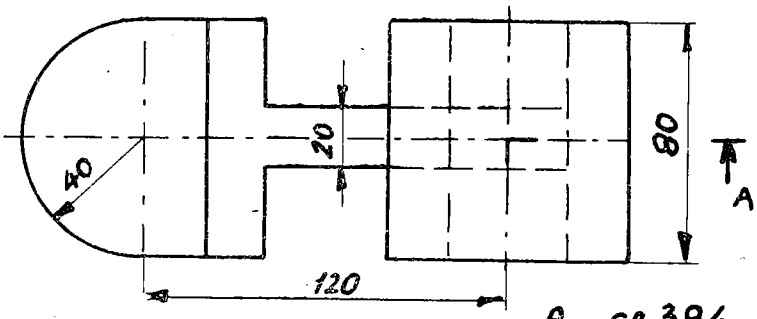


сл. 392

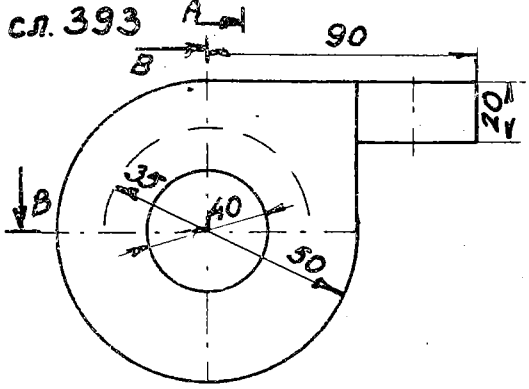


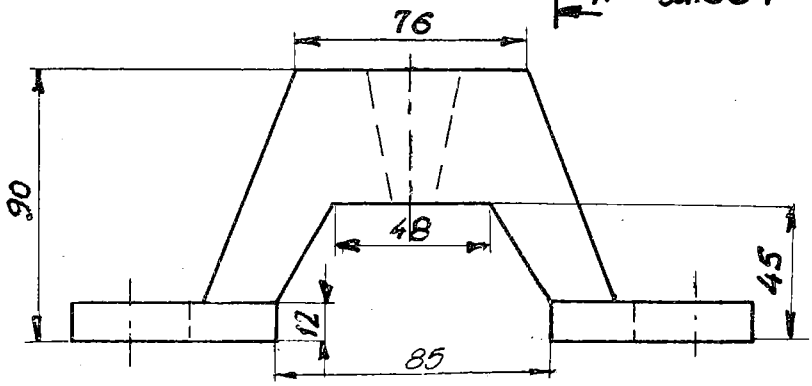
сл. 393

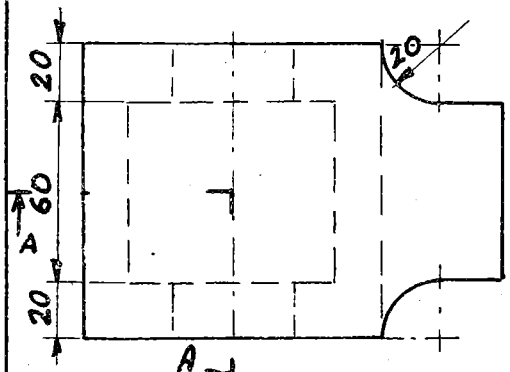




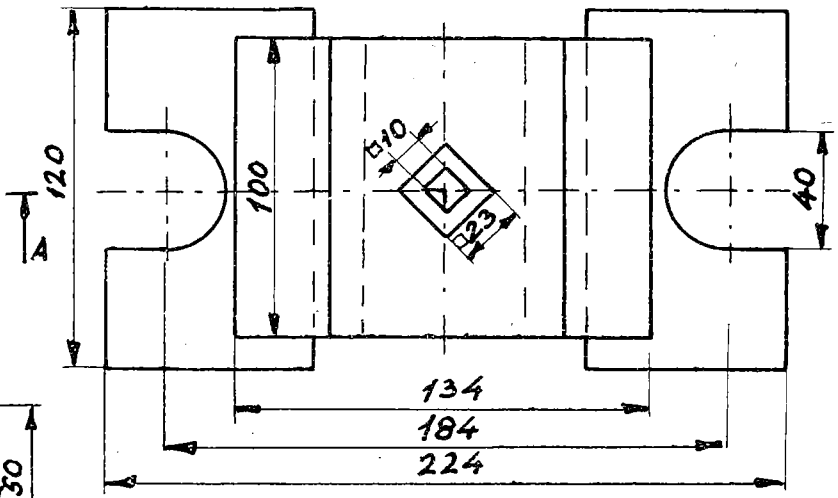
A сл.394



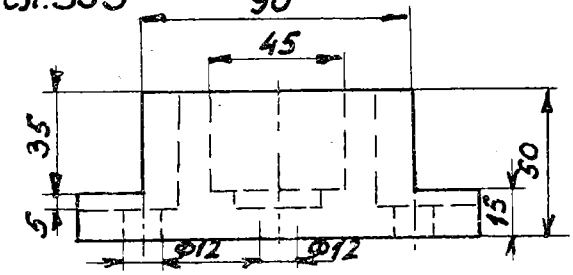


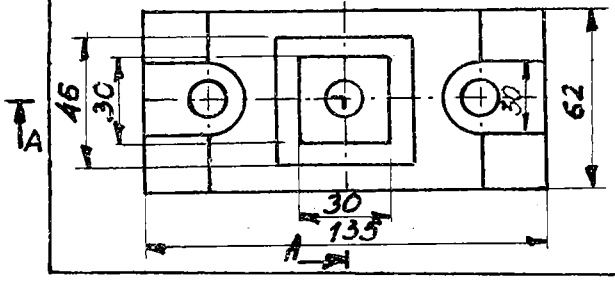


сл.395

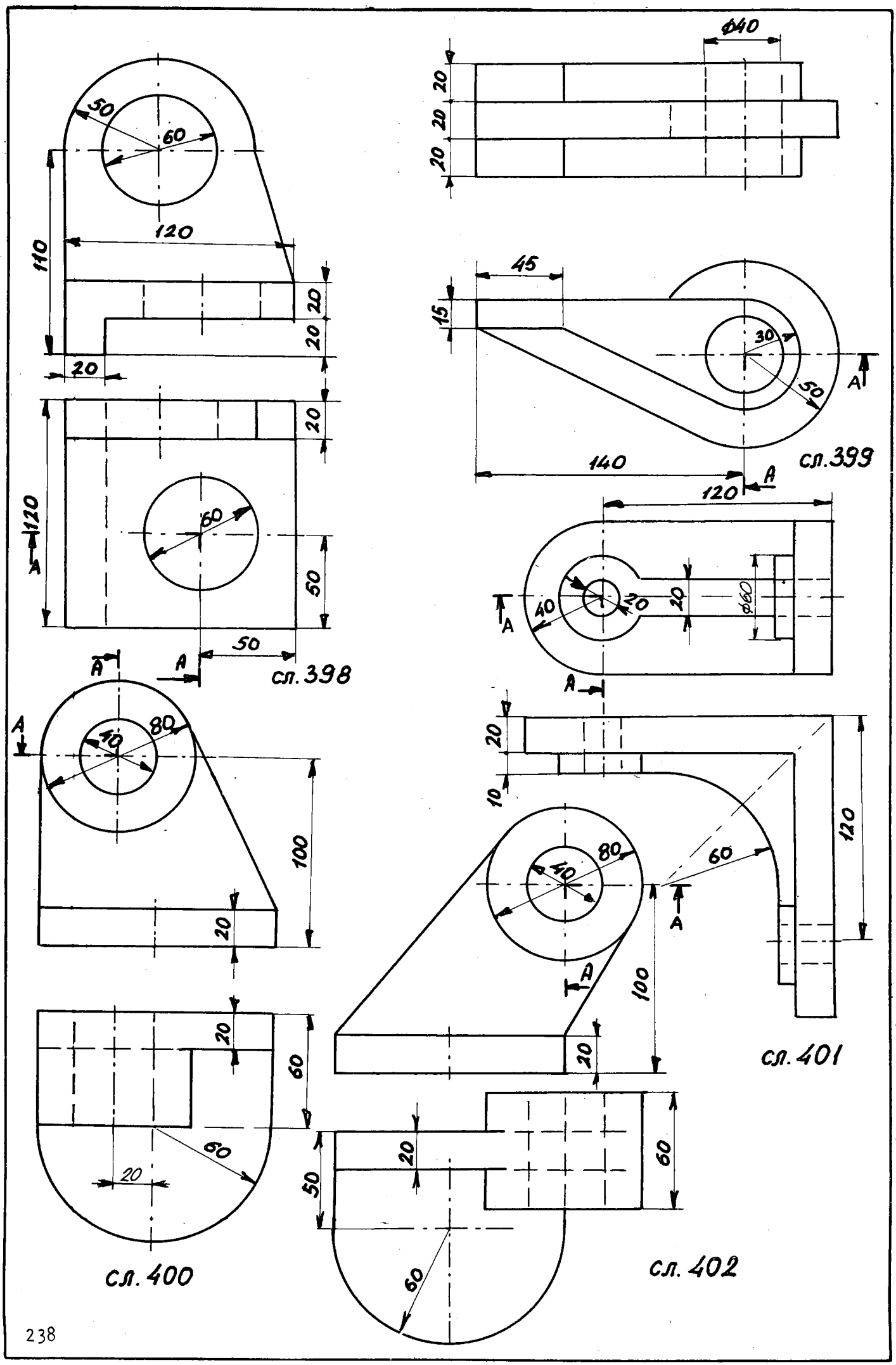


A сл. 396





сл. 397



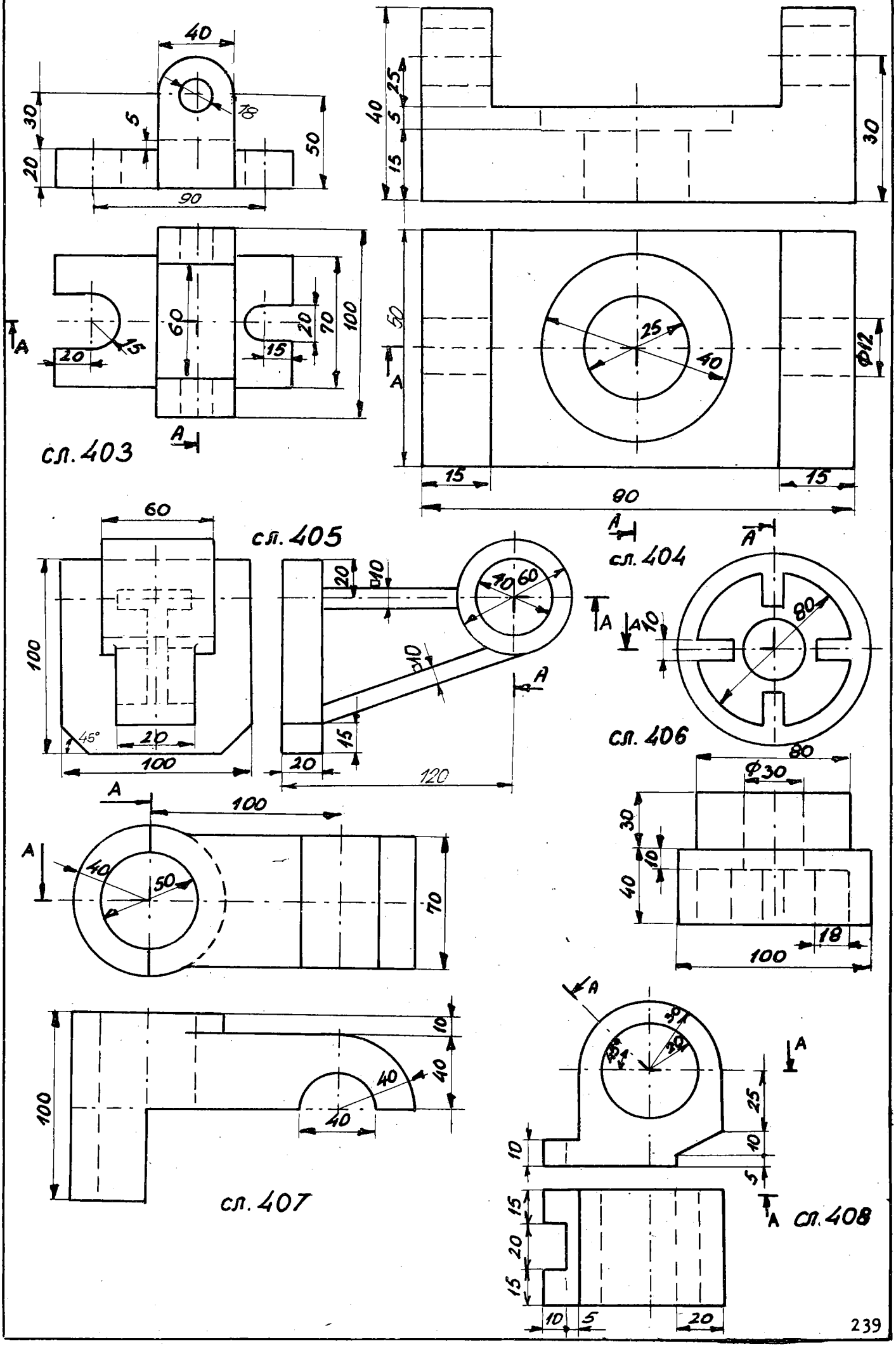
сл. 398

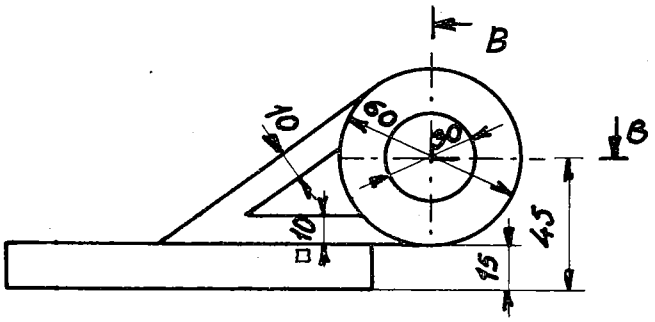
сл. 399

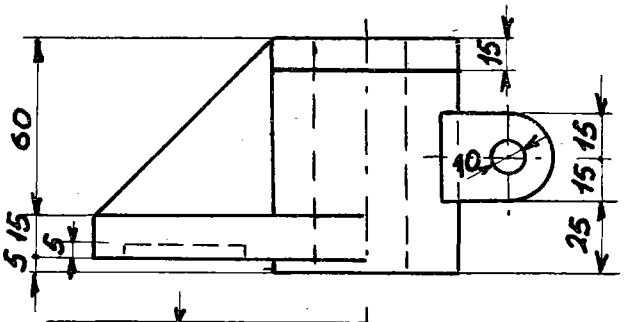
сл. 400

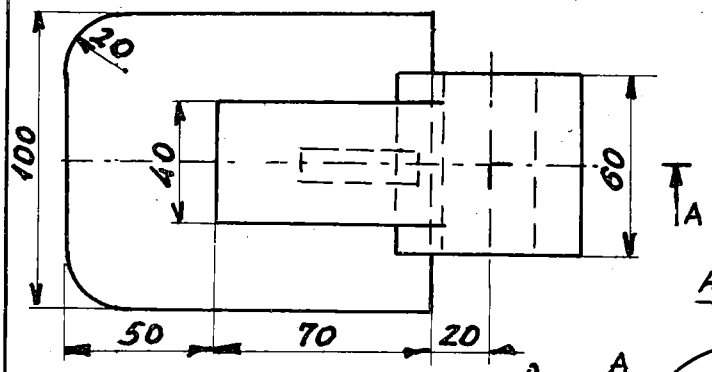
сл. 401

сл. 402

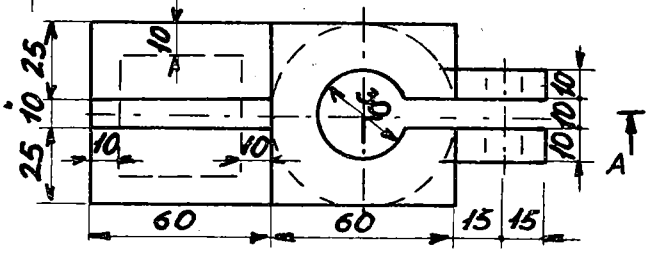

40
30
5
18
50
20
90
40
25
5
15
30
60
20
70
100
15
20
A
15
60
25
40
Ø12
15
15
90
A
A
A



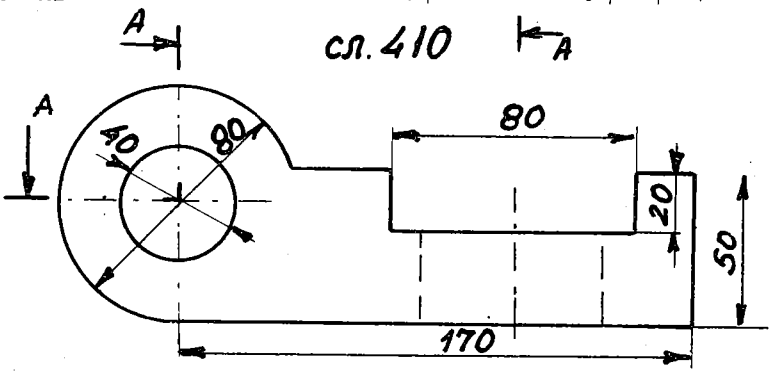


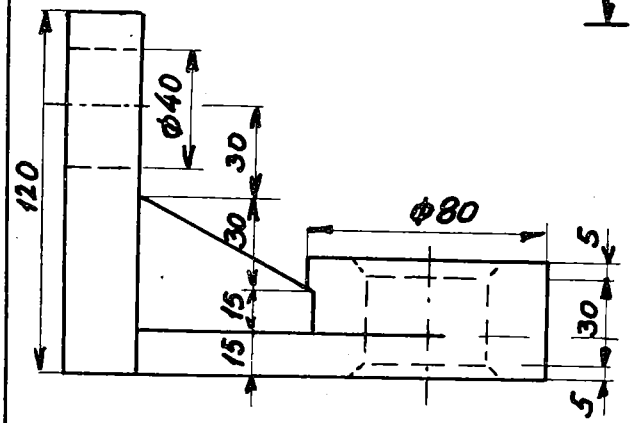


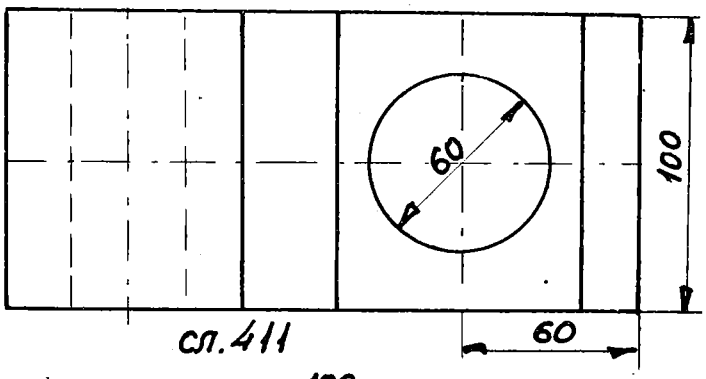
сл. 409



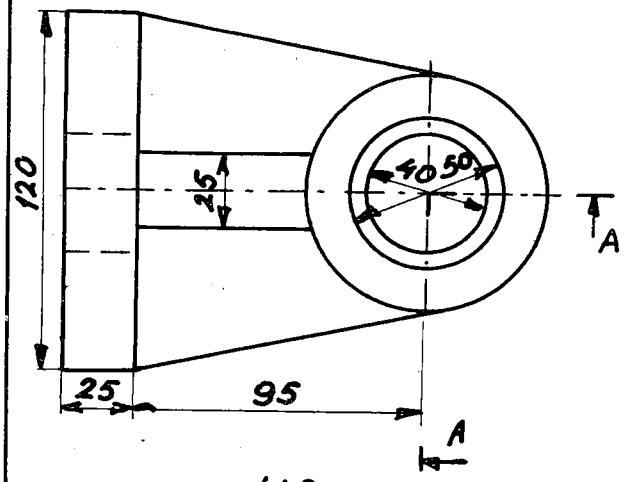
сл. 410



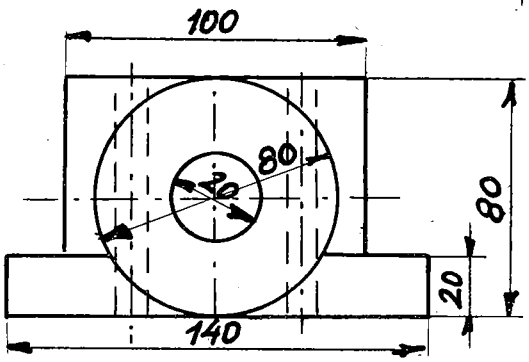


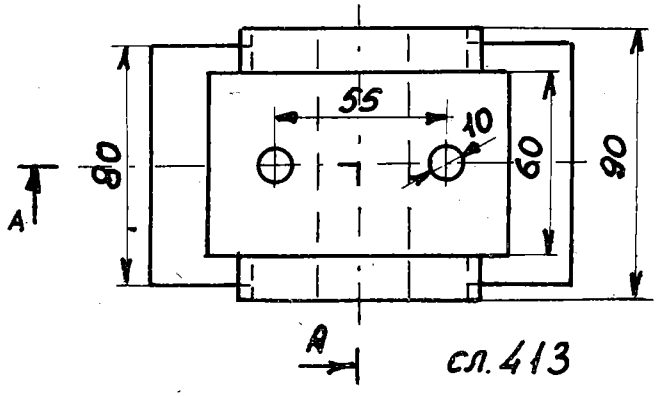


сл. 411



сл. 412





сл. 413

Глава седма

ПРОДОРИ НА ТЕЛА

VII 1. ПРОДОРИ НА РАБЕСТИ ТЕЛА

Продор на две призми

1478. Одредете продорен полигон меѓу исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чија долна основа е четириаголникот ABCD[A(20,10,0), B(60,30,0),C(30,65,0), D(5, 40,0)], а бочниот раб $\overline{AE}$ = 85 mm и исправена петострана призма IJKLMNPQRS со задна основа IJKLM [I(8,0,45), J(20,0,25), K(45,0,30), L(50,0,60), M(25,0, 70)], висината на призмата е $\overline{IN}$ = 80 mm ! Задачата да се претстави во:

а) коса проекција ($\varphi = 30^\circ$ и $k = 1/2$),

б) три проекции. Потоа развивтемрежа на петострана призма со вцртување на неа полигонската линија.

1479*. Дадени се : исправена тристрана призма ABCDEF со едната основа ABC /A(100,85,0),B(42,45,0),C(92,20,0)/,бочниот раб AD/A,D(100,85,112)/ и втора исправена тристрана призма,чија десна основа е триаголникот GHI /G (0,35,8), H(0,65,60), I(0,10,50)/ ако бочниот раб е $\overline{GJ}$ = 126 мм.Се бара нивниот продор во:

а)* коса проекција,ако се $\varphi = 135^\circ$ и $k = 1$, б) три проекции.

1480. Нацртајте продор на квадратна призма,чија задна основа е во Π_2, основниот раб е AB[A(40,0,30), B(20,0,80)], висината на призмата е $\overline{AE}$ = 100 mm со исправена четиристрана призма, при што е дадена десната основа IJKL [I(0,80,20), J(0,60,90), K(0,20,70), L(0,40,40)] и бочниот раб 110 mm! Задачата да се изведе во: а) коса проекција ($\varphi = 330^\circ$ и $k = 1$), б) три проекции!

1481. Да се конструира продорен полигон на две исправени призми: првата призма со едната основа ABCDE⌊A(20,30,0), B(35,5,0), C(70,5,0), D(70,5,0), E(50,70,0) и нејзиниот бочен раб $\overline{AE} = 90$ mm и втората со профилни основи, од кои десната е четириаголникот KLMN ⌊K(10,60,70), L(10,25,70), M(10,15,15), N(10,50,10)⌋ и бочниот раб KP⌊K,P(90,60,40)⌋. Сето тоа да се прикаже во следнава проекција: а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^\circ$ и $k = 3/4$, 6) три проекции.

1482. Одредете продор на правилна четиристрана призма ABCDEFGH, чија долна основа е дадена со едното негово теме A(40,45,0) и пресекот на неговите дијагонали S(60,65,0), а бочниот раб е $\overline{AE} = 60$ mm со исправена тристрана призма IJKLMN, ако основите имаат хоризонтално проектирачка положба, задната од нив е триаголникот IJK⌊I(0,50,20), J(30,y,10), K(20,y,45)⌋ и бочниот раб IL⌊I,L(95, 10,20)⌋, во:

а) коса проекција при $\varphi = 120^\circ$ и $k = 1/2$,

6) три проекции! Потоа одделно претставете фронтална проекција на четиристраната призма без продорниот дел.

1483. Да се најде меѓусебен продор на правилна шестострана призма, која е дадена со едната основа, односно темето A(40,10,0) и центарот на опишаната кружница околу таа основа M(50,30,0), а бочниот раб $\overline{AG} = 70$ mm со исправена тристрана призма, чии основи се во фронтално проектирачка положба, долната од нив е триаголникот NPQ⌊N(80,20,5), P(90,45,z), P(95,15,z)⌋ и бочниот раб NR⌊N,R (10,20,45)⌋, во следново проектирање

а) коса проекција, при $\varphi = 60^\circ$ и $k = 3/4$,

6) три проекции. Потоа одделно прикажете фронтална проекција на шестострана призма без заедничкиот дел (јадрото).

1484. Дефинирани се две исправени призми, чиј продор да се изведе во монжови проекции, имено исправена четиристрана призма со задна основа е четириаголникот ABCD⌊A(25,0,35), B(35,0,10), C(60,0,25), D(50,0,45)⌋, бочниот раб $\overline{AE} = 80$ mm и исправена четиристрана призма, чии основи имаат хоризонталнопроектирачка положба, една од нив е IJKL⌊I(65,10,30), J(70,y,50), K(80,40,40), L(75,y, 15)⌋ а бочен раб IM⌊I,M(x,y,30)⌋, ако нејзината должина е $\overline{IM} = 70$ mm. Потоа да се конструира мрежа на едната призма со нанесување на продорниот полигон врз неа.

1485. Најдете продорен полигон на исправена петострана призма, чија една основа е петаголникот ABCDE [A(5,20,0), B(40,10,0), C(60,25,0), D(40,45,0), E(15, 45,0)] и бочниот раб $\overline{AF}$ = 60 mm со коса тристрана призма, ако задната основа е триаголникот LKM[L(35,0,10), M(70,0,30), K(60,0,45)], бочниот раб LN[L,N(0,65,10)] во: а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и к = 1,

б) три проекции! Потоа одделно да се нацрта петострана призма без заедничкиот продорен дел во хоризонтална проекција.

1486. Одредете продор меѓу исправена тристрана призма ABCDEF, чија една основа е триаголникот ABC[A(45,0,30), B(100,0,55), C(70,0,70)], висина на призмата изнесува $\overline{AD}$ = 80 mm и коса тристрана призма со долната основа IJK[I(95,10, 0), J(160,50,0), K(130,70,0)], ако нејзиниот бочен раб е IL[I,L(20,10,80)] ! Задачава да се реши во: а) коса проекција, при сопствен избор на φ и к,

б) три проекции!

1487. Фиксирани се: исправена четиристрана призма со десна основа е паралелограмот ABCD [A(0,18,45), B(0,45,50), C(0,35,75) D], нејзината висина е $\overline{AE}$ = 50 mm и коса тристрана призма, чија една фронтална основа е IJK [I(32, 0,120), J(45,0,95), K(8,0,70)] со бочниот раб IL[I,L(32,55,54)]. Да се најде продорот во: а) коса проекција ($\varphi = 30^\circ$ и к = 2/3), б) три проекции.

1488. Да се прикаже продор на две призми, ако едниот базис на правилна четиристрана призма е квадратот ABCD [A(45,10,0), C(55,70,0)], а бочниот раб $\overline{AE}$[A,E(45,10,80)] , десниот базис на другата призма е четириаголникот IJKL [I(0,65,45), J(0,55,70), K(0,20,60), L(0,30,15)] , неговиот бочен раб е IM[I,M(100, 65,45)]. Задачата да се реши во:

а) коса проекција (извршете сами избор на φ и к),

б) три проекции.

1489. Одредете продор на две призми: ако долната основа на првата призма е ABC[A(60,0,65), B(90,0,100), C(100,0,75)] и бочниот раб е AD[A, D(60,140, 65)], додека основа на другата призма е KLMN [K(0,35,85), L(10,10,25), M(30,0, 50), N(25,30,110)], бочниот раб KN[K,N(110,110,85)], во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и к = 1/2, б) три проекции!

1490. Земете две коси призми: првата има долна основа петаголникот ABCDE [A(0,100,0), B(5,135,0), C(30,150,0), D(60,130,0), E(40,95,0)], бочниот раб AF [A,F(50,30,120)], а долната основа на втората призма е KLM [K(105,90,0), L(75,150)0), M(140, 145,0),] и бочниот раб KN [K,N (0,5,120)! Да се нацрта нивниот

продор, во:

а) коса проекција ($\varphi = 45^{\circ}$ и $k = 3/4$), б) три проекции.

1491. Да се конструира продорен полигон на коса тристрана призма со задна основа ABC[A(0,0,75), B(20,0,120), C(60,0,115)], нејзиниот бочен раб е A,D [A,D (95,95,15)] и втора коса тристрана призма со фронтални основи, ако едната основа е GHI [G(80,0,125), H(115,0,135), I(135,0,85)] иако бочниот раб е GJ [G, J (0,80,75)]. Сето тоа да се претстави во следнава проекција:

а) коса проекција ($\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 1/2$),

б) во монжови проекции. Потоа да се претстави првата призма во хоризонтална и втората призма во фронтална проекција без заедничкото тело, со паралелно поместување надесно за 160 мм.

1492*. Одредете продорен полигон на две коси призми: едната основа на првата призма е ABCDE [A(20,50,0), B(40,45,0), C(50,65,0), D(45,70,0), E(35,75,0)] и бочниот раб AF[A,F (45,15,60)] а другата призма со долната основа е KLM [K(70,45, 0), L(90,70, 0), M(60,75,0)] и бочниот раб KN [K,N (20,5,60)], во:

а) коса проекција, при податоците $\varphi = 45^{\circ}$ и $k = 3/4$, б)* придружени проекции.

1493. Нацртајте просторен полигон меѓу коса тристрана призма со хоризонтални основи чија долна основа е триаголникот ABC[A(10,10,0), B(40,50,0), C(60,30,0)], бочниот раб AD[A, D(30,60,80)] и коса тристрана призма што има профилни основи, десната од нив е GHI [G (0,20,50), H(0,40,25), I(0,65,60)] со бочниот раб GJ [G,J (120,80,25)]! Решението да се даде во:

а) коса проекција, ако $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 2/3$, потоа претставете ја првата призма како полно тело со отстранување на втората призма,

б) три проекции! Во хоризонтална и фронтална проекција да се одвои јадрото со транслација (паралелно поместување) на продорните точки настрана за 120 мм.

1494. Определени се: коса петострана призма, чија една основа е петаголникот ABCDE [A(55,0,10), B(105,0,30), C(90,0,50), D(40,0,70), E(25,0,50)], бочниот раб е AF [A,F (55,135,140)] и коса четиристрана призма со профилни основи, десната е KLMN [K(0,35,140), L(0,65,175), M(0,25,205), N(0,10,150)], а бочниот раб KP[K,P (120,105,20)]. Да се претстави продорот на двете тела во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 210^{\circ}$ и $k = 1$, б) три проекции. Земете ги во размер 1:2.

1495. Одредете продорен просторен полигон на две коси тристрани призми: првата со задна основа е ABC[A(70,0,25), B(100,0,60), C(110,0,30)], а бочниот раб AD[A, D(0,80,65)] и втората чија една основа е триаголник GHI[G (0,35,40),

H(25,20,10), I(10,55, z)] што е во фронталнопроектирачка положба, т.е. е нормална на Π_2, додека бочниот раб е GJ [J(90,35,100)]! Сето ова да се изведе во придружени ортогонални проекции, потоа да се нацрта јадрото со транслација надесно за 120 mm.

Продор на призма и пирамида

1496. Определете продор на исправена призма со пирамида, ако основата на пирамидата е ABCD [A(10,0,20), B(30,0,60), C(80,0,40), D(70,0,10), E(40,0,5)] и врвот V(40,30,30). Задната основа на призмата е четириаголникот KLMN [K(20,0,15), L(30,0,40), M(50,0,40), N(60, 0,25)] и бочниот раб KP [K,P(20,50,15)]. Задачата да се реши во: а) коса проекција ($\varphi = 330^\circ$ и к = 1), б) три проекции.

1497 . Да се конструира продор на правилна призма со пирамида: ако основата на пирамидата е ABCDE [A(20,20,0), B(40,60,0), C(90,40,0), D(80,10,0), E(50,5,0)] , врвот V(50,30,30) и долната основа на призмата е KLMN [K(30,15,0), L (40,40,0), M(60,40,0), N(70,25,0)] и бочниот раб KP[K,P(30,5,50)], во:
а) коса проекција при $\varphi = 150^\circ$ и к = 3/4, б) три проекции.

1498* Најдете продорен полигон на четиристрана пирамида , чија основа е ABCD[A(0,70,0), B(50,90,0), C(70,140,0), D(10,110,0)] , врвот V(130,15,100) со коса тристрана призма, ако основа е триаголникот EFG [G (130,85,0), E (130,130,0), F (70, 120,0)] и бочниот раб EH[E,H(55,45,110)], во:
а) коса проекција ($\varphi = 45^\circ$ и к = 3/4), б) пар.

1499* Да се прикаже продор на исправена тристрана призма, чија задна основа е триаголникот DEF/D (100,0,12), E (35,0,30), F (73,0,50)/, бочниот раб $\overline{DG}$ = 120 мм, со тристрана пирамида , ако основа е триаголникот ABC/A(120,20,0), B(78,120,0), C(45,38,0)/ и врвот V(78,70,78), во следнава проекција :
а)* коса проекција, при податоците $\varphi = 135^\circ$ и к = 1/2, б) три проекции.
Одделно да се нацрта јадрото-заедничкиот продорен дел на двете тела.

1500. Одредете меѓусебен продор на исправена четиристрана призма со десна основа е четириаголникот ABCD[A(0,30,80), B(0,10,50), C(0,55,10), D(0,80,35)] , бочниот раб $\overline{AE}$ = 100 mm и правилна тристрана пирамида KLMV , чија основа е дадена со темето K(5,20,0) и центарот на опишаната кружница околу еднаквостраниот триаголник S(50,40,0), во: а) коса проекција ($\varphi = 210^\circ$ и к = 1/2), б) три проекции!
Потоа одделно претставете го заедничкиот продорен дел (јадрото) во хоризонтална проекција со транслација налево за 120 mm.

1501. Нацртајте продор во три проекции на исправена четиристрана призма, со една основа е четириаголникот ABCD[A(10,50,45), B(10,60,25), C(10,35,5), D(10,20, 20)] и бочниот раб $\overline{AE}$ = 70 mm со правилна петостранапирамида LMNPQV, од чија основа е дадено темето L(20,20,0) и центарот на опишаната кружница околу основата S(45,30,0), а висината на пирамидата е $\overline{SV}$ = 65 mm. Потоа одделно претставете ја фронталната проекција на пирамидата без продорниот дел.

1502. Да се претстави продорен полигон на четиристрана пирамида ABCDV, чија основа е ABCD[A(20,0,40), B(50,0,80), C(110,0,30), D(60,0,20)] и врвот V(70,90,50), со коса четиристрана призма KLMNPQRS, ако нејзината основа е четириаголникот KLMN [K(80,30,0), L (100,0,0), M(130,20,0), N(110,40,0)] и бочниот раб KP[K, P(0,80,90)]. Решението прикажете го во следнава проекција:

а) коса проекција, φ и к изберете ги сами

б) ортогонални проекции. Потоа да се нацрта само јадрото во придружени проекции со паралелно поместување на продорните точки надесно за 120 mm.

1503. Дефинирани се: коса четиристрана призма ABCDEFGH со фронтални основи, ако нејзината задна основа е ABCD[A(20,0,40), B(40,0,80), C(80,0,80), D(100, 0,50)], бочниот раб AE[A,E(120,100,30)] ипетострана пирамида IJKLMV, чија основа е IJKLM [I(0,0,40), J(40,0,120), K(140,0,80), L(120,0,20), M(60,0,10)], а врвот V(60,50,60). Нацртајте го пространиот продорен полигон на двете тела во:

а) коса проекција, при $\varphi = 45^{\circ}$ и к = 1,

б) монжови проекции! Потоа прикажете ја призмата во фронтална и пирамидата во хоризонтална проекција без заедничкиот дел (јадрото), со транслација налево за 140 mm.

1504. Земете коса тристрана призма, чија десна основа е триаголникот ABC [A(0,10,50), B(0,45,90), C(0,20,90)], бочниот раб AD[A, D(85,10,0)] и тристрана пирамида GHIV со основата GHI[G(15,0,20), H(55,0,85), I(85,0,20)], а врвот V(55,60,40)! Да се најде нивниот меѓусебен продор во следново проектирање:

а) коса проекција, при податоците $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 3/4, при дефинитивна видливост претпоставете ја призмата (пирамидата) како полно тело отстранувајќи ја пирамидата (призмата),

б) три проекции. Да се развие мрежа на призмата со продорниот полигон.

1505. Дадени се исправена квадратна призма со една основа во Π_2, ABCD [A(20,0,130), B, C(140,0,90), D], бочните рабови со должина - 120 mm и пирамида

KLMNV, чија основа KLMN е нормална на Π_2, имено K(140,0,140), L(160,120, z), M(200,100, z), N(220,20,20) и врвот V(-20,60,60). Одредете продор во коса проекција, при следниве елементи на проектирање $\varphi = 120^\circ$ и $k = 1$!

Продорен полигон на две пирамиди

1506. Одредете продор на две коси пирамиди: основата на првата пирамида е ABCDE [A(10,65,0), B(85,30,0), C(150,105,0), D(140,135,0), E(90,140,0)], врвот V(125,60,85) и четиристрана пирамида, чија основа е четириаголникот KLMN [K(50,80, 0), L(105,35,0), M(145,65,0), N(125,100,0)], а врвот T(90,80,120)! Задачата да се реши во: а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^\circ$ и $k = 1/2$, б) три проекции.

1507. Дадени се две пирамиди: првата со триаголникот ABC[A(0,10,0), B(0,38,20), C(0,5,35)], а врвот V(48,58,54) и читиристрана пирамида DEFGT, чија основа е DEFG [D (0,14,40), E(0,35,55), F (0,25,78), G (0,5,62)], а врвот T(70,70.10). Да се најде нивниот продор во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$,

б) три проекции. Потоа конструирајте обвивка начетиристраната пирамида со нанесување на продорниот полигон.

1508. Определен е хоризонтален правилен шестаголник ABCDEF со центарот G(70,70,0) и темето A(130,70,0). Нацртајте три проекции на правилна тристрана пирамида ACEH, чиј врв е H(70,70,60) и правилна тристрана пирамида BDFI, чиј врв е I(70,70,90)! Потоа одредете го нивниот продор.

1509.* Да се нацрта продор на две пирамиди: правилна шестострана пирамида, ако се дадени темето A(0,10,0), центарот G(0,45,0) и врвот V(0,45,60) и тристрана пирамида, чија основа е HIJ [H (0,0,0), I(20,0,60), J(75,0,30)] и врвот T(-40,90,20), во:

а) коса проекција ($\varphi = 135^\circ$ и $k = 1/2$), б) монжови проекции.

1510. Одредете продорен полигон меѓу правилна четиристрана (квадратна) пирамида ABCDV, чија основа е хоризонтална, ако се дадени двете темиња A(-25, 10,0), C(-45,75,0), висината изнесува $\overline{SV} = 50$ mm и тристрана пирамида со основата EFG [E(0,70,10), F(0,20,25), G(0,50,40)] и врвот T(-85,50,15)! Сето ова да се претстави во следнава проекција:

а) коса проекција φ k одберете ги сами, б) монжови проекции.

1511. Фиксирани се: правилна шестострана пирамида со темето A(10,0,75), врвот V(45,60,75) и тристрана пирамида, чија основа е триаголникот GHI [G(0,0, 75), H(0,30,0), I(0,60,55)], а нејзиниот врв T(90,20,115). Да се најде меѓусебниот продор во:

а) коса проекција $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 1/2$), б) три проекции, потоа да се најде развивка на правилната шестострана пирамида со продорниот полигон.

1512. Базисот на четиристрана пирамида е ABCD [A(175,35,0), B(140,90,0), C(80,45,0), D(130,15,0)], а врвот V(25,20,120), додека петострана пирамида има базис EFGHI [E(40,0,65), G(85,0,100), H(150,0,60), H(125,0,15), I(60,0,10)] и врвот T(90,90,40). Се бара нивниот продор во:

а) коса проекција, при сопствен избор на φ и k, б) три проекции.

Потоа да се нацрта во фронтална проекција петостраната пирамида и во хоризонтална проекција четиристраната без јадрото (заедничкиот дел) со транслација налево за 180 mm.

1513. Дефинирани се две четиристрани пирамиди: првата има основа ABCD [A(-20,85,0), B(-20,30,0), C(-55,10,0), D(-55,60,0)], а врвот V(-30,55,75) и втората пирамида, чија основа е EFGH[E(0,65,20), F(0,50,45), G(0,5,30), H(0,20,5)] и врвот T(-100,15,90). Најдете го продорниот полигон во следново проектирање:

а) коса проекција $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 1/2$), потоа при дефинитивна видливост да се прикаже само едната пирамида како полно тело отстранувајќи ја другата,

б) три проекции!

1514. Конструирајте продорен просторен полигон меѓу четиристрана пирамида, чија основа е четириаголникот ABCD [A(0,0,20), B(40,0,80), C(60,0,30), D(30,0,10)] и врвот V(35,80,50) со тристрана пирамида, чија основа е EFG [E(0,30,10), F(0,50, 40), G(0,20,80)] и нејзиниот врв T(80,10,50)! Задачава да се изведе во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 2/3$, б) три проекции, потоа да се најде развивка на четиристраната пирамида со продорниот полигон.

1515. Одредете продор на две пирамиди: првата со основа триаголникот ABC [A(-45,20,0), B(-25,110,0), C(60,55,0)], а врвот V(0,55,130) и втората е четиристрана пирамида, чија основа е DEFG [D(-75,30,45), E(-65,60,10), F(-55,y,30), G(-45, y,70)], која е хоризонталнопроектирачка, т.е. нормална на Π_1, а врвот се наоѓа во точката T(110,80,55)! Сето ова да се прикаже во ортогонални проекции.

1516 Земете петострана пирамида ABCDEV, ако основата е ABCDE[A(0,0,30), B(10,0,60), C(65,0,45), D(50,0,8), E(30,0,5)], а врвот V(40,85,30) и тристрана пирамида FGHT, чија основа има фронталнопроектирачка положба FGH[F (55,20, z) G(90,5,30), H(80,40,40)] и врвот T(0,25,5)! Најдете го нивниот меѓусебен продор во нивни проекции! Потоа конструирајте обвивка на тристраната пирамида со продорниот полигон.

VII 2. ПРОДОРИ НА РАБЕСТИ И ВАЛЧЕСТИ ТЕЛА

Продор на кружен цилиндар и призма, односно пирамида

1517. Зададени се: ротационен цилиндар со својата оска $\overline{MN}$ [M(35,0,45), N(35, 80,45)], радиусот $r = 25$ mm и исправена четиристрана призма, чија долна основа е четириаголникот ABCD [A(5,25,0), B(35,5,0), C(65,30,0), D(20,65,0)] и бочниот раб $\overline{AE} = 85$ mm. Да се конструира нивниот продор и тангента во допирни точки ST [S,T(30,y, z)], во следново проектирање:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 1$, б) три проекции

1518. Одредете продор на ротационен цилиндар, чии центри се M(50,70,0) и N(50,70,90), а радиусот $r = 40$ mm со исправена тристрана призма ABCDEF, ако задната основа е триаголникот ABC [A(25,10,25), B(60,10,15), C(75,10,60)] и бочниот раб $\overline{AD} = 120$ mm. Повлечете тангенти во точките S и T на продорната крива, за кои е $x = 40$. Потоа да се отстрани призмата, Задачата да се реши во:
а) коса проекција, $\varphi = 225^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1519. Определени се исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чија десна основа е ABCD [A(0,40,10), B(0,80,50), C(0,50,90), D(0,15,40)], бочниот раб AE [A,E(120,40,10)] и ротационен цилиндар со центрите M(50,50,0), и N(50,50,110), а радиусот $r = 40$ mm. Нацртајте ја нивната продорна крива и тангенти во допирни точки S,T(80,y,z) што припаѓаат на предниот дел од цилиндарот, во:
а) коса проекција, земајќи $\varphi = 315^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1520. Земете ротационен цилиндар со неговите центри M(65,50,0), N(65,50,80), радиусот $r = 25$ mm и квадратна призма, чија десна основа е определена со темињата A(0,80,50), C(0,15,25) и нејзината висина изнесува 120 mm ! Најдете продорна крива и во една произволна допирна точка повлечете тангента, во ова проектирање:
а) коса проекција при сопствен избор на φ и k, б) три проекции!
Потоа да се конструира развивка на призмата со продорната крива.

1521. Да се претстави меѓусебен продор на кос кружен цилиндар со една основа во Π_1, чии центри се M(70,25,0) и N(70,90,80), радиусот $r = 25$ mm, со коса тристрана призма ABCDEF, чија една основа е триаголникот ABC[A(100,40,0), B(140, 75,0), C(125,15,0)] и бочниот раб AD[AD (0,40,80)], во монжови проекции. Повлечете тангенти во точки S,T на продорната крива, ако е $x = 85$. Потоа нацртајте ја фрон-

талната проекција на цилиндарот без продорниот дел со паралелно поместување надесно.

Овој продор да се прикаже во коса проекција, при податоците $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$.

1522. Да се конструира продорна крива на ротационен цилиндар со центрите MN [M(90,0,50), N(90,120,50)], а радиусот $r = 40$ mm и коса тристрана призма ABCDEF, чија една основа е ABC[A(0,70,0), B(100,50,0), C(60,30,0)] и бочниот раб AD [A,D (180,70,100)], во три проекции. Повлечете тангенти во допирни точки S,T(110,y,z). Одредете ја хоризонталната проекција на призмата без продорниот дел со транслација налево.

Се бара продорот и во коса проекција ($\varphi = 315^\circ$ и $k = 4/5$).

1523. Прикажете меѓусебен продор на ротационен цилиндар, чии центри се M(70,50,0), N(70,50,100), радиусот изнесува 25 mm и коса четиристрана призма со задна основа е четириаголникот ABCDA(0,0,40), B(50,0,10), C(30,0,70), D(10,0, 80)], бочниот раб AE[A,E(100,100,40)] ! Решението да се претстави во:
а) коса проекција, при $\varphi = 210^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции!

1524. Фиксирани се ротационен цилиндар со центрите M(60,100,100) и N(280, 100,100), а радиусот $r = 80$ mm и коса четиристрана призма ABCDEFGH, чија долна основа е ABCD [A(300,60,0), B(260,130,0), C(180,70,0), D(220,20,0)] и бочниот раб AE[A,E(140,120,200)]. Дадените тела нацртајте ги во три проекции и најдете ја нивната продорна крива , повлекувајќи допирки во една нејзина точка. Потоа при конечно исцртување на видливост да се земе како да е отстранета призмата.

1525. Одредете продор помеѓу исправена тристрана призма, чии основи имаат хоризонталнопроектирачка положба, т.е. нормални се на Π_1, задната основа е ABC [A(0,55,0), B(45,135,20), C(25,y,70)], бочниот раб $\overline{AD} = 100$ mm и ротационен цилиндар определен од оската MN [M(75,80,0), N(75,80,100)], радиусот 45 mm! Да се нацрта допирка во една точка на продорната крива. Задачата да се реши во:
а) коса проекција ($\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$), б) моножови проекции.

1526. Долната основа на кос кружен цилиндар е во Π_1 со центарот M(80,30,0), додека вториот центар е N (30,30,50) и радиусот $r = 30$ mm. Определена е исправена тристрана призма, чија задна основа е триаголникот ABC[A(45,0,40), B(80,0,25), C(55,0,0)] и бочниот раб $\overline{AD} = 70$ mm. Се бара нивната продорна крива и допирка во нејзина произволна точка, кај следнава проекција:
а) коса проекција при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 1$, б) три проекции.

1527. Конструирајте продор на кос кружен цилиндар со фронтални основи чии центри се M(30,0,25), N(90,55,25), радиусот r = 25 mm и исправена четиристрана призма, чија долна основа е четириаголникот ABCD[A(45,35,0), B(55,15,0), C(95,20,0) D(70,45,0)] и бочниот раб $\overline{AE} = 55$ mm. Да се нацрта тангента во произволна точка на продорната крива. Задачата да се прикаже во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 315^{\circ}$ и к = 3/4, б) три проекции!

1528. Фиксирани се: коса тристрана призма со долната основа ABC[A(15,30,0), B(50,25,0), C(25,45,0)], бочниот раб AD [A,D(70,80,80)] и кос кружен цилиндар што има хоризонтални основи, чии центри се M(90,35,0), N(30,65,80), радиусот r = 25 mm. Да се конструира нивниот продор и да се повлече тангента во произволна точка на кривата, при следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 3/4, б) три проекции, потоа да се одвои заедничкото тело (јадрото) во хоризонтална и фронтална проекција.

1529. Конструирајте продорна крива меѓу кос кружен цилиндар со фронтални основи, чии центри се M(25,0,20), N(60,40,55) и радиусот r = 18 mm со коса четиристрана призма, при што е дадена нејзината задна основа ABCD[A(60,0,25), B(80,0,35), C(85,0,10), D(70,0,0)], а бочниот раб DE[D,E(15,45,70)]! Да се одреди допирка во произволна допирна точка. Задачата да се изврши во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 210^{\circ}$ и к = 1, б) ортогонални проекции, потоа да се претстави цилиндарот без заедничкиот дел со транслација надесно за 100 mm.

1530. Задната основа на коса четиристрана призма е четириаголникот ABCD [A(120,0,0), B(120,0,40), C(180,0,60), D(160,0,20)] и бочниот раб AE[A,E(20,140,70)]. Да се најде продор со кос кружен цилиндар што има хоризонтални основи, чии центри се M(40,40,0), N(160,100,120) и радиусот r = 30 mm, потоа и тангента во точка од кривата. Сето ова да се претстави во:

а) коса проекција $\varphi = 135^{\circ}$ и к = 3/4), б) монжови проекции, потоа да се нацрта јадрото со паралелно поместување надесно за 200 мм.

1531. Определени се: кос кружен цилиндар, чија задна основа е во Π_2 со центарот M(160,0,40), додека центарот на предната основа е N(40,120,100), а радиусот r = 30 mm и коса петострана призма со една основа е ABCDE [A(100,10,0), B(80,40,0), C(40,60,0), D(20,20,0), E(40,0,0)], бочниот раб AF [A,F(180,70,140)]. Прикажете ја нивната продорна крива и повлечете тангента во произволна допирна точка, во

а) коса проекција ($\varphi = 45^{\circ}$ и $k = 2/3$), потоа при извлекување дефинитивна видливост претпоставете едното од двете тела да е отстрането,

б) ортогонални проекции!

1532. Најдете продор на коса тристрана призма со десна основа е триаголникот ABC[A(0,0,120), B(0,60,160), C(0,20,180)], бочниот раб AD[A,D(140,70,20)] и кос кружен цилиндар што има фронтални основи, чии центри се M(40,0,40), N(100,120,160), а радиусот изнесува 30 mm ! Да се нацртаат допирки во точки G,H(x,y,90) на продорната крива. Решението да се изведе во:

а) коса проекција, при $\varphi = 330^{\circ}$ и $k = 1/2$, б) три проекции!

1533. Десната основа на кос кружен цилиндар е во Π_3 со центарот M(0,30,50), додека левиот N (120,100,20) и радиусот r = 20 mm. Дефинирана е и коса тристрана призма, чија долна основа е триаголникот ABC[A(10,10,0), B(40,50,0), C(60,30,0)] и бочниот раб AD [A,D (30,60,80)]. Да се нацрта нивниот продор и тангенти во точки на кривата, за кои е y = 30 mm , при следниов вид проектирање:

а) коса проекција $\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 3/4$), б) три проекции.

1534*. Земете ги центрите на основите на ротационен цилиндар: M(20,60,25), и N(85,22,25), како и радиусот r = 20 mm, потоа коса четиристрана призма ABCDEFGH , чија долна основа е ABCD [A(50,38,0), B(68,5,0), C(92,25,0), D(75,58,0)] и нејзиниот бочен раб AE [A,F (10,30,55)]! Најдете ја продорната крива во придружени проекции, повлекувајќи тангента во една произволна точка на кривата.

Да се конструира обвивка на призмата со нанесување на продорната крива врз неа.

1535. Одредете меѓусебен продор на ротационен цилиндар, чија оска е MN [M(20,40,20), N(105,40,105)], радиусот изнесува 20 mm со коса тристрана призма што има фронтални основи, од кои задната е триаголникот ABC[A(70,0,25), B(100,0,60), C(110,0,30)] и бочниот раб AD[A, D(0,80,65)], Потоа и тангенти во точки на продорната крива, за кои е x=60 мм, во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) ортогонални проекции.

1536. Дадени се правилна четиристрана пирамида ABCDV, која со основата лежи во Π_1, чии две темиња A(50,10,0), B(140,40,0), а висината на пирамидата е $\overline{SV} = 130$ mm, и ротационен цилиндар со долна основа е поставена Π_1, оската на цилиндарот се совпаѓа со висината на пирамидата, радиусот на неговите основи

е $r = 35$ mm, а висината на тој цилиндар $\overline{MN} = 100$ mm. Се бара продорот на двете тела и тангента во произволна допирна точка, во:
а) коса проекција, при $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1537. Одредете продор на ротационен цилиндар, чии центри се M(90,90,0) и N(90,90,135), радиусот $r = 45$ mm со квадратна пирамида ABCDV дадена со темето A(60,15,0) и пресекот на неговите основни дијагонали S(90,90,0), а висината на пирамидата $\overline{SV} = 120$ mm! Повлечете тангенти во точките T и U на кривата, ако е $x = 75$. Задачата да се реши во следниов вид проектирање:
а) коса проекција $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 3/4$), б) три проекции.

1538. Дефинирани се ротационен цилиндар со центрите M(70,70,0) и N(70,70,100), а радиусот $r = 50$ mm и правилна шестострана пирамида со центарот на основата S(70,70,0) и темето A(0,70,0), а врвот V(70,70,140). Нацртајте ги зададените тела и најдете го нивниот меѓусебен продор, повлекувајќи допирка во произволна точка на продорната крива, кај следниов вид проектирање:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 315^{\circ}$ и $k = 4/5$, б) три проекции, потоа конструирајте ја мрежата на обвивката на пирамидата со нанесување на продорната крива на неа.

1539. Определени се: ротационен цилиндар со оската MN [M(100,90,0), N(100,90,70)], каде M и N се центри на неговите основи, а радиусот $r = 40$ mm и правилна шестострана пирамида ABCDEFV, чиј центар на кружницата опишана околу основата е S(80,80,0), темето A(130,30,0) и врвот V(80,80,140). Нацртајте ги така зададените тела и одредете го нивниот меѓусебен продор, повлекувајќи тангента во произволна допирна точка, во следново проектирање:
а) коса проекција податоците φ и k одберете ги сами.
б) три проекции, потоа конструирајте ја обвивката на цилиндарот нанесувајќи ја врз неа продорната крива.

1540. Најдете продор на ротационен цилиндар, чии центри се M(35,10,40), и N(35,135,40), радиусот $r = 35$ mm со правилна петострана пирамида ABCDEV, која е дадена со темето A(5,55,0) и центарот на опишаната кружница околу основата S(50,75,0), а висината на пирамидата $\overline{SV} = 95$ mm. Повлечете тангенти на продорната крива во оние точки, за кои е $x = 20$! Потоа отстранете ги горните делови на двете тела и целиот цилиндар. Задачата да се реши во:
а) коса проекција при $\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1541. Зададена е една тристрана пирамида ABCV, чијашто основа ABC лежи во Π_1, а пред Π_2. Диедарскиот агол со раб AB е 60°, темето B е на x - оската, а работ AB е нормален на оската - x. Дадено е уште: $\overline{AB} = 111$ mm, $\overline{BC} = 120$ mm, $\overline{AC} =$ mm, $\overline{VB} = 118$ mm, $\overline{VA} = 121$ mm.
Во аголот B'' V'' C'' е впишан круг со радиус-32 mm, тој е една основа на ротационен цилиндар, чиишто генератриси (изводници) се нормални на Π_2, цилиндарот со задната основа лежи во Π_2.

б) 1° Да се нацртаат проекции на телата и продорната крива.

2° Да се нацрта посебно јадрото (заедничкиот дел) со транслација надесно за 130 mm.

а) Да се одреди коса проекција на продорот, при податоците $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1/2$.

1542. Прикажете продор меѓу ротационен цилиндар со центрите M(40,60,0) и N(40,60,120), а радиусот $r = 40$ mm и правилна тристрана пирамида ABCV, ако основата ABC е во Π_2: A(90,0,10), B(10,0,40) и C така да се избере за да се добие продор, а висината на пирамидата е $\overline{SV} = 120$ mm. Потоа повлечете допирка во една произволна точка на продорната крива. Сето тоа да се изврши при следново проектирање:
а) коса проекција ($\varphi = 45^\circ$ и $k = 3/4$), б) три проекции.

1543. Фиксирани се ротационен цилиндар, чии центри се M(45,65,0) и N(45,65,140), а радиусот $r = 40$ mm и правилна шестострана пирамида ABCDEFV со центарот на основата S(0,60,70), темето A(0,120,70) и врвот V(140,60,70). Да се конструираат дадените тела и нивниот меѓусебен продор, како и тангента во точка T(75,y,80), во:
а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1544. Земете ротационен цилиндар со центрите M(0,45,55) и N(160,45,55), радиусот на основите $r = 40$ mm и правилна петострана пирамида со центарот S(80.0,70), темето A(80,0,0) и врвот V(80,140,70)! Претставете ги дадените тела и нивната продорна крива, како и тангента во нејзина произволна точка, во:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1545. Конструирајте продорна крива на четиристрана пирамида ABCDV, чија основа е четириаголникот ABCD[A(30,10,0), B(30,120,0), C(115,130,0), D(130, 15,0)] и врвот V(80,80,120) со ротациониот цилиндар, ако центрите се M(80,80,0) и N(80,80,120), а радиусот $r = 40$ mm, претходно повлекувајќи тангента во произволна точка, во следново проектирање:
а) кова проекција земајќи за $\varphi = 30^\circ$ и $k = 4/5$, б) три проекции.

1546.* Зададени се: ротационен цилиндар со центрите M(40,0,50) и N(40,140,50), а радиусот r = 40 mm и петострана пирамида, чија основа е ABCD [A(40,60, 0), B(80,10,0), C(125,20,0), D(145,70,0), E(95,105,0)] и врвот V(20,130,130). Да се одреди продорната крива и да се повлече тангента во нејзина произволна точка, во:
а) коса проекција ($\varphi = 45^{\circ}$ и к = 3/4),
б) придружени проекции.

1547. Определени се: ротационен цилиндар, ако центрите на неговите основи се M(60,0,45), N (60,110,45), а радиусот е r= 40 mm и тристрана пирамида ABCV A(180,60,100), B(100,20,100), C(150,110,100) со врвот V(0,60,0). Одредете го нивниот меѓусебен продор и тангента на допирна точка на кривата, во:
а) коса проекција при сопствен избор на φ и к, б) три проекции, потоа нацртајте ја мрежата на обвивката на пирамидата без продорниот дел.

1548. Нацртајте продорна крива на ротационен цилиндар со центрите M(70,70,0) и N (70,70,120) а радиусот r = 50 mm и тристрана пирамида, ако основата е ABC [A(145,0,30), B(75,0,110), C(30,0,10)] и врвот V(105,130,50), како и тангента во произволна точка на кривата, во:
а) коса проекција, ако податоците ги одберете сами,
б) три проекции, потоа конструирајте ја обвивката на ротационен цилиндар со продорната крива.

1549. Дадени се: ротационен цилиндар со оската MN[M(50,45,0), N (50,45,80)] , радиусот r = 25 mm и петостранапирамида ABCDEV , чија основа има хоризонтално-проектирачка положба ABCDE [A(100,32,50), B(80,y,70), C(60,y,40), D(70,y,15), E(85,y,20)] и висината SV [S(75,75,45), V(0,30,45)] . Да се најде просторната продорна крива и да се повлечат тангенти во точки T, U (60,y, z) на таа крива во монжови проекции. Потоа да се конструира обвивка на пирамидата со продорната крива.

1550. Да се конструираат придружени проекции на ротационен цилиндар, чии центри се M(50,40,50) и N (180,115,50), а радиусот r = 40 mm и петострана пирамид. ABCDEV со основата ABCDE [A(130,10,0), B(170,40,0), C(160,90,0), D (100, 100,0), E(80,209 ,0)] и врвот V(20,150,180). Потоа одредете ја нивната продорна крива, повлекувајќи тангента во произволна допирна точка на кривата. Конструирајте ја обвивката на пирамидата со нанесување на продорната крива врз неа!

1551. Фиксирани се ротационен цилиндар со оската **MN**[M(50,50,40), N(180, 50,115)], радиусот **r** = 40 **mm** и петострана пирамида, чија основа е петаголникот ABCDE[A(130,0,10), B(170,0,40), C(160,0,90), D(100,0,100), E(80,0,20)] и врвот V(20,180,150). Нацртајте ги придружените проекции на нивната продорна крива, повлекувајќи тангента во нејзина произволна точка!

1552. Најдете меѓусебен продор во проекции на правилна петострана пирамида со центарот S(70,60,0), темето A(40,20,0) а висината на пирамидата е $\overline{SV}$ = 120 **mm** и ротационен цилиндар, чии центри се M(0,50,45) и N (140,50,45), а радиусот изнесува 30 **mm** .При тоа повлечете тангента во произволна допирана точка на продорната крива.

1553. Претставете меѓусебен продор на кос кружен цилиндар кој има хоризонтални основи, чии центри се M(60,20,0), N(30,75,55), радиусот **r** = 20 **mm** со четиристрана пирамида, ако нејзината основа е четириаголникот **ABCD** [A(10,20,0), B(25,0,0), C(40,35,0), D (20,45,0)] и врвот V(80,65,55), како и допирка во произволна точка на продорната крива. Сето ова да се реши во:

а) коса проекција, при податоците $\varphi = 150^{\circ}$ и к = 3/4, потоа при дефинитивна видливост да се отстрани цилиндарот,

б) монжови проекции, како и одделно да се нацрта јадрото (заедничкиот дел) со паралелно поместување надесно за 80 **mm**! Да се реши во размер 2:1.

1554. Даден е базисот на четиристрана пирамида **ABCDV** , имено четириаголникот ABCD[A(20,0,40), B(50,0,80), C(110,0,30), D (60,0,20)] и врвот V(70,90,50), потоа кос кружен цилиндар чија долна основа е во Π_1 со центарот M(110,20,0) и центарот на горната основа во N (30,70,90), а радиусот изнесува 20 **mm** . Да се конструира нивната продорна крива и тангенти во допирни точки, ако е x = 75 **mm** , во: а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и к = 1, б) три проекции!

Продорна крива на кружен конус и призма, односно пирамида

1555. Определени се правилна четиристрана призма **ABCDEFGH** со основниот раб AB[A(50,20,0), B(20,60,0)], бочниот раб AE[A,E(50,20,120)] и коаксијално е положен ротационен конус, што значи дека центарот на неговата основа е пресечна точка на дијагоналите AC и BD, а радиусот е **r** = 50 **mm** и висината на конусот $\overline{SV}$ = 80 **mm**. Нацртајте ги двете тела и одредете ја продорната крива, а во една произволна нејзина точка повлечете тангента во:

а) коса проекција при $\varphi = 30^{\circ}$ к = 2/3, б) три проекции, потоа да се конструира обвивка на конусот со нанесување на продорната крива врз неа.

1556. Нека се зададени правилна шестострана призма и ротационен конус во коаксијална положба, имено двете тела имаат основи во Π_1 и нивниот заеднички центар е S(0,80,0). Основниот раб на призмата е $a = 50$ mm, а радиусот на основата на конусот е $r = 70$ mm, висината на конусот е $\overline{SV}$=130 мм а на призмата 50 мм. Двата основни раба на призмата се паралелни со x-оската. Одредете го нивниот меѓусебен продор и тангента во произволна допирна точка на кривата, при следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и $k = 1/2$.

б) монжови проекции. Да се набљудува телото што го заградуваат обвивките на дадените тела и Π_1. Конструирајте проекции на тангенти на продорната крива во нејзините најниски точки. Најдете ги асимптотите на пресечните криви, потоа нацртајте ги оскулаторните кружници на кривите во највисоките нивни точки.

1557. Прикажете продорна крива на ротационен конус со центарот S(70,70,0), радиусот $r = 60$ mm, а врвот V(70,70,110) и правилна шестострана призма ABCDEFGHIJK, чиј центар на долната основа е M(60,70,0), темето A(110,70,0) и бочниот раб AG [A,G(130,70,90)]! Сето ова да се претстави во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

Исто така да се конструира тангента во произволна точка на кривата.

1558. Земете ротационен конус, чиј центар е S(60,0,60), радиусот $r = 50$ mm, а неговиот врв V(60,110,60) и квадратна призма ABCDEFGH, при што ABCD лежи во Π_2, а како негов основен раб е отсечката AB [A(25,0,40), B(80,0,30)] и висината на призмата $\overline{AE} = 90$ mm. Да се нацртаат двете дадени тела и нивната продорна крива, како и тангента во една нејзина точка, во следново проектирање:

а) коса проекција при сопствен избор на φ и k, б) три проекции, потоа конструирајте обвивка на конусот со продорната крива.

1559. Дадени се ротационен конус со центарот S(90,0,70), радиусот r =60 мм, а врвот V(90,130,70) и исправена четиристрана призма, чија една основа е ABCD[A(10,0,30), B(70,0,110), C(170,0,50), D(50,0,0)] и бочниот раб AE[A,E(10,100, 30)]. Конструирајте ја нивната продорна крива и допирка во произволна точка на таа крива, при следново проектирање:

а) коса проекција, ($\varphi = 135^\circ$ и $k = 3/4$), б) три проекции.

При конечното исцртување и одредување на видливост да се земе како да е призмата отстранета, т.е. прозирна.

1560. Фиксирани се ротационен конус, чиј центар е S(80,80,0), радиусот r= 70 mm, а врвот V(80,80,130) и правилна шестострана призма, со центарот на опишаната кружница околу задната основа M(90,0,50) и еден бочен раб AF[A(50,0,55), F(50, 150,55)]. Да се нацртаат дадените тела и нивната продорна крива, како и да се повлече тангента во една нејзина точка, при следниов вид проекција:
а) коса проекција ($\varphi = 30^{\circ}$ и к=4/5), б) три проекции.

1561. Најдете продор на ротационен конус со центарот S(70,60,0), радиусот r = 60 mm, а врвот V(70,60,122) и исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чија десна основа е четириаголникот ABCD[A(0,30,30), B(0,50,70), C(0,80,50) D(0,80,10)] и бочниот раб AE[A,E(140,30,30)], како и допирка во произволна точка на продорната крива, при ова проектирање:
а) коса проекција ($\varphi = 150^{\circ}$ и к=4/5), б) три проекции!

1562. Дефинирани се ротационен конус, чиј центар е S(0,70,60), радиусот r = 60 mm, а врвот V(150,70,60) и исправена тристрана призма ABCDEF, ако задната основа е ABC[A(50,40,0), B(75,90,0), C(15,90,0)] и бочниот раб AD [A,D (50,40,130)]. Одредете го нивниот продор и повлечете тангента во произволна допирна точка од продорната крива, во:
а) коса проекција при $\varphi = 150^{\circ}$ и к=3/4, б) три проекции!
При дефинитивното одредување на видливост се претпоставува дека призмата не постои.

1563. Земете ротационен конус со центарот S(110,0,140), радиусот r = 80 mm, врвот V(110,250,140) и исправена петострана призма ABCDEFGHIJ, чија долна основа е петаголникот ABCDE[A(30,90,0), B(220,0,0), C(180,90,0), D(110,170,0), E(30, 210,0)] и бочниот раб AF[A,F (30,90,200)]. Да се конструира продорот и да се повлече допирк во произволна точка на продорната крива, во:
а) коса проекција ($\varphi = 30^{\circ}$ и к=4/5), б) три проекции.

1564*. Одредете меѓусебен продор на ротационен конус со центарот S(45, 42,0), радиусот r= 40 mm, а врвот V(45,42,90) со исправена тристрана призма ABCDEF, чија една основа е триаголникот ABC[A(20,3,25), B(55,3,58), C(70,3,9)] и бочниот раб $\overline{AD}$= 80 mm, како и допирки во точки T,U (34,y,20) на продорната крива, во: а) коса проекција, при $\varphi = 45^{\circ}$ и к=3/4, б) три проекции.

1565. Земете ротационен конус, чиј центар е S(45,45,0), радиусот r = 30 mm, а врвот V(45,45,75) и исправена четиристрана призма ABCDEFGH со основи во хоризонталнопроектирачка проложба, едната основа е ABCD[A(20,40,30), B(50,y, 45), C(55,y,20), D(30,y,10)] и бочниот раб AE[A,E(60,0,30). Нацртајте ги нивните придружени проекции и одредете ја продорната крива, повлекувајќи тангента во произволна допирна точка на кривата!

Да се конструира обвивка на конусот со продорната крива.

1566*. Определени се кос кружен конус, чија основа е во Π_2 со центарот S(70,0,100), радиусот r = 70 mm, а врвот V(175,120,0) и исправена четиристрана призма ABCDEFGH, ако долната основа е паралелограмот ABCD[A(95,45,0), B(55,35,0), C(75,15,0),D] и бочниот раб AE[A,E(95,45,150)]. Да се конструира нивниот меѓусебен продор, повлекувајќи допирка во произволна точка на продорната крива, при следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$ и к = 1/2, б) придружени проекции.

1567. Најдете продорна крива меѓу еднаквостран ротационен конус, чиј центар е S(0,35,0) и врвот V(0,35,90) со коса тристрана призма ABCDEF, ако нејзините рабови се паралелни со Π_2, а долниот базис е ABC[A(-55,25,0), B(-35,60,0), C(-35,15,0)] и темето на горниот базис е D(25,25,70)! Да се нацрта тангента во произволна точка на кривата. Решението да се претстави во:

а) коса проекција, податоците φ и к одберете ги сами, б) монжови проекции!

1568. Одредете меѓусебен продор на ротационен конус со центарот S(0,45,0), радиусот r = 40 mm, врвот V(0,45,100) со коса тристрана призма ABCDEF, ако една основа е триаголникот ABC[A(-50,50,15), B(-30,15,40), C(-20,5,5)] и бочниот раб AD[A, D(25,90,15)] ! Да се нацрта допирка во произволна точка на просторната крива. Сето тоа да се изведе во:

а) коса проекција, при $\varphi = 210^\circ$ и к = 1, б) придружени проекции.

1569. Да се претстави продорна крива на кос кружен конус со хоризонтална основа, чиј центар е S(85,46,0), радиусот r = 28мм и врвот V(8,90,75) и коса тристрана призма, ако долната основа е триаголникот ABC[A(0,40,0), B(10,15,0), C(40, 22,0)] и бочниот раб CF [C,F (80,95,90)]. Претставете тангента во произволна точка на кривата. Задачава да се прикаже во следнава проекција:

а) коса проекција, при податоците $\varphi = 150^\circ$ и к = 3/4, б) ортогонални проекции.

1570. Определена е коцка ABCDEFGH со рамнината на страната ABCD, која образува со Π_1 агол $\omega_1 = 45^\circ$, и со работ AB[A(90,40,50), B(30,80,20)]. Потоа нацртајте проекции на кос кружен конус со врв во темето B и основа впишана во страната ADHE од дадената коцка. Низ точката G поставете тангентни рамнини кон конусот, одредувајќи ги нивните пресеци со коцката. Прикажете го делот на коцката што останува по отстранувањето на пресечните делови!.

1571*. Ротационен конус е дефиниран со центарот S(90,80,0), радиусот r = 50 mm и врвот V(90,80,100), потоа е определена правилна петострана пирамида ABCDET со центарот S (90,80,0), темето A(90,10,0) и врвот F (90,80,70). Нацртајте го нивниот меѓусебен продор и повлечете тангента во една произволна точка на продорната крива, во: а) коса проекција ($\varphi = 45^\circ$ и $k = 3/4$), б) ортогонални проекции.

1572. Најдете продор на четиристрана пирамида и ротационен конус! Основата на пирамидата е еден правоаголник ABCD, кој лежи во Π_1 и кај кого работ AB е паралелен со Π_1 и од него оддалечен за 10 mm, $\overline{AB} = \overline{CD} = 80$ mm, $\overline{AC} = \overline{BD} = 45$ mm, а висината на пирамидата $\overline{SV}$=50 мм. Оската на конусот минува низ врвот на пирамидата, а основата му е во Π_1 и неговата висина е 70 mm, додека радиусот изнесува 15 mm. Се бара:

1° продорната крива на двете тела во три проекции,

2° тангентата во една точка на таа крива,

3° обвивката на добиеното тело.

1573. Основата на ротационен конус е во Π_2 со центарот S(50,0,45), радиусот r = 40 mm и висината $\overline{SV} = 50$ mm. Да се претстави меѓусебен продор на конусот со квадратна пирамида која е определена со темето A(30,0,20), центарот E(50,0,45) и врвот T(50,90,45). Да се прикаже во:
а) коса проекција при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

1574. Ротационен конус и правилна шестострана пирамида имаат една иста оска која е нормална на Π_2, т.е.се во коаксијална положба. Основите на двете тела лежат во Π_3 и заедничкиот центар им е во S(0,70,65). Едното теме на пирамидата е A(0,30,20), а висината $\overline{SV} = 50$ mm. Радиусот на основата на конусот е r = 40 mm, а висината h = 80mm. Одредете ја нивната продорна крива и тангенти во допирни точки T, U (x,y,50) на кривата. Задачата да се изведе во следново проектирање: а) коса проекција ($\varphi = 315^\circ$ и $k = 3/4$), б) три проекции, потоа најдете ја вистинска големина на оној дел од една бочна страна на пирамидата кој е вон конусот.

1575. Најдете продор на ротационен конус, чиј центар е S(70,70,0), радиусот $r = 60$ mm и врвот V(70,70,80) со правилна шестострана пирамида ABCDEFT, ако центарот е G(110,70,0), темето A(160,70,0) и врвот на пирамидата T(110,70,120)! Да се конструира тангента во точка U(95,y,z) на кривата.

Сето ова да се нацрта во:

а) коса проекција ($\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$), б) три проекции.

1576. Да се претстави продорна крива меѓу кос кружен конус со базис во Π_1 и центарот S(110,45,0), радиусот $r = 40$ mm, а врвот V(15,110,100) со петострана пирамида ABCDET, чиј базис е петаголникот ABCDE[A(0,60,0), B(30,90,0), C(60,70,0), D(85,30,0), E(40,5,0)] и врвот T(130,110,160). Да се повлече допирка во произволна точка на кривата. Имено во:

а) коса проекција ($\varphi = 45^\circ$ и $k = 4/5$), б) три проекции.

Меѓусебен продор на топка и призма, односно пирамида

1577. Конструирајте продорна крива на топка со центарот S(70,80,60), радиусот $r = 50$ mm и исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чија долна основа е правоаголникот ABCD[A(5,70,0), B(55,145,0), C(120,105,0), D] и бочниот раб $\overline{AE} = 120$ mm. Да се повлечат тангенти во допирни точки T и S, за кои е $x = 50$, потоа отстранете ја топката, односно земете дека е провидна. Решението да се претстави во:

а) коса проекција при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1$, б) три проекции.

1578. Зададена е топка со центарот S(60,100,40) и радиусот $r = 40$ мм. Таа да се продира со коцка, чија една страна е во Π_1 а еден нејзин раб е AB [A(70,9,0), B(10,50,0)].

1° Да се нацртаат три проекции на двете тела и продорната крива.

2° Да се конструираат проекции на тангенти на кривата во точките во кои еден бочен раб на коцката ја прободува топката

3° Какви агли затвораат тангентите, одредени под 2° со Π_1?

1579. Горниот дел на топката со центарот S(80,80,0) и радиусот $r = 70$ mm да се пресече со квадратна призма, чија долна основа ABCD е впишана во екваторот. Еден основен раб на призмата со x-оската затвора агол од 30°. Потоа отфрли го горниот дел на призмата и отсечените делови на полутопката (топкест свод)

1) Конструирајте три проекции на сводот!

2) Одредете допирка во една произволна точка на кривата!

3) Да се најде агол што го затвора тангентата на продорната крива во една точка со Π_1, чија фронтална проекција е контурна точка.

1580. Определени се: исправена четиристрана призма ABCDEFGH со задната основа ABCD[A(100,0,40), B(30,0,90), C(15,0,50), D(45,0,5)], бочниот раб AE [A,E(100,110,40)] и топка, чиј центар е S(50,60,60), радиусот од 40 mm. Да се нацртаат призмата и топката, потоа да се одреди нивната продорна крива и допирка во нејзините точки J,K(80,y,z), во следново проектирање:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^\circ$ и $k = 3/4$, б) три проекции

1581. Земете исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чија долна основа е ABCD[A(5,0,30), B(30,0,55), C(65,0,25), D(35,0,2)], бочниот раб AE[A,E(5,50, 30)] и предна половина од топка со центарот S(45,10,35) и радиусот $r = 30$ мм. Да се конструираат дадените тела и нивната продорна крива, повлекувајќи тангента во нејзината точка T(20,y,z), во следнава проекција:
а) коса проекција ($\varphi = 210^\circ$ и $k = 4/5$), б) три проекции.

1582. Фиксирани се: топка, чиј центар е S(50,50,70), радиусот $r = 45$ мм и исправена петострана призма ABCDEFGHIJ, ако десната нејзина основа е ABCDE [A(0,35,110), B(0,100,95), C(0,70,35), D(0,15,20), E(0,15,80)] и бочниот раб AF [A,F(120,35,110)]. Да се прикаже нивниот меѓусебен продор и да се повлече тангента во произволна точка на продорната крива, во три проекции. Конструирајте обвивка на призмата нанесувајќи ја на неа продорната крива!

1583. Најдете продор на топка со центар S(50,50,40), радиусот $r = 30$ mm со исправена четиристрана призма ABCDEFGH што е во хоризонталнопроектирачка положба, чија една основа е ABCD [A(100,50,25), B(85,y,5), C(75,y,35), D(90,y,55)] и бочниот раб AE [A,E(30,5,25)]! Нацртајте и тангенти во допирни точки T,U (35,y,z) на продорната крива. Да се нацрта обвивката на призмата со продорната крива.

1584. Одредете продорна крива на топка, чиј центар е S(70,50,50) и радиусот 40 mm со исправена тристрана призма ABCDEF, ако една основа е триаголникот ABC[A(10,30,z), B(30,20,z), C(40,100,10)], кој е нормален на Π_2 и бочниот раб

CF[C,F (140,100,60)] , во придружени проекции! Во произволна точка на кривата да се повлече допирка.

1585. Да се нацртаат три проекции на топка со центарот S(140,60,50),а радиусот r = 50 mm и на коса четиристрана призма ABCDEFGH , чија долна основа е ABCD [A(270,40,0), B(220,20,0), C(180,50,0), D(250,90,0)], а нејзиниот бочен раб AE[A,E(100,40,160)] . Потоа да се одреди нивната продорна крива и да се повлече тангента во произволна допирна точка на кривата.

1586. Да се претстави продор во три проекции на топка,чиј центар е S(50,0, 60), радиусот r = 40 mm со коса тристрана призма ABCDEF, ако задната основа е триаголникот ABC[A(0,0,45), B(25,0,75), C(65,0,10)] и бочниот раб AD [A, D(70,90,75)]. Нацртајте тангенти во точки U ,T на продорната крива, за кои е x = 55! Потоа отстранете ја топката.

1587. Одредете продорна крива на топка со центарот S(35,35,25) и радиусот r = 25 mm со правилна тристрана прамида ABCV, ако едно теме е A(0,18,0) и центарот на опишаната кружница околу основата T(35,35,0),а висината на пирамидата е $\overline{TV}$ = 70 mm повлекувајќи допирки во оние точки на продорната крива, за кои е x = 20 mm,во три проекции!

1588. Дефинирани се: топка, ако центарот е D(90,60,60), радиусот R = 60 mm и правилна тристрана пирамида ABCV, чија основа ABC е еднаквостран триаголник со центарот на кружницата околу тој триаголник S(90,0,70), радиусот r = 75 mm,едно теме е A(80,0, z) и врвот V(90,110,70). Нацртајте го нивниот продор, повлекувајќи тангента во една точка на продорната крива, во три проекции. Потоа конструирајте ја обвивката на пирамидата со продорната крива.

1589. Да се прикаже продорна крива во три проекции на топка,чиј центар е E(70,80,80) и радиусот r = 50 mm со четиристрана пирамида ABCDV,која има за основа паралелограм ABCD , од кој две темиња се A(130,10,120) и B(30,10,150), а висината на пирамидата е одредена со нејзините крајни точки SV [S(70,10,80), V(70,160,80)] , повлекувајќи тангенти во допирни точки T,U (105,y, z) на кривата. Потоа да се конструира обвивката на пирамидата со нанесување на продорната крива врз неа.

1590* . Одредете продор во монжови проекции на горна полутопка од топка со центарот S(100,90,0) , а радиусот r = 80 mm со правилна четиристрана пирамида ABCDV ,чија основа е впишана во екваторот на полутопката, ако едно негово теме е A(30,140,0),висината на пирамидата минува низ S и изнесува $\overline{SV}$ = 115 mm .

1591. Фиксирани се: правилна петострана пирамида, чиј центар на кружницата опишана околу основата е S(0,60,60), радиусот $r=52$ mm и теме A(0,y,15), додека врвот е V(98,60,60) и лева половина на топка, со центарот F (15,60,60), радиусот $R = 45$ mm. Дадените тела нацртајте ги во проекции и најдете ја нивната продорна крива. При конечното исцртување и одредување на видливост да се земе како да е пирамидата отстранета, т.е. провидна.

1592. Да се конструира продорна крива меѓу топка со центарот S(60,45,40) и радиусот $r = 35$ mm со коаксијално поставена правилна пресечна четиристрана пирамида ABCDEFGH, чие едно теме на поголемата основа е A(20,20,0), а бочниот раб AE[A,E(45,y,80)], во три проекции. Повлечете тангени во оние точки на продорната крива, за кои е $x = 35$. Потоа отстранете ја топката.

1593. Прикажете продор на топка, чиј центар е S(48,55,25), радиусот $r = 25$ mm со квадратна пирамида, ако се дадени темето A(38,2,0) и врвот V(50,50,70)! Да се повлечат тангенти во допирниве точки E,F(60,y,z) на кривата. Решението да се изведе во придружени проекции.

1594*. Дефинирани се: топка која има центар S (50,30,40) а радиус $r = 30$ mm и тристрана пирамида ABCV, ако врвот на пирамидата е V(120,90,100), а основата е триаголникот ABC[A(0,24,0), C (25,65,0), B (50,10,0)]. Да се нацрта нивниот продор во проекции. Конструирајте тангенти во точки на продорната крива, за кои е $x = 40$!

1595. Земете топка со центарот E(50,55,60), радиусот $r = 50$ mm и четиристрана пирамида, чија основа е ABCD[A(10,0,40), B (85,0,85), C(130,0.30), D(105,0,0)] и врвот V(0,110,110)! Да се нацрта нивната продорна крива, повлекувајќи тангента во една произволна допирна точка на кривата, во три проекции.

1596. Прикажете продор на топка, чиј центар е D (30,40,65), радиусот $r = 30$ mm и тристрана пирамида ABCV[A(0,75,100), B(0,20,125), C(0,0,70)] и врвот V(75,25,5), во моножови проекции. Потоа повлечете допирка во една точка на продорната крива, ако е $z = 60$ mm.

1597. Нацртајте придружени проекции на продорна крива на топка, чиј центар е D(110,90,90), а радиусот $r = 80$ mm и тристрана пирамида ABCV, чија основа е ABC[A(180,10,110), B(70,40,190), C(10,130,130)] и врвот V(110,150,0), претходно повлекувајќи тангента во допирна точка од кривата.

Продор на торус со исправена призма

1598. Одредете меѓусебен продор на торус (прстенеста површина), чија оска е o = AB [A(60,5,70), B(60,35,70)], радиусот на оскината кружница е R = 40 mm и исправена четиристрана призма, ако долната основа е правоаголникот CDEF [C(40,10,10), D(80,10,10), E(80,30,10), F(40,30,10)] и бочниот раб CG [C,G(40,10,130)]! Да се нацртаат тангенти во допирни точки на кривата, за кои е x = 70 mm! Решението да се претстави во три проекции.

1599. Дефинирани се: торус (анулоид) со оската o = AB [A(60,60,5), B(60,60,35)], радиусот на оскината кружница R = 40 mm и исправена четиристрана призма со задна основа CDEF [C(40,0,20), D(60,0,40), E(80,0,25), F(70,0,10)], нивниот бочен раб CG[C,G(40,120,20)]. Да се конструира кривата на продорот и да се повлечат тангенти во точки, за кои е x = 50 mm. Сето ова да се изведе во три проекции.

1600. Определени се: торус, чија оска е o = MN [M(75,10,75), N(75,60,75)], а радиусот на оскината кружница R = 45 mm и исправена четиристрана призма ABCDEFGH, чија основа е ABCD [A(0,15,86), B(0,35,120), C(0,80,70), D(0,45,55)] и бочниот раб AE [A,E(150,15,86)]! Најдете ја продорната крива во три проекции, повлекувајќи тангента во произволна точка на кривата. Потоа нацртајте ја обвивката на призмата со нанесување на продорната крива врз неа!

1601*. Нацртајте ги во три проекции следниве тела: горна половина од торус со оската o = MN [M(110,20,0), N(110,100,0)], радиусот на оскината кружница е R = 65 mm и исправена четиристрана призма ABCDEFGH, ако долната основа е четириаголникот ABCD [A(70,75,0), B(115,90,0), C(135,45,0), D(100,30,0)] и бочниот раб AE [A,E(70,75,120)]! Потоа претставете го нивниот продор, повлекувајќи тангенти во допирни точки S,T(122,y,z) на продорната крива што припаѓаат и на BCGF.

1602. Да се конструира продорна крива на горна половина од торусот, чија оска е o = AB [A(100,20,0), B(100,70,0)], а радиусот на оскината кружница е R = 60 mm со правилна четиристрана призма CDEFGHIJ, едно теме на долната основа е C(85,25,20) и пресекот на дијагоналите на таа основа е S(110,40,20), додека бочниот раб е $\overline{CG}$ = 90 mm, во три проекции. Повлечете тангенти на допирни точки S и T на продорната крива, ако е x = 90!

1603. Да се земе предна половина на торус со оската o = AB [A(100,0,30), B(100,0,80)], радиусот на кружницата по која се движи топката што го формира торусот е R = 65 mm и исправена четиристрана призма CDEFGHIJ, ако долната

основа е четириаголникот CDEF [C(65,0,45), D(90,0,70), E(130,0,40), F (110,0,15)] и бочниот раб CG [CG(65,100,45)]. Прикажете ја нивната продорна крива во три проекции, повлекувајќи допирка во произволна точка на кривата! Конструирајте ја обвивката на призмата со продорната крива.

1604. Да се најде продор на горна половина на торус и правилна петострана призма. Торусот е дефиниран со оската o = PQ [P(5,0,80), Q (55,0,80)], радиусот на оскината кружница е R = 45 mm и призма, чиј центар на опишаната кружница околу долната основа е S(0,40,85) и едно теме од таа основа е A(0,50,120), додека темето на горната основа е F (60,50,120) што припаѓа на бочниот раб AF. Нацртајте ја продорната крива и допирки во нејзини точки, за кои е z = 65. Потоа конструирајте ја обвивката на петострана призма, нанесувајќи ја продорната крива врз неа.

1605. Фиксирани се: предна лева четвртина од торус, чија оска е o = AB, [A(0,0,20), B(0,0,100)], радиусот на оскината кружница R = 80 mm и исправена тристрана призма CDEFGH, чија една основа е CDF [C(140,20,0), D(60,95,0), E(25,40,0)] и бочниот раб CF [C, F(140,20,120)]. Дадените тела конструирајте ги во три проекции и одредете ја нивната продорна крива, претходно повлекувајќи тангенти во точки на таа крива, за кои е x = 100 mm .

1606. Претставете продорна крива меѓу исправена четиристрана призма со задна основа е четириаголникот ABCD [A(8,5,30), B(75,5,75), C(85,5,50), D(55,5,15)], бочниот раб AE[A, E(8,85,30)] и горна лева четвртина од торус, кој има оска o = KL [K(0,15,0), L(0,80,0)], додека радиусот на оскината кружница изнесува 60 mm. Да се конструираат допирки во точки S, T(40, y, z) на кривата. Задачата да се реши во три проекции.

1607. Да се конструираат три проекции на долна предна четвртина од торус со оската o = AB [A(20,0,110), B(80,0,110)], радиусот на оскината кружница R = 70 mm и исправена четиристрана призма, чија задна основа е CDEF [C(10,0,60), D (30,0, 100), E(70,0,90), F(100,0,30)], а бочниот раб CG[C, G (10,110,60)]. Одредете тангенти во допирни точки S, T(x, y, 50)! Потоа да се развие обвивка на призмата со продорната крива.

VII 3. ПРОДОРИ НА ВАЛЧЕСТИ ТЕЛА

Продорна крива на два кружни цилиндра

1608.* Дадени се два ротациони цилиндра: I-от цилиндар со центри на основите во точките M(45,50,0) и N (45,50,120), а радиусот е R= 40 mm и II-от цилиндар, чии центри се P(55,0,60) и Q(55,110,60), а радиусот r = 30 mm . Нацртајте ги двата цилиндра и нивната продорна крива, повлекувајќи тангента во произволна точка на кривата, во:а) коса проекција, $\varphi = 225^\circ$ и к = 3/4, б)* три проекции!

1609. Конструирајте продор на два ротациони цилиндра. Првиот цилиндар со центрите M(0,65,50) и N(130,65,50), радиусот r= 30 mm и вториот, чии центри се P(60, 50,0) и Q(60,50,110), а радиусот R = 40 mm. Исто така да се повлечат тангенти во точки A,B,C,D (50,y,z) на кривата. Задачата да се реши во следново проектирање: а) коса проекција, при $\varphi = 330^\circ$ и к = 4/5 , б) три проекции

1610.* Дефинирани се два ротациони цилиндра: I-от цилиндар, чија оска е MN [M(50,0,70), N(50,120,70)],а радиусот R = 40 mm со II-от цилиндар што има центри P(0,65,55) и Q (120,65,55) , а радиусот изнесува r = 30 mm. Да се одреди нивната продорна крива, во:
а)* коса проекција, ($\varphi = 30^\circ$ и к = 3/4), б) три проекции.
Потоа во коса проекција да се отстрани: 2° I-от цилиндар, 3° II-от цилиндар.

1611. Одредете множество точки оддалечени од правата a =MN/M (60,60,0), N(60,60,90)/ за 40 мм и од правата b = PQ/ P(0,65,45), Q (120,65,45)/ за 35 мм. Решението да се прикаже во :
а) коса проекција ($\varphi = 150^\circ$ и к =1) и б) три проекции.

1612. Да се претстави продор на два ротациони цилиндра: првиот со центри на неговите основи M(70,70,0) и N (70,70,90), радиусот R = 40 mm и вториот со центри во P(10,75,45) и Q (130,75,45), а радиусот r = 35 mm, во три проекции. Да се конструираат допирки во точки T и S на продорната крива, за кои е x = 45. Потоа конструирајте ја обвивката на првиот цилиндар без продорниот дел.

1613. Определени се: горна половина на ротационен цилиндар, чии центри се MN [M(0,60,0), N(140,60,0)] и радиусот изнесува 50 mm и ротационен цилиндар со центрите

P(70,50,0) и Q (70,50,110), но така што радиусот да се избере за да има двоен допир. Да се конструира продорната просторна крива и во две нејзини точки да се повлечат тангенти. Задачата да се реши во ова проектирање:
а) коса проекција, ако е $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$ и б) три проекции
При дефинитивна видливост земете дека од дадените тела постојат само обвивките без основите.

1614. Нацртајте меѓусебен продор на два ротациони цилиндра, ако се дадени нивните горни половини и ако постојат нивните обвивки без базиси! Првиот има центри M(75,0,0) и N (75,150,0) и радиус R = 60 mm, а вториот со центрите P(0,75.0), Q(150,75,0), радиусот r= 45 mm ! Да се повлечат тангенти во две произволни точки на продорната крива. Сето тоа да се претстави во:
а) коса проекција ($\varphi = 210^\circ$ и к = 3/4), б) три проекции.

1615. Дадени се две долни половини на ротациони цилиндра само со обвивки: I-от цилиндар со оската MN [M(0,60,45), N (120,60,45)] , радиусот R = 45 mm и II-от цилиндар, чија оска е PQ [P(60,0,45), Q (60,120,45)] , а радиусот r = 45 mm . Најдете го нивниот продор и повлечете допирка во произволна точка на продорната просторна крива, во:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^\circ$ и к = 3/4 и б) три проекции!

1616. Претставете продор на ротационен цилиндар, чии центри се M(30,50,0) и N (30,50,144), радиусот изнесува 30 mm со лева половина на ротационен цилиндар, ако е оската PQ [P(0,0,72), Q (0,100,72)] и радиусот r = 52 mm ! Задачава да се изврши во следнава проекција:
а) коса проекција ($\varphi = 330^\circ$ и к = 3/4), б) три проекции.
Да се конструираат две тангенти на просторната крива. При одредување на дефинитивната видливост земете телата да се состојат само од обвивки без базиси.

1617. Фиксирани се: ротационен цилиндар со центрите M(40,60,10) и N(40,60,150), радиусот r = 30 mm и десна половина на ротационен цилиндар, ако неговата оска е PQ[P(62,10,82), Q (62,110,82)] и радиусот R = 52 mm. Се бара продорната просторна крива и допирки на неа, во следново проектирање:
а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и к = 1, б) три проекции.
Претпоставете дека полуцилиндарот не постои!

1618. Да се конструира меѓусебен продор на ротационен цилиндар, чија оска е AB[A(72,0,50), B (72,144,50)] , радиусот е r = 30 mm со долна половина на ротационен цилиндар што има центри C(0,72,72) и D (144,72,72), а радиусот изнесува R=52 mm. Во две произволни точки на кривата да се повлечат тангенти. Решението

да се прикаже во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

Видливоста така да ја одредите земајќи дека полуцилиндарот е отстранет.

1619. Земете ротационен цилиндар, кој има центри A(80,0,50) и B(80,144,50), радиусот изнесува 30 mm и горна половина на ротационен цилиндар со центрите C(10,72,20) и D(150,72,20), а радиусот R = 52 mm! Да се најде нивната продорна просторна крива и да се нацртаат две тангенти на неа. Задачата да се реши во:

а) коса проекција ($\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 3/4$), б) три проекции.

Одредете видливост кога цилиндарот не постои.

1620. Дадени се горни половини од два ротациони цилиндра со радиус на основите R = 50 mm. Првиот ротационен цилиндар има оска на правата a паралелна со x-оската и минува низ точката A(0,50,0) и вториот цилиндар има оска на правата b паралелна со y-оската, а поаѓа низ точката B(80,0,0).

Да се нацрта продорот во:

а) коса проекција, при $\varphi = 210^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) три проекции.

Исто така да се конструира допирка во произволна точка на продорната крива.

При одредување на дефинитивната видливост да се нацрта само заедничкиот продорен дел. Од двата цилиндра постојат само обвивките.

1621. Решете продор на горна половина од ротационен цилиндар, чии центри се A(0,95,0) и B(80,95,0), радиусот r = 45 mm со горна лева четвртина од ротационен цилиндар, ако неговата оска е CD[C(0,0,0), D(0,170,0)] и радиусот R = 60 mm, при тоа полуцилиндарот постои до продорот, иако двете тела се состојат само од обвивките без базисите. Да се конструира тангента на продорната крива. Сето тоа да се прикаже во:

а) коса проекција ($\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 3/4$), б) три проекции.

1622. Дадени се два ротациони цилиндра: I-от цилиндар со центрите A(68,36,0) и B(68,36,80), а радиусот R = 26 mm и II-от цилиндар, кој има центри C(68,36,0) D(130,36,70), а радиусот изнесува r = 18 mm (овој постои до продорот со I-от цилиндар). Одредете продор на двата цилиндра и тангента во произволна точка на продорната крива! Конструирајте ја обвивката на вториот цилиндар без продорниот дел.

1623. Земете два ротациони цилиндра: I-от цилиндар, чија оска е AB/A(60,60,0), B(60,60,105)], а радиусот е R= 45 mm и II-от цилиндар има оска CD/C(60,60,35), D(150,60,75)], а радиусот r= 30 mm (овој цилиндар постои до продорот со првиот цилиндар).

Да се нацрта продорната крива на двата цилиндра и допирка на неа, во три проекции.

Претставете ја обвивката на вториот цилиндар без продорниот дел.

1624. Фиксирани се два ротациони цилиндра: првиот цилиндар со центрите A(50,10,50) и B(50,80,50), а радиусот $r = 20$ mm и вториот, чии центри се C(20,40, 70) и D(80,40,20), радиусот е $r = 20$ mm. Да се нацртаат трите проекции на дадените тела, потоа одредете ја нивната продорна крива и тангенти во допирни точки E,F (65,y,z) на неа.

Конструирајте ја обвивката на вториот ротационен цилиндар со нанесување на продорната крива на неа.

1625. Да се одреди продор на два ротациони цилиндра, ако оската на едниот е MN [M(0,35,30), N (50,35,30)], а радиусот $R = 20$ mm и оската на другиот цилиндар паѓа на правата PQ[P(25,50,55), Q (25,35,30)], должината изнесува 60 mm, а радиусот $r = 18$ mm. Задачата да се изведе во:

а) коса проекција ($\varphi = 30^\circ$ и $k = 1$),

б) три проекции, потоа конструирајте мрежа на вертикалниот цилиндар без продорниот дел.

1626. Претставете продор во три проекции на два ротациони цилиндра: првиот со центрите M(30, 45,0) и N(30,45,70), радиусот $r = 25$ mm и вториот со центрите P(30,45,20) и Q (80,70,45), а радиусот $r = 25$ mm. Да се повлечат тангенти во оние точки на продорната крива, за кои е $x = 50$. Потоа конструирајте ја обвивката на вториот цилиндар без продорниот дел.

1627*. Зададен е кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чија оска е MN [M(40,35,0), N (94,66,92)], а радиусот $R = 30$ mm. Определете и ротационен цилиндар, кој има фронтални основи, чиј еден центар е P(75,0,60) и радиус од 25 мм, односно го допира косиот цилиндар во две точки 1 и 2, додека должината на неговата оска е $\overline{PQ}$=110 мм.

Најдете ја продорната крива на дадените два цилиндра и тангента во произволна допирна точка, во:

а) коса проекција при ($\varphi = 45^\circ$ и $k = 3/4$), б) монжов пар.

1628. Определени се: долна основа на ротационен цилиндар е во точката M(90,40, 0), радиусот $r = 25$ mm, а неговата висина $\overline{MN} = 80$ mm и кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, имено P(160, 55,0), Q (30,55,60), $R = 30$ mm. Да се претстави меѓусебниот продор, во:

а) коса проекција, (за φ и k сами извршете избор), б) три проекции.

Претходно да се повлечат тангенти барем во две допирни точки на продорната крива.

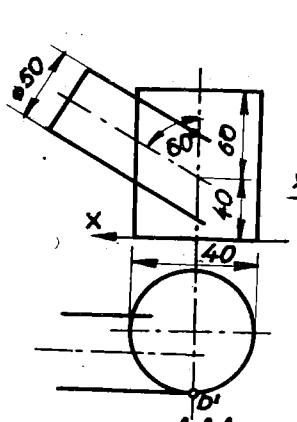
1629. Конструирајте продорна крива на ротационен цилиндар, чии центри се M(115,0,40) и N (115,100,40), радиусот 40 mm со кос кружен цилиндар, кој има фронтални основи, чии центри се P(190,0,50) и Q (40,90,50), радиусот изнесува 40 mm.

Сето тоа да се претстави во следниов вид проектирање:

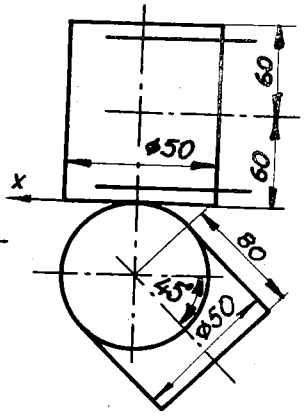
а) коса проекција, ако се $\varphi = 210^{\circ}$ и к = 4/5, б) три проекции.

1630. Дадени се два цилиндра во придружени проекции, според приложената слика (сл.414-425). Одредете ја нивната продорна крива, претходно повлекувајќи тангента во произволна точка на кривата во:

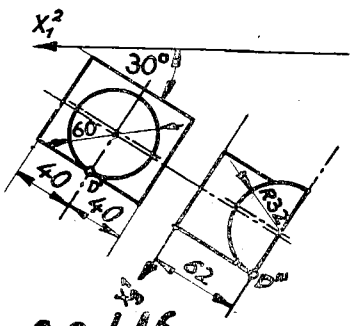
а) коса проекција (изберете φ и к сами), б) три проекции.



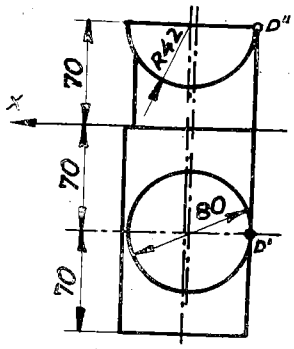
сл. 414



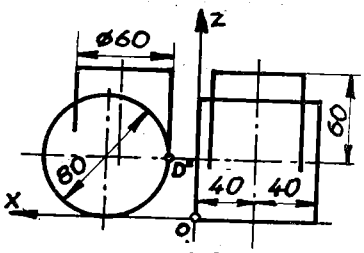
сл. 415



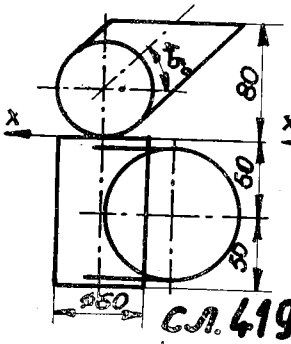
сл. 416



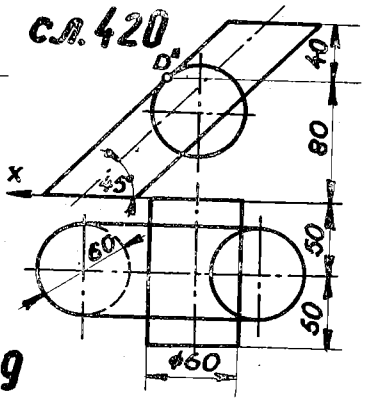
сл. 417



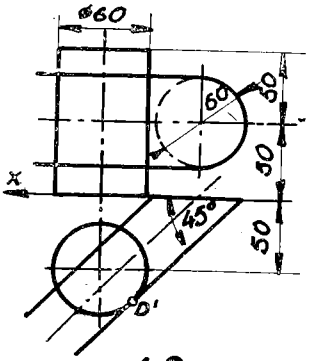
сл. 418



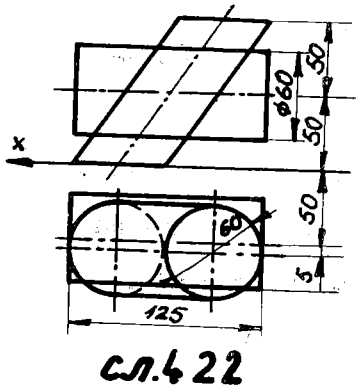
сл. 419



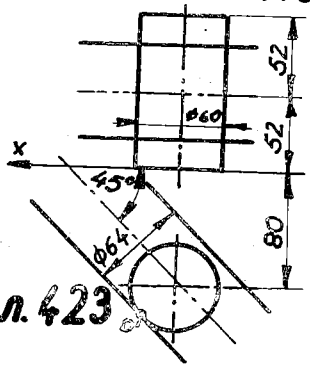
сл. 420



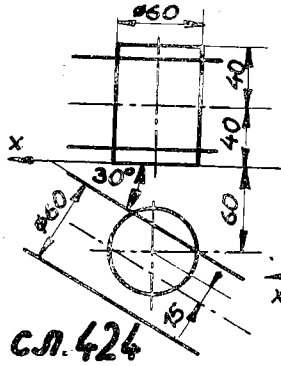
сл. 421



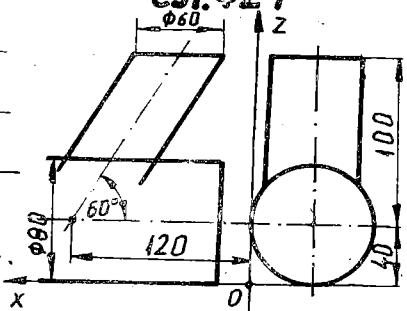
сл. 422



сл. 423



сл. 424



сл. 425

1631. Фиксирани се два ротациони цилиндра: едниот со центрите M(50,50,0), и N(50,50,100), а радиусот R = 40 mm и вториот има центри P(50,50,60) и Q(110, 75,45), радиусот е r = 30 mm, кој постои до продорот со вертикалниот цилиндар. Да се најде продорната просторна крива, повлечете допирка во една нејзина точка, во три проекции! Конструирајте ја мрежата на обвивката на вертикалниот цилиндар нанесувајќи ја на неа продорната крива!

1632. Земете два ротациони цилиндра: првиот има основа со центарот M(-10, 0,40) и радиусот R = 35 mm, а висината му е $\overline{MN}$ = 75 mm, додека оската на вториот минува низ точките B(60,55,70) и A(-70,0,25), радиусот му е r = 20 mm, каде центарот на горната основа е B, а другиот крај на цилиндарот е ограничен до продорот со вториот цилиндар.

Да се нацртаат проекции на цилиндрите и на нивниот продор, како и тангенти во точки на кривата T,U (15,y, z). Конструирајте ја развиенатаобвивка на вториот цилиндар и оној дел од обвивката на првиот што вториот цилиндар го исекува од него!

1633. Одредете продор на два ротациони цилиндра, кои лежат на Π_1 по должината на изводниците AB [A(25,30,0), B(130,90,0)], R = 30 mm и вториот CD [C(135,35, 0), D(20,90,0)], r = 20 mm, како и тангента на продорната крива, во три проекции.

1634. Два ротациони полуцилиндра се поставени на Π_1, нивните оски се заемнонормални и лежат во Π_1, Едната од нив со x-оската зафаќа агол од 30°, радиусите им се еднакви, r = 25 mm. Да се нацртаат придружени проекции на цилиндрите, потоа придружени проекции на продорот, кој е накрстен свод. Конструирајте мрежа на едниот цилиндар со продорната крива.

1635. Дадени се горни половини од два ротациони полуцилиндра, првиот со оската MN [M(0,50,0), N(100,50,0)], R = 50 mm и вториот, чија оска е PQ [P(50,0,0), Q(50,100,0)], R = 50 mm. Да се одреди продор во:

а) коса проекција, при $\varphi = 330^\circ$ и k = 3/4, б) три проекции.

При одредување на видливоста да се земат цилиндрите како да се шупливи тела без базиси, да постојат само нивните обвивки.

1636. Да се претстави продор на два предни полуратациони цилиндра кои лежат на Π_2 по должината на изводниците AB [A(20,0,40), B(90,0,80)], r = 20 mm и CD [C(80,0,50), D(0,0,90)] r= 20 mm во три проекции. Нацртајте мрежа на обвивка на првиот цилиндар со нанесување на продорната крива!

1637. Одредете продор на два ротациони цилиндра, чии оски лежат во рамнина, која е паралелна со Π_2, а се сечат во точката S(0,40,70) под агол од 60°. Оската на првиот цилиндар е нормална на Π_1, а радиусот му изнесува 25 мм, додека радиусот на вториот цилиндар е 30 мм. Должините на нивните оски се земаат произволно, но така што точката S да ги располовува. Задачата да се реши во три проекции. Претходно да се конструираат тангенти во две точки на продорната просторна крива.

1638. Зададен е хоризонтален ротационен полуцилиндар продолжен со вертикални рамнини до Π_1 со својата оска AB [A(0,160,15), B(90,30,15)], каде точките A и B се средишта на вертикалните базиси на полукруговите со радиус R = 55 мм. Нега ја продира хоризонтален ротационен полуцилиндар продолжен со вертикални рамнини до Π_1, чија оска е разминувачка со оската AB но под прав агол во хоризонталната проекција и минува низ точката C(45,95,25). Центрите на нејзините вертикални основи се полукругови со радиус од 45 мм и имаат оддалеченост на секој од нив во однос на точката C за 80 мм.
Одредете ја продорната крива и во произволна точка на кривата повлечете долирка, во моножови проекции!

1639. Најдете множество точки кое е оддалечено од двете паралелни прави a=AC[A(20,60,0), C(60,40,40)] и b минува низ точката B(40,20,60), за 25 мм, во придружени ортогонални проекции!

1640. Конструирајте меѓусебен продор на два коси кружни цилиндра со хоризонтални основи! Првиот ги има за центри точките M(125,160,0) и N(30,65,95), а радиусот изнесува r = 25 мм, вториот со центрите P(40,175,0), Q(120,35,80) и радиусот е 35 мм.

Задачата да се прикаже во: а) коса проекција при $\varphi = 150^\circ$ и k = 3/4,

б) моножови проекции.

Претходно повлечете тангенти барем во две точки на продорната крива.

Во двата вида проекции да се оддели јадрото со паралелно поместување (транслација) на продорните точки.

1641. Зададени се два коси кружни цилиндра кои со задните основи лежат во Π_2. I-от цилиндар: центарот на задната основа е M(30,0,50) а на предната N(170,180,120) и радиусот 30 мм; II-от цилиндар: центарот на задната основа е P(150,0,30) и на предната Q(50,140,140) а полупречник r = 30 мм. Да се нацртаат двете тела и да се одреди продорната крива, а исто така и во нејзина точка да се повлече тангента. Имено во:

а) ортогонална изометриска аксонометрија, б) моножов пар.

1642. Да се најде продорна просторна крива на два коси кружни цилиндра со профилни основи, имено првиот има оска $MN[M(0,65,75), N(93,130,175)]$, радиусот е 40 mm и вториот со центрите $P(0,33,138)$ и $Q(85,140,30)$, а радиусот изнесува 30 mm. Решението да се претстави во следниов вид проекции:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 210^{\circ}$ и $k = 3/4$, б) три проекции.
Исто така да се конструира допирка во произволна точка од кривата.
При одредување дефинитивна видливост да се земе дека првиот цилиндар не постои.

1643. Претставете продорна крива на коси кружни цилиндри со долни базиси во Π_1, имаат респективно радиуси $R = 40$ mm и $r = 30$ mm, додека оските им се паралелни со Π_2 и меѓусебно затвораат прав агол! Положбата изберете ја така што цилиндрите да се продираат и да имаат двоен допир во една точка. Во произволна точка на кривата повлечете тангента. Сето тоа да се нацрта во монжови проекции.

1644. Зададени се кос кружен цилиндар со базисот во Π_1, чиј дијаметар $d = 40$ mm, а оската $MN\ [M(30,30,0), N(70,60,60)]$ и хоризонтален кос кружен цилиндар со основата во Π_2, а полупречникот 20 mm и оската $PQ[P(70,0,30), Q(30,60,60)]$. Да се конструираат помошните рамнини за одредување на продорот - нацртајте една таква рамнина и соодветните продорни точки, во проекции.

1645. Дефинирани се: кос кружен цилиндар со фронтални основи, чии центри се $M(50,0,40)$ и $N(170,120,100)$, а радиусот изнесува $R = 40$ mm и кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, ако неговата оска е $PQ[P(190,40,0), Q(70,100,160)]$ и полупречникот 30 mm. Се бара продорната крива со неколку тангенти, во ова проектирање. а) коса проекција, при $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 3/4$,
б) три проекции (во профилна проекција да се отстрани вториот цилиндар при извлекување на видливост).

1646. Нацртајте продор на кос кружен цилиндар, кој има фронтални основи, чии центри се точките $M(0,130,45)$ и $N(130,70,120)$, а радиусот $r = 30$ mm со кос кружен цилиндар, ако основите му се профилни иако припадните центри се $P(40,0,155)$ и $Q(100,100,35)$, а радиусот е $r = 30$ mm ! Решението да се прикаже во следново проектирање: а) коса проекција ($\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 1$), б) три проекции!
Задолжително да се конструираат барем две тангенти на просторната крива.

Продор на кружен цилиндар и кружен конус

1647. Одредете продор на ротационен цилиндар, чии центри се M(40,50,0) и N(40,50,60), а радиусот r= 20 mm со ротационен конус, кој има центар во точката S(40,35,0), радиусот е R = 30 mm и врвот V(40,35,50), претходно повлекувајќи тангента во произволна точка на продорната крива, во следниве проектирања: а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^\circ$ и к = 3/4, б) три проекции.

1648. Најдете продорна просторна крива на ротационен конус со центарот S(75,105,0), радиусот R = 75 mm и врвот V(75,105,135) со ротационен цилиндар, чии центри се M(80,15,45) и N(80,195,45), радиусот r= 35 mm! Да се конструираат допирки во оние точки на продорната крива, за кои е x = 105. Задачата да се реши во: а) коса проекција, при $\varphi = 210^\circ$ и к = 4/5, б) три проекции.

1649. Дефинирани се: ротационен цилиндар со својата оска MN [M(0,30,50), N(50,30,50)], радиусот е r = 25 mm и ротационен конус, чија оска е SV[S(0,40,40), V(70,40,40)], а радиусот R = 30 mm. Се бара да се претстави нивната продорна крива и тангента во нејзина произволна точка, кај следново проектирање:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^\circ$ и к = 3/4, б) три проекции.

1650. Претставете продор на ротационен цилиндар и ротационен конус: ротационен конус со центарот S(60,0,80), радиусот е R = 60 mm, а врвот V(60,120,80) и ротационен цилиндар, чии центри се M(50,45,0) и N(50,45,160), а радиусот r = 40 mm, повлекувајќи тангенти во две произволни точки на просторната крива, во овие проектирања: а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и к = 4/5, б) три проекции!
При одредување на дефинитивната видливост да се претпостави дека конусот не постои.

1651. Да се конструира продорна просторна крива на ротационен цилиндар, ако оската е MN[M(50,45,0), N(50,45,160)], радиусот изнесува 40 mm со ротационен конус, чиј центар е S(60,0,80), радиусот R = 60 mm и врвот V(60,120,80), во коса проекција ($\varphi = 225^\circ$ и к = 3/4).

1652. Одредете продор на ротационен конус
со центарот S(90,90,0), радиусот R = 70 mm, а врвот V(90,90,140) и ротационен цилиндар со центрите M(90,0,45) и N(90,180,45), а радиусот r = 40 mm, како и тангента на кривата, во:
а) коса проекција ($\varphi = 45^\circ$ и к = 3/4), б) три проекции!

1653. Зададени се полуротационен цилиндар со центрите M(50,0,0) и N(50,100, 0), а радиусот изнесува 40 mm и пресечен ротационен конус, чиј центар на едната основа е S(50,50,10) и радиусот R = 30 mm, центарот на другата основа е T(50,50, 70) и радиусот r = 10 mm, кој постои само до продорот со полуцилиндарот.

Да се прикаже продорната крива и повлече тангента на кривата за x = 35 mm, во: а) коса проекција, φ и к изберете ги сами 6) три проекции, потоа конструирајте ја обвивката на пресечениот конус без продорниот дел.

1654. Да се нацрта продор на ротационен конус со центарот S(0,60,70), радиусот е R = 55 mm и врвот V(110,60,70) со ротационен цилиндар, ако центрите се M(30,70,0) и N(30,70,140), радиусот r = 25 mm. Повлечете допирки во точки T, U (x,y,25) на продорната крива. Сето тоа да се реши во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и к = 3/4,

6) три проекции, потоа конструирајте ја обвивката на конусот без продорниот дел.

1655. Определени се ротационен конус што има центар S(45,55,0), R = 45 mm а врв V(45,55,80) и ротационен цилиндар со центрите M(50,0,25) и N (50,110,25), а радиусот изнесува r = 20 mm. Да се нацртаат дадените тела, нивната продорна крива и тангенти во точки на кривата, за кои е x = 30 mm и z = 20 mm, при ова проекција: а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^\circ$ и к = 3/4, 6) три проекции.

1656. Најдете продор на ротационен конус со центарот S(75,105,0), радиусот R = 75 mm и врвот V(75,105,135) со ротационен цилиндар, чија оска е MN [M(80, 15,45), N(80,195,45)], радиусот е r = 35 mm! Повлечете тангенти во оние точки на продорната крива, за кои е x = 105 mm ! Задачата да се реши во:

а) коса проекција ($\varphi = 210^\circ$ и к = 4/5),

6) три проекции, потоа конструирајте ја обвивката на цилиндарот со продорниот дел.

1657. Нацртајте меѓусебен продор на ротационен конус, кој има центар S(0,50, 50), радиусот R = 50 mm, а врвот V(130,50,50) и ротационен цилиндар со центрите M(50,0,70) и N (50,100,70), а радиусот r = 40 mm, како и тангенти во точки T, U (10,y,z) на просторната крива, во:

а) коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и к = 3/4, 6) три проекции!

1658. Дадени се: ротационен конус со центарот S(100,80,0), радиусот R = 60 mm а врвот V(100,80,140) и ротационен цилиндар, чии центри се M(0,60,60) и N (200,60, 60), а радиусот r = 40 mm. Одредете го нивниот продор и тангента во точка T(144,96,z) на кривата, во следново проектирање:

а) коса проекција ($\varphi = 135^\circ$ и к = 3/4), 6) три проекции!

1659. Фиксирани се: пресечен ротационен конус со центарот на едната основа е S(70,50,0) и радиусот R = 40 mm, додека центарот на другата основа е T(70, 50,80) и радиусот r = 10 mm и ротационен цилиндар, чии центри се A(20,50,40) и B(120,50,40), а радиусот изнесува 30 mm. Да се претстави продорната крива на дадените тела, при тоа повлечете и тангента на кривата, во:

а) коса проекција (φ и $\underline{k}$ изберете ги сами), б) три проекции.

1660. Да се конструира продор на ротационен конус со центарот S(60,60,90), радиусот R = 45 mm и врвот V(60,60,15) со ротационен цилиндар, чии центри се M(10,40,45) и N (110,40,45), радиусот r = 40 mm. Повлечете тангенти во точки T и U на продорната крива, за кои е x = 40! Сето тоа да се изведе во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^{\circ}$ и $k = 3/4$,

б) три проекции, потоа конструирајте ја развивката на обвивката на цилиндарот без продорниот дел.

1661. Одредете продорна крива на пресечен ротационен конус, кој има центар на едната основа S(35,35,35), радиусот R = 25 mm и центар на другата основа T(80, 35,80), радиусот r = 10 mm со ротационен цилиндар, чии центри се M(5,35,35) и N (110,35,35), а радиусот r = 25 mm. Да се конструира допирка во произволна точка на просторната крива. Задачата да се претстави во:

а) коса проекција, φ и $\underline{k}$ изберете ги сами.

б) три проекции, потоа конструирајте ја мрежата на пресечниот конус со кривата.

1662. Дефинирани се горна половина на пресечен ротационен конус, чија оска е нормална на Π_2. Поголемиот базис има: R= 80 mm и средиште во точката A(80,0,0). Помалиот базис има r = 30 mm и средиште B(80,140,0). Ротационен цилиндар, чија оска е паралелна со x-оската, а чии основи имаат радиус 32 mm и центар на едната основа е C(0,52,35). Одредете продор на дадените површини и тангента во една произволна точка на продорната крива, во три проекции. Да се претстави полуконусот како тело, без делот што е во цилиндарот.

1663. Нацртајте продор на кос кружен конус со хоризонтална основа, чиј центар е S(180,80,0), радиусот R = 45 mm, а врвот V(0,50,100) со ротационен цилиндар, чии центри се M(90,40,0) и N(90,40,100), а радиусот r = 40 mm. Да се повлечат тангенти во точки T и U на продорната крива, за кои е x = 120 mm. Сето тоа да се реши при овоа проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 225^{\circ}$ и $k = 3/4$,

б) три проекции, потоа конструирајте ја обвивката на цилиндарот со кривата.

1664. Да се конструира продор на двоен ротационен конус, чиј центар е S(50, 40,0), радиусот r = 30 mm, а врвот V(50,40,50) со кос кружен цилиндар, чии хоризонтални основи имаат центри M(80,90,0) и N (50,y, z), а радиусот толкав за основата на конусот да се допира однадвор со долната основа на цилиндарот, додека двете тела имаат заеднички изводници. Решението на задачава да се изведе во придружени ортогонални проекции. При тоа да се одреди тангента во произволна точка на просторната крива.

1665*. Да се одреди продорна крива на кос кружен конус со кос кружен цилиндар: конусот со основата лежи во хоризонталницата, чиј центар е S(0,50,0), радиусот R = 50 mm, а врвот V(100,100,65) и косиот цилиндар со долна основа лежи во хоризонталницата, неговите центри се M(100,30,0) и N(15,125,65), а радиусот r = 30 mm. Повлечете допирка во онаа точка од кривата каде нејзиниот облик не е доволно одреден. Решението да се прикаже во:

а) коса проекција, ако φ и к ги изберете сами, б)* монжови проекции.

1666. Да се најде продор на кос кружен конус, чија основа во Π_1 и има центар S(115,25,0), радиусот е R = 25 mm и врвот V(20,60,50) со кос кружен цилиндар, кој има хоризонтални основи, чија оска е MN [M(30,30,0), N(90,65,50)], а радиусот r = 20 мм. Да се повлече тангента во која и да било точка на продорната просторна крива. Задачава да се реши во: а) коса проекција, ако сами извршите избор на φ и к,

б) монжови проекции.

1667. Прикажете продорна просторна крива на кос кружен цилиндар со кос кружен конус! Оската на цилиндарот е MN [M(80,0,35), N(50,45,55)] и радиусот r = 15 mm, кој има фронтални основи, додека оската на конусот е SV [S(35,0,25), V(95, 60,55)], а радиусот R = 25 mm, чија основа е во Π_2. Нацртајте допирки во точки на кривата, за кои е x = 60 mm! Решението да се претстави во следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$ и к = 3/4,

б) монжови проекции, потоа одделно да се нацрта фронтална проекција на конусот со продорната крива, ако тој транслаторно се помести вдесно за 100 mm.

1668. Да се конструира просторна продорна крива на кос кружен цилиндар што има профилни основи, чии центри се M(0,30,120) и N(50,80,34), радиусот изнесува 28 mm со кос кружен конус, кој со основата е поставен на Π_3, ако неговиот центар е S(0,42,50), радиусот 36 mm и врвот V(60,100,106). Најдете тангента во една точка на кривата! Сето тоа да се нацрта при оваа проекција:

а) коса проекција ($\varphi = 150^\circ$ и к = 3/4) и б) три проекции.

1669. Одредете продор на кос кружен цилиндар, чија долна основа е во Π_1 со ротационен конус, кој има основа во Π_2! Оската на цилиндарот е MN [M(30,30,0) N(130,30,70)], радиусот r = 25 mm. Оската на конусот е SV [S(80,0,40), V(80, 70,40)], радиусот R = 30 mm. Повлечете тангента во точка на продорната крива, за која е x = 75 mm! Имено во следниов вид проекција:

а) коса проекција φ и к изберете ги сами б) три проекции.

1670. Да се претстави продорна крива на ротационен конус со центарот S(95, 85,0), радиусот R = 50 mm и врвот V(95,85,120) со кос кружен цилиндар со фронтални основи, чии центри се M(50,25,45) и N (140,140,45), а радиусот r = 30 mm. Да се нацртаат тангенти во оние точки на продорната крива, за кои е x = 110. Сето тоа да се прикаже во:

а) коса проекција ($\varphi = 30^\circ$ и к = 3/4),

б) три проекции, потоа конструирајте ја обвивката на конусот со кривата.

1671. Определени се кос кружен конус со базис во Π_2 чиј центар е S(80,0, 20), радиусот r = 20 mm а врвот V(40,60,60) и кос кружен цилиндар со долен базис во Π_1, радиусот r = 20 mm и оската MN [M(50,20,0), N (70,50,60)]. Конструирајте траги на помошните рамнини за одредување на продорот и поставете две такви рамнини, во следново проектирање:

а) коса проекција, ако за φ и к изберете сами вредности, б) придружени проекции.

1672. Да се прикаже продор на кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се M(20,40,0) и N(145,40,120), а полупречникот r = 20 mm , со кос кружен конус, кој има базис во Π_2 со центарот S(90,0,40), полупречникот R = 40 mm и врвот V(20,165,110). Нацртајте тангента во произволна точка на просторната крива! Сето тоа да се изведе при овој вид проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^\circ$ и к = 3/4, б) монжови проекции.

Дефинитивната видливост означете ја како конусот да е прозирен.

1673. Фиксирани се кос кружен конус со базисот во Π_1, чиј центар е S(30, 30,0), радиусот r = 20 mm, а врвот V(70,60,60) и хоризонтален кос кружен цилиндар со заден базис во Π_2, радиусот r = 20 mm и оската MN [M(70,0,30), N(30,60,60)]. Одредете траги на помошните рамнини за нацртување на продорот и поставете две такви рамнини, со наоѓање на соодветните продорни точки, при ова проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 150^\circ$ и к = 3/4, б) монжови проекции!

1674. Определени се: кос кружен цилиндар со задна основа во Π_2, чија оска е MN [M(50,0,20), N (70,60,50)] а дијаметарот d = 40 mm и кос кружен конус кој има хоризонтална основа со центарот S(80,20,0), радиусот r = 20 mm а врвот V(40,60, 60). Да се конструира меѓусебен продор на цилиндарот и конусот, како и тангента во произволна точка на просторната крива. Во следново проектирање:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 30^\circ$ и к = 1, б) придружени проекции.

1675. Дефинирани се ротационен цилиндар, чии центри се P(185,40,60), Q (25, 100,60), радиусот од 40 mm и ротационен конус со центарот S(105,80,0), радиусот R = 55 mm и врвот V(105,80,130). Нацртајте ја хоризонталната и фронталната

проекција на дадените тела и одредете го нивниот меѓусебен продор со вцртување на тангента на кривата! Конструирајте ја обвивката на цилиндарот нанесувајќи ја на неа продорната крива.

1676. Земете ротационен конус, чиј центар е S(80,70,10), радиусот R = 30 mm, а врвот V(80,70,90) и ротационен цилиндар со центрите M(20,90,45) и N(120,30, 45) , а радиусот r = 25 mm. Да се најде продорната крива и во една нејзина точка повлечете допирка, при овој вид проектирање:

а) коса проекција φ и $\underline{k}$ изберете ги сами б) три проекции, потоа да се конструира обвивка на ротационен конус со отстранување делот омеѓен со продорната крива.

1677.* Да се претстави продорна просторна крива на ротационен конус со центарот S(70,0,70), радиусот R = 50 mm, а врвот V(70,100,70) и ротационен цилиндар, чии центри се M(20,30,110) и N (130,30,50), а радиусот r= 25 mm, во ортогонални проекции. При тоа да се претстави и тангента во точка T(48,y,110) на кривата. Да се нацрта мрежата на обвивката на конусот со нанесување на продорната крива на неа.

1678. Нацртајте придружени проекции на ротационен цилиндар со центрите M(40,50,50) и N(160,50,110), а радиусот r = 35mm и ротационен конус, кој има центар S(100,0,90), радиусот R = 50 mm и врвот V(100,110,90)! Потоа одредете ја нивната продорна крива, повлекувајќи допирки T,U (90,y, z) на кривата! Конструирајте ја обвивката на конусот со нанесување на продорната крива.

1679. Прикажете продор на ротационен конус со центарот S(0,50,40), радиусот R = 30 mm, а врвот V(70,50,40) и ротационен цилиндар со центрите M(30,20,30) и N(30,70,70), радиусот r = 20 mm, исто така повлечете тангента во произволна точка на продорната крива во три проекции. Потоа конструирајте ја обвивката на конусот без делот што го ограничува продорната крива.

1680. Зададени се: ротационен конус, кој има центар S(0,80,90), радиусот R = 50 mm а врвот V(120,80,90) и ротационен цилиндар со центрите M(50,90,160) и N(50,40,30) , радиусот изнесува r= 40 mm. Да се одреди нивната продорна крива и тангента во нејзина точка, во придружени проекции. Потоа да се нацрта мрежата на обвивката на цилиндарот со отстранување на продорниот дел.

1681. Да се претстави продор на ротационен конус кој има центар S(70, 70, 0) радиусот R = 60 mm и врвот V(70,70,120) со ротационен цилиндар чии центри се M(70,70,30) и N(155,70,80), а радиусот r = 30 mm во три проекции. Потоа конструирајте ја мрежата на обвивката на ротациониот конус со нанесување на продорната крива на неа.

1682. Да се одреди продорна крива на ротационен конус, чиј центар е S(80,50,0), радиусот R = 40 mm, а врвот V(80,50,100) и ротационен цилиндар со центрите M(30, 60,70) и N(130,60,30), радиусот r= 25 mm, во три проекции. Повлечете допирки во точки T и U на просторната крива, за кои е x = 65! Потоа конструирајте ја мрежата на обвивката на цилиндарот со нанесување на продорната крива.

1683.* Дефинирани се пресечен ротационен конус со центар на долната основа S(40,38,0), радиусот R= 35 mm, центарот на горната основа T(40,38,64), r = 14 mm и ротационен цилиндар, кој има центри M(40,38,20) и N(85,70,60), а радиусот изнесува 20 мм, тој постои до продорот со пресечениот конус. Нацртајте монжови проекции на двете тела и одредете го нивниот меѓусебен продор! Да се конструира тангента во една произволна точка на продорната крива.

1684. Фиксирани се: ротационен конус, чиј центар е S(50,50,0), радиусот R = 45 mm, а врвот V(50,50,90) и ротационен цилиндар со центрите M(50,50,30) и N(100,80, 65), радиусот е r = 25 mm, цилиндарот продолжува преку точката M, но тој да се црта од горната основа на продорната крива. Најдете придружени проекции на нивниот меѓусебен продор. Потоа повлечете две тангенти на продорната крива. Да се конструира мрежа на обвивката на ротациониот цилиндар од горната основа до продорната крива.

1685. Да се одреди просторна продорна крива на пресечен ротационен конус со центарот на големата основа S(50,50,10), радиусот R = 40 mm, центарот на малата основа T(50,50,80) и радиусот r = 20 mm и ротационен цилиндар, чии центри се M(50,50,30) и N(100,70,65), радиусот r_1 = 25 mm, како и тангенти за x = 65 mm, во три проекции. Потоа конструирајте ја мрежата на обвивката на пресечниот ротационен конус со нанесување на продорната крива врз неа.

1686. Да се прикаже продор на пресечен ротационен конус, чиј центар на големата основа е S(60,0,55), радиусот R = 35 mm и центарот на другата основа T(60,70, 55), радиусот r = 10 mm и ротационен цилиндар со неговите центри M(20,50,30) и N(100,30,80), а радиусот изнесува 25 mm. Во произволна точка на продорната крива повлечете допирка. Задачата да се реши во придружени проекции.

Продор на цилиндар и топка

1687. Фиксирани се: ротационен цилиндар, чии центри се A(40,40,0) и B(40,40, 80), а радиусот $r = 25$ mm и топка со центарот C(40,40,40), радиусот $R = 30$ mm. Да се конструира продорната крива и да се повлечат тангенти на неа во точки D,E (20,y, z), во три проекции. Развиј ја обвивката на цилиндарот со нанесување на продорната крива.

1688. Да се претстави продор на ротационен цилиндар со центрите A(0,40,35) и B(40,40,35), радиусот $r = 25$ mm и лева полутопка, чиј центар е C(0,45,40) и радиусот $R = 30$ mm. Да се најде допирка во произволна точка на продорната крива. Решението да се прикаже во три проекции, при размер 2:1.

1689. Одредете продор во три проекции на топка со центарот C(100,50,50) и радиусот $R = 50$ mm со ротационен цилиндар, чии центри се A(60,80,0) и B(60, 80,120), радиусот $r = 50$ mm! Повлечете тангенти во точки T и S на продорната крива, ако е $x = 65$! Потоа конструирајте ја обвивката на цилиндарот со отстранување на продорниот дел.

1690. Да се конструира множество точки оддалечени од правата a =AB/A(60,50, 0),B(60,50,90)/ за 20 мм и од точката C(50,60,45) за 40 мм, во три проекции.

1691. Прикажете продор на топка, која има центар S(0,70,60), а радиусот $R = 60$ mm со ротационен цилиндар, чија оска е нормална на Π_1 и кој ја допира топката во онаа нејзина точка која е најоддалечена од Π_2, а дијаметарот му е еднаков на радиусот на топката!

1° Нацртајте три проекции на продорната крива!

2° Одредете тангента во една точка на кривата!

3° Каков агол затвараат со Π_1 тангентите на кривата во оние нејзини точки чија фронтална проекција се контурни точки?

1692. Нацртајте придружени проекции на полутопката

$$x^2+y^2+z^2-100y+900=0, \quad z \geqslant 0$$

и на цилиндарот

$$x^2+y^2+20x-120y+2800=0 \qquad \text{со висина} \qquad 0 \leqslant z \leqslant 60,$$

потоа одредете ја продорната крива на површините и конструирајте развивка на обвивката на оној дел од цилиндарот кој се наоѓа надвор од топката.

1693. Да се нацрта продорна просторна крива меѓу ротационен цилиндар што има оска AB[A(45,0,50), B(45,100,50)], радиусот $r = 30$ mm и топка со центарот C(40,40,40), а радиусот $R = 35$ mm. Да се конструираат две тангенти на кривата. Сето ова да се изведе во три проекции.

1694. Најдете продор во проекции на полутопка, која е горна половина од топката со центарот C(50,70,0) и радиусот $R = 50$ mm со ротационен цилиндар, чии центри се M(60,10,35) и N(60,130,35), радиусот $r = 30$ mm ! Повлечете тангенти во точки T и S на продорната крива, за кои е $x = 80$! Потоа развијте ја обвивката на цилиндарот без делот омеѓен со продорната крива.

1695. Да се претстави меѓусебен продор на топка со центарот C(40,40,40), радиусот $R = 30$ mm и ротационен цилиндар со центрите M(0,30,30) и N(80,30,30), а радиусот $r = 25$ mm, во три проекции. Да се конструира допирка на продорната крива. Потоа да се нацрта обвивката на цилиндарот со нанесување на продорната крива.

1696. Зададени се ротационен полуцилиндар, кој со својот оскин пресек лежи во Π_1, а оската му е паралелна со x - оската, радиусот на основите е $r = 45$ mm, а должината на оската од 100 мм. Топка се допира до Π_1, а центарот и се наоѓа во средината на најгорната изводница (генератриса) на цилиндарот.

Конструирајте ја продорната крива на двете тела и тангента во една нејзина точка, во три проекции!

1697. Фиксирани се ротационен цилиндар, чии центри се A(140,20,50) и B(20, 120,50), а радиусот $r = 25$ mm и топка, чиј центар е C(80,60,50) и радиусот $R = 40$ mm.

1° Да се нацртаат три проекции на двете тела, потоа да се одреди нивната продорна просторна крива и тангента во една произволна точка на кривата.

2° Конструирајте ја развивката на обвивката на цилиндарот нанесувајќи ја на неа и продорната крива!

1698. Се бара множество точки во просторот кои се од правата a = AB [A(140,20,60), B(20,120,60)] оддалечени за $d = 25$ mm и од точката C(80,60,60) за $d_1 = 40$ mm, во придружени проекции.

1699. Нацртајте три проекции на ротационен цилиндар, ако центри на неговите основи се: M(30,85,55) и N(115,45,55), радиусот $r = 45$ mm и топка со центарот C(70,90,70) и радиусот $R = 50$ mm ! Потоа најдете ја нивната продорна крива, повлекувајќи тангенти во точки A,B(65,y,z) на кривата. Конструирајте ја мрежата на обвивката на цилиндарот со нанесување на продорната крива!

1700. Да се одреди во три проекции продор на полутопка, која е горна половина од топка со центарот C(45,60,0), а радиусот R = 45 mm со полуцилиндар, кој е горна половина на ротационен цилиндар, чии центри се M(45,60,0) и N (100,80,0), радиусот r = 35 mm , кој постои до продор со полутопката. Повлечете тангенти во точка T(65,y, z) на продорната крива! Потоа конструирајте ја обвивката на полуцилиндарот без продорниот дел.

1701. Одредете продор на горна половина од топка со центар C(35,40,0), радиус од 35 мм и два горни ротациони полуцилиндра, кои постојат до продор со полутопката. Оската на првиот минува низ C а со Π_2 зафаќа агол од 30°, чија должина е $\overline{CA}$ =60 мм, радиусот од 20 мм, додека оската на вториот полуцилиндар исто така минува низ C и со Π_2 затвора агол од 135° а должината на оската $\overline{CB}$ =70 мм, радиусот изнесува 20 мм. Повлечете две тангенти на продорната крива ! Решението да се претстави во придружени проекции.

1702. Да се конструира продорна просторна крива на топка, чиј центар е S(50, 50,40) и радиусот R = 40 mm со ротационен цилиндар, центрите на неговите основи се M(30,60,30) и N(120,60,90), а радиусот r = 25 mm, повлекувајќи тангента во една произволна точка на кривата. Нацртајте ја обвивката на цилиндарот до продорот со топката.

1703. Дефинирани се ротационен цилиндар со центрите M(185,70,40) и N(25,70,100), радиусот r= 40 mm топка, која има центар C(110,50,90) и радиусот R = 50 mm. Нацртајте монжови проекции на двете тела, одредете го нивниот меѓусебен продор, како и тангенти во точки S,T(70,y,z)! Потоа нацртајте ја мрежата на обвивката на цилиндарот со нанесување на продорната крива.

1704. Фиксирани се топка, ако е центарот C(60,55,50), радиусот R = 40 mm и ротационен цилиндар со неговите центри M(60,60,40) и N (120,60,100), радиусот r = 20 mm. Да се конструираат нивните три проекции и продорот, одредувајќи тангента во продорната крива во точка T(80,50, z). Да се конструира мрежата на обвивката на цилиндарот без продорниот дел.

1705. Дефинирани се горна половина на топка, ако нејзин центар е C(60,60 ,0), радиусот R = 50 mm и ротационен цилиндар, чии центри се M(60,70,20) и N (110,70,70), радиусот е r = 25 mm. Да се нацртаат три проекции на дадените тела, потоа одредете ја нивната продорна просторна крива и тангента во произволна точка на кривата. При дефинитивна видливост претпоставете дека топката е прозирна.

1706. Претставете продор во три проекции на полутопка која е горна половина од топка со центарот C(60,60,0) и радиусот R = 50 mm со ротациониот цилиндар, чии центри се M(70,50,20) и N (120,50,70), радиусот r = 15 mm ! Повлечете допирка во точки T и S на продорната крива,за кои е x = 90! Да се конструира развивка на обвивката на цилиндарот со кривата на неа.

1707. Одредете продорна крива во три проекции помеѓу ротационен цилиндар со центрите A(60,60,0) и B(60,60,40), радиусот R = 50 mm, врз кој е поставена горна полутопка со центарот C(60,60,40) а радиусот од 50 мм и ротационен цилиндар, чии центри се E(75,60,40) и F (140,60,100), а радиусот изнесува 30 mm, што постои до составеното валчесто тело, како и тангенти за x = 85! Потоа нацртајте ја мрежата на обвивката на цилиндарот, чија оска е паралелна со Π_2 без делот што го детерминира продорната крива.

1708. Да се претстави меѓусебен продор на ротационен цилиндар, кој има центри во точките A(40,20,20) и B(40,60,90), радиусот изнесува 20 mm и топка, чиј центар е C(30,30,55), а радиусот R = 25 mm, во три проекции. Нацртајте допирка во произволна точка на просторната крива! Потоа да се конструира развивка на цилиндарот без продорниот дел.

1709. Дадени се цилиндар и топка во придружени проекции, според приложената слика (сл.426 - 438). Нацртајте го продорот во три проекции, претходно повлекувајќи тангента во произволна допирна точка на продорната крива.

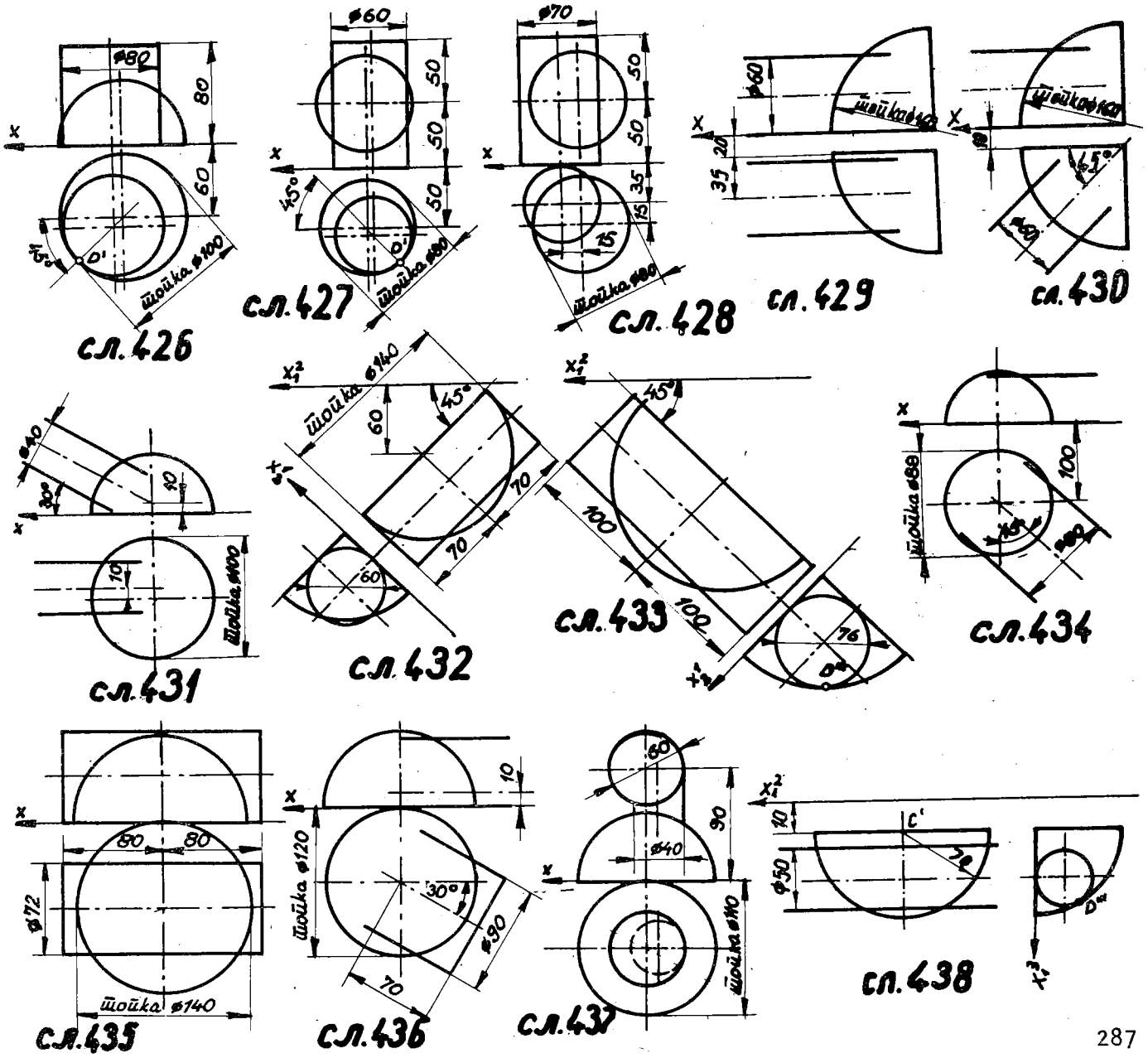
1710. Конструирајте продорна крива на ротационен цилиндар со центрите A(10,60, 20), B(80,20,40), радиусот r = 20 mm и топка, која има центар во точката C(45,30,35) и радиусот R = 25 mm , во проекции! Да се нацртаат допирки во две точки на кривата.

1711. Да се прикаже продор во три проекции на топка со центарот C(60,60,60), радиусот R = 45 mm и кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се M(40,50,0) и N (130,120,120), радиусот r = 25 mm . Повлечете допирка во произволна точка на продорната крива. Потоа отстранете го цилиндарот, т.е. претпоставете дека е прозирен.

1712. Одредете продор на топка, чиј центар е C(45,40,50) и радиусот R= 40 mm со кос кружен цилиндар со фронтални основи, ако се центрите во точките A(25,0,45) и B(110,110,45), радиусот r = 25 mm во три проекции! Повлечете тангенти во допирни точки T и S на продорната крива, за кои е x = 70!

При извлекување дефинитивна видливост земете дека топката е прозирна.

1713. Да се најде продорна крива во три проекции меѓу топка со центарот C(40, 50,40), а радиусот R = 40 mm и кос кружен цилиндар со фронтални основи, кој има центри M(45,0,20) и N(45,100,100), радиусот r = 20 mm . Да се конструираат тангенти на оние точки на кривата, за кои е x = 60 mm .



1714. Земете топка која ги допира Π_1 и Π_2, како и кос кружен цилиндар со хоризонтални основи. Положбата на телата така да ги изберете што топката да го продира цилиндарот и да го допира во една негова изводница, т.е. двојна допирна точка, допирната изводница е паралелна со Π_2. Да се прикаже во проекции продорна просторна крива и во нејзина произволна точка повлечете тангента.

Продорна просторна крива на два кружни конуса

1715. Најдете продор помеѓу два ротациони конуса: првиот со центарот S(70,70, 0), радиусот $R = 70$ mm, а врвот V(70,70,100) и вториот има центар T(70,70,0), $r = 60$ mm и врв U (70,70,120)! Да се повлече допирка во произволна точка на продорната крива. Сето ова да се претстави во:

а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и $k = 2/3$, б) три проекции.

1716. Да се конструира продорна крива на два ротациони конуса: првиот со својата оска SV[S(60,60,0), V(60,60,120)], радиусот е $R = 50$ mm и вториот конус, чија оска е T U[T(80,80,0), U(80,80,90)], радиусот $r = 40$ mm, како и тангента на кривата. Имено при следново проектирање:

а) коса проекција ($\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$), б) монжови проекции.

1717. Нацртајте продорна просторна крива на два пресечни ротациони конуса: првиот со центрите S(50,0,50) и V(50,80,50), респективно радиусите $R = 30$ mm и $r = 15$ mm, додека вториот, чии центри се T(50,40,0) и U (50,40,100), како и соодветните радиуси изнесуваат 35 mm и 15 mm. Конструирајте тангента во произволна точка на кривата! Задачава да се реши во:

а) коса проекција, ако се $\varphi = 45^\circ$ и $k = 1$, б) три проекции.

1718. Зададени се два пресечни ротациони конуса, чии оски се сечат во точката S(70,50,40), која е на средината на должините од нивните оски. Едниот пресечен конус има вертикална оска, нормална на Π_1 која е долга 75 mm и радиусите на основите му се $R = 40$ mm и $r = 25$ mm. Другиот пресечен конус има оска паралелна со x - оската, која е долга 100 mm, а радиусите на неговите основи соодветно изнесуваат 35 и 15 mm. Да се претстават монжови проекции на телата и нивната продорна крива, како и тангенти во точки T,U (50,y, z) на кривата. Потоа нацртајте ја мрежата на обвивката на вертикалниот пресечен ротационен конус со нанесување на продорната крива.

1719. Одредете продор во три проекции помеѓу ротационен конус S(80,0,80), r = 30 mm , а V(80,70,80) и кос кружен конус со основа во Π_2, чиј центар е T(60,0,50), радиусот R = 40 mm , врвот U (120,70,90)! Да се најдат сите контурни и карактеристични точки, а во една произволна точка од кривата повлечете тангента.

1720. Фиксирани се два коси кружни конуса со основите што лежат во Π_1 рамнината. I-от конус: центарот е S(50,60,0), радиусот R = 50 mm , врвот V(170,120,180) и II-от конус: центарот е T(170,50,0), радиусот r = 35 mm, а врвот U (60,130,100). Да се нацртаат двете тела, да се определи продорната крива и во која да било нејзина точка да се повлече тангента, во:
а) изометриска ортогонална аксонометрија, б) придружени проекции.

1721. Земете два коси кружни конуса, чии базиси лежат во Π_1 со радиуси што изнесуваат 50 mm и 40 mm ! Основата на првиот конус да ја допира Π_2. Да се одреди нивната продорна крива и да се повлече тангента во нејзина произволна точка. Положбата на конусите така да се избере за да се продираат и допираат во една точка. Допирните генератриси (изводници) да се паралелни со Π_2, а во фронтална проекција да се под прав агол. Висините на конусите нека им се еднакви. Решението да се прикаже во монжови проекции.

1722. Определени се два коси кружни конуса со основи во Π_2, ако првиот е со центарот S(0,0,70), радиусот R = 35 mm и врвот V(-45,45,0), додека вториот има центар во точката T(-35,0,35), дијаметарот d = 50 mm, а врвот е U (45,130,0). Се бара да се најде нивната продорна просторна крива и тангента во нејзина произволна точка, во: а) коса проекција, при $\varphi = 330^\circ$ и к = 1, б) монжов пар.
При одредување дефинитивна видливост претпоставете дека вториот конус е отстранет, односно тој е прозирен.

1723. Одредете продор на кос кружен конус, чијашто основа е во Π_1, ако оската е SV[S(45,30,0), V(100,60,75)] , радиусот r = 25 mm со ротационен конус, чија оска е MN [M(75,0,25), N (75,70,25)] , а радиусот r = 25 mm . Повлечете допирка во една точка на продорната крива! Задачата да се изврши во следново проектирање:
а) коса проекција, при $\varphi = 30^\circ$ и к = 3/4, б) придружени проекции.

1724. Да се конструира продорна просторна крива на ротационен конус со центарот S(84,0,40), радиусот r = 40 mm , врвот V(84,110,40) и кос кружен конус, кој има основа во Π_1 со центарот T(50,46,0), радиусот е r = 40 mm и врвот U (156,110,100). Одредете допирка во една точка на кривата! Задачата да се реши во:
а) коса проекција, ако се $\varphi = 135^\circ$ и к = 3/4, б) монжови проекции.

1725. Да се прикаже продор на кос кружен конус, кој има фронтална основа и центарот е во точката S(45,0,30), R = 30 mm , врвот V(120,70,20) со ротационен конус, чија оска е AB[A(75,25,0), B(75,25,70)] и радиусот r = 25 mm. Нацртајте тангента во произволна течка на просторната крива. Сето ова да се претстави во: а) коса проекција, при сопствен избор на φ и $\underline{k}$, б) придружени ортогонални проекции.

1726. Одредете продорна крива на два коси кружни конуса: првиот со хоризонтална основа, чија оска е AB[A(130,40,0), B(40,70,100)] и радиусот r = 30 mm, додека вториот конус со основа во Π_2 и оската CD[C(40,0,40), D(160,130,50)], радиусот R = 40 mm. Да се повлече тангента во произволна точка на кривата. Решете ја задачава во: а) коса проекција ($\varphi = 30^\circ$ и k = 4/5), б) монжов пар.

1727*. Зададени се два ротациони конуса: I-от конус со центарот S(60,70,0), радиусот R = 50 mm, а врвот V(60,70,100) и II-от конус, кој има центар во точката Q(120, 70,80), радиусот r = 40 mm и врвот P(40,70,20) (овој постои до продорот со I-от конус). Најдете ја продорната крива на двата конуса во три проекции, при тоа повлечете тангента во произволна точка на кривата!

1728. Дефинирани се два ротациони конуса: првиот конус има центар во точката S(70,40,0), радиусот r = 30 mm и врвот V(70,40,100), а вториот конус со центарот T(20,40,50), радиусот r = 30 mm и врвот U(130,40,0). Дадените тела нацртајте ги во три проекции, одредете го нивниот меѓусебен продор и повлечете тангента во произволна точка на просторната крива. Потоа да се конструира мрежата на обвивката на првиот конус со нанесување на продорната крива.

1729. Да се претстави продор во три проекции на два ротациони конуса: првиот со центарот S(50,45,0), радиусот r = 35 mm , а врвот V(50,45,90) и вториот има центар T(100,45,50), радиус R = 40 mm и врв U(0,45,15). Повлечете допирка во произволна точка на продорната крива! Потоа да ја конструирате обвивката на вториот конус со отстранување на делот омеѓен од кривата.

1730. Да се конструира продорна крива меѓу два пресечни ротациони конуса: првиот со центарот на едната основа S(60,60,0) и радиусот R = 50 mm , центарот на горната основа е T(60,60,100) и радиусот r = 15 mm , а вториот п.конус има центар на долната основа M(60,60,10) и радиусот изнесува 40 mm , додека центарот на горната основа е N(120,60,95) а радиусот 10 mm . Потоа одредете ја мрежата на обвивката на оној пресечен ротационен конус, чија оска е паралелна со Π_2, при тоа на неа нанесете ја продорната крива. Задачата да се прикаже во три проекции.

1731. Дадени се: I-от ротационен конус, чиј центар е S(75,0,50), радиусот R = 45 mm , а врвот V(75,85,50) и II-от ротационен конус, кој има центар во точката P(20,55,50), радиусот r = 40 mm и врвот Q(125, 15,50). Одредете продор во три проекции, повлекувај-

ки тангенти во точки на продорната крива, за кои е x = 65 mm ! Да се конструира развивка на обвивката на II-от ротационен конус со нанесување на продорната крива врз неа.

1732. Нацртаjте продор на два ротациона конуса, чии оски се сечат во точката S(40,36,66) и се паралелни со Π_3, ако вертикалниот конус има за оска AB /A(40,0, 66), B(40,88,66)/, каде што се A центар на основата и B врв на конусот, радиусот изнесува 30 мм, додека оската на другиот конус е CD со должина $\overline{CD}$=104 мм, ако центар на основата е C(40,60,120) а радиусот од 26 мм ! Да се одреди тангента во произволна точка на продорната крива. Решението да се изведе во три проекции. Потоа да се конструира обвивката на вертикалниот конус без продорниот дел.

1733. Одредете продор помеѓу два ротациони конуса: првиот ротационен конус со центарот S(70,70,0), радиусот r = 50 mm, врвот V(70,70,120) и вториот конус има врв во точката T(20,20,0), а оската минува низ точката M(70,70,30) и има должина 145 mm и ако тој конус со една своја изводница се допира на Π_1 ! Во произволна точка од продорната крива повлечете тангента. Сето ова да се претстави во три проекции. Нацртаjте мрежа на првиот ротационен конус нанесувајќи ја и продорната крива.

1734. Фиксирани се точката A(70,60,60), правата p = BC [B(50,60,10), C(0,60, 85)] и рамнината T [-50,60,∞]. Повлечете права a низ точката A која со правата p зафаќа агол $\alpha = 45^\circ$ и со рамнината T агол $\beta = 60^\circ$. Задачата да се реши во монжови проекции.

Продор на кружен конус и топка

1735. Да се претстави продор на ротационен конус, чиjа оска е SV [S(30,30,0), V(30,30,60)], каде се S центар и V врв , радиусот R = 36 mm и топка со центарот C(30,30,26), а радиусот r = 22 mm , во три проекции. Нацртаjте ја мрежата на обвивката на конусот со нанесување на продорната крива!

1736. Конструираjте продорна просторна крива меѓу ротационен конус со оската SV[S(60,60,0), V(60,60,100)], а радиусот R = 50 mm и топка со центарот C(80,60,50), полупречникот r = 35 mm ! Да се повлече допирка во произволна точка на кривата. Решението да се прикаже во три проекции.

1737. Дефинирани се: ротационен конус со центарот S(50,40,0), радиусот r = 30 мм, а врвот V(50,40,90) и топка, чиj центар е C(40,40,40), радиусот R = 35 mm. Се бара да се одреди нивната продорна крива и тангента во една нејзина точка, во три проекции. Потоа да се конструира обвивката на конусот со отстранување на продорниот дел.

1738. Да се претстави продорна крива на површината од ротационен конус, определен со центарот S(60,0,60), радиусот R = 50 mm и врвот V(60,100,60) и топката што има центар во точката C(80,50,60), а радиусот е таков да има двоен допир. Повлечете допирка во произволна точка на просторната крива! На два одделни цртежа одредете видливост, прво земајќи ја топката за прозирна, потоа конусот дека е отстранет.

1739*. Најдете продорна просторна крива на ротационен конус, чиј центар е S(60,60,0), радиусот R = 50 mm, а врвот V(60,60,110) со топка , нејзиниот центар е C(90,80,60) и радиусот r = 40 mm, во три проекции. Да се конструира тангента во точка T(60,y,36) на кривата.

1740. Да се нацрта продор на топка, чиј центар е C(40,60,35) и радиусот r = 30 mm со ротационен конус, кој има центар S(50,50,0) , радиусот R = 40 mm, а врвот е V(50,50,70), во три проекции , исто така и тангенти во точки T,U (30,y, z) на продорната крива. Задолжително да се одредат карактеристичните продорни точки: највисока и најниска во однос на Π_1, како и контурните точки. Потоа конструирајте ја мрежата на конусот без заедничкиот продорен дел!

1741. Претставете продорна крива во три проекции на горната половина од топка со центарот C(50,60,0) и радиусот R = 50 mm со пресечен ротационен конус, центарот на едната основа е S(55,70,0), нејзиниот радиус r = 35 mm и центарот на другата основа е T(55,70,60), а радиусот r_1 = 20 mm ! Повлечете допирки во точки U и V на продорната крива, ако е x = 70. Потоа нацртајте ја мрежата на обвивката на пресечниот конус со отстранување на продорниот дел.

1742. Зададени се: ротационен конус со центарот S(50,80,0), радиусот R = 50 mm, а врвот V(50,80,80) и топка, чиј центар е C(70,60,40) и радиусот r = 36 mm .Да се одреди меѓусебниот продор и тангента во произволна точка на продорната крива, во монжов пар.

Нацртајте вистинска големина на пресек на двете тела извршен со рамнината T [80 , ∞, ∞] !

1743. Да се прикаже во придружени проекции ротационен конус со центарот S(80,0,80) , радиусот R = 60 mm, врвот V(80,120,80) и топка, чиј центар е C(110, 60,100), а радиусот r = 50 mm . Да се најде нивната продорна крива и тангента во нејзина точка. Конструирајте ја мрежата на обвивката на конусот нанесувајќи ја на неа продорната крива!

1744. Фиксирани се: топка со центарот C(30,30,30), радиусот r = 30 mm и ротационен конус, чиј центар е S(45,0,40), радиусот R = 40 mm и врвот V(45,70,40). Се бара нивниот продор и тангенти во точки T и U на продорната крива, ако x = 25.

во три проекции. Потоа нацртајте ја обвивката на конусот со отстранување на делот ограничен од продорот.

1745. Да се реши продор помеѓу ротационен конус со центарот S(70,0,70), радиусот $r = 50$ mm и врвот V(70,110,70) со топка, чиј центар е C(55,50,55), а радиусот така да се одреди што телата да имаат една допирна (двојна) точка. Нацртајте тангента во произволна точка на продорната крива. Сето тоа да се изведе во придружени ортогонални проекции.

1746. Земете ротационен конус кој има центар во точката S(0,70,60), радиусот $R = 50$ mm, а врвот V(120,70,60), и топка со центарот C(50,50,70) и радиусот $r = 40$ mm ! Да се конструираат дадените тела во три проекции и одредете го нивниот меѓусебен продор, при тоа повлечете допирки на продорната крива во точки T, U, за кои е $x = 40$.

1747. Дефинирани се: ротационен конус, чиј центар е S(0,50,50), радиусот $R = 40$ mm, а врвот V(70,50,50) и топка, чиј центар е C(35,55,40) и радиусот $r = 25$ mm.

1° Да се нацртаат три проекции на двете тела, потоа нивната продорна просторна крива и тангента во една нејзина произволна точка.

2° Конструирајте ја обвивката на конусот, нанесувајќи ја на неа продорната крива.

1748. Да се одреди просторна продорна крива меѓу ротационен конус, чија оска е SV[S(30,75,60), V(140,15,60)], радиусот е $R = 50$ mm и топка, нејзин центар е во точката C(80,60,40) и радиусот $r = 45$ mm. Повлечете допирки во точки на кривата, за кои е $x = 90$! Задачата да се реши во придружени ортогонални проекции.

1749. Определени се ротационен конус со центарот S(110,60,50), радиусот $R = 50$ mm, а врвот V(0,60,120) и топка, чиј центар е C(60,75,60) и радиусот $r = 45$ mm. Да се нацрта продорна крива на дадените тела, повлекувајќи тангента во една произволна допирна точка на кривата, во три проекции.

1750. Одредете продор во проекции на топка со центарот C(55,60,50) и радиусот $r = 50$ mm со кос кружен конус, чија основа е во Π_1, ако центар е S(70,80,0), радиусот $R = 70$ mm и врвот V(200,60,130)! Да се конструираат допирки во точки T и U на продорната крива, ако е $x = 80$.

1751. Да се претстави продор на топка со центарот C(0,45,0), радиусот $r = 40$ mm и кос кружен конус, кој има базис во Π_1 со центарот S(0,45,0), а врвот V(-28,74, 80), додека радиусот на основата така да се избере што со топката да има една заедничка контурна точка. Да се нацрта тангента во произволна точка на продорната просторна крива. Задачава да се реши во монжови проекции.

1752. Да се најде продор меѓу топка, нејзин центар е C(30,30,30), радиусот $r = 30$ mm и кос кружен конус со основа во Π_2, кој има центар S(45,0,40), радиусот $R = 40$ mm и врвот V(100,120,20). Повлечете допирки во точки T и U на продорната крива, ако е $x = 40$! Решението да се претстави во три проекции.

1753. Дадена е топка со радиусот $R = 50$ mm, која ги допира Π_1 и Π_2. Земете кос кружен конус чија основа е во Π_1 со радиусот $R = 50$ mm, кој се поклопува со хоризонталната проекција на топката. Конусот да ја продира и допира топката во една точка, ако допирната изводница е вертикална и лежи во вертикална рамнина, која минува низ центарот на топката а со Π_2 - затвора агол од 60°, додека висината на конусот е $\overline{SV} = 100$ mm ! Да се конструира продорната крива и да се повлече тангента во нејзина произволна точка. При тоа одредете највисока и најниска точка на кривата. Сето ова да се изведе во ортогонални проекции.

1754. Определен е ротационен конус со центарот S(60,50,0), радиусот $R = 40$ mm и врвот V(60,50,80). Да се одреди множество точки на површината на конусот кои од точката C(70,40, 35) се оддалечени за $d = 30$ mm. Решението да се даде во три проекции.

Продор меѓу две топки

1755. Дефинирани се топки: првата со центарот A(50,60,60), радиусот $R = 40$ mm и втората топка, која има центар B(50,60,30), а радиусот $r = 25$ mm. Се бара нивната продорна крива и тангента во нејзина произволна допирна точка, во три проекции.

1756. Да се претстави множество точки оддалечено од точката A(40,50,40) за 40 мм и од точката B(60,50,40) за 35 мм, во три проекции.

1757. Определена е топка со центарот A(40,40,40) и радиусот $R = 35$ mm. Одредете го продорот на претходната топка со топката, чиј центар е B(60,50,40) а радиусот $r = 32$ mm и тангенти во точки C, D (50,y,z) на продорната крива, во три проекции.

1758. Најдете продор на две топки: првата со центарот A(50,40,50) радиусот $R = 35$ mm и втората топка, која има центар B(30,40,40), радиусот $r = 30$ mm ! Да се нацрта допирка во некоја точка на продорната крива. Сето тоа да се изврши во три проекции.

1759. Да се конструира продорна крива на следниве топки: I-та топка, чиј центар е A(40,80,60), радиусот $R = 40$ mm и II-та топка, која има центар B(40,60,40), а радиусот $r = 30$ mm. Да се повлечат тангенти во точки C, D (x,y,50) на кривата. Решението да се прикаже во три проекции.

На два одделни цртежа претставете видливост ако е отстранета првата топка, потоа земете ја за прозирна втората топка.

1760. Одредете проекции на продорна крива на топките: C(50,60,50) со радиусот R = 40 mm и S(70,40,60), а радиусот r = 30 mm ! Да се повлечат тангенти во точки T и U на кривата, ако е x = 65.

1761. Дадени се две топки: првата со центарот C(50,60,50), радиусот R = 40 mm и втората топка, чиј центар е S(70,40,40), а радиусот r = 35 mm. Да се најде допирка во произволна точка на продорната крива. Задачава да се нацрта во придружени ортогонални проекции.

Продорна крива на торус со квадрика, односно произволно ротационо тело со квадрика

1762. Одредете продор во три проекции на топка со центарот C(110,90,60), радиусот r = 50 mm и торус, чија оска е AB[A(80,80,20), B(80,80,70)], а радиусот на оскината кружница е R = 55 mm.
Повлечете тангенти во точки на продорната крива, за кои е x = 100 mm.

1763. Да се најде меѓусебен продор на топка, чиј центар е C(120,60,100) и радиусот r = 50 mm со торус, кој има оска AB[A(90,40,90), B(90,90,90)] и радиусот на оскината кружница R = 55 mm. Да се нацртаат допирки во точки T и S на продорната крива, ако е x = 70. Задачава да се реши во три проекции.

1764*. Конструирајте продорна крива на топка, чиј центар е C(80,60,80), радиусот 50 mm со торус , чија оска е o = AB[A(50,20,70), B(50,70 ,70)] и радиусот на оскината кружница 27 mm, во три проекции! Да се повлечат тангенти во допирните точки T и S на кривата, за кои е x = 76 мм.

1765. Да се нацрта во проекции продорна просторна крива помеѓу горната половина торус, чија оска е o = AB[A(110,20,0), B(110,80,0)], а радиусот на оскината кружница R = 80 mm и топка со центарот C(145,70,40) и радиусот r = 40 mm. Одредете допирки во точки T,S(125,y,z) на кривата.

1766. Претставете три проекции на задна половина на торус со оската o = AB [A(120,130,50), B(120,130,120)], а радиусот на оскината кружница R = 80 mm и топка, нејзин центар е C(105,65,60) и радиусот r = 60 mm. Да се најде нивната продорна крива и тангента во една произволна точка на кривата.

1767. Дефинирани се предна половина на торус, негова оска е o = AB[A(75,0, 20), B(75,0,60)] , радиусот на оскината кружница R = 50 mm и топка со центарот C(80,55,35) и радиусот од 35 mm .Се бара продорната крива и тангенти во нејзините точки T,S(100,y,z), во три проекции.

1768. Одредете продор на долна половина на торус, чија оска е o = AB [A(60, 18,60), B(60,43,60)] и радиусот на оскината кружница R = 35 mm со топка, нејзин центар е C(60,35,20) и радиусот r = 18 mm ! Да се конструира тангента во произволна точка на продорната крива. Сето тоа да се изведе во три проекции.

1769. Да се претстави продорна просторна крива на топка со центарот C(55,50, 90), радиусот r = 40 mm и десна половина на торус, чија оска е AB [A(50,0,90), B(100, 0,90)] а радиусот на оскината кружница R = 55 mm, во три проекции. Нацртајте тангенти во точки D,E (x,y,80) на кривата!

1770. Фиксирани се: лева половина од торус со оската AB[A(0,50,90), B(0,100, 90)] радиусот на оскината кружница R = 60 mm и топка, чиј центар е C(70,65, 100) и радиусот r = 40 mm. Се бара нивната продорна просторна крива и тангента во нејзина произволна точка, во три проекции.

1771*. Дадени се горна лева 1/4 од торус, чија оска е o = AB [A(0,50,0), B(0, 90,0)], а радиусот на оскината кружница R = 70 mm и топка со центарот C(50,45,50), нејзиниот радиус е r = 40 mm . Да се конструира нивната продорна крива и тангента во нејзина точка T(20,y,85), во три проекции.

1772. Одредете продор во три проекции на топка со центарот C(70,70,70), радиусот r = 60 mm и предна лева 1/4 од торус, чија оска е AB[A(0,0,40), B(0,0,100)], радиусот на оскината кружница изнесува 80 mm ! Да се повлече допирка во произволна точка на продорната крива.

1773. Да се нацрта продорна крива на горна задна 1/4 од торус, чија оска е AB[A(50,0,0), B(90,0,0)], а радиусот на оскината кружница R = 70 mm и топка, која има центар C(45,60,50) и радиус r = 40 mm. Конструирајте тангенти барем во две точки на кривата! Решението на задачава да се прикаже во три проекции.

1774. Одредете продор во три проекции на ротационен цилиндар со центрите M(35,40,0) и N(35,40,120), радиусот r = 30 mm и торус, чија оска е o = AB[A(60,20,60), B(60,60,60)], радиусот на оскината кружница е R = 35 mm! Да се повлечат тангенти во точки T и S на продорната крива, за кои е x = 60. Потоа конструирајте ја мрежата на обвивката на цилиндарот со отстранувањето на продорниот дел.

1775. Да се претстави продорна крива на ротационен цилиндар, чии центри се M(95,35,0) и N(95,35,80), радиусот r = 20 mm со горна половина од торус со оската o = AB[A(95,10,0), B(95,60,0)] и радиусот на оскината кружница R = 40 mm. Да се нацртаат допирки во точки T и S на продорната крива, ако е x = 110. Потоа конструирајте ја обвивката на цилиндарот со нанесување на продорната крива.

1776. Дефинирани се ротационен цилиндар, чиј центар на долната основа е M(40,50,0), радиусот r = 25 mm, а висината $\overline{MN}$ = 100 mm и горна десна четвртина од торус со својата оска o = AB [A(90,30,0), B(90,60,0)] и радиусот на оскина-

та кружница $R = 50$ mm. Се бара нивната продорна крива и тангента во нејзина точка, во три проекции.

1777. Да се претстави продор во три проекции: меѓу предна лева 1/4 од торус, чија оска е $o = AB[A(10,0,20),\ B(10,0,80)]$ и радиусот на оскината кружница $R = 80$ mm и ротационен цилиндар, кој е определен со својата оска $MN[M(80,60,0),\ N(80,60,100)]$ и радиусот $r = 30$ mm. Нацртајте тангента во произволна точка на кривата.

1778. Одредете продорна крива на ротационен цилиндар со центрите $M(100,5,50)$ и $N(100,100,50)$, радиусот $r = 35$ mm и горна половина од торус со оската $AB[A(100,0,20),\ B(100,0,80)]$, а радиусот на оскината кружница $R = 70$ mm. Да се конструираат тангенти во точки T и S на кривата, за кои е $x = 70$. Задачава да се реши во три проекции.

Потоа нацртајте ја обвивката на цилиндарот со отстранување на продорниот дел.

1779. Фиксирани се ротационен цилиндар со центрите $M(75,30,5)$ и $N(75,30,80)$, а радиусот $r = 25$ mm и горна половина од торус, чија оска е $o = AB[A(75,15,0),\ B(75,60,0)]$, неговата оскина кружница со радиусот $R = 50$ mm. Да се најде нивната продорна крива и во точки $T, S(90,y,z)$ на кривата да се нацртаат допирки, во три проекции.

1780. Да се одреди продор во три проекции на ротационен цилиндар со центрите $M(60,0,80)$ и $N(60,100,80)$, радиусот $r = 30$ mm и торус со својата оска $o = AB[A(10,20,60),\ B(10,60,60)]$, а радиусот на оскината кружница $R = 40$ mm. Повлечете тангенти во оние точки на продорната крива, за кои е $x = 55$! Потоа конструирајте ја обвивката на цилиндарот без продорниот дел.

1781. Да се конструира продорна крива меѓу ротационен цилиндар со својата оска $MN[M(50,0,50),\ N(50,100,50)]$, радиусот $r = 25$ mm и горна десна 1/4 од торус, чија оска е $o = AB[A(105,10,0),\ B(105,80,0)]$, радиусот на оскината кружница $R = 80$ mm. Нацртајте тангенти во точки на продорната крива, ако е $x = 35$! Потоа развијте ја обвивката на цилиндарот со продорниот дел.

1782. Да се одреди продор во три проекции на горна лева четвртина на торус со оската $o = AB[A(0,60,0),\ B(0,20,0)]$ и радиусот на оскината кружница $R = 70$ mm и ротационен цилиндар со центрите $M(50,0,50)$ и $N(50,100,50)$, а радиусот $r = 20$ mm. Потоа да се повлечат тангенти во две произволни точки на продорната крива.

1783. Дадени се: торус со оската $o = AB[A(110,30,100),\ B(110,90,100)]$, радиусот на оскината кружница $R = 70$ mm и ротационен цилиндар, чии центри се $M(0,50,110)$ и $N(120,50,110)$, а радиусот $r = 30$ mm. Нацртајте три проекции на торусот и на цилиндарот, потоа нивната продорна крива! Да се вцрта допирка во произволна точка на кривата. Конструирајте ја мрежата на цилиндарот со продорната крива!

1784. Прикажете продорна крива на ротационен цилиндар, чија десна основа има центар M(0,30,60), радиусот $r = 30$ мм и висината $\overline{MN} = 70$ мм со предна половина од торус, негова оска е $o = AB[A(10,0,60), B(50,0,60)]$, а радиусот на оскината кружница изнесува 35 мм! Да се конструира допирка во произволна точка на кривата. Решението на задачава да се претстави во три проекции.

1785. Десна основа на ротационен цилиндар е определена со својот центар M(0,60,60) и радиусот $r = 20$ mm, додека неговата висина изнесува $\overline{MN} = 80$ mm. Дадена е горна лева четвртина од торус со својата оска $o = AB[A(0,20,0), B(0,70,0)]$, а радиусот на оскината кружница $R = 60$ mm. Најдете ја продорната крива на двете тела и повлечете тангента во произволна точка на кривата, во три проекции!

1786. Зададени се: горна половина од топка со центарот C(80,65,40), а радиусот од 50 мм која е поставена над ротационен цилиндар, чии центри се во точките M(80,65, 0) и N(80,65,40), радиусот $r = 50$ mm и лева долна една четвртина од торус, кој има оска $o = AB[A(0,55,100), B(0,95,100)]$, радиусот на кругот по кој се движи топката што го формира торусот $R = 80$ mm. Нацртајте три проекции на така дефинираните тела, одредете го нивниот меѓусебен продор и повлечете тангента во произволна точка на продорната крива.

1787. Прикажете продор во три проекции на кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, чии центри се M(25,35,0) и N (100,90,90), а радиусот $r = 25$ mm со торус, чија оска е $o = AB[A(100,60,25), B(100,65, 55)]$ и радиусот на оскината кружница $R = 40$ mm ! Да се конструираат тангенти во допирни точки на продорната крива, за кои е $x = 85$.

1788. Одредете продор меѓу кос кружен цилиндар со хоризонтални основи, ако центрите се M(40,45,0), и N (80,130,70), радиусот $r = 35$ mm и десна половина од торус, чија оска е $o = AB[A(115,80,10), B(115,80,60)]$, радиусот на оскината кружница $R = 55$ mm ! Да се најдат тангенти во точки на продорната крива за кои е $x = 75$. Сето ова да се изведе во три проекции.

1789. Да се најде продор во три проекции на кос кружен цилиндар со фронтални основи, чии центри се M(35,0,40) и N (80,65,70), радиусот $r = 25$ mm со торус, чија оска е $o = AB[A(100,25,60), B(100,55,60)]$, а радиусот на оскината кружница $R = 40$ mm. Да се нацртаат тангенти во допирни точки на продорната крива, за кои е $x = 85$

1790. Определени се торус со својата оска $o = AB[A(80,80,20), B(80,80,60)]$ а радиусот на оскината кружница $R = 50$ mm и ротационен цилиндар, чија оска е паралелна со Π_1, минува низ средишната точка C(80,80,40) и со Π_2 зафаќа агол од 30°, а има радиус $r = 25$ mm, ако е $\overline{MN} = 160$ mm. ($\overline{MC} = \overline{CN} = 1/2\ \overline{MN}$). Да се одреди продорната крива и тангента во една нејзина точка, во проекции.

1791. Дадени се: половина од торус со оската o = AB[A(10,110,20), B(10,110, 80)] а радиусот на кружницата по која се движи топката што го формира торусот R = 70 mm и ротационен цилиндар што има центри M(20,120,40) и N(120,120,40), радиусот r = 25 mm . Нацртајте три проекции на торусот и цилиндарот, нивната продорна крива и допирка во една нејзина точка.

1792. Да се конструира продорна крива во монжови проекции на ротационен цилиндар, чија оска е паралелна со Π_1 која минува низ точката C(0,0,40) и со Π_2 затвора агол од 45°, а радиусот изнесува 20 mm и предна лева четвртина од торус со својата оска o = AB[A(0,0,10), B(0,0,70)] и радиусот на оскината кружница R = 60 mm . При тоа да се нацрта и тангента на кривата.

1793. Земете предна лева 1/4 од торус, чија оска е o = AB[A(0,0,10), B(0, 0,50)], а оскината кружница има радиус R = 60 mm и ротационен цилиндар со центрите M(20,20,30) и N (100,80,30), радиусот изнесува r = 24 mm ! Да се најде нивната продорна крива и тангента во една нејзина произволна точка, во придружени проекции. Одредете видливост ако е цилиндарот прозирен, или торусот отстранет, на два одделни цртежа.

1794. Фиксирани се четвртина од торус со оската o = AB[A(10,0,25), B(10,0, 75)], радиусот на оскината кружница R = 80 mm и ротационен цилиндар, чии центри се M(35,25,50) и N (100,90,50), а радиусот r = 30 mm .

1° Да се нацртаат три проекции на двете тела, нивната продорна просторна крива и тангета во една нејзина точка,

2° Конструирајте ја обвивката на цилиндарот со отстранување на заедничкиот продорен дел!

1795. Да се најде продорна просторна крива на торус, чија оска е o = AB[A(50, 15,40), B(50,40,40)], а радиусот на оскината кружница R = 27 mm со ротационен цилиндар, ако центри се M(0,35,50) и N(100,35,50) , а радиусот изнесува 15 mm , во три проекции. Во произволна точка на кривата, повлечете допирка.

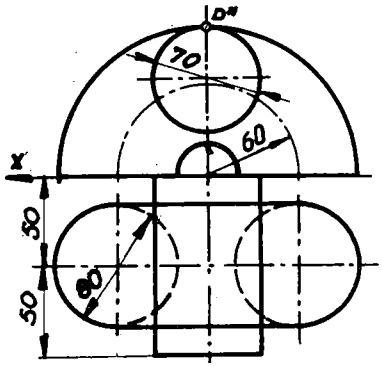
1796. Да се одреди продорна крива во три проекции помеѓу десна горна четвртина од торус, негова оска е o = AB[A(130,70,0), B(130,20,0)] , радиусот на оскината кружница R = 95 mm и ротационен цилиндар, чии центри се M(110,45,30) и N (20,45, 90) , а радиусот r = 30 mm , повлекувајќи тангента во една произволна точка на кривата. Конструирајте ја мрежата на обвивката на цилиндарот со нанесување на продорната крива.

1797. Нацртајте горна половина од торус, чија оска е o = AB [A(85,50,0), B(85, 15,0)] и радиусот на оскината кружница R = 45 mm со прв ротационен цилиндар, чии центри се M(120,35,0) и N(120,35,70) , а радиусот r = 13 mm и со втор ротационен цилиндар,

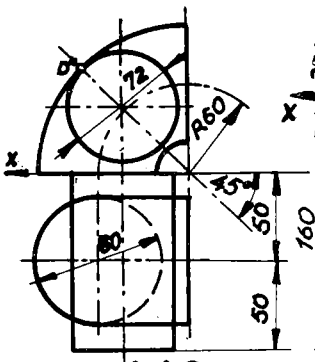
чии центри се P(30,25,0) и Q(30,25,70), радиусот изнесува 20 mm ! Да се одреди нивната продорна крива и тангента во нејзина произволна точка, во три проекции.

1798. Зададени се ротационен цилиндар, неговата оска лежи на правата a = PN [P(5,35,0), N(105,35,85)] со должина $\overline{MN}$ = 100 mm, ако центар на горната основа е точката N и радиусот r = 30 mm и лева горна четвртина од торус, чија оска е o = AB[A(5,10,0), B(5,60,0)] и радиусот на оскината кружница R = 75 mm. Да се конструира продорната крива и тангенти во точки T,S(60,y,z) на кривата, во три проекции.

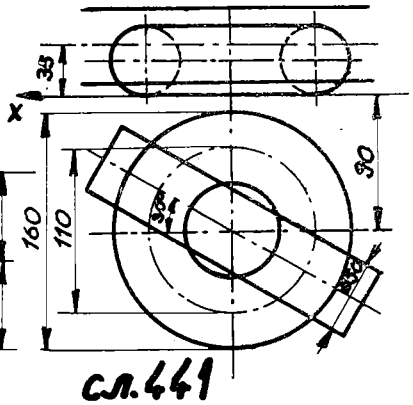
1799. Определени се торус и цилиндар во монжови проекции, според приложената слика (сл.439 - 449). Одредете го продорот во три проекции, претходно повлекувајќи тангента во произволна точка на продорната крива!



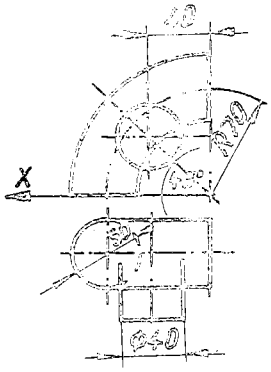
сл.439



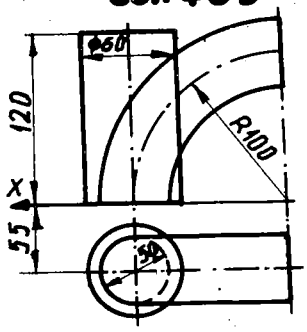
сл.440



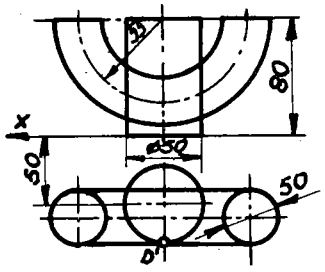
сл.441



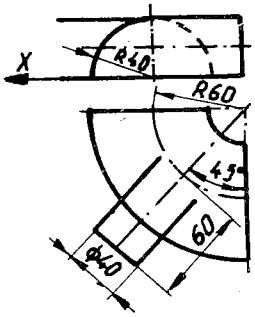
сл.442



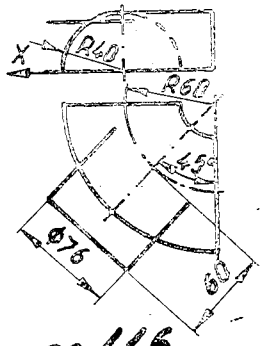
сл.443



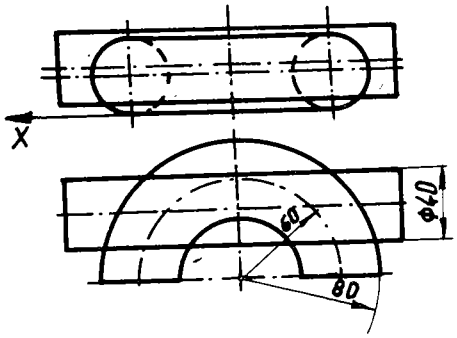
сл.444



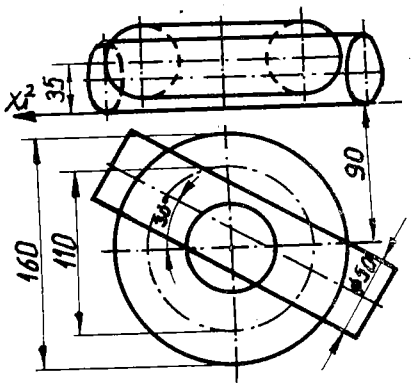
сл.445



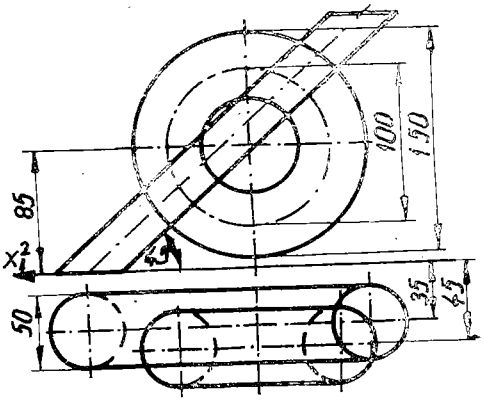
сл.446



сл.447



сл.448



сл.449

1800. Нацртајте три проекции на: торус со оската AB[A(100,30,100), B(100,90, 100)], радиусотнаоскинатa кружница R = 60 mm и ротационен конус со центарот S(100, 60,0), радиусот R = 60 mm, а врвот V(100,60,100)! Потоа претставете го нивниот меѓусебен продор, повлечете тангента во една точка на продорната крива и конструирајте ја мрежата на обвивката на конусот со нанесување на продорната крива.

1801*. Да се прикаже во монжови проекции продорна крива на долна половина на торус, чија оска е o = AB [A(110,50,120), B(110,110,120)], а радиусот на оскинатa кружница R= 80 mm со пресечен ротационен конус, ако центарот на долната основа е S(110 80,0), радиусот r = 70 mm и центарот на горната основа T(110,80,130), а радиусот изнесува 20 mm. При тоа повлечете допирка во произволна точка на кривата.

1802.* Дадени се пресечен ротационен конус, чиј центар на долната основа е S(77, 40,0), радиусот r = 35 mm а на горната основа T(77,40,65), радиусот изнесува 10 mm и долна половина на торус со оската o = AB[A(70,20,65), B(70,60,65)] и радиусот на оскинатa кружница R = 40 mm. Нацртајте ги телата и продорната крива во три проекции, повлекувајќи тангенти во точките M и N на продорната крива, за кои е x = 63 mm.

1803. Одредете продорна крива помеѓу горна лева четвртина од торус, чија оска е o = AB[A(0,30,0), B(0,110,0,)], а радиусот на оскинатa кружница R = 70 mm и ротационен конус, кој има центар S(60,70,0), радиусот r = 60 mm и врвот V(60,70,140)! Да се конструира допирка во произволна точка на кривата. Задачава да се реши во три проекции.

1804. Да се најде продор на горна половина од торус со својата оска o = AB [A(100, 25,0), B(100,85,0)] и радиусот на оскинатa кружница R = 60 mm со два пресечни ротациони конуса: првиот со центарот S(40,55,0), радиусот r = 25 mm, а центарот на горната основа T(40,55,90), радиусот r_1 = 10 mm и вториот пресечен конус, чиј центар е C(170,55,0), радиусот r_2= 30 mm, а центарот на горната основа D(170,55,90), радиусот изнесува 12 mm. При тоа да се одреди тангента во произволна точка на продорната крива и сето ова да се изведе во три проекции. Потоа конструирајте ја мрежата на обвивката на првиот пресечен ротационен конус без делот што припаѓа на продорот.

1805. Најдете продорна крива во три проекции меѓу пресечен ротационен конус со центарот на едната основа C(90,120,60), радиусот r = 45 mm и центарот на другата основа D(90,15,60), радиусот r_1 = 15 mm и половина од торус, чија оска е o = AB [A(90,0,30), B(90,0,90)] и радиусот на оскинатa кружница R = 60 mm. Да се пов-

лечат допирки во точки S и T на кривата, ако е x = 80 mm. Потоа конструирајте ја обвивката на пресечниот конус со нанесување на продорната крива.

1806. Фиксирани се ротационен конус, чиј центар е S(120,0,50), радиусот r = 40 mm, а врвот V(120,90,50) и половина од торус со оската o = AB[A(100,90,30), B(100, 90,70)] и радиусот R = 60 mm на оскината кружница по која се движи топката што го формира торусот. Се бара нивниот продор во три проекции и тангенти во точки C, D (135,y, z). При дефинитивна видливост земете дека торусот е прозирен. Да се нацрта мрежа на обвивката на конусот со нанесување на продорната крива.

1807. Нацртајте три проекции на: задна половина од торус со оската o = AB [A(30, 100,100), B(90,100,100)], а радиусот на оскината кружница R = 60 mm и ротационен конус, кој има центар S(60,100,100), радиусот r = 60 mm и врвот V(60,0,100)! Потоа одредете го нивниот меѓусебен продор, повлекувајќи допирка во произволна точка на продорната крива.

1808. Претставете продорна крива на пресечен ротационен конус со центарот на големата основа S(60,0,95), радиусот r = 40 mm и центарот на малата основа T(60,90, 95) и радиусот r_1 = 15 mm со предна половина на торус, неговата оска е o = AB [A(40,0,95), B(80,0,95)], а радиусот на оскината кружница е R = 65 mm. Сето тоа и тангенти во две произволни точки на кривата да се изведат во три проекции.

1809. Да се конструира продор во три проекции на ротационен конус со центарот S(85,70,0), радиусот r = 40 mm и врвот V(85,70,90) со половина на торус, чија оска е AB[A(10,70,0), B(10,70,50)], радиусот на оскината кружница изнесува 45 mm. Повлечете тангенти во точки S и T на продорната крива, за кои е x = 140! Кога ќе се извлекува дефинитивната видливост претпоставете дека конусот е отстранет, т.е. прозирен.

1810. Се бара продор на пресечен ротационен конус со центар на едната основа S(60,60,0), радиусот r = 50 mm и центарот на горната основа T(60,60,90), а радиусот изнесува 15 mm со предна лева четвртина од торус, чија оска o = AB [A(0,0, 15), B(0,0,75)], а радиусот на оскината кружница R = 85 mm. Потоа да се повлече тангента во произволна точка на продорната крива и сето тоа да се прикаже во

три проекции. Одредете ја мрежата на пресечниот ротационен конус без продорниот дел!

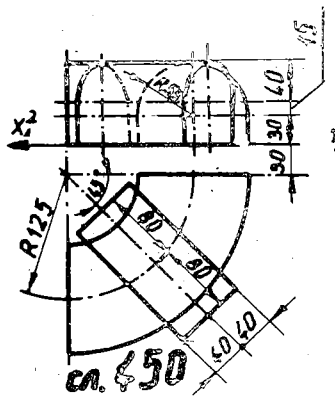
1811. Земете ротационен конус, чија висина е SV[S(70,0,70), V(70,120,70)] и радиусот на основата r = 50 mm и предна лева четвртина од торус, чија оска е o = AB [A(0,20,0), B(0,80,0], а радиусот на оскината кружница R = 100 mm. Да се најде нивниот продор и тангента во произволна точка на продорната крива, во три проекции. Потоа конструирајте ја мрежата на ротациониот конус со нанесување на продорната крива.

1812. Определени се горна предна четвртина на торус со својата оска o = AB [A(5,10,0), B(70,10,0)] , радиусот на оскината кружница R = 60 mm и ротационен конус со центарот S(0,60,60), радиусот r = 40 mm и врвот V(90,60,60). Треба да се одреди нивната продорна крива и допирка во нејзини точки C, D (x,y,80), во три проекции.

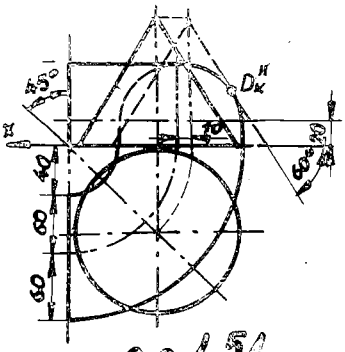
1813. Зададени се предна лева 1/4 на торус со оската o = AB [A(10,0,25), B(10, 0,65)] , а радиусот на оскината кружница R = 70 mm и ротационен конус, чија оска SV е паралелна со Π_1, ако со Π_2 зафаќа агол $\alpha_2 = 45^o$, има должина $\overline{SV} = 120$ mm иако минува низ неговиот врв V(10,0,45), а радиусот е r = 40 mm . Да се конструира продорот во три проекции, притоа да се повлечат тангенти во точки T, U (40,y,z) на продорната крива.

1814. Одредете продор во три проекции на ротационен конус, кој има центар во S(90,100,45), радиус r = 40 mm и врв V(20,0,45) со предна лева 1/4 на торус, неговата оска е o = AB [A(10,0,25), B(10,0,65)] , а радиусот на оскината кружница изнесува R = 70 mm ! Да се нацрта допирка во произволна точка на продорната крива.

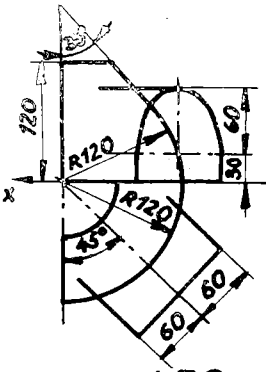
1815. Дефинирани се ротациони тела, според приложената слика (сл.450 - 463), претставени во монжови проекции. Да се конструира нивниот продор во три проекции и тангента во произволна точка на продорната просторна крива.



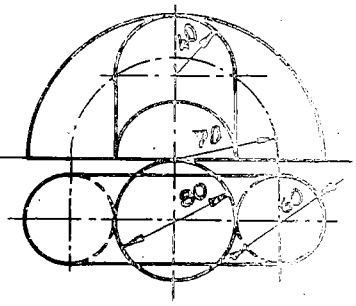
сл. 450



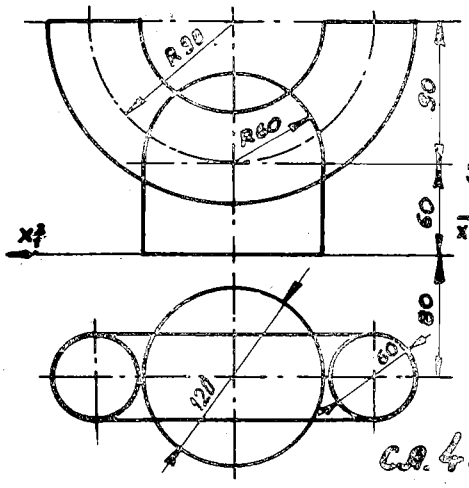
сл. 451



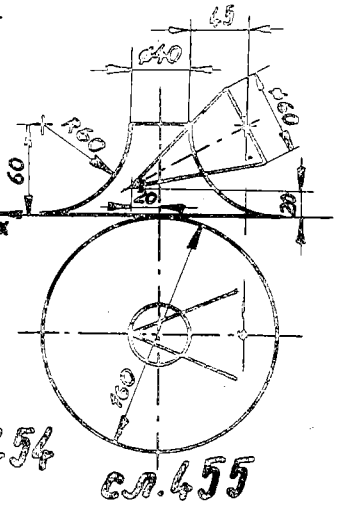
сл. 452



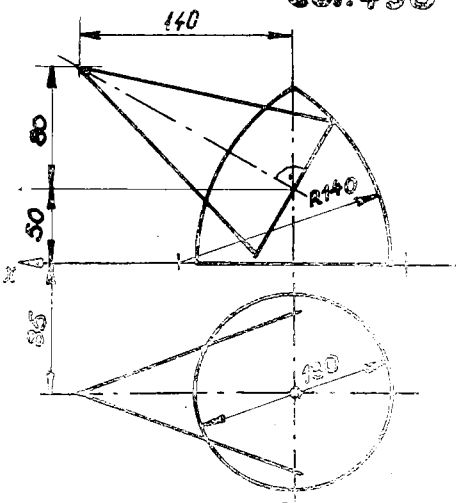
сл. 453



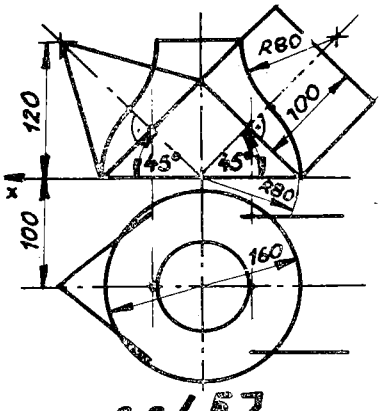
сл. 454



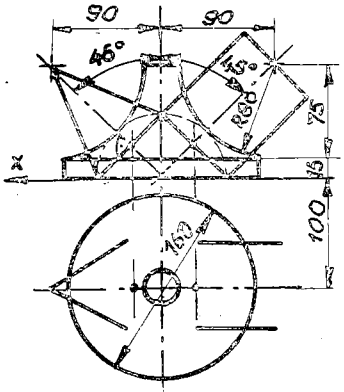
сл. 455



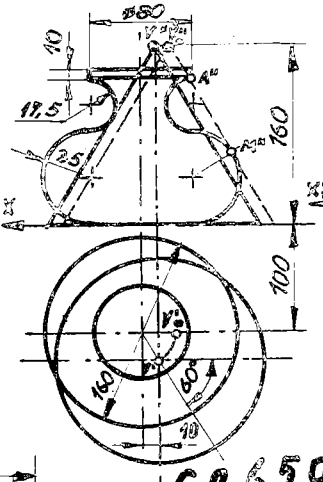
сл. 456



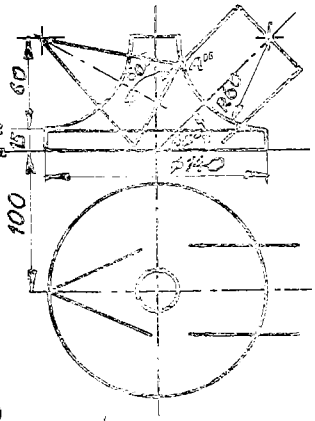
сл. 457



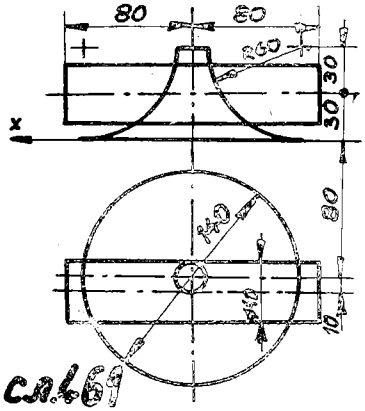
сл. 458



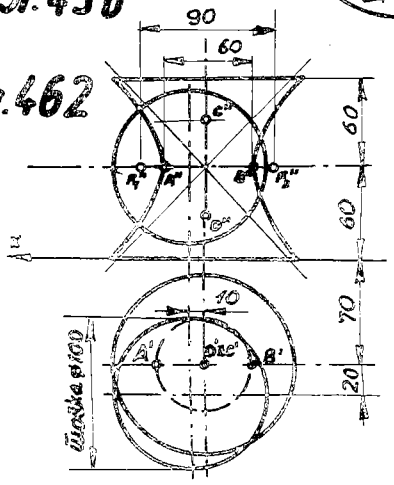
сл. 459



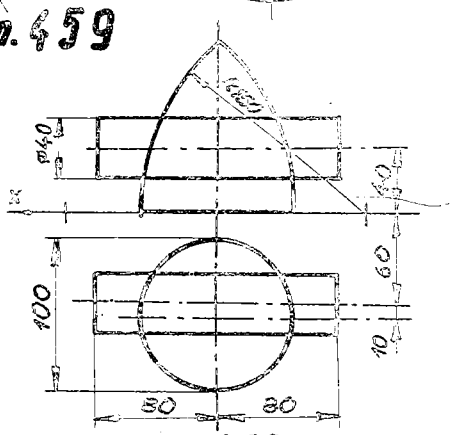
сл. 460



сл. 461



сл. 462



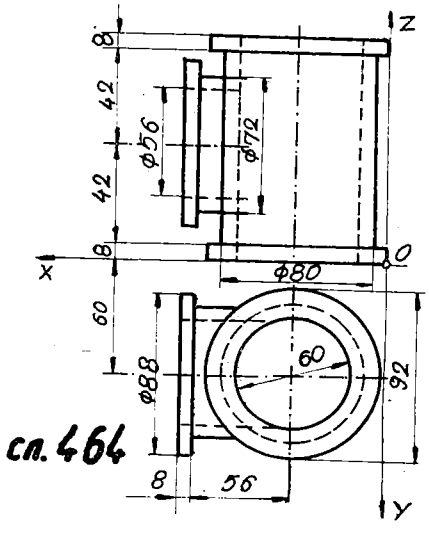
сл. 463

Примена на продори кај споеви на цевки

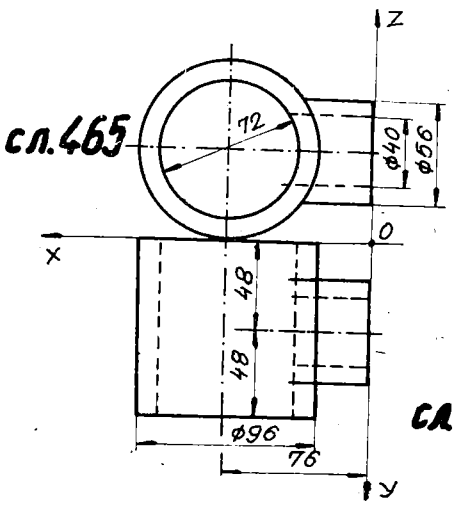
1816*. Определени се две цевки: едната во облик на пресечен ротационен конус, центарот на долната основа е S(60,60,0), радиусот на надворешниот круг R = 50 mm, а на внатрешниот круг r = 35 mm, додека центарот на горната основа е T(60,60,100), радиусот на надворешниот круг r = 35 mm, а на внатрешниот круг r_1 = ? и другата цевка во форма на ротационен цилиндар, чии центри се M(60,60, 30) и N(128,60,64), а радиус на надворешните основи е r_2 = 30 mm а на внатрешните r_3 = 20 mm, која постои до продорот со другата цевка. Дадените тела нацртајте ги во три проекции и одредете го нивниот меѓусебен продор. Потоа повлечете допирка во произволна точка на надворешната и внатрешната продорна крива.

1817. Земете шуплив пресечен ротационен конус со дебелина, кој е дефиниран со центарот на долната основа S(115,80,0), радиусот на надворешниот круг r = 45 mm, а на внатрешниот r_1 = 30 mm и центарот на горната основа е P(115,80, 170), радиусот на надворешниот круг r_2 = 20 mm и цевка во форма на горна лева четвртина на торус, чија оска на надворешниот торус е AB[A(0,10,0), B(0,150,0)], а радиусот на оскината кружница R = 110 mm, а на внатрешниот торус оската е CD [C(0,30,0), D(0,130,0)] и радиусот на оскината кружница R = 110 mm. Да се конструира составот на цевките во три проекции. При дефинитивно исцртување конусната цевка постои од горната основа до продорот.

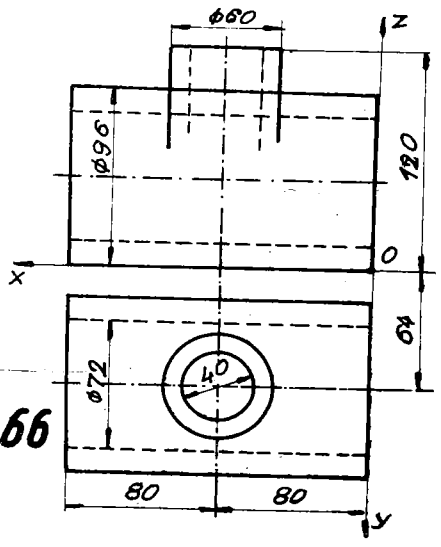
1818. Да се одреди продор на цевки, според приложената слика (сл.464 - 478), прикажани во ортогонални проекции. Нивните надворешни и внатрешни продорни просторни криви да се претстават во коса проекција, ако φ и k ги изберете сами.



сл.464

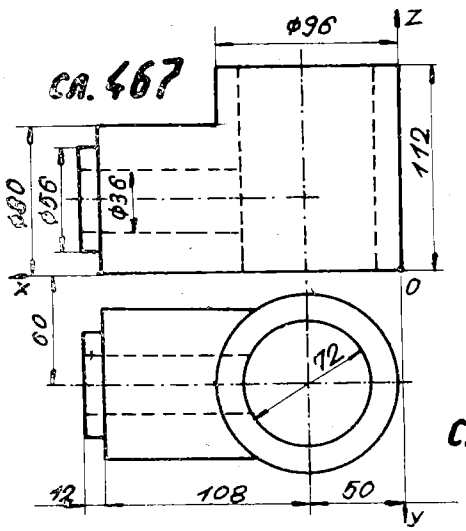


сл.465

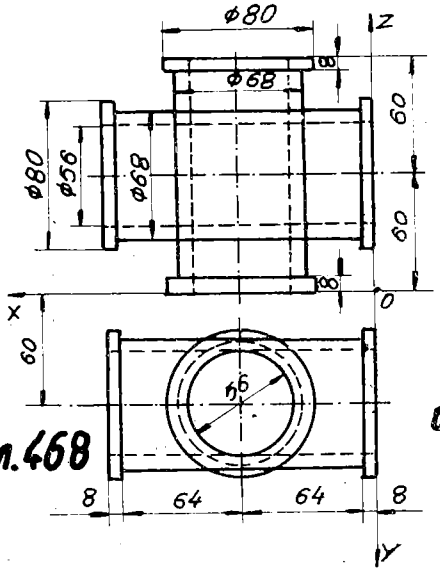


сл.466

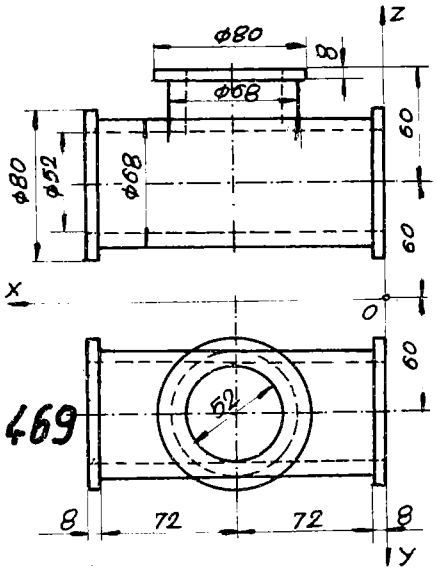
сл. 467



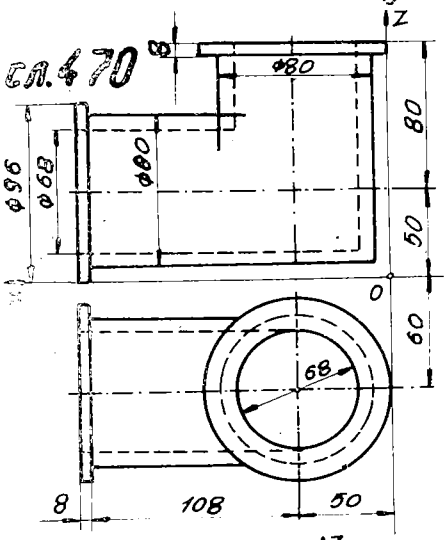
сл. 468



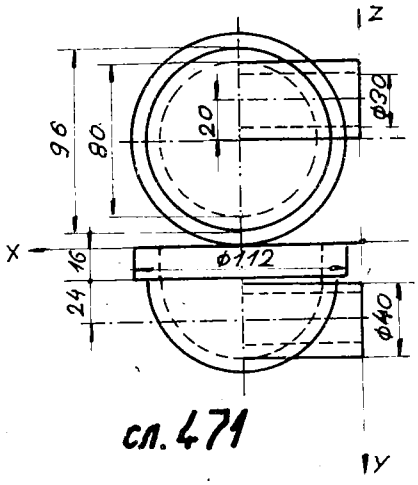
сл. 469



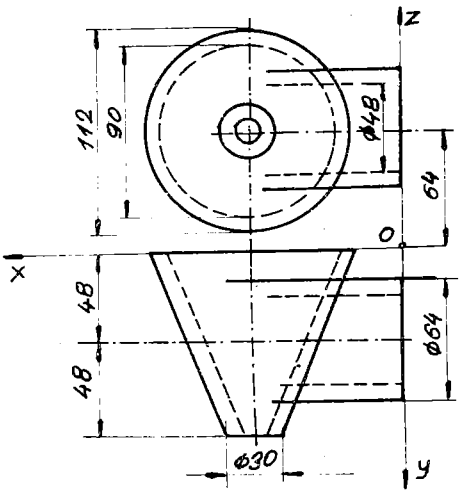
сл. 470



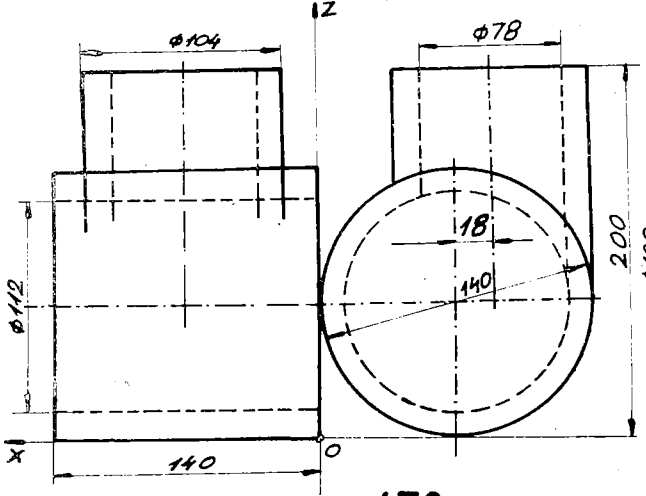
сл. 471



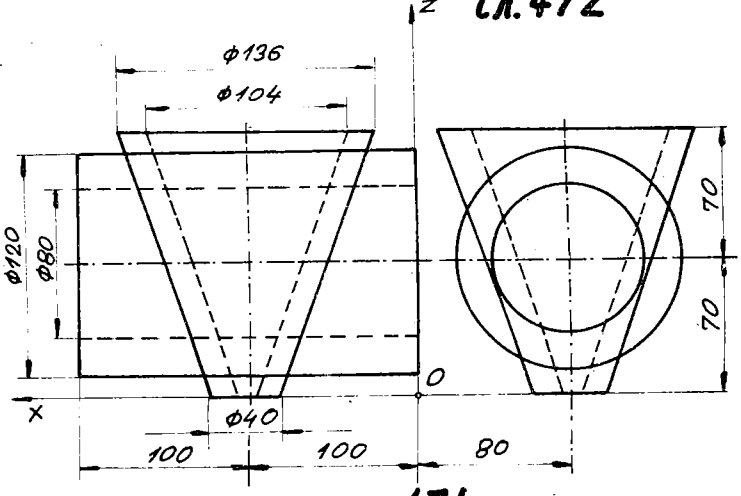
сл. 472

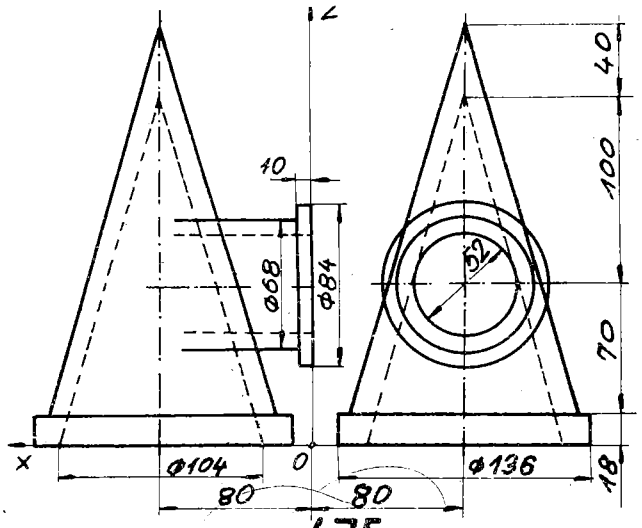


сл. 473

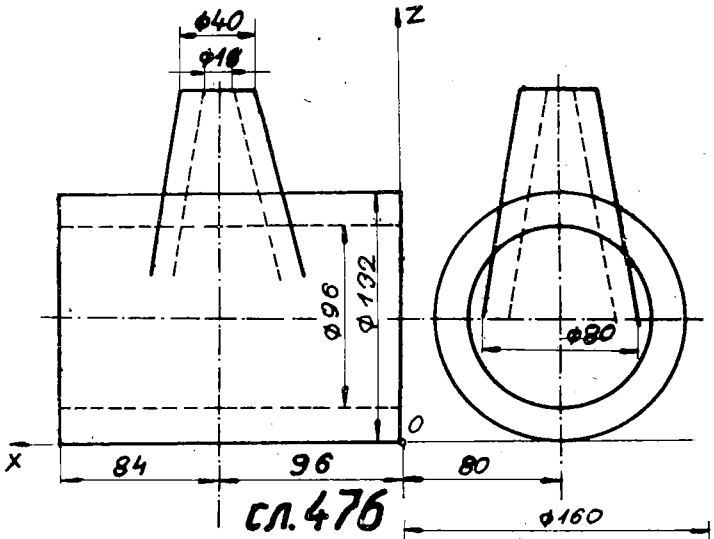


сл. 474

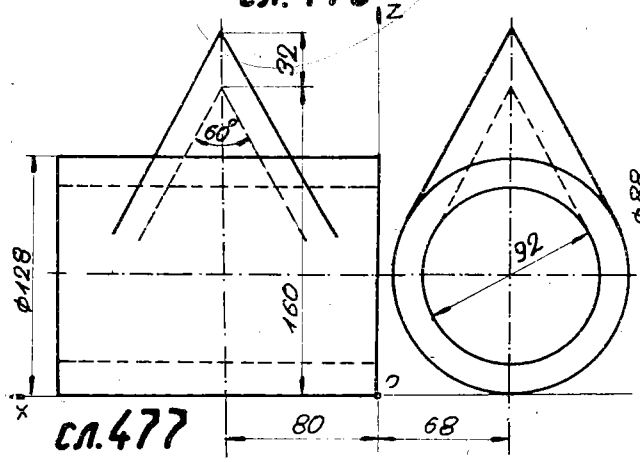




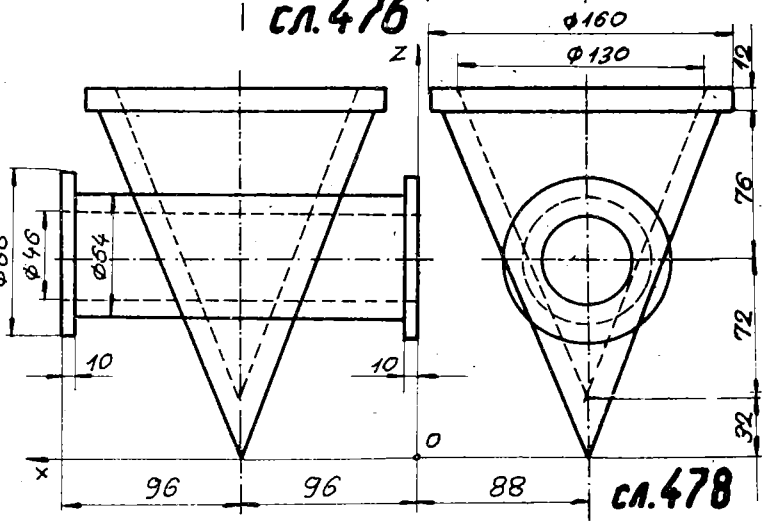
сл.475



сл.476

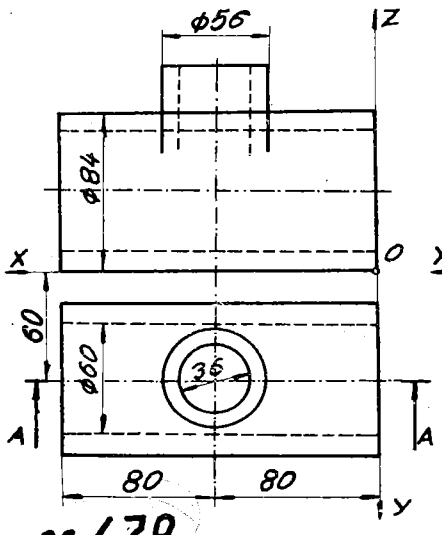


сл.477

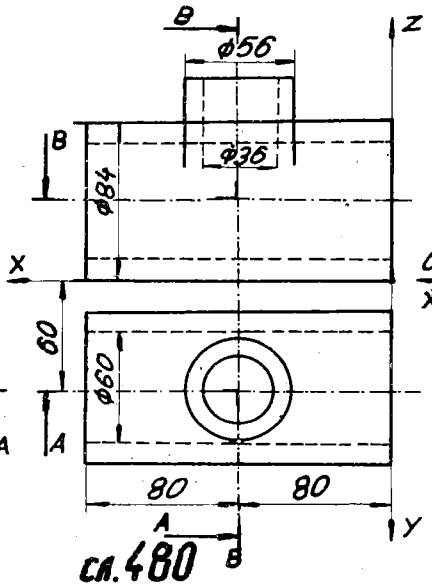


сл.478

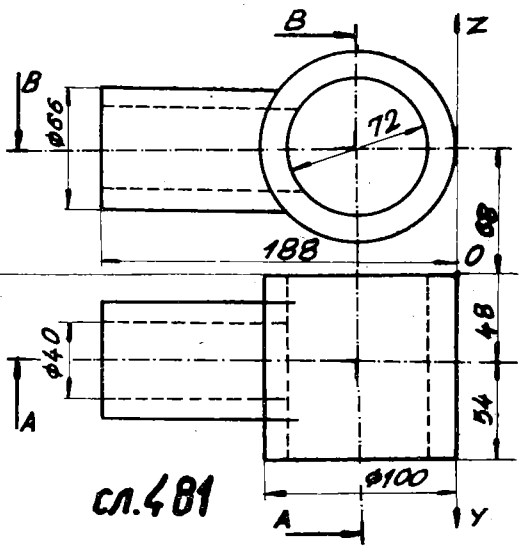
1819*. Нацртајте во коса проекција (за φ и $\underset{\sim}{k}$ земете вредности по сопствен избор) дадени цевки, според слика (сл.479 - 490) и најдете го меѓусебниот продор! При дефинитивно нацртување да се отстрани делот што е означен на споменатата слика. Разгледани се цевки што се презентирани на сликата 486.



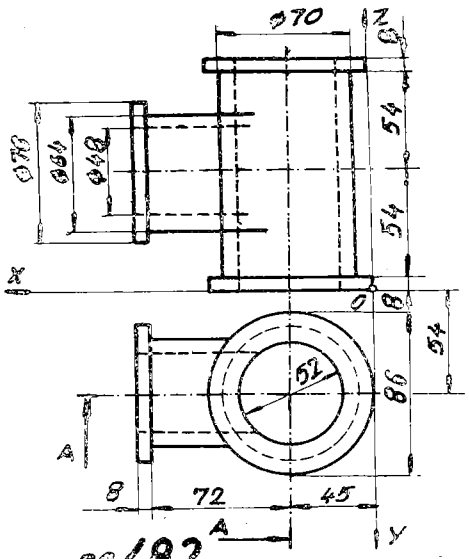
сл.479



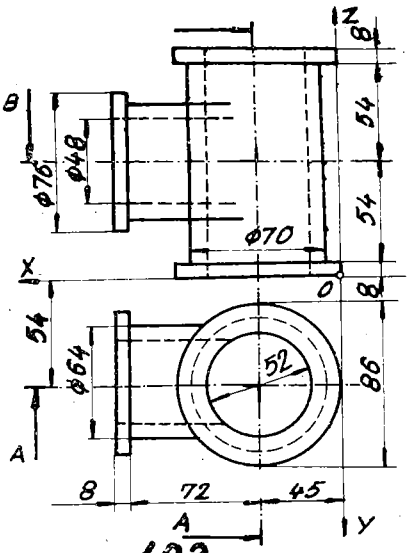
сл.480



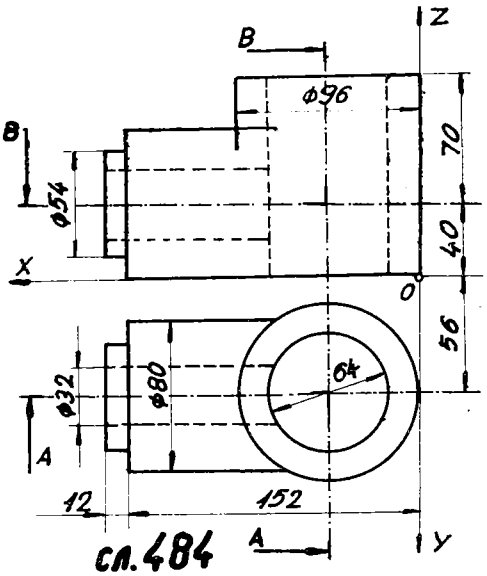
сл.481



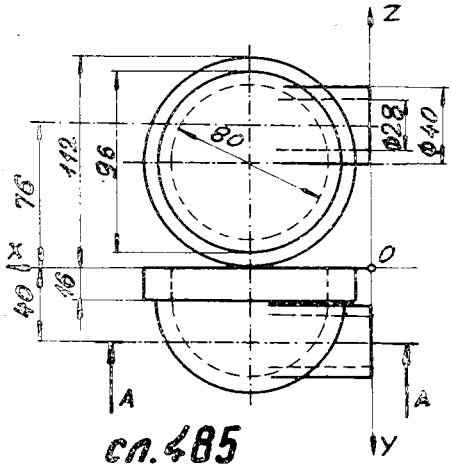
сл.482



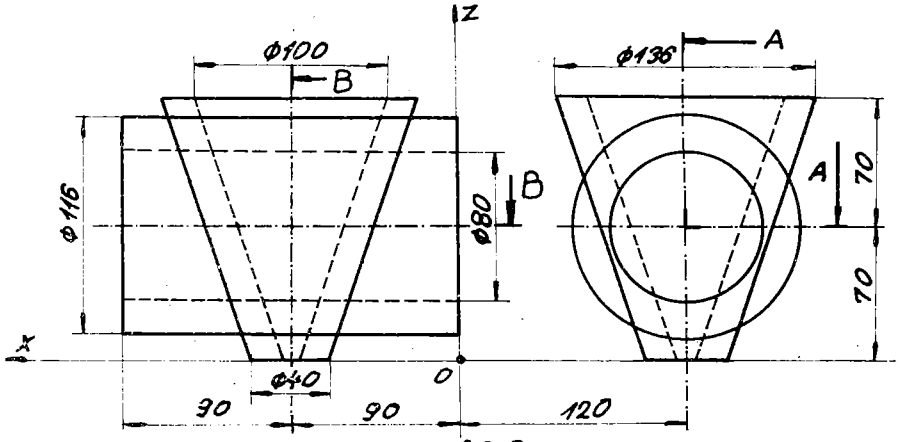
сл.483



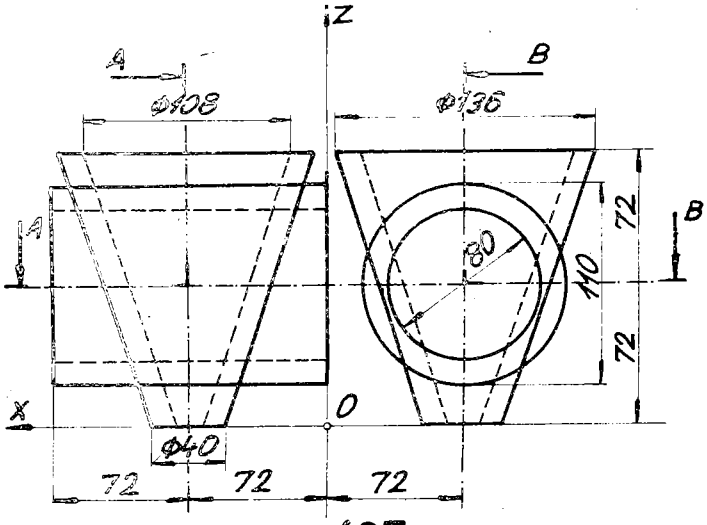
сл.484



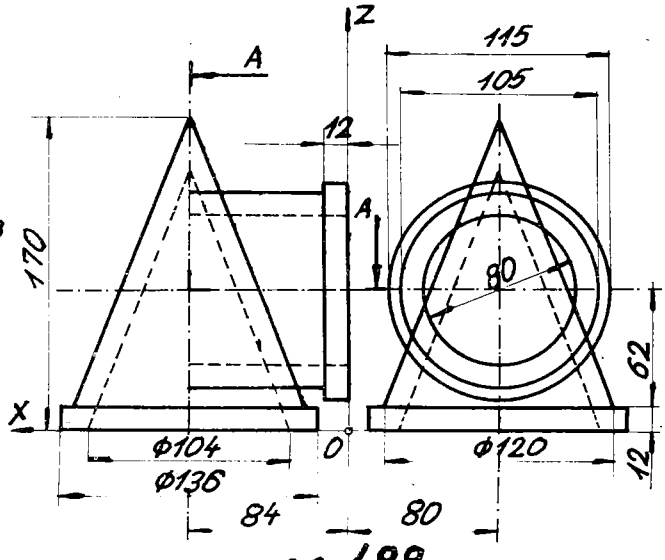
сл.485



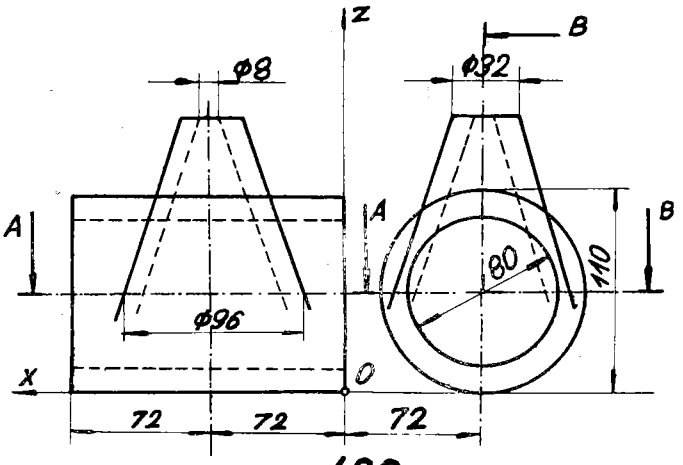
сл.486



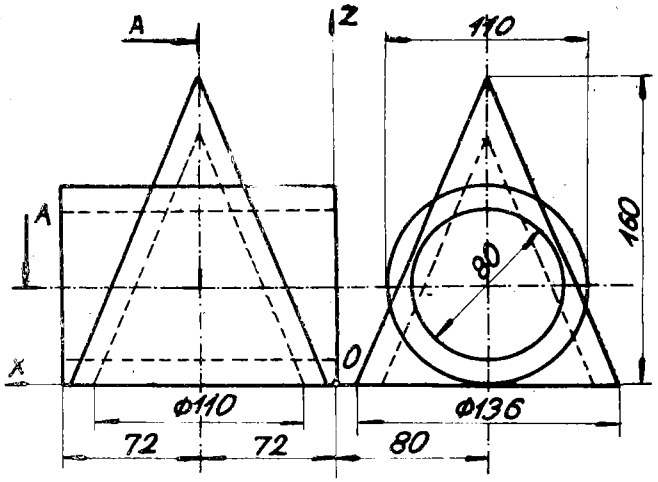
сл.487



сл.488

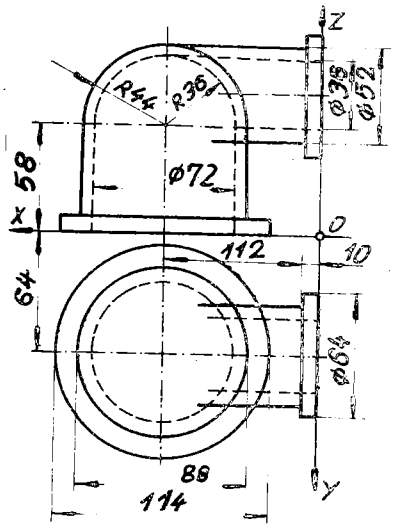


сл. 489

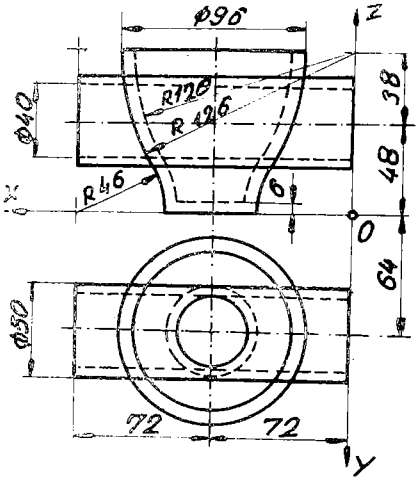


сл. 490

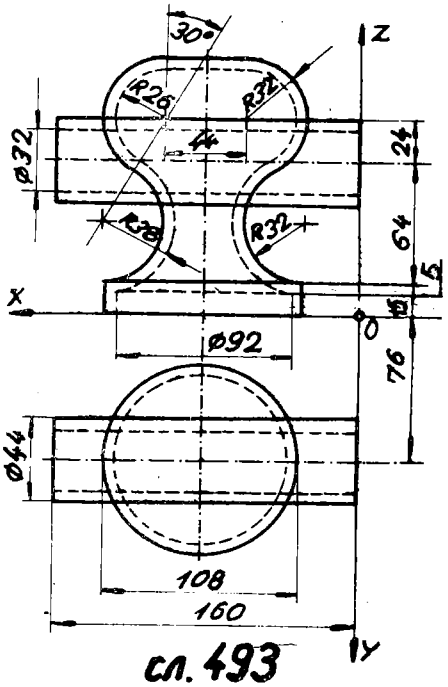
1820. Претставете продорни надворешна и внатрешна крива меѓу следниве шупливи тела со дебелини определени спрема сликата (сл.491 - 520), во три проекции.



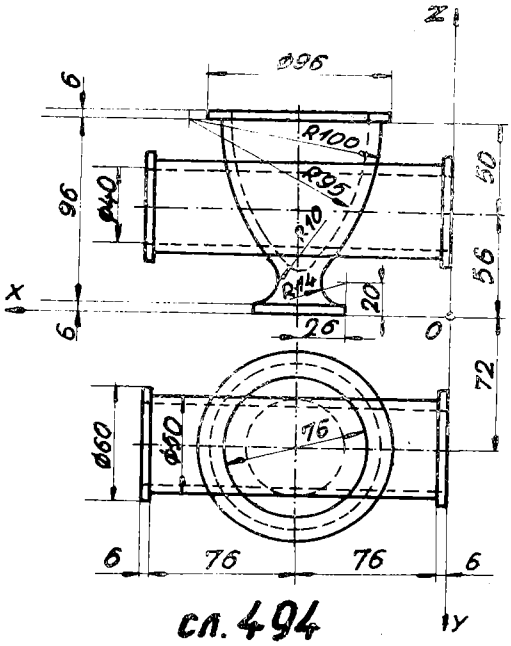
сл. 491



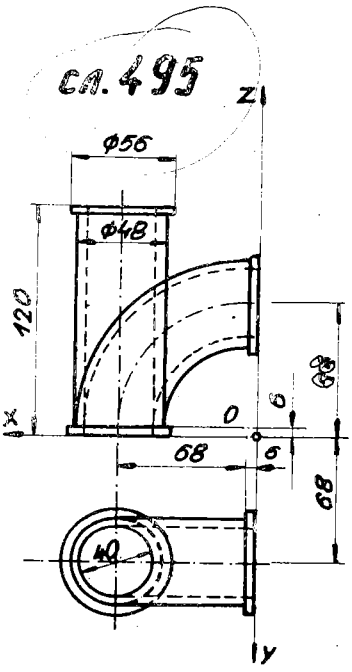
сл. 492



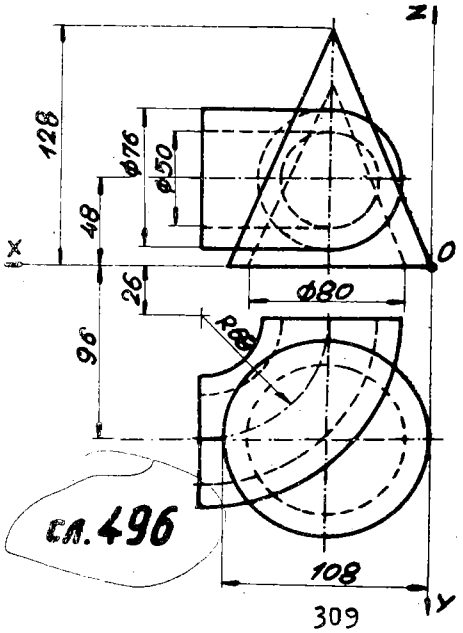
сл. 493



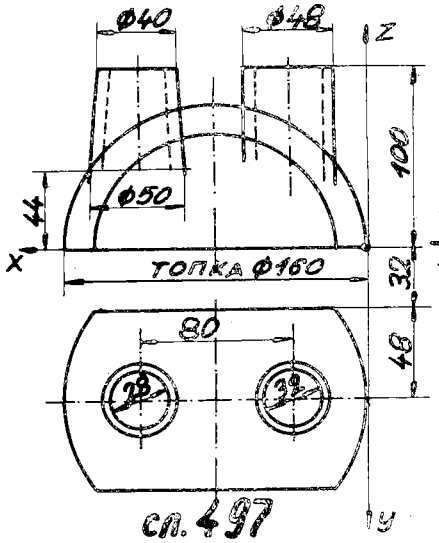
сл. 494



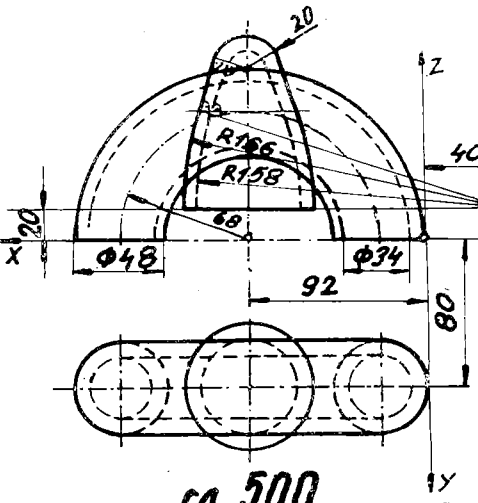
сл. 495



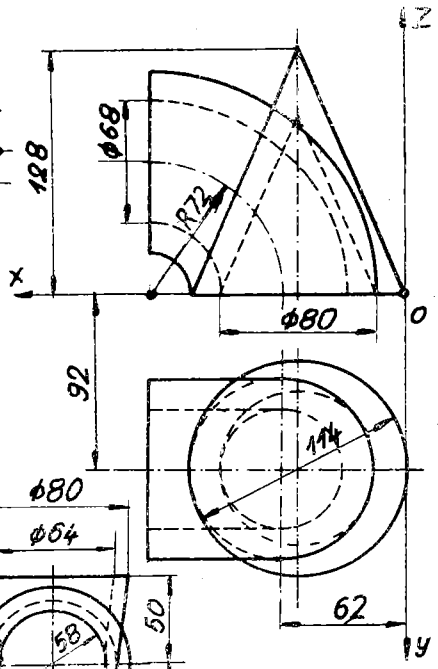
сл. 496



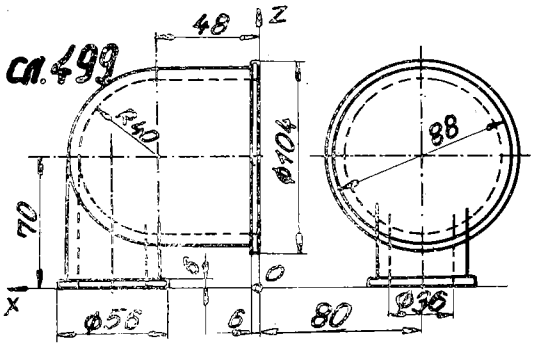
сл. 497

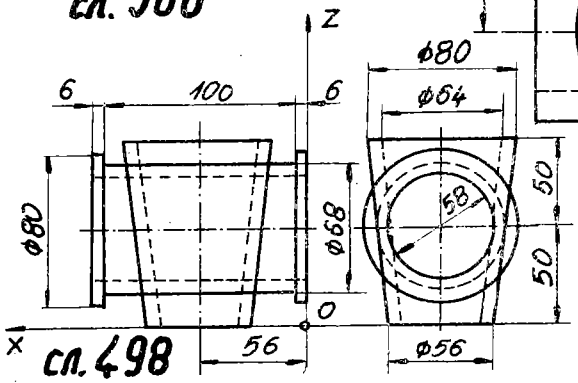


сл. 500

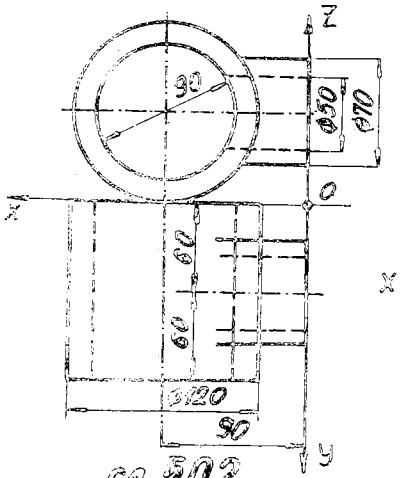


сл. 501

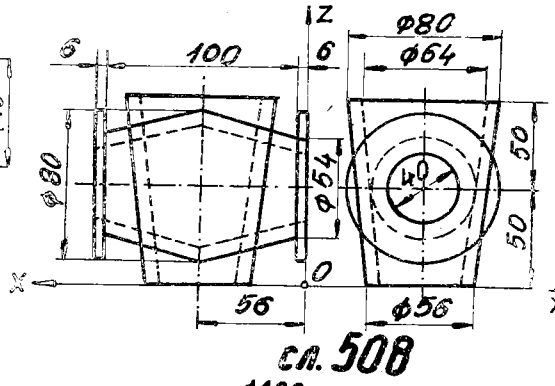




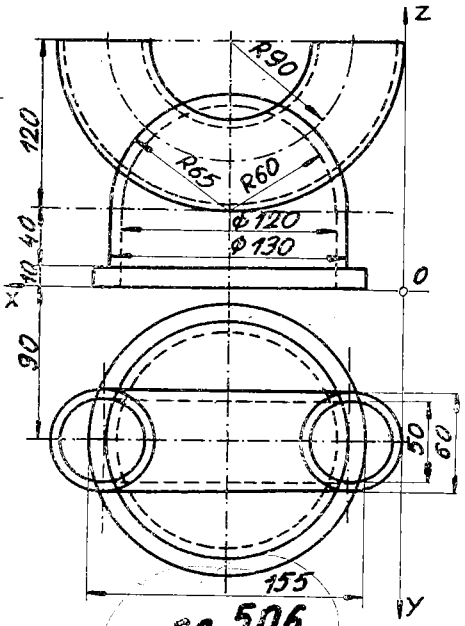
сл. 498



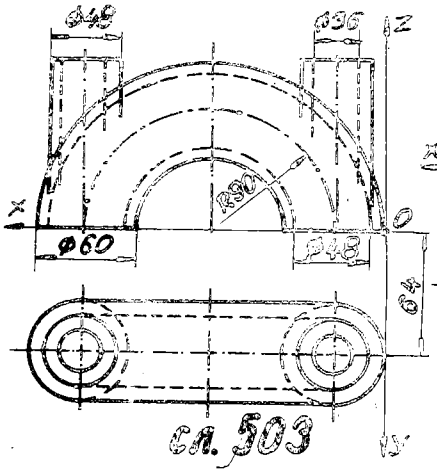
сл. 502



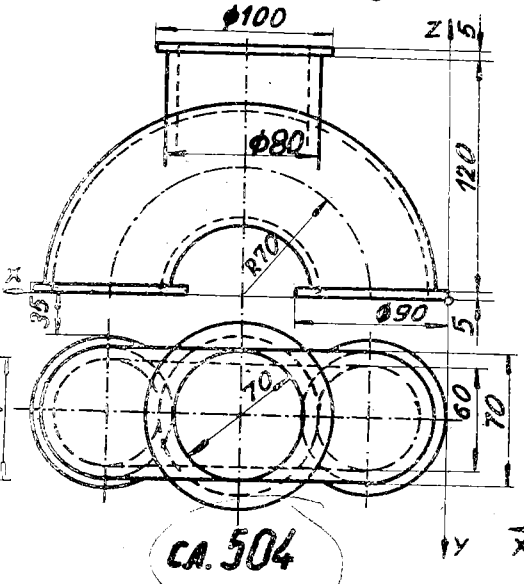
сл. 508



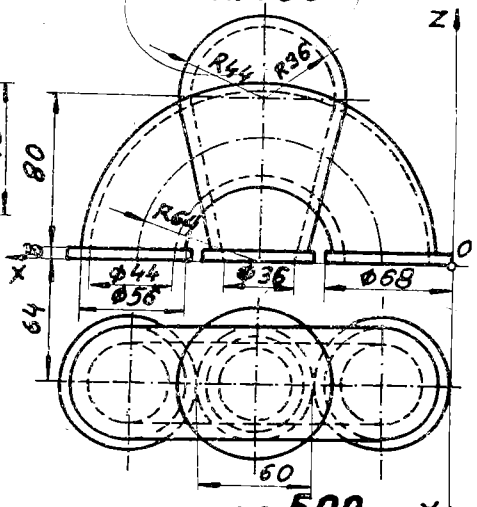
сл. 506



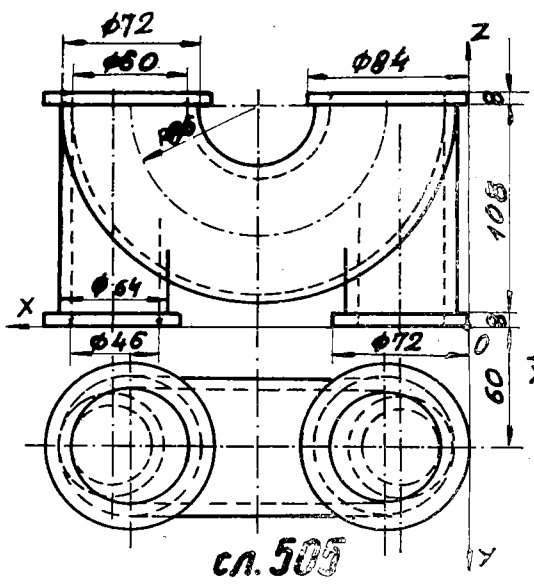
сл. 503



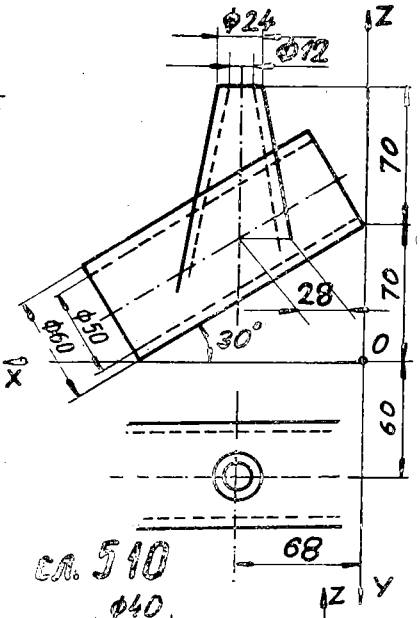
сл. 504



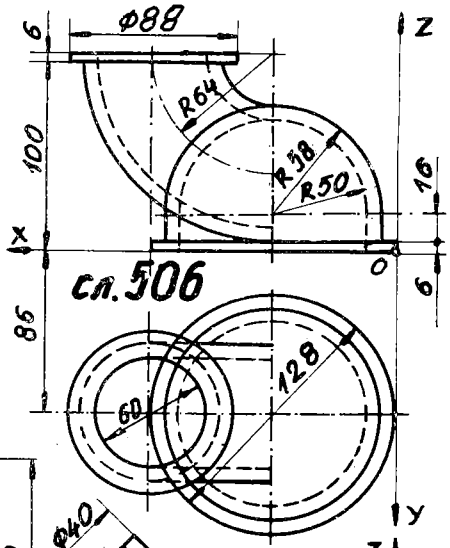
сл. 509



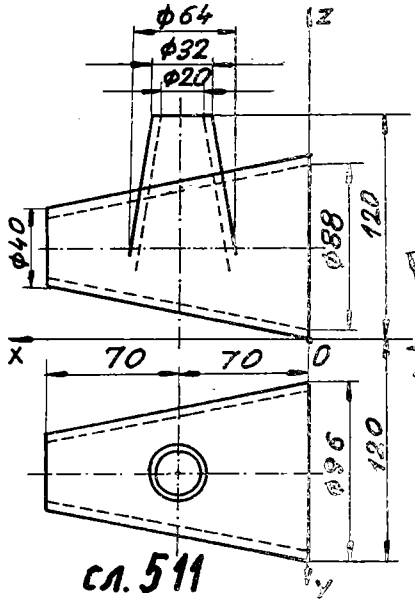
сл. 505



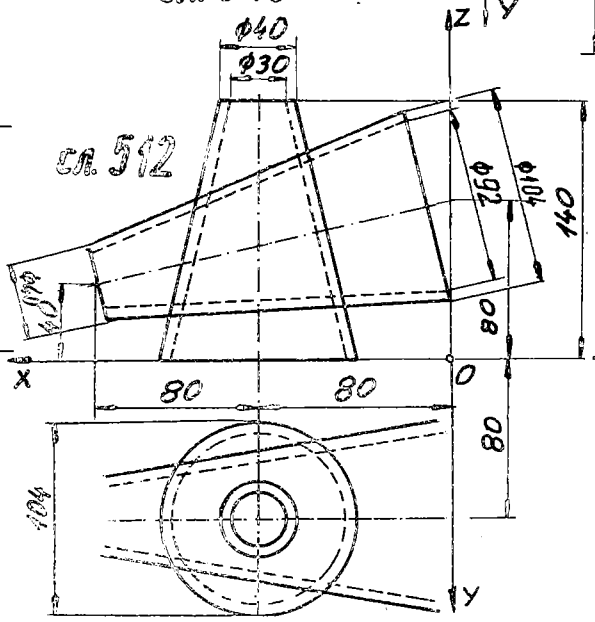
сл. 510

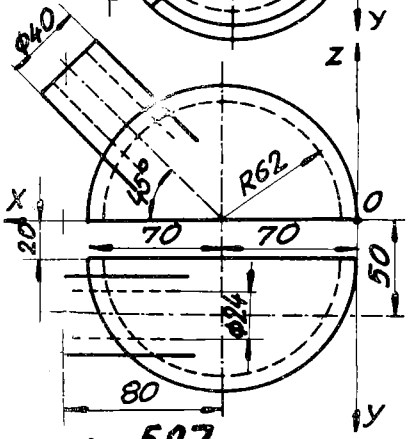


сл. 506

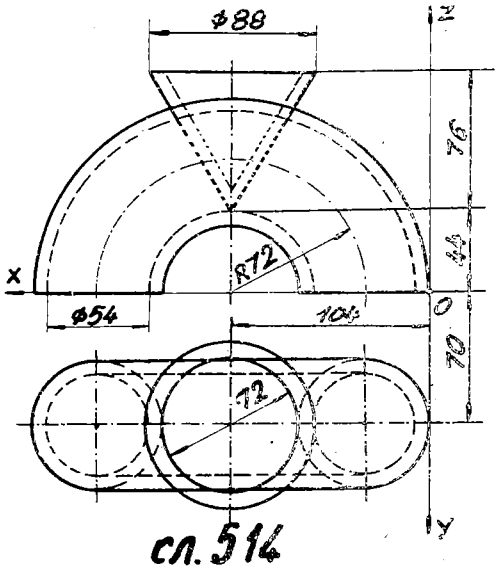


сл. 511

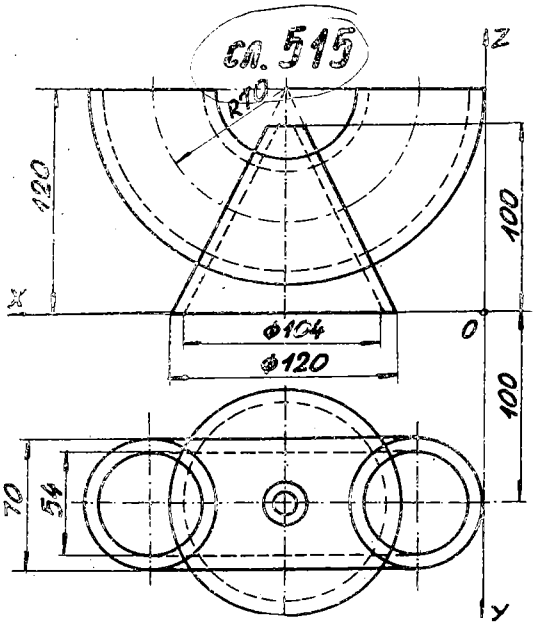


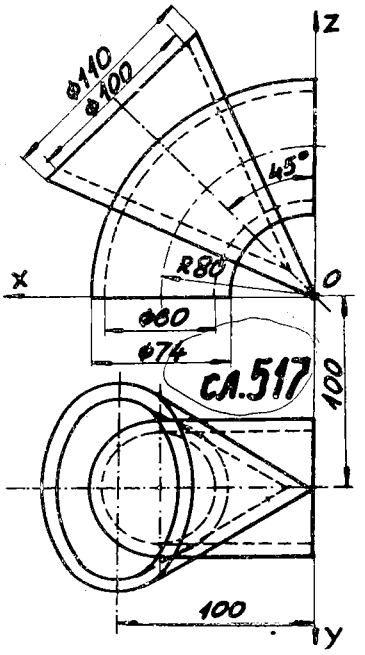


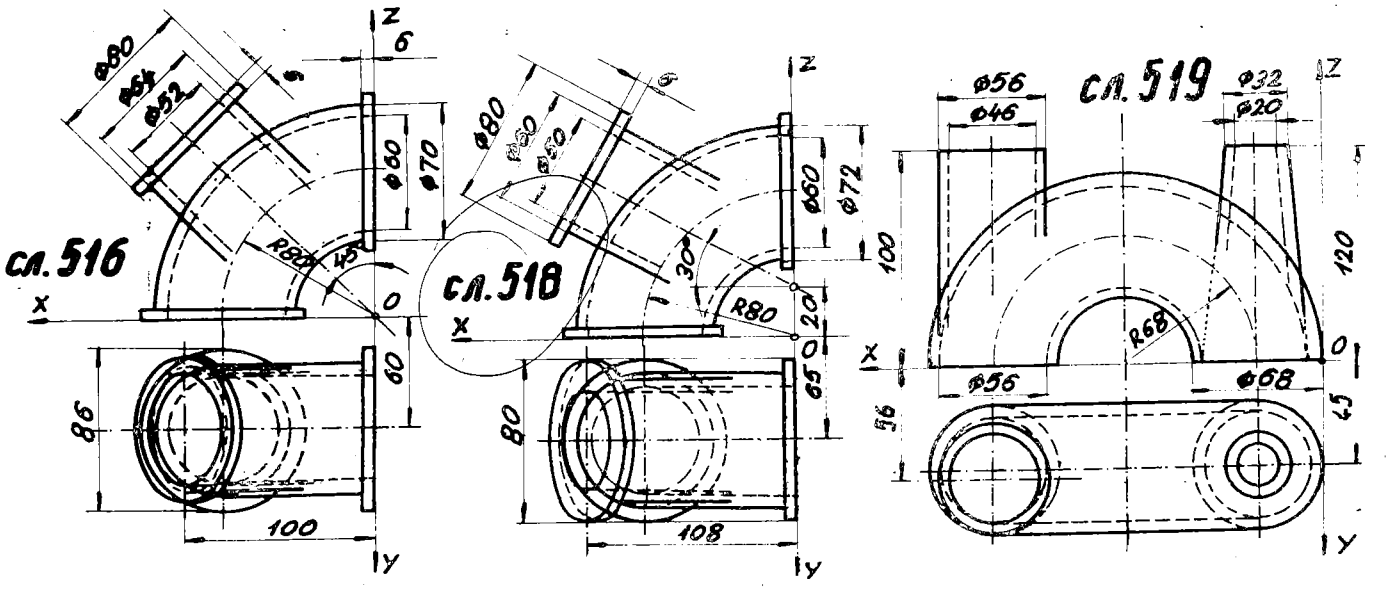
сл. 507

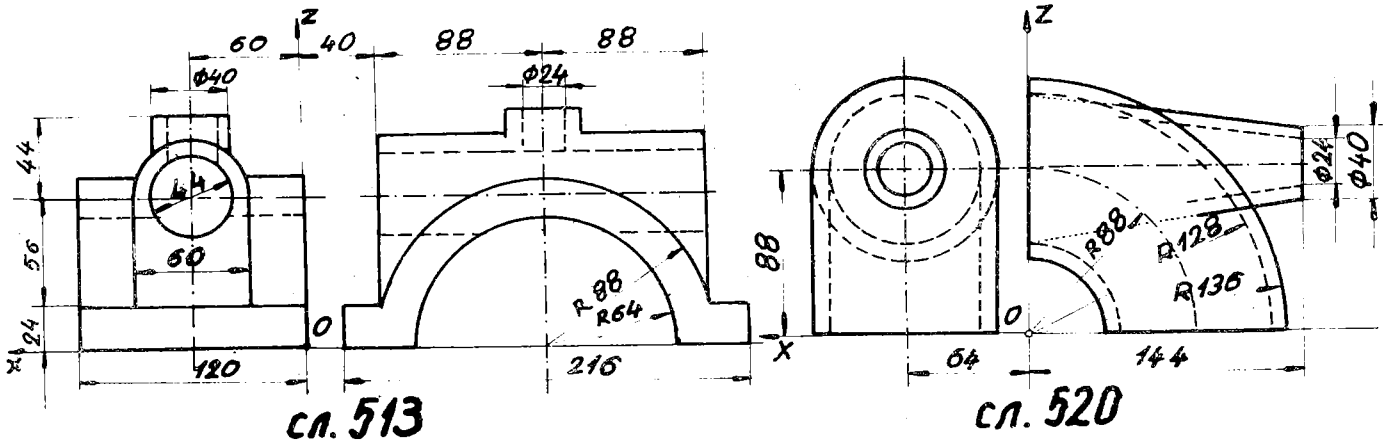


сл. 514



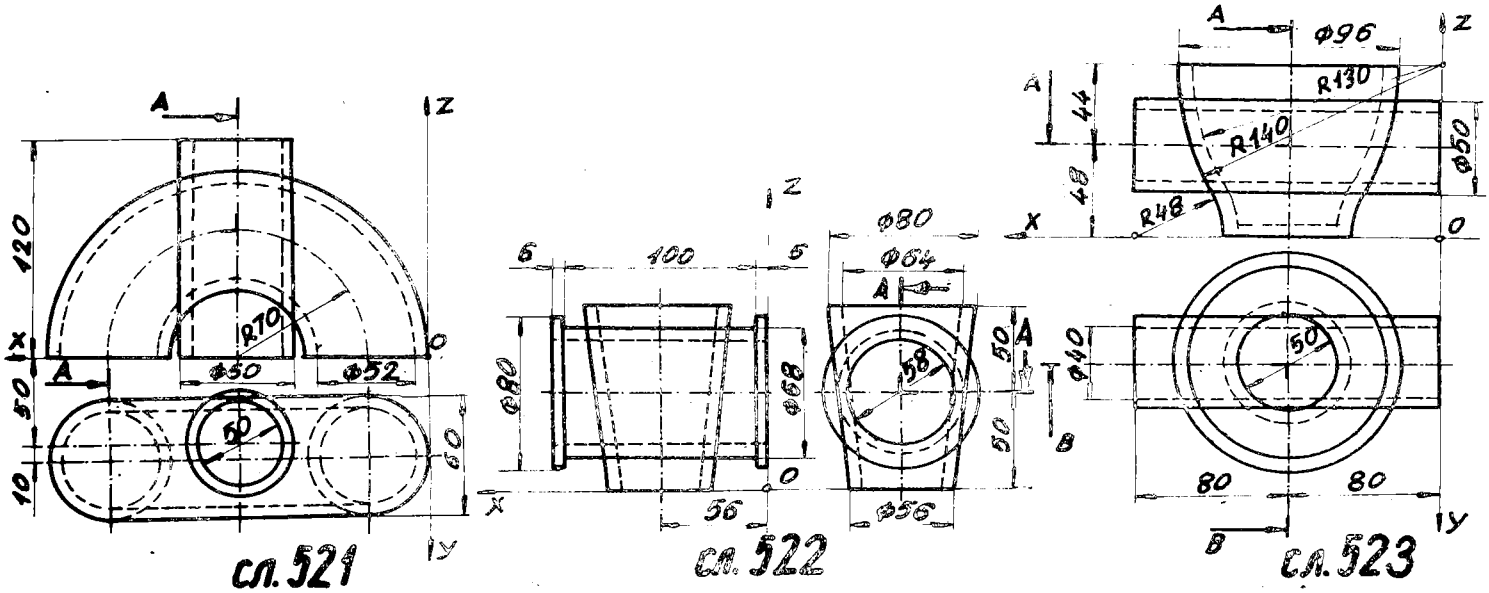


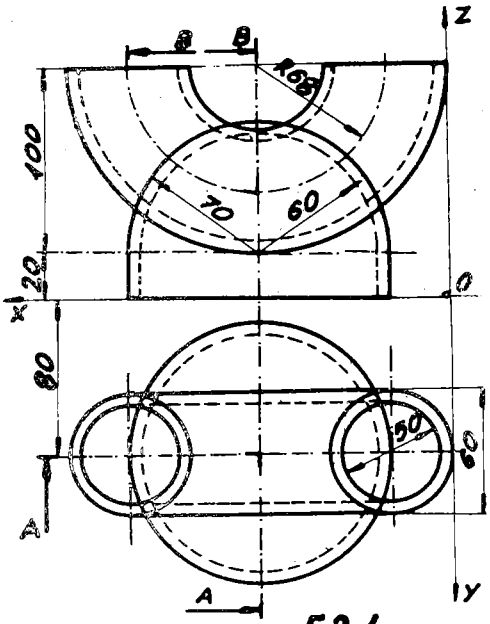




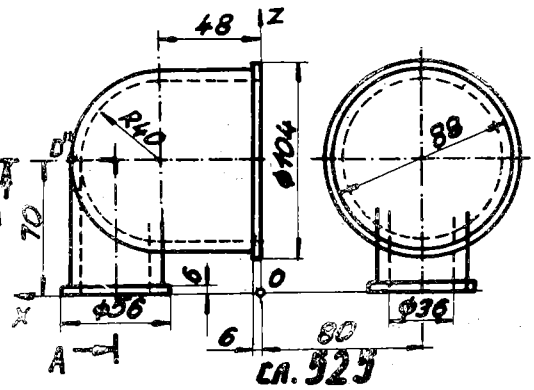
121*. Да се конструираат цевки, чија форма и димензии се дефинирани на сликава (сл. 521 - 536), во три проекции. Потоа да се нацрта нивниот продор и да се отстрани делот што е покажан со стрелки на дадената слика.

Решение е покажано за цевки претставени на сликата 523.

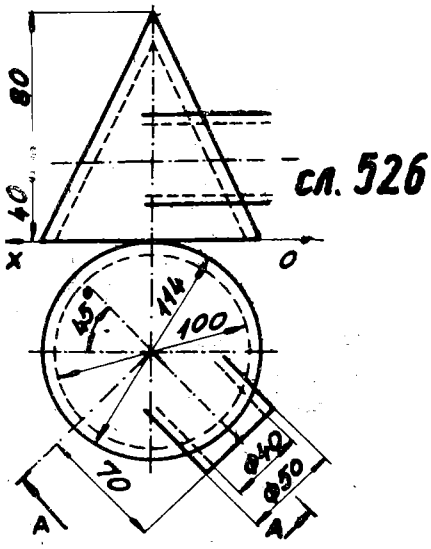




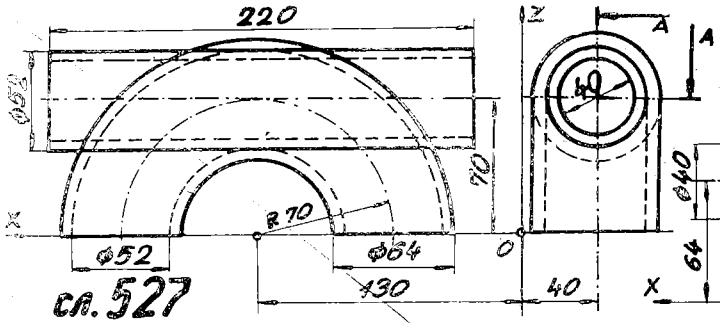
сл. 524



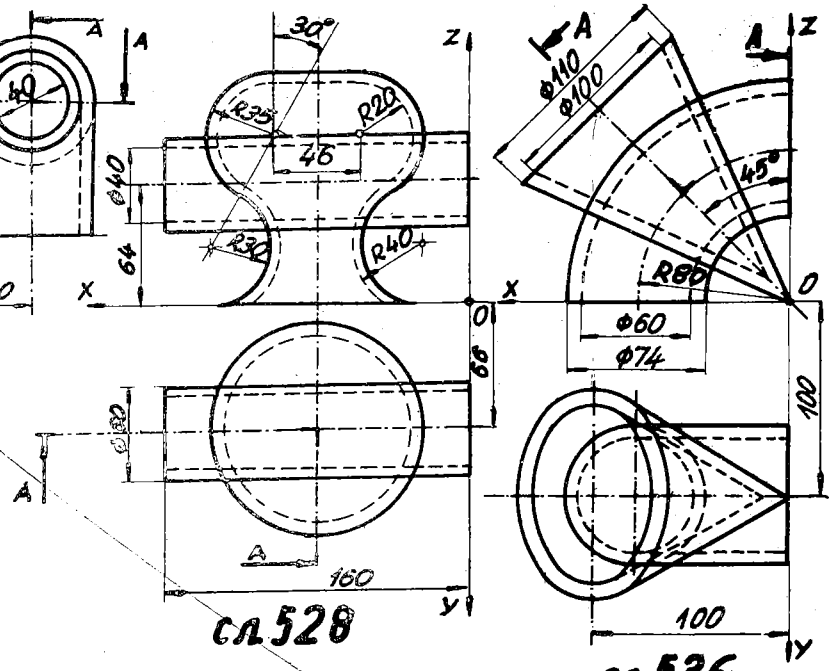
сл. 525



сл. 526

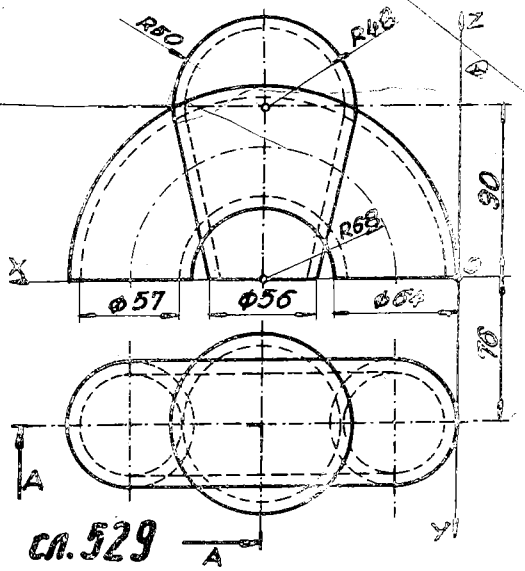


сл. 527

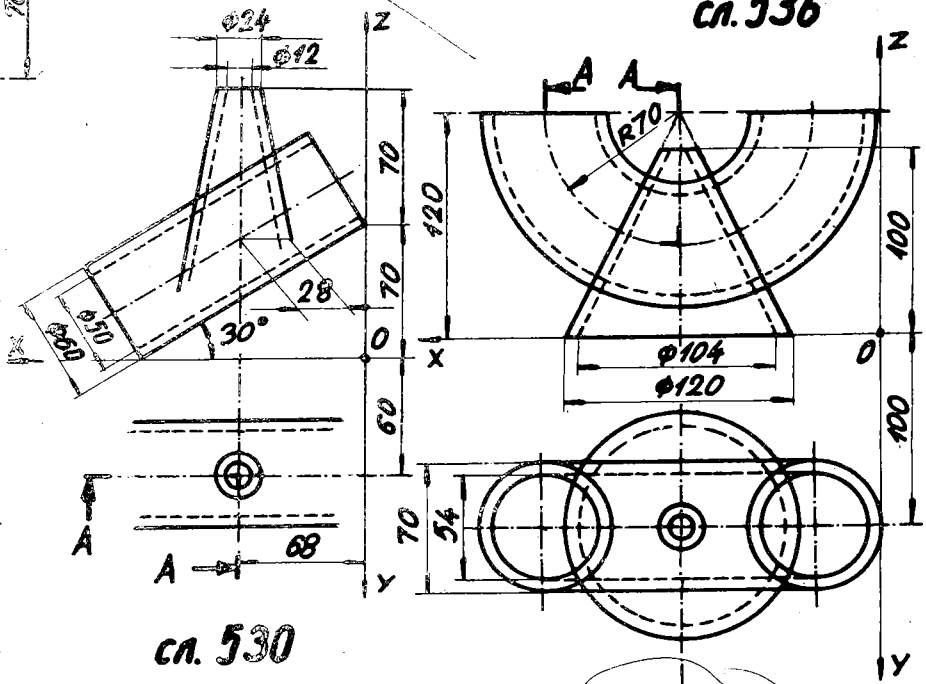


сл. 528

сл. 536

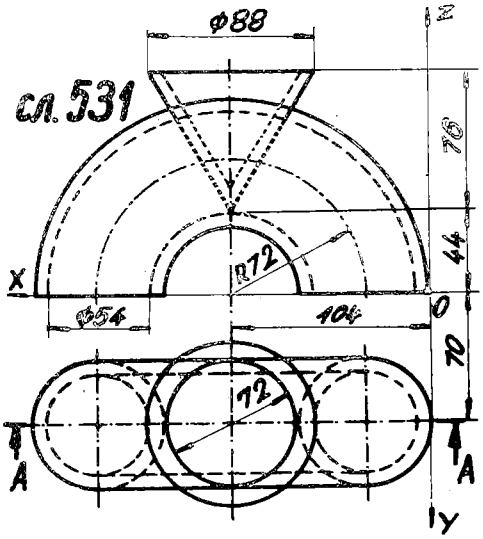


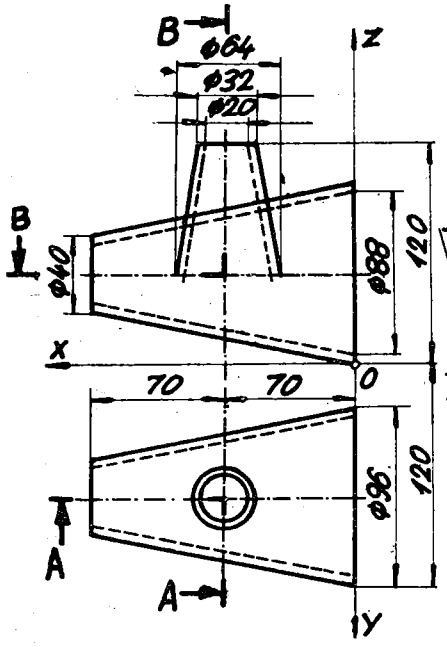
сл. 529



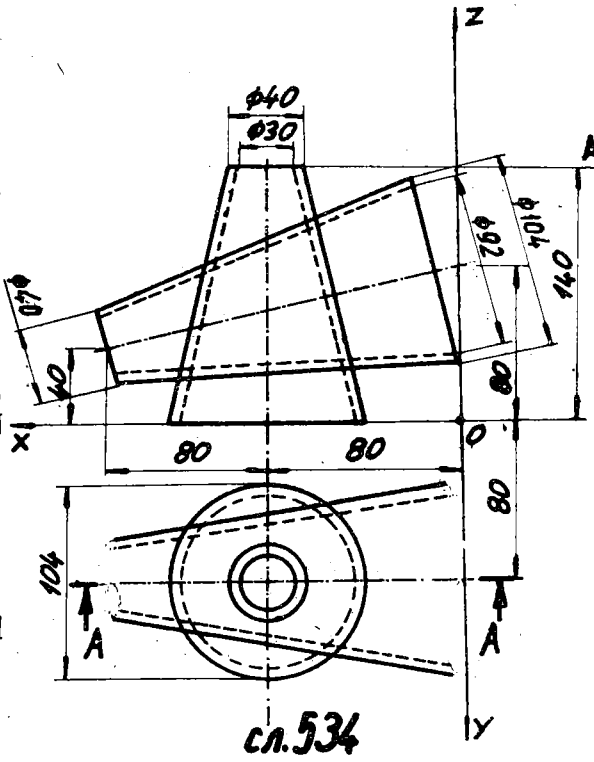
сл. 530

сл. 532

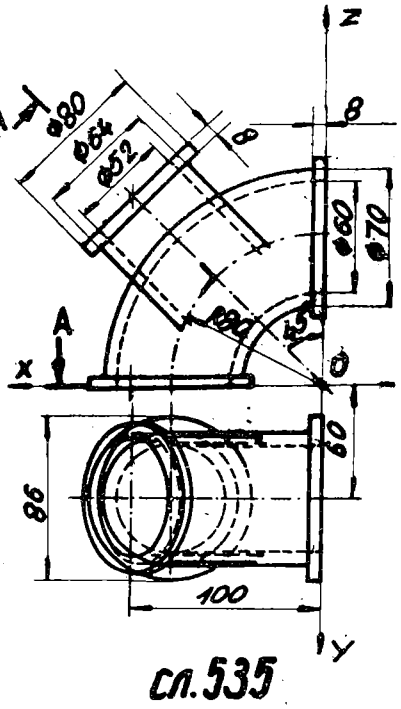




сл. 533



сл. 534



сл. 535

Глава осма

НАВОЈНИ КРИВИ И НАВОЈНИ ПОВРШИНИ

Навојни цилиндрични и конусни линии

1822*. Нацртајте во коса проекција, при $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$, два ода на цилиндрична навојница (завојница) со висината на одот $h = 84$ mm и дијаметарот на основата на ротационен цилиндар што припаѓа на навојницата $d = 60$ mm и ако оската на тој цилиндар е нормална на $x0y$ (Π_1) рамнината! Ако е:

а*) десна, б) лева навојница.

Да се повлечат тангенти во редица точки на навојната крива.

1823. Претставете два ода (чекора) на а) десна или б) лева цилиндрична навојна линија со висината $h = 70$ mm и радиусот $r = 20$ mm на припаден ротационен цилиндар, чија оска е нормална на координатната $x0z$ (Π_2) рамнина, ако се $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1$! Да се вцртаат тангенти во неколку точки на добиената траекторија.

1824. Да се конструираат монжови проекции на два ода на цилиндрична навојна крива со висината на одот (чекорот) $h = 45$ mm и пречникот на припадниот ротационен цилиндар $d = 36$ mm, а неговата оска е нормална на Π_1. Ако е:

а) десна, б) лева навојница.

Притоа да се прикажат тангенти во редица точки на навојницата, кружница на кривината во темињата на синусоидата - нејзината фронтална проекција. Да се вцрта во произволната точка T на цилиндричната навојна крива триедарот на Френе (Frenet), ортогоналниот триедар: тангентата $\vec{t}$, главната нормала $\vec{n}$ и бинормалата $\vec{b}$ (основни прави за кривата).

1825. Одредете придружени проекции на два ода на цилиндрична навојна траекторија со одот $h = 60$ mm и радиусот $r = 25$ mm, чија оска е нормална на Π_3, ако е:

а) десна, б) лева навојница. Да се најде аголот на наклонот α на кривата.

1826. Да се нацртаат пар монжови проекции на еден од на цилиндрична десна навојна траекторија, чија висина на одот h изнесува 45 mm со радиусот на соодветниот ротационен цилиндар $r = 24$ mm, ако е оската $o \perp \Pi_1$, иако нејзината почетна точка е во Π_1, а на левата контурна изводница од цилиндарот, кој го земаме за непрозирен. Во точката T на бараната линија за којашто аголот на ротација $\theta = \frac{2}{3}\pi$ радијани, конструирајте траги на следниве основни рамнини на природниот триедар на кривата:

оскулаторната $(\vec{t},\vec{n})$, ректификационата $(\vec{t},\vec{b})$ и нормалната $(\vec{n},\vec{b})$ рамнина. Исто така во посматраната точка T да се одредат траги на тангентната рамнина, која минува низ тангентата $\vec{t}$ а е нормална на главната нормала $\vec{n}$.

1827. Дефинирана е цилиндрична навојна крива со ротационен цилиндар, чија оска е MN [M(50,50,0), N(50,50,80)] и полупречникот $r = 30$ mm, ако висината на одот е еднаква на висината на цилиндарот. Извршете го конструирањето на два ода на кривата во пар ортогонални проекции, за случај на:
а) десна, б) лева навојна линија! Почетната точка на кривата е во Π_1 и на изводницата (генератриса) од дадениот цилиндар, која е: 1° на левата контурна изводница на фронталната проекција на цилиндарот, 2° најоддалечена од x-оската, 3° на десната контурна генератриса од фронталната проекција на тој цилиндар и 4° најблиска до x-оската.

1828. Да се претстави десна цилиндрична навојна линија со должина на патот $s = 50\pi$ mm што го минува точката по кривата при една полна ротација околу нејзината оска, која е нормална на Π_1 и висина на одот $h = 30.\pi$ mm, во монжов пар. Радиусот r да се одреди од релацијата

$$h^2+(2r\pi)^2=s^2.$$

Да се конструира развивка на обвивката од припадниот ротационен цилиндар и на неа навојницата.

1829. Определена е цилиндрична навојна крива со должина на патот $s = 150$ мм што го поминува точката за аголот од 2π радијани и радиус $r = 20$ мм, чија оска е нормална на Π_2. Земете лева навојна линија и прикажете два ода во хоризонтална и фронтална проекција!

1830. Конструирајте еден и пол од на десната цилиндрична навојна траекторија, чиј наклонет агол е $\alpha = 45^\circ$ и висина на одот $h = 60.\pi$ mm, ако нејзината оска е нормална на Π_3, во фронтална и профилна проекција! Радиусот r да се одреди од равенството $tg\alpha = \frac{h}{2\pi r}$.

1831. Да се одреди еден од (чекор) на левата цилиндрична навојна крива со агол на наклонот $\alpha = 60^\circ$ и радиус $r = 20$ mm, ако оската на припадниот ротационен цилиндар е нормална на Π_1, во монжови проекции.

1832. Дефинирана е десна цилиндрична навојна линија со својата висина на одот $h = 84$ mm и дијаметар на припадниот ротационен цилиндар што изнесува 60 mm, ако неговата оска е $o \perp \pi_1$. Претставете еден од на таа крива во пар придружени ортогонални проекции, ако нејзината почетна точка е во Π_1 и на левата кон-

турна изводница на цилиндарот, користејќи тангенти во редица точки на траекторијата и оскулаторни кружници во темињата на фронталната проекција! Потоа да се најде аголот на ротација θ (околу оската $\underline{o}$) за точка T, којашто има аксијално поместување $z = 14$ mm (бараниот агол θ се определува од следнава пропорција $\theta : z = 2\pi : h$).

1833. Нацртајте придружени проекции на: а) десна, б) лева конусна навојна линија со висина на одот на винтот (чекорот) $h = 61$ mm, дијаметарот на основата на ротациониот конус што припаѓа на кривата е $d = 60$ mm, а висината на конусот изнесува $\overline{SV} = 120$ mm иако неговата оска е нормална на Π_1! Да се земе почетната положба на точката што ја опишува споменатата траекторија во Π_1.

1834. Да се прикаже: а) десна или б) лева конусна навојна крива, чија висина на одот е $h = 56$ mm, додека припадниот ротационен конус со основа во Π_2 има радиус $r = 40$ mm и висина $\overline{SV} = 75$ mm, во монжов пар.

1835. Дефинирана е конусна навојна линија со својот од (чекор) што изнесува 50 mm на изводница (генератриса) на ротационен конус со полупречник $r = 30$ mm и висина $\overline{SV} = 40$ mm, врз чија обвивка лежи споменатава крива, ако со основа конусот е поставен на Π_1 (Π_2). Се бараат пар монжови проекции на:
а) десната и б) левата конусна навојница.

1836. Одредете десна, односно лева конусна навојна траекторија чија висина на одот изнесува $h = 47$ мм и е поставена на обвивката на ротационен конус со центарот S(0,40,0), радиусот $r = 30$ мм и врвот V(0,40,90), во фронтална и профилна проекција! Почетната точка на навојната линија е во Π_3:
1° најоддалечена од z - оската, 2° најблиската до z - оската.
Да се конструира развивка на обвивката од конусот со нанесување на кривата.

1837. На ротационен конус, чиј центар е S(40,60,0), полупречникот $r = 25$ mm, а врвот V(40,60,60), претставете проекции на: а) десна или б) лева навојна крива, ако нејзината висина на одот (чекорот) е еднаква на изводниц. на конусот. Почетната положба на конусната навојна линија е во Π_1 на изводницата од зададениот конус, која е на: 1° левата контурна генератриса од фронталната проекција на конусот, 2° најоддалечената од x - оската, 3° десната изводница од фронталната проекција на конусот, 4° најблиската до x-оската.

1838*. Да се конструира коса проекција ($\varphi = 135^\circ$ и $k = 4/5$) на десната конусна навојна линија со висина на одот $h = 85$ mm и ротационен конус $r = 50$ mm и $\overline{SV} = 120$ mm што и припаѓа, ако оската е $o \perp \Pi_1$, ако претходно е нацртана нејзината фронтална проекција.

1839. Претставете лева конусна навојна траекторија, чија висина е h=53 мм и ротационен конус со основа во Π_2, кој има радиус r=35 мм и висина $\overline{SV}$=100 мм, во коса проекција, при φ=150° и к=3/4.

1840. Да се одреди коса проекција на десна конусна навојница со висина на одот h=80 мм што припаѓа на еднаквостран ротационен конус, чиј пречник изнесува 80 мм, кој е поставен со основата во координатната yOz рамнина (Π_3), при седниве елементи на проектирање φ=30° и к=1.

Навојни површини и навои

1841. Дефинирана е коса отворена праволиниска површина-развивна навојна површина (навојна торза - кос отворен хеликоид) со тангентите на : 1° десната или 2° левата цилиндрична навојна линија $\underline{v}$, чија оска е $o \perp \Pi_1$, има r=15 мм и висината на одот h=60 мм, која е грлена навојна крива и коаксијална навојница w (R=35 мм и одот h=60 мм). Претставете еден и половина од на дел од коса развивна навојна површина, во : а) коса проекција (φ=30° и к=1) ,
б) придружени ортогонални проекции.
Потоа одредете пресек со хоризонтална рамнина која ја сече тангентната навојна површина во еволевента на кружницата со полупречник r=15 мм.

1842. Конструирајте дел од коса отворена десна навојна површина (еволвентен хеликоид) што се формира со движење на отсечка $\overline{AB}$=50 мм, која во сите нејзини положби е тангента на цилиндричната навојна крива (r=15 мм и висината на одот h=60 мм, чија оска $o \perp \Pi_1$) во : а) коса проекција, при φ=150° и к=3/4 ,
б) монжов пар .
Да се прикаже пресек со рамнина нормална на оската на разгледуваната површина.

1843. Да се нацрта дел од навојна (завојна) торза што ја изведуваат тангентите на десната цилиндрична навојница на точката A(70,125,0) со висината на одот h=120 мм и оската $o \perp \Pi_1$ која минува низ точката M(70,110,0). Вака определената торза да се ограничи со цилиндричната навојна линија на точката B што се наоѓа на тангентата од точката A и има координата B(x,y,50), која е од долната страна на Π_1. На така добиената навојна површина да се отстрани предната лева четвртина и да се одреди дефинитивната видливост.
Во точка T(x,y,60) што припаѓа на навојната крива, која ја образува точката B, повлечете тангента и најдете траги на оскулаторната рамнина. Задачава да се реши во : а) коса проекција (φ=135° и к=3/4), б) монжови проекции.

1844. Фиксиран е кос отворен хеликоид што го изведува отсечката AB/A(90,60, 125), B(50,60,150)/, која се движи : а) десно или б) лево навојно околу оската $o \perp \Pi_1$ и минува низ точката M(50,50,0) . На вака добиениот х е л и к о и д да се

отстранет делот што е од левата страна на рамнината Σ /80,240, ∞/ и од долната страна е омеѓен со Π_1. Така ограниченият дел од навојната површина да се претстави во :

а) коса проекција ,ако се $\varphi=45^\circ$ и к =3/4 ,

б) пар ортогонални проекции. Во точката Т, за која е z =45 мм а лежи на цилиндрична навојница од точката А, нацртајте тангента и траги на оскулаторна рамнина.

При одредувањето на дефинитивната видливост да се земе рамнината како провидна.

1845. Околу оската o = MN[M(0,60,60), N(240,60,60)] завојно ротира отсечката AB[A(0,90,60), B(85,90,10)]. Да се нацртаат фронтална и профилна проекција на еден и половина од на отворен кос хеликоид, кој се добива со навојно движење на отсечката AB околу дадената оска, при висина на одот h = 120 mm, ако е: а) деснонавоен или б) левонавоен.

Да се исцрта контура на телото во фронталната проекција.

Во произволна точка на навојницата што припаѓа на точката B да се постават тангентна и оскулаторна рамнина.

1846. Одредете придружени проекции на еден од на дел од коса затворена неразвивна (витопера) навојна површина, која е омеѓена со: а) десна или б) лева навојна линија v(o $\perp \pi_1$, r = 40 mm и одот h = 60 mm) и почетна положба на изводницата AB $\parallel \pi_2$, која ја сече оската o под агол од 60°, односно со две изводници на така дефинираната праволиниска површина! Задолжително да се конструира контура на фронталната проекција на навојната површина. Потоа се бара пресек на хоризонталната рамнина $\Sigma \perp o$, која ја сече добиената површина во лак на Архимедова спирала.

1847. Нацртајте проекции на дел од неразвивна (витопера) коса затворена десна навојна површина со оска o $\perp \pi_1$, која е образувана од десна цилиндрична навојна крива (R = 50 mm и висина на одот h = 80 mm) и коаксијален ротационен цилиндар, (r = 20 mm), при тоа изводницата од површината е паралелна со Π_2 и со Π_1 зафаќа агол: $1^\circ 30^\circ$, и $2^\circ 45^\circ$.

1848. Да се конструираат хоризонтална и фронтална проекција на дел од кос десен хеликоид со оска o $\perp \pi_3$, кој се формира со навојно движење на отсечка $\overline{AB}$ = 30 mm што е во коса - наведната положба спрема Π_3 и со оската o определува агол од 30°, додека грлениот дел е цилиндрична навојна линија со пречник на припадниот ротационен цилиндар d = 40 mm и висина на одот (чекорот) h = 50 mm.

1849. Да се нацртаат придружени проекции на еден од на десна витопера нормална затворена навојна површина чија оска o $\perp \pi_1$, која е омеѓена со коаксијална

цилиндрична навојна крива w(R=35 mm и одот h = 70 mm) и со коаксијален ротационен цилиндар (r = 10 mm), ако почетната положба на изводницата на површината што лежи во Π_1 е паралелна со x-оската. Потоа навојната површина да се пресече со рамнината $\Sigma \| o$.

1850. Прикажете проекции на еден од на долниот дел од нормална затворена неразвивна праволиниска десна навојна површина - нормален хеликоид, која е определена со грлена цилиндрична навојна линија v(r = 15 mm и висина на одот h = 80 mm) и коаксијална навојна крива w(R = 40 mm и одот h = 80 mm), ако оската $o \| \Pi_1$! Почетната точка на грлената крива е во Π_1, и тоа, на онаа изводница од цилиндарот што припаѓа на таа навојна линија, а која е:
1° најблиска до x-оската, 2° лева контура (од фронталната проекција на цилиндарот)
3° најоддалечена од x-оската.

1851. Да се одредат пар монжови проекции на дел од нормално отворена навојна површина $o \| x$ - оската, која е омеѓена од: а) десна или б) лева грлена навојна крива v(r = 20 mm и одот h = 70 mm) и од коаксијално положениот ротационен цилиндар (R = 35 mm), односно се формира од навојно движење на права што е нормална на оската o но не ја сече, инаку е ограничена со двата коаксијални цилиндра. Потоа пресечете ја таа површина со рамнина Σ која е:
1° $\Sigma \perp o$, 2° $\Sigma \| o$.

1852. Нацртајте монжов пар на дел од нормална отворена праволиниска а) десна или б) лева навојна површина (навоен коноид - нормален хеликоид) што се образува со движење на хоризонталната отсечка $\overline{AB}$ = 25 mm ($AB \| \pi_1$), така што точката B секогаш се наоѓа на цилиндричната навојна линија со висина на одот h = 85 mm и полупречник на припадниот ротационен цилиндар изнесува 15 mm, ако неговата оска е $o \perp \pi_1$!

1853*. Да се претстават придружени ортогонални проекции на два ода на десен навој квадратна форма, квадрат ABCD со страна a = 15 mm, ако е во хоризонтално-проектирачка положба, но така што неговите страни AD и BC се нормални на Π_1. Тој навојно движи околу ротационен цилиндар, како стебло на завртка со дијаметар d = 60 mm, чија оска е $o \perp \pi_1$. Рамнина поставена низ квадратот ја сече оската на навојот во профил, кој нека е: а) еднонавоен (чекорот p и висината на одот h = =2a =30 мм), б)* двонавоен (одот h =4a = 60 мм=p_z), в) тринавоен (h =6a =90 мм=p_z), г) четиринавоен (h =8a =120 мм = p_z).

Потоа така формираниот винт да се пресече со хоризонтална рамнина, значи, што е нормална на неговата оска.

1854*. Конструирајте монжови проекции на еден од на лев навој со квадратна форма (квадрат со страна $a = 15$ mm),ако дијаметарот на стеблото на завртката е $d = 60$ mm, чија оска $o \perp \pi_1$, земајќи го како: а) еднонавоен, б*) двонавоен или в) тринавоен. Добиениот навој да се пресече со хоризонтална рамнина.

1855. Дефиниран е десен навој, чиј профил е квадрат што има страна 12 mm и пречникот на стеблото на навојот изнесува 50 mm , ако оската o на тој припаден ротационен цилиндар е нормална на Π_2. Да се одредат проекциите на еден и половина од на навојот, кој е:

а) еднонавоен, б) двонавоен, в) тринавоен и г) четиринавоен.

Потоа навојот да се пресече со рамнина што минува низ оската o.

1856. Да се нацрта монжов пар на еден од на десен навој со квадратна форма на профилот, ако страната е $a = 10$ mm , дијаметарот на стеблото на навојот е $d = 60$ mm , додека оската $o \perp \pi_3$,односно како:

а) еднонавоен, б) двонавоен и в) тринавоен.

Потоа навојот пресечете го со профилна рамнина.

1857*. Прикажете придружени проекции на два ода на десен навој што го формира еднаквостран триаголник ABC со страна $a = 20$ mm што е нормален на Π_1 но така да биде неговата страна $AB \perp \pi_1$, при што рамнината на триаголникот секогаш минува низ оската o на навојот, којашто е земена како хоризонталнопроектирачка права, а дијаметарот на стеблото на навојоте $d = 80$ mm . Претпоставете дека е навојот :

а)* еднонавоен (чекорот p и висината на одот $h=a=20$ мм), б) двонавоен (одот $h = 2a = 40$ мм $= p_z$), в) тринавоен ($h=3a = 60$ мм $= p_z$) и г) четиринавоен ($h=4a=80$ мм)! Потоа навојот да се пресече со хоризонтална рамнина.

1858. Да се конструираат проекции на еден од на лев навој со остар профил, кој е образуван од навојно движење на еднаквостран триаголник (со страна од 15мм), околу цилиндричен столб со радиус од 30 мм, чија оска е $o \perp \Pi_1$,ако е навојот како: а) еднонавоен , б) двонавоен и в) тринавоен .

Добиениот навој да се пресече со рамнина што минува низ неговата оска.

а) еднонавоен , б)* двонавоен и в) тринавоен.

Навојот да се пресече со рамнина $T \perp o$.

1859*. Нацртајте ортогонални проекции на повеќе ода на десен навој со триаголна форма (еднаквостран триаголник со страна a = 20 mm), ако дијаметарот на стеблото на навојот, d = 70 мм, неговата оска o $\perp \pi_2$ усвојувајќи:

а) еднооден, б) двооден и в) триоден навој.

1860*. Определен е десен навој што е формиран од еднаквостран триаголник ABC со страна од 24 мм и пречник на стеблото - припадниот ротационен цилиндар изнесува 40 мм, чија оска е нормална на Π_3. Да се одредат проекциите на еден од следниов навој : а) еднонавоен , б) двонавоен или в)* тринавоен.

Потоа да се одреди пресекот на навојот со рамнина нормална на неговата оска.

1861. Да се нацртаат придружени проекции на два ода на лев навој со триаголна форма (еднаквостран триаголник има страна од 15 mm) и дијаметар на стеблото на навојот d = 40 mm , чија оска o || x - оската, ако е тој:

а) еднонавоен , б) двонавоен.

Потоа навојот да се пресече со профилна рамнина.

1862. Дефиниран е десен навој трапезен профил, кој е образуван од навојно движење на еднаквокрак трапез (негови основи: 15 mm и 6 mm , а висината му е 15 mm) со големата основа се лизга по цилиндричен столб (дијаметар d = 60 mm), чија оска е o $\perp \pi_1$.

Се бара да се претстави монжов пар на два и пол ода на навој, кој е:

а) еднонавоен (одот и чекорот се h = 20 mm) и б) двонавоен (одот h = 2.20 = 40mm).

1863. Одредете проекции на два ода на лев трапезен навој што го формира еднаквокрак трапез (има основи 20 mm и 10 mm, а висината е 24 mm), кој со големата основа се лизга по припадниот ротационен цилиндар (r = 40 mm), ако оската o $\perp \Pi_1$.

Имено како: а) еднонавоен (висината на одот h = 20 mm) и б) двонавоен (одот h = 40 mm).

1864. Конструирајте монжови проекции на два и половина ода на десен трапезен навој добиен со вртењето на еднаквокрак трапез, негови димензии се: основите a = 25 mm и b = 10 mm а кракот c = 18 mm , кој со страната a се лизга по стеблото на навојот (r = 35 mm), земајќи оската o $\perp \pi_2$. Усвојте дека трапезниот навој е: а) еднонавоен (одот е h = 25 mm) и б) двонавоен (h = 50 mm)

Потоа извршете пресек на навојотсо фронтална рамнина.

1865. Определен е десен трапезен навој од еднаквокрак трапез, чии основи се $a = 20$ mm и $b = 8$ mm, а неговата висина изнесува 20 mm, кој со својата најдолга страна се лизга по стеблото на навојот што има полупречник $r = 34$ mm, ако е оската $o \parallel x$ - оската. Да се одредат два ода на навојот, како: а) еднонавоен (висината на одот $h = 26$ mm) и б) двонавоен (=52 мм).

1866. Да се нацртаат проекции на два ода на десен пилест навој, кој е добиен со навојно движење на правоаголен трапез (основи од 16 мм и од 8 мм а кракот нормален на основите е 12 мм) лизгајќи се со најдолгата страна околу цилиндричен столб ($r = 40$ mm), чија оска е $o \perp \pi_1$. Притоа земете дека е: а) еднонавоен (одот $h = 24$ мм) и б) двонавоен (одот е $h = 2.24 = 48$ m). Потоа навојот да се пресече со рамнина $\Sigma \perp o$.

1867. Нека е зададен лев пилест навој формиран од правоаголен трапез, чии основи се 15 mm и 10 mm, а неговата висина е 10 mm, кој ротира околу ротационен цилиндар со дијаметар $d = 70$ mm, чија оска е $o \perp \pi_2$, така што е потпрен со својата најдолга страна врз обвивката на цилиндарот. Прикажете ортогонални проекции на два и половина ода на следниов навој, како: а) еднонавоен (одот е $h = 25$ mm) и б) двонавоен ($h = 50$ mm).

1868. Да се конструираат проекции на дел од десна навојна површина, која ја формира триаголникот ABC [A(30,60,20), B(30,60,0), C(70,60,20)] рамномерно ротирајќи околу вертикалната оска o, која минува низ точката M(0,60,60) со истовремено рамномерно аксијално подигнување така што по еден од да се издигне на висината $h = 100$ мм.

1869. Одредете монжови проекции на десна навојна (завојна) површина опишана од правоаголникот ABCD [A(10,50,0), B(10,50,10), C(35,50,10), D(35,50,0)], околу вертикалната оска o што минува низ точката M(0,50,0), ако висината на одот изнесува $h = 80$ mm, и тоа, два такви ода!

1870. Да се нацртаат пар ортогонални проекции на повеќе ода на лева навојна скала формирана од вртењето на правоаголникот ABCD [A(60,70,0), B(40,70,0), C(40,70,10), D(60,70,10)] околу цилиндричен столб со дијаметар $d = 80$ mm, чија оска е вертикална и минува низ точката M(0,70,0), ако висината на одот (чекорот) е $h = 60$ mm.

1871. Зададен е ротационен цилиндар со оската $o = MN$ [M(60,0,60), N(60,130,60)] и радиусот на основата $r = 10$ mm. Околу овој цилиндар како јадро навојно се врти четириаголникот ABCD [A(60,5,70), B(60,35,70), C(60,35,110), D(60,29,110)] со

висина на одот h = 72 mm. Да се претстават проекции на два и половина ода на телото што се добива со навојно движење на дадениот четириаголник. Насока на движењето е: а) десна, спротивно на вртењето на стрелките на часовникот, б) лева. Задолжително да се вцрта контурата на навојната површина во фронтална проекција.

1872. Конструирајте фронтална и профилна проекција на дел од десна навојна скала што се образува од навојно движење на правоаголникот ABCD[A(10,50, 90), B(20,50,90), C(20,50,65), D(10,50,65)], околу цилиндричен столб (r = 15 mm) со оска o || x - оската и минува низ точката M(0,50,50), ако висината на одот е h = 85 mm !

1873. Да се нацртаат проекции на два ода на челична пружина со петаголен пресек, која се добива со навојно движење на петаголникот ABCDE [A(70,80,20), B(40,80,20), C(50,80,0), D(55,80,0), E(70,80,10)] околу оската o што е нормална на Π_1 и минува низ точката M(0,80,0). Висината на одот изнесува 60 mm . Во произволна точка на навојната линија што ја изведува точката A повлечете траги на оскулаторна и нормална рамнина, односно: а) десна и б) лева навојна пружина (федер).

1874. Дефинирана е а) десна или б) лева цилиндрична пружина со шестаголен профил, која настанува со навојно вртење на шестаголникот ABCDEF[A(80,80,30), B(65,80,50), C(50,80,50), D(50,80,0), E(65,80,0), F(80,80,20)] околу вертикалната оска o што проаѓа низ точката M(0,80,0). Висината на одот на навојната површина е h=120 мм. Во која и да било точка на навојната крива што се добива од темето A поставете оскулаторна и тангентна рамнина, одредувајќи ги нивните траги.
Прикажете монжови проекции на два и половина ода на така добиената цилиндрична навојна пружина!

1875. Да се одредат придружени проекции на повеќе ода на навојна цилиндрична пружина што ја изводи шестаголникот ABCDEF [A(0,50,10), B(0,50,40), C(5,50,40), D(25,50,30), E(25,50,25), F(5,50,10)] движејќи се навојно околу оска o || x - оската на која и припаѓа точката M(0,50,55). Висината на одот на пружината е 80 mm. Насоката на вртењето на дадениот шестаголник е:
а) десна и б) лева, иста како движењето на стрелките на часовникот.

1876. Конструирајте пар ортогонални проекции на дел од цевкеста (циклична) навојна површина-навојна канална површина со оска o $\perp \Pi_1$, која се добива ако кружница со полупречник r=20 мм, чиј центар навојно се врти по должината на цилиндричната навојница v(R =30 мм и висината на одот h =80 мм), така што рамнината

на таа кружница во секоја положба при навојното движење треба да биде нормална на навојницата. Потоа навојната површина да се пресече со хоризонтална рамнина. Да се разгледа случајот кога таа е : а)десна и б) лева цевкеста површина.

1877. Определена е циклична навојна површина со навојно вртење на топка ($r = 20$ mm), чиј центар се поместува по: а)десната, б)левата цилиндрична навојна крива v($R = 35$ mm и висината на одот е $h = 120$ mm), ако неговата оска е нормална на Π_1. Таа е поправо обвивка (анвелопа) на сите положби на топката што се движи навојно. Да се определат проекциите на еден нејзин од.

1878. Да се прикаже во фронтална и профилна проекција дел од нормална цевки на навојна површина, која се формира со навојно движење на топка ($r = 10$ mm), нејзиниот центар се поместува по цилиндрична навојница v ($r = 10$ mm и висината на одот $h = 140$ mm), чија оска е нормална на Π_3. Земете ја цикличката површина како: а) десна , б) лева.

Споменатава површина може да се добие со движење на круг со радиус еднаков на радиусот на топката $R = 15$ mm, чиј центар опишува навојна линија v , а рамнината на кружницата минува низ оската на кривата.

Глава деветта

КОТИРАНА ПРОЕКЦИЈА[1)]

IX 1. ПРЕТСТАВУВАЊЕ ТОЧКИ, ПРАВИ И РАМНИНИ, КАКО И НИВНА ЗАЕМНА ПОЛОЖБА

1879. Хоризонтална отсечка чија природна должина изнесува 60 m е претставена на цртежот со отсечка долга 24 mm. Во која размера е нацртана?

1880. Една отсечка на цртежот има должина 4·6 mm а е нацртана во размер 2:15. Колкава е должината на оригиналната отсечка?

1881. Каков наклонет агол спрема П има отсечка што е два пати поголема од нејзината ортогонална проекција?

1882. Како лежат во просторот точките A,B и колкаво е нивното растојание: а) A(3·2), B(-1·5), ако е $A' \equiv B'$, б) A(7·3), B(7·3) иако е $\overline{A'B'} = 5{\cdot}5$ m , 1:100?

1883. Дадена е котирана проекција p′ на права p = AB. Да се градуира проекцијата p′ и одредете го падот (наклонот), односно наклонетиотагол на правата p со проекционата рамнина П, ако се:

а) p = AB[A(2), B(5·2)], додека оддалеченоста меѓу проекциите на двете точки е $\overline{A'B'} = 4{\cdot}2$ m.

б) p = AB[A(2·3), B(7·8)], $\overline{A'B'} = 5$ m в) p = AB[A(-2), B(4·7)], $\overline{A'B'} = 7$m, во 1:100.

1884. Да се градуира проекција p′ на права p, ако е дефинирана со $p' = \overline{A'B'}$ [A(x = 100 , y = 20; кота = 3·2), B(80,40;?)] и а)наклонетиот агол $\alpha = 30^{\circ}$, б) падот (наклонот) $n_p = 2/3$ и в) интервалот $i_p = 1/4$, во размер 1:150. Земете дека насоката на падот на правата p е од B кон A!

1885. Да се одреди продор и наклонет агол на права l = LM[L'(2·5), M(6)], $\overline{L'M'} = 3$ m, при P = 1:100.

1886. Определена е правата a со својата проекција a′ = A′B′ [(A′(10,10;0·9), B′(80,20;3·6)] и на неа точка C со кота 2;3. Конструирајте котирана проекција C′ на точката C!

[1)] Размерот се однесува на котите и растојанијата, кои се дадени во метри, додека рамнинските правоаголни координати x и y се во милиметри.

1887. Дадена е права p со двете точки $A'(60,80;1{\cdot}6)$ и $B'(20,10;5{\cdot}7)$. Нека се одреди кота и проекција на точката C, која AB ја дели надворешно во однос: а) 3:4, 6)1:5 и в) 7:2.

1888. Да се нацрта вистинска должина и наклонет агол на отсечката AB фиксирана со котираната проекција:

а) $A'(10,40;1)$, $B'(60,10;6)$, 6) $A'(10,40;10{\cdot}4)$, $B'(60,10;15{\cdot}2)$,

в) $A'(10,50;-3)$, $B'(70,0;7{\cdot}4)$, при размер 1:50.

1889. Одредете вистинска должина на отсечка AB и точка со кота 0 која лежи на права што минува низ дадени точки, во случај:

а) $A'(1)$, $B'(3)$ и должината на котираната проекција на отсечката е $\overline{A'B'} = 5{\cdot}25$ м.

6) $A'(-1)$, $B'(2)$ и $\overline{A'B'} = 4{\cdot}5$ m ($P = 1:100$)!

1890. Зададена е отсечка AB со котите на нејзините крајни точки и должината на нејзината проекција. Таа да се градуира, ако се:

а) $A'(3{\cdot}2)$, $B'(6{\cdot}5)$ и $\overline{A'B'} = 6$ m, 6) $A'(-4{\cdot}3)$, $B(0)$ и $\overline{A'B'} = 8{\cdot}2$ m, при размер 1:100.

1891. Одредете проекција и кота на точка P, која дадена отсечка AB: $A(-3{\cdot}2)$, $B(-0{\cdot}5)$, $\overline{A'B'} = 2{\cdot}2$ m ја дели во однос 2:5!

1892. Рамнината на паралелограмот $ABCD$ е вертикална. Да се најдат проекцијата и котата на темето D, ако е дадено: $A(3{\cdot}2)$, $B(5{\cdot}6)$, $C(5{\cdot}2)$, $\overline{A'B'} = 4{\cdot}2$ m $\overline{B'C'} = 1{\cdot}5$ m и $\overline{A'C'} = 5{\cdot}7$ m, во размер 1:100.

1893. Дадено е $A(3{\cdot}2)$, $B(5{\cdot}4)$ и $\overline{A'B'} = 3{\cdot}4$ m. Одредете кота и проекција на теме C на еднаквостран триаголник ABC, чија рамнина е вертикална, во размер 1:100! Колку решенија има задачата?

1894. Основните рабови на една правилна шестострана пирамида имаат должина $a = 2{\cdot}5$ m и бочните рабови со основата (која е во хоризонтална положба) зафаќаат агол $\alpha = 60^{\circ}$. Одредете ги вистинските должини на бочниот раб и на висината!

1895. Испитајте во каква заемна положба се двете прави $p = AB$ и $q = CD$, кои се дадени со своите проекции:

а) $A'(25,15;3)$, $B'(80,15;5{\cdot}7)$, $C'(20,30;6)$ и $D'(70,30;10{\cdot}3)$,

6) $A'(25,25;1{\cdot}4)$, $B'(65,40;5{\cdot}5)$, $C'(20,40;1)$, $D'(70,15;5)$,

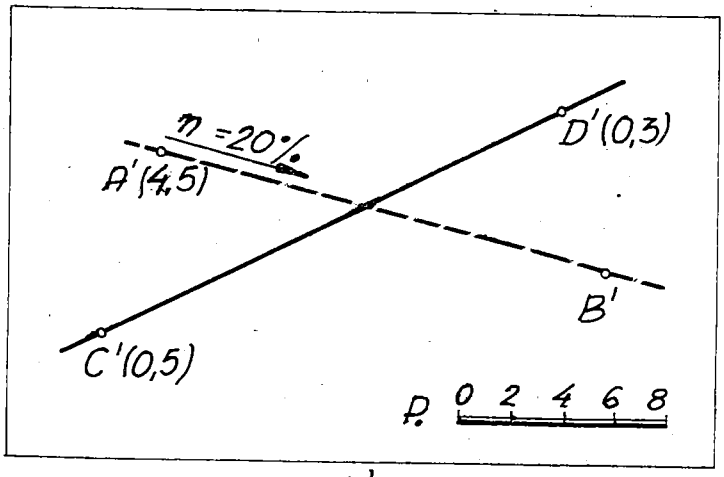
в) $A'(20,10;2{\cdot}5)$, $B'(65,10;11)$, $C'(30,20;6)$, $D'(70,20;8)$,

г) $A'(10,10;2)$, $B'(60,20;6)$, $C'(10,20;7)$ $D'(60,0;9)$!

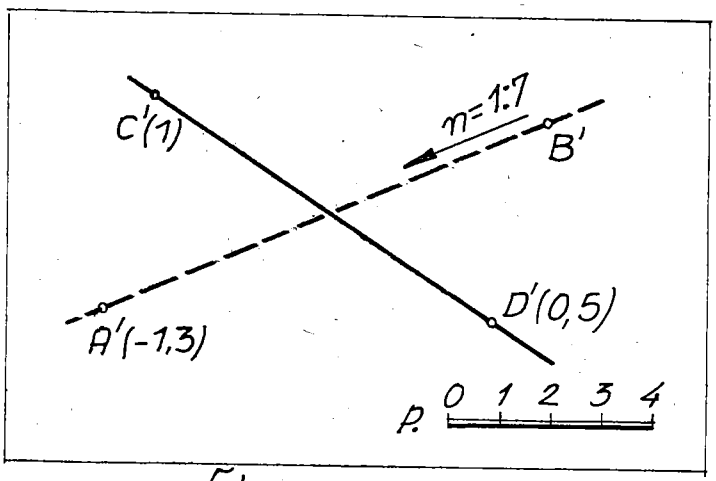
1896. Фиксирани се котирани проекции $p' = A'B'[A'(25,15; 3{\cdot}2), B'(80,15; 5{\cdot}7)]$ на правата $\underline{p}$ и $C'(70,30; 4)$ на точката C. Прикажете хоризонтална права $\underline{h}$, која минува низ C и ја сече $\underline{p}$.

1897. Дадена е котирана проекција $A'B'C'D'$ на правоаголникот $ABCD$ $[A(-1), B(4{\cdot}2), C(3), D(?)]$, чии страни имаат должини $\overline{A'B'} = 5$ m и $\overline{B'C'} = 3{\cdot}5$ m, во размер 1:100. Да се најдат коти на темето D и на пресечната точка на дијагоналите S.

1898. Одредете на која длабина минува трасата на централното греење што се проектира во правецот $A'B'$ со пад $n = 5$, под линија на кабелот проведена од точката C' кон точката D', според приложените слики 537а,б.



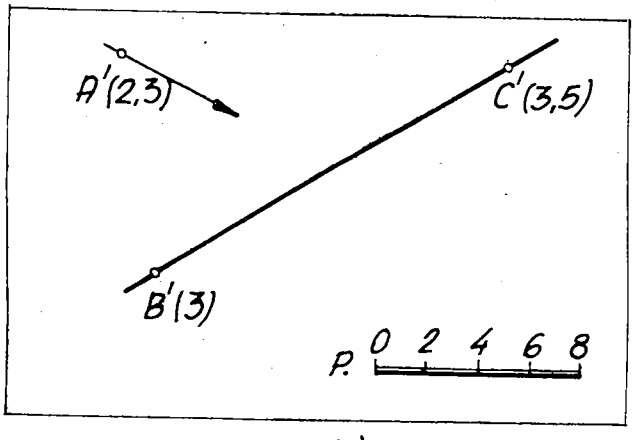
а)



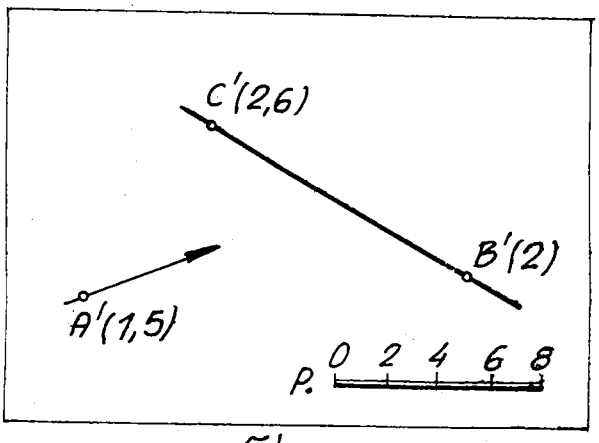
б)

Сл. 537 а,б

1899. Да се пресмета наклонет агол и должина на водоводна инсталација, ако таа е воведена од точката A' во насока покажана со стрелката, за да се поврзе со постојната линија $B'C'$, според сликите 538а,б.



а)



б)

Сл. 538 а,б

1900. Нека се дадени две прави $\underline{a}$, $\underline{b}$ чии котирани проекции се паралелни, интервалите $i_a = i_b$, но насоките на падовите им се спротивни. Каква меѓусебна положба имаат $\underline{a}, \underline{b}$ во просторот?

1901. Повлечете права $\underline{a}$ низ точката A дадена со проекцијата $A'(20,40; 1{\cdot}7)$, која е паралелна со правата $\underline{b}$ чија проекција е $b' = B'C'/B'(25,25; -0{\cdot}5), C'(65,40; 5{\cdot}3)/$, и најдете го падот (наклонот) n_a !

1902. Низ точките $A'(160,20; 12)$, $B'(200,80; 14{\cdot}6)$ и $C'(20,100,19{\cdot}4)$ поставете рамнината $(P = 1:100)$, одредувајќи и нејзиниот пад и големина на наклонетиот агол.

1903. Точките A, B, C лежат на една рамнина P: A(2·3), B(-1·6), C(4·5), $\overline{A'B'} = 5$ m, $\overline{B'C'} = 6$ m и $\overline{C'A'} = 7$ m. Да се конструираат проекции на слојници, да се градуира падната линија и да се одреди вистинската големина на наклонетиот агол на рамнината, при размер 1:100.

1904. Низ двете паралелни прави, чии проекции се $a' = A'B'$ [$A'(20,70; 8{\cdot}2)$, $B'(110,30; 2{\cdot}7)$] и правата $\underline{b}$ минува низ точката $C'(150,80; 7)$ поставете рамнина со одредување нејзини елементи во котирана проекција, ако е $P = 1:100$.

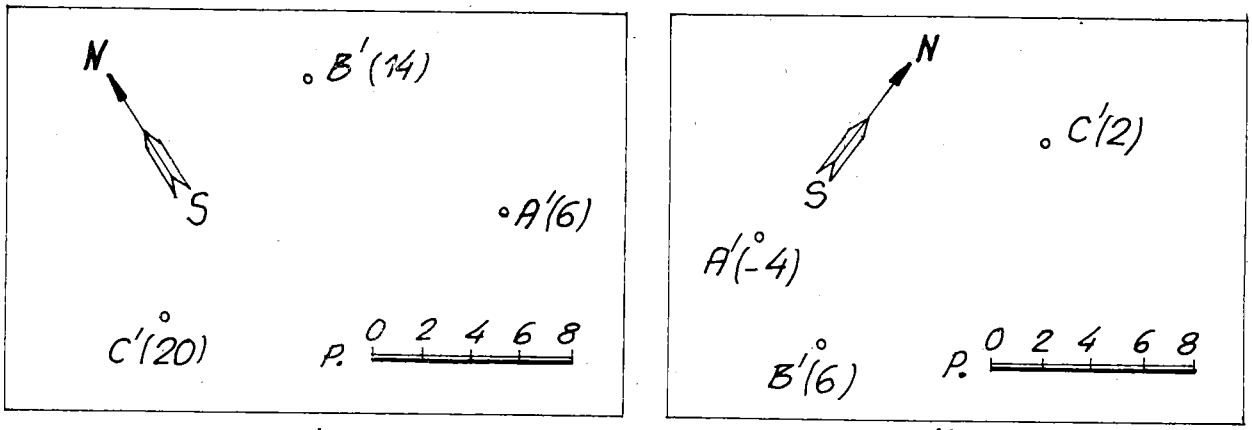
1905. Со точка T(4·3) и вон неа права a ($i_a = 2/3$) е определена рамнината P, во размер 1:100. Да се градуира рамнината.

1906. Да се претстави рамнина P која е дадена со една слојница $\underline{s}$ и косината, имено: а) $s'(0) \equiv r$ и наклонетиот агол $\alpha = 75^\circ$ (30°),
б) $s'(3)$ и падот (наклонот) $n_r = 1/2$ $(n_r = 4)$,
в) $s'(2)$ и интервалот $i_r = 1{,}5$ $(i_r = 2)$, при размер 1:200.

1907. Со точките $A'(160,20; 12)$ и $B'(200,180; ?)$ е дадена права, чиј пад е 1:8. Права BC [$B'C'(20,100; ?)$] има пад 1:3. Да се одреди рамнината што минува низ двете прави: а) AB и BC, б) BA и BC, в) AB и CB, г) BA и CB, ако е 1:200.

1908. Низ правата $a' = A'C'$ [$A'(10,10; 2)$, $C'(60,20; 6)$] поставете рамнина T паралелна со правата $b = B'D'$ [$B'(10,20; 7{\cdot}2)$, $D'(60,0; 11)$], потоа таа да се градуира.

1909. Одредете го падот (наклонот) на рамнината ABC и аголот определен со слојница на дадената рамнина и земјината оска SN (југ - север), мерен спротивно на насоката на вртењето на стрелката од часовникот (в. сл. 539а, б)!



а) Сл. 539 а,б б)

1910. Зададена е рамнина со три точки A'(70,10; 9·3), B'(20, 50; 8·7) и C'(90, 70; 6·2) , во котирана проекција (P= 1:100). Да се одреди кота на точка што лежи во дадената рамнина: а) D'(20,10; к = ?), б) E'(50,30; ?), в) F'(30,20; ?) .

1911. Во една рамнина лежи петаголникот ABCDE. Дадена е неговата проекција $\overline{A'B'} = 3$ m , $\overline{B'C'} = 2{\cdot}5$ m , $\overline{C'D'} = 3{\cdot}5$ m и $\overline{D'E'} = 4$ m , а аглите: $\sphericalangle A'B'C' = 120^\circ$, $\sphericalangle B'C'D' = 135^\circ$ и $\sphericalangle C'D'E' = 75^\circ$. Најдете ги котите на темињата D и E, ако котите на A,B и C се респективно: -1·2, 2·5 и 3·5, во размер 1:100.

1912. Квадрат, чија страна е a = 1 m со една своја страна е потпрен на проекционата рамнина П и со неа зафаќа агол од 30°. Да се нацрта проекцијата на овој квадрат во размер 1:25, потоа проекциите на слојниците и интервалот на рамнината, определена со овој квадрат.

1913. Во рамнина P(n_r= 2/3) а низ нејзина произволна точка T повлечете права a(n_a = 1/2), при размер 1:100. Колку има решенија?

1914. Даден е наклонет агол α = 60° на една рамнина P и проекција на точката T(2·5) што лежи во неа. Нацртајте проекции на прави кои лежат на рамнината P, минуваат низ T, а чии неклонети агли со нултата рамнина (П) се: $\alpha/2$, $\alpha/3$, $\alpha/4$!

1915. Да се одреди големината на наклонетиот агол на рамнината која е фиксирана со точките A,B,C: A'(10,50; 2), B'(70,20; 7·6) и C'(40,70; 3·5) . Потоа во рамнината нацртајте права a(n_p= 15%) што минува низ точката C, во размер 1:500. Можни положбени решенија?

1916. Дефинирана е рамнина со точките A'(60,0; 10), B'(20,20; 10) и C'(50,30;9). Да се најде кота на точка D'(60,60; ?) која лежи во таа рамнина. Потоа низ точката D во дадената рамнина да се повлечат прави s, t со следниов пад:

а) 1:3, б) 2:5, в) 20%, г) 26%, ако е P ≡ 1:200.

1917. Конструирајте проекција a′ на права a што минува низ точката A′(30, 20; 1) има наклонет агол кон П, $\alpha = 30^{\circ}$ и е паралелна со рамнината T: B′(10,40; 3), C′(50,40,3), D′(60,10; 5), во размер 1:100. Можни решенија на задачата?

1918. Да се одреди котирана проекција a′ на права a која припаѓа на точката A′(60,10; 3), со П зафаќа агол $\alpha = 45^{\circ}$ и ја сече правата b′ = B′C′ [B′(20,20;4) C′(70,50; 9·5)] (P ≡ 1:100). Можни решенија?

1919. Низ права a со даден пад поставете рамнина P со следниов пад, ако се: а) a (n_a = 12·5%) и P(n_r ≡ 2:3), б) a(n_a = 1:6) и P(n_r ≡ 1:1), в) a(n_a = 2/5) и P(n_r ≡ 10%), при размер 1:200. Колку има решенија одделно за секој случај?

1920. Дадена е проекцијата g′ на правата g со точките A′(20,20; 7·4) и B′(90, 30; 4·2). Низ правата g конструирајте рамнина на насип P(n_r ≡ 2/3), потоа одредете кота на точка C:C′(60,50; ?), која е во рамнината P, во мерило 1:200.

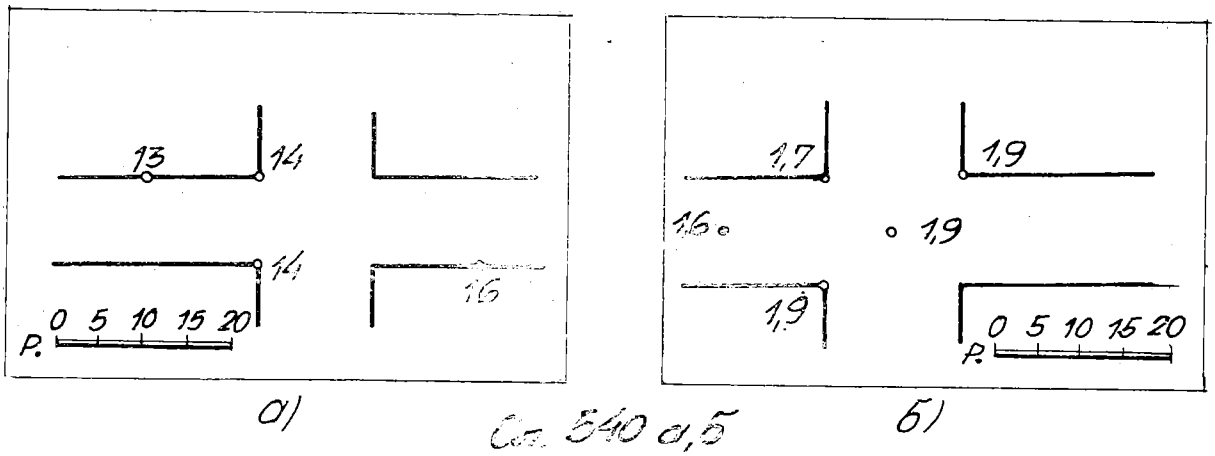
1921. Фиксирана е котирана проекција g′ на правата g ≡ A′B′ [A′(20,20;7·4) B′(130,30;5)]. Земајќи ја неа како носител на прамен рамнини да се градуираат и означат падни линии на две рамнини P, T од тој прамен со пад (наклон) што изнесува 40%, ако е размерот 1:100.

1922. Зададена е права p′ = A′B′ [A′(20,20;7), B′(180,20; ?)] со интервал 8. Низ правата p поставете рамнина со пад 1:4 и одредете кота на точка што лежи во таа рамнина: а) C′(120,120;к = ?), б) D′(100,160; ?) и в) E′(30,100; ?), P = 1:200.

1923. Низ правата g определена со проекциите на две нејзини точки A′(10, 110; 2) и B′(100,40; 5) поставете рамнина P(n_r ≡ 1/2), и во таа рамнина да се претстават прави l, m со пад n = 25%, кои припаѓаат на точката B, ако е размерот 1:200.

1924. Да се претстави рамнина P со интервал i_r = 2 што минува низ правата a чија проекција е a′ ≡ A′B′ [A′(10,110; -2), B′(100,40;5)]. Можни решенија? Во една од тие рамнини a низ точката A нацртајте прави b, c со пад 1/5, ако е размерот 1:200.

1925. Даден е план на крстосница на улици со соодветни коти и размерник. Направете проект на вертикално планирање (повлечете слојници, хоризонтали) со можно најмалку прекршувања во вертикалната рамнина според сл. 540 а,б. И тоа на сл.540 а) се бара да се конструираат хоризонтали на секој 0·5 метар, додека на сл.540 б) - на секој 0·1 метар !



а) Сл. 540 а,б б)

1926. Да се градуира рамнината P која минува низ точката A чија проекција е A'(40,20; 20) со Π_1 има наклонет агол $\omega = 75^\circ$ и е паралелна со правата b дадена со проекцијата b' = B'C' [B'(40,60;80), C'(100,20;30)] во размер 1:125.

1927. Зададена е рамнина P (n_p= 5/4) и точка B'(7), надвор од таа рамнина. Низ точката B повлечете прави a,b паралелни со рамнината P, ако падот (наклонот) на правите изнесува 4/5, при размер 1:100.

1928. Одредете пресек на две рамнини A(n_α = 3/4) и B(n_β = 1/2), во размер 1:200!

1929. Проекциите на шест точки A,B,C,D,E,F се темиња на еден правилен шестаголник A'B'C'D'E'F' чии страни се A'B'=...=F'A'=5 m. Дадени се и котите: A(7), B (1°4), C(8°5), D(0°5), E(2°2), F(10). Да се нацрта пресекот на триаголникот ACE со триаголникот BDF, во размер 1:100.

1930 Да се прикаже пресекот на триаголникот ABC со рамнината P, имено A'B'C' [A'(30,60;7°2), B'(100,40;10°5), C'(50,80;12)] и рамнината P со пад 4/3 да се постави низ правата p' = D' E' [D'(10,20,15), E'(90,70;3°8)], при размер 1:100.

1931. Зададени се рамнина T и права p со нивните наклони, односно интервали. Најдете го прободот на правата со рамнината, котата на прободот и видливиот дел на правата (P = 1:200):

а) T(n_r= 2/3) и p(n_p= 12°5%), б) T(n_r= 12,5%) и p(n_p= 1:8), в) T(n_r= 1:1) и p(n_p= 2:7), г) T(n_r= 8%) и p(n_p= 20%), д) T(i_r= 2) и p(i_p= 2:5)!

1932. Одредете пресек на правата a=AB [A'(20,50;7), B'(70,30;12)] со триаголникот CDE [C'(50,30;10), D' (10,20;15), E'(100,60;12)] , ако е P = 1:100!

1933. Да се претстави пресек на три рамнини: P(n_r= 25%), Σ(n_r= 2/3) и T(i_r= 4/5), ако е размерот 1:200.

1934. Врз коса рамнина со интервал $i_r = 1\ 2$ да се проектира хоризонтална квадратна платформа со страна 5 m и кота = 11, ако една дијагонала лежи на 10-та и 12-та слојница (вистински линии) на теренот ($P = 1:50$). Најдете ги пресечките на рамнините на насип ($n_n = 2,3$) и на ископ, засек ($n_u = 1:1$)! На одделен цртеж истата задача со воведување одводен канал покрај работ на платформата и засечените рамнини, кој има димензии 3 x 0,5 m.

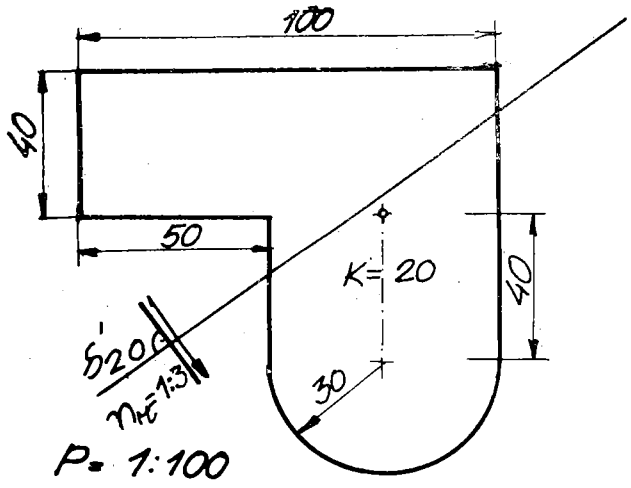
1935. Зададена е коса рамнина со пад (наклон) $n_r = 1/3$. Да се конструира правоаголна хоризонтална платформа, којашто е делумно насипана, а делумно всечена во косата рамнина. Кон платформата води пат широк 2 m. Платформата има кота 20. Падот на насипот е 2:3, додека на ископот 1:1, а падот на патот е 1:2, при размер 1:100.

Оската на патот AB минува низ точката B - B'(18) која е на растојание 90 мм од крајот на листот во формат A4 и со 18-тата слојница (хоризонтала - висинска линија) на дадената наклонета рамнинина затвора агол од 105°. Правоаголникот има димензии 6 x 10 метри и со помалата страна стои нормално на оската на патот во точката B'.

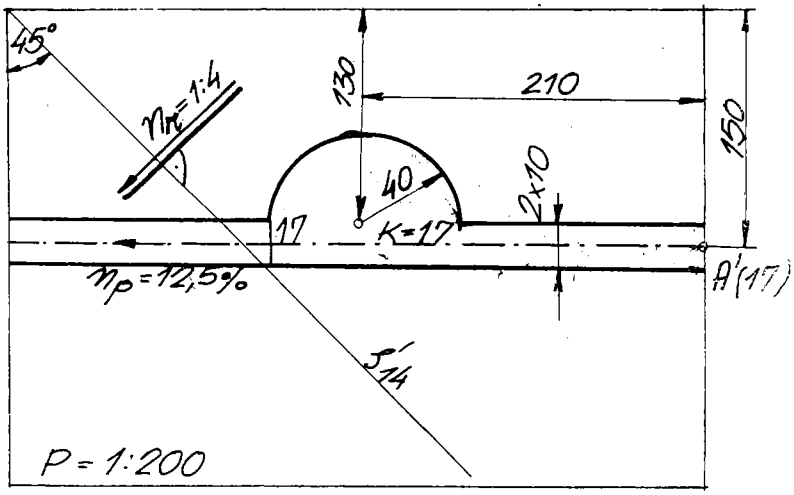
1936. На рамен кос терен лежат точките A,B,C. Зададени се нивните котирани проекции A'(9), B'(3°5), C'(5°5), $\overline{A'B'} = 20$ m, $\overline{B'C'} = 18$ m, $\overline{A'C'} = 10$ m ($P = 1:200$). Косиот терент се протега се до котата 0 m, а оттаму теренот е рамен и хоризонтален. На теренот треба да се изгради хоризонтална кружна платформа со кота = 5. Нејзината периферија се процира во кругот што е опишан околу триаголникот $A'B'C'$. Нацртајте ја линијата на ископот и насипот (пад за ископот 1:1, за насипот 2:3)!

1937. Одредете ја линијата на насипот (падот е 2:3) и засекот (падот е 1:1) на хоризонталната платформа чија кота е 20 на општа наклонета рамнина T (падот $n_r = 1:3$), според сликата 541, во размер 1:100.

1938. Врз коса рамнина T со наклон $n_r = 1:4$ треба да се изведе хоризонтален пат со полукружна хоризонтална платформа, чија кота = 17, потоа патот продолжува со наклон $n_p = 12,5\%$. Сето ова е зададено на сликата 542. Исцртана е една слојница на наклонатата рамнина T - s'_{14}. Се бара да се конструираат пресечните криви на рамнината T со површините на насипот (интервал е $i_n = 1,5$) и на ископот (интервалот е $i_i = 1$), во котирана проекција, при размер 1:200, а на хартија со формат A3.



Сл. 541



Сл. 542

1939*. Дадени се точка T и две разминувачки прави a, b. Низ точката T повлечете трансверзала t на разминувачките прави a, b. (Изборот на дадените елементи е произволен).

1940. Одредете трансверзала t на две разминувачки прави a и b која е паралелна со правата c (изборот на дадените елементи извршете го сам)!

1941. Во котирана проекција се дадени три разминувачки прави: $a' = A'D'[A'(75,10,$ кота $= 5), D'(50,45;15)]$, $b' = B'E'[B'(40,75;25), E'(105,76;15{\cdot}1)]$ и $c' = C'F'[C'(0,45;5), F'(80,90;20{\cdot}2)]$, во размер 1:250. Да се конструира права d која ги сече правите a, b и c. Можности? Решението писмено да се објасни.

1942. Најдете заедничка нормала на две прави, ако се: а) едната е вертикална, втората е општа - коса, б) едната хоризонтална а втората е коса - наведната, в) вертикална и хоризонтална права, г) двете се хоризонтални и д) двете вертикални прави. Изборот на елементите извршете го сам. Можни решенија за секој одделен случај?

1943. Определени се правите $p' = A'B'$ [$A'(40,75;25)$, $B'(105,76;15)$] и $q = C'D'$ [$C'(0,45;5)$, $D'(80,90;20{\cdot}2)$]. Се бара најкусата сврзница на двете разминувачки прави (P = 1:200).

1944. Низ точка $A'(5{\cdot}7)$ повлечете права a која е нормална на рамнина $P(n_P = 2/3)$, во размер 1:100.

1945. Низ точка $A'(7{\cdot}2)$ поставете рамнина T нормална на права $g(p = 1/4)$, ако е P = 1:150.

1946. Зададена е рамнина $P(p = 5/4)$ и точка $A'(6)$, која е надвор од таа рамнина. Низ точката A положете рамнина T нормална на рамнината P, со пад 8/7, во мерило 1:100. Колку има решенија?

1947. Земете рамнина P со наклон $n_r = 2:3$ и во неа точка A'(2°4)! Во точката A да се постави нормала на дадената рамнина и да се нанесе должината $\overline{AB}$=45 мм.

1948. Дефинирани се точката A'(60,60;20) и рамнината T: B'C' D'[B'(80,10;12), C'(100;90;4), D' (140;60;4)],во размер 1:100. Определете проекција и кота на точка A_s нормално симетрична на точката A во однос на рамнината T.

1949. На правата A'B' [A'(20,30,7°4), B'(160,10;5)] најдете точка S која е еднакво оддалечена од двете точки C'(50,80;11) и D'(130,20;2) , P = 1:100.

1950. Дадена е рамнина P(n_r = 25%) и вон неа точки A'(2°5) и B'(5°4). Во рамнината P определи точка со кота 0, која е од точките A и B еднакво оддалечена во размер 1:250.

1951. Во рамнина P(p=2/5) определи точка со кота 5, која е еднакво оддалечена од две дадени точки A'(5°6) и B'(14), во размер 1:150. Решението писмено да се објасни.

1952. Низ правата t' =A'B' [A'(0,0;6), B'(40,110;19°4)]поставете рамнина Г со пад 3:2 и во неа одредете геометриско место на точки еднакво оддалечени од зададените точки A и B (P = 1:100).

1953. Најдете растојание од точката C'(20,20;4) до правата a'=A'B'/A'(40,55 ;-0°5), B'(80,25 ; 6°7)/,во размер 1 : 200 !

1954 Зададена е рамнина T со нејзиниот пад и котирана проекција на точка A која е вон рамнината. Се бара: наклонет агол и растојание на точката до рамнината T (P = 1:200): а) рамнина T(p = 2/3) и A'(5°6), б) рамнина T(p = 1/4) и A (7°2), б) рамнина T(p = 8%) и A'(9), в) рамнина T (p=9%) и проекција на точка A (12°1).

1955. Дефинирани се проекциите на точките A'(80,10;12), B'(100,90;4), C'(140,60;4) и D'(60,60,20). Да се одреди наклонот на рамнината ABC, потоа да пресмета растојанието на точката D до рамнината ABC, во размер 1:250.

1956. Фиксирани се точките A'(100,30;16), B'(150,170;22°4), C'(180,90;4) и D' (120,20;28) , во котирана проекција (P = 1:400). Да се најде колку изнесува вертикалното растојание на дадена точка до определена рамнина, а колкав агол затвора нормалата (спуштена од дадената точка до зададената рамнина) со хоризонталната рамнина. За следниве случај: а) на точката A и рамнината BCD, б) на точката B и рамнината ACD , в) на точката C и рамнината ABD и г) на точката D и рамнината ABC.

1957. Одредете ортогонална проекција на правата a' = A'B' [A'(0,20;0), B'(70, 85;7°2)] врз рамнината T: M(0,0;0) ,N'(100,0;0) , P'(100,70;5) , во размер 1:100!

1958. Низ точката A повлечете три прави a,b и c кои меѓусебно се нормални, ако се a' = A'D' [A'(40,50;3), D'(120,70;7)],b' = A'B' и c' = A'C', во размер 1:100. Колку има решенија.

1959. Низ точката $T'(30,30;5)$ повлечете права t која е нормална на двете разминувачки прави a и b: $a' = A'C'$ $[A'(10,60;8°5), C'(36,86;7)]$, $b = B'D'$ $[B'(38,55;10)$ $D'(55,20;12)]$, $P = 1:50$.

1960. Во рамнината P: $A'B'C'[A'(10,10;6), B'(90,10;6), C'(35,40;3)]$ одредете права p што е нормална на правата $d' = D'E'[D'(60,40;6), E'(75,70;2)]$ ѕ размер 1:100).

1961. На правата $a' = A'B'$ $[A'(6,0;10), B'(2,2;7°3)]$ да се најде точка C која од точката $D(9,5;8)$ е оддалечена за 14 единици ($P = 1:200$).

1962. Зададени се пресечните прави $a = AB$ и $b = AC$: $A'(80,10,6)$, $B'(20,50;4)$ и $C'(100,30;2)$, во размер 1:100 . Одредете го аголот што го детерминираат правите a и b!

1963. Да се конструира котирана проекција на симетрала на агол од парот пресечни прави: $A'B'$ $[A'(60,0;10), B'(20,20;10)]$ и $A'C'$ $[A', C'(50,30;9°2)]$, при $P = 1:250$.

1964. Да се претстави вистинска големина на агол што права $q(n = 3/5)$ го гради со рамнина $P(n_\rho = 4/5)$, во размер 1:150. Решението писмено да се објасни.

1965. Одредете остар агол меѓу двете рамнини P:$A'B'C'[A'(30,70;61), B'(90,$ $5;10), C'(10;35;84)]$ и T: $D'E'F'[D'(100,35;8), E'(65,60;4), F'(40,10;7°2)]$ во мерило 1:100.

1966. Да се конструира рамнина која располовува агол што го зафаќаат рамнините $A(p = 2/3)$ и $B(p = 1/4)$, при размер 1:200.

1967. Низ права a во дадена рамнина A поставете рамнина B која со рамнината A зафаќа агол ω (изборот на елементите извршете го сами).

1968. Фиксирана е рамнината P: $A'B'C'[A'(20,20;6), B'(80,60;9), C'(60,10;3)]$. Низ правата $a = BC$ поставете рамнина T која со рамнината P зафаќа агол $\omega = 75°$, во размер 1:100. Можни решенија?

1969. Повлечете права a низ точката A (30,70 ; 6) што лежи во рамнината P : $A'B'C'/A'B'(90,5;\ 10), C'(10,35;\ 8°4)/$ и со рамнината T :$D'E'F'/D'(100,35;\ 8), E'(65,60;$ $4), F'(40,10;\ 7°2)/$ образува агол од $45°$, во размер 1:100! Можни решенија?

IX 2. КОТИРАНА ПРОЕКЦИЈА НА РАМНИНСКИ ФИГУРИ И ТЕЛА

1970. Низ двете паралелни прави $g[A'(20,70;8°2), B'(110,30;2°7)]$ и права s минува низ $C'(150,80;7)$, поставете рамнина со конструирање на нејзиниот пад, потоа одредете го тежиштето на триаголникот ABC, ако е $P = 1:200$.

1971. Врз еден наклонет терен се наоѓа парцела во форма на триаголник ABC, чии темиња имаат коти: 10 m, 26 m и 33 m, додека проекциите на неговите страни на проекционата рамнина се со должини: $\overline{A'B'} = 165$ m, $\overline{B'C'} = 90$ m и $\overline{A'C'} = 210$ m. Да се најде падот на триаголникот ABC и неговата плоштина, при размер 1:2500.

1972. Зададена е котирана проекција на триаголникот $A'B'C'$ [$A'(120,10;6)$, $B'(140,50;4)$, $C'(100,40;2)$], во размер 1:200. Да се одреди проекција и кота на: а) тежиштето на триаголникот, б) центарот на впишаниот круг во триаголникот, в) центарот на опишаниот круг околу триаголникот, г) ортоцентарот - пресекот на висината на триаголникот.

1973. Дефинирани се котирани проекции на темињата на триаголникот ABC: $A'(12°7)$, $B'(18°2)$ и $C'(15°4)$, како и должините на проекциите од страните $\overline{A'B'} = 4°2$, $\overline{B'C'} = 3°5$ и $\overline{C'A'} = 5°3$ m, во размер 1:100. Во рамнината на триаголникот ABC земете произволен четириаголник DEFG, чија произволно дадена котирана проекција $D'E'F'G'$. Да се конструира вистинската големина на четириаголникот

1974. Зададена е рамнина со трите точки: $A'(10,110;2)$, $B'(70,20;7°5)$, $C'(120,70;3°6)$, во котирана проекција. Нацртајте проекција на полигон што лежи во рамнината ABC, имено: а) еднаквостран триаголник чија страна е AC, б) квадрат чија една дијагонала е отсечката AB, в) правилен петаголник со страна еднаква на $1/2$ BC, и г) правилен шестаголник чија главна дијагонала е отсечката BC. Размерот е 1:100.

1975. Дадена е трага r и наклонет агол $\alpha = 60°$ на една рамнина P. На неа лежи еден правоаголник ABCD [$\overline{AB} = \overline{CD} = 4°5$ и $\overline{AD} = \overline{BC} = 3$ m] и тоа така што темето A лежи во проекционата рамнина, а страните зафаќаат еднакви агли со неа. Нацртајте ја котираната проекција на правоаголникот, во размер 1:100.

1976. Фиксирана е рамнина со проекции на трите точки: $A'(10,110;3)$, $B'(70,20;4°4)$ и $C'(120,70;-1)$. Да се претстави котирана проекција на правилен шестаголник што лежи во дадената рамнина, ако отсечката BC е негова главна дијагонала, во мерило 1:150.

1977. Определена е рамнина со трите точки: $A'(20,80;14)$, $B'(40,90;10°4)$ и $C'(70,40,20)$, во котирана проекција, при размер 1:200. Да се нацрта проекција на правилен шестаголник, кој е впишан во кругот определен со точките A, B и C, иако A е едно негово теме.

1978*. Во рамнината на триаголникот MNP, кој е зададен со котираните проекции на темињата: $M'(12)$, $N'(15°1)$ и $P'(9°2)$, $\overline{M'N'} = 5$ m, $\overline{N'P'} = 5°2$ m и $\overline{P'M'} = 3°1$ m, во размер 1:100, прикажете котирана проекција на круг опишан околу триаголникот MNP.

1979. Даден е триаголникот ABC: $A'(20,40;6)$, $B'(70,10;4)$ и $C'(50,100;2)$ во размер 1:100. Одредете котирана проекција на: а) кругот впишан во триаголникот, б) кругот опишан околу триаголникот!

1980. Да се претстави котирана проекција на кружница што припаѓа на рамнината T чиј пад изнесува 1, ако нејзиниот центар C' ги има следниве коти k и полупречник r: а) $k = 4$, и $r = 2°3$, б) $k = 3°5$ и $r = 2°2$, в) $k = -3$ и $r = 2°4$, г) $k = 2$ и ја тангира нултата слојница - трагата t на рамнината T.

1981. Отсечката $\overline{AB} = 6$ m е заеднички хоризонтален дијаметар на четири круга чии рамнини имаат наклонети агли 0°, 30°, 60°, 90°. Нацртајте ги нивните котирани проекции, во размер 1:100.

1982. Зададена е рамнина со трите точки: A'(100,20;3), B'(120,100;9·4) и C'(20, 60;14·6). Одредете такви точки на рамнината кои имаат кота 8·5 а се оддалечени од: а) тежиштето на триаголникот ABC за 9 m, б) центарот на опишаниот круг околу триаголникот ABC за 12 m, в) центарот на впишаниот круг во триаголникот ABC за 16 m, при размер 1:200.

1983. Фиксиран е триаголникот ABC: A'(20,40;3), B'(90,80;6·4), C'(60,20;10), при P = 1:100. Да се најде проекција D' и кота на точка D во дадената рамнина која е еднакво оддалечена од трите точки A,B и C, имено: а) без соборување на триаголникот, б) со помош вистинската големина на триаголникот.

1984. Зададен е триаголникот A'B'C' [A'(20,50;3), B'(70,30;-2), C'(120,100; 5 8)]. Во проекционата рамнина (кота 0) одредете точка D која од точките A,B и C е еднакво оддалечена, во мерило 1:100!

1985*. Дадена е проекција на долна основа на исправена тристрана призма ABCDEF, имено A'(2), B'(5·5) и C'(4), $\overline{A'B'} = 4$ m, $\overline{B'C'} = 4{\cdot}2$ m и $\overline{C'A'} = 3{\cdot}2$ m, во размер 1:100, ако е бочниот раб $\overline{AD} = 3$ метри. Конструирајте ја проекцијата на дадената призма!

1986. Еднаквораба шестострана призма со една своја основа лежи на рамнина-чиј наклонет агол е: а) 0°, б) 30°, в) 45°, г) 60° и д) 90°. Да се претстави котирана проекција на призмата, ако нејзините два основни раба се хоризонтални, иако е работ 1·5 m, во размер 1:50.

1987. Дадени се три неколинеарни точки во котирана проекција: A'(10,10;2) B'(70,20;7·6) и C'(120,70;3·5), во размер 1:250. Нацртајте котирана проекција на коцка DEFGHIJK со раб еднаков на отсечката AB, ако една нејзина страна лежи во рамнината ABC, иако има една хоризонтална странична дијагонала!

1988. Коцка ABCDEFGH со раб a = 3 m има страна ABCD со странична дијагонала AC која е во хоризонтална положба. Да се прикаже котирана проекција на коцката, ако рамнината на страната ABCD со проекционата рамнина зафаќа агол α, еднаков на аголот што телесната дијагонала на коцката го зафаќа со нејзиниот раб, во размер 1:100!

1989. Дадена е котирана проекција на работ A'B' [A'(5,55;4), B'(35,10;8·3)] на коцката ABCDEFGH, ако страната ADEF со хоризонталната рамнина зафаќа агол од 60°, при размер 1:100, одредете проекции на коцката.

1990. Нацртајте котирана проекција на коцка определена со својата дијагонала A'(30,40;0), C'(30,40,10) (P = 1:250), која е: а) странична, б) телесна дијагонала! Колку решенија има кај секој одделен случај?

1991. Дефинирана е рамнина со точките A'(70,10;9·3), B'(20,50;8) и C'(90, 80;5), при размер 1:100. Да се постави врз рамнината тело, така што неговите рабови да се паралелни со слојниците. Едно теме на основата нека е точката B: а) коцка со раб-4 m и б) квадратна призма со основен раб-2·5 m и бочен раб-4 m.

1992. Една рамнина е зададена со котирани проекции на три нејзини точки A'(6), B'(2·5) и C'(4·5); $\overline{A'B'} = 10$ m, $\overline{A'C'} = 5$ m и $\overline{B'C'} = 9$ m. Надвор од таа рамнина е точката P со нејзина котирана проекција: P'(5·5), $\overline{B'P'} = \overline{C'P'} = 6$ m, ако A и P лежат на различни страни од отсечката BC (P = 1:100).

а) Колку метри изнесува растојанието од точката P до рамнината?

б) Каков агол затвора нормалата, спуштена од P на рамнината, со хоризонталната рамнина?

в) На рамнината поставете една коцка со раб a = 4 m, така што 4 нејзини раба да бидат паралелни со слојниците! Едно теме на коцката нека биде во C. Да се конструира проекција на коцката.

1993. Конструирајте котирана проекција на тристрана пирамида ABCV со основата A'B'C' [A'(40,10;0), B'(10,60;0), C'(90,70;0)] и наклонетите агли на бочните страни со проекционата рамнина, имено: ABV, $\alpha = 45^\circ$, BCV, $\beta = 60^\circ$ и ACV, $\gamma = 75^\circ$, во размер 1:100 Потоа да се најде котата на врвот V.

1994. Да се претстави правилен тетраедар ABCD со раб од 3m чија, страна ABC лежи во рамнината P: A'M'N' [A'(40,10;6), M'(60,50;4), N'(20,40;3)], така што работ AB да има пад p = 2/3, во размер 1:100.

1995. Низ правата q = P'Q' [P'(10,40;9·5), Q'(140,40;16)] поставете две рамнини, чиј наклон е 80%. Потоа низ точка V која лежи на правата q и има кота 14 да се повлечат четири прави во двете рамнини со пад 2/3. На споменативе четири прави лежат бочни рабови на четиристрана пирамида ABCDV, чија основа ABCD припаѓа на рамнина што е симетрична на PQ. Нацртајте котирана проекција на така дефинираната пирамида, при размер 1:100.

1996*. Да се конструира котирана проекција на ротационен конус, чија основа е круг опишан околу триаголникот ABC што е даден со проекцијата A'(5), B'(7·5) и C'(3), $\overline{A'B'} = 5{\cdot}2$ m и $\overline{B'C'} = 3{\cdot}2$ m и $\overline{C'A'} = 4{\cdot}9$ m, во размер 1:100, ако неговата висина $\overline{SV} = 4{\cdot}8$ m.

1997. Нацртајте проекција на еднаквостран ротационен конус, ако се дадени три точки на кружницата на неговата основа: A'(10,10;2), B'(80,20;7°6) и C'(120, 70;3°5), во размер 1:250!

1998. Зададена е рамнина T(p = 5/4) и точка B'(7) вон таа рамнина. Низ точката B повлечете прави паралелни со рамнината T, чиј пад е 4/5. Потоа конструирајте котирана проекција на еднаквостран ротационен конус со основа која лежи во претходно нацртаните прави, чиј центар е B и има радиус r= 2°5 m, во размер 1:100.

1999. Фиксиран е триаголникот A'B'C' [A'(20,50;3), B'(70,30;-2), C'(50,80;5°8)]. Одредете котирна проекција на еднаквостран ротационен цилиндар чија една основа е опишана околу триаголникот ABC, при мерило 1:150.

2000. Определена е рамнина со трите точки: A'(20,80;7), B'(70,40;10), C'(40, 90;4°2) во проекција (P = 1:100). Да се прикаже котирана проекција на тело поставено со основа во дадената рамнина:

а) квадратна пирамида, чиј основен раб е AB а висината на пирамидата е 7 m,

б) правилна тристрана призма, чиј основен раб е BC а бочниот раб 9 m,

в) ротационен конус, чија основа е кругот опишан околу триаголникот ABC а висината на конусот 8 m,

г) ротационен цилиндар, чија основа е кругот впишан во триаголникот ABC и висината на цилиндарот е h = 3/2 r.

2001. Претставете котирана проекција на сфера, ако е:
а) центарот C'(5) и радиусот r = 3 m, б) центарот C'(6°2) и дијаметарот d = 5 m, при размер 1:100. Потоа да се конструираат проекции на хоризонтални кружници од сферата.

2002. Опишете топка околу тристрана пирамида A B C V, чии темиња се A'(20, 5;0), B'(100,40;0), C'(20,70;0) и врвот V'(70,60;15), во размер 1:200.

2003. Да се конструира топка впишана во тристрана пирамида ABCV која е дадена со A'(0,10;16), B'(50,150;22°4), C'(80,70;4) и V'(20,0;28), при размер 1:250.

IX 3. ПРЕСЕЦИ НА РАБЕСТИ И ВАЛЧЕСТИ ТЕЛА СО РАМНИНИ

2004. Дадени се две точки со своите котирани проекции: A'(30,30;3°6) и B'(60, 20;5°8), во размер 1:200. Нацртајте котирана проекција на правилна четиристрана призма, ако нејзиниот основен раб е AB рамнината на таа основа има наклон n_r= 2/3, додека должината на бочниот раб е $\overline{AE}$ = 6 m. Одредете пресек на призмата со прамен хоризонтални рамнини, чие меѓусебно растојание е 2!

2005*. Дефинирана е рамнина со точките: A′(10,20;3·3), B′(90,10;10·6) и C′(50, 80;11·1), како и тристрана пирамида MNPV, чија основа е MNP [M′(20,5;0), N′(100, 40;0), P′(20,70;0)] и врвот на пирамидата V′(70,60;15), во мерило 1:200. Да се претстави пресекот на рамнината ABC со пирамидата, исклучително со средствата на котираната проекција.

2006. Да се нацрта проекција на квадратна пирамида ABCDV чија основа лежи во рамнината: A′B′E′ [A′(70,40;10), B′(20,80;7), E′(40,90;4·2)] иако основен раб е AB, а висината на пирамидата $h = \overline{SV} = 8$ m, во размер 1:100. Потоа најдете пресек на рамнина P, која минува низ средината на работ AB и е нормална на него, со дадената пирамида.

2007. Дадени се две точки A′(3·4) и B′(5·6) чие хоризонтално растојание е $\overline{A'B'} = 4{\cdot}2$ m, во размер 1:100. Нацртајте проекција на правилна петострана пирамида ABCDEV, ако еден нејзин основен раб е AB иако рамнината на таа основа има наклон $n_r = 2/3$, додека висината на пирамидата е $h = \overline{SV} = 5$ m ! Претставете пресек на пирамидата со прамен паралелни хоризонтални рамнини, чие меѓусебно растојание е 1!

2008. Земете правилен тетраедар ABCD со хоризонтална страна ABC, имено A′(20,20;2) и B′(60,10;2), во размер 1:25! Да се одреди пресек на тетраедарот со рамнина T, која минува низ средината на заедничката нормала на разминувачките рабови AB, CD и е нормална на неа.

2009. Дадена е четиристрана пирамида ABCDV, чија основа е четираголникот ABCD [A′(10,30;0), B′(80,10;0), C′(110,70;0), D′(40,110,0)], додека бочните страни VAB, VBC VCD, VDA имаат респективно наклони (падови): 4/3, 3/2, 6/5, во размер 1:100. Конструирајте пресек на дадената пирамида со рамнина T што проаѓа низ средината на бочните рабови VA и VB а со пад 3/5!

2010. Да се прикаже котирана проекција на ротационен цилиндар кој е потпрен со својата најдолна генеретриса (изводница) врз проекционата рамнина, има дијаметар $d = 9$ m и должина на оската $h = \overline{MN} = 12$ m, при размер 1:125. Потоа да се пресече со: а) хоризонтални рамнини, б) коса рамнина со интервал $i = 1{\cdot}5$.

2011. Одредете пресек на кос кружен цилиндар, кој со едната основа е поставен врз проекционата рамнина, чиј центар е M′(75,75;0), радиус $r = 2$ m и центар на горната основа N′(25,25;5·6) со рамнина определена со трите точки: A′(5,30;2), B′(7,25;4·5) и C′(50,90;8), при размер 1:100! Потоа да се повлече тангента во произволна точка на пресечната крива.

2012. Земете ротационен цилиндар со долна основа во проекционата рамнина, чиј центар е $M'(50,40;0)$ и полупречник $r=3$ м, а висината $\overline{MN}=8$ м, како и коса рамнина T со пад $n_t=1$, ако една нејзина слојница е правата $t_1'=A'B'$ /$A'(10,10;1), B'(90,20;1)$/, да се усвои рамнината што има пресек со дадениот цилиндар (P = 1:100) ! Да се нацрта вистинската големина на пресечната крива.

2013. Најдете пресек на кос кружен конус, чија основа е во проекционата рамнина со центар $S'(100,40,0)$, пречник $d = 5$ m и врв на конусот $V'(40,50;7)$ со рамнина која е дефинирана со трите точки: $A'(40,70;5)$, $B'(70,10;5)$ и $C'(120,0;2)$, при размер 1:100. Да се конструира допирка во една точка на кривата.

2014. Конструирајте пресек на кос кружен конус со хоризонтална основа има центар во $S'(50,40;2)$, дијаметар $d = 6$ m и врвот $V'(100;70;10)$ со рамнината $A'B'C'$ [$A'(10,0;1)$, $B'(100,30;2)$, $C'(50,90;5)$], при размер 1:100. Да се нацрта допирка во произволна точка на пресечната крива. Потоа одредете го видот и вистинската големина на кониката.

2015. Нека е дефиниран ротационен конус со основа во П, чиј центар е $S'(50,60;0)$, пречник $d = 5$ m и висина $h = \overline{SV} = 8$ m (P = 1:100). Се бара да се избере таква пресечна рамнина T, за пресечната коника да биде: а) кружница, б) елипса, в) хипербола, г) парабола и д) пар реални пресечни прави.

2016. Нацртајте котирана проекција на ротационен конус, чија основа е опишана околу триаголникот ABC [$A'(20,80;7)$, $B'(70,40;10)$, $C'(40,90;4\cdot2)$], а врвот на конусот е над таа рамнина со висина $h = 8$ m ! Потоа е определена рамнина со трите точки: $D'(20,60;2)$, $E'(50,40;2)$, $F'(70,90;8)$. Одредете го пресекот на конусот со рамнината DEF, во размер 1:100.

2017. Фиксиран е ротационен конус со оската $o = S\,V$ /$S(40,40;-3), V(60,100;6)$/ и аголот при неговиот врв од 45°. Да се најде неговиот пресек со проекционата рамнина П.

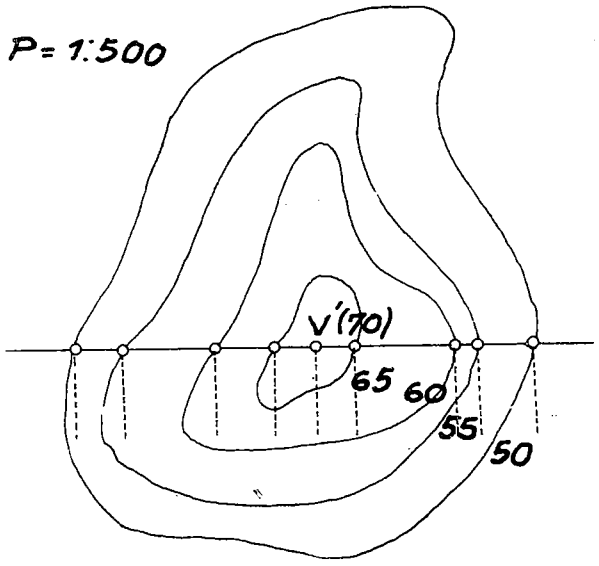
2018. Дадени се правата $a' = A'B'$ [$A'(0,20;1)$, $B'(60,60,3)$] и точката $C'(40,30;5)$. Низ точката C повлечете права $\underline{c}$ која со проекционата рамнина зафаќа агол $\alpha = 60^\circ$, но така што да ја сече и правата $\underline{a}$, во размер 1:100. Можни решенија?

2019. Определена е топка со центарот $S'(50,40;4)$ и радиусот $r = 3$ m, како и рамнината T: $A'B'C'$ [$A'(10,0,0)$, $B'(90,10,0)$, $C'(30,80;4)$] . Да се конструира пресекот во котирана проекција и да се одреди неговата вистинска големина (P=1:100).

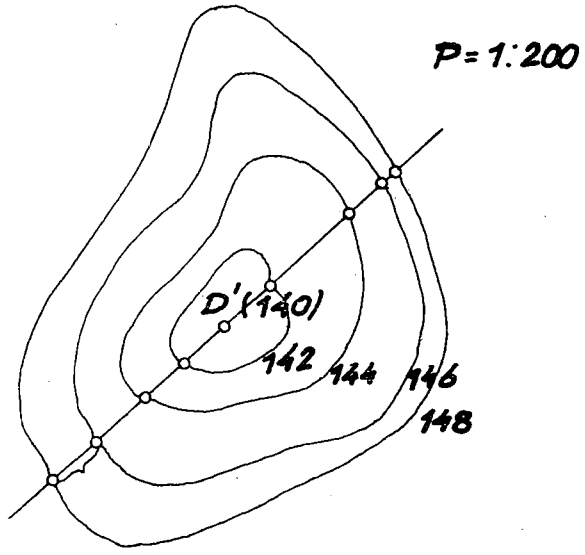
IX 4. ЗАДАЧИ ОД ПРИМЕНА КАЈ ТОПОГРАФСКИ ПОВРШИНИ

2020. Зададено е дел од брдо со врв V'(70) ,а исто така и проекции на четири слојници (изохипси) со висинска разлика од 5 метри, во размер 1:500, потоа и вертикална рамнина со својата трага (сл.543). Се бара напречниот профил на теренот.

2021. На сл.544 е претставен дел од дол во проекција D'(140) и четири слојници со висинска разлика од 2 m , во мерило 1:200. На сликата е поставена вертикална рамнина со својата трага. Одредете ја кривата на напречниот профил!



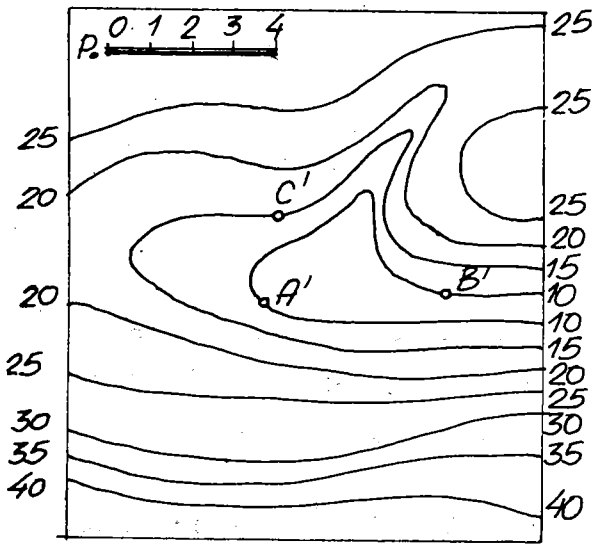
Сл. 543



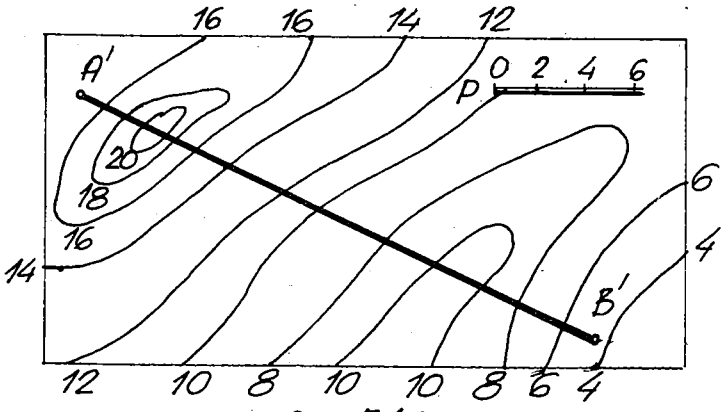
Сл. 544

2022. На топографската површина да се конструира падната линија на рамнината дефинирана со точките A,B,C според сл.545. Потоа нацртајте слојница - изохипса со кота 22 со помош на интерполација.

2023. Да се конструира профил на топографската површина во правец AB (сл.546).



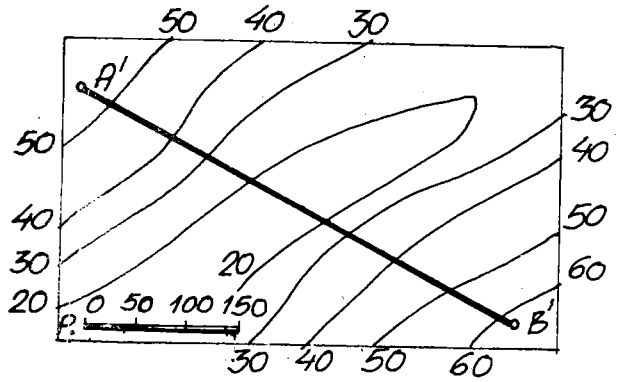
Сл. 545



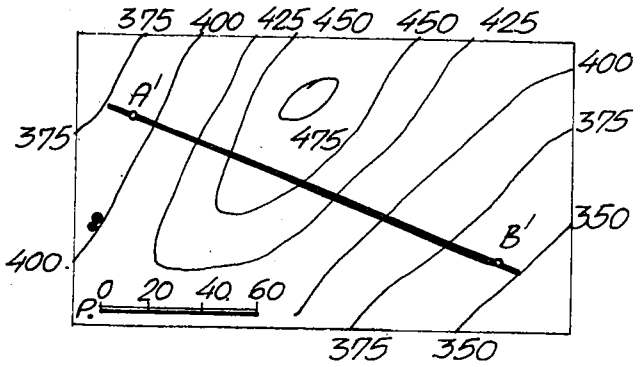
Сл. 546

2024. Меѓу точките A′ и B′ е обележано ставање на далноводни цевки со постојана длабочина од 1 m. Да се одреди потребната должина на цевката (сл.547).

2025. Од точката A′ во правец на B′ е проектиран тунел со наклон од 15°, според сл.548. Да се најде местото на излезот на тунелот на земјината површина.



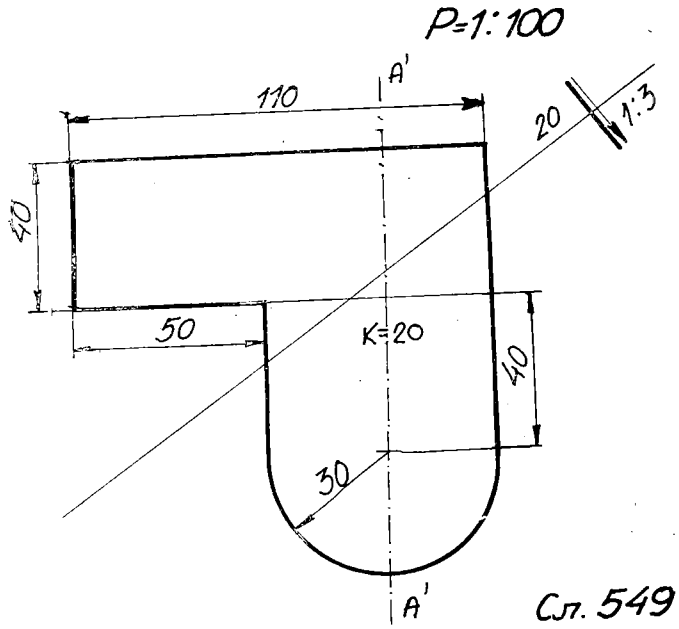
Сл. 547



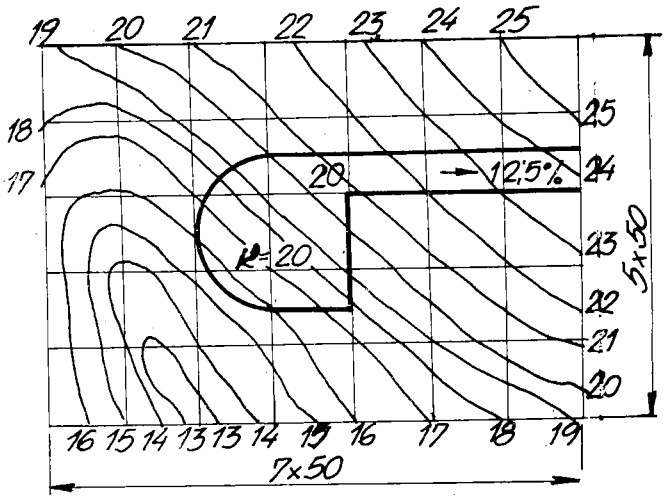
Сл. 548

2026. Врз коса рамнина (n_r= 1/3) да се израмни хоризонтална платформа со кота 20, претставена на приложената слика 549, при размер 1:100. Конструирајте пресечни линии меѓу дадената рамнина, насипот (наклонот е 2/3) и ископот (наклонот 1), кај последниов претходно да се воведе одводен канал со димензии 3 x 50 mm! Потоа да се нацрта профилот A′ - A′ и да се пресмета неговата плоштина.

2027. Одредете линија на насипот и засекот со канали (димензии 3 x 50) на зададениот пат (n_p = 12,5%) со хоризонтална платформа (кота 20), ако падот на насипот е 2/3 а на засекот 1, при размер 1:200, според сликата 550!
Да се прикаже еден профил во насип и еден во засек, потоа да се пресмета нивната плоштина.


P=1:100
110
A'
20
1:3
40
50
K=20
40
30
A'

Сл. 549


19 20 21 22 23 24 25
18
17
25
24
23
22
21
20
20
12,5%
R=20
5x50
16 15 14 13 13 14 15 16 17 18 19
7x50

Сл. 550

Глава десетта

ЦЕНТРАЛНА ПРОЕКЦИЈА. ПЕРСПЕКТИВА

2028*. Нацртајте централна проекција на: коцка, правилна тристрана призма*, правилна шестострана призма, правилен тетраедар, квадратна пирамида или правилна петострана пирамида*, која е претставена во придружени ортогонални проекции:

а)* хоризонтална и фронтална проекција,

б)* хоризонтална и профилна проекција,

со употреба на методот на прободи на централните зраци (методот на точките)! Геометриското тело е поставеноврз хоризонталната проекциона рамнина (изборот на неговите димензии извршете го сами).

Земете ја дистанцијата d и висината на хоризонтот $\overline{h}$ така што да е:
1° помала од висината на телото, 2° поголема од висината на телото.

2029. Да се прикаже перспективна проекција на точка А и права $\underline{b}$ што лежат во дадена рамнина $T[t,t_n]$, при произволен избор на дистанцијата $\underline{d}$ и главната точка 0^{c}.

2030. Одредете пресек $\underline{s}$ на две рамнини $A[a,a_n]$ и $B[b,b_n]$.

2031. Земете рамнина $T[t,t_n]$ и вон неа права $a = A,A_n$! Да се најде продор S на правата $\underline{a}$ со рамнината Т.

2032. Да се нацрта хоризонтална права $a^{c} = AA_n$, која лежи во хоризонтална рамнина $\Sigma[s,s_n]$. Се бара наклонет агол на правата $\underline{a}$ со проекционата рамнина П.

2033. Пресметајте наклонет агол што го детерминира општа права $\overset{c}{a} = AA_n$ со проекционата рамнина!

2034. Нека е дадена општа рамнина $T[t,t_n]$. Да се претстави наклонет агол на рамнината Т со проекционата рамнина П.

2035. Низ права $a^{c} = AA_n$ поставете рамнина Т која со проекционата рамнина образува агол $\omega = 30^{o}$. Изборот на потребните елементи е произволен.

2036. Да се одреди рамнина Р низ две точки А и В, кои респективно се наоѓаат на нивните носители $e^{c} = EE_n$ и $f^{c} = FF_n$, ако нејзиниот наклонет агол е $\omega = 60^{o}$.

2037. Во рамнината $T[t,t_n]$ најдете такви прави чиј наклонет агол е $\alpha = 45^o$ и ја сечат правата $p^c = PP_n$.

2038. Дадена е точка B на нејзиниот носител $a^c = AA_n$. Се бара да се конструира перспектива на рамнина T паралелна со правите $m^c = MM_n$ и $n^c = NN_n$.

2039. Низ точката B на правата $a^c = AA_n$ повлечете права $\underline{b}$ паралелна со рамнината $P[r,r_n]$ која ја сече правата $c^c = CC_n$.

2040. Да се конструира перспектива на трансверзала $\underline{t}$ на правите $a^c = AA_n$ и $b^c = BB_n$ и да припаѓа на рамнината $P[r,r_n]$.

2041. Одредете трансверзала $\underline{t}$ низ точка T што се наоѓа на правата $a^c = AA_n$ и ги сече двете прави $p^c = PP_n$ и $q^c = QQ_n$!

2042. Зададени се три прави $a^c = AA_n$, $b^c = BB_n$ и $c^c = CC_n$. Се бара трансверзала $\underline{t}$ на правите $\underline{a}, \underline{b}$ што е паралелна со правата $\underline{c}$.

2043. Да се нацртаат трага $\underline{t}$ и недогледна трага t_n (недогледница) на рамнината T определена со три неколинеарни точки M,N,P што припаѓаат на соодветните носители $a^c = AA_n$, $b^c = BB_n$ и $c^c = CC_n$.

2044. Најдете трага и недогледница на рамнината T која е дефинирана со точките: A во рамнината $P[r,r_n]$, B на правата $q^c = QQ_n$ и C на правата $s^c = SS_n$!

2045. Да се претстави рамнината E во перспектива што минува низ точката T на правата $a^c = AA_n$ и низ правата $b^c = BB_n$.

2046. Со комбинираниот метод прободи на видливите зраци и недогледите (метод на точките и правите) да се нацрта перспектива на следново тело: коцка, правилна шестострана призма, правилна петострана пирамида, правилен тетраедар или едноставно рабесто тело како комбинација од призма и пирамида, кои се претставени со: а) хоризонтална и фронтална проекција, б) хоризонтална и профилна проекција. Изборот на потребните елементи е произволен.

2047. Во хоризонтална рамнина $X[o,h]$ се наоѓа хоризонтална права $a^c = AA_n$ и на неа отсечка B^cC^c. Отсечката BC да се подели на три еднакви делови, потоа да се најдат нивните перспективни проекции.

2048. Дадени се две хоризонтални пресечни прави $a^c = AA_n$ и $b^n = BB_n$. Се бара да се најде вистинската големина на аголот меѓу нив.

Изборот на елемнтите на централното проектирање (d и $\overline{h}$) е произволен, како и на правите $\underline{a}, \underline{b}$ но да го запазат условот дека се сечат, имено $AB \,||\, A_nB_n$..

2049. Да се конструира фронтална перспектива на квадрат, коцка и составено рабесто тело со квадратна основа, кои се поставени во хоризонтална рамнина.

а имаат фронтална положба. Големините на фигурите и податоците за проектирање одберете ги сами.

2050*. Нацртајте перспективна проекција на : а)* правоаголник (со страни од 40 и 18 мм) и б)* исправена четиристрана призма со базиси правоаголници (од 28 и од 18 мм) и бочен раб од 60 мм, кои се поставени во хоризонталната (основната) рамнина. Задачата да се реши со помош на соборувањето на неговата основа!

2051. Одредете преспектива на: полигон, кружница, коцка, правилна призма, правилен тетраедар, ротационен цилиндар и еднаквостран ротационен конус, кои се прикажани во монжови проекции но така што се потпрени на основната рамнина. Димензиите на геометриските фигури се произволни, а исто така и елементите на проектирањето d и $\overline{h}$ изберете ги сами.

Задачата да се реши со помош на размерните точки (слободна перспектива).

2052. Во основната рамнина се определени точка A и права $\underline{b}$. Да се нацрта перспективна слика на коцка со теме во A и раб на правата $\underline{b}$.

2053. Земете точки A и S во хоризонталната рамнина $X[o,h]$. Потоа конструирајте перспектива на правилна петострана пирамида со теме A и центар на базисот S, чија висина $\overline{SV} = 3/2\ \overline{SA}$.

2054. Да се претстави перспективна слика на кружница што припаѓа на основната рамнина $X[o,h]$ а истовремено ги допира општите рамнини $A[a,a_m]$, $B[b,b_n]$ и $\Gamma[g,g_n]$.

2055. Кружница лежи во хоризонтална рамнина $X[o,h]$ и минува низ три точки, секоја од нив инцидира со една од општите прави $a^c = AA_n$, $b^c = BB_n$ и $c^c = CC_n$. Исцртајте ја перспективата на така добиената кружница!

2056. Еднаквостран ротационен конус со основа е поставен во хоризонтална рамнина, чиј базис ја допира проекционата рамнина П и има центар во точката S. Да се прикаже перспективана слика на тој конус.

2057. Конструирајте перспективна проекција на ротационен конус со центар S и тангента $\underline{t}$ на неговата основа кои лежат во хоризонталната рамнина $X[o,h]$, а има висина еднаква на дијаметарот на базисот!

2058. Зададени се: основната рамнина $X[o,h]$ и вон неа точка N^c на нејзиниот носител $p^c = PP_n$. Се бара перспектива на еднаквостран ротационен цилиндар со центар на горниот базис во точката N а долниот лежи во основната рамнина.

2059*. Земете предмети како комбинација од: а)* призма и пирамида, б) призма и конус, в) цилиндар и пирамида, г) цилиндар и конус, кои се поставени врз хоризонталната рамнина! Да се претстави нивната перспективна слика со методот на размерни точки.

2060. Нацртаjте перспектива на составено тело со основа положено врз хоризонталната рамнина: петострана призма (основен раб 20 mm и бочен раб 30 mm), која е продолжена од ротационен конус (неговиот центар на основата е и центар на впишаниот круг во горната основа на пирамидата) со радиус еднаков на радиусот на тој впишан круг, додека висината на конусот изнесува 40 mm, ако дистанцијата е $d = 60$ mm и висината на хоризонтот $\bar{h} = 50$ mm!

2061. Да се одреди перспективна проекција на составено тело од правилна шестострана призма со основен раб-2 m и бочен раб-3 m, кое е продолжено со еднаквостран ротационен конус, чија основа е впишана во горниот базис на призмата. Изборот на елементите на проектирањето да го извршите сами со употреба на методот на координатен систем. При пробната слика и кај дефинитивниот цртеж да се назначи размерот. Зададеното тело е поставено на основната рамнина.

2062. Да се конструира перспективна слика на составено тело кое со основата е поставено врз хоризонталната рамнина: ротационен цилиндар (радиус-30 mm и висина-30 mm) што е продолжен со правилна петострана пирамида (нејзиниот центар на базисот е центар на кругот на горната основа на цилиндарот, кој изнесува 30 mm додека висината на пирамидата е 25 mm), ако висината на хоризонтот $\bar{h} = 50$ mm, додека дистанцијата да се одбере самостојно. Напишете го размерот во кој ќе цртате!

2063. Нацртаjте перспективна проекција на составено валчесто тело - еднаквостран ротационен цилиндар кој продолжува во еднаквостран ротационен конус, ако нивниот радиус е $r = 35$ mm и ако даденото тело со основата е поставено на хоризонталната рамнина.

Елементи на проектирањето се: висина на хоризонтот-80 mm, а дистанцијата $\underline{d}$ изберете ја сами. Употребете ги недогледите и нивните придружени размерни точки.

2064. Да се нацрта перспектива на кружница што лежи во основната рамнина, така што таа да биде: а) елипса, б) хипербола, в) парабола.

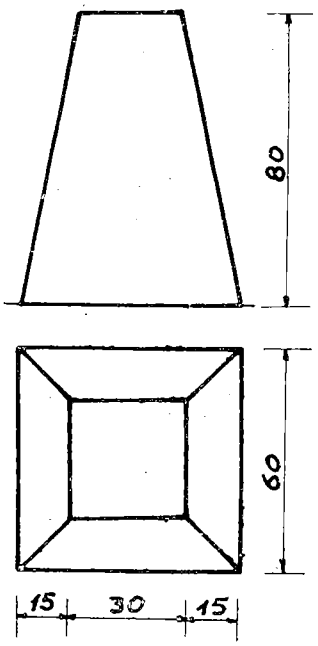
Изборот на елементите е произволен но таков за да биде условот на задачата задоволен.

2065*. Нацртаjте перспективна проекција на предмет даден во придружени ортогонални проекции, според приложената слика (сл.551 - 573), со методот на координатниот систем. Да се одбере дистанцијата $\underline{d}$, така што предметот да падне внатре во природниот виден конус на окото, а неговата перспективна проекција во полето на јасниот вид. Висината на хоризонтот $\bar{h}$ да се усвои по сопствен избор.

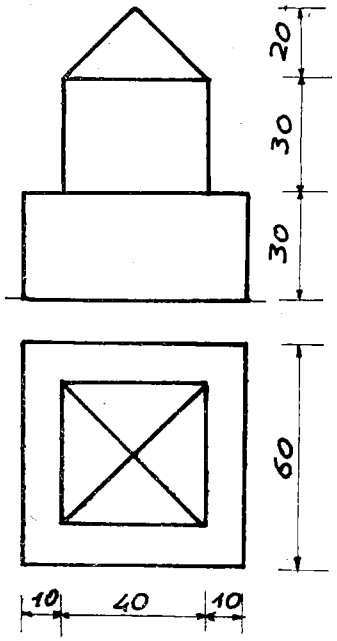
Испишете го размерот (мерилото) во кој сте ја решавале задачата на помошната слика (пробната) и на дефинитивниот цртеж, кај основната права $\underline{o}$ и на z-оската!

Претставена е перспектива на предметот зададен со сликата 555.

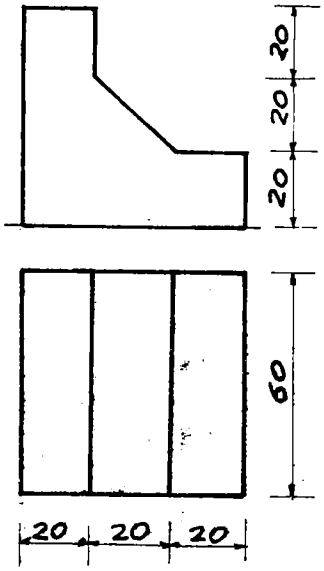
сл. 551



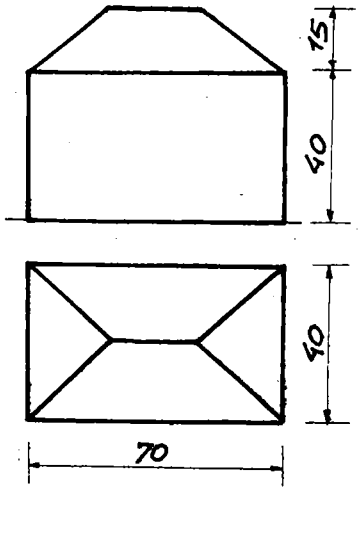
сл. 552



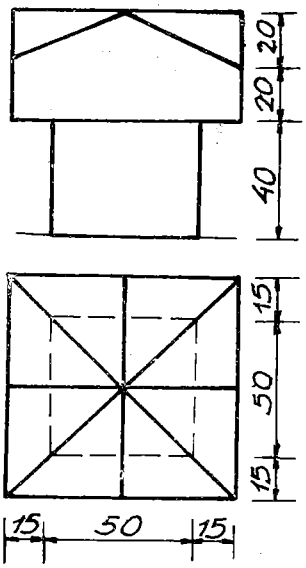
сл. 553



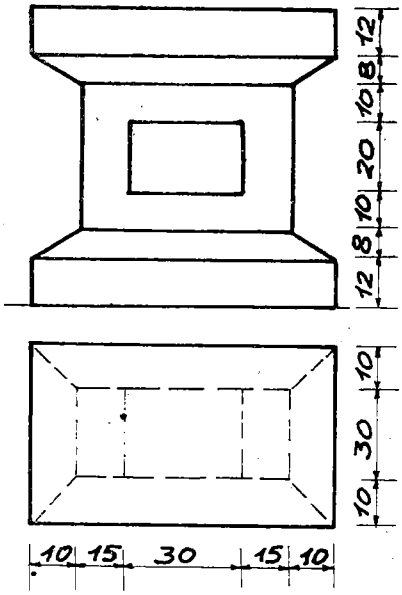
сл. 554

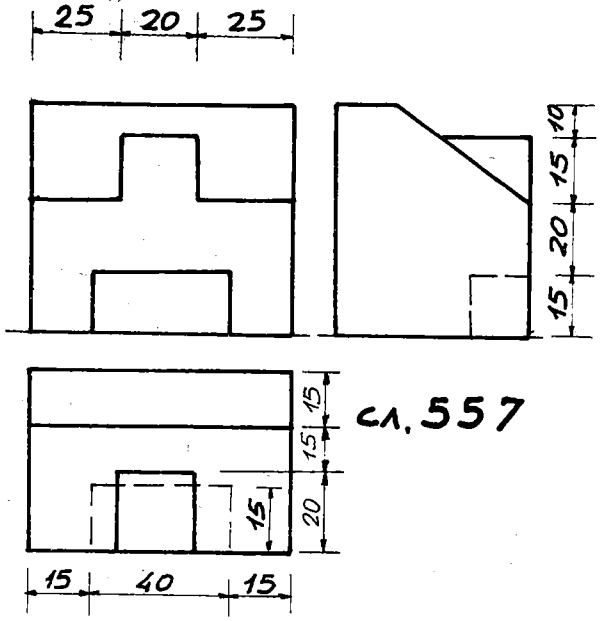


сл. 555



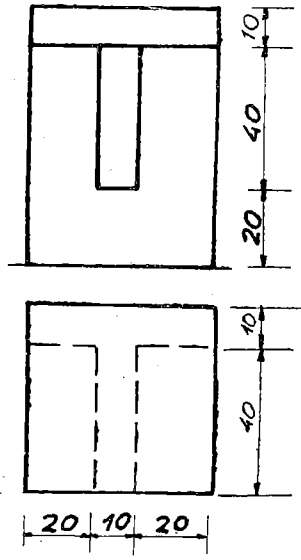
сл. 556



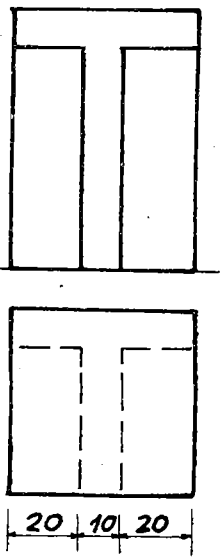


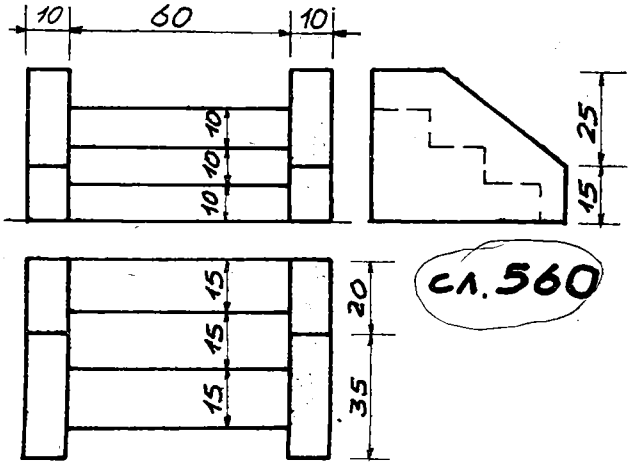
сл. 557

сл. 558



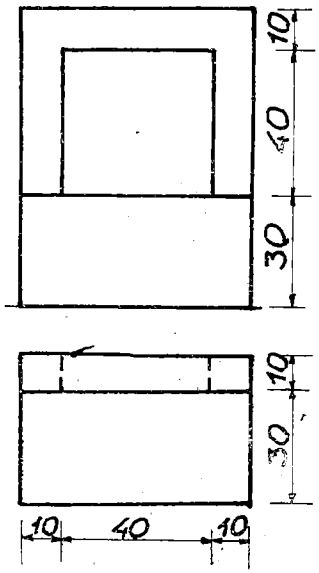
сл. 559



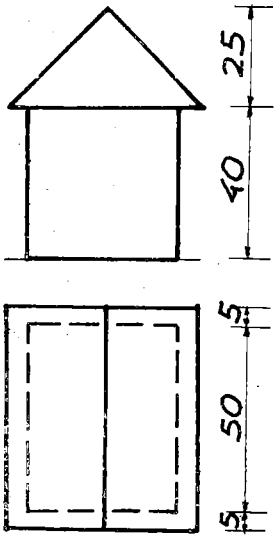


сл. 560

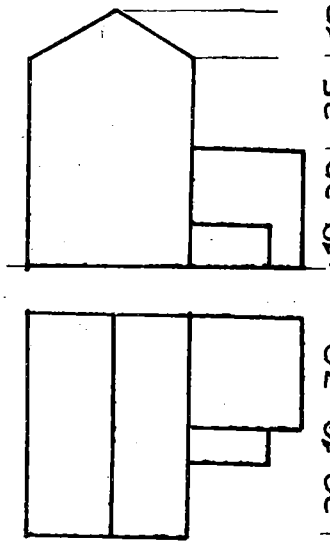
сл. 561



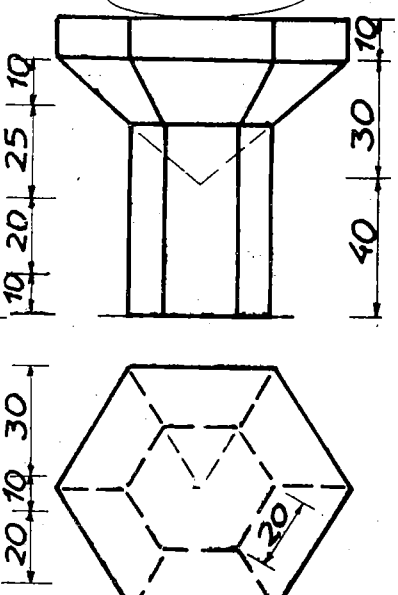
сл. 562



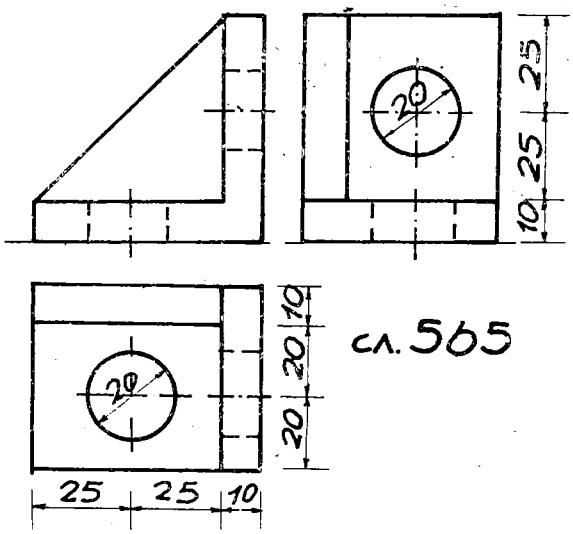
сл. 563



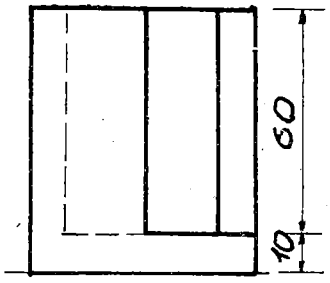
сл. 564



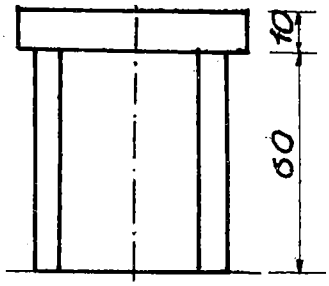
сл. 565

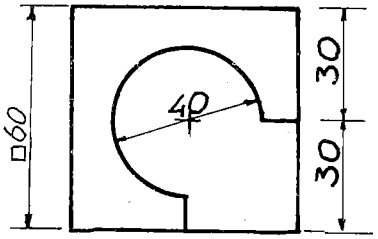


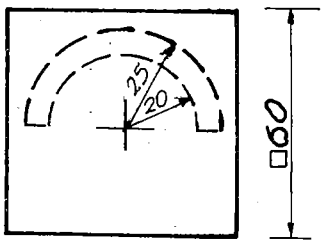
сл. 566



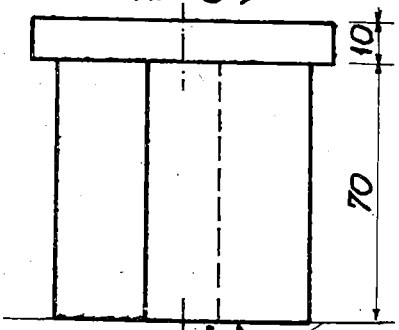
сл. 567



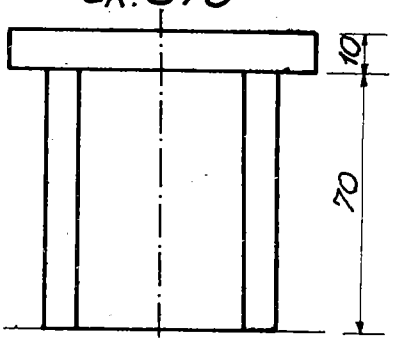


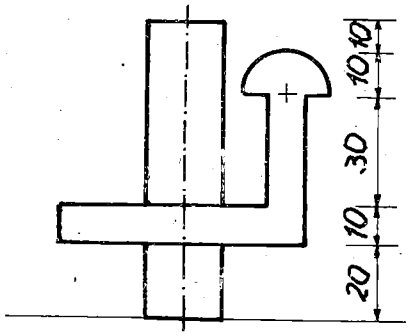


сл. 569

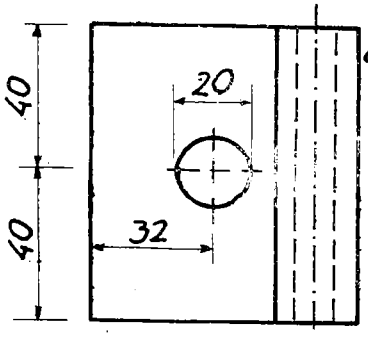


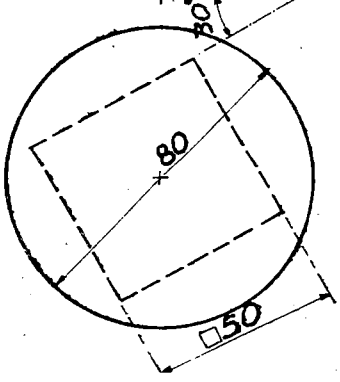
сл. 570

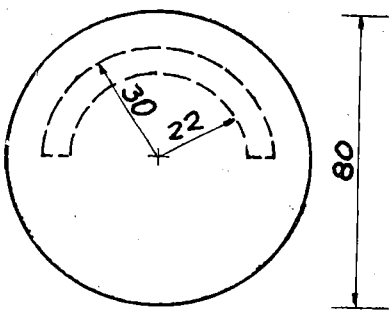


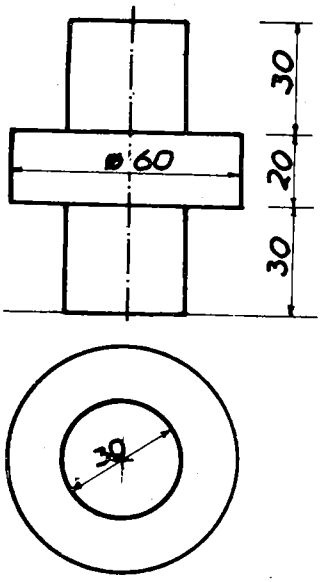


сл. 568

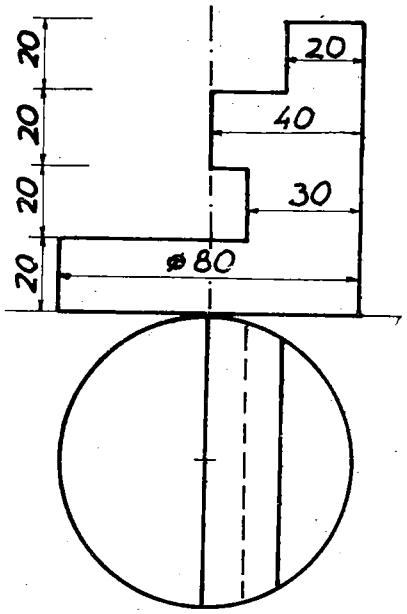




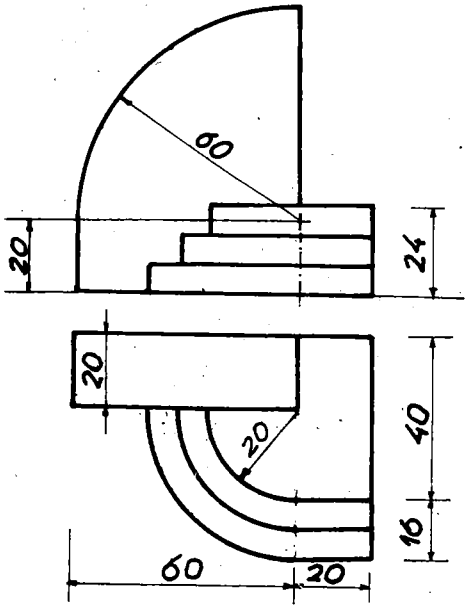




сл. 571



сл. 572



сл. 573

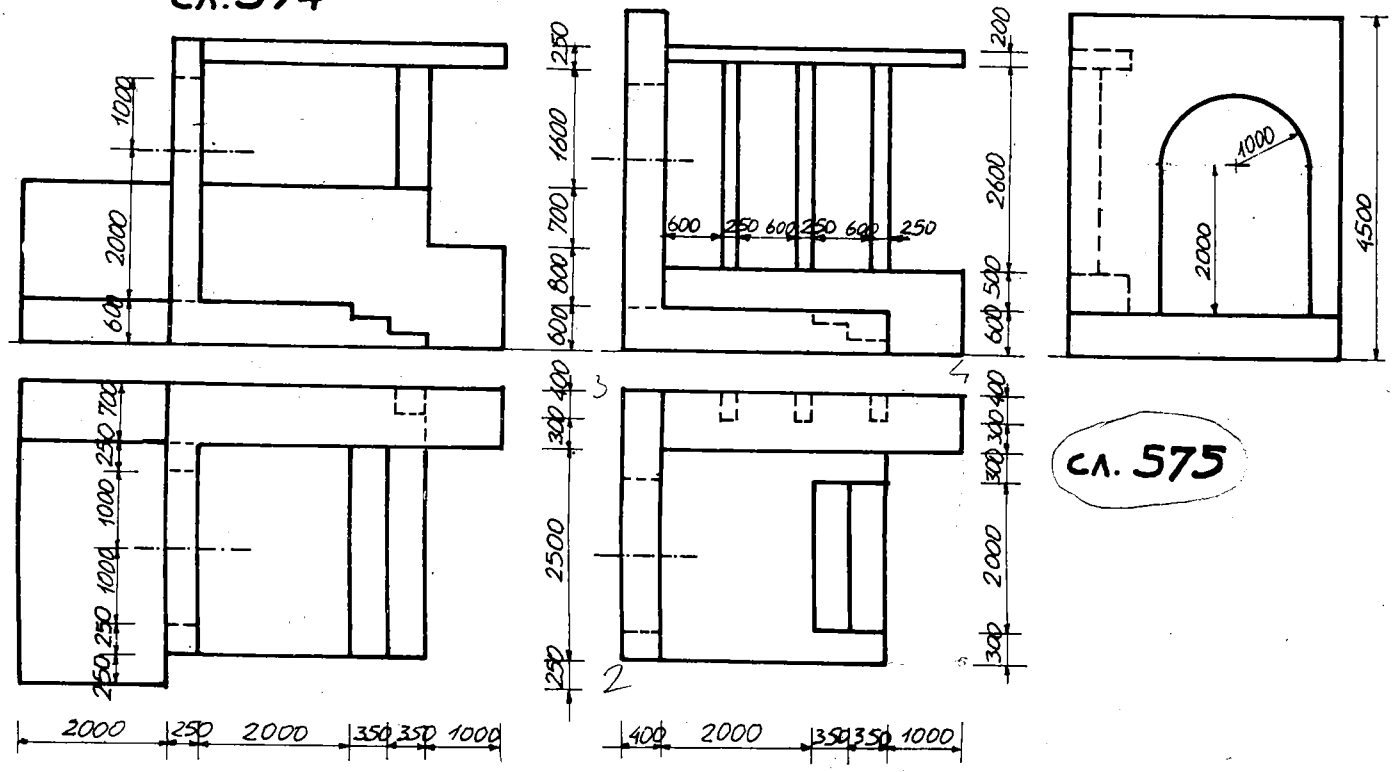
2066.* Да се конструира перспектива на објект претставен во ортогонални проекции, според сликата (сл.574 - 593) користејќи го методот на координатниот систем, односно со спуштена основна рамнина.

Изборот на дистанцијата d и на висината на хоризонтот h го вршите сами.

Задолжително на цртежот да се наведе размерот во кој работите.

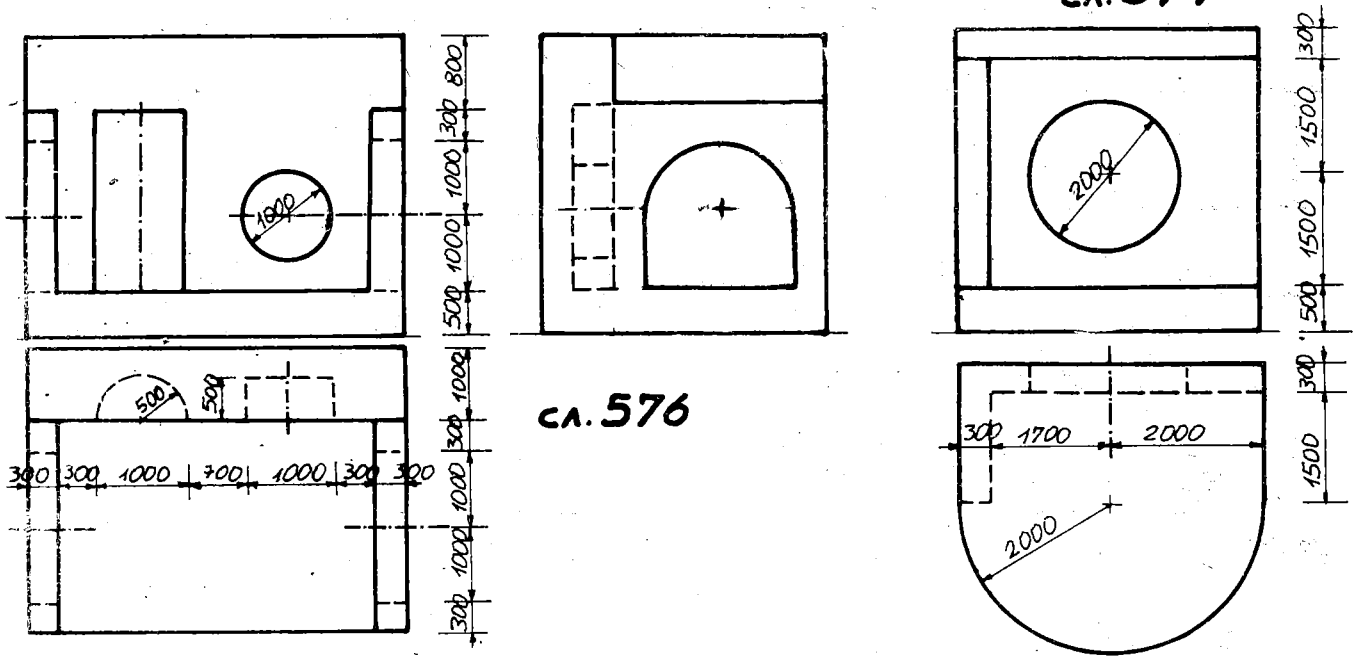
Нацртана е перспектива на објектот прикажан на сликата 586.

сл.574



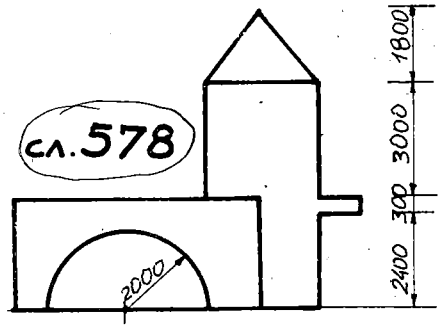
сл. 575

сл. 577



сл. 576

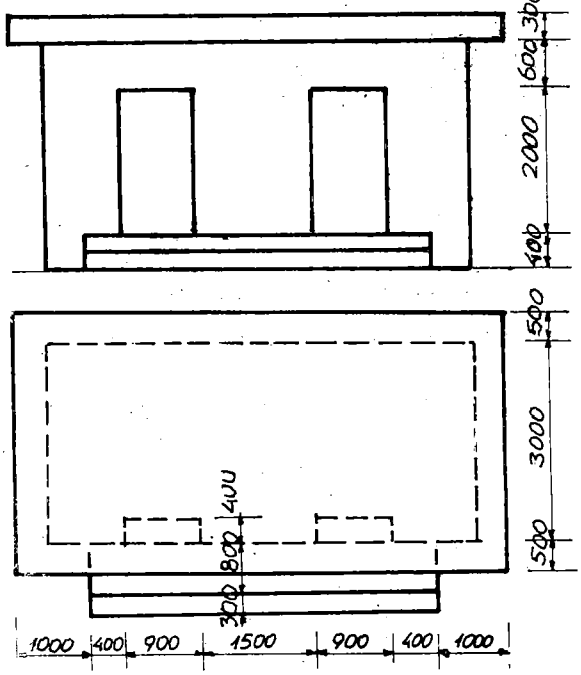
сл. 578



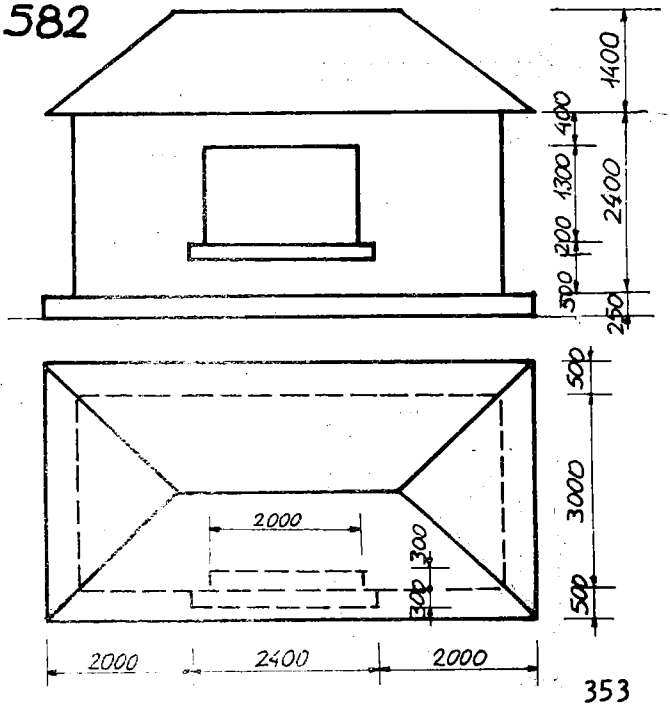
сл. 579

сл. 580

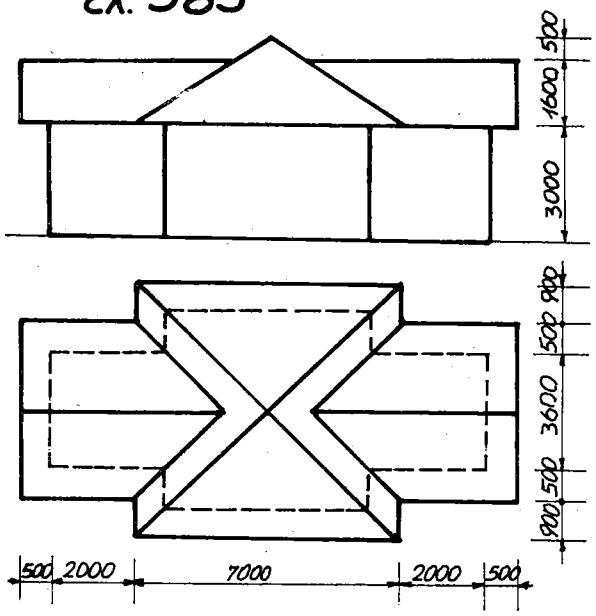
сл. 581



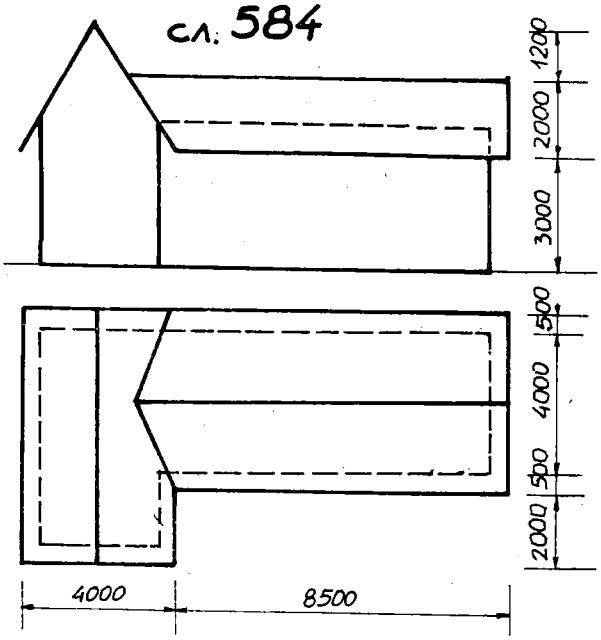
сл. 582



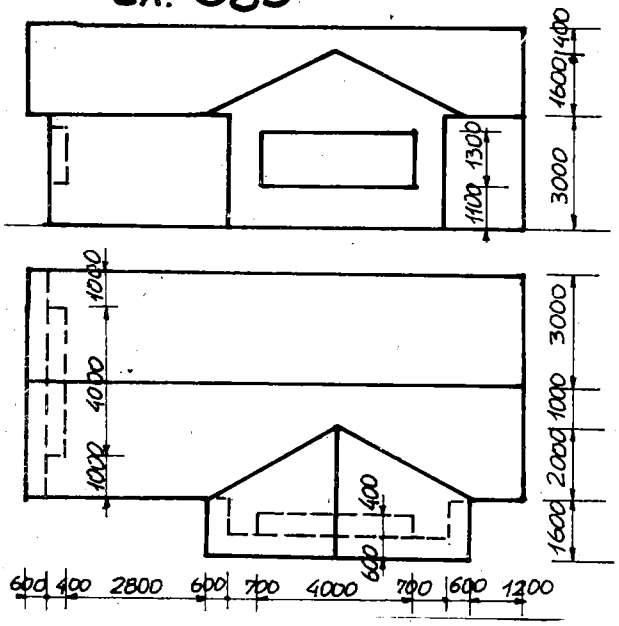
сл. 583



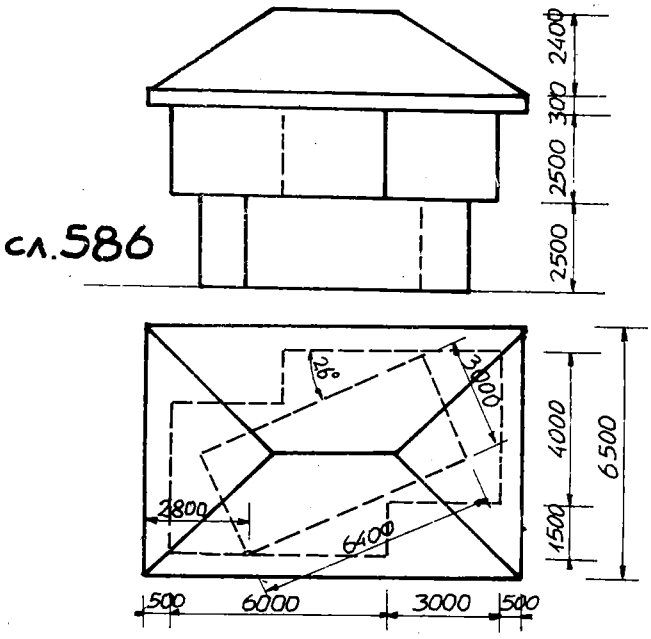
сл. 584



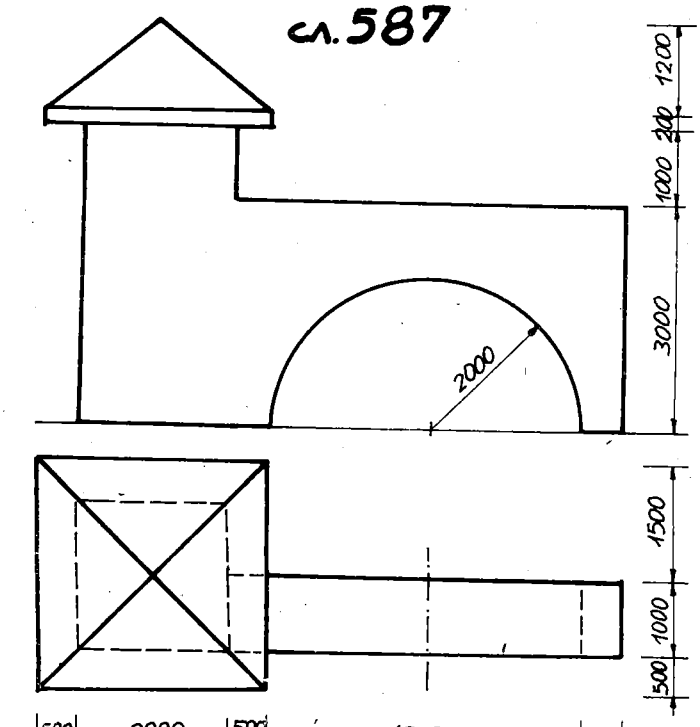
сл. 585



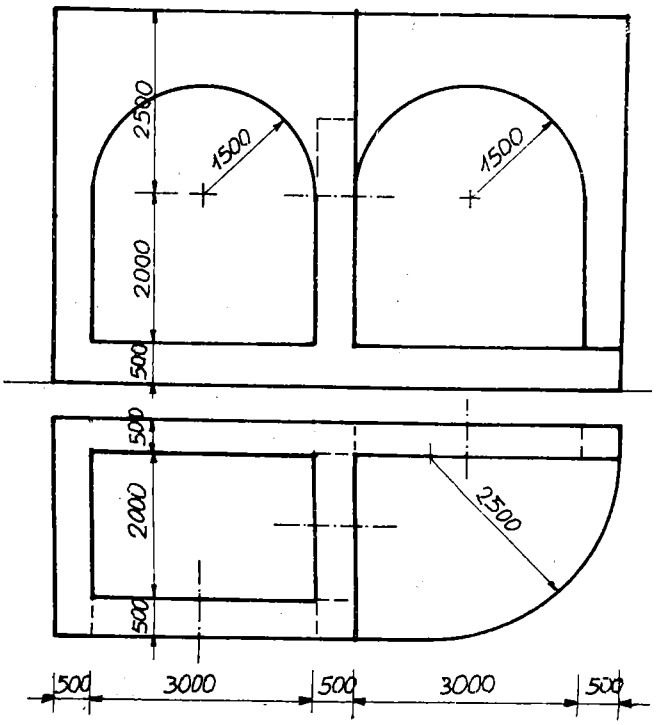
сл.586

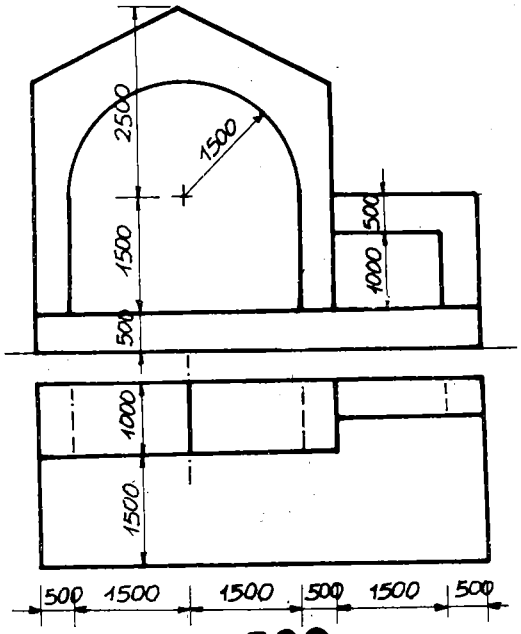


сл.587

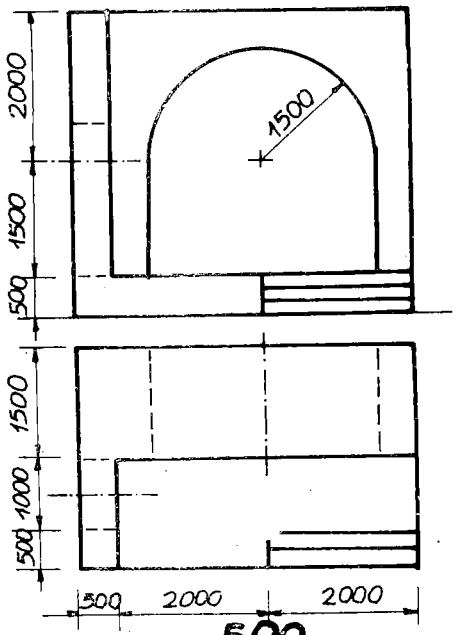


сл.588

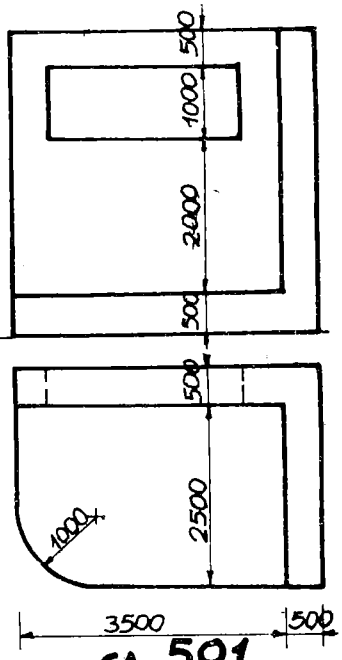




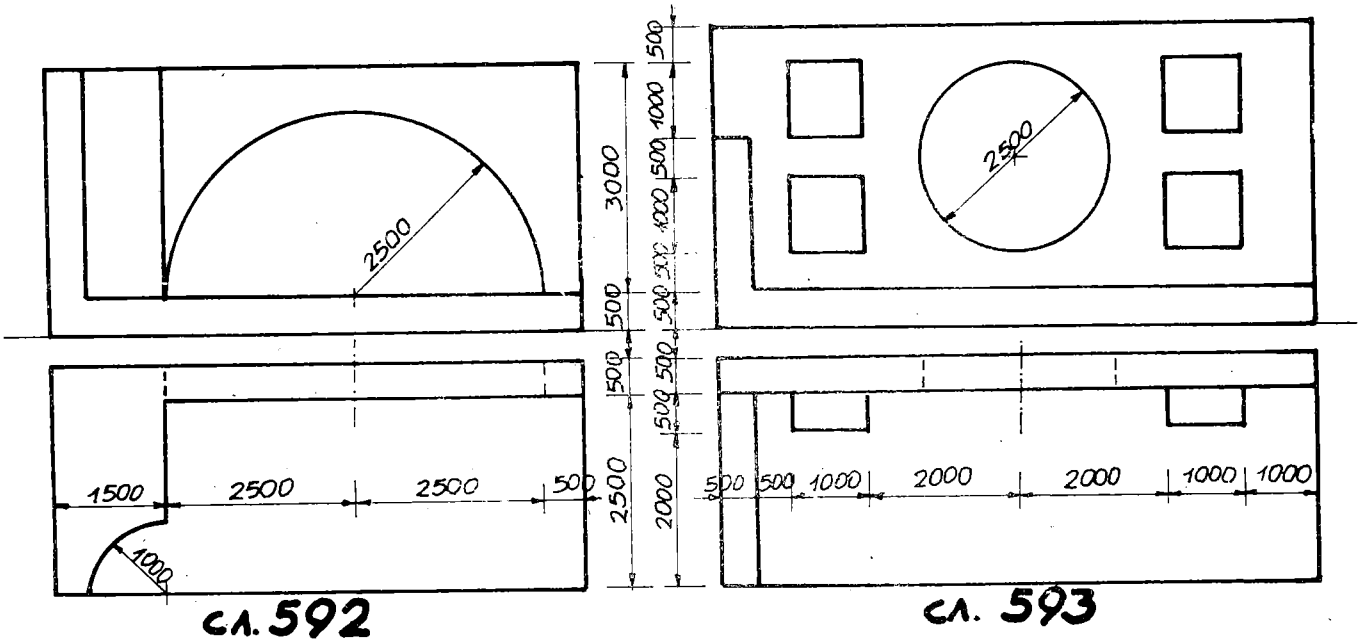
сл. 589



сл. 590



сл. 591



сл. 592

сл. 593

Глава единаеста

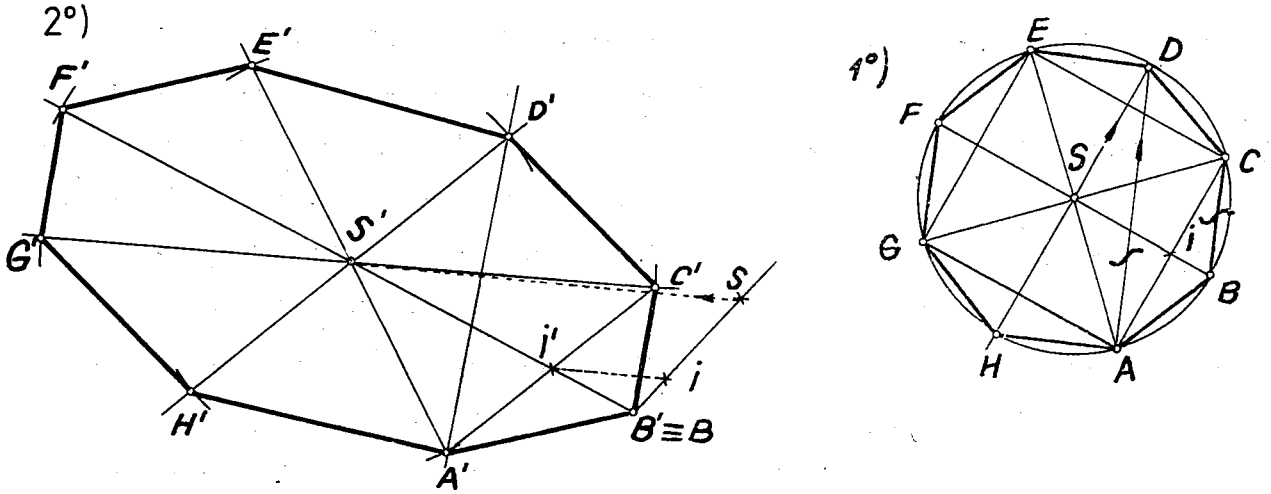
РЕШЕНИ ПРИМЕРИ

8 в. На цртачкиот лист се претставени произволни неколинеарни точки A',B' и C',како паралелни проекции на темињата A,B и C на правилен осумаголник ABCDEFGH (2°)

Три точки што не припаѓаат на иста права,определуваат рамнина,и во неа каков и да било правилен полигон.За конструирање на другите темиња на споменатиот осумаголник ги користиме инваријантните својства на паралелното проектирање: паралелноста се запазува,односот на три точки што лежат на иста права е сочуван и неговата последица дека средишната точка на отсечка останува средишна на проекцијата од отсечката.

Мошне е корисно при решавање на задачи да се нацрта објектот што е предмет на претставувањето,преку помошен цртеж,кој дава врски меѓу дадените и бараните елементи. За таа цел е прикажан произволен осумаголник ABCDEFGH со центар S и однос на три колинеарни точки, на пример S,I,B, каде е I средишна точка на AC а на сликата 1°.Вака земенот однос $\overline{BI}:\overline{IS}$ го користиме во задачава.

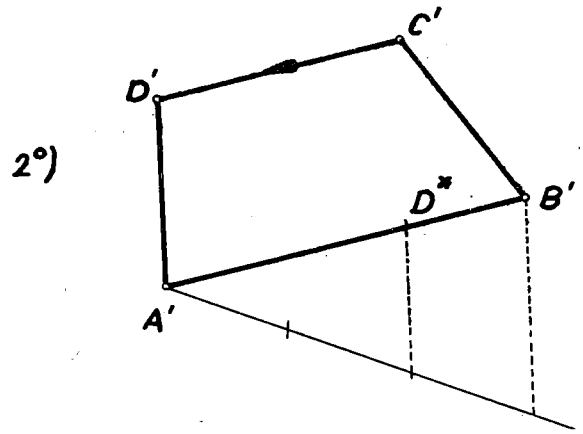
РЕШЕНИЕ.На левиот цртеж 2° е изведена целосна конструкција за наоѓање проекциите на другите темиња D',E',F',G' и H' од бараниот осумаголник. Повлекуваме полуправа со почеток во B' што минува низ I' ($\overline{A'I'}=\overline{I'C'}$),врз неа го одредуваме центарот S' на осумаголникот со користење односот $\overline{BI}:\overline{IS}=\overline{B'I'}:\overline{I'S'}$. Од темето A' цртаме полуправа паралелна со страната $B'C'$,потоа права низ S' која е паралелна со сврзницата $A'C'$,нивната пресечна точка е темето D'.Темињата E', F', G' и H' ги добиваме како крајни точки на отсечки со средишна точка S'.

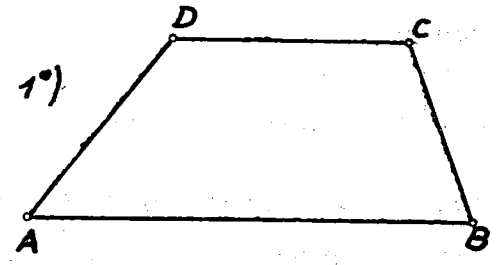


Зад.8в)-Одредување паралелна проекција на правилен осумаголник, кој е даден со три темиња.

9. Нацртан е произволен трапез (сл.1°) и проекции на три темиња A', B' и C' на црт.2°.

РЕШЕНИЕ. Низ C' повлекуваме полуправа паралелна со едната основа $A'B'$ (паралелни основи на оригиналот меѓусебно се паралелни и основите на пресликаната фигура -нејзината паралелна проекција), еднозначноста на насоката на полуправата е обезбедена од усвоениот редослед на темињата. За да ја одредиме D', односно должината $\overline{C'D'}$, ќе го употребиме односот на основите на трапезот $\overline{AB}:\overline{CD}=3:2=\overline{A'B'}:\overline{C'D'}$ (се запазува односот на три точки што лежат на една права при паралелното проектирање). На страната $A'B'$ со пропорционалност на отсечки ја наоѓаме точката D^*, така што должината $\overline{A'D^*}$ е бараната, која ја пренесуваме на полуправата со почетна точка C', при што се добива четвртото теме D'.

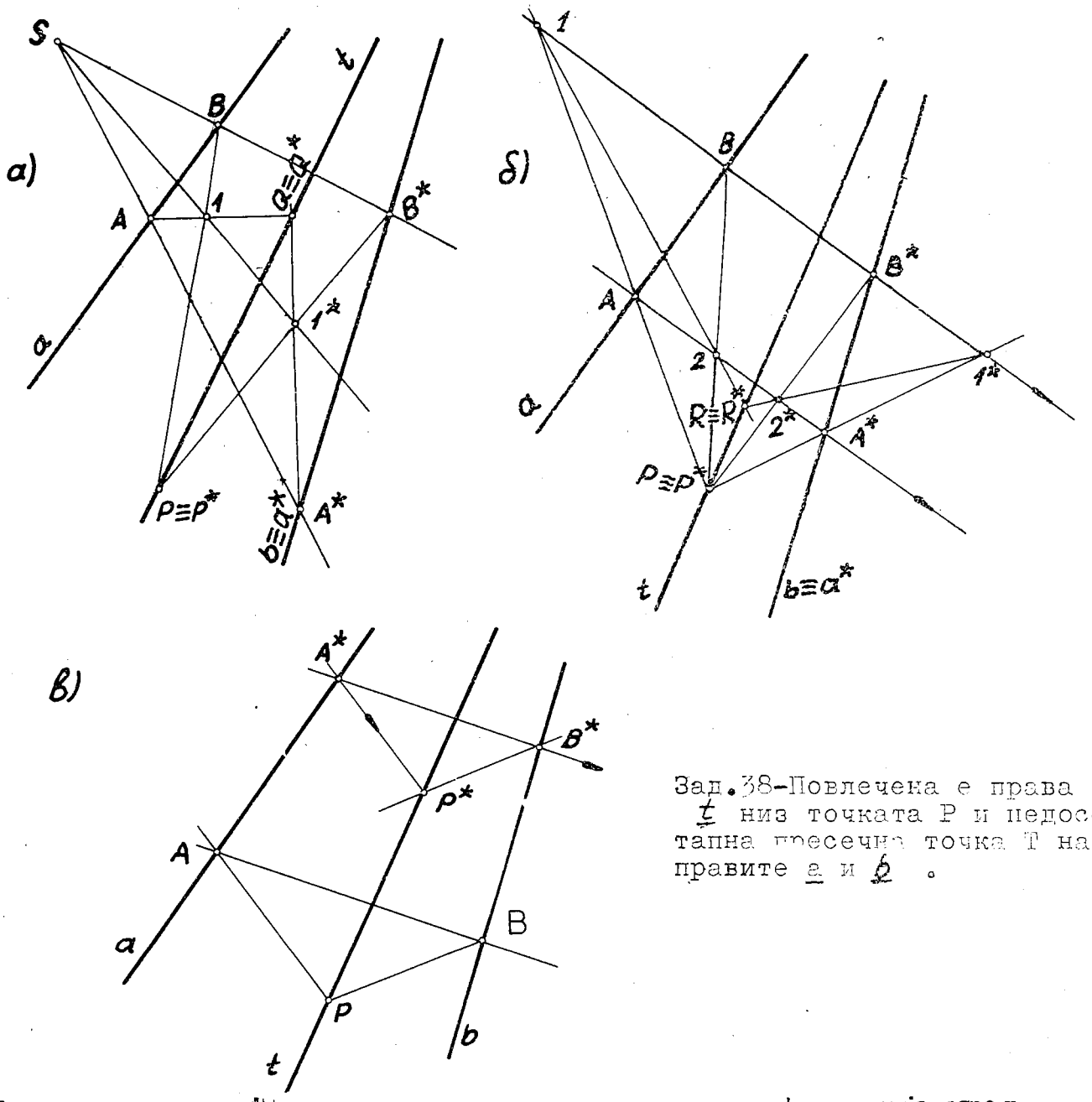




Зад.9-Конструирање проекција на трапез што е определен со три темиња и однос на основите.

38 Прикажани се точката P и двете прави $\underline{a}$ и $\underline{b}$, кои се сечат надвор од листот.

а) Ја одредуваме бараната права $\underline{t}$ со помош на рамнинска перспективна колинеација, која е дефинирана со центарот на колинеацијата S, колинеациската оска и парот придружени точки што лежат на колинеациската полуправа(зрак). Усвојуваме дека даденитe прави a, b се колинеарно придружени $a \leftrightarrow a^* \equiv b$. Надвор од двете прави избираме произволна точка S што ја земаме за колинеациски центар. Бидејќи низ пресечната точка $T=a\cap b$($b \equiv a^*$) минува правата $\underline{t}$, тогаш е $T\equiv T^*$, сама на себе придружена(двојна) точка, што значи дека бараната права ќе биде колинеациска оска за усвоенава перспективна колинеација. Низ колинеацискиот центар S повлекуваме две произволни полуправи(колинеациски зраци) што ја сечат правата $\underline{a}$ во точките A и B, додека правата $a^*\equiv b$ во точките A^* и B^*. Потоа дадената точка $P=P^*$ ја поврзуваме со точките B и B^*, така што на сврзницата PB избираме произволна точка 1, која ја спојуваме со к.центар S, откаде ја добиваме пресечната точка $1^*=S\,1\cap P^*B^*$. Пресекот на правите A 1 и A^*1^* е точката $Q\equiv Q^*$ што сама на себе е придружена и припаѓа на колинеациската оска, која е бараната права $t=PQ$. Сето ова е примена на став на Дезарги (Desargues) во рамнинска перспективна колинеација.



Зад.38-Повлечена е права $\underline{t}$ низ точката P и недостапна пресечна точка T на правите $\underline{a}$ и $\underline{b}$.

б) Конструираме права $\underline{t}$ со помош на рамнинска перспективна афиност чија определба е дадена со афината оска и парот афино придружени точки што лежат на афиниот правец.Ги земаме правите $\underline{a},\underline{b}$ да се афино придружени ,имено a, $b=a^*$, во тој случај нивната пресечна точка $a \cap b = T \equiv T^*$ е сама на себе придружена,значи, бараната права $\underline{t}$ ќе биде афина оска.Избираме произволен афин правец со повлекување на две произволни паралелни прави што ги сечат правите $\underline{a}$ и $a^* \equiv b$,во точките A,B; A^* ,B^*.Дадената точка $P \equiv P^*$ ја сврзуваме со точките A,A^* ,B и B^* ,се добиваат паровите коресподентни(придружени) точки 1,1^*; 2,2^*,откаде како пресек на придружени прави 1 2 и 1^* 2^* ја наоѓаме двојната точка $R \equiv R^*$,која поврзана со $P \equiv P^*$ ја фиксира оската на афиност,имено онаа права што минува низ точката P и недостапната пресечна точка $T = a \cap b$,значи $t = PR$.Задачава поправо е решена врз основа на ставот на Дезарги за перспективен афинитет.

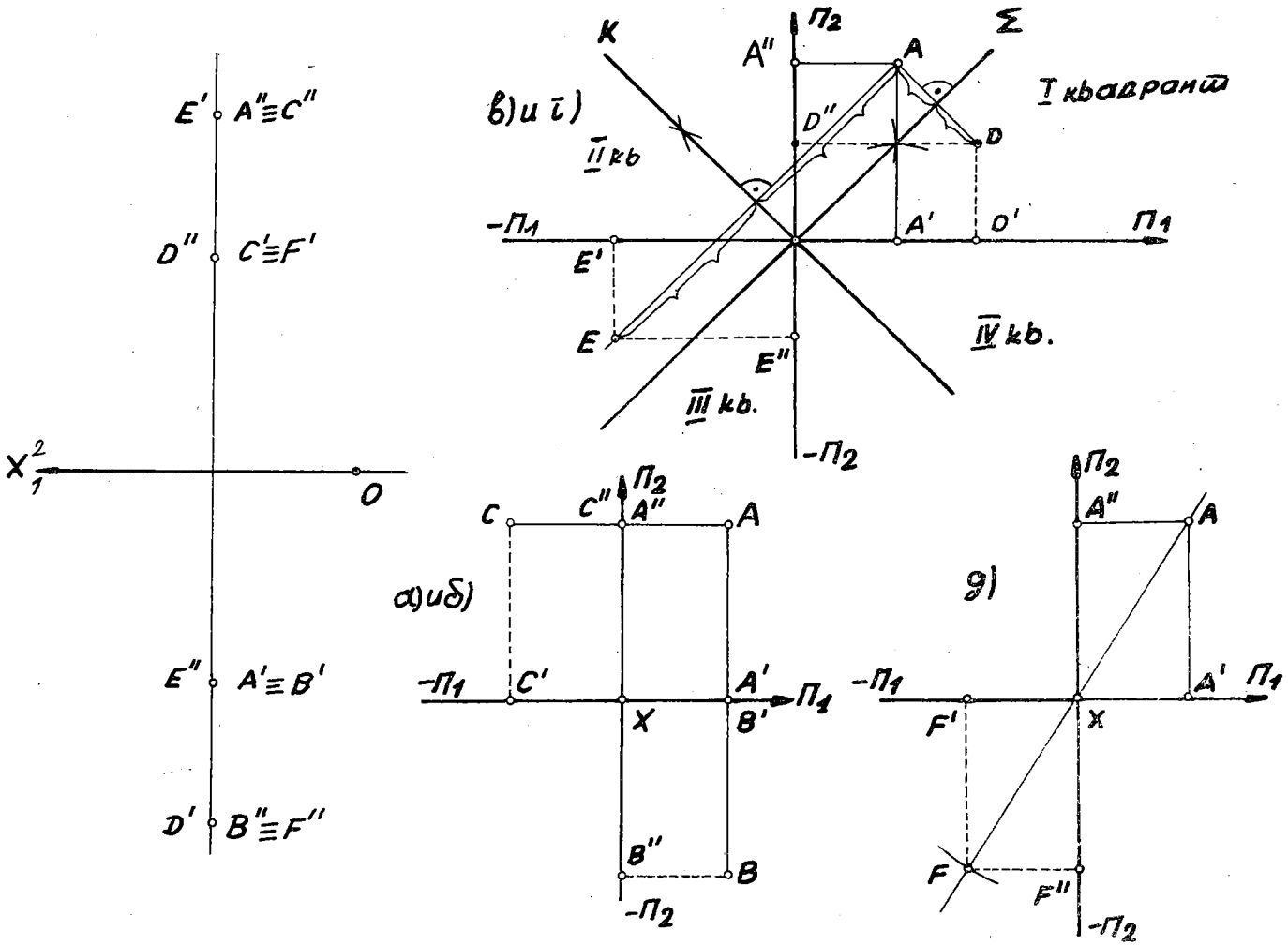
в) Решение преку специјален случај на перспективна колинеација,кога е нејзината оска бескрајна права,тоа е сличност,каде сврзници на придружени точки минуваат низ иста точка(центар на сличноста),додека придружените прави меѓусебно се паралелни.Го усвојуваме $T=a\cap b$ за центар на сличност,тогаш правите $\underline{a}$ и $\underline{b}$ се сврзници на придружени(кореспондентни) точки во оваа сличност.Конструираме произволен триаголник со едно теме во дадената точка P,чии други темиња припаѓаат на правите $\underline{a}$, $\underline{b}$ -точки A,респективно B,па имаме триаголник PAB.Потоа цртаме $\Delta P^*A^*B^* \sim \Delta PAB$,со повлекување произволна права A^*B^* но која е паралелна со правата AB.На крајот низ точките A^* и B^* цртаме прави кореспондентни со AP и BP,со кои во сличноста меѓу себе се паралелни,и при тоа ја добиваме пресечната точка P^*.Сврзницата на парот придружени точки PP^* одредува нова придружена права во сличноста со центарот T,имено бараната права $t=PP^*$.

Забелешка:Конструктивното изведување на задачи понекогаш бара повлекување сврзница низ две точки,од кои едната е надвор од цртачкиот лист,тогаш е најпрактично(најмал број геометриски конструкции) да се употреби сличност,претходнава постапка под в).

96. На сликата а) и б) ги цртаме проекционите рамнини Π_1, Π_2 во прави,каде како правец на ортогонално проектирање ја земаме x-оската (при размер 1:2). Од проекциите A' и A'' ја одредуваме точката A во просторот.Потоа ја бараме точката B,ортогонално симетрична со A во однос на Π_1.За таа цел од A повлекуваме нормална права кон Π_1,растојанието AA' го пренесуваме симетрично од другата страна на Π_1,ќе се добие точката B.Оттаму имаме дека $B'\equiv A'$ (првите ординати $y_B=y_A$) и B'' се наоѓа на спротивната страна од A'' по однос на x-оската (вторите ординати $z_B=z_A$),тоа е решение под а). Истиот цртеж го користиме за решавање на задачата под б) - точката C нормално симетрична со A по однос на Π_2,имено $-y_C=y_A$, $z_C=z_A$ $(C''\equiv A'')$.

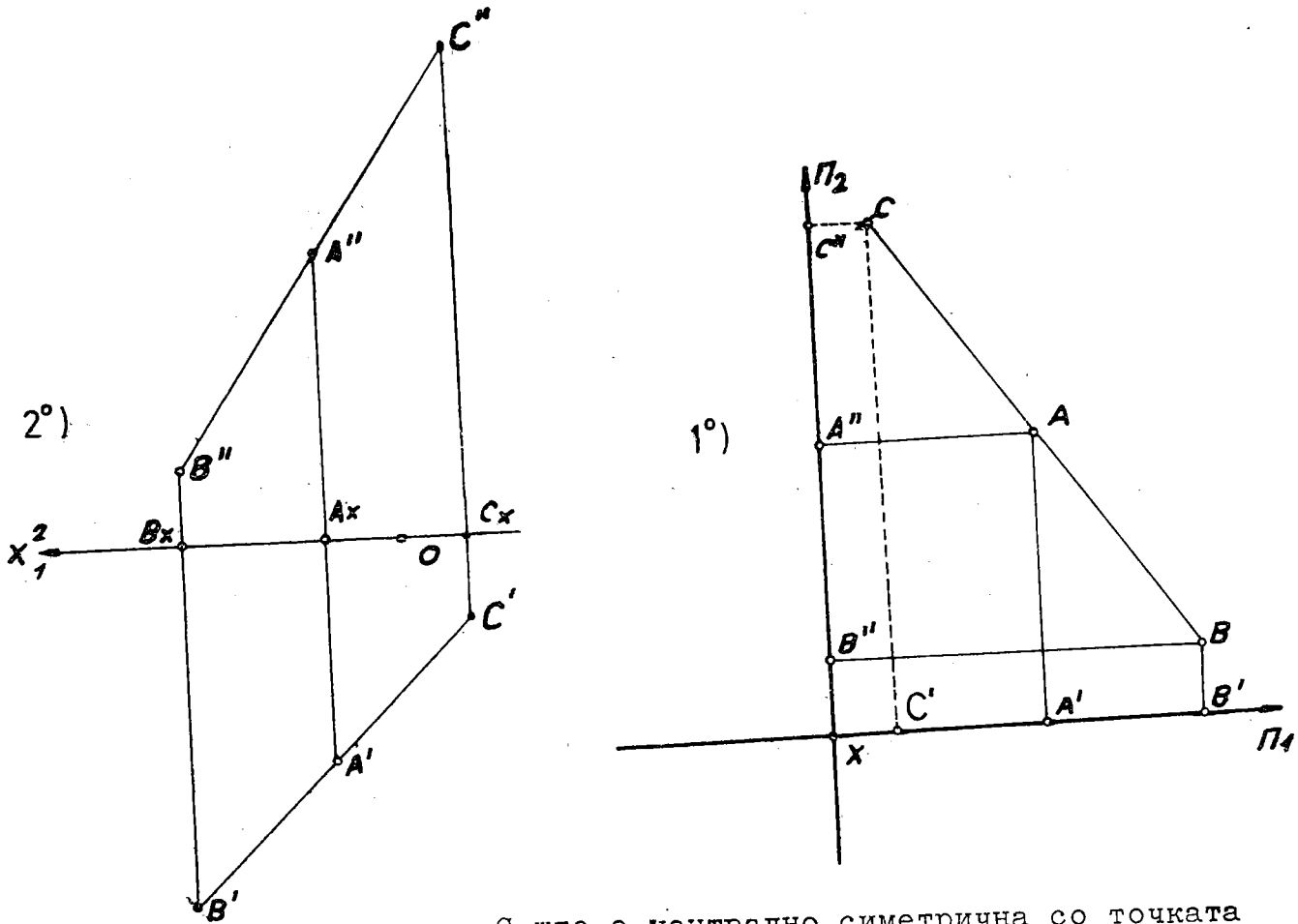
Конструктивниот детален приказ на решението под в) и г) е доволно јасен од приложениот цртеж на моделот на придружените проекциони рамнини Π_1, Π_2,на кој се внесени симетричната рамнина Σ и коинцидентната K.Ја добиваме точката D што е симетрична со A по однос на рамнината Σ ,ако соодветните ординати се $y_D=z_A$ и $z_D=y_A$.Од споменатава слика може да се види како е најдена точката E,која треба да е симетрична со точката A по однос на совпаднувачката рамнина K, тогаш ординатите ќе ги имаат следниве алгебарски вредности : $-y_E=z_A$ $(E'\equiv A'')$ и $-z_E=y_A$ $(E'\equiv A'')$.

На крајот за точката F која е симетрична со точката A по однос на x-оската, графички е проследена постапката на сликата д), од каде се констатира дека нивните ординати се еднакви по должини (апсолутни вредности), но со спротивни знаци: $-y_F = y_A$ и $-z_F = z_A$.



Зад.96 а-д, Претставени се монжови проекции на точки симетрични со точката A во однос на дадена рамнина, односно оска.

97. Од приложените два цртежа: 1°) моделот на проекционите рамнини претставен во ортогоналното проектирање со правец паралелен на x-оската и 2°) во придружени ортогонални проекции, евидентно е дека точката A е центар на таа симетричност. Бараната точка C се наоѓа на спротивната страна од дадената точка B и на оддалеченост $\overline{CA}=\overline{AB}$. Бидејќи при ова проектирање односот се запазува, имаме $\overline{C'A'}=\overline{A'B'}$ и $\overline{C''A''}=\overline{A''B''}$; графичка контрола се состои во тоа што сврзницата $\overline{C'C''}$ мора да биде ордината, т.е. права нормална на x-оската.



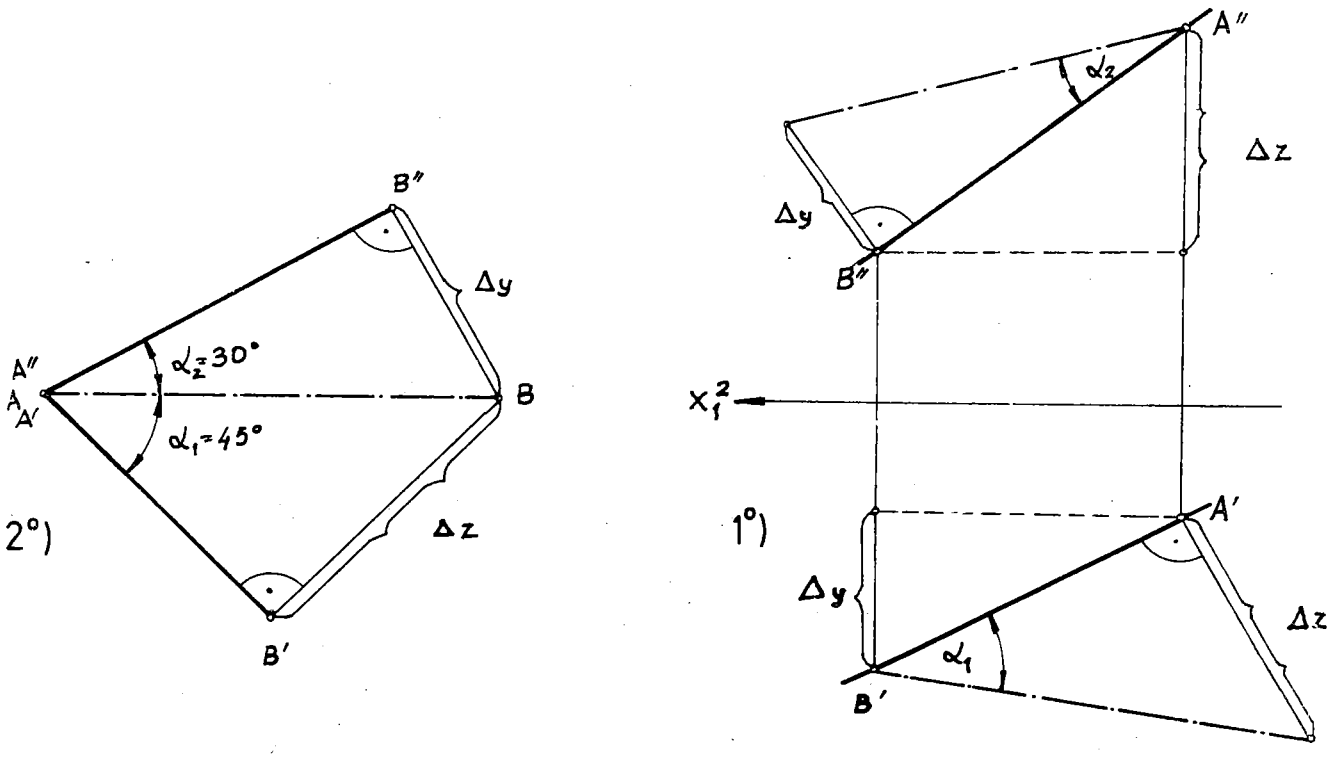
Зад.97 -Приказ на токата С што е централно симетрична со точката В во однос на точката А.

118. Зададена е точката A(A′,A″) и наклонетите агли со Π_1 и Π_2: $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$. Да се конструира права а што минува низ точката А и ги зафаќа со проекционите рамнини наведените агли.

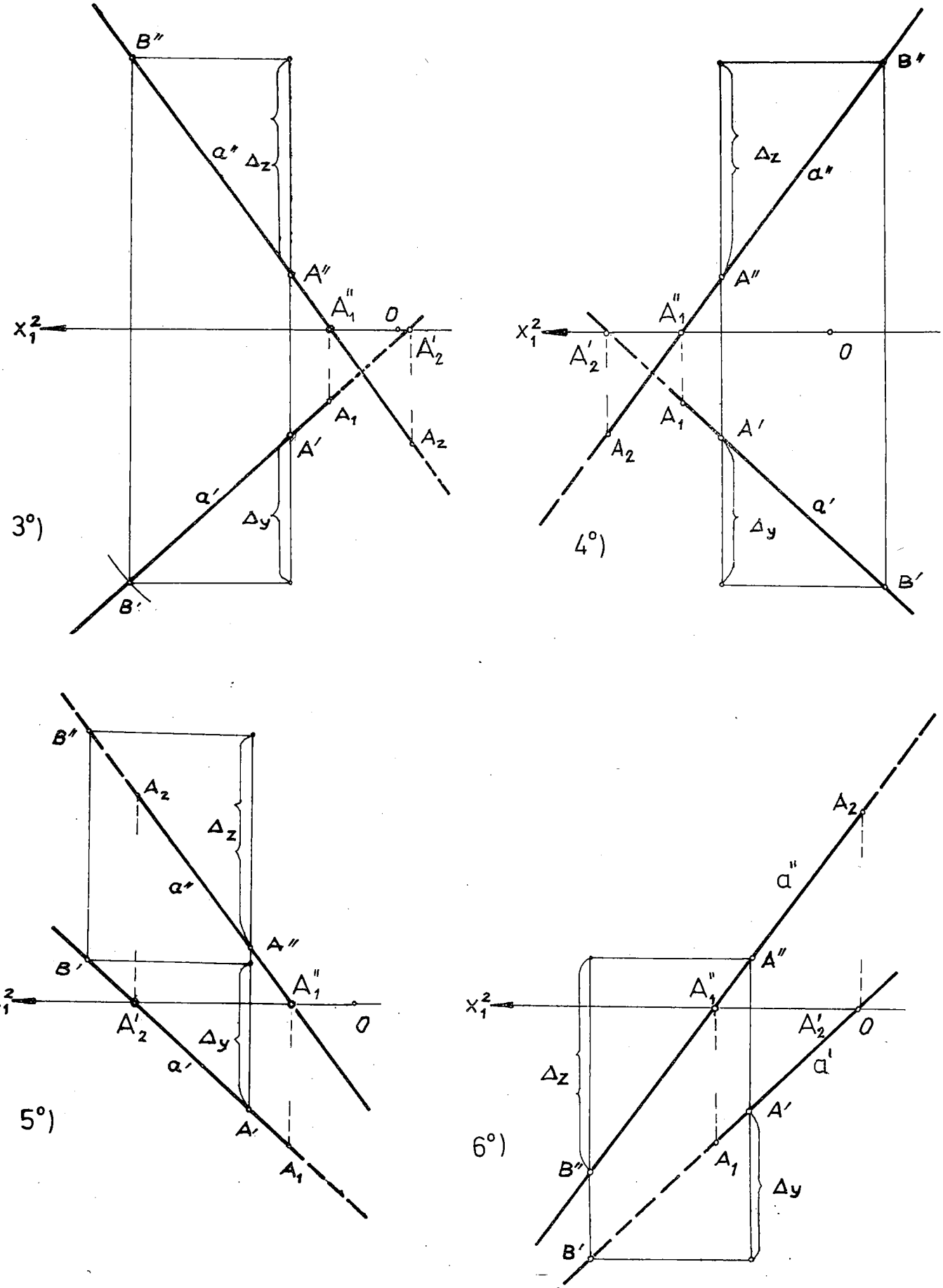
За да има решение задачава треба секој од наклонетите агли на правата да биде, во општ случај, остар агол, а нивниот збир $\alpha_1+\alpha_2 < 90^\circ$, тогаш правата е во општа положба, а ако е $\alpha_1+\alpha_2 = 90^\circ$, имаме профилна права, која е нормална на x-оската. Значи, баранава права а е општа, коса спрема Π_1 и Π_2, бидејќи во случајов што го разгледуваме е $\alpha_1+\alpha_2 = 75^\circ < 90^\circ$.

На сл.1°) е претставена произволна права која минува низ две точки А и В, во монжови проекции. Оттука уочуваме два карактеристични правоаголни триаголника (прв и втор диференцијален триаголник) со еднаква хипотенуза-вистинска големина на АВ, делот од правата. Овој помошен цртеж ни ја дава врската меѓу дадените елементи α_1 и α_2 и бараните-должината на проекциите A′B′ и A″B″, како и разликите (диференциите) на ординатите Δy и Δz, кои се катети кај споменативе правоаголни триаголници, околу секој од нив може да се опишат полукружници со

еднаков дијаметар. Користејќи ги претходниве сознанија, ги применуваме на цртежот 2°), имено нанесуваме произволна должина на отсечка AB како хипотенуза и знаејќи по еден остар агол $\alpha_1=45^\circ$, односно $\alpha_2=30^\circ$, конструираме два соседни правоаголни триаголника ABB′ (A′ BB′) и ABB″ (A′ BB″). Оттаму ги добиваме потребните разлики на ординатите Δy и Δz, како и должините на соодветните проекции A′ B′ и A″ B″ . Со помош на овие податоци цртаме придружени проекции на правата a=AB низ дадената точка A(20,20,10), што е прикажано на сликите 3°), 4°), 5°) и 6°). Макар што е јасна конструкцијата за секое од можните четири решенија, сепак за едно од нив ќе ја објасниме постапката, на пр. под 3°). Под точката A′ ја нанесуваме разликата на првите ординати Δy, која е катета од вториот диференцијален триаголник на сл.2°), со повлекување линија паралелна со x_1^2 -оската, потоа низ A′ цртаме кружен лак со радиус $\overline{A'B'}$, чија должина е катета од првиот диференцијален триаголник на цртежот 2°). Во пресек на кружниот лак со правата што е оддалечена од x_1^2-оската за $y_A+\Delta y$, добиваме две пресечни точки B′ -ја земаме левата а во случајот под 4°) -десната точка B′ . На сосем ист начин постапуваме со внесување на диференцијата на вторите ординати Δz (која ја земаме како катета од првиот диференцијален триаголник на сл.2°) над точката A″ и припадната должина $\overline{A''B''}$ (исто така како катета од вториот диференцијален триаголник) на фронталната проекција A″ B″ . И тука при разгледанава можност ја користиме левата пресечна точка B″ , додека во следниот пример десната B″ . Добиената сврзница B′ B″ мора да е ординала на точката B, односно нормална права на x_1^2-оската.



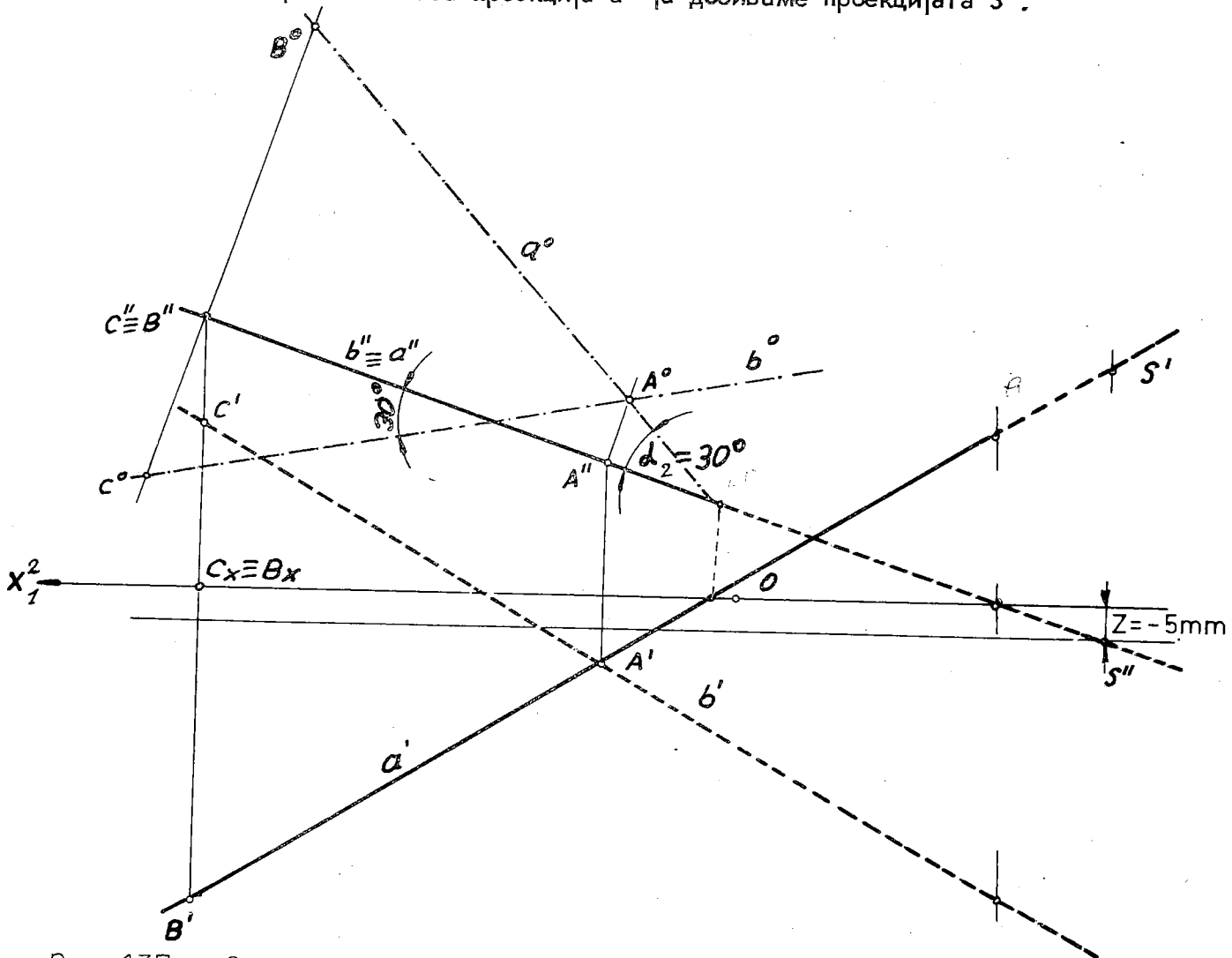
Зад.118-Низ точката A е повлачена права a, чии наклонети агли се зададени.



Зад.118 -Низ точката А е повлечена права а, чии наклонети агли се зададени. Решенија под 3°, 4°, 5° и 6°

137. Преставена е фронтална проекција на правата $a=AB/A(A',A'')$, $B(\ ?,B'')$ ли $\alpha_2=30^\circ$. Се бара B', односно $a'=A'B'$. Потоа на правата а лежи точка S што е за 5 мм под Π_1. За да се најде првата ордината на точката $B(y_B)$, потребна е вистинската големина на вториот диференцијален триаголник, кој може да го конструираме со зададен втор наклонет агол $\alpha_2=30^\circ$ што го нанесуваме при соборување на правата а околу нејзината фронтална проекција a'' во Π_2. На приложениот цртеж ги конструираме двете можни решенија за вредноста на првата ордината од B, со вцртување на лев и десен втор наклонет агол од 30°. Првиот случај е дефиниран со $a^\circ=A^\circ B^\circ$, каде $B''B^\circ=y_B$ е позитивно оти е од иста страна со $A''A^\circ=y_A$. Оттаму имаме $a'=A'B'$, додека во вториот со $b^\circ=A^\circ C^\circ$, кога првата ордината е со негативна вредност, тогаш имаме $b'=A'C'$, $b''=a''$.

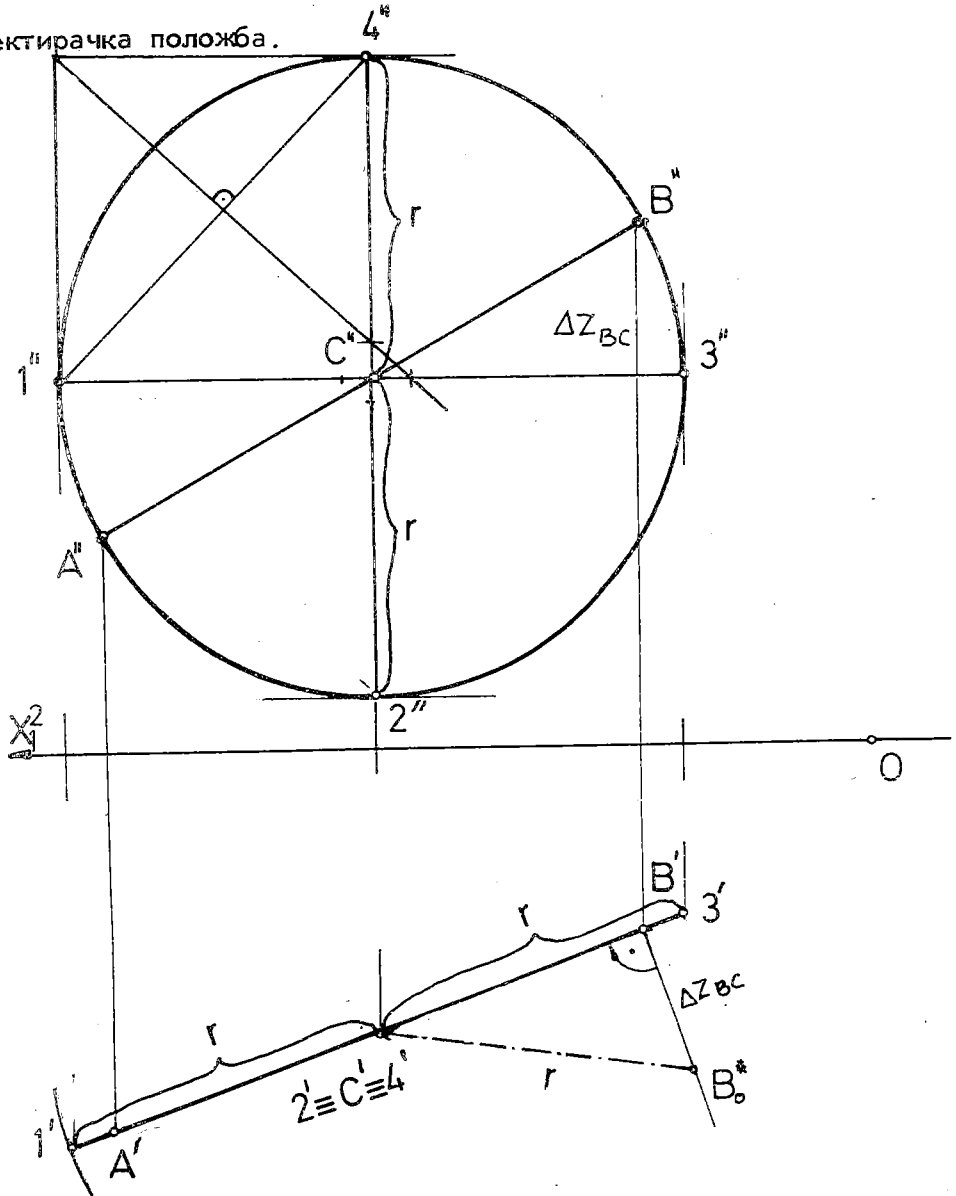
На истата слика одредуваме монжови проекции на точката S чија втора ордината е $z_S=-5$ мм, која ја нанесуваме под x_1^2-оската и наоѓаме пресек на таа паралелна права со проекцијата a'', при тоа се добива S'', бидејќи S припаѓа на правата а, тогаш на ординалата до хоризонталната проекција a' ја добиваме проекцијата S'.



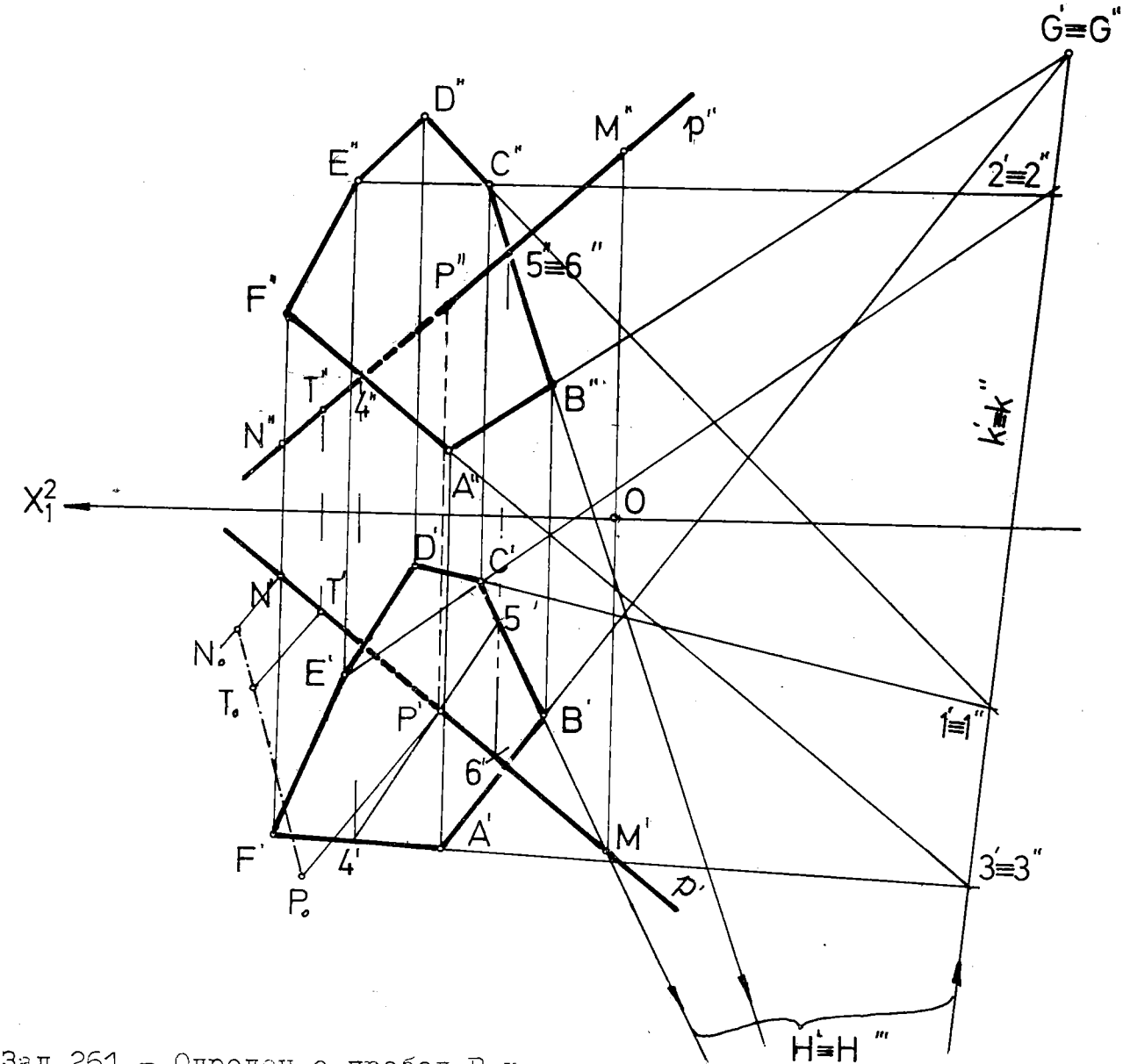
Зад.137 – Одредена е хоризонтална проекција a' на правата а и проекции на точката S на неа.

222. Отсечката $AB\,/A(A',A''),B(B',B'')/$ е дијаметар на круг којшто има хоризонталнопроектирачка положба ($\perp \Pi_1$).Треба да се прикажат неговите проекции.

РЕШЕНИЕ.Ако кругот е нормален на Π_1 ,тогаш во хоризонталната проекција ќе се јави во отсечка еднаква на неговиот дијаметар.Бидејќи отсечката AB е во општа положба,со помош на правиот диференцијален триаголник го наоѓаме радиусот на кругот $r = \overline{C'B^*_o}$ и оттаму за негова хоризонтална проекција ја имаме отсечката $1'3'$ со должина $\overline{1'3'} = 2r$.Рамнината на кругот е коса спрема Π_2,затоа во фронтална проекција ќе се проектира во елипса.На кругот избираме пар конјугирани дијаметри 1 3 и 2 4.Од нив $1'3'$ се јавува во вистинска должина,тогаш неговата фронтална проекција $1''3''$ е паралелна со x^2_1-оската,додека дијаметарот 2 4 во хоризонтална проекција $2'4'$ дегенерира во точка и истовремено е паралелен со Π_2,па затоа фронталната проекција $2''4''$ е еднаква на дијаметарот на кругот $\overline{2\,4} = 2r$.Добиваме пар конјугирани дијаметри $1''3''$ и $2''4''$ на елипсата,што се и нејзини оски. Отсечката $1'3'$ и елипсата $1''2''3''4''$ претставуваат монжови проекции на круг,кој има хоризонталнопроектирачка положба.



Зад.222 - Придружени ортогонални проекции на хоризонтално-проектирачки круг со зададен дијаметар AB.



Зад.261 – Одреден е пробод P на правата p со шестаголникот и е нанесена отсечката PT.

261. Нацртани се монжови проекции на шестаголникот ABCDEF/A(A′,A″), B(B′,B″),C(C′,C″), D(?,D″), E(?,E″),F (?,F″) и правата p=MN M(M′,M″), N(N′ ,N″) Се бара: -прододот P на правата p низ дадениот шестаголник,без употреба на траги,

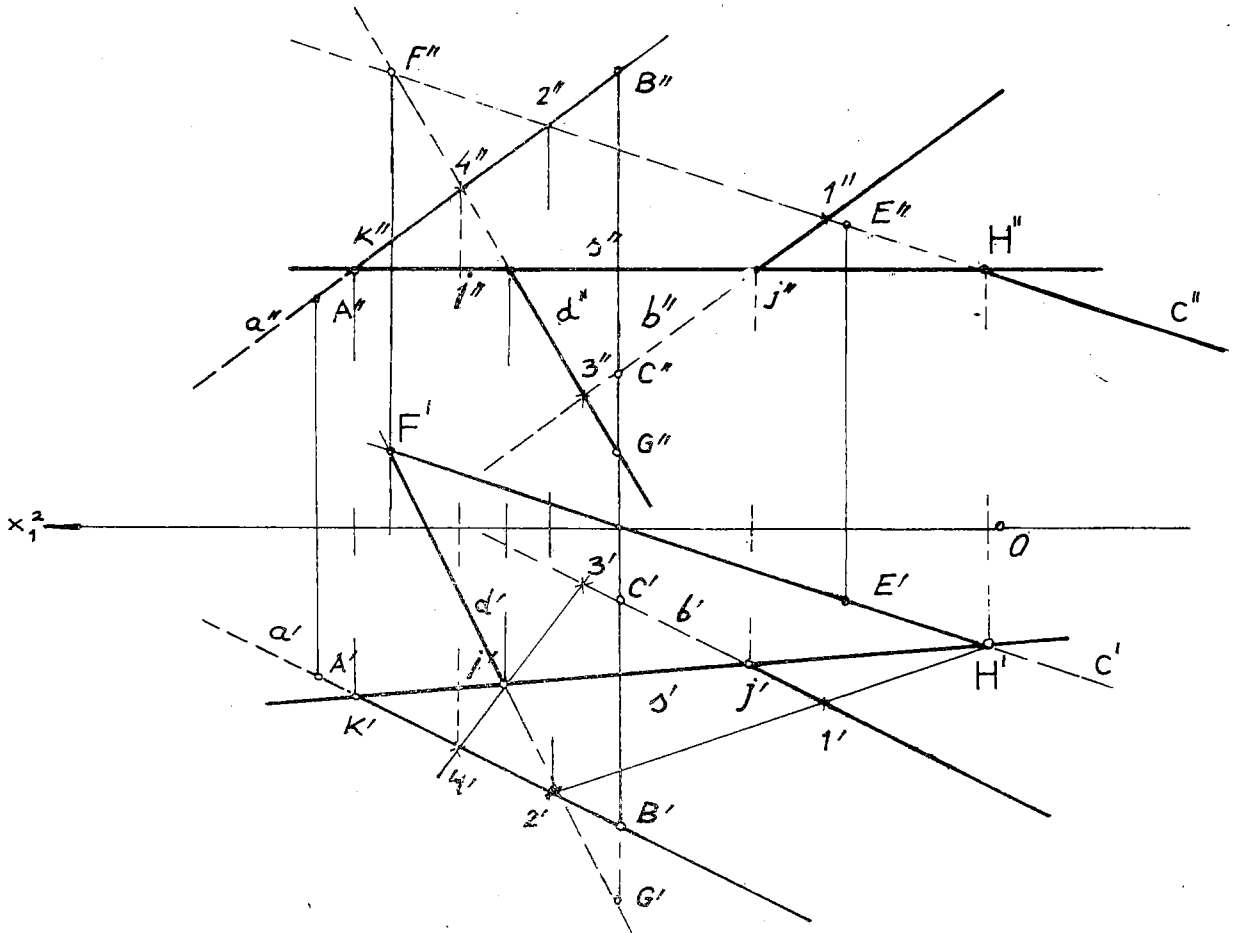
-на правата p да се нанесе должината PT=30 мм,но под полигонот.

РЕШЕНИЕ.Фронталните проекции D″,E″ и F″ на темињата D ,E и F ги наоѓаме со помош на перспективен афинитет,чија оска к′≡к″ е пресечна права на рамнината на шестаголникот и совпаднувачката рамнина К.Имено,пресечна точка на правите A′B′ и A″B″ е G′≡G″ ,односно продолжение на страните C′B′∩C″B″=H′≡H″ и сврзница на овие пресечни точки к′≡к″=G′H′≡G″H″ .Фронталната проекција D″ на темето D ја конструираме на следниов начин:сврзницата D′C′ е продолжена до пресек со афината оска к′≡к″ ,во точката 1′≡1″ ,на неа придружената сврзница D″C″ треба да се сече во истата точка 1″≡1′ на афината оска.Од тие три колинеарни точки D″ ,C″ и 1″ ,познати се 1″ и C″ ,на оваа спојница се наоѓа D″ и на афиниот

правец низ точката D'(нормална права на x-оската). На приложениот цртеж е изведена таа постапка и за другите две темиња E и $F-E''$ и F''. Со ова задачава е комплетно поставена.

За да се добие пробод P на дадената права и шестаголникот, низ правата $\underline{p}$ поставуваме помошна рамнина, која обично е проектирачка, на пример фронталнопроектирачка ($\perp \Pi_2$), чија фронтална трага се совпаѓа со $p''=M''N''$ а нејзината хоризонтална трага е нормална на x-оската, таа не е нацртана. Оваа помошна рамнина ја пресекува рамнината на шестаголникот во правата 4 5, која ги сече страните AF и BC во соодветните точки 4 и 5, чии фронтални проекции се $4''=p''\cap A''F''$ и $5''=p''\cap B''C''$, додека хоризонталните проекции $4'$ и $5'$ ги наоѓаме на ординали респективно до страните $A'F'$ и $B'C'$. Сврзницата $4'5'$ е хоризонтална проекција на пресечната права меѓу помошната рамнина и рамнината на шестаголникот. Заедничка точка на правите $4'5'$ и $\underline{p}$ е хоризонталната проекција P' на бараниот пробод P, чија фронтална проекција P'' ја одредуваме на ординалата од P' и на проекцијата p''. Видливоста на правата $\underline{p}$ во однос на дадениот шестаголник ја констатираме преку поклопни точки. За да се изведе тоа, во фронталната проекција ја користиме хоризонталната проекција. Точката 5 припаѓа на страната BC во фронталната проекција, таму се совпаѓа со точката на правата $\underline{p}$, која ја означуваме со 6, значи се поклопуваат $5''\equiv 6''$. Тие се раздвојуваат во хоризонталната проекција. Од нацртаната слика гледаме дека точката 6 што лежи на правата $\underline{p}$ се наоѓа пред точката 5, бидејќи $6'$ е поблиску до посматрачот а подалеку од x-оската, отколку точката $5'$, значи точката $6''$ е видлива, за разлика од точката $5''$ која е невидлива. Според тоа, во фронталната проекција p'' се гледа од десната страна до прободот P'', под него таа е извлечена со испрекината линија сé до рамката на шестаголникот. На сличен начин размислуваме за установување видливоста во хоризонталната проекција. Меѓутоа, поаѓајќи од фактот дека дадениов шестаголник е свртен со една иста страна на својата површина спрема Π_1 и Π_2, добиваме дека ист дел(десен) од правата $\underline{p}$ е видлив и во хоризонталната проекција.

Го применуваме првиот, хоризонталнопроектирачки трапез (користејќи ги вторите ординати z_P и z_N) и наоѓаме вистинска должина на делот PN од правата $\underline{p}$. Врз соборената положба P_oN_o во Π_1 ја нанесуваме должината $\overline{PT}=30$ мм $=\overline{P_oT_o}$ под рамнината на шестаголникот, отаде по обратна постапка(редослед на операциите) ја одредуваме хоризонталната проекција T', а на ординалата до фронталната проекција p'' ја добиваме проекцијата T''. Така се најдени проекциите $P'T'$ и $P''T''$ на отсечката PT.



Зад.269 – Конструирана е пресечна права s на две рамнини: a//b , c∩d ,без употреба на траги.

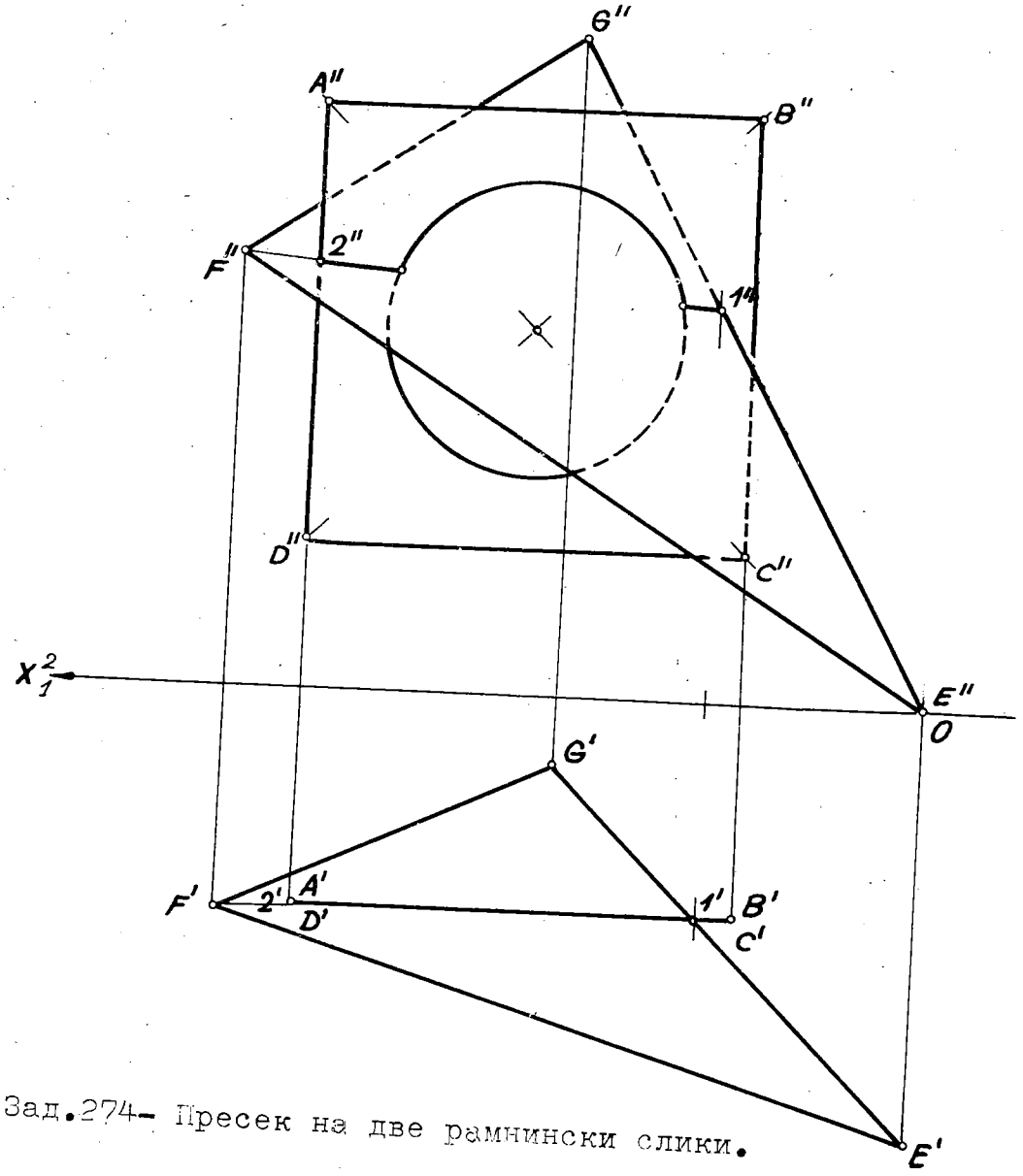
269. Фиксирани се две рамнини,едната со паралелните прави a//b ,a=AB и b минува низ точката C,а втората рамнина со парот пресечни прави c=EF,d=FG . Се бара нивната пресечка s,но без користење траги на дадените рамнини.

За таа цел е доволно да се одреди прододот на две прави од едната рамнина со другата,на пример правата c∩(a//b)=H и правата d ∩ (a//b)=I ,нивната сврзница HI = s е пресечката на двете рамнини.

ГРАФИЧКО РЕШЕНИЕ.Низ правата c поставуваме помошна рамнина,обично проектирачка,на пр.фронталнопроектирачка рамнина ($\perp \Pi_2$),која ја сече рамнината a//b во правата 1 2 ,во пресекот на 1' 2' ∩ c' =H' е хоризонталната проекција на прододната точка H од правата c со рамнината a,b ,додека H'' е на ординалата до проекцијата c'' .Оваа постапка ја повторуваме за наоѓање прододот на правата d со рамнината a,b ; 3' 4' ∩ d' =I' ,а оттаму и неговата фронтална проекција I'' на ординалата до d'' .Бараната пресечка s на зададените две рамнини во проекции е s' =H' I' и s'' =H'' I'' .

Задачата треба да биде наполно решена во смисла на нацртната геометрија,затоа секогаш мора да се одреди видливоста,што е извршено на приложениот цртеж.Тоа го правиме во хоризонталната проекција со набљудување на висините на делови од правите,кои ги дефинираат рамнините,преку фронталната проекција.На пр. заден

дел од c' до H' и од преден дел на b' до J', тие делови во фронтална проекција со своите висини стојат така што повисоко е делот на b'' до J'' отколку што е делот на c'' до нејзиниот прод H'' со рамнината a'', b''. На аналоген начин е констатирана видливоста и во фронталната проекција.

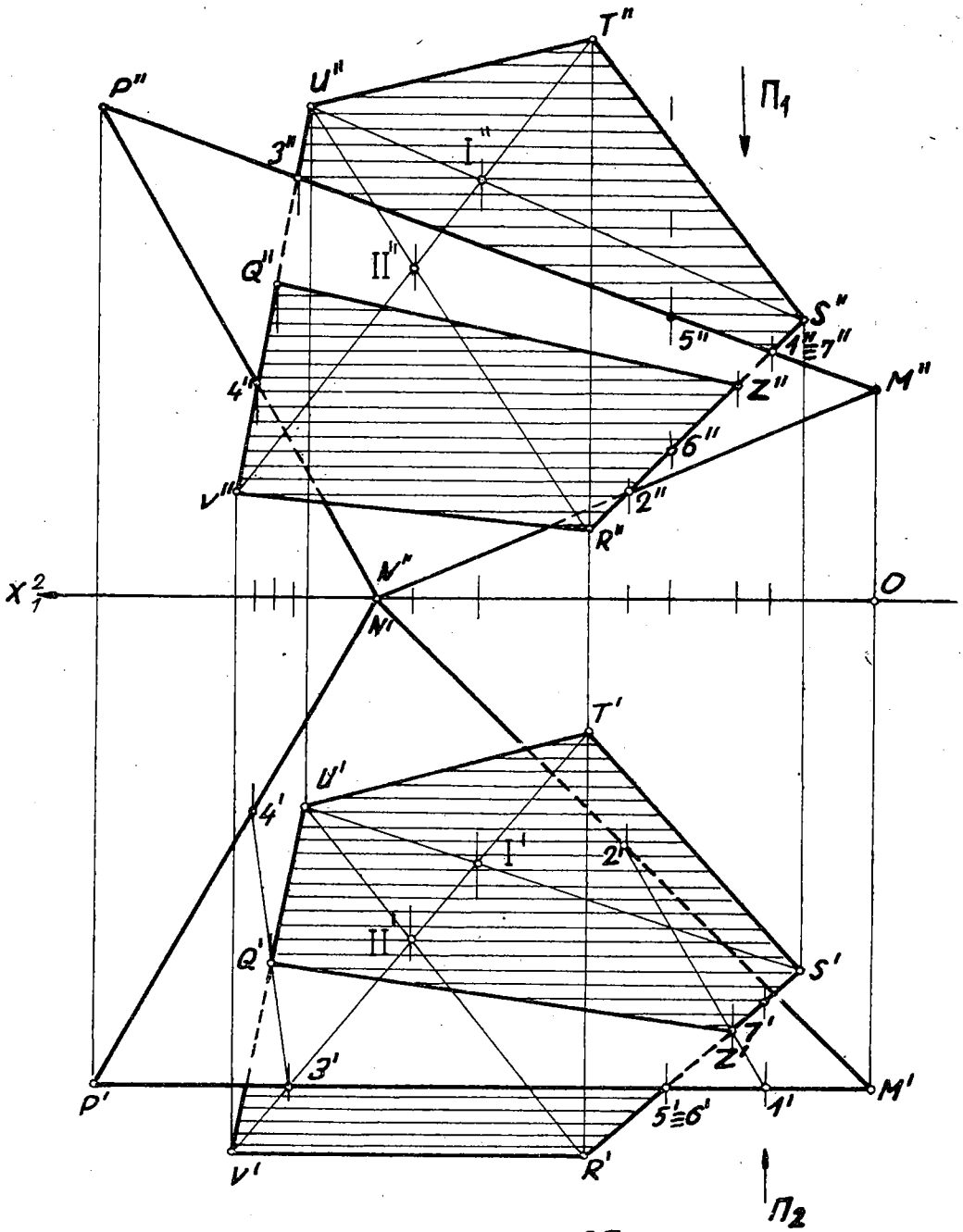


Зад.274- Пресек на две рамнински слики.

274. Претставен е фронтален квадрат ABCD со страна долга 60 мм, кој е пред Π_2 за 30 мм а најблиската негова вертикална страна, на пр. BC е оддалечена од O(координатниот почеток) за 25 мм, значи хоризонталната проекција на квадратот е отсечка долга 60 мм, која е паралелна со x_1^2-оската и од неа оддалечена за 30 мм ; најблиските темиња C, B до точката O имаат апсциса од 25 мм, т.е. $B' \equiv C'$. Најдолната хоризонтална страна на квадратот е над Π_1 за 20 мм, на пример CD, поради тоа $C''D''$ е паралелна со x_1^2-оската и со $C'D'$ а е еднаква на должината на

страната на квадратот. Фронталната проекција $A''B''C''D''$ на квадратот ABC е конгруентна (складна) со оригиналот и е подигната над оската за 20 мм. Од квадратот е исечен круг со центар во пресечната точка на неговите дијагонали и со радиус од 20 мм, кој во фронталната проекција се проектира во вистинската големина. Се бара пресекот на така добиената рамнинска фигура со триаголникот EFG.

За таа цел низ споменатава фигура поставуваме фронтална рамнина, која го сече триаголникот EFG во отсечката FA, додека пресечната отсечка меѓу двете слики е 1 2. Имајќи предвид дека темето E на триаголникот EFG е пред другата слика по однос на Π_2, поради тоа делот $E''1''2''F''$ од триаголникот $E''F''G''$ е видлив во фронталната проекција.



Зад.276 – Пресечна отсечка QZ на триаголникот MNP и петаголникот RSTUV

276. Нацртани се проекции на триаголникот MNP и петаголникот RSTUY. Проекциите на T′ и S′ ги одредуваме преку дијагоналите V′I′ и U′I′ .Да се најде нивниот меѓусебен пресек .

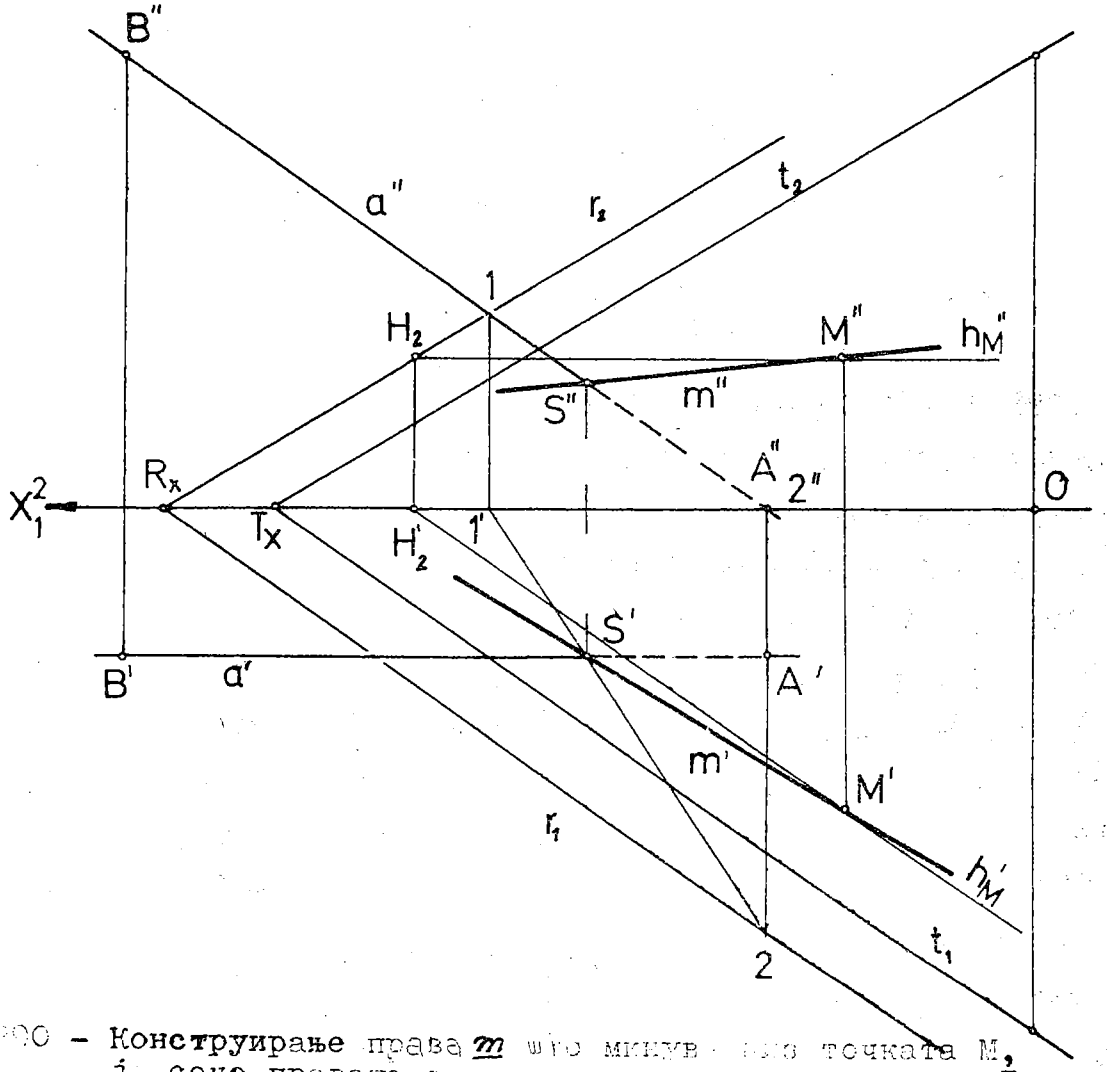
Потребно е да се одредат прободните точки на две страни од едниот полигон со другиот.

РЕШЕНИЕ.Низ страната RS поставуваме фронталнопроектирачка рамнина,која го сече триаголникот MNP во отсечката 1 2,така што во хоризонталната проекција се добива прободната точка $Z'=1'2'\cap R'S'$,а на ординалата до проекцијата $R''S''$ се наоѓа Z″.На ист начин постапуваме за определба на прободна точка на страна,на пр. UV со триаголникот MNP,имено Q .Сврзницата QZ е пресечка на двата полигона. Дефинитивна видливост ја извлекуваме со помош на поклопните точки : 1,7 и 5,6. За исцртување на видливоста во фронталната проекција избираме две поклопни точки во таа проекција,кои се раздвојуваат во хоризонталната проекција.На пресекот $R''S''$ со $M''P''$ се совпаѓаат точките $1''\equiv 7''$,од кои 1 припаѓа на страната MP и точката 7 лежи на страната RS.Во хоризонталната проекција точката 1′ е најблиску до набљудувачот а најдалеку од x_1^2 -оската,која ја покрива точката 7′,поради тоа точката 1 е видлива а точката 7 невидлива во однос на Π_2.Според тоа,во фронталната проекција се гледа страната $M''P''$,ја извлекуваме со полна линија,додека страните $\overline{SR}''$ и $\overline{UV}''$ се невидливи до прободните точки Z″и Q″,тие се нацртани со испрекинати линии,по нив деловите на споменатите страни од петаголникот ги повлекуваме со полни линии, бидејќи во тој дел тие се пред триаголникот MNP,па се видливи.На сличен начин ја разгледуваме видливоста во хоризонталната проекција преку фронталната проекција и соодветните видливи и невидливи делови на полигоните ги извлекуваме со полни, односно испрекинати линии,користејќи ги поклопните точки $5'\equiv 6'$.Бидејќи од триаголникот MNP се гледаат различни страни на неговата површина при набљудување нормално кон Π_1 и кон Π_2,се добива различна видливост на деловите од петаголникот RSTUV, имено во хоризонталната проекција е видлив делот $Z'S'T'U'Q'$,а во фронталната претходно го установивме другиот дел $R''Z''Q''V''$.

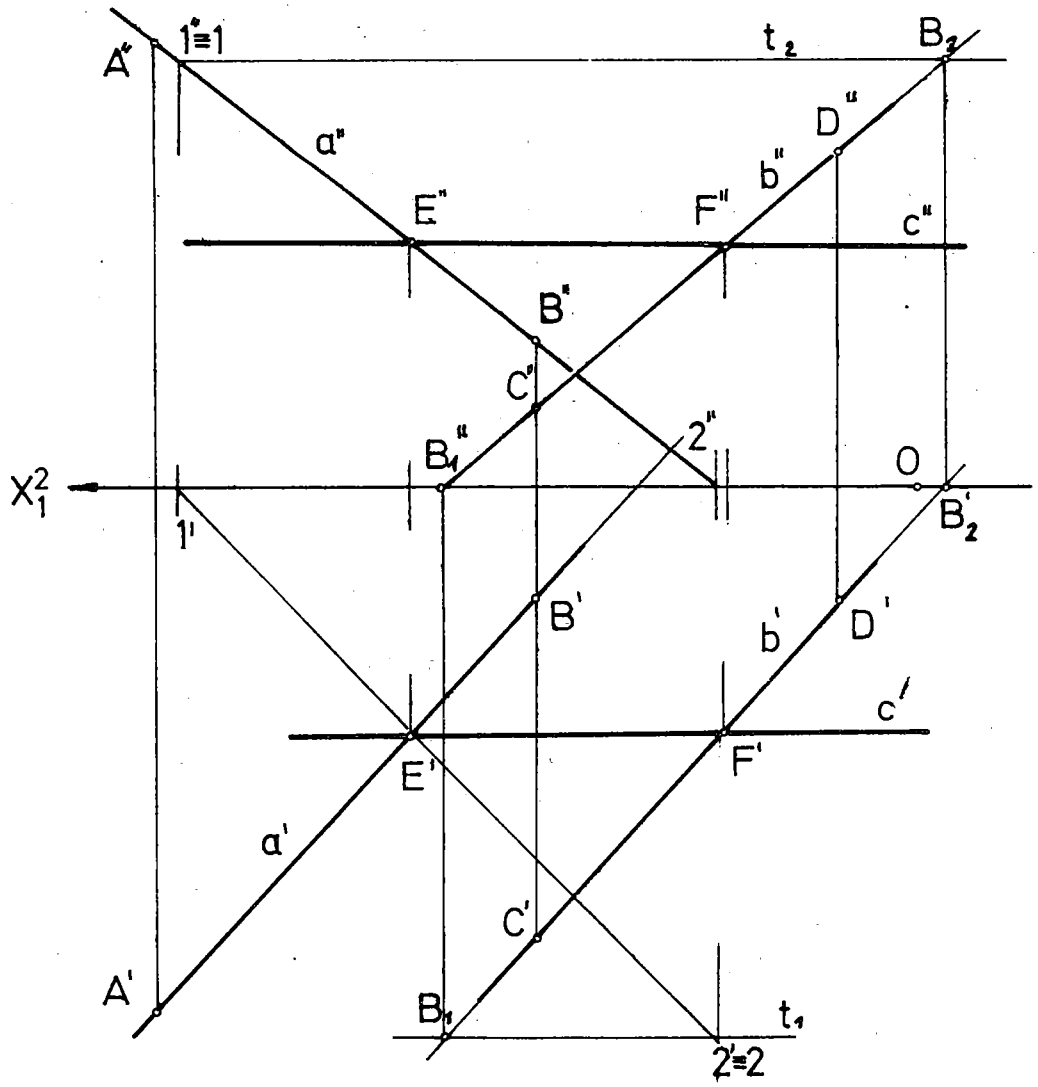
Освен со поклопни точки видливоста може мошне брзо и едноставно да се установи со набљудување на две страни што се во разминувачка положба,а со тоа припаѓаат на различни полигони,на пример MN на триаголникот MNP и TU на петаголникот RSTUV. За да ја одредиме видливоста во хоризонталната проекција меѓу T′U′ и M′N′ која се гледа, ги уочуваме нивните висини(големини на вторите ординати),така што од фронталната проекција е видно дека T″U″е над M″N″, според тоа, ќе се гледа по целата должина T′U′ а дел од M′N′ омеѓен со рамката на петаголникот R′S′T′U′V′не е видлив,додека надвор од него се видливи делови од M′N′. Понатамошното уточнување на видливоста во таа проекција е евидентно. Аналогно се постапува за да конструираме видливост во фронталната проекција.

290. Зададени се точката $M(M', M'')$, правата $a=AB$ /$A(A', A'')$, $B(B', B'')$/ и рамнината $T/t_1, t_2$/. Да се одреди правата $\underline{m}$ која треба да минува низ M, да ја сече правата $\underline{a}$ и да е паралелна со рамнината T.

Последниот услов се обезбедува ако се постави рамнина P да биде паралелна со дадената рамнина T но да минува низ точката M, кое го изведуваме со конструирање хоризонтална права h_M $//t_1$, при тоа го наоѓаме нејзиниот втор пробод H_2. Со оглед на тоа дека точката H_2 лежи во Π_2, низ неа повлекуваме фронтална трага r_2 $//t_2$, а во пресек со x_1^2-оската е точката R_x. Имаме точка и правец, па е можно еднозначно да ја повлечеме правата низ R_x паралелна со t_1, имено хоризонталната трага r_1. Потоа го наоѓаме прободот S на правата $\underline{a}$ со рамнината P, со употреба на помошна фронталнопроектирачка рамнина, која рамнината P ја сече во правата 1 2. Пресечната точка на a' со $1'2'$ ја одредува хоризонталната проекција S' на бараниот пробод S и на ординалата до фронталната проекција a'' се наоѓа проекцијата S''. Сврзниците $M'S'=m'$ и $M''S''=m''$ се монжови проекции на бараната права $\underline{m}$, која навистина е паралелна со T, бидејќи лежи во рамнината $P//T$ и ја сече правата $\underline{a}$ во точката S.



Зад. 290 – Конструирање права $\underline{m}$ што минува низ точката M, ја сече правата $\underline{a}$ и е паралелна со рамнината T.



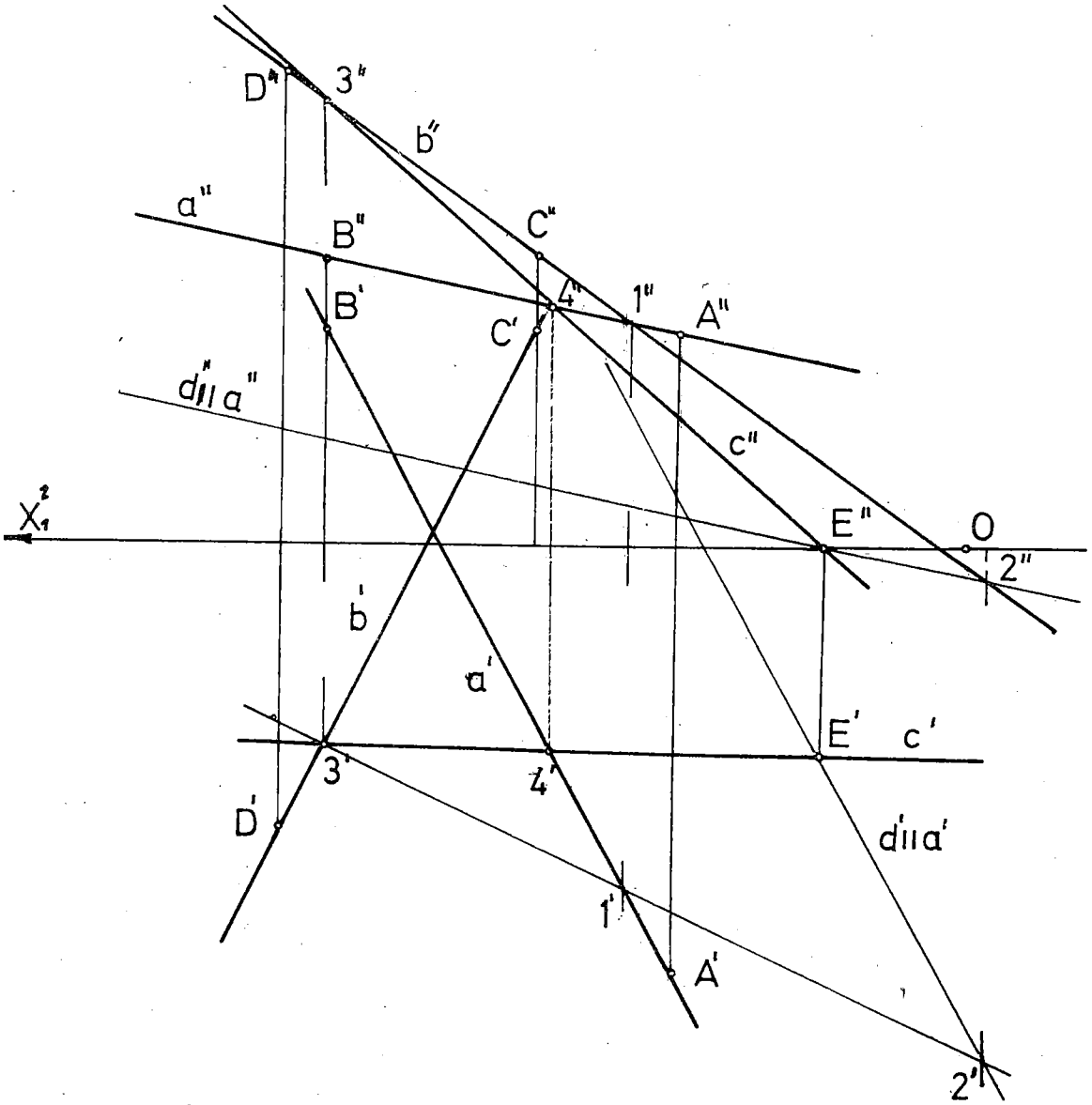
Зад.295 а) - Проекции на права с // х-оската која ги сече двете разминувачки прави а, b.

295 а). Претставени се ортогонални проекции на разминувачките прави а=АВ /А(А′,А″),В(В′,В″)/ и b=CD /С(С′,С″),D (D′, D″)/ .Најдете ја правата c паралелна со х-оската што ги сече дадените прави a и b !

Поправо треба да се конструира трансверзала c која ги сече правите a и b но истовремено да биде паралелна со х-оската.За таа цел низ една од дадените прави ќе конструираме рамнина паралелна со $x=\Pi_1 \cap \Pi_2$.

РЕШЕНИЕ.Низ правата b поставуваме рамнина Т// х-оската,имено :низ првиот прод $B_1 \in t_1$ // x_1^2 и низ вториот $B_2 \in t_2$ // x_1^2. Понатаму го бараме прободот $E = a \cap T$ со употреба на помошна фронталнопроектирачка рамнина низ а :$E' = 1' 2' \cap a'$,додека нејзината фронтална проекција E'' е на ординалата до проекцијата а″.Низ добиената точка $E(E', E'')$ повлекуваме права с// х-оската,т.е. низ $E' \in c'$// x_1^2 и $E'' \in c''$// x_1^2. Контрола на решението е ако се добива иста пресечна точка на правата b со бараната права c ($F = b \cap c$),имено спојницата на проекциите $F' F''$ да е на ординалата,права нормална на x_1^2-оската.

Дека задачава има само едно решение може да се увериме ако се употребат две рамнини паралелни со x-оската, по една низ секоја од дадените прави a, b . Пресечката на вака детерминираните рамнини ќе биде еднозначно најдената права c, која пак ќе се добие дека е паралелна со x-оската. (Во таа цел би поставиле произволна општа рамнина, која секоја од двете конструирани рамнини паралелни со x-оската, ја пресекува во права. Така добиените две прави се сечат во заедничка точка, низ која минува правата c што мора да е паралелна со x-оската, бидејќи е пресечна права на две такви рамнини.)



Зад.296 а) - Нацртана е трансверзала c што минува низ точката E и ги сече правите a и b.

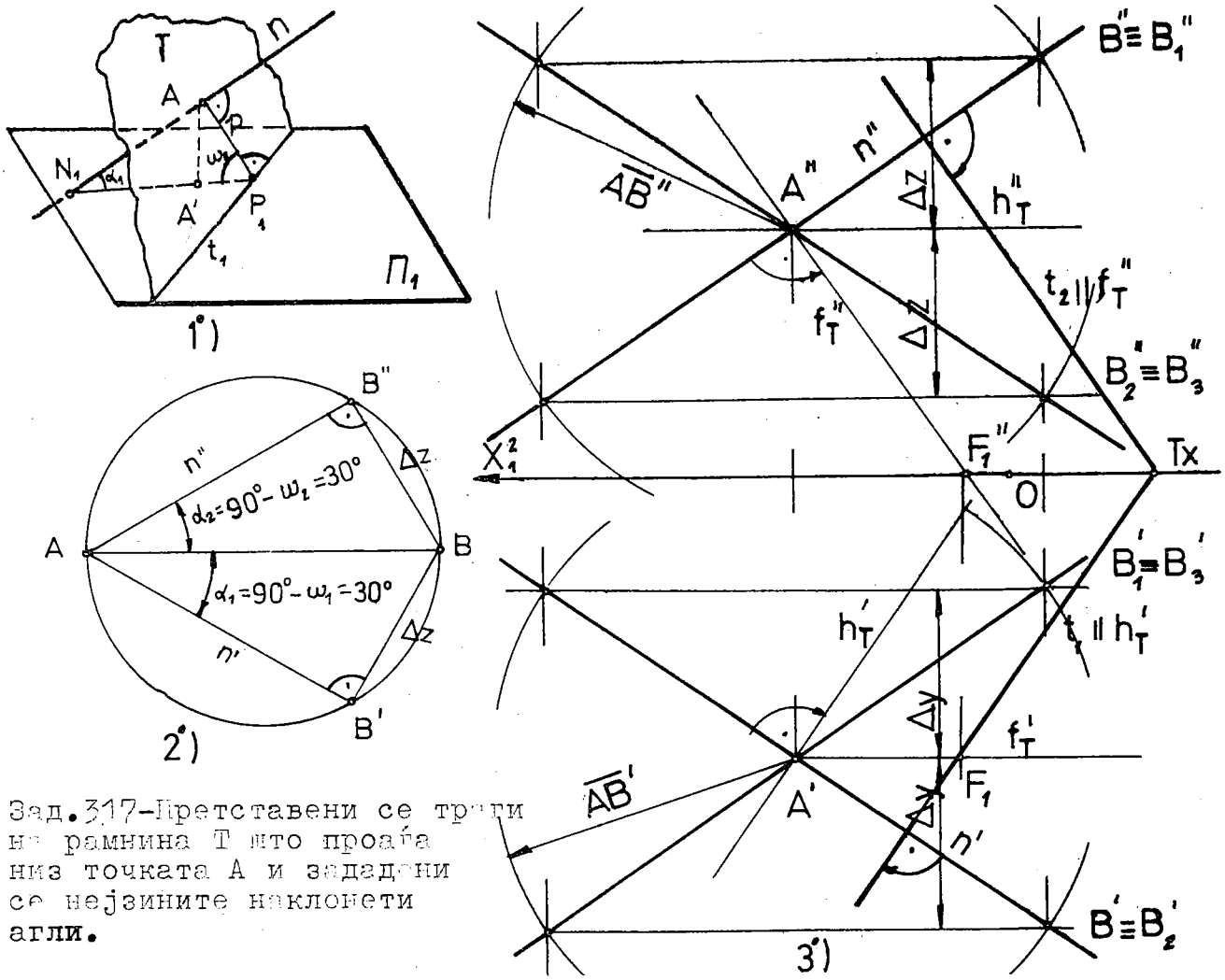
296 а). Дадени се правите $a=AB/A(A',A'')$, $B(B',B'')$ / и $b=CD/C(C',C'')$, $D(D',D'')$ /. Да се најде трансверзалата c на дадените прави на која припаѓа точката $E(E',E'')$. Точката E и правата a формираат рамнина, истата точка со правата b определува рамнина, нивната пресечна (заедничка) права, ако постои, е бараната трансверзала c, која е една и само една права.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Формираме рамнина (E,a) со помош на две паралелни прави $a//d$, каде d проаѓа низ точката E. Наместо да образуваме уште една рамнина, задачава побрзо ќе ја доведеме до решението, ако се одреди прободот на правата b со тукушто определената рамнина $a//d$; $b \cap (a//d)=3$. Имено, низ правата b замислуваме помошна рамнина нормална на Π_2, која ги сече правите a и d во точките 1 и 2 ; $1''$ на a'' и $2''$ на d'', на соодветни ординали се наоѓаат $1'$ и $2'$, чија сврзница во пресек со b ја дава $3'$ -хоризонталната проекција на бараниот прбод и на ординалата од неа до фронт. проекција b'' е проекцијата $3''$. Трансверзалата c е спојница на точките E и 3. На приложената слика е покажано дека правата c навистина ја сече и правата a во точката 4, значи $c=E43$. Тоа интерпретирано геометриски означува дека на правата c лежи точката E и таа ги сече дадените прави : a во точката 4 и b во точката 3.

317. Низ точката $A(A',A'')$ да се постави рамнина T, чии наклонети агли се $\omega_1=\omega_2=60^\circ$. Можности ? Да се конструираат траги на T.

Задачава може да се реши со помош нормала n во посматраната точка A кон бараната рамнина T, што е прикажано на помошната слика 1°). Рамнината T (нејзина прва падна линија) со Π_1 затвора прв наклонет агол ω_1 и права n, која е нормална на рамнината T, со Π_1, прв наклонет агол α_1. Од цртежот исто така се гледа дека постои правоаголен триаголник AN_1P_1 со прав агол во темето A, додека збирот на двата остри агла $\alpha_1+\omega_1=90^\circ$. Оттука $\alpha_1=90^\circ-\omega_1=90^\circ-60^\circ=30^\circ$, соодветно за $\alpha_2=90^\circ-\omega_2=30^\circ$. За правата да биде во општа положба, треба да е задоволена релацијата $\alpha_1+\alpha_2<90^\circ$, ако е $\alpha_1+\alpha_2=90^\circ$, тогаш се добива профилна права. Од споменатите врски помеѓу наклонетите агли на права и рамнина што се заемно нормални, имено $\alpha_1+\omega_1=90^\circ$ и $\alpha_2+\omega_2=90^\circ$, ако двете равенства ги собереме, добиваме $\omega_1+\omega_2=180^\circ-(\alpha_1+\alpha_2)$, земајќи предвид $\alpha_1+\alpha_2<90^\circ$, го добиваме неравенството $90^\circ<\omega_1+\omega_2<180^\circ$. Ова важи за општа, коса рамнина. Во случај $\omega_1+\omega_2=90^\circ$, тогаш таква рамнина е паралелна со x-оската. Меѓутоа, кога е $\omega_1+\omega_2=180^\circ$ имаме профилна рамнина, т.е. рамнина нормална на x-оската.

На сл. 2°) е изведена постапката-врската меѓу дадените елементи на нормалната права n : $\alpha_1=\alpha_2=30^\circ$ и бараните, големината на диференцијата на првите ординати Δy и на вторите Δz, како и должините на делови од проекциите n' и n''. Според начинот

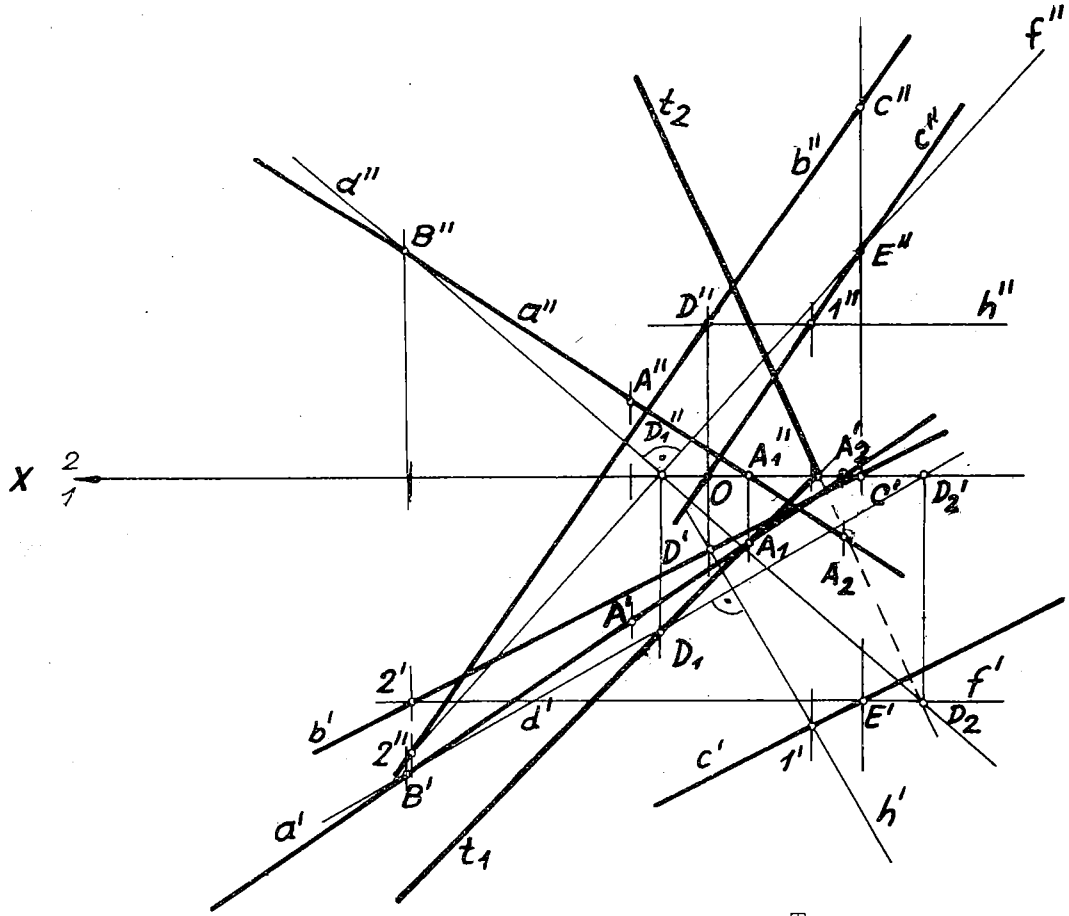


Зад.317-Претставени се трите траги на рамнина T што поминува низ точката A и зададени се нејзините наклонети агли.

што е објаснет во задачата 118,се конструирани детално сите четири можни решенија на бараната права $\underline{n}$ на цртежот 3°). Меѓутоа,во оваа задача е потребно да се нацртаат траги на рамнина T,која е нормална на правата n и минува низ точката A.Тука го користиме условот за нормалност на правата $n(n', n'')$ и рамнината $T/t_1, t_2/$,кој во проекции гласи : $t_1 \perp n'$ и $t_2 \perp n''$.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Низ точката $A(A', A'')$ што припаѓа на правата $\underline{n}$: $n' = A'B'$, $n'' = A''B''$ (едно од можните четири решенија),ги повлекуваме главните прави,хоризонталната h_T : $h'_T \perp n = A'B'$ а $h''_T \,//\, x_1^2$-оската и фронталната права f_T : $f''_T \perp n'' = A''B''$, $f'_T \,//\, x_1^2$-оската. Бараната рамнина T ја определуваме со парот пресечни прави h_T , f_T .За да се конструираат трагите t_1 и t_2 ,бидејќи ги имаме нивните правци,доволно е да најдеме точка на рамнината T што лежи и во Π_1 или во Π_2.

На сликата 3°) го наоѓаме првиот прободен F_1 на фронталната права f_T во пресечната точка $F''_1 = f''_T \cap x_1^2$,а на ординалата до хоризонталната проекција f'_T се наоѓа $F'_1 = F_1$. Низ точката F_1 ја повлекуваме хоризонталната трага $t_1 \,//\, h'_T$ или нормална на $n' = A'B'$, во нејзиното продолжување до x_1^2-оската ја добиваме точката T_x,која припаѓа и на фронталната трага t_2.Претходнава трага ја цртаме со користење на точката T_x и правецот f''_T,односно нормалност кон $n'' = A''B''$. Презентираново решение е едно од можните четири рамнини што ги задоволуваат условите на задачата.



Зад.324 – Одредени се траги на рамнината T што минува низ правата a и е нормална на рамнината P(b // c), без да се конструираат нејзините траги.

324. На цртежот се претставени правата a(a',a'') и рамнината P дефинирана со парот паралелни прави b // c : b =C D/C(C',C''),D (D', D'') / и правата c која проаѓа низ точката E(E',E''). Низ правата a да се постави рамнината T ⊥ P ,но без употреба на траги на дадената рамнина.

Потребен и доволен услов заемно да се нормални две рамнини,ако секоја содржи права што е нормална на другата рамнина.Затоа е потребно да се повлече нормална права кон рамнината P. Оваа права е носител на прамен рамнини,секоја од нив е нормална на дадената рамнина.За да се обезбеди едновначност на бараната рамнина од множеството рамнини на праменот рамнини,во задачата стои дека рамнината T треба да ја содржи и дадената права a. Оваа права и нормалата што би ја повлекле кон рамнината P,дефинираат само една иста рамнина T.

ГРАФИЧКО РЕАЛИЗИРАЊЕ НА ПРОСТОРНОТО РЕШЕНИЕ. Низ точката B што се наоѓа на правата a спуштаме нормална права d кон рамнината P,определена со правите b // c. Бидејќи соодветните траги на P не се неопходни,доволно е да конструираме по една права од семејството-праменот хоризонтални прави и од праменот фронтални прави на дадената рамнина. Низ точката D повлекуваме хоризонтала h : D''∈ h'' // x_1^2-оската,која ја сече c'' во точката 1'',а на ординала до c' се добива 1' ,па ја имаме сврзницата

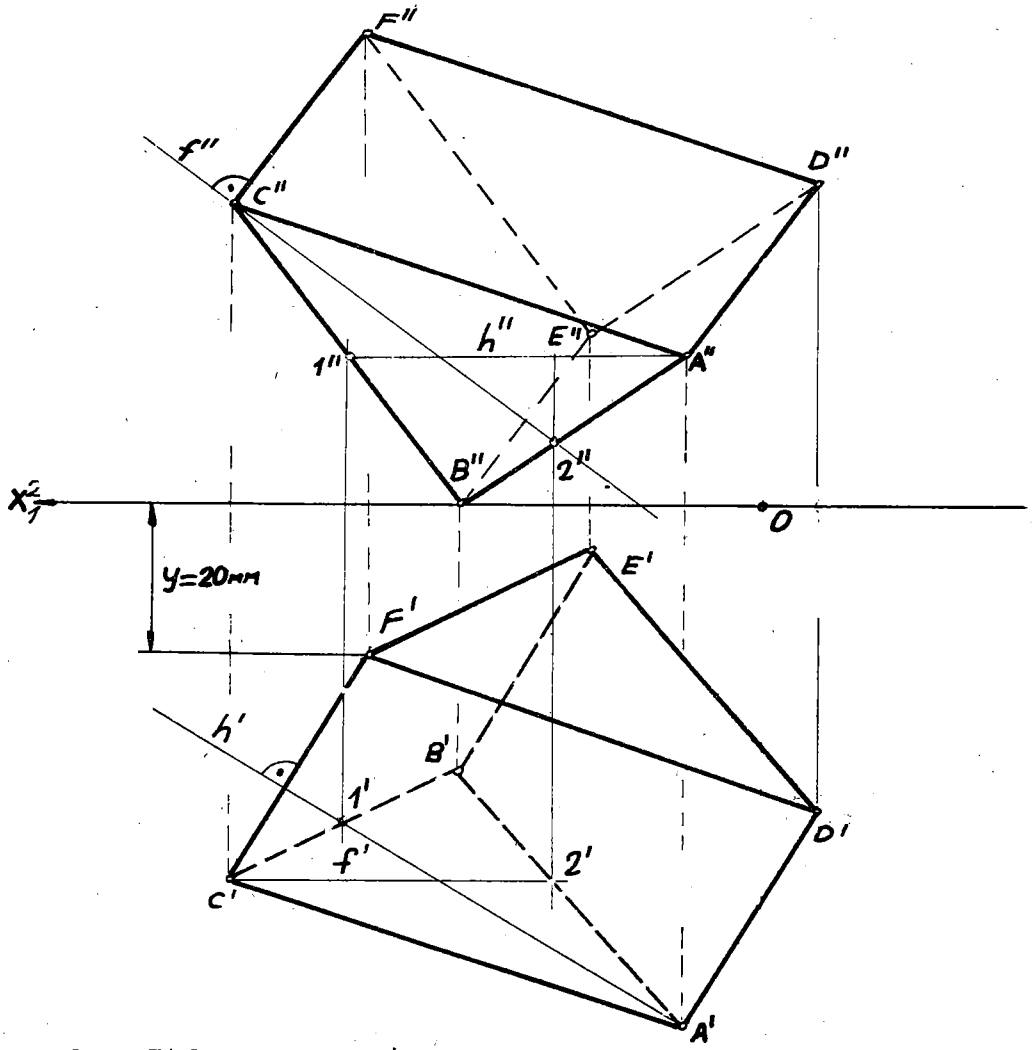
$D'1' = h'$. Кон неа од точката B' ја спуштаме нормалата d' ($d' \perp h'$). Потоа низ точката E ја извлекуваме фронталната права f: $E' \in f'$ // x_1^2-оската, оттаму заедничката точка е $2' = f' \cap b'$, откако одредиме $2''$, ја наоѓаме фронталната проекција $f'' = E''2''$. Спрема фронт. проекција на фронталата повлекуваме нормална права d'' ($d'' \perp f''$). Парот пресечни прави a и d наполно ја фиксираат бараната рамнина T, според условите на задачата. На приложената слика ги цртаме и нејзините траги t_1 и t_2 преку сврзниците на прободите на правите a, d со Π_1 и Π_2, имено: $t_1 = A_1D_1$ и $t_2 = A_2D_2$.

Проверка: $t_1 \cap t_2$ се сечат во иста точка на x_1^2- оската.

343. Во рамнината на триаголникот ABC конструираме хоризонтална права h низ темето A и фронтална f што минува низ темето C. Издигаме нормална права на триаголникот ABC во точката C на соодветните главни прави. На таа нормала наоѓаме точка F, што е пред Π_2 за 20 мм, тоа е $y_F = 20$ мм. Имено под x_1^2-оската извлекуваме паралелна линија на оддалеченост од 20 мм, го бараме нејзиниот пресек со хоризонталната проекција на нормалната права низ C', која ни ја дава F' а на ординалата до соодветната фронтална проекција е F''.

Потоа цртаме проекции на исправена тристрана призма, чија основа е триаголникот ABC и бочен раб отсечката CF, со користење својствата за меѓусебна паралелност на бочните, како и на основните рабови на долната и горната основа на призмата од оригиналот и во проекциите. Двете привидни контури $A'D'E'F'C'A'$ и $A''D''F''C''B''A''$ се извлечени со полни линии, бидејќи го одделуваат телото од околниот простор. Другата видливост ја одредуваме според темињата на телото што се најблиску до x_1^2-оската, тоа значи најдалеку од посматрачот, кои во соодветната проекција не се видливи. За конструирање на видливоста во хоризонталната проекција ја употребуваме фронталната проекција, при која темето B'' е најниско, па според тоа најблизу до x_1^2-оската, тогаш во проекцијата B' не се гледа. Бидејќи B' не припаѓа на контурата, тогаш сите рабови што минуваат низ него се невидливи, ги цртаме со испрекинати линии, додека разминувачкиот раб $D'F'$ на работ $B'E'$ е извлечен со полна линија.

Установуваме видливост во фронталната проекција преку најблиското теме до Π_2, а тоа е E; што е уочливо од неговата хоризонтална проекција - најмала вредност на неговата прва ордината y_E, т.е. E' е најблиску до x_1^2-оската, односно најоддалечено од набљудувачот, затоа во разгледуваната проекција E'' припаѓа на невидливиот дел што го обележуваме со испрекинати линии, додека работ $A''C''$ е видлив и го извлекуваме со полна линија.

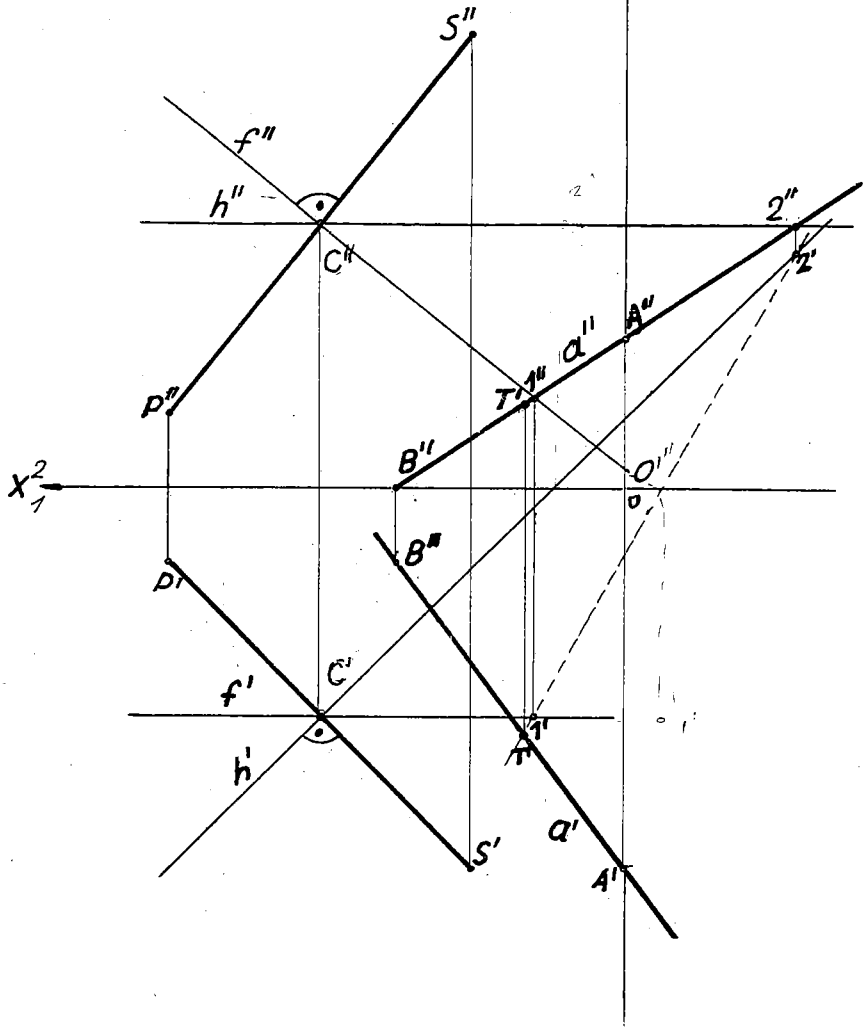


Зад.343-Користејќи го даденот триаголник АВС и издигнатите нормални отсечки се добиени проекции на исправена тристрана призма.

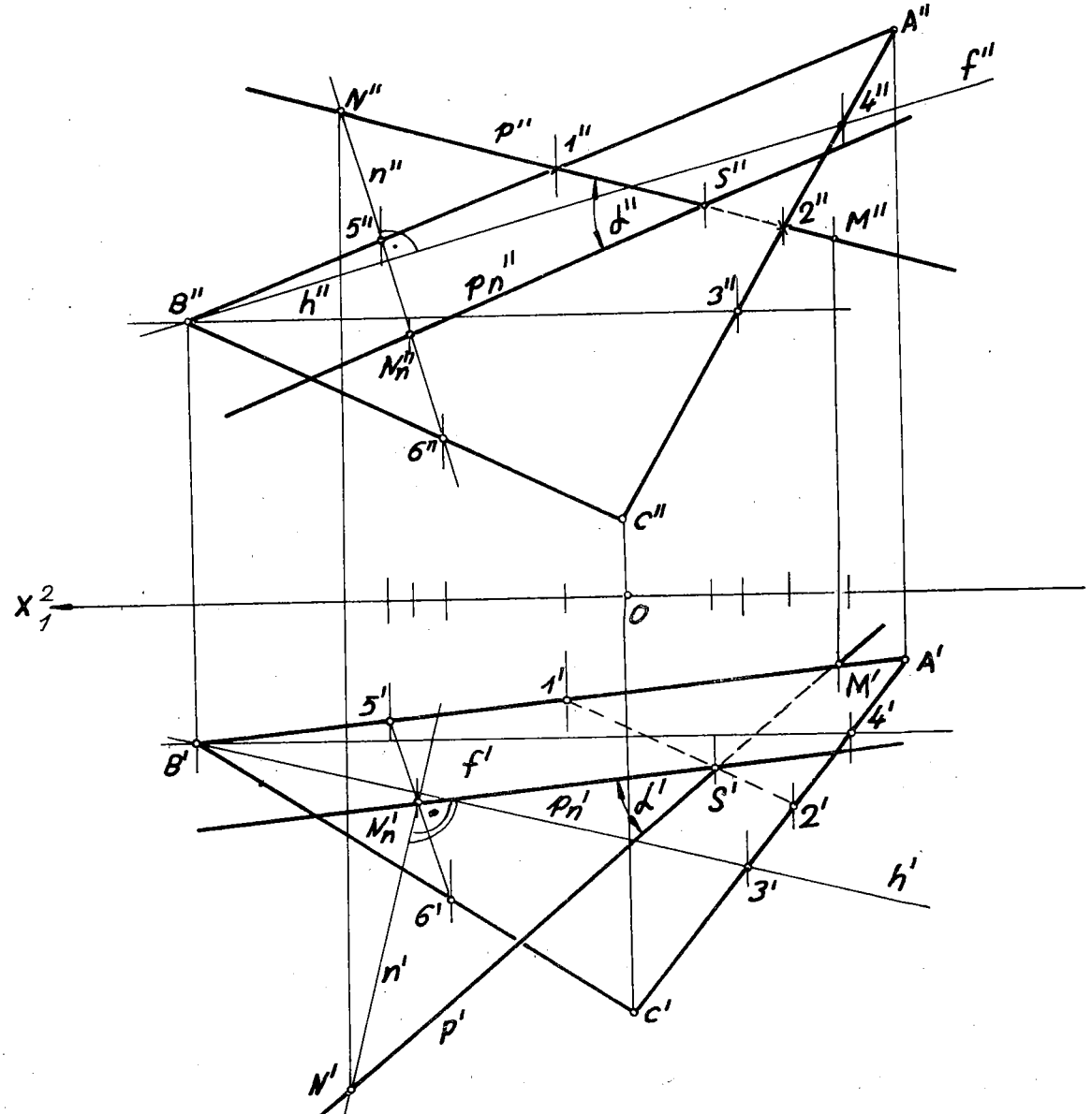
366 Нацртани се правата а=АВ/А(A′,A″),B(B′,B″)/ и точките S(S′,S″) иР(P′,P″). На дадената права се бара точката Т што би била еднакво оддалечена од точките S и Р.

Множество точки еднакво оддалечени од зададените две точки е рамнина што минува низ средишната точка С на сврзницата SP и е номална на неа. Бараната точка Т треба да лежи во вака образуваната рамнина и да припаѓа на правата а, тоа значи дека ќе биде прободна точка на дадената права со споменатава рамнина (симетрична на SP).

Зад.366-На правата а е одредена точката Т која е еднакво оддалечена од дадените точки S и P.



КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Земаме средишна точка С на спојницата SP ($\overline{SC}=\overline{CP}$): низ точката C' ($\overline{S'C'}=\overline{C'P'}$) повлекуваме проекција на хоризонталната права $h' \perp S'P'$ и фронталната права $f' \,//\, x_1^2$-оската, исто така низ C'' исцртуваме $h'' \,//\, x_1^2$-оската и $f'' \perp S''P''$; $h \cap f$ -тоа е симетричната рамнина. Потоа го бараме прободот Т на правата а со рамнината $h \cap f$. За таа цел низ правата а поставуваме помошна фронталнопроектирачка рамнина, чија фронтална трага се совпаѓа со а''. Оваа помошна рамнина ја сече симетричната рамнина во правата 1 2, чија фронтална проекција е 1'' 2'', од која 1'' е на f'' и 2'' на h'', откако ќе ги добиеме нивните хоризонтални проекции на соодветните главни прави, ќе ја имаме проекцијата 1' 2' на пресечната права 1 2. Хоризонталната проекција T' на прободот Т на правата а со рамнината $h \cap f$ е заедничката точка на a' и 1' 2', а на ординалата до фронталната проекција а'' се наоѓа проекцијата Т''.



Зад.393 – Одредена е ортогоналната проекција p_n на правата $\underline{p}$ врз рамнината на триаголникот ABC и проекциите на остар агол меѓу дадената права и триаголникот.

393. Зададени се монжови проекции на триаголникот ABC и на правата p=M N . Да се најде нормалната проекција p_n на дадената права врз рамнината на триаголникот, како и проекциите на аголот што таа права ги зафаќа со споменатава рамнина. Низ правата $\underline{p}$ може да се постави рамнина нормална на полигонот, нејзиниот пресек со рамнината на триаголникот е бараната права p_n , која е ортогонална проекција на дадената права $\underline{p}$.

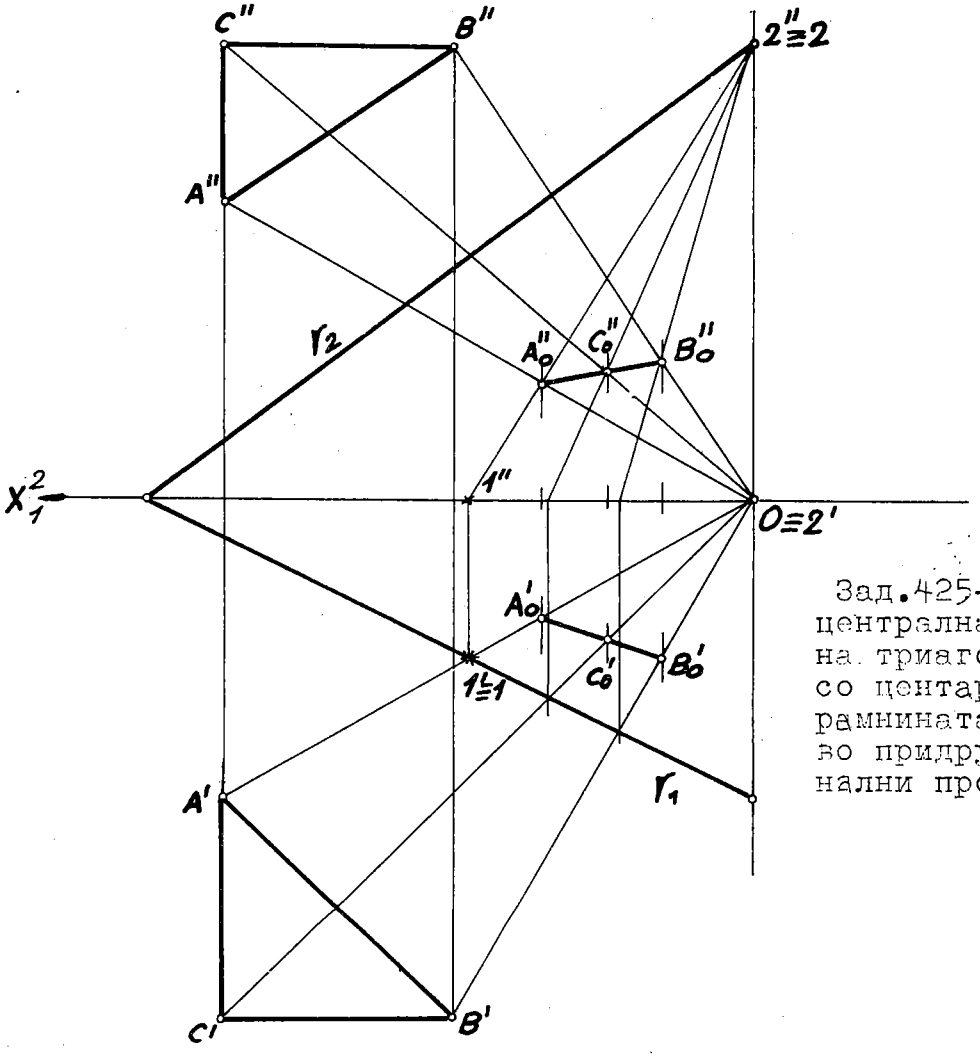
ГРАФИЧКО РЕШЕНИЕ. Го наоѓаме прободот S на правата $\underline{p}$ и триаголникот ABC со поставување фронталнопроектирачка рамнина низ $\underline{p}$: $p'' \cap A''B''C'' = 1''2''$, каде 1 припаѓа на страната AB а 2 на страната AC, во хоризонталната проекција $1'2' \cap p' = S'$ е хоризонтална проекција на заедничката точка S од правата $\underline{p}$ и триаголникот ABC, т.е. таа

припаѓа и на p_n .За да биде p_n наполно определена доволно е да најдеме нормална проекција на една точка од правата $\underline{p}$,на пр.N врз рамнината на триаголникот - N_n. Откако ќе ги конструираме проекциите h', h'' ; f', f'' на хоризонталната h=B3 и фронталната права f=B4 на дадениот триаголник,поставуваме нормална права $\underline{n}$ кон нив од точката N : $N' \in n' \perp h'$ и $N'' \in n'' \perp f''$. Преку помошна рамнина нормална на Π_2 ја

наоѓаме прободната точка N_n на правата $\underline{n}$ со триаголникот ABC.Сврзницата $S N_n$ е бараната права p_n ,чии проекции се $p_n' = S'N_n'$ и $p_n'' = S''N_n''$.

Аголот меѓу права и рамнина е остриот агол што го затвора дадената права со нејзината ортогонална проекција врз споменатава рамнина.Според тоа,во нашиов случај монжови проекции на остар агол меѓу правата $\underline{p}$ и рамнината на триаголникот ABC се: $\measuredangle \alpha' = \measuredangle p', p_n'$ и $\measuredangle \alpha'' = p'', p_n''$

На приложената слика е извлечена видливоста на правата $\underline{p}$ во однос на рамката на триаголникот ABC,со уочување на нејзини делови над Π_1,односно пред Π_2 во однос на соодветни делови на триаголникот.



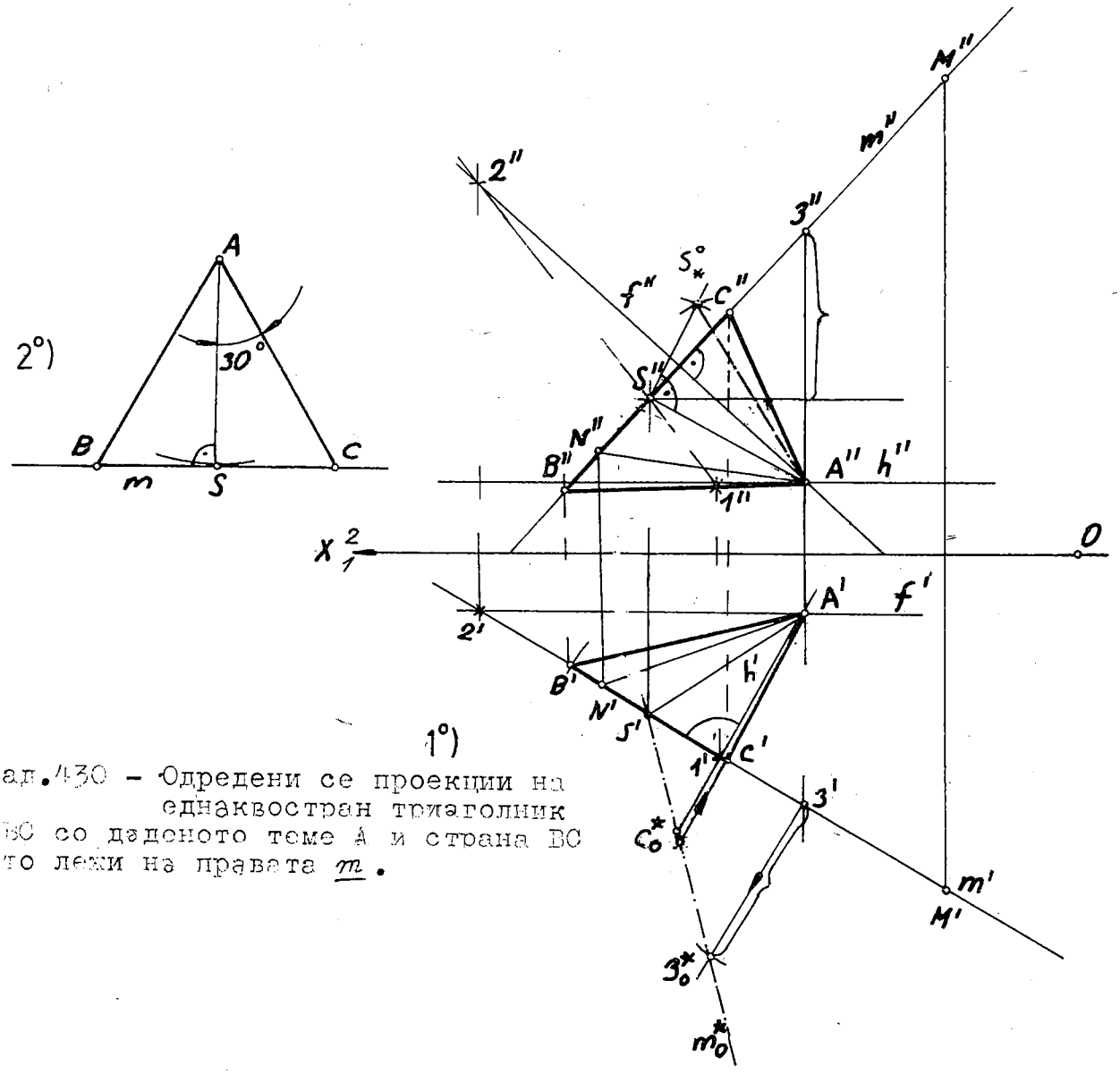
Зад.425-Нацртана е централна проекција на триаголникот ABC со центарот O врз рамнината T,прикажана во придружени ортогонални проекции.

425. Претставени се триаголникот ABC/A(A′,A″),B(B′,B″),C(C′,C″)/ и рамнината P/r_1 r_2/.Конструирајте централна проекција на дадениот триаголник врз фиксираната рамнина,земајќи го како центар на проектирање координатниот почеток O.

РЕШЕНИЕ.Секое теме го поврзуваме со точката O во монжови проекции,потоа бараме прободни точки на централните проектирачки зраци AO,BO иCO со рамнината T, со користење на хоризонтално проектирачки рамнини.На приложениот цртеж детално е покажано со означување за полуправата(зракот) AO :1″ 2″ ∩ A″ O=A''_o,а на една ординала до A′ O ја наоѓаме хоризонталната проекција A'_o.Со оглед на положбата на дадениот триаголник спрема Π_1 и Π_2,добиваме дека неговата централна проекција е отсечката $A_oB_oC_o$,во двете проекции: $A'_oB'_oC'_o$ и $A''_oB''_oC''_o$.

430. На приложената сл.1°) фиксирани се точката A(A′,A″) и правата m=MN MN /M(M′,M″), N(N′, N″)/.Треба да се нацртаат проекции на еднаквостран триаголник ABC со едно теме A,додека другите две темиња B и C лежат на дадената права. Растојанието од темето A до правата m е должина на висината на бараниот триаголник. Подножна точка S на таа висина ја добиваме ако низ точката A поставиме рамнина нормална на дадената права,со повлекување на главните прави,имено h′⊥m′ и h″ // x_1^2 -оската,а фронталната права f : f′ // x_1^2 -оската и f″⊥m″,одредувајќи прободS на правата m со вака дефинираната рамнина h∩f .Преку вториот диференцијален триаголник ја наоѓаме вистинската должина AS на висината,која на помошната слика 2°) ја користиме заедно со аголот од 30° за конструирање хипотенуза AC на правоаголен триаголник ASC од еднаквостраниот триаголник ABC.Должината $\overline{SC}=\overline{SB}$ ја нанесуваме на сликата 1°) со употреба на првиот диференцијален триаголник за отсечка,чии крајни точки се S и 3(точката 3 ја земаме произволно на правата m),од каде прек $\overline{S'C'_o}=\overline{SC}$ ја добиваме C′ и на ординалата до фронталната проекција m″ ја наоѓаме C″, додека B′ ја одредуваме со пренесување должината на проекцијата од растојанието $\overline{S'C'}=\overline{S'B'}$ на спротивната страна,а фронталната проекција B″ лежи на ординалата до проекцијата m″.

Триаголниците A′ B′ C′ и A″ B″ C″ се монжови проекции на бараниот еднаквостран триаголник ABC.

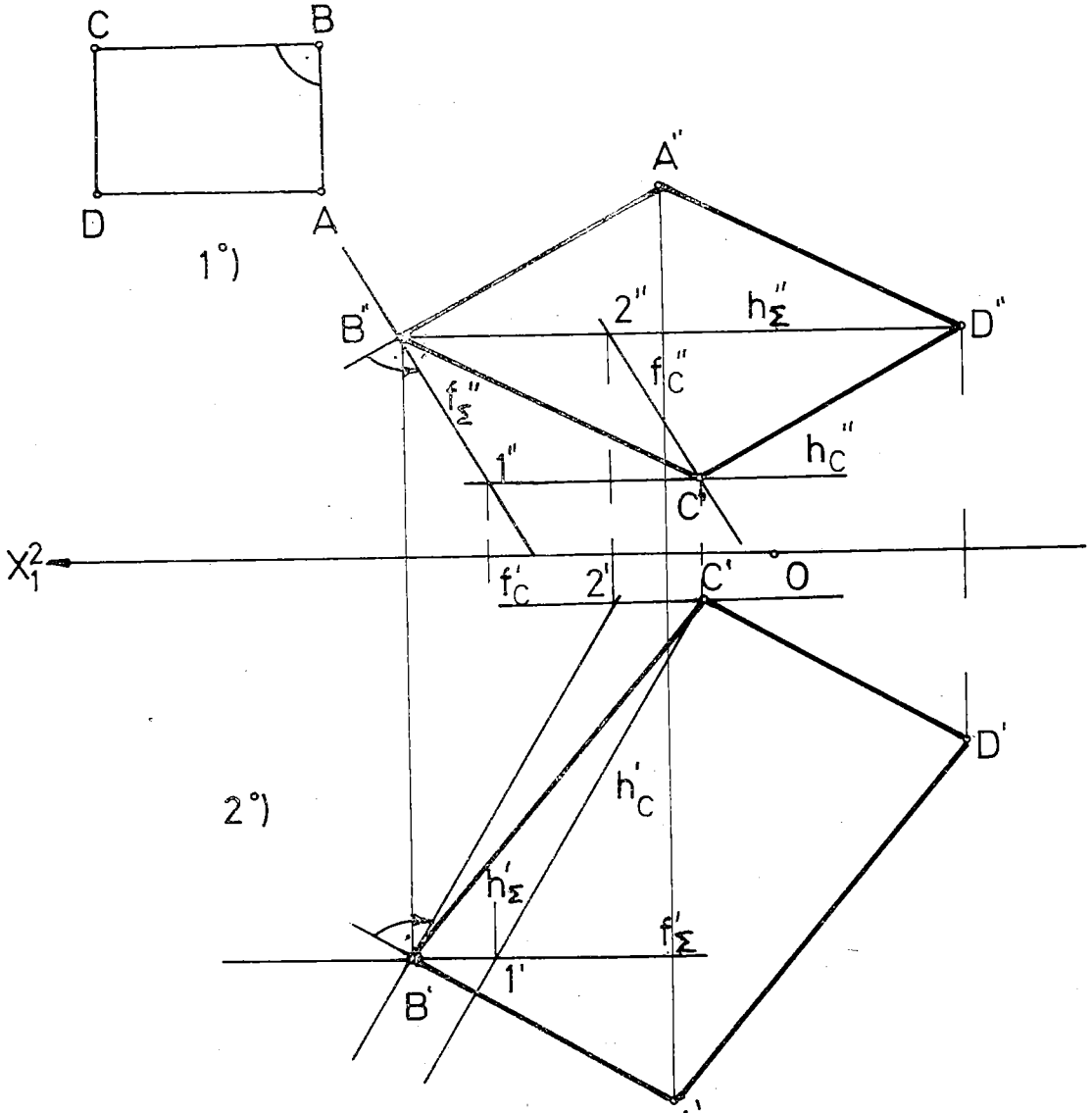


Зад.430 – Одредени се проекции на еднаквостран триаголник АВС со дадоното теме А и страна ВС што лежи на правата m.

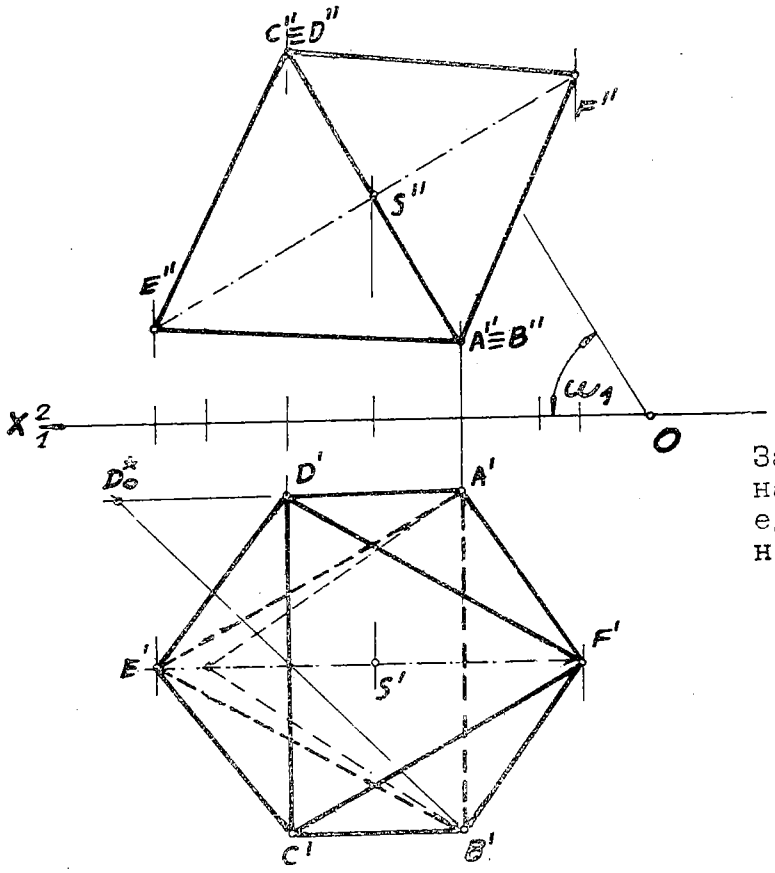
440. Да се нацртаат проекции на правоаголникот ABC D,кој е определен со темињата A(A',A''),B(B',B''),C(?,C''),D (?,?) -на сл.2°).

На помошниот цртеж 1°) е дадена ортогонална слика на некој правоаголник ABCD . Од неа може да установиме како треба да воспоставиме врска меѓу зададените елементи и бараните.За таа цел низ темето B поставуваме рамнина Σ нормална на страната AB во која треба да лежи темето C,чија хоризонтална проекција C' не е определена.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Цртаме проекции на главни прави h_Σ, f_Σ на рамнина Σ, низ точката B : $B' \in h'_\Sigma \perp A'B'$ и $B'' \in h''_\Sigma // x_1^2$-оската, $B' \in f'_\Sigma // x_1^2$-оската и $B'' \in f''_\Sigma \perp A''B''$. Во таа рамнина лежи точката C, чија фронтална проекција C'' е зададена, нејзината хоризонтална проекција C' ја наоѓаме, на пример преку хоризонталната права h_C (f_C) на споменатава рамнина, што е покажано на сликата 2°). Четвртото теме D го одредуваме со користење својството за паралелност на спротивните страни кај правоаголникот, односно паралелограмите во проекции. Графичка проверка : сврзницата $D'D''$ мора да претставува ординала на темето D .



Зад.440-Приказ на правоаголникот ABCD .

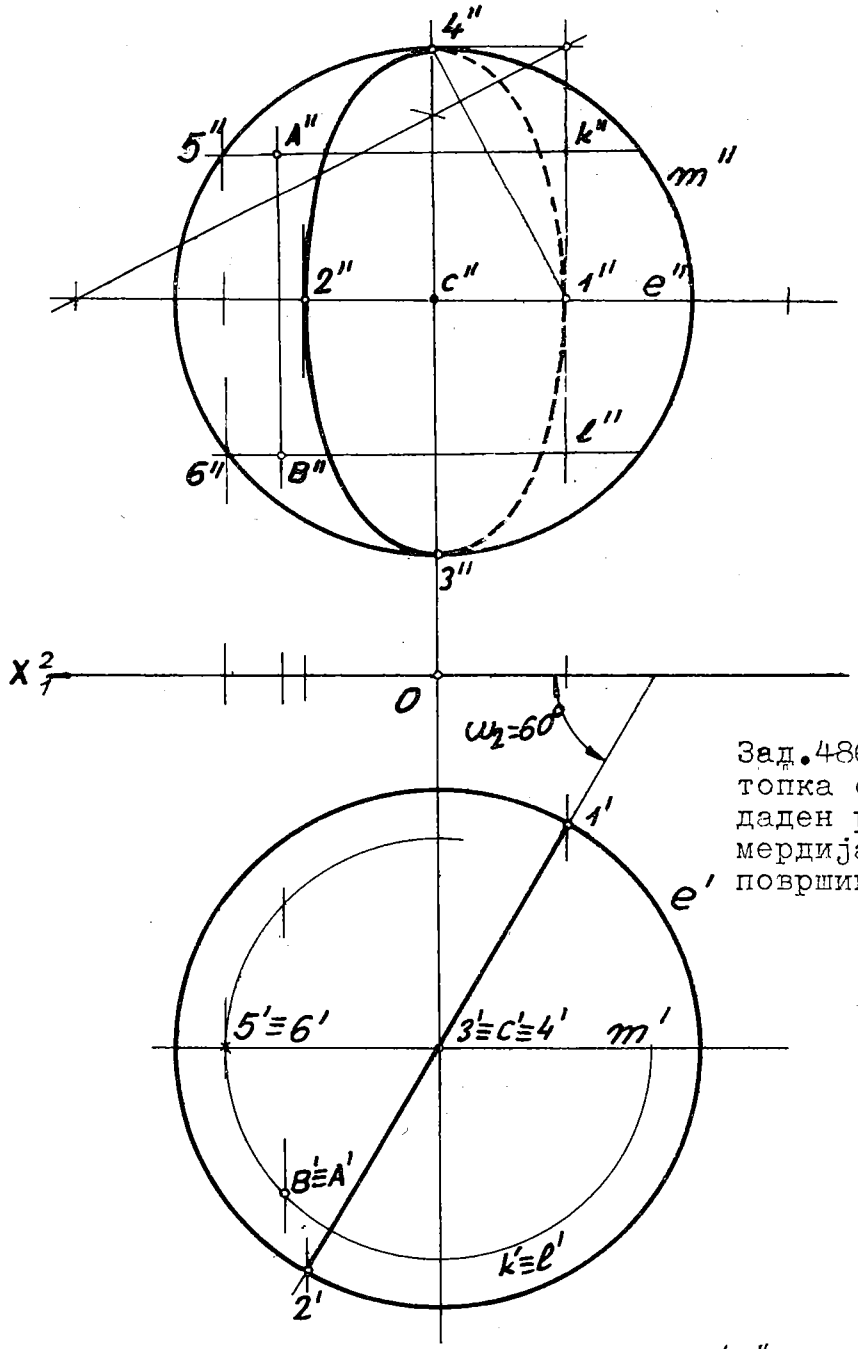


Зад.467 - Монжови проекции на правилен октаедар чиј еден дијагонален пресек е нормален на Π_2.

467. Се бараат проекции на правилен октаедар ABC DEF, чиј дијагонален пресек ABCD е во фронталнопроектирачка положба, од кој се дадени работ AB/A(A', A''), B(B', B'')/ и првиот наклонет агол ω_1 на рамнината ABCD.

РЕШЕНИЕ. Дијагоналниот пресек ABCD во фронтална проекција се јавува во отсечка $A''D''=B''C''$, која со x_1^2-оската зафаќа агол од 60° ($\omega_1=60^o$), чија должина изнесува колку работ на октаедарот $\overline{AB}=\overline{A'B'}$, заради специјалната положба на зададениот раб AB. Од две можни положбени решенија на цртежот го земаме случајот кога правецот на $A''D''=B''C''$ со позитивната насока на x_1^2-оската го затвораат аголот ω_1. Бидејќи $\overline{A''D''}=\overline{B''C''}=\overline{AB}$, тогаш нивните хоризонтални проекции $A'D'$ и $B'C'$ се паралелни со x_1^2-оската. Дијагоналата EF има фронтална положба ($EF \parallel \Pi_2$), чија големина ја определуваме со $\overline{B'D^*}$, така што $E''F''$ минува низ средишната точка S'', која всушност е пресечна точка на трите дијагонали на октаедарот. Извлечена е нејзината хоризонтална проекција $E'F' \parallel x_1^2$-оската.

Видливите рабови ги извлекуваме со полна линија во фронталната и хоризонталната проекција на октаедарот, кај претходнава проекција сврзниците $A'B'$, $A'E'$ и $B'E'$ ги цртаме со испрекинати линии бидејќи имаат најниски висини од другите рабови на телото во однос на Π_1.



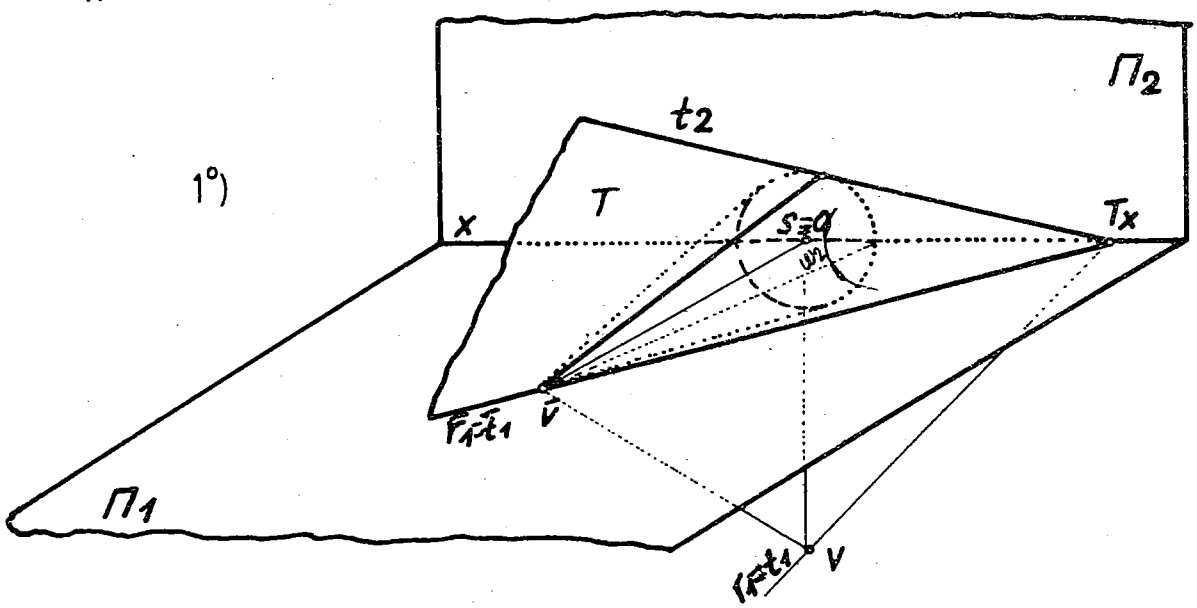
Зад.486 - Претставена е топка со центарот С и r даден радиус, еден нејзин мердијан и точки на таа површина.

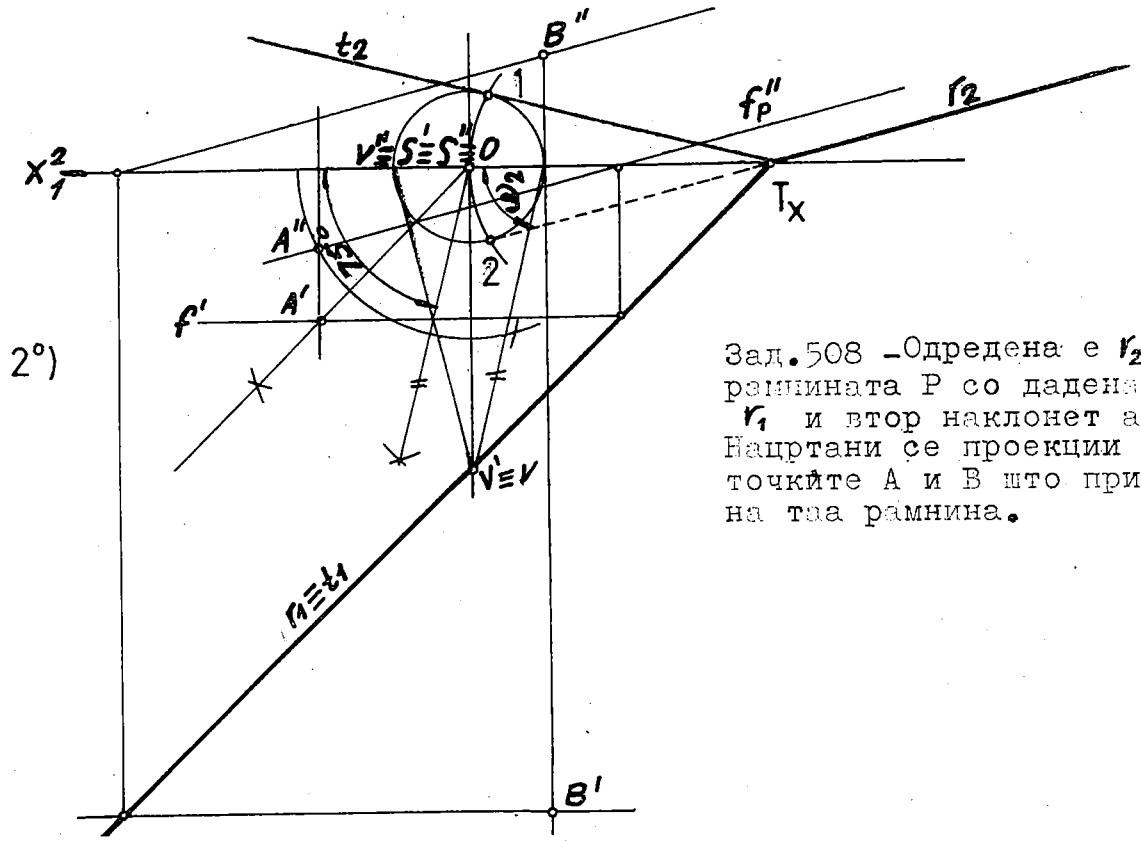
486. Зададена е топка со нејзиниот центар $C(C', C'')$ и радиусот r .Ла се нацрта мердијан чија рамнина е нормална на Π_1 а со Π_2 образува агол $\omega_2=60^\circ$. Одредете фронтална проекција на точки $A(A', ?)$ и $B(B', ?)$ што припаѓаат на површината на топката!

ГРАФИЧКО РЕШЕНИЕ: Со центрите C' и C'' се нацртани два складни круга e' и m'' со полупречник $r=35$ мм, кои се хоризонтална e' и фронтална m'' привидна контура на топката.

Низ точката C' под агол $\omega_2 = 60^\circ$ спрема позитивната насока на x_1^2-оската е извлечена хоризонталната проекција на мердијан што се јавува во отсечка $1'\,2'$ колку што изнесува дијаметарот на дадената топка. Овој мердијан во фронтална проекција се јавува во елипса $3''\,1''\,4''\,2''$, бидејќи неговата рамнина стои косо спрема Π_2. Зададени

се точките A и B на површината на топката со хоризонтални проекции $A' \equiv B'$. Низ нив а со радиус $\overline{C'A'} = \overline{C'B'}$ извлекуваме два споредни круга к и 1 што се совпаѓаат $к' \equiv 1'$. На приложениот цртеж наоѓаме фронтални проекции на к'' и 1'' , преку контурните точки 5'' и 6'' , коишто се јавуваат во отсечки паралелни со x_1^2 -оската. На нив а на ордината од $A' \equiv B'$ ги добиваме A'' на к'' и B'' на 1''





Зад. 508 – Одредена е r_2 на рамнината P со дадени трага r_1 и втор наклонет агол ω_2. Нацртани се проекции на точките A и B што припаѓаат на таа рамнина.

508. Да се конструира фронтална трага r_2 на рамнина P/r_1 , ?/ со зададен втор наклонет агол ω_2, потоа проекции на точките A(A', ?) и B(?, B'') што лежат во дадената рамнина (да се земе онаа што има дивергентни траги).

На просторната скица 1°) е покажано како низ произволна точка на хоризонталната трага, на пр. V , се поставени множество прави кои со Π_2 градат агол $\omega_2 = 75^\circ$.

Тие образуваат ротационен конус чија оска е нормална на Π_2, а неговите изводници се полуправите што минуваат низ врвот V и со Π_2 зафаќаат агол од 75°, така што неговата основа е кружница што лежи во Π_2 и има центар S, а радиусот е помалата катета на правоаголен триаголник со даденият агол (75°). Низ врвот V може да се конструираат множество рамнини кои го допираат (обвиваат) конусот. Бараната рамнина треба да минува и низ правата r_1, тогаш такви рамнини, ако постојат, има две T, P, односно една, при што фронталните траги t_2, r_2 ќе ја тангираат кружницата -основата на конусот.

ГРАФИЧКА РЕАЛИЗАЦИЈА е целосно изведена во монжови проекции на сл.2°). Низ V' е спуштена катета и нанесен агол од 75° на x_1^2-оската, со тоа е нацртан правоаголен триаголник, кој дополнет со нему симетричен ја определува хоризонталната проекција на ротациониот конус со врв во точката $V' \equiv V$ и центар S' на x_1^2-оската, од каде го добиваме радиусот на основата на конусот. Тој круг лежи во Π_2 и неговата фронтална проекција со центар $S'' \equiv S'$ е извлечена. Потоа од точката T_x конструираме тангенти кон спомената кружница, тоа се правите t_2 и r_2. Тие претставуваат фронтални траги на рамнини P, T што го задоволуваат условот на задачата.

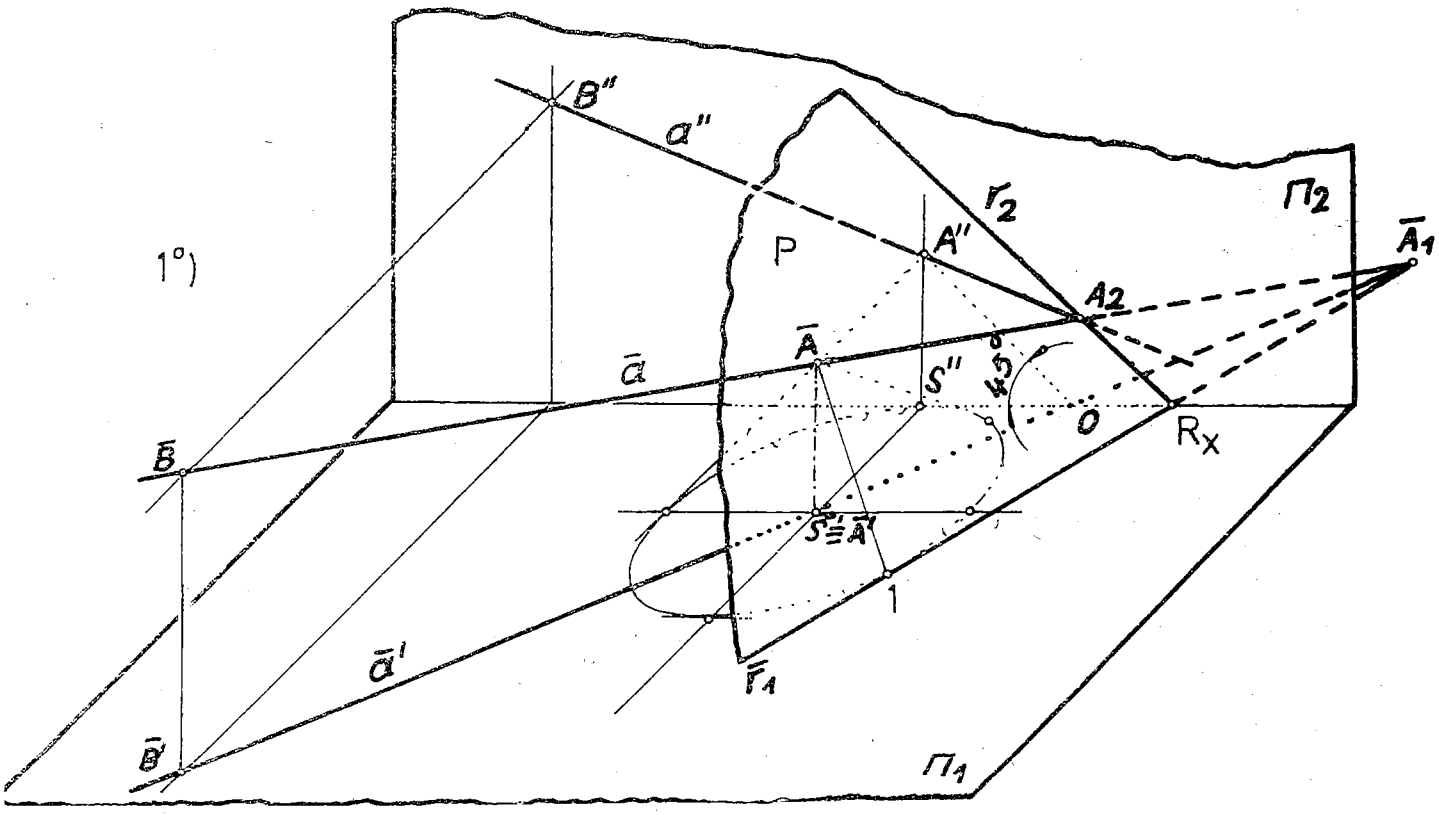
Во рамнината P со дивергентни траги r_1 и r_2 ги наоѓаме соодветните проекции на точките A и B, кои лежат во дадената рамнина. Повлекуваме фронтална права $f'_P \parallel x_1^2$-оската, со нејзина помош ја одредуваме f''_A на која припаѓа проекцијата A'' а на ординалата од A'. Потоа низ B'' цртаме фронтална права паралелна со r_2, ја добиваме нејзината хоризонтална проекција а во нејзиниот пресек со ординалата низ B'', ја наоѓаме бараната проекција B'.

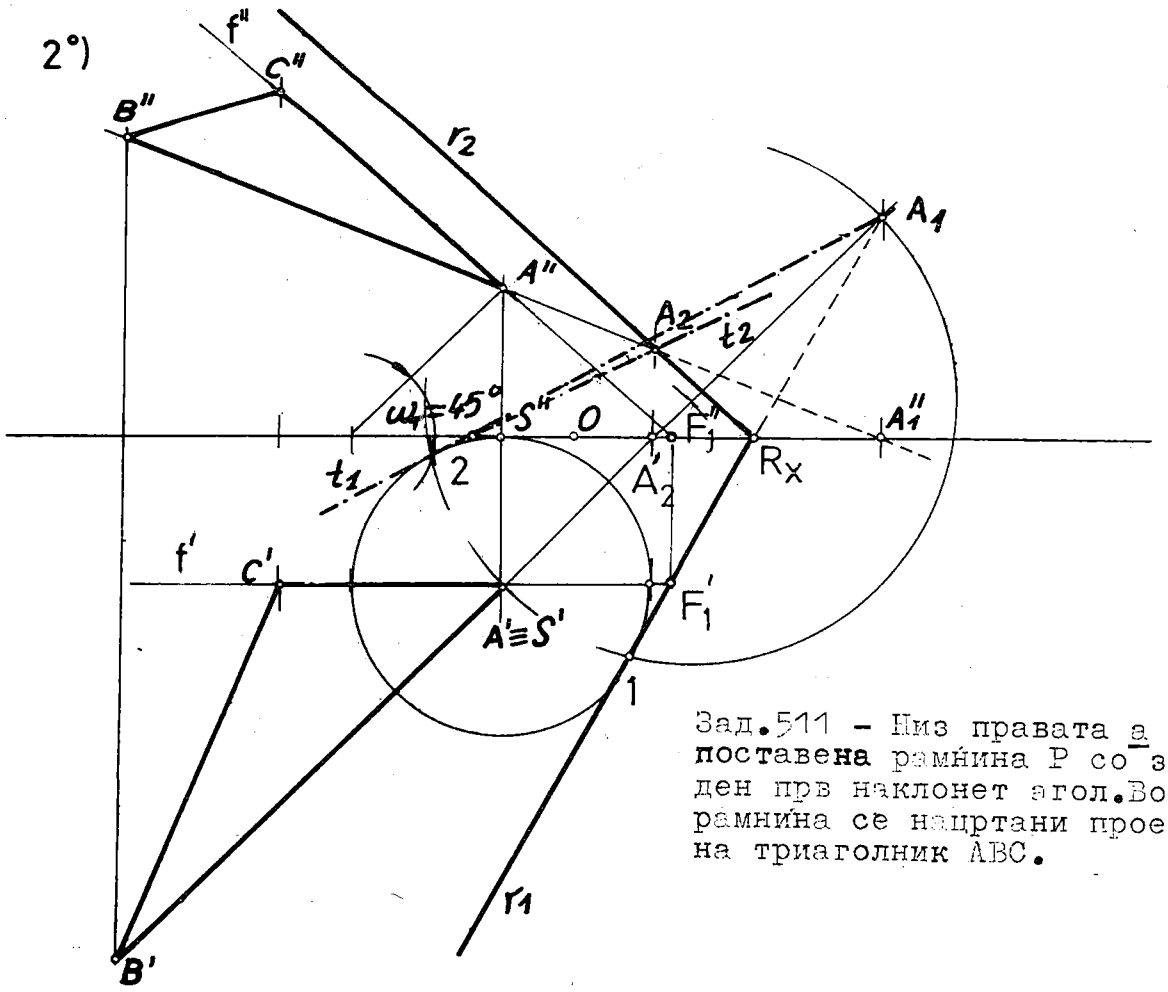
511. Определени се правата $a=AB/A(A',A''),B(B',B'')/$ и првиот наклонет агол ω_1 на рамнина P што минува низ дадената права. Да се нацртаат проекциите на триаголникот ABC што лежи во таа рамнина, ако должината на страната $\overline{AC}$=40 мм и има фронтална положба.

РЕШЕНИЕ. Низ точката A замислуваме повлечени множество прави со агол од 45° спрема Π_1. Тоа е ротационен конус со оска нормална на Π_1, врв A и изводници што зафаќаат со Π_1 агол од 45°. Треба да се одреди рамнината P со аголот $\omega_1=45^\circ$ на која припаѓа правата a. Такви се оние рамнини што го тангираат конусот. На сл.1°) е прикажано нагледно споменатиот конус и едно од можните две решенија.

КОНСТРУКЦИЈА во ортогонални проекции е изведена на црт.2°) .Низ точката A'' повлекуваме катета (оска на бараниот конус) и аголот од 45° го нанесуваме на x_1^2-оската,со тоа сме ги одредиле елементите за да се нацрта фронтална проекција на ротационен конус со врв во А и центар во S.Неговата основа лежи во Π_1 со центар во $S' \equiv A'$ и радиусот го земаме од фронталната проекција на конусот (должината на катетата што лежи на x_1^2 -оската чие едно теме е S'').Хоризонталните траги r_1 и t_1 на бараните рамнини P и T,кои го допираат конусот,треба да ја тангираат основата на конусот и да минуваат низ првиот прободен A_1 на дадената права со Π_1. За таа цел од точката A_1 точно цртаме тангенти кон кружницата со центар во A', ги добиваме допирните точки 1 и 2.Сврзниците $1A_1 = r_1$ и $2A_1 = t_1$ се хоризонталните траги а спојувајќи го R_x ја наоѓаме фронталната трага $R_x A_2 = r_2$ на рамнината P со конвергентни траги .На истиот цртеж ја извлекуваме и трагата t_2 на рамн.T.

На крајот,низ точката A'' ја повлекуваме фронталната права f'' врз неа ја нанесуваме страната $\overline{A''C''} = \overline{AC} = 40$ мм,го наоѓаме F_1'',а оттаму и F_1 на трагата r_1.На правата f' а на ординалата од C'' се наоѓа проекцијата C' од третото теме C на триаголникот ABC.



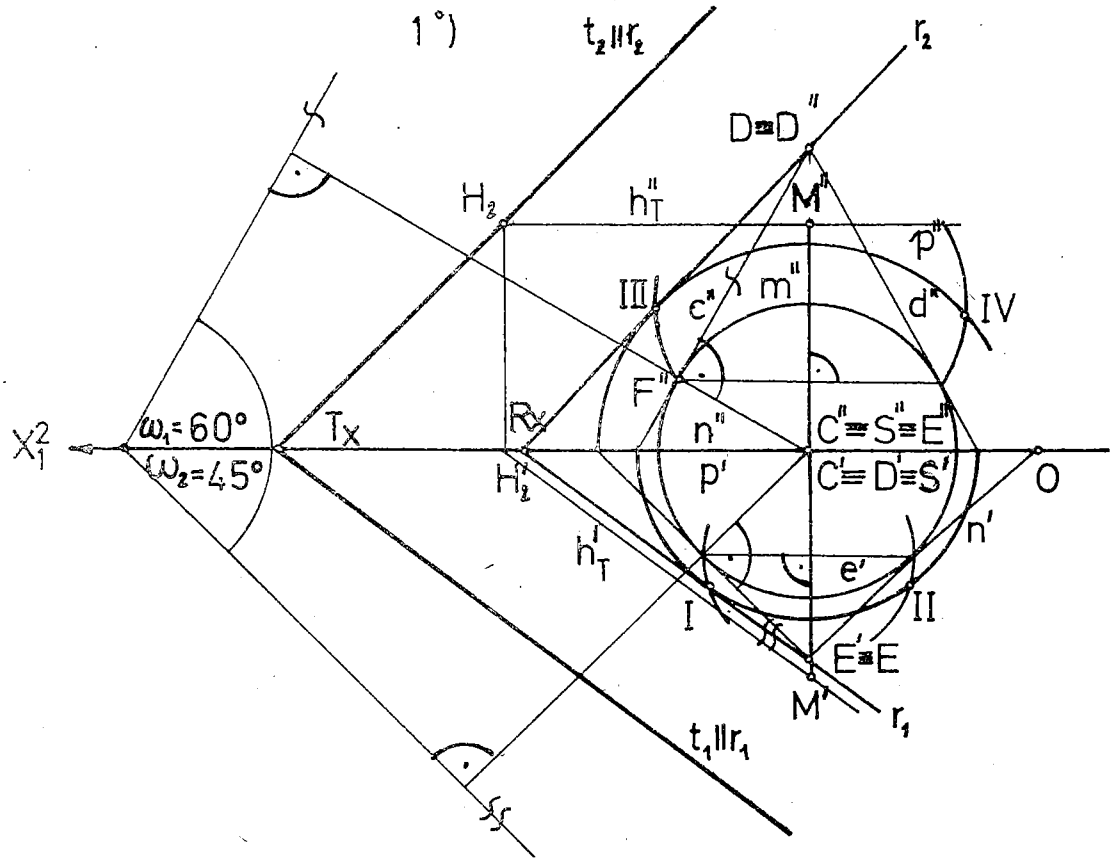


Зад.511 - Низ правата a е поставена рамнина P со зададен прв наклонет агол. Во таа рамнина се нацртани проекции на триаголник ABC.

515. На цртежот 1°) е претставена точката $M(M', M'')$ и наклонетите агли $\omega_1 = 60^\circ$ и $\omega_2 = 45^\circ$. Низ дадената точка да се постави рамнина T, која со Π_1 образува агол ω_1 а со Π_2 агол ω_2.

Услов за егзистенција на решение е задоволување на релацијата $90^\circ < \omega_1 + \omega_2 < 180^\circ$, што за задачава е исполнето $(60^\circ + 45^\circ = 105^\circ)$.

Бараната рамнина треба да минува низ точката M под агол ω_1 спрема Π_1. Ова барање го задоволуваат множество рамнини кои допираат (обвиваат) ротационен конус со врв во точката M, чија оска е нормална на Π_1 и неговите изводници (генератриси) се наклонети под агол ω_1 спрема Π_1. Исто така, таа рамнина, освен што проаѓа низ истата точка M, треба да образува агол ω_2 со Π_2. Овој услов го задоволуваат множество рамнини што тангираат ротационен конус со врв во M, неговата оска е нормална на Π_2 и генератрисите се наклонети под агол ω_2 кон Π_2. Затоа бараната рамнина T ќе треба да се добие како заедничка тангентна рамнина на двата ротациони конуса со заеднички врв. За таа цел избираме произволна сфера околу која ги конструираме претходниве два конуса, како допирни конуси кон неа.



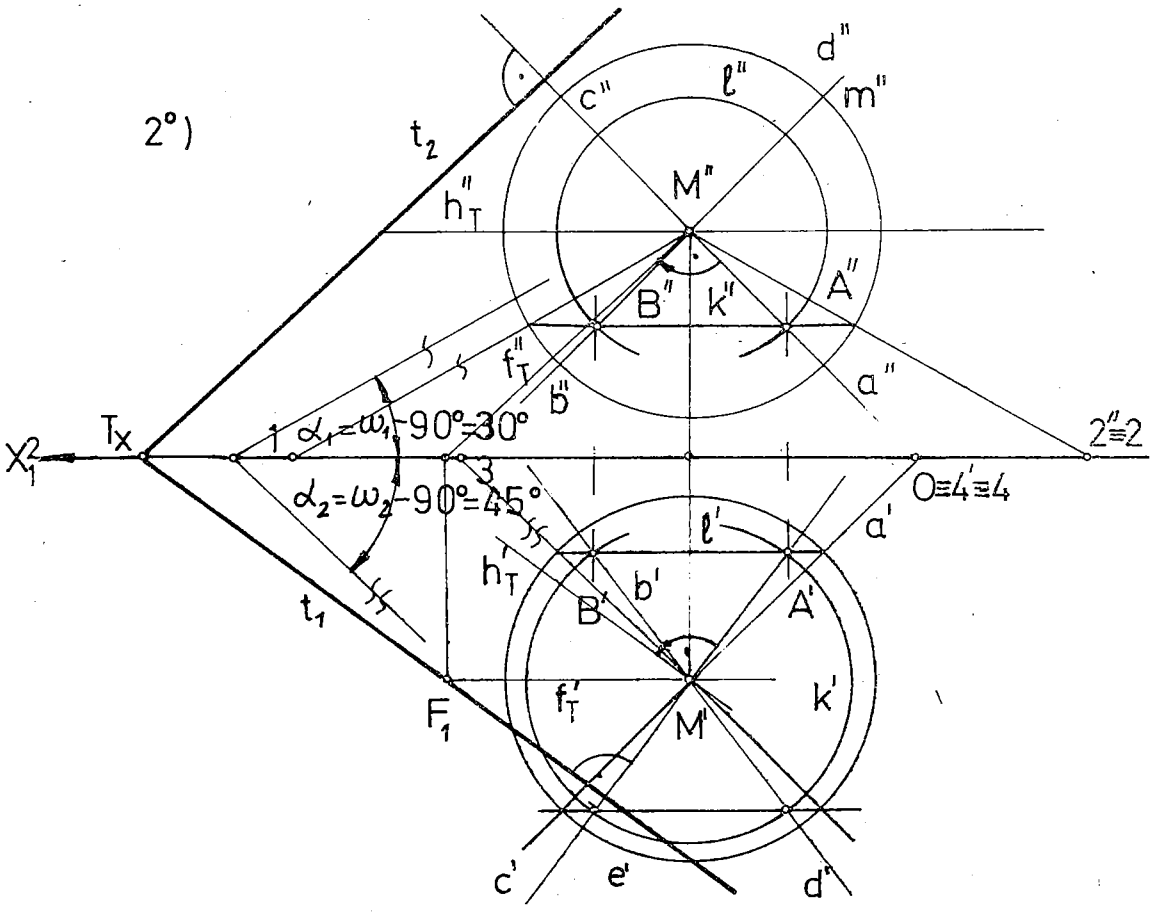
Зад.515 - 1°) Поставување рамнина T низ точката M со зададени наклонети агли.

ГРАФИЧКО РЕШЕНИЕ. Земаме произволна сфера со центар $C(C', C'')$, кој се наоѓа на пресекот на ординалата $M'M''$ со x_1^2-оската: $C' \equiv C''$. Околу неа опишуваме допирен ротационен конус, чии изводници со Π_1 зафаќаат агол од 60°, на тој начин што низ C'' повлекуваме нормала кон правецот со наклон од 60°. Во пресекот со фронталната контура на сферата ја добиваме допирната точка F'', низ неа нацртуваме права c'' со агол од 60° спрема x_1^2-оската, која претставува контурна изводница на првиот допирен ротационен конус со врв $D(D' \equiv C', D'')$ и центар $S(S', S'')$, $S'' = S'$. Контурни изводници во фронтална проекција се c'' и d'', основата е во Π_1, чија фронтална проекција е n'', а хоризонталната е кружницата n', за која е извлечена полукружницата. Според аналогна постапка го одредуваме вториот допирен ротационен конус, чии изводници со Π_2 градат агол од 45°, така што за негов врв ја добиваме точката $E(E', E'' = C'')$, со основа кружницата $p(p', p'')$ што има центар $S \equiv S' \equiv S''$, која е нацртана како дел од полукружница. Бараната рамнина T треба да биде допирна истовремено кон двата конуса.

Земаме помошна рамнина $P \parallel T$, чија хоризонтална трага r_1 треба да помине низ

точката $E \equiv E'$ и да ја тангира основата n' на првиот допирен конус, во допирна точка I, односно II . Го усвојуваме едното решение со изборот на точката I, според тоа, $EI = r_1$, која права ја сече x_1^2-оската во точката R_x, така што сврзницата $R_x D = r_2$ е фронталната трага, којашто мора да ја допира основата на вториот конус p'' во точката III. На крајот, низ дадената точка $M(M', M'')$ ја конструираме бараната рамнина $T // P$: $M' \in h'_T // r_1$ и $M'' \in h''_T // x_1^2$-оската, ја добиваме хоризонталната права h_T, чиј втор прободе H_2. Тогаш низ точката $H_2 \in t_2 // r_2$, а низ $T_x \in t_1 // h'_T // r_1$.

Според зададените елементи, образложената и изнесената конструкција, можни се четири решенија, четири рамнини што ги задоволуваат условите на задачава.



Зад. 515 -2°) Низ точката M е конструирана рамнината T со дадени наклонети агли спрема Π_1 и Π_2, преку правата a што е нормална на T.

515. На приложената слика 2°) одредени се трагите на рамнината T што поаѓа низ точката $M(M', M'')$ и со проекционите рамнини Π_1, Π_2 гради агли $\omega_1 = 60°$ и $\omega_2 = 45°$, но тоа е реализирано индиректно(посредно) преку конструирање права, на пример $a = AM$, која е нормална на бараната рамнина. Бидејќи припадните агли на рамнината T и нејзината нормална права a со Π_1 ги образуваат првите наклонети агли : ω_1 и α_1, тие го задоволуваат равенството $\alpha_1 + \omega_1 = 90°$, земајќи го предвид $\omega_1 = 60°$, тогаш $\alpha_1 = 30°$. И соодветно со Π_2: $\alpha_2 + \omega_2 = 90°$, оттаму вториот наклонет агол на правата a е $\alpha_2 = 90° - 45° = 45°$.

РЕШЕНИЕ. Баранава права $\underline{a}$ треба да минува низ точката M и со Π_1 да образува агол $\alpha_1=30^\circ$. Тоа ќе биде ротационен конус со оска нормална на Π_1, врв во точката M, а неговите изводници со Π_1 зафаќаат агол од 30°, чија основа е кружница што лежи во Π_1. Правата $\underline{a}$ треба да припаѓа и на друг ротационен конус со истиот врв M, оската $\perp \Pi_2$, чии изводници со Π_2 градат агол $\alpha_2=45^\circ$, неговата основа се наоѓа во Π_2. За таа цел е потребно да ја одредиме заедничката генератриса на двата конуса, кое може да се постигне ако нив ги пресечеме со сфера чиј центар е M, но со произволен радиус. На цртежот ќе конструираме сфера со произволна големина, во хоризонталната проекција со центар M' и нејзина контура e' (екватор), додека во фронтална чиј центар е M'' и контура m'' (главен мердијан). Низ точката M'' го конструираме првиот ротационен конус чии изводници со Π_1 затвораат агол $\alpha_1=30^\circ$, кој се јавува во вистинска големина во Π_2, негови контурни изводници се $1M''$ и $2M''$. Неговиот пресек со сферата дава две хоризонтални кружници, од кои само една е нацртана k'', се разбира, таа се јавува во отсечка паралелна со x_1^2-оската а во хоризонталната проекција во кружницата k'. Со аналогна постапка го прикажуваме вториот ротационен конус со истиот врв M но со изводници кои спрема Π_2 градат агол $\alpha_2=45^\circ$, две од нив $M'4$ и $M'3$ се јавуваат во Π_1 во вистинска големина (контурни изводници). Овој конус ја сече сферата во две фронтални кружници што ќе ги нацртаме, но само едната $1'$ ќе ја обележиме. Така добиените четири кружници-две хоризонтални и две фронтални-меѓусебе (во зададениов случај) се сечат во четири точки, од кои на нашиот цртеж се прикажани само две пресечни точки A и B. Оттаму имаме четири прави (решенија има четири, бидејќи двата конуса со заеднички врв M но со заемно нормални оски се сечат во четири изводници), имено $a=AM$, $b=BM$, $\underline{c}$ и $\underline{d}$.

Воопшто решенија може да има четири, како во споменатава задача, ако $\alpha_1+\alpha_2<90^\circ$. Меѓутоа, ако $\alpha_1+\alpha_2=90^\circ$, тогаш имаме само две-правите се во профилна положба и на крајот, при услов $\alpha_1+\alpha_2>90^\circ$, тогаш нема ниедно решение.

Земајќи една од можните четири прави, на пример $\underline{a}$ ќе бараме рамнина, на пр. T што е нормална на правата $\underline{a}$ и минува низ дадената точка M, користејќи го условот за нормалност на права и рамнина. Низ M повлекуваме проекција на хоризонтална права h'_T нормална на $a'=A'M'$ и $M''\in h''_T // x_1^2$-оската, понатаму фронталната права f'_T $M''\in f''_T \perp a''=A''M''$ и $M'\in f'_T // x_1^2$-оската. На крајот низ првиот прободен F_1 на фронталната права f_T на бараната рамнина T ја повлекуваме хоризонталната трага $t_1 // h'_T$ или $t_1 \perp a'=A'M'$, а низ точката $T_x\in t_2 // f''_T$ ($t_2 \perp a''=A''M''$).

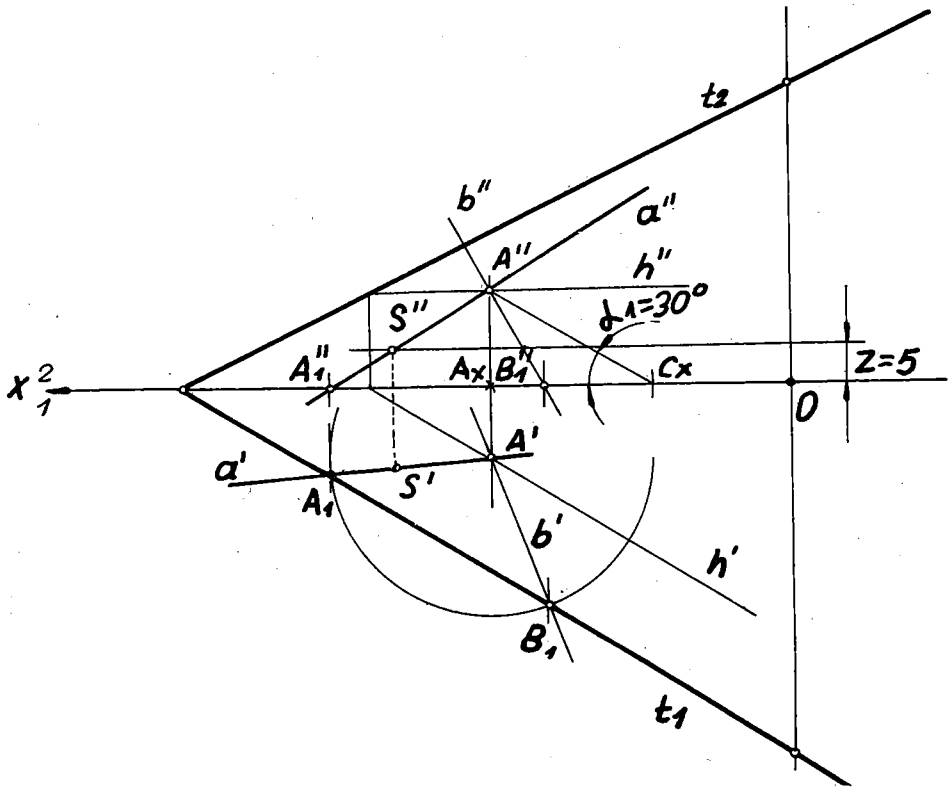
Макар што поставената задача ја решаваме на два различни начина: 1°) и 2°), добиениот резултат е идентичен.

518.Дадена е рамнината $T/t_1, t_2/$ и во неа точка $A(A', ?)$.Да се одреди права a во таа рамнина што минува низ точката A и со Π_1 зафаќа агол $\alpha_1=30^\circ$. На оваа права да се најде точка S оддалечена за 5 мм над Π_1

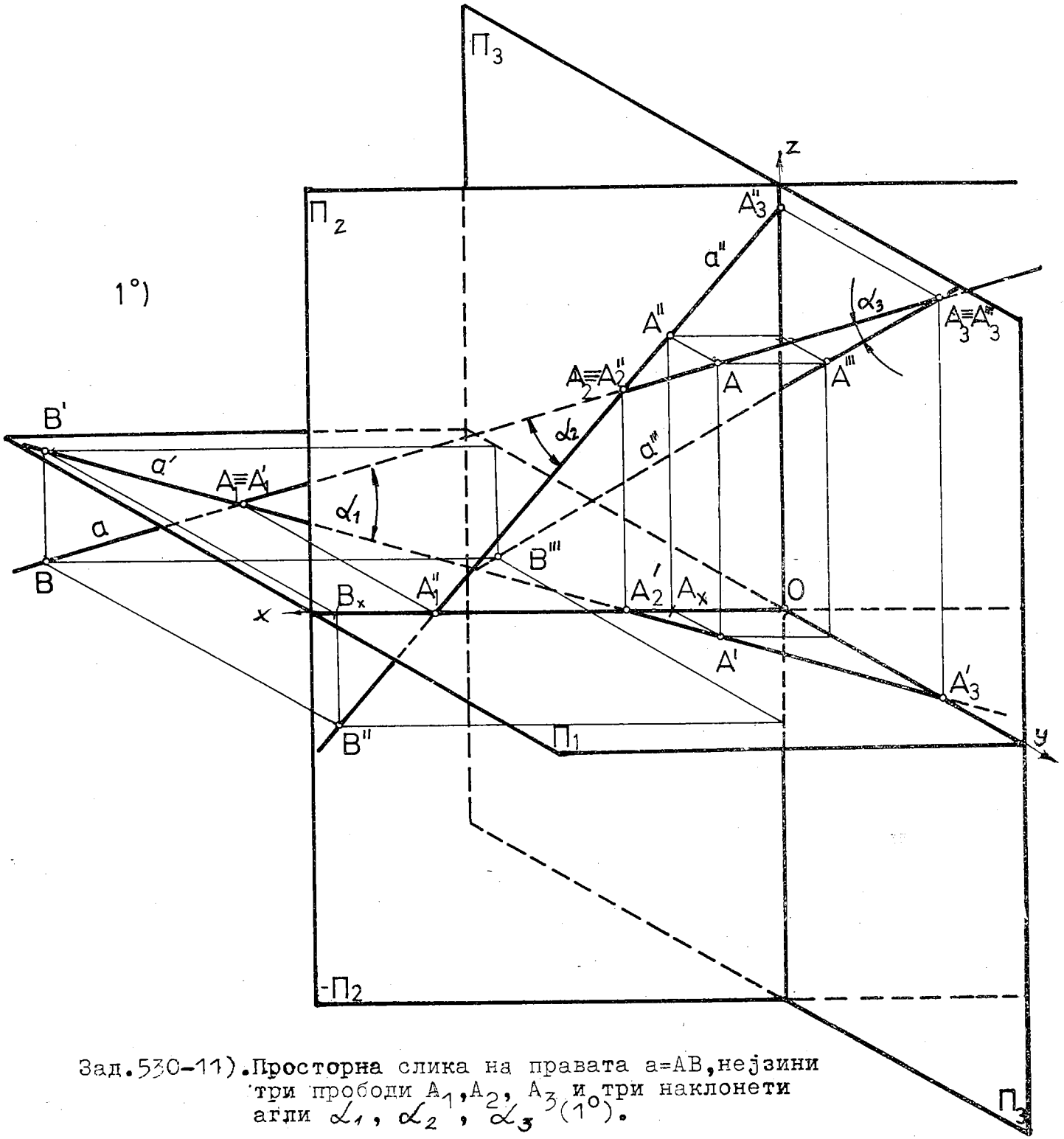
Бараната права е една од изводниците што припаѓаат на ротационен конус со врв во точката A,оската е $AA_x \perp \Pi_1$ и изводници со наклон спрема Π_1 од 30°.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО.Во фронтална проекција се јавуваат во вистинска големина две контурни изводници со агол $\alpha_1=30^\circ$ на споменатиов конус,на приложениот цртеж ја цртаме само десната изводница $A''C_x$,додека неговата хоризонтална проекција е кружница со центар A' и радиус што изнесува $\overline{A_xC_x}$.Според условот на задачата бараната права a треба да лежи и во дадената рамнина,тоа е можно ако ги најдеме заедничките точки A_1 и B_1 на кружницата со центарот A' и трагата t_1. Оттука установуваме дека задачава има две решенија: a. ($a'=A'A_1$, $a''=A''A_1$) и b ($b'=A'B_1$ и $b''=A''B_1$).

Дадено е дека точката S има втора ордината $z_S=5$ мм и треба да се наоѓа на добиената права a.Тоа го изведуваме со повлекување права над x_1^2-оската за 5 мм до пресекот со проекцијата a'',ја имаме фронталната проекција S'' на точката S и нејзината хоризонтална S' ја одредуваме на ординалата од точката S'' до хориз.проекција.



Зад.518 – Претставени се прави a и b што лежат во рамнината T со зададен прв наклонет агол.Потоа на правата a е одредена точката S која е над Π_1 за 5 мм.



Зад.530-11). Просторна слика на правата a=AB, нејзини три прободи A_1, A_2, A_3 и три наклонети агли α_1, α_2, α_3 (1°).

530.-11) Нацртан е нагледен цртеж, расклоп 1°) на правата a=AB ; $a' = A'B'$, $a'' = A''B''$ и $a''' = A'''B'''$.

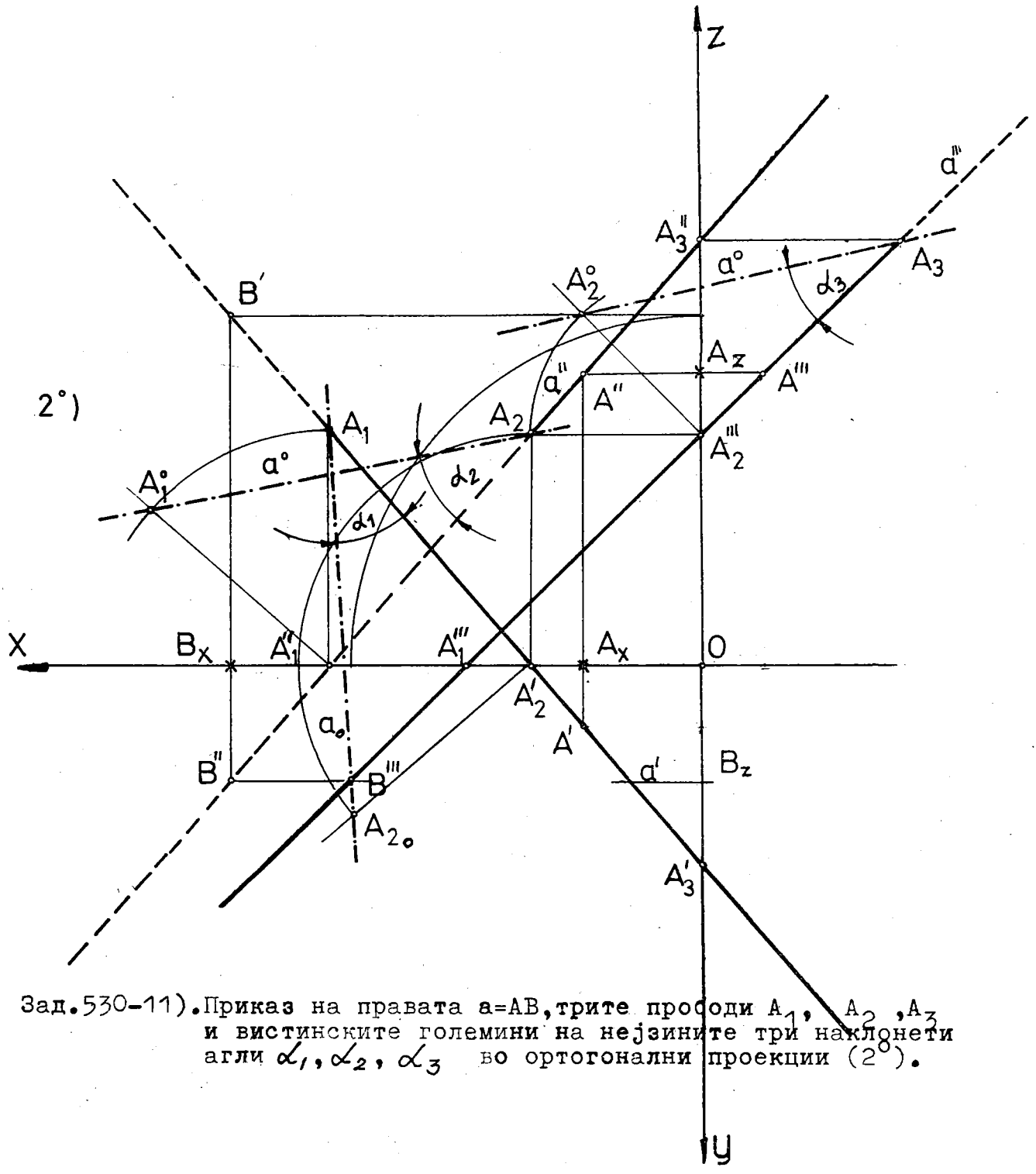
ИЗВЕДУВАЊЕ НА КОНСТРУКЦИЈАТА .Ги цртаме координатните оски на десен просторен правоаголен координатен систем, прво x, второ y што ја сече претходната права во точката O(координатниот почеток) и со нејзината позитивна насока зафаќа агол од 150° и z која е нормална на x. Ги нанесуваме координатите на дадената точка A со должини :апсцисата x_A на x-оската влево од координатниот почеток O за 20 мм ,

$x_A=\overline{OA}_x$,од A_x повлекуваме права паралелна со y-оската и на неа ја пренесуваме првата ордината y_A=10 мм во предниот дел на Π_1,т.е. $+\Pi_1$(пред Π_2),ја добиваме A' ($y_A=\overline{A_xA'}$),низ A' права паралелна со z-оската врз која ја одредуваме точката A во простор со ставање вредноста на втората ордината $z_A=\overline{A'A}$=50 мм,над Π_1.Користејќи го својството паралелност го наоѓаме A'' преку A_xA'' // $A'A$ и $\overline{A_xA''}=\overline{A'A}$ врз Π_2 и A''' на Π_3 и со тоа дефинитивно е прикажан паралопипедот на точката A.Оваа постапка ја применуваме за точката B.Нејзината апсциса е $x_B=\overline{OB}_x$=80 мм,низ B_x повлекуваме права паралелна со y-оската,врз неа нанесуваме y_B=-60 мм=$\overline{B_xB'}$ со насока кон задниот дел на Π_1,каде е $-\Pi_1$(зад Π_2) и низ B' извлекуваме права паралелна со z-оската со нанесување z_B=-20 мм=$\overline{B'B}$ под Π_1,ја наоѓаме точката B во просторот.Со помош на B_x како трето теме на правоаголникот во просторот $BB'B_xB''$ и на паралелограмот на просторната скица го конструираме четвртото теме B'',што е фронтална проекција,оттаму ја наоѓаме профилната проекција B'''што припаѓа на Π_3.

Правата $\underline{a}$ во просторот ја одредуваме со најдените две точки A и B,додека нејзините проекции на проекционите рамнини Π_1,Π_2,Π_3 се соодветните сврзници $a'=A'B'$, $a''=A''B''$ и $a'''=A'''B'''$.Трите прободи на правата $\underline{a}$ ги наоѓаме во пресекот на правата $\underline{a}$ во просторот со соодветната проекција,$a\cap a'=A_1$,прв прободкој лежи во Π_1.Графичка контрола:низ точката $A_1\equiv A_1'$ повлекуваме права паралелна со y-оската,треба да се добие точка A_1'',која е заедничка точка на фронталната проекција a''и x-оската. Понатаму $A_2=a\cap a''$,каде што A_2 припаѓа на Π_2.Контрола:низ $A_2=A_2''$ повлекуваме полуправа паралелна со z-оската,тогаш е $A_2'=a'\cap$ x-оската. И третиот прободи $A_3=a\cap a'''$,од $A_3=A_3'''$ извлекуваме две прави-една паралелна со z и друга паралелна со y-оската,наоѓаме на a' и на y-оската $A_3'=a'\cap$ y-оската,додека $A_3''=a''\cap$ z-оската, што е потребно за графичка коректност на решението.

Наклонетиот агол меѓу правата $\underline{a}$ и соодветната проекциона рамнина се дефинира како остар агол меѓу дадената права и нејзината ортогонална проекција врз припадната рамнина на проектирањето.Оттаму,првиот наклонет агол е $\sphericalangle\alpha_1=\sphericalangle a,\Pi_1=\sphericalangle a,a'$, вториот $\sphericalangle\alpha_2=\sphericalangle a,\Pi_2=\sphericalangle a,a''$ и третиот $\sphericalangle\alpha_3=\sphericalangle a,\Pi_3=\sphericalangle a,a'''$.

При одредување дефинитивна видливост усвојуваме дека деловите од проекционите рамнини што се претставени со рамки на цртежот се непрозирни.Затоа правата a е видлива во првиот октант од вториот прободи до третиот A_3 и лево надвор од рамката на Π_2 до првиот прободи,како и надвор од рамката на Π_1,а десно кога ја напушта рамката на Π_3.Очигледна е обележаната видливост на трите проекции a',a'',a''' на дадената права на презентираниот цртеж со помош на полни и испрекинати линии.



Зад.530-11). Приказ на правата a=AB, трите продори A_1, A_2, A_3 и вистинските големини на нејзините три наклонети агли $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ во ортогонални проекции (2^0).

530-11). На приложената слика 2^0) е извршено поклопување на трите проекциони рамнини во една, што е прикажано на цртачкиот лист и се нацртани проекции на правата a=AB/A(A', A''), B(B', B'')/. Нејзината профилна проекција a''' ја одредуваме со повлекување прави низ фронталните проекции на дадените точки нормални на z-оската, пренесувајќи ја должината на првата ордината десно или лево од z во зависност од нејзиниот знак. Имено, низ A'' нормално на z се добива точката A_z, од неа десно го нанесуваме растојанието y_A, т.е. $\overline{A_z A'''} = \overline{A_x A'}$, слично со B, ја пренесуваме $\overline{B_z B'''} = -y_B = \overline{B' B_x}$, но лево од z-оската. Значи, $a''' = A''' B'''$.

Првиот прод $A_1=a \cap \Pi_1$, значи таа точка лежи во Π_1, па нема никаква оддалеченост од Π_1, т.е. $z_{A_1}=0$, поради тоа индиректно го наоѓаме прододот, имено преку фронталната проекција $\overline{a''}$ на правата а што ја сече x-оската (во неа се наоѓа фронталната проекција на Π_1) е A_1'' и на ординалата до проекцијата a' го добиваме $A_1' \equiv A_1$. Аналогна постапка за одредување $A_2=a \cap \Pi_2$, преку $A_2'=a' \cap$ x-оската. Третиот прод A_3 што е заедничка точка на дадената права а со профилната проекциона рамнина, има апсциса x=0, затоа пресечна точка на a' со y-оската е $A_3'=a' \cap y$, како и $A_3''=a'' \cap z$-оската (доволна е една од нив за да се уточни положбата на A_3).

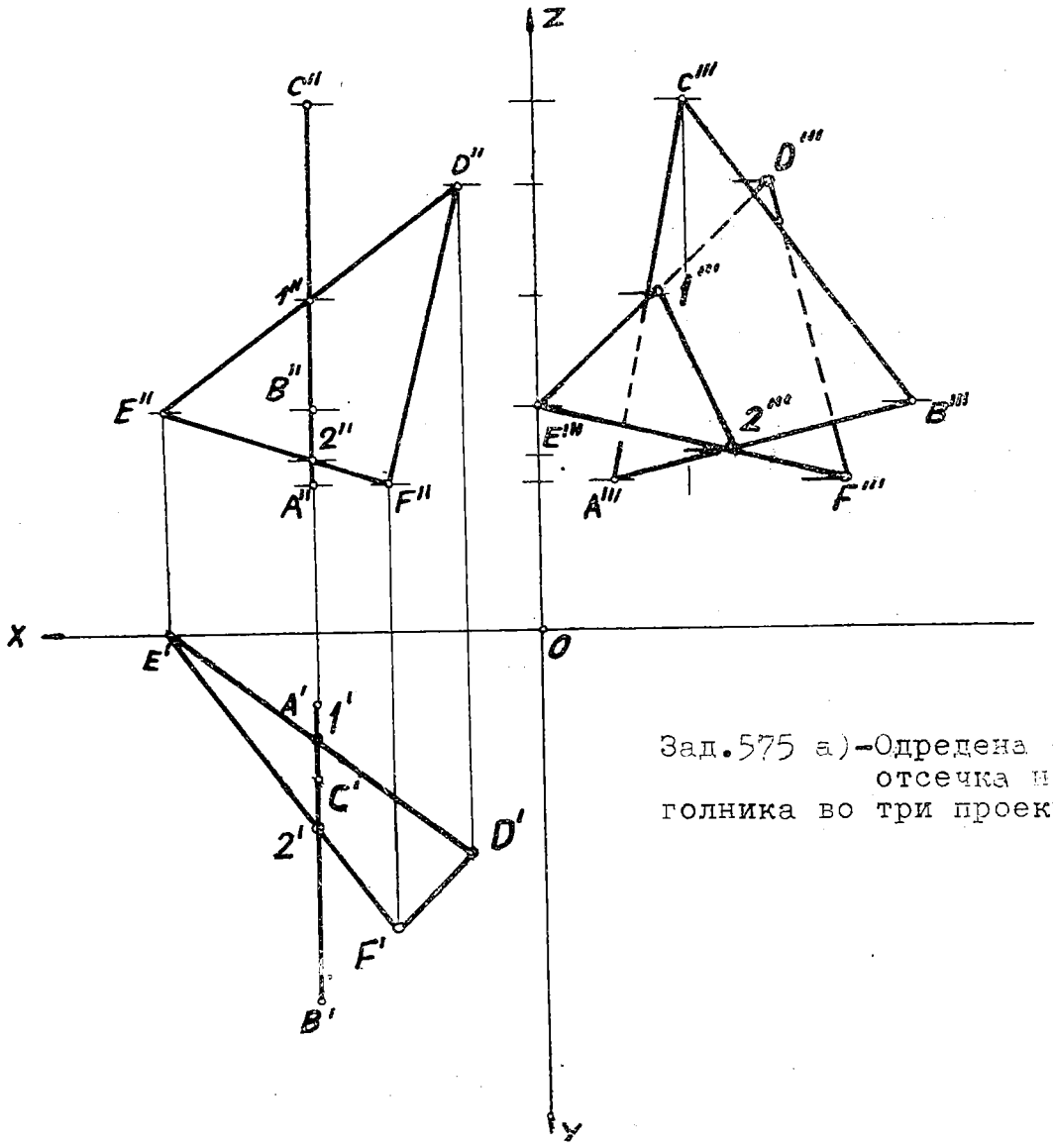
Вистинските големини на соодветните наклонети агли на дадената права со проекционите рамнини е одредена во ортогонални проекции со соборување на правоаголен триаголник на дел од правата а околу онаа проекција во однос на која го бараме наклонетиот агол. Имено, вистинската вредност на првиот наклонет агол

$\sphericalangle \alpha_1=\sphericalangle a,\Pi_1=\sphericalangle a,a'$ ја добиваме со соборување на две точки од таа права; тука ги користиме двата прода A_1 и A_2, од кои првиот е фиксен а за вториот ја нанесуваме неговата втора ордината z_{A_2} низ точката A_2' на нормалата на проекцијата a' $(\overline{A_2'A_{2o}}=\overline{A_2A_2'})$: $\sphericalangle \alpha_1=\sphericalangle a',a_o$. Вториот $\sphericalangle \alpha_2=\sphericalangle a'',a^o$ и третиот наклонет агол е нацртан со употреба на прододите A_2 и A_3, при што за соборување на точката A_2''' ја земаме апсцисата на вториот прод x_{A_2}, која ја пренесуваме низ A_2''' и на растојание $\overline{A_2'''A_2^o}=\overline{A_2A_2'''}$, добиваме $\sphericalangle \alpha_3=\sphericalangle a''',a_2^o$.

Бидејќи трите проди се претставени во трите проекции видливоста може да ја одредиме одделно за секоја проекција. Ако се набљудува нормално на Π_1 (во правец на z), во хоризонталната проекција правата а се гледа до првиот прод A_1, а невидлив е левиот нејзин дел под A_1 што е нацртано со испрекината линија, кој се наоѓа под Π_1 и припаѓа кон III-иот, односно IV-иот октант. На цртежот е евидентна видливост во фронталната проекција, при што како правец на набљудување ја земаме y. За да покажеме видливост во однос на Π_3, во десниот координатен систем усвојуваме дека погледот е одлево надесно во правец на x, што значи сите точки што припаѓаат кон I-иот, II-иот, III-иот и IV-иот октант имаат видлива профилна проекција. Од дадената права земаме една точка, на пр. А и установуваме дека таа се наоѓа во I-иот октант, според тоа делот на правата а на која што лежи точката А е видлив сè до третиот прод A_3, тоа е нацртано со полна линија $A'''A_3$, додека другиот дел на проекцијата a''' е невидлив.

575 а).Нацртани се два триаголника ABC и DEF во три проекции.Од нив се уочува дека темињата на триаголникот ABC имаат иста големина на апсцисата,тоа значи дека овој триаголник е еднакво оддалечен од Π_3 и има профилна положба. Поради тоа пресекот на двата полигона е отсечката 1 2,која директно се јавува во фронталната и хоризонталната проекција, при тоа точката 1 припаѓа на страната DE и 2 на страната EF од триаголникот DEF.

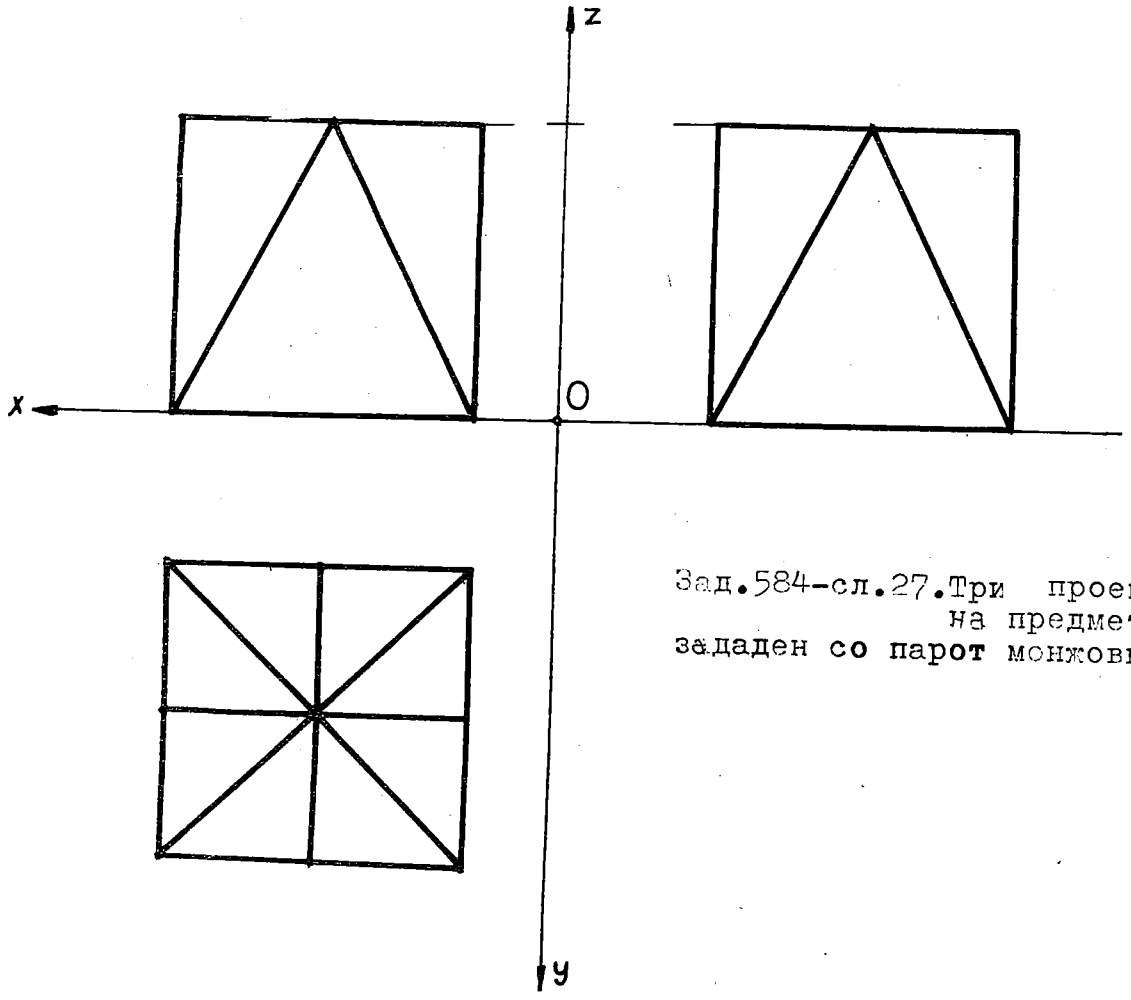
Видливост треба да се установи само во профилната проекција.Триаголникот DEF што е во општа положба има теме E најоддалечено од Π_3,според тоа најблиску до посматрачот(кој се наоѓа пред Π_3),со најголема вредност на апсцисата x_E во однос на другите,затоа од него до пресечната отсечка 1 2 сè е видливо,имено $E'''1'''2'''$,другиот дел $D'''1'''2'''$ на триаголникот DEF што е поклопен од триаголникот ABC не се гледа и е нацртан со испрекинати линии.



Зад.575 а)-Одредена е пресечна отсечка на два триаголника во три проекции.

584. Земено е тело што е претставено на сл.27 во придружени ортогонални проекции.Се бара да се конструира негова профилна проекција.

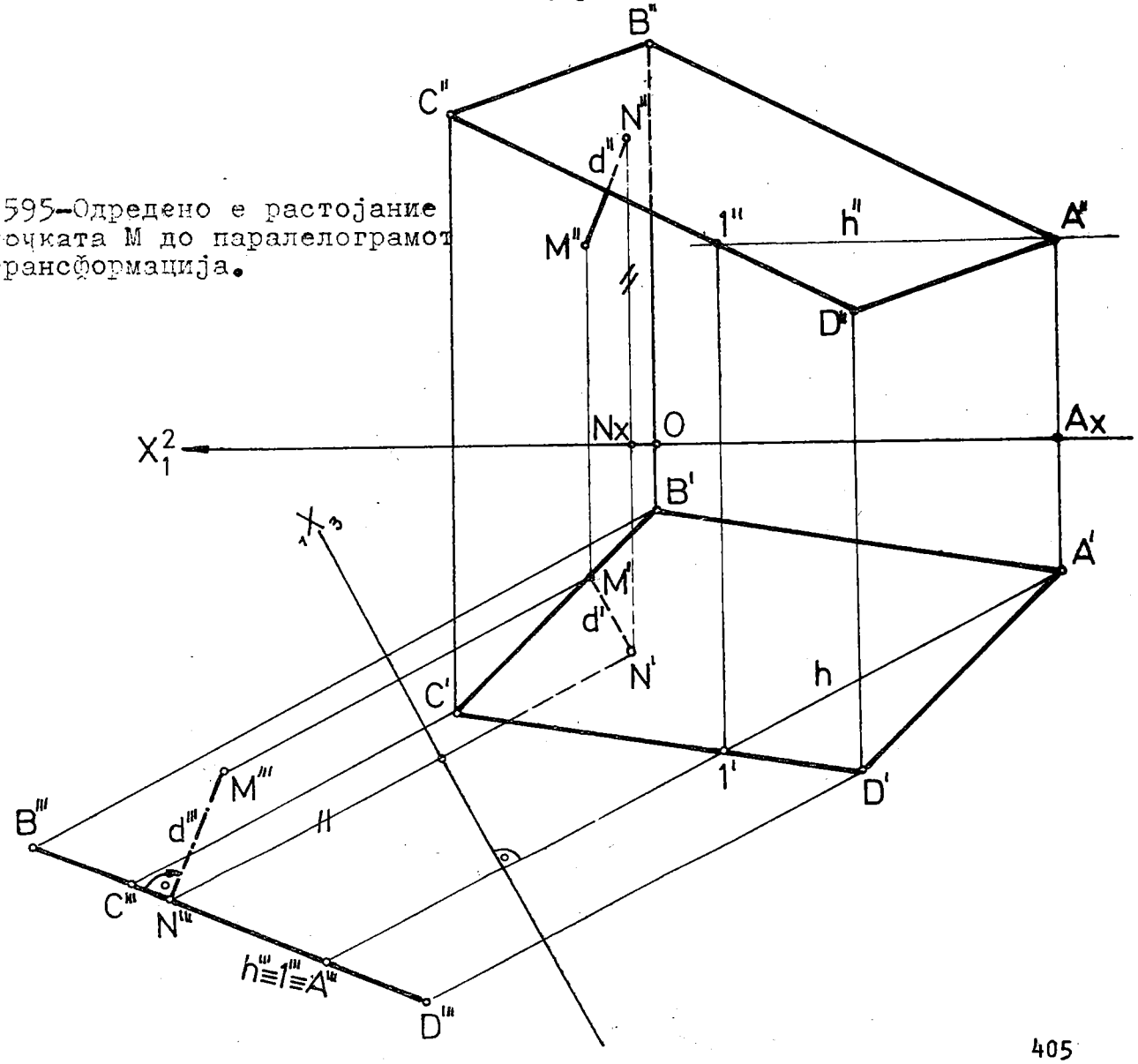
Ги набљудуваме двете проекции обрнувајќи внимание на главните димензии,формата и ги уочуваме неговите детали,за да добиеме замислен просторен изглед на нацртаниот предмет.При цртање профилна проекција веќе усвојуваме некое решение за предметот, кое мора точно да одговара на дадената хоризонтална и фронтална проекција по однос на обликот,измерувањата и меѓусебната положба на неговите составни елементи.Од приложената слика се гледа дека профилната проекција е идентична со фронталната, бидејќи постојат две симетрични рамнини на телото што минуваат низ средишната точка на основата и се паралелни,едната со Π_2 а другата со Π_3.Телото има форма на коцка од која помеѓу споменатите симетрични рамнини се отстранети четирите пирамидни делови,кои имаат за основа квадрат (1/4 од страната на коцката) и врв (во темињата на основата на телото што е прикажано во хоризонталната проекција). Секој ваков пирамиден дел е поправо шуплива пирамида на која постојат три бочни и два основни рабови.



Зад.584-сл.27.Три проекции на предмет зададен со парот монжови проекци.

595. Зададени се точката $M(M', M'')$ и паралелограмот $ABCD$ /$A(A', A'')$, $B(B', B'')$, $C(C', C'')$, $D(?, ?)$/. Да се најде растојанието на фиксната точка до зададениот паралелограм со методот трасформација.

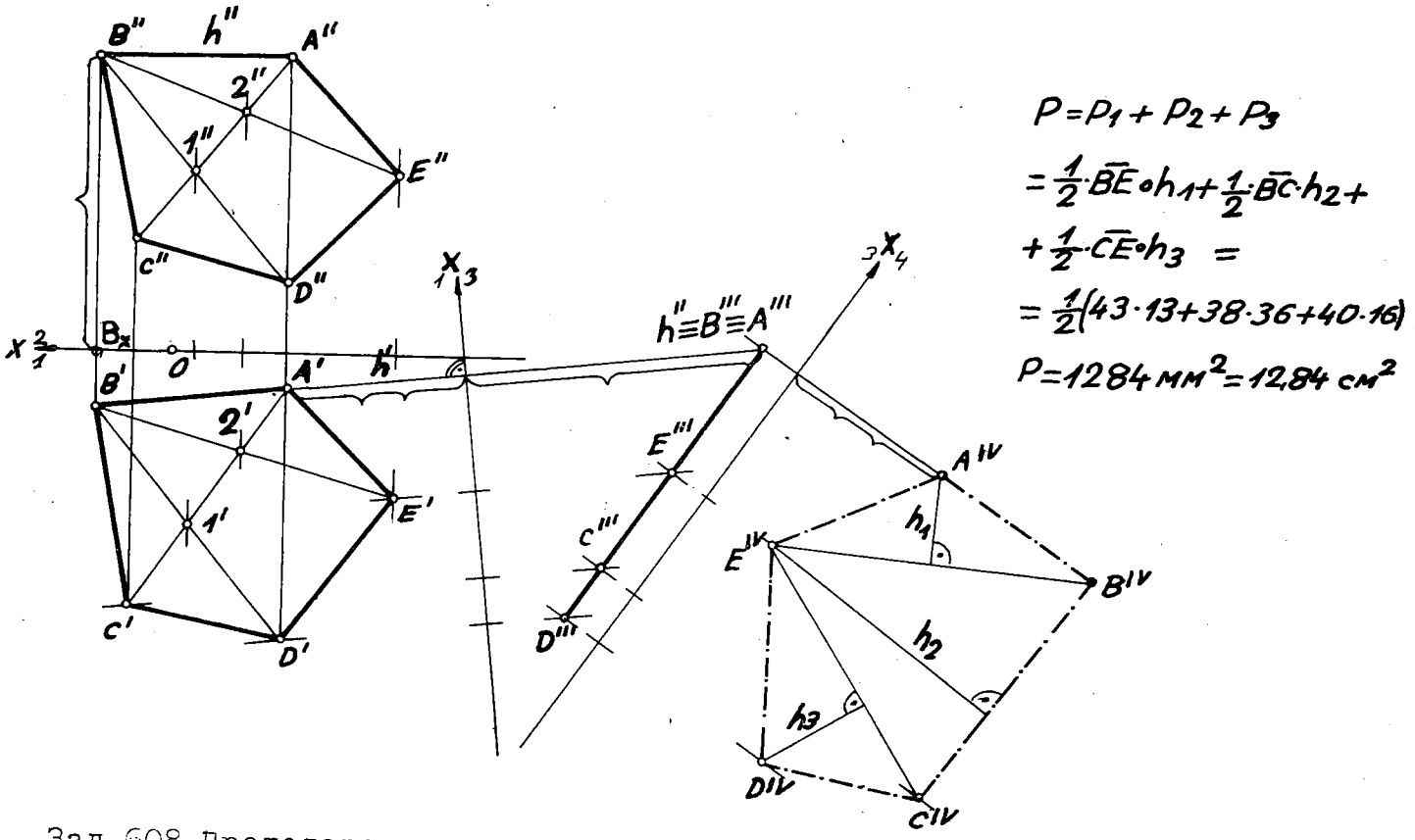
РЕШЕНИЕ. Користејќи ги својствата на паралелограмот (спротивните страни се паралелни и еднакви) е одредено темето D преку неговите проекции D' и D''. Точноста на графичката работа е обезбедена со условот дека сврзницата $D'D''$ треба да е ординала. За да се дојде до вистинската големина на оддалеченоста на дадената точка до паралелограмот, потребно е тој да се доведе во проектирачка положба - да се проектира во отсечка, кое го постигнуваме преку помошната проекциона рамнина $\Pi_3 \perp ABCD$, земајќи $\Pi_3 \perp \Pi_1$ (или $\Pi_3 \perp \Pi_2$), тогаш новата оска е ${}_1x_3 \perp h'$ (или ${}_2x_3 \perp f''$). Нормалното растојание од M''' до третата проекција на паралелограмот е бараното растојание $d'''=M'''N'''$, чија хоризонтална проекција е отсечката $d'=M'N'$ што е паралелна со ${}_1x_3$-оската, додека фронталната е $d''=M''N''$, каде N'' го добиваме со користење оддалеченоста на третата проекција N''' до ${}_1x_3$-оската. Тоа растојание го пренесуваме од N_x со должина $\overline{N_xN''}$ - втора ордината, која е позитивна и заради тоа е над x_1^2-оската, бидејќи N''' е со позитивен знак (лево од ${}_1x_3$-оската).



Зад.595-Одредено е растојание на точката M до паралелограмот со трансформација.

608. Да се најде вистинската големина на петаголникот ABCD E/A(A',A''),B(B',B''), C(C',C''), D(D',?),E(E',?)/ и да се пресмета неговата плоштина,со трансформација.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО.Фронталните проекции D'' и E'' на темињата D и E ги одредуваме со помош на методот дијагонали на полигонот.Даденият петаголник е во општа положба спрема Π_1 и Π_2,затоа е потребно да се доведе во паралелна положба со воведување нови помошни проекциони рамнини.Прво,поставуваме $\Pi_3 \perp$ ABCD E,на пример при услов $\Pi_3 \perp \Pi_1$,тогаш ${}_1x_3 \perp h'$,во третата проекција петаголникот се проектира во отсечката $A'''B'''C'''D'''E'''$,потоа уште една помошна проекциона рамнина Π_4 паралелна со вака добиената отсечка и $\Pi_4 \perp \Pi_3$,со тоа што новата оска ${}_3x_4 // A'''B'''C'''D'''E'''$,оттаму ја добиваме четвртата проекција $A^{IV}B^{IV}C^{IV}D^{IV}E^{IV}$ на зададениот петаголник,кој е во вистинска големина.Во оваа проекција повлекуваме две дијагонали на петаголникот од темето E^{IV} ,кој се разделува на три триаголника,за секој од нив ја пресметуваме плоштинатаP$_1$,P$_2$ и P$_3$ со полупроизводот од основата и соодветната висина во мм^2,така што вкупната барана плоштина е P=1284 мм^2=12,84 см^2.



$$P = P_1 + P_2 + P_3$$
$$= \frac{1}{2}\cdot\bar{BE}\cdot h_1 + \frac{1}{2}\cdot\bar{BC}\cdot h_2 +$$
$$+ \frac{1}{2}\cdot\bar{CE}\cdot h_3 =$$
$$= \frac{1}{2}(43\cdot 13 + 38\cdot 36 + 40\cdot 16)$$
$$P = 1284\ мм^2 = 12{,}84\ см^2$$

Зад.608-Претставена е вистинска големина на петаголникот со методот трансформација и пресметана е неговата плоштина.

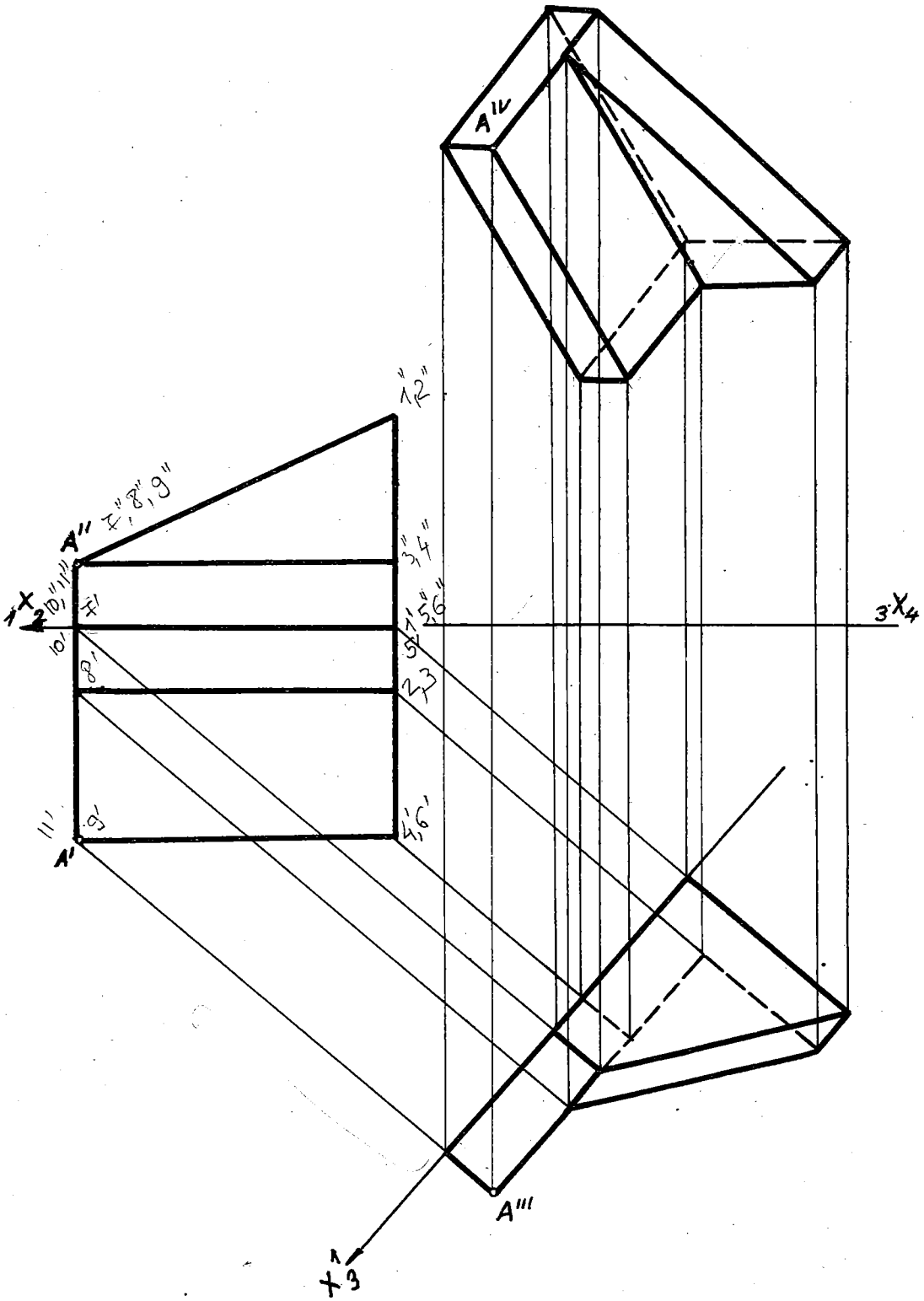
636-сл.41. Прикажан е предмет со пар придружени проекции.Задача е да се трансформира најмалку два пати.

Телото специјално е поставено во однос на проекционите рамнини,така што не може веднаш да се добие за него точна просторна претстава.Со воведување на нови помошни проекциони рамнини може да се доведе објектот во поопшта положба,од која може да се согледа просторниот изглед на нацртаниот предмет.Ја употребуваме пом.проекциона рамнина $\Pi_3 \perp \Pi_1$,а изборот на новата x_3^1-оска така го вршиме за да проектирачките прави од хоризонталните проекции на пресечните точки на соседните рабови кон таа оска не смеат да се поклопуваат,но помеѓу тие проектирачки прави(зраци) да има што поголема оддалеченост.Покажано е за точката A' како ја добиваме A''' преку висината на таа точка(z_A).Земајќи предвид дека третата проекција на Π_1 е во x_3^1-оската, ја наоѓаме третата проекција на основата со која телото е поставено на Π_1,а лежи во споменатава оска.Откако ќе ја добиеме третата проекција на телото,со набљудување ја одредуваме видливоста како придружени ~~проекции~~-хоризонталната и третата, преку дадената хоризонтална проекција по однос на помошната проекциона рамнина Π_3. Понатаму поставуваме нова пом.проекциона рамнина $\Pi_4 \perp \Pi_3$,водејќи сметка да се гледа од објектот оној негов дел што е поинтересен,има повеќе наклонети,коси рамнини.Оттука следува и положбата на новата оска $_3x_4$,со тоа што внимаваме пак раздвојувањето на проектирачките прави(зраци) да биде што е можно поголемо.На цртежот ја обележуваме четвртата проекција A^{IV} на точката A со користење растојанието на A' до x_3^1-оската(отпадната),кое го нанесуваме од $_3x_4$(новата) оска до A^{IV}.Тука четвртата проекција на пом.проекциона рамнина Π_3 е во $_3x_4$-оската.По одредување четвртата проекција на разгледуваниот објект,останува да се извлечат полни и испрекинати линии,во зависност од установувањето на видливоста меѓу третата и четвртата проекција,со набљудување преку третата проекција.

Навистина од четвртата проекција на дадениот предмет може веднаш да се добие негова понагледна просторна претстава.

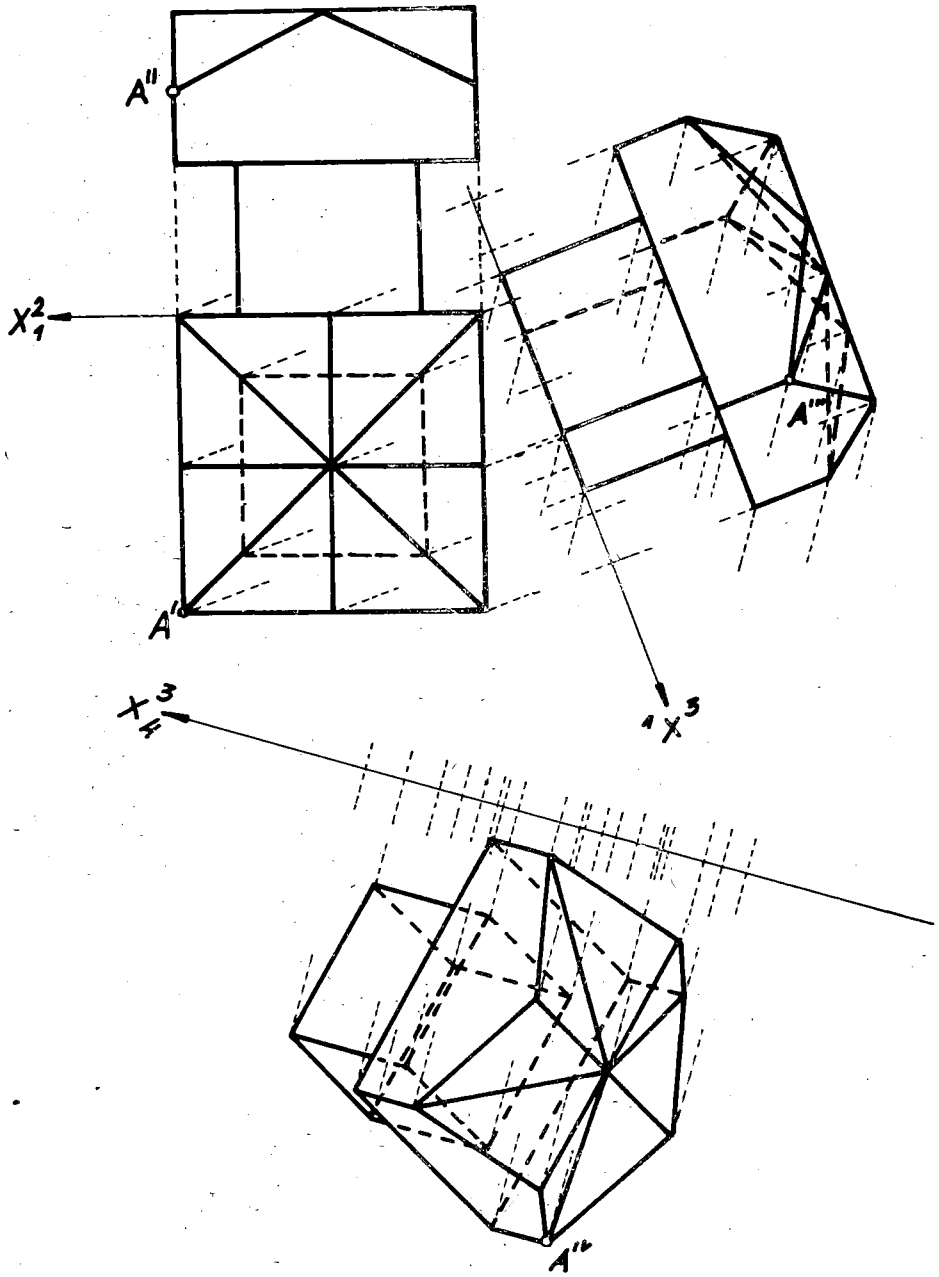
Поврзувањето на придружените точки го извршуваме со ординали кои се тенки полни линии,меѓутоа,за да цртежот не се пренатрупува со линии доволно е да се извлечат само нивните делови во близина на самите точки и на соодветните оски.

Зад.636-сл.41.Даденото тело во монжови проекции е трансформирано, со тоа е добиен поочигледен негов просторен изглед.

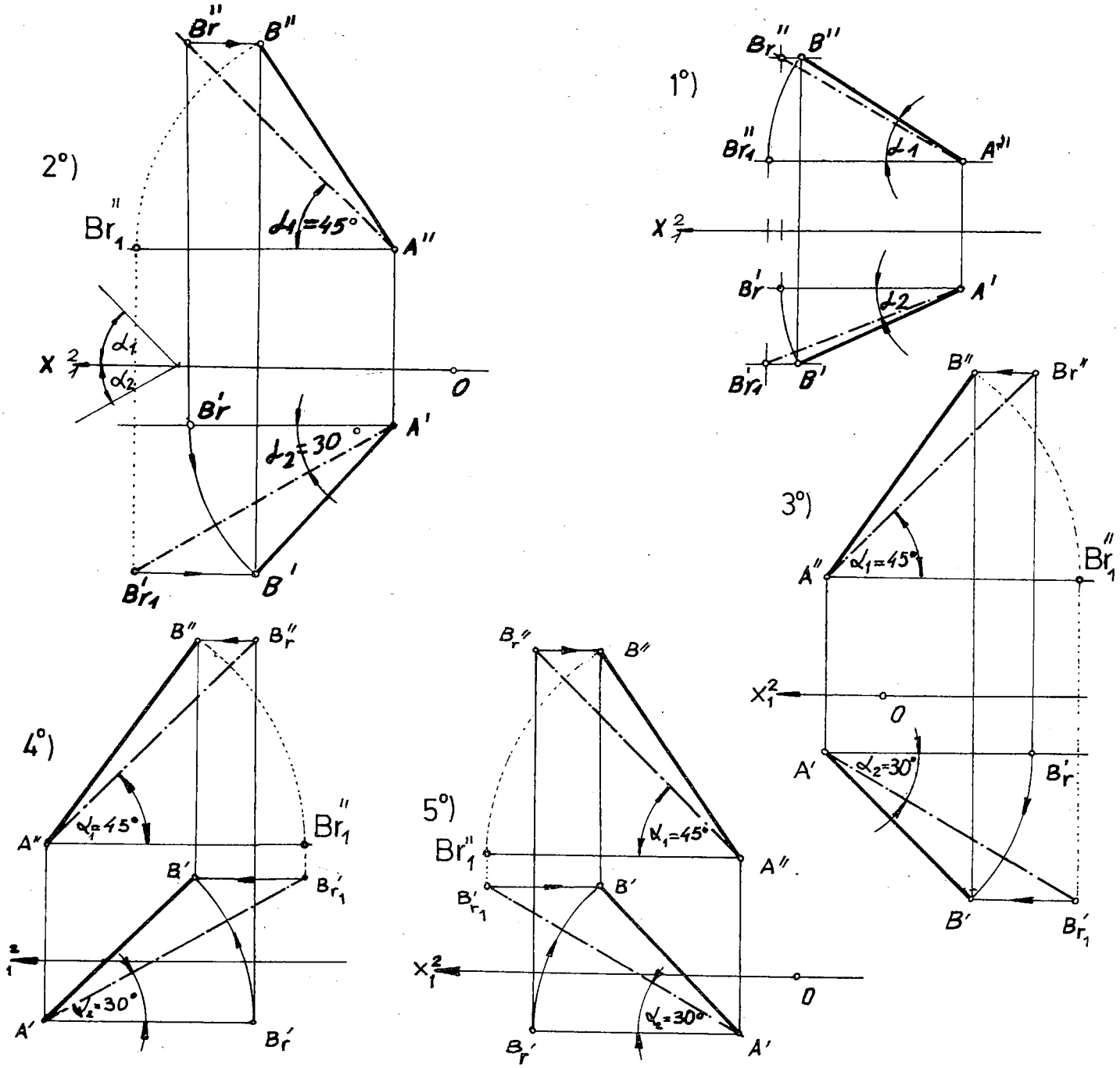


636-сл.44. Според дадениот цртеж треба објектот да се трансформира два пати. Пред да се пристапи кон одредување трета и четврта проекција на споменатото тело, треба да се добие мислена просторна претстава за него,инаку може погрешно да се поврзат точки,така што добиените рабови и страни да не даваат точна слика на зададениот објект според неговата хоризонтална и фронтална проекција.

РЕШЕНИЕ. Поставуваме нова помошна проекциона рамнина $\Pi_3 \perp \Pi_1$, а не $\Pi_3 \perp \Pi_2$, оти основата на предметот е во Π_1. За новата $_1x_3$-оска избираме таква положба во однос на хоризонталната проекција за проектирачките прави што се повлекуваат кон таа оска меѓусебе да се оддалечени; услов е ниеден проектирачки зрак да не се совпаѓа со друг зрак. Такво барање се поставува при изборот и на оската $_3x_4$. На приложената слика е проследено со обележување наоѓањето на A^{III} и A^{IV}, за даден пар A^I, A^{II}. Констатирањето на дефинитивната видливост во третата и четвртата проекција ја вршиме со меѓусебно посматрање на придружените парови : хоризонталната и третата проекција, потоа третата и четвртата проекција.



Зад.636-сл.44. Конструирани се четири проекции на зададен предмет со парот ортогонални проекции, при размер 1:2.



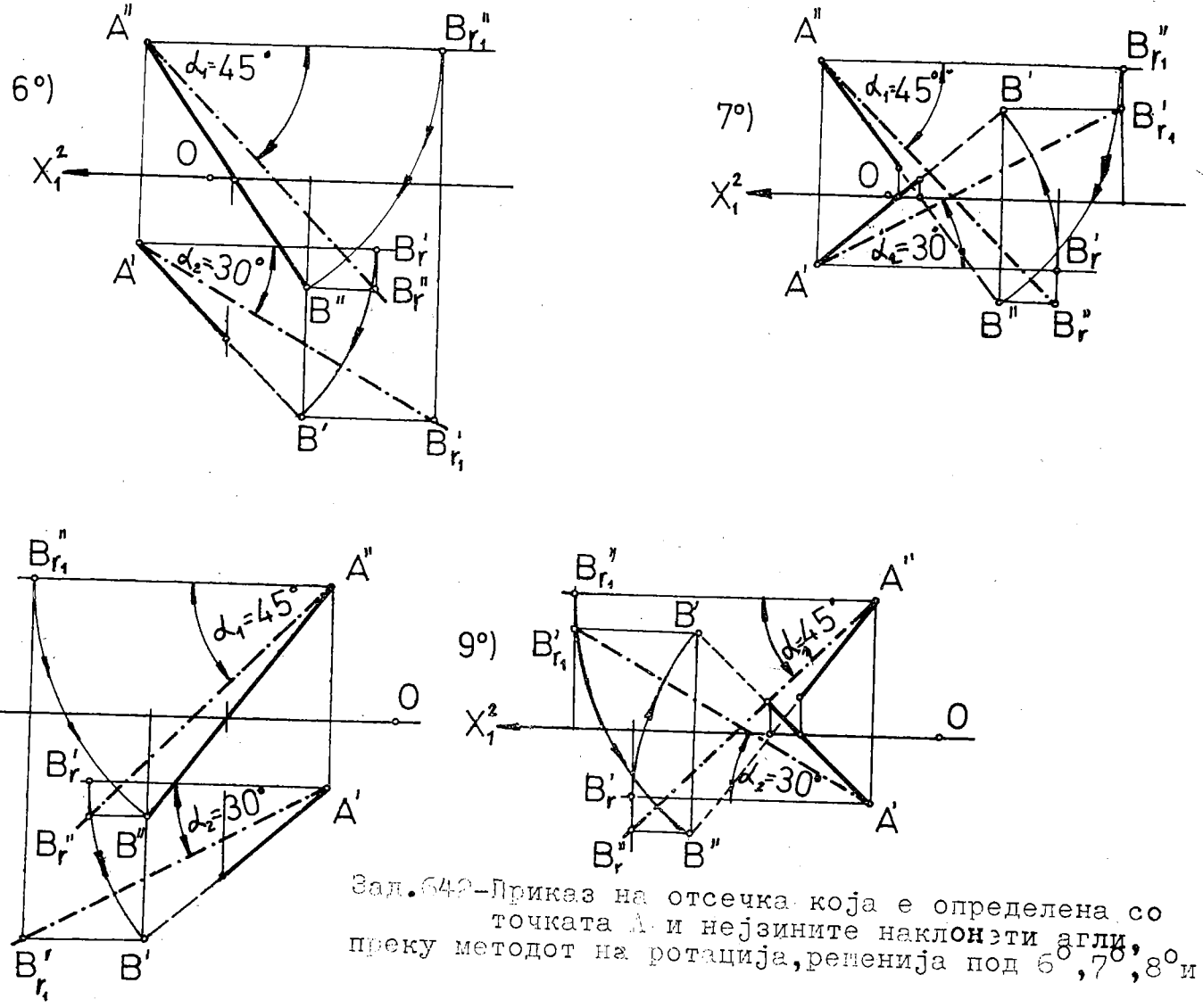
Зад.642-Приказ на отсечка која е определена со точката А и нејзините наклонети агли,преку методот на ротација,решенија под 2°,3°, 4° и 5°.

642. Низ точката A(A′,A″) да се повлече отсечка AB со дадена должина и нејзините наклонети агли спрема Π_1 и Π_2: $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$. Колку има положбени решенија? Задачата да се реши со ротација.

Предуслов за постоење на решение-треба наклонетите агли да го задоволуваат следново неравенство: $\alpha_1 + \alpha_2 \leq 90^\circ$, што во нашиов случај е исполнето ($\alpha_1 + \alpha_2 = 75^\circ$).

Претходно претпоставуваме дека отсечката AB е определена со нејзините проекции $A'B'$ и $A''B''$ на помошниот цртеж 1°), со методот на ротација ја одредуваме големината на отсечката $\overline{A''B''_r} = \overline{A'B'_{r_1}} = \overline{AB}$ и наклонетите агли $\sphericalangle \alpha_1 = \sphericalangle B''_{r_1}A''B''_r$ и $\sphericalangle \alpha_2 = B'_rA'B'_{r_1}$.

Од оваа слика установуваме врска меѓу дадените елементи: A(A′,A″), $\overline{AB}$=50 мм и



Зад.642-Приказ на отсечка која е определена со точката А и нејзините наклонети агли, преку методот на ротација, решенија под 6^0, 7^0, 8^0 и 9^0

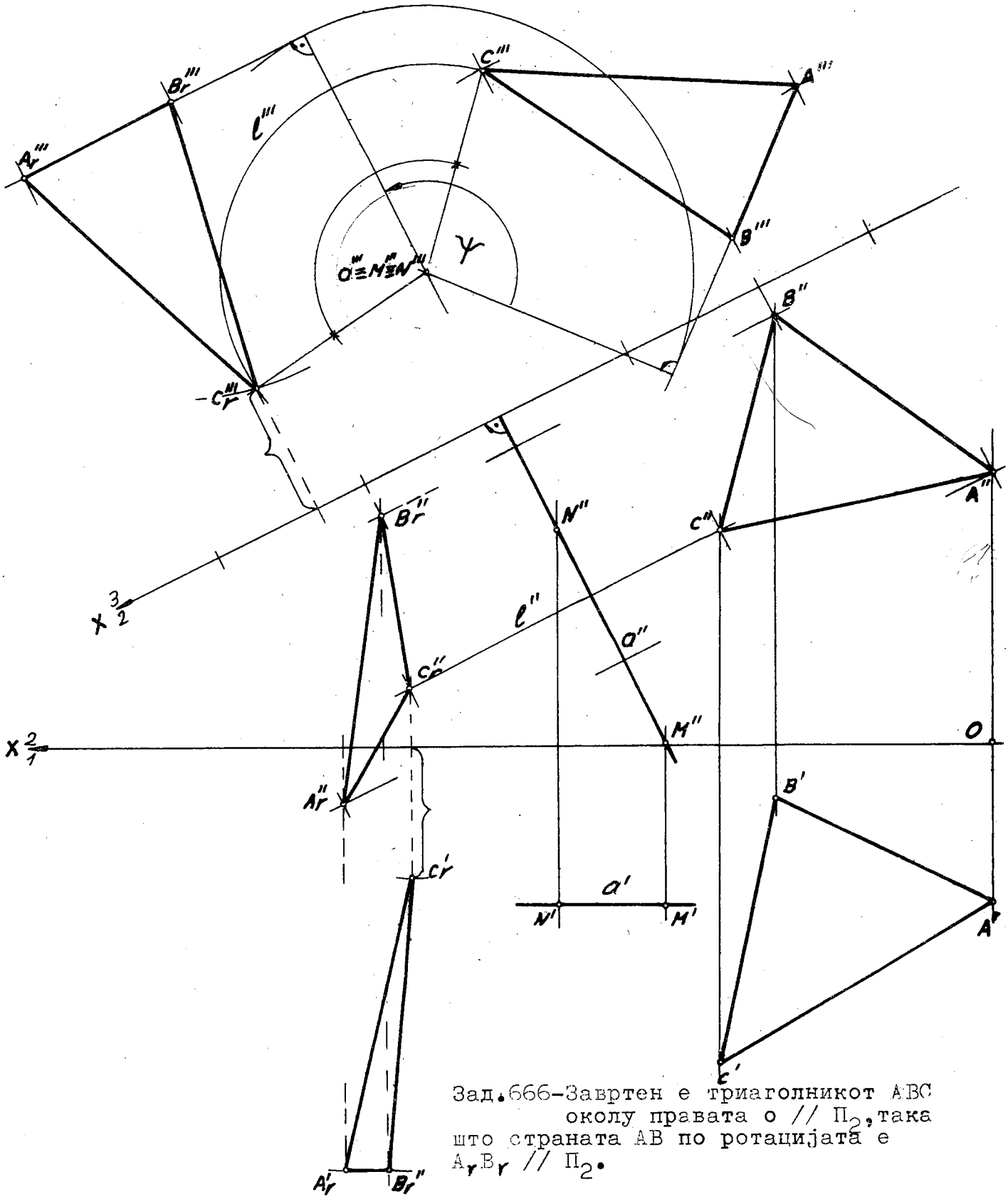
аглите $\alpha_1=45^0$ и $\alpha_2=30^0$, а од друга страна бараните проекции $A'B'$ и $A''B''$, односно $B(B',B'')$.

ГРАФИЧКА РЕАЛИЗАЦИЈА. На сликата 2^0) е покажано едно од можните осум решенија на задачава, другите седум се подробно илустративно презентирани на цртежите: 3^0), 4^0), 5^0), 6^0), 7^0), 8^0) и 9^0).

Низ точката A'' го нанесуваме аголот $\alpha_1=45^0$, едниот крак е паралелен со x_1^2-оската, а вториот, вистинската големина на отсечката $\overline{A''B''}=50$ мм. Тоа го правиме и во хоризонтална проекција со конструирање на аголот $\alpha_2=30^0$ со теме A' и краци: едниот паралелен со x_1^2-оската, а вториот е вистинската големина на отсечката $\overline{A'B'_r}=50$ мм. Потоа низ ротираната фронтална проекција B_r'' ја повлекуваме ординалата до пресекот на правата низ точката A' што е паралелна со x_1^2-оската, ја добиваме ротираната хоризонтална проекција B'_r. Нацртуваме кружен лак со центар A' и радиус $\overline{A'B'_r}$, кој го пресе-

куваме со права паралелна со x_1^2-оската која минува низ точката B'_{r_1} и во хоризонтална проекција ја наоѓаме B' на бараната точка B. На ординалата од B' ја добиваме B'', како заедничка точка на кружен лак $(A'', R=\overline{A''B''_{r_1}})$ и полуправа што минува низ точката B''_r а е паралелна со x_1^2-оската; $B''_r B''$ е фронтална проекција на придружниот хоризонтален лак $B'B'_r$, кој се јавува во вистинска големина.
Множовите проекции $A'B'$ и $A''B''$ наполно ја одредуваат отсечката AB, според условите на задачава.

666. Определени се триаголникот ABC/A(A', A''), B(B', B''), C(C', C'')/ и правата o=MN /M(M', M''), N(N', N'')/. Се бара да се ротира даденият триаголник околу правата o, така што неговата страна AB да стане паралелна со Π_2.
РЕШЕНИЕ. Страната AB е во општа положба, за да стане паралелна со Π_2, треба $y_{A_r} = y_{B_r}$, т.е. $A'_r B'_r // x_1^2$-оската. Ова го постигнуваме со комбинираниот метод трасформација - ротација, доведувајќи ја оската на ротација o да дегенерира во точка o''', со поставување помошна проекциона рамнина $\Pi_3 \perp o$, $\Pi_3 \perp \Pi_2$ (бидејќи е оската $o // \Pi_2$), имено $x_2^3 \perp o''$. Откако ќе ја најдеме третата проекција $A'''B'''C'''$ на триаголникот, него го завртуваме околу o''' за таков агол на ротација ψ за страната $A'''_r B'''_r$ да стане паралелна со новата x_2^3-оска. Со така добиениот агол ψ, по графички пат го ротираме и третото теме C''' во нова положба C'''_r. Одредувајќи ја ротираната трета проекција $A'''_r B'''_r C'''_r$ лесно ја наоѓаме фронталната $A''_r B''_r C''_r$. Користејќи го фактот дека $1'''$ за точката C''': $C'''C'''_r = 1''$ се проектира во вистинска големина како кружен лак, тогаш фронталната проекција $1'' = C''C''_r$ задолжително се јавува во отсечка паралелна со x_2^3-оската. На таа отсечка а на ординалата од C'''_r се наоѓа проекцијата C''_r. На тој начин ги одредуваме фронталните проекции и за другите две темиња. Потоа ја добиваме хоризонталната проекција $A'_r B'_r C'_r$ на ротираниот триаголник $A_r B_r C_r$, со употреба на оддалеченоста на ротираната трета проекција од соодветното теме до x_2^3-оската, како алгебарска вредност, ја земаме за првата ордината. На приложената слика тоа е покажано за завртеното теме C_r и одредување на неговата хоризонтална проекција C'_r.



Зад.666-Завртен е триаголникот ABC околу правата о // Π_2, така што страната AB по ротацијата е A_rB_r // Π_2.

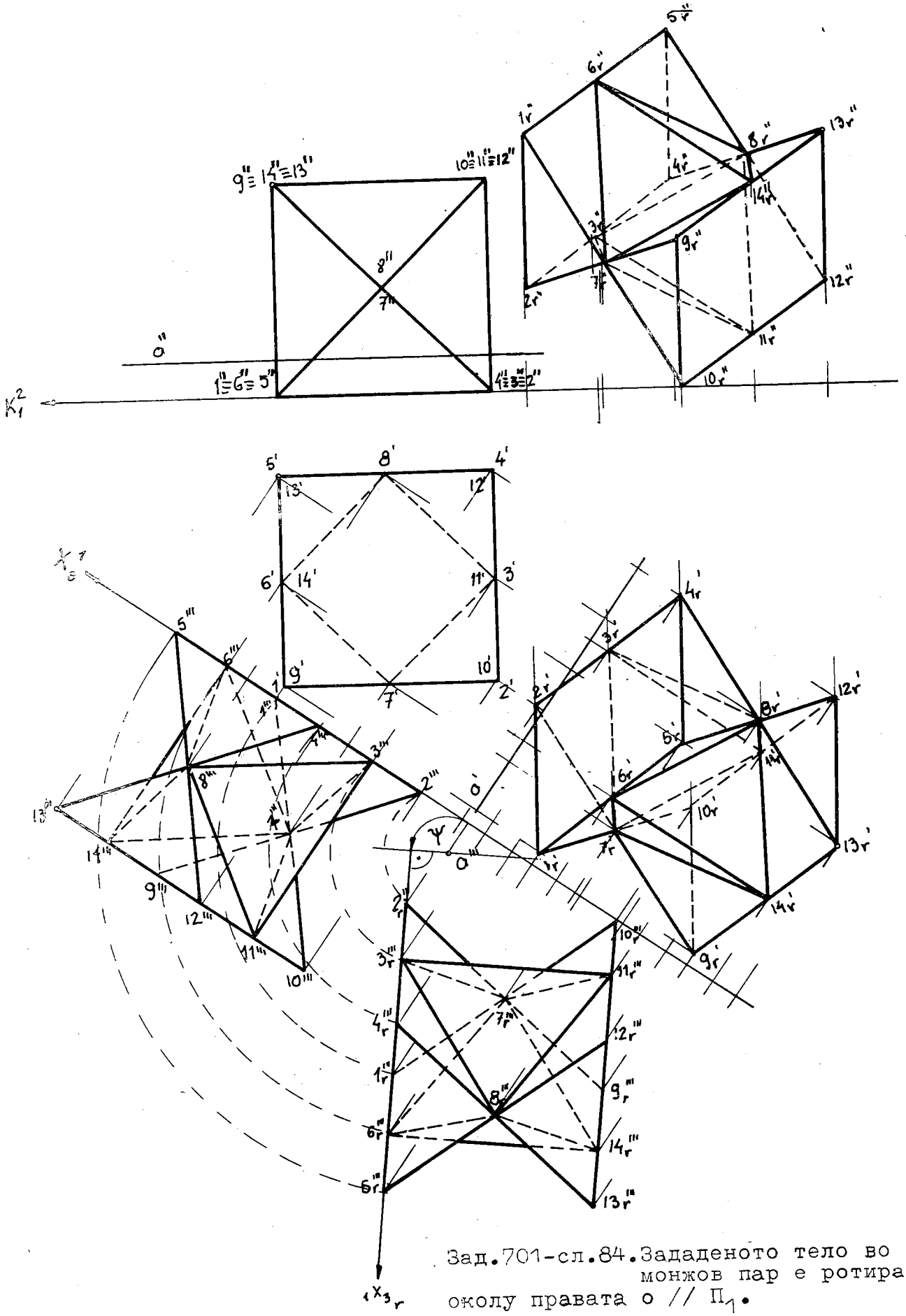
701-сл.84. Составено рабесто тело е прикажано во проекции,со назначување на темињата,тоа е еднозначно дефинирано,главно,во посебна положба спрема Π_1 и Π_2. Овој предмет да се ротира околу правата o,на пр. $o // \Pi_1$ за агол $\Psi=120^\circ$,за да се добие појасен негов просторен изглед.

За доведување на објектот на разгледувањето во сакана положба,од специјална во општа,и обратно, може со постапката трасформација,кога објектот е фиксиран,имено тој не се движи но се воведуваат нови помошни проекциони рамнини,или со нов помошен проекционен метод-ротација,кој даденото тело го подложува на движење-вртење.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО целосно е извршена на приложениот цртеж со комбинираниот метод:прво,употребуваме само една трансформација ($\Pi_3 \perp \Pi_1$, $x_3^1 \perp o'$), потоа така добиената трета проекција ја ротираме околу точката o''',во која дегенерира оската на вртењето.Го нанесуваме аголот на вртењето $\Psi=120^\circ$,чиј еден крак го поврзуваме нормално со отсечката $2'''5'''$,градејќи прав агол,кој го завртуваме за аголот на ротација ψ ,во нова положба $2_r'''3_r'''\ldots5_r'''$ што со вториот крак на аголот од 120° го запазува усвоениот прав агол.Оддалеченоста на другите темиња и нивните положби во однос на отсечката $2'''5'''$ се неизменети и по ротацијата, значи,на точките $1_r''',\ldots,14_r'''$ по однос на отсечката $2_r'''5_r'''$.Понатаму ги одредуваме ротираната хоризонтална и фронтална проекција на рабестото тело.

ОБЈАСНУВАЊЕ ЗА КОНСТРУКТИВНО ДОБИВАЊЕ САМО НА ЕДНО ТЕМЕ.За да го најдеме $2_r'$,потребно е низ точката $2_r'''$ да повлечеме нормална права кон оската x_3^1, потоа низ точката $2'$ цртаме отсечка паралелна со споменатава помошна оска (x_3^1) (бидејќи кружниот лак $2'''2_r'''$ е во вистинска големина,тогаш сврзницата $2'2_r'$ треба да е паралелна со x_1^2-оската).Во пресекот на ординалата низ $2_r'''$ и отсечката што минува низ точката $2'$,а е нормална на оската o' ,ја добиваме бараната точка $2_r'$.Фронталната проекција на ротираната точка $2_r''$ ја наоѓаме на ординалата низ $2_r'$ спрема x_1^2-оската,чија втора ордината z_{2_r} е еднаква на растојанието на точката $2_r'''$ до x_3^1 -оската.Оваа постапка ја применуваме и за другите темиња на даденото тело.

ВИДЛИВОСТ установув.врз основа на набљудувањето на парови придружени проекции.Во третата проекција видливоста ја одредуваме со користење на нејзиниот придружник-хоризонталната проекција.Најдалеку од набљудувачот,односно најбиску до x_3^1-оската се точките $1',9',7',6'$ и $14'$,кои во третата проекција не се видливи,како и нивните сврзници.Тука се јавуваат видливи и невидливи рабови(споеви на невидливи две точки,или една невидлива крајна точка),кои во третата проекција ги цртаме со полни и испрекинати линии.Идентична видливост како кај претходнава проекција имаме и во ротираната трета проекција.



Зад.701-сл.84. Зададеното тело во монжов пар е ротирано околу правата о // Π_1.

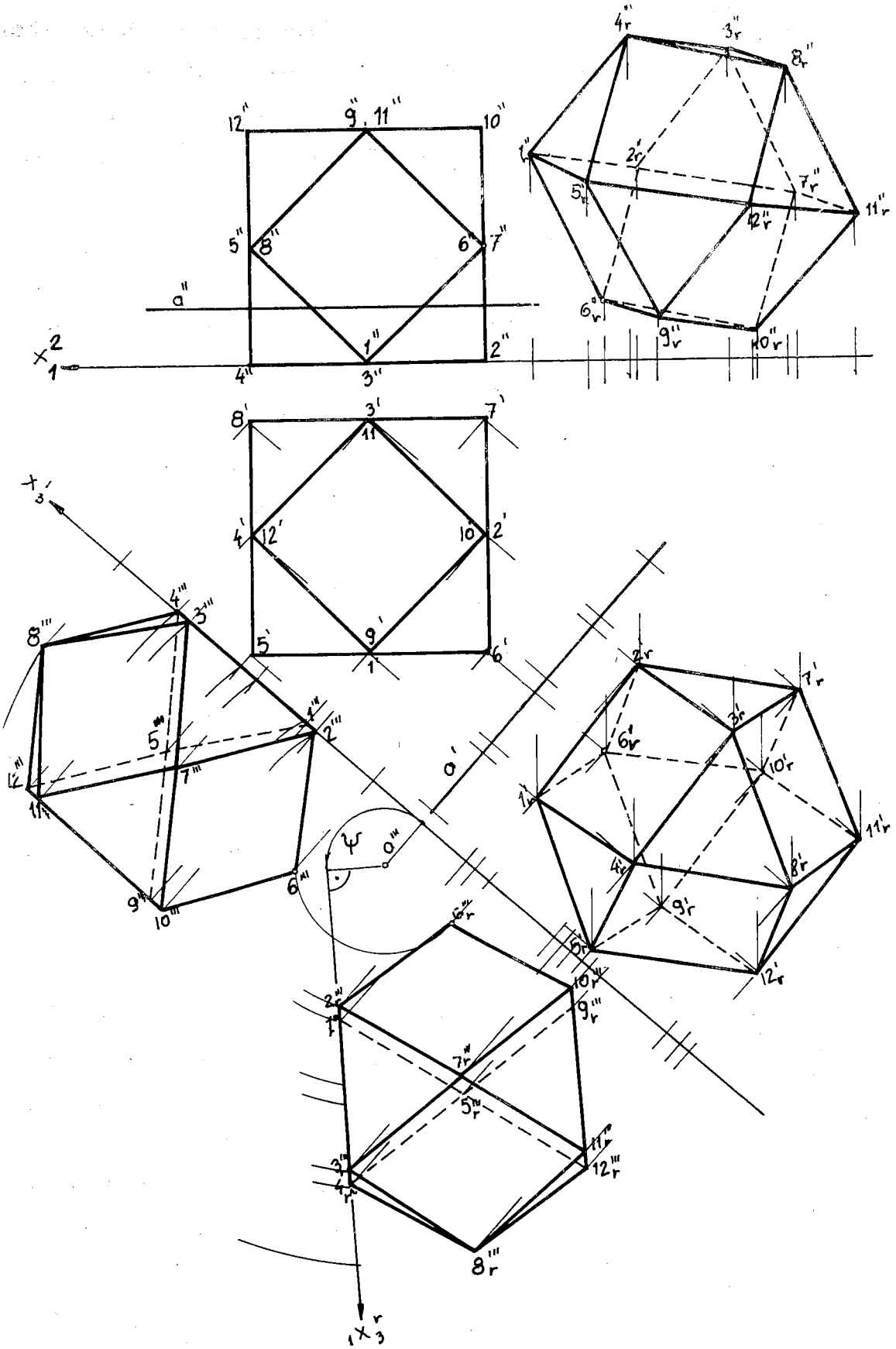
На крајот треба да се одбележи видливоста во ротираните монжови проекции. Видливоста во ротираната хоризонтална проекција ја констатираме преку набљудувањето на завртената фронтална проекција. Имено оние темиња што се најоддалечени од набљудувачот, односно најблиску до x_1^2-оската : $10''_r, 11''_r, 7''_r$ и $3''_r$ се невидливи, додека видливи се точките што се најблиску до набљудувачот, односно најдалеку од x_1^2-оската : $5''_r$, $6''_r, 1''_r, 13''_r, 8''_r, 4''_r$, $9''_r, 2''_r$ и $12''_r$. Првин ја цртаме хоризонталната контура $1'_r\ 7'_r\ 9'_r\ 14'_r$, $13'_r\ 12'_r\ 8'_r\ 4'_r\ 3'_r\ 2'_r$ и $1'_r$ со полна искршена линија и ги поврзуваме видливите точки што не припаѓаат на контурата $5'_r$ и $6'_r$. Потоа невидливите точки што се во внатрешноста на телото $10'_r$ и $11'_r$, од нив сврзниците ги исцртуваме со испрекинати линии и на крајот оние споеви на невидливите точки што се наоѓаат на контурата $3'_r$ и $7'_r$. По аналогна постапка може да одредиме видливост во ротираната фронтална проекција преку набљудувањето на нејзиниот придружник-ротираната хоризонтална проекција.

701-сл.89. Да се ротира даденото тело околу главна права, која може да биде хоризонтална ($o \parallel \Pi_1$).

РЕШЕНИЕТО е подробно прикажано на презентираната слика со користење на комбинираниот метод на трансформација - ротација. За агол на вртењето е земен $\varphi=135^o$.

ВИДЛИВОСТ установуваме во ротираната трета проекција преку посматрање на хоризонталната проекција, каде темето $5'$ е најдалеку од посматрачот, односно најблиску до x_3^1-оската, па е невидливо во трансформираната трета проекција $5'''$, односно во ротираната положба $5'''_r$. За да нацртаме видливост во завртената фронтална проекција ја користиме придружената завртена хоризонтална проекција, нејзините најоддалечени темиња во однос на посматрачот, односно најблиску до x_1^2-оската, а тоа се : $2'_r, 7'_r, 3'_r$, $6'_r$ и $10'_r$, кои во ротираната фронтална проекција не се видливи, па нивните сврзници се нацртани со испрекинати линии, како и оние споеви чија само една крајна точка е видлива. Меѓутоа, ако имаме сврзница на две темиња што припаѓа на самата привидна контура, тогаш таа е обележана со полна линија, независно од тоа дека едно од тие темиња не се гледа во таа проекција, на пример $3''_r 4''_r$ и $3''_r 8''_r$, или $9''_r 10''_r$ и $10''_r 11''_r$. Претходно ја цртаме завртената фронтална контура $1''_r 6''_r 9''_r 10''_r 11''_r 8''_r 3''_r 4''_r 1''_r$ со полна искршена затворена линија, бидејќи таа секогаш е видлива и го одделува телото од околниот простор. Потоа ги повлекуваме другите видливи рабови-споеви на видливите темиња $5''_r$ и $12''_r$ со соодветните што се наоѓаат на спомената контура.

На ист начин размислувајќи постапуваме за установување видливост во ротираната хоризонтална проекција со помош на нејзината придружничка-ротираната фронтална проекција.



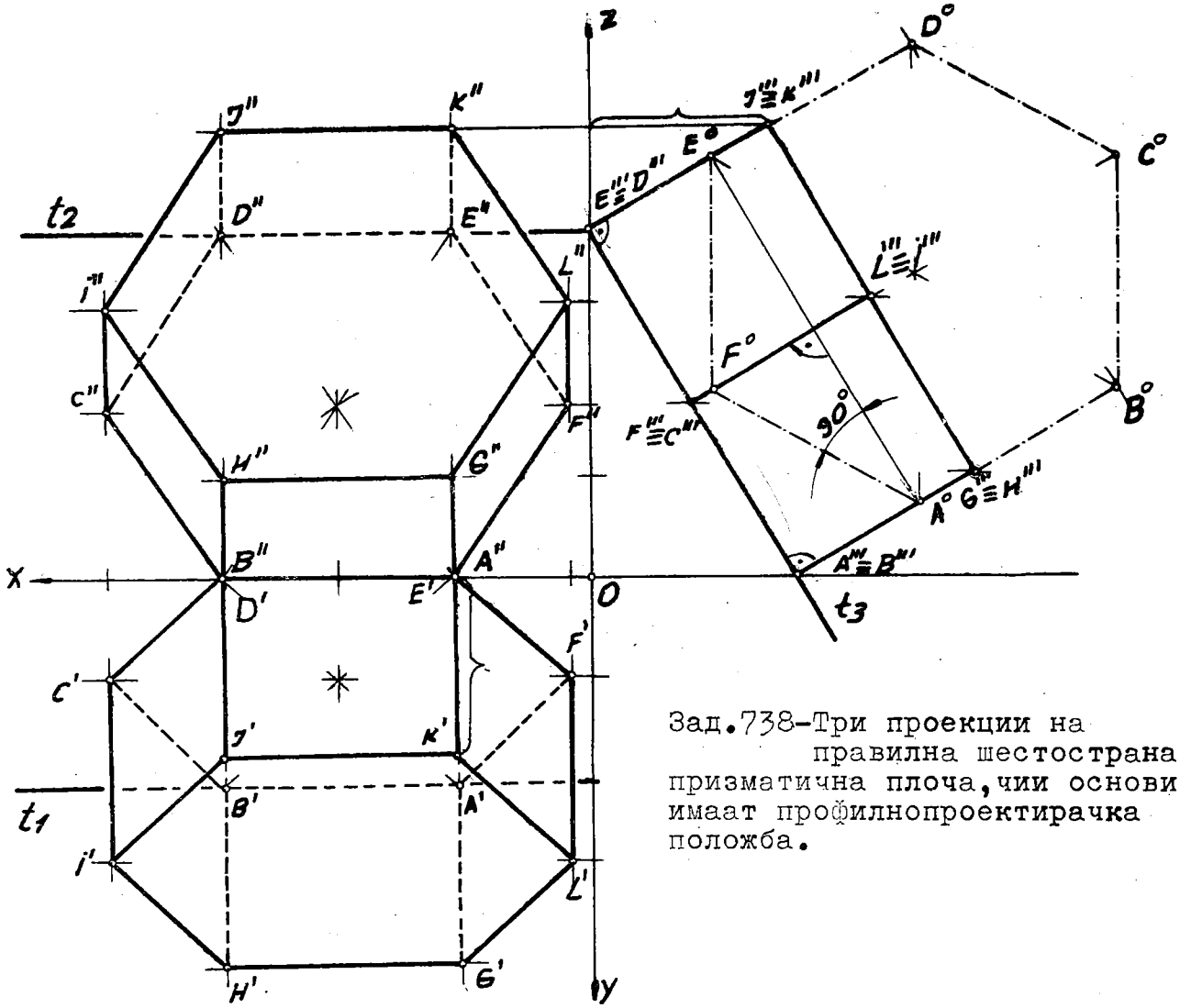
Зад.701-сл.88.Извршено е завртување на рабесто тело околу хоризонтална оска.

Наместо констатирање видливост преку темињата можно е со помош на два раба што се сечат во внатрешноста на привидната контура од соодветната проекција,тие рабови всушност се разминувачки на телото,затоа едниот е видлив а другиот не се гледа. Кај разминувачки прави видливоста се одредува мошне често преку поклопни точки. Нека земеме два раба на завртената хоризонтална проекција што привидно се сечат, на пр. $3'_r8'_r$ и $9'_r10'_r$,во ротираната фронтална проекција $3''_r8''_r$ и $9''_r10''_r$ се одделуваат, при што $3''_r8''_r$ е повисок од $9''_r10''_r$,т.е. поблиску до посматрачот се наоѓа поклопна точка што лежи на работ 3_r8_r па ја засолнува(покрива) точката што иницира на работ 9_r10_r .Затоа добиваме дека $3'_r8'_r$ се гледа,$9'_r10'_r$ не е видлива,што ја обележуваме со извлекување на испрекинатата линија.

738. Врз рамнината $T/t_1,t_2;t_1//t_2$ со долната основа е поставена правилна шестострана призматична плоча ABCDEFGHIJKL која има висина 30 мм,ако два основни раба на таа основа лежат-едниот AB/A(?,A″),B(?)/ на Π_1,а нему спротивниот раб DE/ D(?),E(E′,?)/ на Π_2.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Ја наоѓаме профилната трага t_3 и на неа лежат A''' и E''',потоа со соборување за 90° на рамнината T околу t_3 во Π_3,ги добиваме темињата A° и E°. Преку нив конструираме правилен шестаголник $A^\circ B^\circ C^\circ D^\circ E^\circ F^\circ$,нормали до t_3 ги одредуваме нивните профилни проекции. Понатаму со користење на профилната проекција и соборената положба на полигонот лесно ги наоѓаме фронталната,па хоризонталната проекција. Овој шестаголник е база на призматична плоча,со нанесување висина во вистинска големина во профилна проекција,имено $\overline{A'''G'''}$=30 мм, која е нормална на основата,т.е. на трагата t_3 ,потоа низ G''' повлекуваме отсечка паралелна со проекцијата на долната основа $A'''D'''$,ја добиваме горната основа на телото во таа проекција.Значи,со ползување на својството паралелност на рабовите на долната и на горната основа на призмата,како и нормалност на бочните рабови во однос на основите кај исправената призма,ги наоѓаме фронталната проекција и хоризонталната на горниот шестаголник. На приложената слика е покажано за горното теме K ;,поаѓајќи од неговата профилна проекција K''' ја одредуваме K'' како пресек на ординала од K''' и нормала подигната од E'' на фронталната трага t_2 .За хоризонталната проекција K′ го земаме растојанието на K''' до z-оската,кое е прва ордината на точката K,а ја нанесуваме од x-оската.

Трите привидни контури ги извлекуваме со полни линии,бидејќи го омеѓуваат телото од околниот простор. Видливоста е означена во трите проекции(тука ќе појасниме за хоризонталната и фронталната прсекција на призматичната плоча). Евидентно е дека и во двете проекции се гледа горната основа. Извлекувањето полни и испрекинати линии

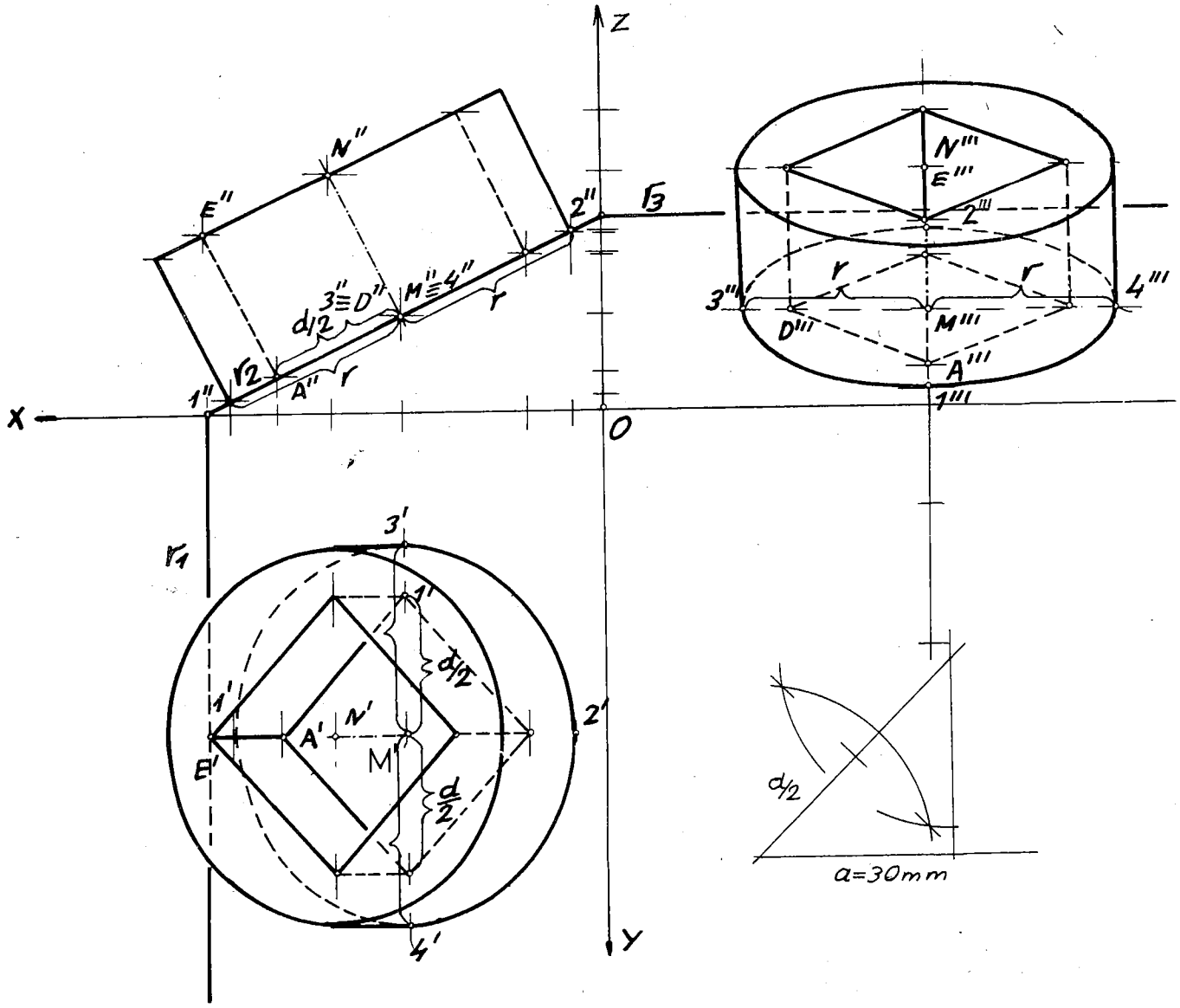


Зад.738-Три проекции на правилна шестострана призматична плоча,чии основи имаат профилнопроектирачка положба.

вс хоризонталната проекција се врши преку посматрање на фронталната проекција. Од посматрачот се најоддалечени,а најблиску до $П_1$ (x-оската) темињата A'' и B'' ,затоа во споменатава проекција A' и B' се невидливи,припаѓаат во внатрешноста на контурата,па од нив се повлекуваат само невидливи рабови. Посматрајќи ја хоризонталната проекција со поглед во правец y,нормален кон $П_2$,установуваме дека најоддалечени темиња од долната основа на плочата се D' и E' ,па во фронталната проекци- D'' и E'' не се гледаат,како и сите основни и бочни рабови што тие ги поврзуваат и ги нацртуваме со испрекинати линии.

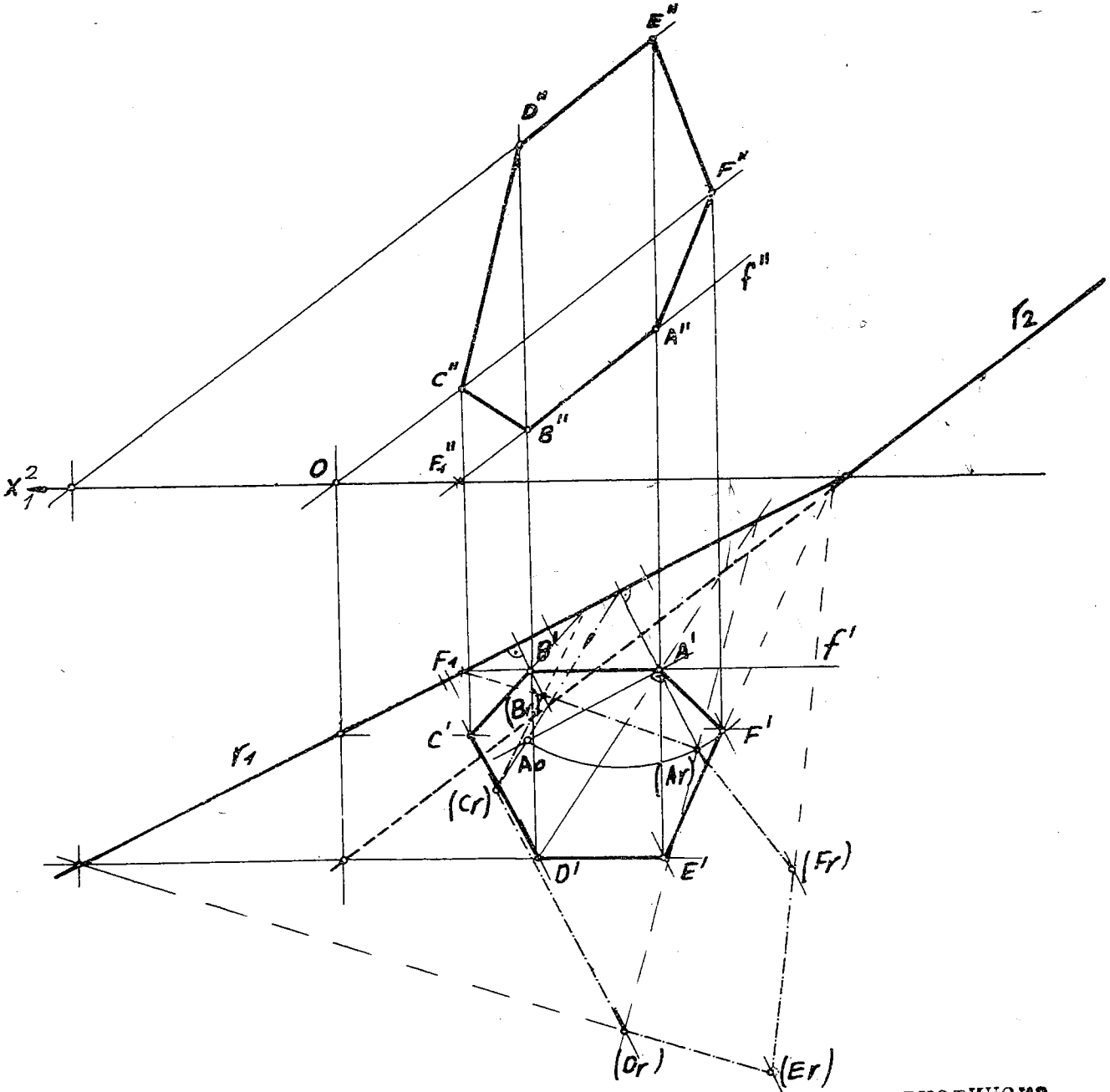
774 г). Зададена е цилиндрична плоча со квадратен отвор,која е поставена со долниот базис во рамнината $P \perp П_2$,ако е нејзин центар $M(M', ?)$.

РЕШЕНИЕ. Покрај трагите r_1, r_2 ја конструираме и трагата r_3 ,потоа ги наоѓаме M'' и M''' на центарот на основата што лежи во дадената рамнина. На приложениот цртеж се прикажани проекции на фронталнопроектирачки круг со центар во M и радиус r=30 мм,кој во фронтална проекција е отсечката $1''2''$,во хоризонталната -елипсата $1'4'2'3'$ и во профилната проекција е елипсата $1'''4'''2'''3'''$. Потоа цртаме



Зад.774 г)-Конструирани се три проекции на цилиндрична плоча со призматичен отвор,чии основи се фронталнопроектирачки.

проекции на квадрат со должина на страна a=30 мм чија положба е нормална на $П_2$, па во фронтална проекција се добива отсечка,додека во хоризонтална и профилна проекција-паралелограми.Тоа што е добиено за долната основа е транслаторно (паралелно) поместено во трите проекции.Во фронталната проекција директно ја нанесуваме вистинската големина на висината на плочата од 25 мм (зошто ?).Понатаму користејќи го својството за паралелност цртаме проекции на горната основа,кои се поврзани со долната-кај цилиндричниот надворешен дел со помош на контурните генератриси(изводници),а внатрешниот шуплив призматичен дел со бочните рабови. Во хоризонталната и профилната проекција се видливи,покрај контурата на телото, неговата горна основа и делови од шуплината:бочен и основни рабови во хоризонталната проекција и само бочен раб во профилната.



Зад.803-Монжови проекции на шестаголник и неговата вистинска големина, кој припаѓа на општата рамнина P.

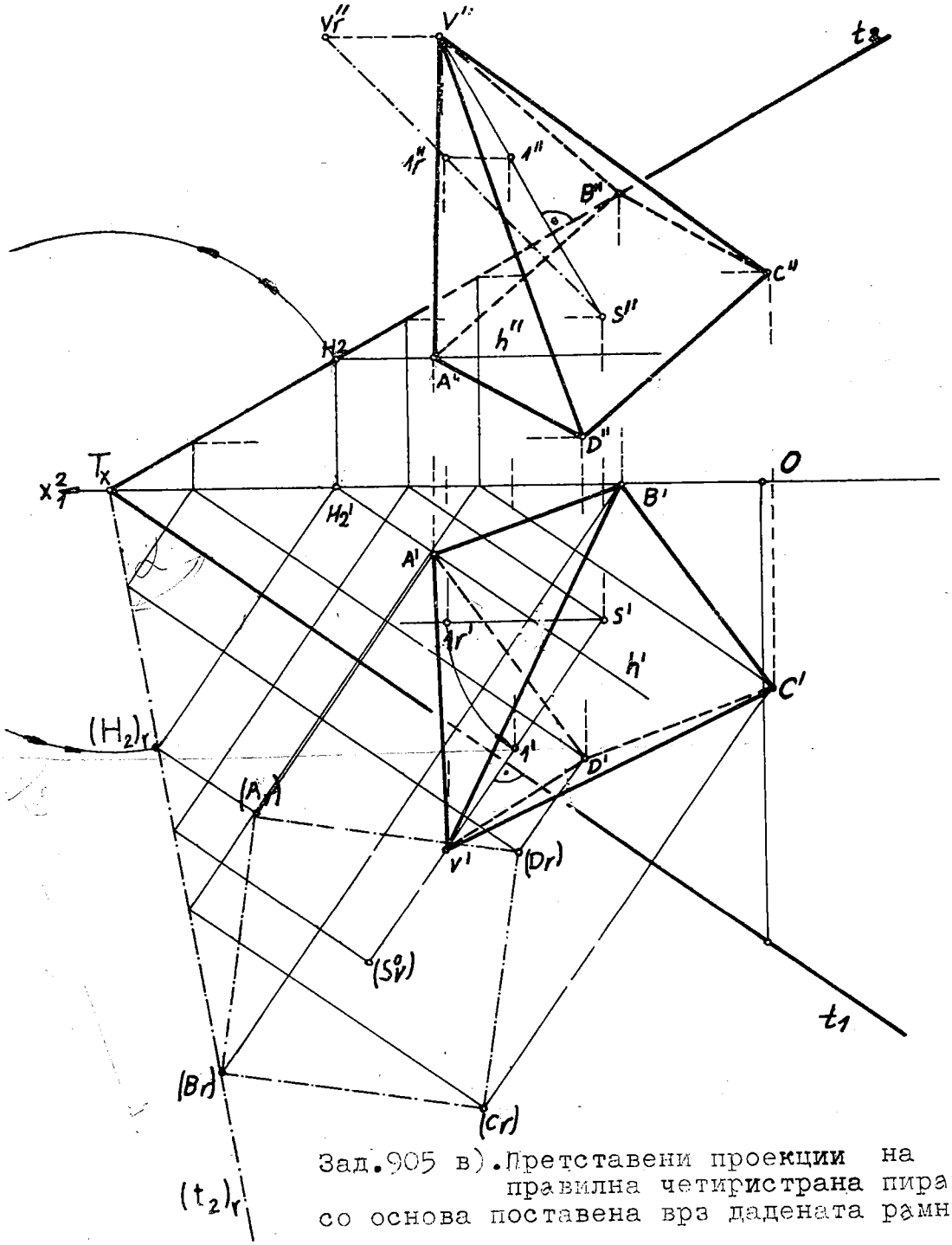
803. Определени се рамнината $P/r_1, r_2/$ и во неа шестаголник ABCDEF /A(A', ?), B (B', ?), C (C', ?), D(D', ?) , E(E', ?), F(?) чија фронтална проекција и вистинска големина треба да се одредат.

ГРАФИЧКО ПРЕТСТАВУВАЊЕ. Со помош на фронтални прави ги наоѓаме шестите темиња, A и B детално се означени на приложената слика. Повлекувајќи низ $A'C'f' \;//\; x_1^2$-оската ($f' \equiv A'B'$), го одредуваме првиот прод F_1, чија фронтална проекција F_1'' е на x-оската. На проекцијата f'' а на ординалата од A' и B' ги добиваме бараните фронтални проекции A'' и B'' на темињата A и B. $A''B''C''D''E''F''$ е фронтална проекција на зададениот шестаголник.

Вистинската големина на даденият шестаголник ја одредуваме преку соборување на рамнината P околу нејзината хоризонтална трага r_1 во Π_1. Постои перспективна афиност меѓу хоризонталната проекција и ротираната (соборената) положба на шестаголникот, каде се : r_1 афина оска и афин правец, определен со сврзницата $A'(A_r)$. Усвојувајќи ја r_1 за оска на ротација околу неа ја завртуваме точката A со поставување трага на вертикалната рамнина на ротирањето низ $A' \perp r_1$, таа рамнина во која лежи точката A ја соборуваме за 90° во Π_1, па ја добиваме A_o (со нанесување на втората ордината $z_A = \overline{A'A_o}$) и оттаму радиусот на ротацијата, каде со кружен лак ја наоѓаме ротираната точка (A_r). Другите пет темиња се ротирани со употреба на перспективен афинитет, на пр. за да ја одредиме (B_r) ги поврзуваме $A'B' = t'$ и таа сврзница ја сече афината оска r_1 во точката F_1, придружната сврзница $(A_r)(B_r)$ треба да минува низ точките F_1 и (A_r), врз неа а на афиниот правец низ точката B' го наоѓаме ротираното теме (B_r). Оваа постапка ја ползуваме за уште четирите темиња, така што ја имаме вистинската големина $(A_r)(B_r)(C_r)(D_r)(E_r)(F_r)$ на шестаголникот ABCDEF.

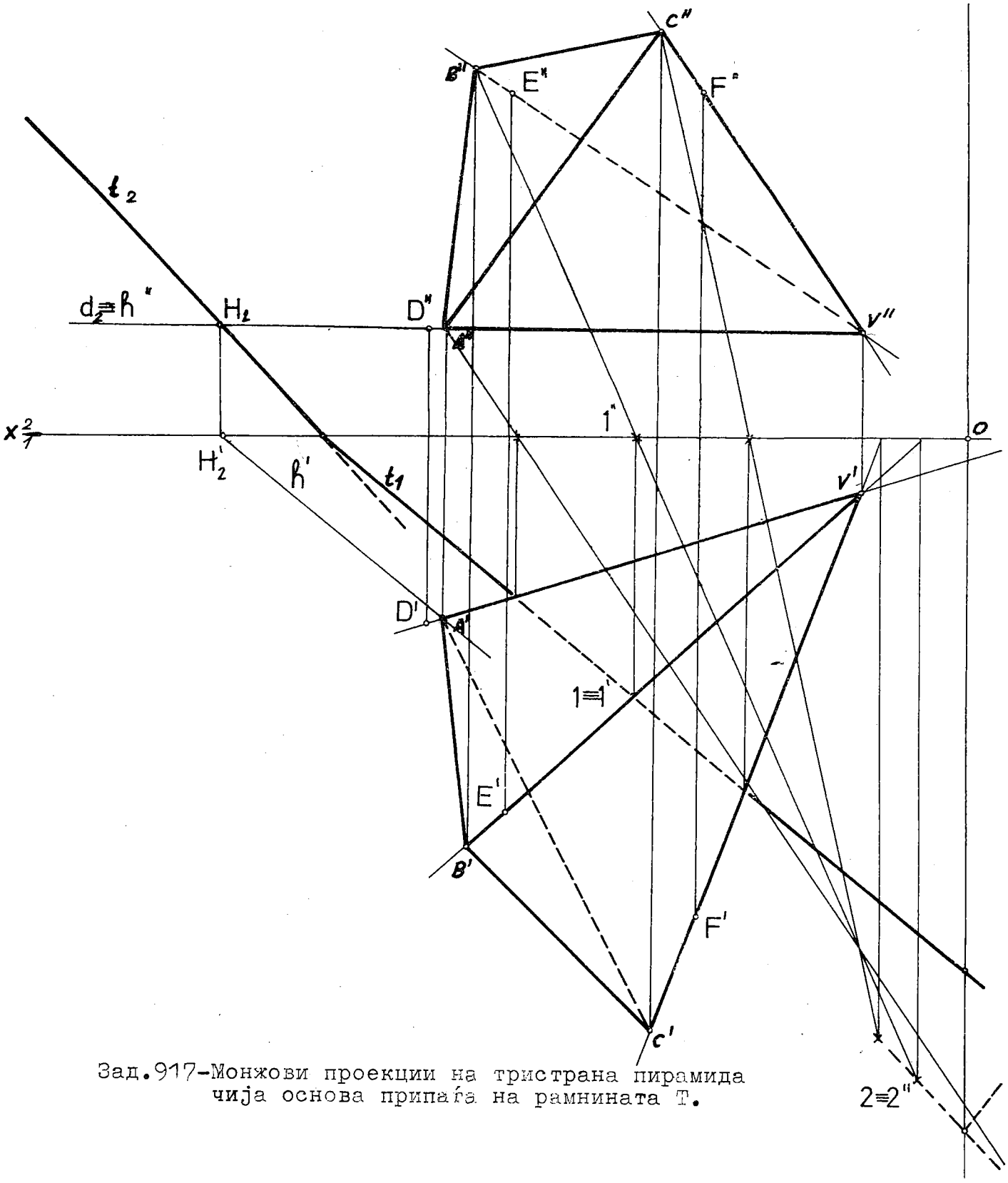
905 в). Одредете фронтална трага на рамнина T/t_1 , ?/ во која лежи точката $A(A', A'')$! Да се нацртаат проекции на правилна четиристрана пирамида со основа потпрена на зададената рамнина, ако едно теме е точката A а другото соседно теме се наоѓа во Π_2 иако должината на основниот раб изнесува 40 мм, додека висината е $\overline{SV}$ = 60 мм.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Цртаме хоризонтална права $\underline{h}$ низ точката $A' \in h'//t_1$ и $A'' \in h''//x_1^2$-оската, одредувајќи го нејзиниот втор прод H_2. Ги сврзуваме точките T_x и H_2 со тоа ја добиваме бараната фронтална трага t_2 . Ја соборуваме рамнината T околу t_1 во Π_1 со употреба на хоризонталната права $\underline{h}$ и точката H_2 и ја добиваме ротираната фронтална трага $(t_2)_r = T_x(H_2)_r$. Во таква положба го одредуваме темето (A_r) и за должина од 40 мм до пресек со $(t_2)_r$ ја наоѓаме (B_r), од можните две, избираме едно решение. Ползувајќи ја вистинската големина на собореният квадрат $(A_r)(B_r)(C_r)(D_r)$, кој е основа на бараната пирамида, со помош на хоризонтални прави во соборена положба и во придружени проекции ги наоѓаме другите три темиња B, C и D, имено B', B'' ; C', C'' ; D', D'' . Пресечни точки на дијагоналите се S' и S'' во кои издигнуваме прави $S'1'$ и $S''1''$ во хоризонтална и фронтална проекција, кои се нормални на соодветните траги. Преку методот на ротација фиксираме вистинска големина на нормалната отсечка $\overline{S1} = \overline{S''1''}_r$, врз која ја нанесуваме висината $\overline{S''V''}_r = 60$ мм на пирамидата, а оттаму ги одредуваме проекциите V' и V'' на нејзиниот врв V. Сврзувајќи ја V' со точките A', B', C' и D' ја добиваме хоризонталната проекција на бараната пирамида и соодветно V'' со A'', B'', C'' и D'', нејзината фронтална проекција.



Зад.905 в). Претставени проекции на правилна четиристрана пирамида со основа поставена врз дадената рамнина.

Двете контури ги извлекуваме со полни линии. Од петте точки најниска е точката D , според тоа D' не е видлива и рабовите низ него (два основни е еден бочен раб) не се гледаат во односната проекција. Точката B е најблиску до Π_2, затоа B'' не се гледа во фронталната проекција, па сите рабови низ него ги извлекуваме со испрекинати линии. Бидејќи трагите се специјални прави од рамнината што лежат респективно во Π_1, односно во Π_2, тогаш телото е пред нив, ги поклопува деловите од соодветните траги, поради тоа тие се невидливи и се нацртани со испрекинати линии.



Зад.917-Монжови проекции на тристрана пирамида чија основа припаѓа на рамнината T.

917. Зададени се трите пресечни прави $VD \wedge V(V', V'')$, $D(D', D'')$, $VE \wedge V(V', V'')$, $E(E', E'')$ и $VF \wedge V(V', V'')$, $F(F', F'')$, како и рамнината $T/t_1, t_2/$. Се бара тристрана пирамида чии бочни рабови лежат на дадените три пресечни прави со врв V, ако нејзината основа се наоѓа во дадената рамнина.

РЕШЕНИЕ. Одредуваме прободи на трите прави VD, VE и VF со рамнината T, на пример: низ VD поставуваме помошна хоризонтална рамнина $\Delta \parallel \Pi_1$, при тоа нејзината

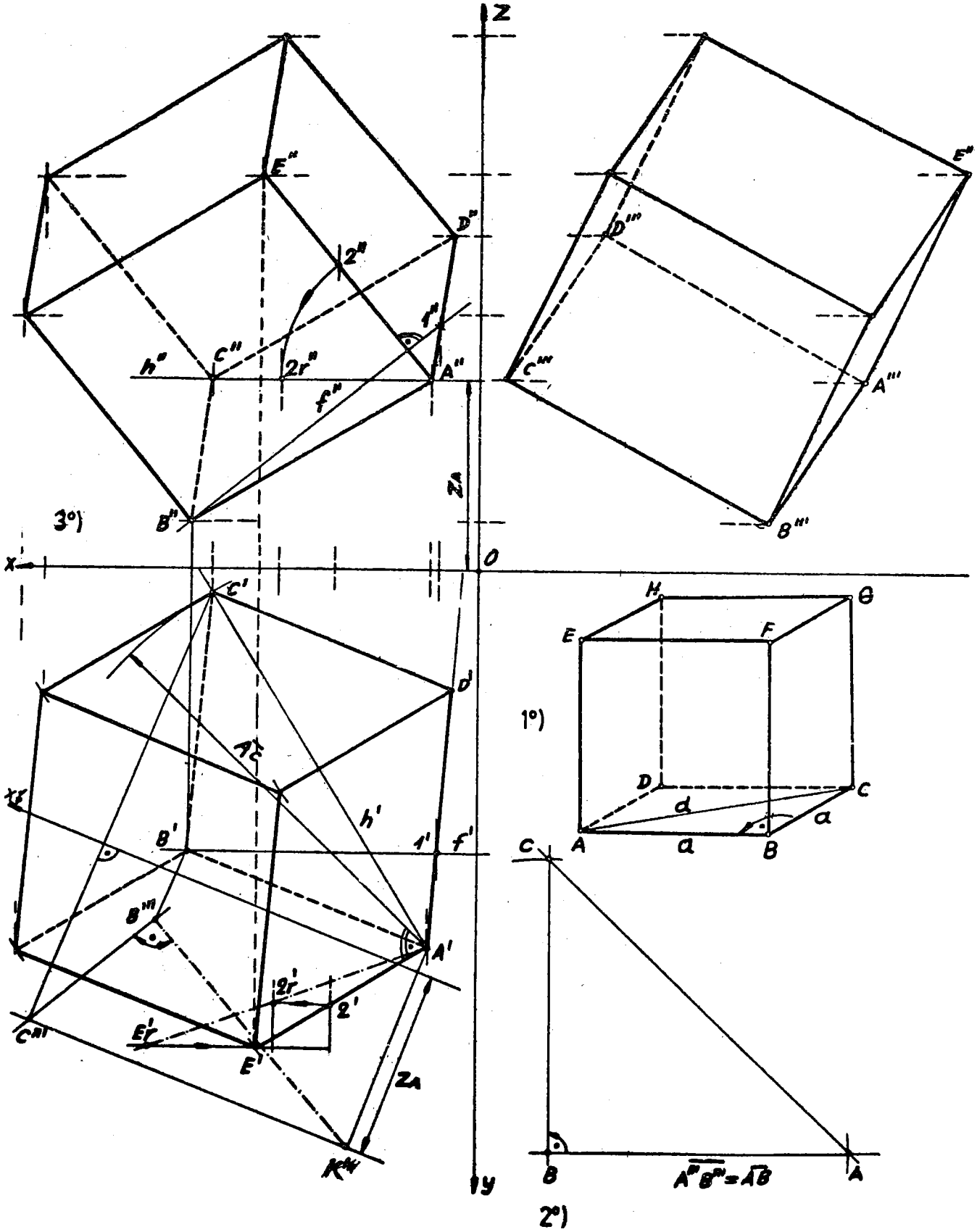
фронтална трага $d_2 // x_1^2$-оската, која ја сече дадената рамнина во хоризонталната права h и правата VD во пресечната точка A, имено $h' \cap V'D' = A'$, а на ординалата до проекцијата $V''D''$ ја наоѓаме фронталната проекција A'', додека низ правата VE замислуваме рамнина нормална на Π_1 што ја сече рамнината T во пресечка $1\ 2$, а самата права VE во прободната точка B, имено $1''2'' \cap V''E'' = B''$ и хоризонталната проекција B' на ординалата до $V'E'$.

Основата ABC лежи во рамнината T, која е определена со дивергентни траги, што значи дека се гледаат различни страни на рамнината T, кога се набљудува нормално кон Π_1 и во насока спрема Π_2. До овој резултат се доаѓа ако одредуваме видливост на рабовите што ја прободуваат таа рамнина. Независно од дадената рамнина ја одредуваме дефинитивната видливост со посматрање на проекциите на пирамидата. За наоѓања видливост во хоризонталната проекција потребно е да установиме кој од двата раба $V'B'$ и $A'C'$ не се гледа кога посматраме нормално кон Π_1. Доволно е да се разгледа основата ABC, од која во Π_1 не се гледа $A''C''$, бидејќи ѝ пречат $C''B''$ и $B''A''$, значи $A'C'$ е невидливо. Врвот V е најблиску до Π_2, затоа основата $A''B''C''$ се гледа во фронталната проекција, тогаш бочниот раб $V''B''$ и основниот раб $A''C''$ се во разминувачка положба, па се јавува работ $V''B''$ како невидлив.

966-1. Да се нацртаат три проекции на коцка чиј раб е отсечката $AB/A(A',A'')$, $B(B',B'')/$ и има придружена странична дијагонала AC паралелна со Π_1 (сл. 3°).

Во задачава се ползува ставот: ортогонална проекција на прав агол, чиј еден крак е паралелен со една од проекционите рамнини, се добива агол складен (конгруентен) со дадениот (90°). Корисно е да се нацрта просторна скица на разгледуваното тело, за да ги установиме врските меѓу дадените елементи и бараните.

ГРАФИЧКО РЕШЕНИЕ. Низ точката $A'' \in h'' //$ x-оската, а на таа хоризонтална права некаде се наоѓа C'' ($z_C = z_A$). Поставуваме помошна проекциона рамнина $\Pi_3 // AB$, имено $\Pi_3 \perp \Pi_1$, оттаму е нова оска $x_3^1 // A'B'$. Ја наоѓаме вистинската големина на работ $\overline{A'''B'''} = \overline{AB}$, потоа конструираме прав агол со теме B''', првиот крак $B'''A'''$ и вториот крак $B'''C'''$, врз тој крак одредуваме C''' користејќи $z_C = z_A$. Понатаму низ точката C''' повлекуваме ординала кон x_3^1-оската на која се наоѓа C' и во пресек на кружен лак со центар A' и радиус $\overline{A'C'} = \overline{AC}$, која должина ја одредуваме на помошната слика 2°). Од можните две положбени решенија, избираме едно, што е поблиску до x. На ординалата од точката C' до фронталната проекција h'' ја наоѓаме C''. Со примена на својството за паралелност и еднаквост на спротивните страни кај паралелограмот ги одредуваме D' и D''. Графичка контрола: сврзницата $D'D''$ треба да е една иста ординала. Низ темето B повлекуваме фронтална права: $B' \in f' //$ x-оската и $f'' = B''1''$. За да ја претставиме горната основа ги цртаме рабовите што ги спојуваат одредените темиња A, B, C и D со другите четири E, F, G и H; тие сврзници се нормални на рам-



Зад.966-I.Три проекции на коцка која е определена со работ AB и AC // Π_1.

нината ABCD а правците на нејзините траги се дефинирани со хоризонталната $\underline{h}$, односно фронталната права $\underline{f}$.На прикажаниот цртеж 3° ја изведуваме за темето E,имено низ $A' \in A'2' \perp h'$ и $A'' \in A''2'' \perp f''$ ја наоѓаме вистинската должина на отсечката A2,со произволната точка 2,со методот на ротација, $\overline{A'2'_r} = \overline{A2}$,на која нанесуваме $\overline{AE'_r} = \overline{A''B''} = \overline{AB}$,па го добиваме E' и на ординалата до правата $A''2''$ го наоѓаме E''. Потоа низ B', C' и D' повлекуваме паралелни и еднакви отсечки со $A'E'$, тоа го правиме во фронталната проекција низ точките B'', C'' и D'' со користење должина на отсечката $A''E''$.

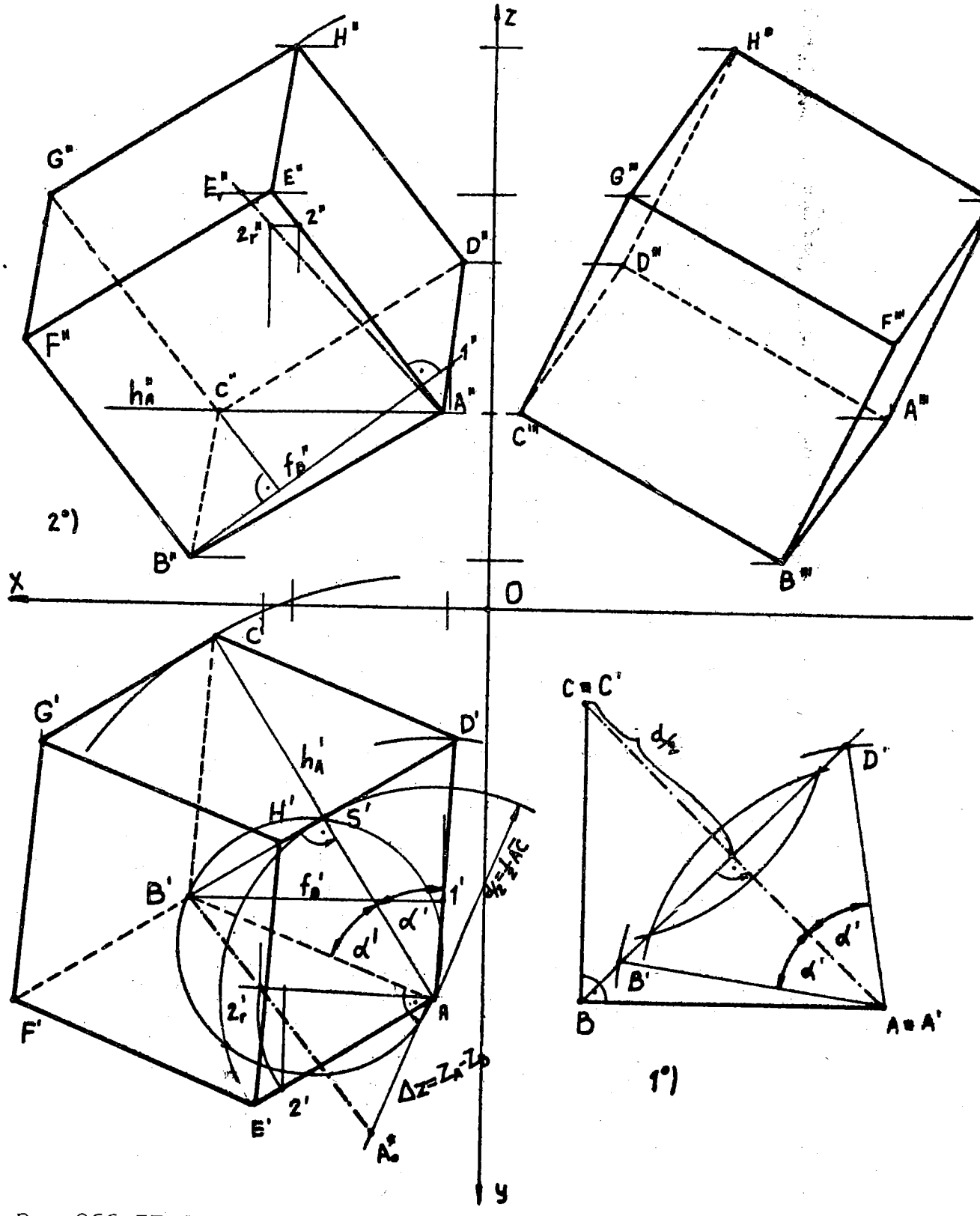
ВИДЛИВОСТА ја констатираме во хоризонталната проекција со уочување во фронталната,каде најниска точка(најблиска до x-оската) е B'' ,па е невидлива B' и трите рабови што минуваат низ неа. Потоа извлекуваме невидливи рабови низ C'' ,бидејќи темето C е најблиску до Π_2.На крајот видливост во профилната проекција,земајќи предвид дека темето D е најблиску до Π_3,така што D''' е во внатрешноста на контурата,па рабовите кои проѓаат низ таа точка ги цртаме со испрекинати линии. Приложената слика е незначително намалена со пресликувањето.

966-II. Зададена е отсечката AB/A(A', A''),B(B', B'')/.Се бара коцка со раб AB и странична дијагонала AC// Π_1.

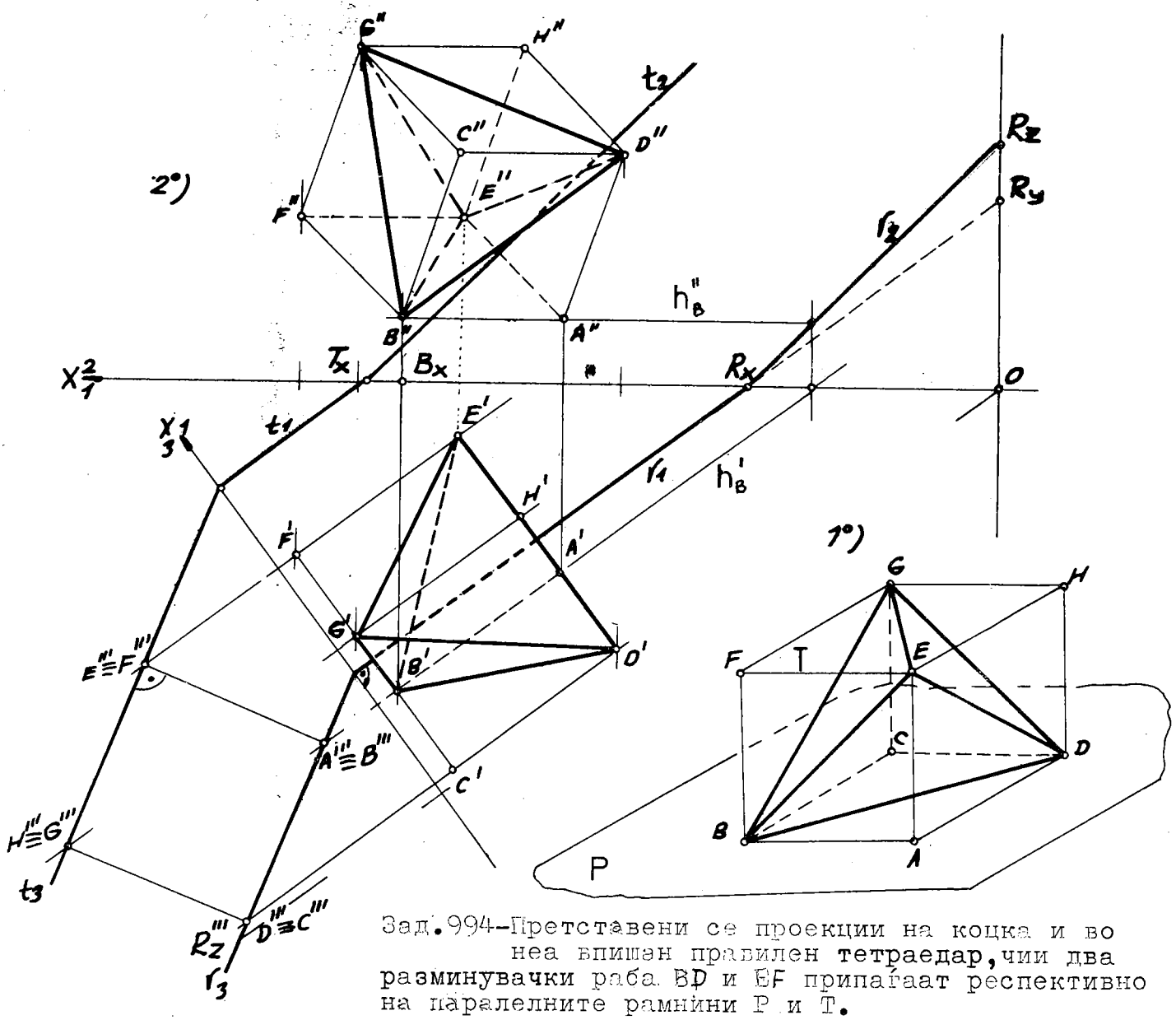
РЕШЕНИЕ.Ако е AC// Π_1,тогаш втората ордината е $z_C = z_A$;па во хоризонтална проекција ќе се проектира во вистинска должина $\overline{A'C'} = \overline{AC}$ и уште $B'D'$ со $A'C'$ ќе градат прав агол,бидејќи едниот крак ($A'C'$) е паралелен со Π_1.Во тој случај проекцијата $A'B'C'D'$ на квадратот ABCD ќе биде паралелограм со заемно нормални дијагонали-ромб.Тој го конструираме на помошниот цртеж 1° со користење на неговата поголема дијагонала $\overline{A'C'} = \overline{AC}$ и страна на тој ромб,должината на отсечката $A'B'$, при што ги добиваме аглите на ромботот.Од нив во хоризонталната проекција го употребуваме само остриот агол α' .Меѓутоа,одредувањето проекција C' на темето C можно е директно во хоризонтална проекција со цртање кружен лак со центар A' и радиус што изнесува $d/2 = 1/2\overline{AC}$,кон него од точката B' повлекуваме тангенти,има две,една од нив ја вцртуваме со допирна точка S' ,која е средишна за $A'C'$,т.е. $\overline{A'S'} = \overline{S'C'}$.Сето друго,е подробно нацртано на сликата 2°,каде што е прикажано едното од можните две положбени решенија,покрај уште две,ако не претпоставиме дека ABCD сме ја зеле како долна страна на бараната коцка.

Видливоста ја одредуваме онака како што е образложено кај претходниот I начин на решавање на оваа задача.

Прикажаните цртежи со пресликувањето се нешто намалени.



Зад.966-II. Ортогонални проекции на коцка што е дефинирана со раб АВ и придружена странична хоризонтална дијагонала АС.



Зад.994-Претставени се проекции на коцка и во неа вписан правилен тетраедар,чии два разминувачки раба BD и EF припаѓаат респективно на паралелните рамнини P и T.

994. Зададени се две паралелни рамнини P/40,-30,40/ и T/100, ?,?/ а во нив се наоѓаат два разминувачки раба BD и EF на правилен тетраедар BDEF .Се бараат проекциите на тој тетраедар иако се дадени две темиња на опишаната коцка ABCDEFGHоколу него A(x,y,10) и B(95,y,10) што лежат во рамнината P.

На помошниот цртеж 1° е прикажана просторна скица на коцка со страната ABCD во рамнината P и во коцката е вписан правилен тетраедар.Оттука е очигледна еднаквоста на растојанието меѓу два разминувачки раба на тетраедарот и работ на припадната коцка,од каде го наоѓаме работ на бараниот тетраедар,кој е еднаков на страничната дијагонала на односната коцка.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО е изведено на сл.2°.Со трансформација паралелните рамнини ги доведуваме во проектирачка положба,на тој начин нормалното растојание меѓу нивните трети траги е оддалеченост помеѓу двата разминувачки раба на

правилниот тетраедар.За таа цел ја земаме помошната проекциона рамнина $\Pi_3 \perp \Pi_1$, а за нова оска $_1x_3 \perp r_1$, при тоа $\overline{OR_z}$ го пренесуваме од $_1x_3$ и го добиваме R_z''', ја одредуваме третата трага r_3 а со неа паралелно t_3 која минува низ пресечната точка на $t_1 \cap {}_1x_3$. Проекциите на темето B ги одредуваме преку хоризонталната права h_B што припаѓа на рамнината P.На таа хоризонтала лежи и темето A,но не е дадена неговата апсциса.Во третата проекција нацртуваме коцка чии две спротивни страни лежат :едната $A'''B'''C'''D'''$ на рамнината P и другата $E'''F'''G'''H'''$ на T,користејќи го нивното меѓусебно растојание како должина на раб на коцката.Потоа од B' на h'_B нанесуваме $\overline{B'''F'''}$ и ја наоѓаме хоризонталната проекција A' а на ординалата до h''_B лежи A'',со тоа ја одредуваме бараната апсциса на темето A.Понатаму ги конструираме хоризонталната и фронталната проекција на коцката.На крајот,со полна дебела линија ги поврзуваме темињата B,D,E и F во рабови BD и EF на бараниот тетраедар,во монжови проекции.

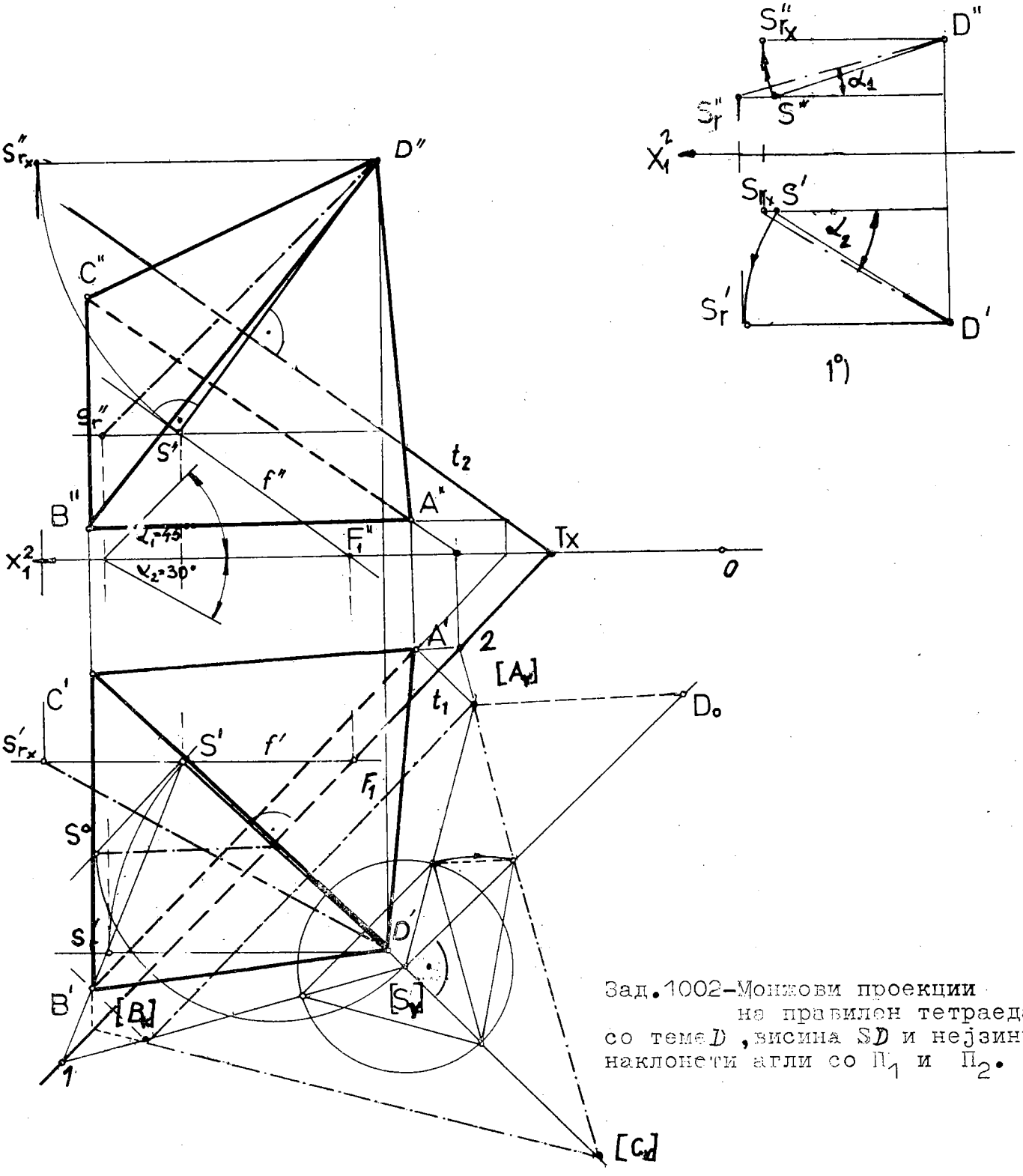
Водејќи сметка дека најниско теме е B,па во хоризонталната проекција не е видливо,но штом припаѓа на таа контура се видливи $B'D'$ и $B'G'$,додека $B'E'$ ја извлекуваме со испрекината линија.Темето E е најдалеку од набљудувачот а најблиску до Π_2 и бидејќи E'' не се наоѓа на фронталната контура од телото,трите рабови $E''B''$, $E''D''$ и $E''G''$ што минуваат низ него се прикажани како невидливи рабови.

7002. Да се нацртаат проекции на правилен тетраедар ABCD со темето $D(D', D'')$ и зададената висина $\overline{SD}$,чии наклонети агли се α_1 и α_2 ,ако еден раб,на пр. $AB // \Pi_1$.

На помошната слика 1° е одредена должина на произволна отсечка $SD/S(S', S'), D(D', D'')/$ со методот на ротација и вистинските големини на првиот α_1 и вториот наклонет агол α_2 .Таа постапка,но по обратен ред,ја применуваме на цртежот 2° за наоѓање на придружените проекции S' и S'' на подножната точка на висината SD.

Детално објаснување за конструирање проекции на отсечка низ фиксна точка со дадена должина и наклонети агли е изнесено во решената задача 642.

Потоа низ точката S поставуваме рамнина T нормална на SD ,во која лежат другите три темиња A,B и C на бараниот тетраедар,со одредување на нејзините траги t_1, t_2 .Вака формираната рамнина ја соборуваме во Π_1 околу хоризонталната трага t_1 .Тука оска на ротација е трагата t_1,околу неа ја вртиме точката S во положба $/S_r/$.Цртаме кружница со центар $/S_r/$ и произволен радиус,па во неа конструираме



Зад.1002-Монжови проекции на правилен тетраедар со теме D, висина SD и нејзините наклонети агли со Π_1 и Π_2.

еднаквостран триаголник со една страна паралелна со t_1 ($// \Pi_1$). Усвојувајќи го него како припаден на земенот произволен тетраедар ја одредуваме неговата висина, на неа ја нанесуваме зададената висина $\overline{SD}$=70 мм$\neq\overline{S_r D_o}$, потоа со пропорционалност на отсечки ја добиваме ротираната положба /A_r/ на темето A, а оттаму ги наоѓаме /B_r/ и /C_r/. Преку перспективен ортогонален афинитет со оска на афиност

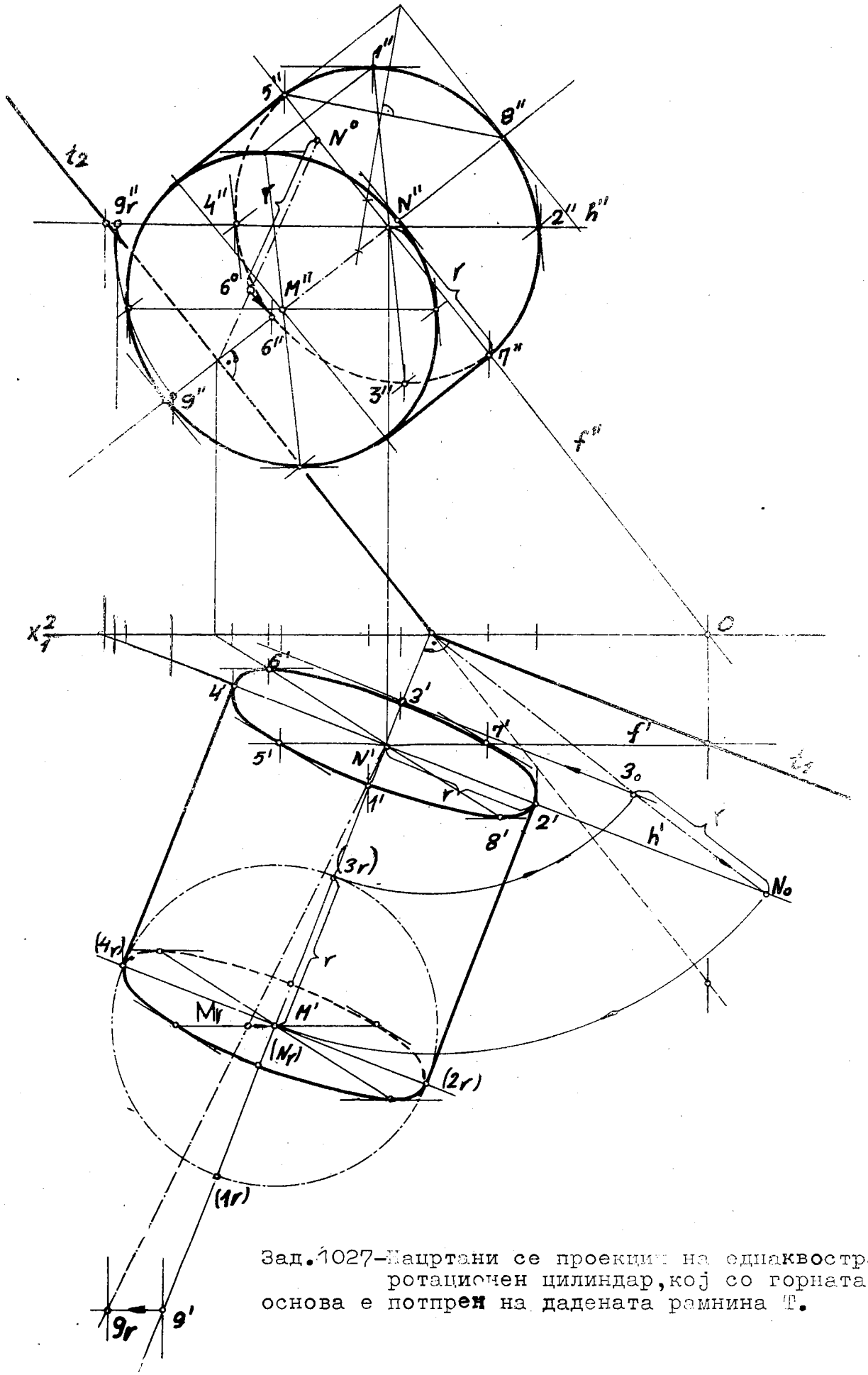
t_1и придружен афин пар точки S' ,/Sr /,поаѓајќи од /B_r / преку сврзницата /S_r//B_r/ ја наоѓаме придружената спојница $S'1$ на која лежи B' и на афината права што минува низ /B_r / и е нормална на афината оска t_1.Бидејќи /A_r//B_r/ е паралелна со t_1 ,тогаш и $A'B'$// t_1(// Π_1),што беше услов во задачава.Хоризонталната проекција C' ја одредуваме со заемна афина придруженост на права определена со точките /A_r/ и /C_r/,како и со придружните точки A' и C',т.е. на правата $A'2$ припаѓа C' и на онаа права што минува низ точката /C_r/ која е нормална на t_1 .Со помош на хоризонтални прави ги цртаме фронталните проекции A'' ,B'' и C''.

Зададените елементи еднозначно го димензионираат правилниот тетраедар,но положбени решенија има повеќе.

Посматрајќи во правец на z ,значи нормално кон Π_1,преку фронталната проекција на тетраедарот установуваме дека најнизок раб,т.е. најблиску до Π_1 е AB,па во хоризонталната проекција тој е невидлив и извлечен со испрекината линија.Гледајќи нормално во насока на Π_2(насока y) преку хоризонталната проекција на телото констатираме дека од неговите рабови најблиску до Π_2,односно најоддалечен од посматрачот е AC,затоа $A''C''$е назначен како невидлив.

1027.Да се конструираат придружени проекции на еднаквостран ротационен цилиндар,чија горна основа со центар $N(N',?)$ и зададен радиус r припаѓа на рамнината $T/t_1,t_2/$.

РЕШЕНИЕ.Низ N'повлекуваме хоризонтална проекција f' на фронталната права $\underline{f}$ на дадената рамнина и со нејзина помош ја наоѓаме N'' .Ја ротираме рамнината T околу нејзината трага t_1 во Π_1 со завртување на точката N .Имено низ N' повлекуваме хоризонтална трага на рамнината на ротирањето,која е нормална права кон t_1 ,таа вертикална рамнина ја соборуваме за прав агол во Π_1.Користејќи ја висината z_N на точката N ја одредуваме точката N_o ,со радиусот на завртувањето а на споменатата нормала се наоѓа ротираниот центар (N_r) на горната основа.Сега цртаме кружница со радиус од 30 мм.На неа избираме пар конјугирани дијаметри $(1_r)(3_r)$ и $(2_r)(4_r)$, потоа по обратна постапка ги одредуваме нивните хоризонтални проекции $1'3'$ и $2'4'$, кои се оски на елипса што е хоризонтална прекција на горниот круг.На соодветни главни прави од рамнината T а на ординали лежат $2''4''$ и $1''3''$ што претставуваат пар конјугирани дијаметри на елипса.Потребно е да се конструираат оски на елипсата, која е фронтална проекција на основа што се наоѓа во дадената рамнина. Низ N'' а на проекцијата f'' се наоѓа големата оска $\overline{5''7''}=2r=60$ мм,додека малата оска $6''8''$ е на втората падна линија на рамнината од таа основа,преку вториот диференцијален



Зад.1027-Нацртани се проекции на еднаквостран ротационен цилиндар, кој со горната основа е потпрен на дадената рамнина T.

триаголник $y_N = \overline{N' N^o}$,на кој го нанесуваме радиусот $\overline{N^o 6^o} = r = 30mm$,а симетрично на него во однос на N'' го добиваме $8''$.

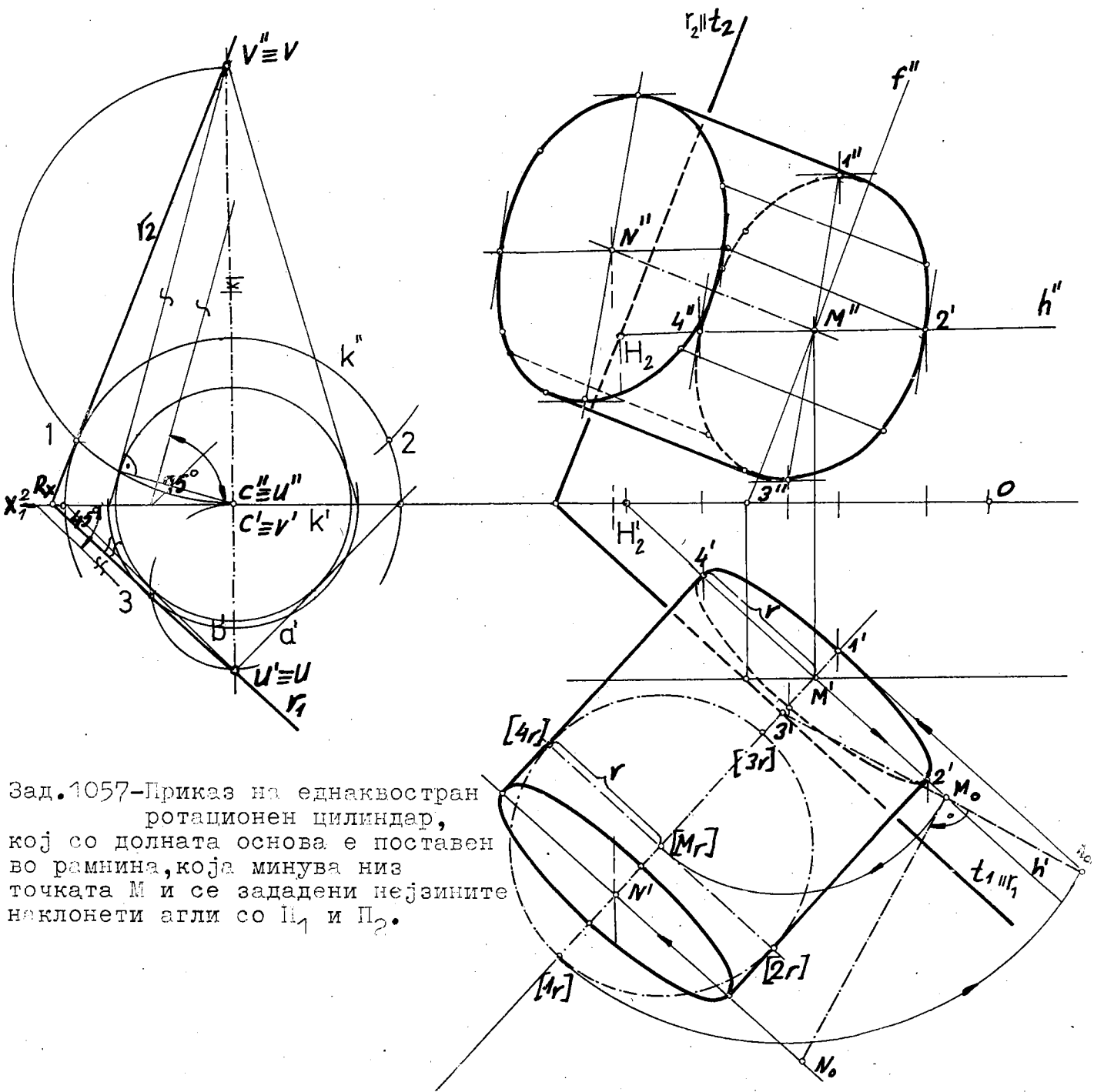
Центарот M на долната основа го наоѓаме на нормалата од N по однос на рамнината T а на растојание $\overline{MN} = 2r = 60mm$,бидејќи е еднаквостран ротационен цилиндар.На таа нормала земаме произволна точка $9(9', 9'')$,одредувајќи ја вистинската должина $\overline{N9}$ со методот на ротација,на $N' 9_r$ нанесуваме $\overline{N'M_r} = 60mm$.Оттаму по обратна постапка доаѓаме до проекциите M' и M'' на бараниот центар M од долната основа.Во M' цртаме оски паралелни и еднакви со $2'4'$ и $1'3'$,тоа го правиме и во фронталната проекција M'' со конструирање оски паралелни и еднакви на $5''7''$ и $6''8''$.Откако ќе ги конструираме елипсите во двете проекции,ги исцртуваме контурните изводници на бараниот цилиндар во хоризонталната и фронталната проекција.

Прво,набљудуваме во насоката кон Π_1 ,установуваме дека центарот N е најблиску до гледачот,односно најдалеку од Π_1 ,затоа таа основа се гледа во хоризонталната проекција,додека дел од обиколката на основата со центарот M,која не припаѓа на хоризонталната контура во M' не е видлива.Ако гледаме во насоката y спрема Π_2 преку хоризонталната проекција,констатираме дека центарот M е поблиску до посматрачот отколку N ,затоа таа основа со центарот во M'' се гледа и е извлечена со полна дебела линија,така што делот на елипсата со центарот N'' што се наоѓа во внатрешноста е покриена од претходната елипса,па ја цртаме со испрекината линија.

1057. Определена е рамнина T со точката $M(M', M'')$ и наклонетите агли $\omega_1 = 75^o$ и $\omega_2 = 45^o$.Да се нацртаат проекциите на еднаквостран ротационен цилиндар,чија долна основа има центар M и радиус од 25 мм а лежи на дадената рамнина.

На левата страна од x_1^2-оската е претставено едно од можните четири решенија за бараната рамнина со помош на произволна сфера со центарот $C' \equiv C''$ и два допирни ротациони конуса; едниот со изводници што зафаќаат агол од 75° спрема Π_1 и оној чии изводници градат агол од 45° кон Π_2.Оваа постапка детално е објаснета во решената задача 515,начинот под 1°.

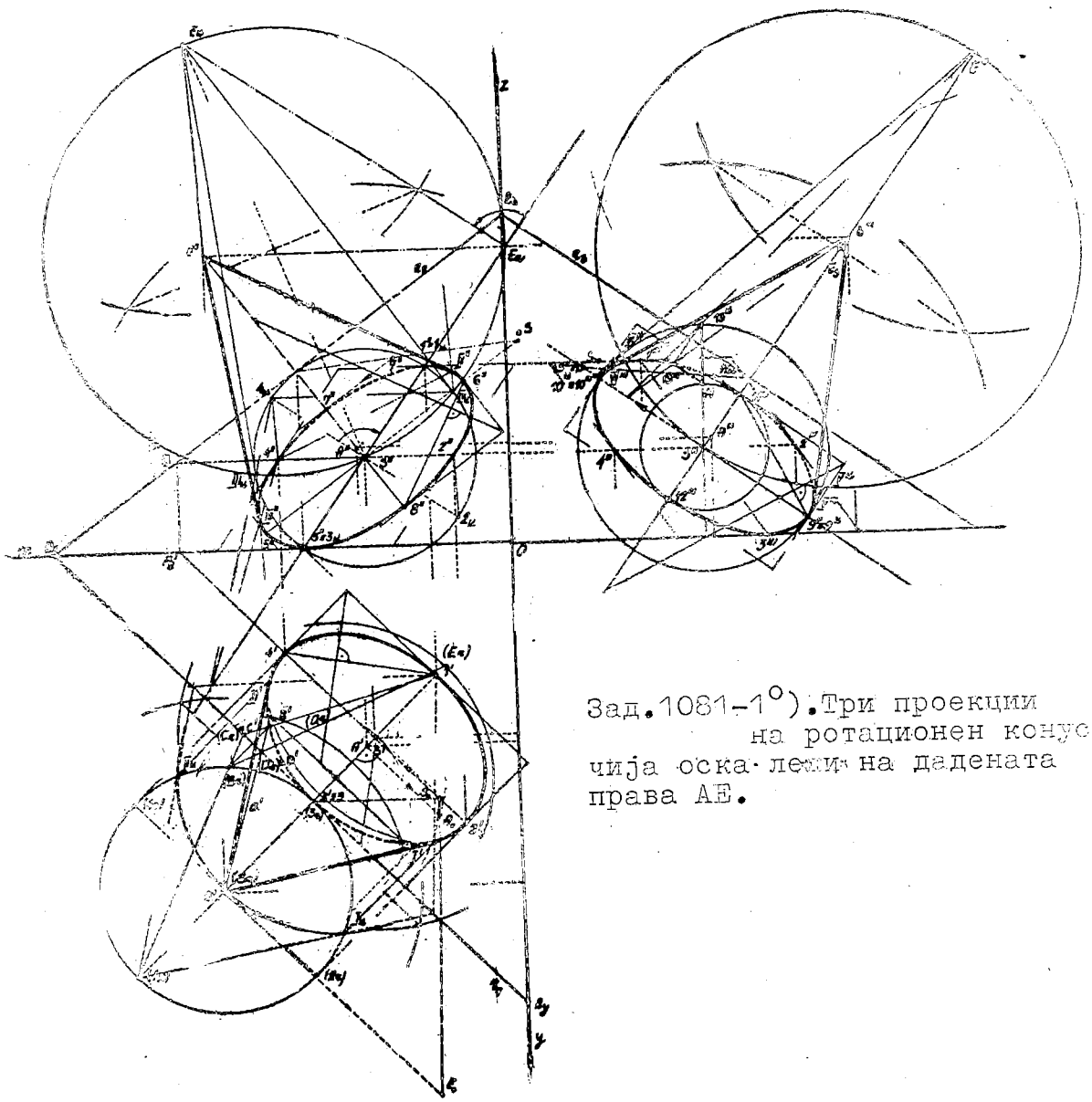
Конструирана е рамнината P чија точка R_x е најоддалечена од координатниот почеток O.Низ точката $M \in T // P$ ги добиваме бараните траги t_1 и t_2.Така добиената рамнина ја завртуваме околу t_1 во Π_1 ,со тоа што ја одредуваме ротираната положба $/M_r/$ на точката M.Исцртуваме кружница со центарот $/M_r/$ и радиус од 25 мм,на неа избираме пар конјугирани дијаметри : $/2_r//4_r/$ и $/1_r//3_r/$.Оттаму ги наоѓаме нивните хоризонтални проекции $2'4'$ и $1'3'$,по обратен ред од оној што го употребивме за центарот $M : M'$ па M_o и $/M_r/$.Бидејќи точките припаѓаат на рамнината T,



Зад.1057-Приказ на еднаквостран ротационен цилиндар, кој со долната основа е поставен во рамнина, која минува низ точката M и се зададени нејзините наклонети агли со Π_1 и Π_2.

знаејќи ги нивните проекции 1',2',3' и 4' лесно ги добиваме фронталните проекции 1'',2'', 3'' и 4''. Потоа во точката M издигнуваме нормала на дадената рамнина, преку соборената прва падна линија $M_o 1_o$ во M_o цртаме нормална отсечка $\overline{M_o N_o}=2r=50mm$ ја одредуваме N' и на ординалата проекцијата N''. Низ N' и N'' повлекуваме парови конјугирани дијаметри паралелни со соодветните на долната основа. Конечно ги конструираме контурните изводници на бараниот цилиндар за секоја од монжовите проекции, но во тој случај е подобро да ги имаме оските на елипсите во двете проекции.

ВИДЛИВОСТ. Центарот на горната основа N стои повисоко од M во однос на Π_1 и исто така е подалеку од Π_2, затоа таа основа се гледа во обете проекции, додека делот од обиколката на долната основа со центарот M што се наоѓа на привидните контури не е видлив, па го извлекуваме со испрекинати линии.



Зад.1081-1°).Три проекции на ротационен конус чија оска лежи на дадената права АЕ.

1081. Фиксирана е правата o = AE/A(A′,A″),E(E′,E″)/.Да се нацртаат три проекции на ротационен конус со оска што се наоѓа на дадената права o,ако E е врв на конусот,должината на висината $\overline{ES}$=60 мм и неговата основа ја допира Π_1.

1°) На приложената слика под 1°(која е намалена) подробно е изнесено конструктивното решение на задачава со помош на формирање траги на рамнината P на основата на конусот.Преку хоризонталнопроектирачкиот трапез е најдена вистинската должина на отсечката AE и на неа е нанесена должината $\overline{ES}$=60 мм,па оттаму се добива S′. На ординала од S′ до A″E″ се наоѓа S″.Потоа го одредуваме S‴.Значи ги најдовме трите проекции на центарот S од основата на бараниот конус.Низ точката S поставуваме рамнина P на основата што е нормална на оската o=AE од конусот.Со помош на хоризонтална права ја одредуваме:фронталната трага r_2 која минува низ P_2 и е нормална на правата $A''E''=S''E''$,хоризонталната трага r_1:$R_x \in r_1 \perp S'E'$ и профилната трага r_3:$R_z \in r_3 \perp S'''E'''$.Оваа рамнина ја соборуваме во Π_1 со ротирање околу

нејзината трага r_1.За таа цел го завртуваме центарот S,користејќи ги S' и S_o ја наоѓаме ротираната положба (S_r).Вцртуваме кружница со центар во (S_r) и радиус еднаков на растојанието од таа точка до r_1 (бидејќи основата ја допира Π_1).На неа обележуваме пар конјугирани дијаметри $(1_r)(3_r)$ и $(2_r)(4_r)$,чии хоризонтални проекции графички едноставно ги одредуваме(со најмал број конструктивни линии).Дијаметарот $(2_r)(4_r)$ е паралелен со оската на ротација r_1,тогаш нему паралелна и еднаква е $2'4'$ -хоризонталната проекција на бараниот дијаметар.Бидејќи е $(3_r)\equiv 3'$ може $1'$ да се добие како централно симетрична точка на $3'$ во однос на S';така ја наоѓаме хоризонталната проекција $1'3'$ на другиот дијаметар 1 3,кој е конјугиран со $2'4'$ и заемно се нормални,па се тоа оски на елипсата,што е хоризонтална проекција на основата на конусот.Потоа наоѓаме фронтална и профилна проекција на парот конјугирани дијаметри 1 3 и 2 4,како точки што лежат во рамнината P,со тоа ги добиваме другите проекции на бараната основа.Зашто рамнината на основата P е општа,косо наклонета кон проекционите рамнини,затоа основата што е круг се јавува во трите проекции во три различни по големина елипси.За да ги добиеме проекциите на ротациониот конус треба да се повлечат контурни изводници од врвот E кон основата со центарот S,за секоја проекција одделно.Претходно коректно ја цртаме секоја елипса со помош на оскулаторни кружници во нејзините темиња,кога е определена со парот оски.Поради тоа во фронтална и профилна проекција дополнително ги конструираме оските на соодветните елипси:фронталната-со користење фронтална права,на која нанесуваме $5''6''$(еднакво на дијаметарот на кругот) а малата оска $7''8''$ на втората падна линија(врз неа е добиено $7''8''$,со употреба на нејзината соборена положба $S^o7^o = r$) и профилната елипса чија голема оска $9'''10'''$ е на профилната права а малата оска $11'''12'''$ на третата падна линија,која е добиена преку соборената положба $\overline{S_{oo}\,11_{oo}} = r$. Од E' повлекуваме тангенти кон елипсата со центарот S'.кои се хоризонтални контурни изводници на ротациониот конус,и соодветно од E'',односно од E''' спрема елипсата со средиште S'',односно S'''.Меѓутоа,овие контурни изводници можно е конструктивно подобро да се нацртаат со точно одредување на допирните точки на споменативе изводници со припадните елипси,со користење на згодно избран рамнински перспективен афинитет.

Во Π_1 лежат елипсата со центарот S', точката E' и правата r_1, како и ротираната(соборената) положба на основа на конусот-кружницата со центарот (S_r). Земајќи ја оската на ротацијата r_1 за афина оска и афин кореспондентен пар точки S' и (S_r) сме дефинирале перспективен ортогонален афинитет, со чија помош може точно да ги одредиме бараните допирни точки I' и II'' на елипсата(тие припаѓаат и на контурните изводници на конусот во хоризонтална проекција) преку афино кореспондентите допирни точки $I_к$ и $II_к$ на перспективно афината кружница со средишната точка (S_r). За таа цел е потребно да се најде афин кореспондент на точката $E' \leftrightarrow (E_r)$, бидејќи афините прави $S'(S_r)$ и бараната $E'(E_r)$ се совпаѓаат, тогаш треба да се послужиме со друг пар кореспондентни точки. Едната ја земаме на афината кружница(соборената), на пр. (B_r) и ја бараме B' на елипсата со помош сврзницата $(1_r)(B_r)=(1_r)(C_r)$ и на неа кореспондентната $1'C'$, тогаш во пресек на афиниот правец(нормалне на афината оска r_1) што минува низ точката (B_r) со правата $1'C'$ се добива пресечната точка $B' \leftrightarrow (B_r)$. Сега можеме да ја изведеме конструкцијата за одредување придружена точка (E_r) на точката E' во усвоениов афинитет, спојувајќи ги точките E' и B' земаме во полето на елипсата права $a'=E'B'=B'D'$ и на неа кореспондентна е сврзницата $(B_r)(D_r)=(a_r)$ во полето на кружницата со центарот (S_r), врз таа права (a_r) и афината права што минува низ точката E', значи на нивниот пресек, се наоѓа корсеподентната точка (E_r). Потоа од точката (E_r) ги конструираме допирките кон кружницата со средишна точка (S_r) со одредување на нивните допирни точки $I_к$ и $II_к$.

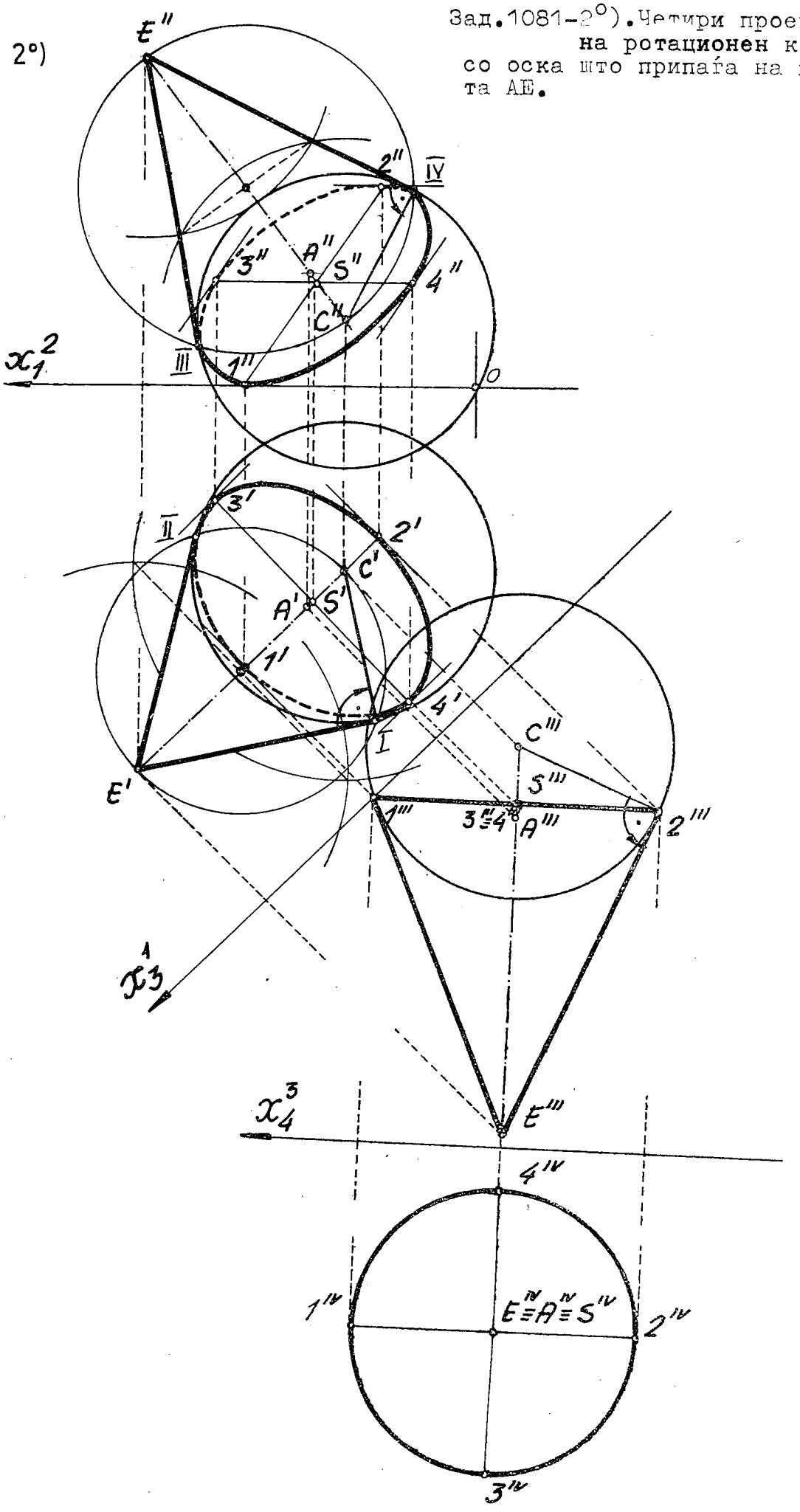
За точното конструирање на допирните точки III'' и IV'' на контурните изводници на конусот во фронталната проекција, го користиме следниов перспективен афинитет: афина оска $1''3'' \equiv 1_к 3_к$ и кореспондентен пар $2'', 2_к (4'', 4_к)$, кој се добива од афината кореспондентност на елипсата(определена со парот конјугирани дијаметри $1''3''$ и $2''4''$) и кружницата($1_к 3_к$ и $2_к 4_к$). Во ова афино пресликување го наоѓаме афиниот кореспондент на точката E'' со конструирање триаголник $E''E_а E_к$ сличен на триаголникот $4''S''4_к$. Потоа од точката $E_к$ повлекуваме тангенти кон кружницата $1_к 4_к 3_к 2_к$ со центарот S'', одредувајќи ги допирните точки $III_к$ и $IV_к$.

Во Π_3 избираме перспективен ортогонален афинитет со афина оска $9'''10'''\equiv 9^K10^K$, која е големата оска на елипсата и афин правец што го дефинира нејзината мала оска $11'''12'''$, тогаш афино придружена на оваа елипса е кружница со истиот центар S''' и дијаметар еднаков на должината 9^K10^K. Со помош на две концентрични кружници, чии дијаметри се еднакви респективно на големата и малата оска на елипсата, одредуваме една точка на елипсата, на пр. $13'''$, за која ја наоѓаме придружената 13^K на големата кружница со користење на нормалниот афинитет (придружените афини парови точки лежат на нормални прави во однос на афината оска). Понатаму за точката E''' што припаѓа во полето на елипсата го бараме нејзиниот афин придружник E^K што се наоѓа во полето на афината кружница, по обична постапка: ги спојуваме E''' и $13'''$ и за неа во полето на кружницата цртаме придружена права што минува низ 13^K и онаа двојна точка (сама на себе придружена) на афината оска $(9'''10'''\equiv 9^K10^K)$ во која ја сече сврзницата $E'''13'''$. Во пресекот на оваа придружена права и афина права повлечена низ точката E''' (таа е нормална на афината оска), ја наоѓаме придружената точка E^K. Од неа ги конструираме тангентите, односно допирните точки V^K и VI^K со афината кружница. Користејќи ја претходната постапка, но со обратен ред на изведени конструкции, имено ги сврзуваме точките E^K и VI^K па ја бараме нејзината придружничка во полето на елипсата што прсаѓа низ точката E''', ја добиваме допирната придружена точка VI''' како пресек на таа придружена права и афината права низ точката VI^K. На ист начин се доаѓа од $V^K \leftrightarrow V'''$. Сврзниците на точката E''' со V''' и VI''' ги даваат бараните профилни контурни генератриси на конусот.

ВИДЛИВОСТА ја одредуваме со уочување на меѓусебните положби на центарот S и врвот E на конусот спрема проекционите рамнини. Точката E е над S во однос на Π_1 и пред S во однос на Π_2, како и поодалечена од S во однос на Π_3, затоа основата на конусот не се гледа во ниедна проекција, но се видливи различни делови на обвивката на конусот.

Зад.1081-2°). Четири проекции на ротационен конус со оска што припаѓа на правата АЕ.

2°)



1081-2°). Претходната задача ја решаваме со елегантната постапка-трансформацијата. Земаме помошна проекциона рамнина $\Pi_3 // AE$, при тоа нека е $\Pi_3 \perp \Pi_1$, тогаш е новата оска $x_3^1 // A'E'$, потоа наоѓаме трета проекција $A'''E'''$ и на неа ја нанесуваме вистинската должина на висината $\overline{E'''S'''}=60$ мм. Во оваа проекција основата се јавува во отсечка што минува низ S''' и, се разбира, е нормална на висината $E'''S'''$ Бидејќи основата на конусот ја допира Π_1, таа точка има втора ордината $z=0$, значи $\overline{S'''1'''}=r$. Понатаму ја поставуваме $\Pi_4 \perp \Pi_3$, и тоа $x_4^3 \perp E'''A''' \equiv E'''S'''$, тогаш оската на конусот $E^{IV}A^{IV}$ дегенерира во точката $E^{IV} \equiv A^{IV}$, а основата се јавува во круг со центар во таа точка и радиус $r = \overline{S'''1'''}$, на кој се одбележани два конјугирани дијаметра $1^{IV}2^{IV}$ и $3^{IV}4^{IV}$.

Третата проекција на конусот е еднаквокракиот триаголник $E'''2'''1'''$, потоа наоѓаме ги хоризонталната и фронталната проекција на конјугираните дијаметри 1 2 и 3 4.

За точно да се конструираат контурните генератриси (изводници) на конусот во монжови проекции преку одредување на допирни точки со припадните елипси, ќе ползуваме генерална постапка кај ротационите површини со придружување на допирна сфера. Во нашиов случај треба да се најде таква сфера што даденот ротационен конус ќе допира во кружница што е претставена со основата на тој конус, чиј центар е S. Ова го постигнуваме во третата проекција со повлекување полуправа низ точката $2'''$ нормална кон контурната изводница $E'''2'''$ и ја бараме пресечната точка C''' со оската на ротациониот конус $E'''S'''$. Тука точката C''' е центар на допирната сфера со радиус еднаков на должината $\overline{C'''2'''}=\overline{C'''1'''}$. Преку ординали до монжовите проекции на правата ES ги наоѓаме хоризонталната C' и фронталната проекција C'' на тоа средиште. Контурните генератриси во хоризонталната проекција ги цртаме со конструирање тангенти од точката E' кон кружницата (хоризонталната проекција на сферата) со центар C' и радиус еднаков на радиусот на допирната сфера $\overline{C'''2'''}$, одредувајќи ги допирните точки I и II на бараните контурни изводници. Наполно идентична конструкција применуваме во фронталната проекција, за точно да се повлечат контруните изводници, преку наоѓање на нивните допирни точки III и IV.

ВИДЛИВОСТ во хоризонталната и фронталната проекција на ротациониот конус установуваме според положбата на врвот E и неговиот центар S во однос на Π_1 и Π_2. Тука врвот E е повисок од центарот S, тоа значи E' ќе се гледа, додека S' не е видлив, истовремено E е пред S, имено е поблиску до посматрачот отколку S, поради тоа E'' е видливо а S'' не се гледа. Следователно основата не се гледа во разгледуваниве проекции, но се видливи различни делови на обвивката на конусот.

1096. Низ отсечката $AV/A(A',A'')$, $V(V',V'')/$ е поставена рамнина со прв наклонет агол $\omega_1=75^o$; да се избере рамнината T со конвергентни траги. Се бараат проекциите на еднаквостран ротационен конус со генератриса AV, каде A е точка на кружницата и V врв на конусот, додека во рамнината се наоѓа оскиниот пресек на конусот.

На приложениот цртеж е изведено постепено конструктивното решение на задачава. Прво, треба да се нацртаат трагите на рамнината низ правата AV со аголот ω_1, користејќи го допирниот ротационен конус чии генератриси со Π_1 склопуваат агол од 75° и врв A_2, тогаш неговата оска има хоризонталнопроектирачка пложба ($\perp\Pi_1$). Множеството рамнини што минуваат низ точката A_2 и со Π_1 градат агол $\omega_1=75^o$ се тангентни рамнини на вака дефинираниот конус. Тоа значи дека хоризонталната трага на бараната рамнина проаѓа низ прободот A_1 и ја допира кружницата со центар A_2' -хоризонталната проекција на основата на допирниот конус. Во зависност од положбата на точката A_1 кон споменатава кружница со центар A_2', задачата може да има две, едно реално или ниедно решение (точката A_1 би била во внатрешноста на кругот со центарот A_2'). Тука постојат две решенија, конструирано е само едното, кое детерминира рамнина T со конвергентни траги.

Рамнината T на оскиниот пресек ја ротираме околу t_1 до совпаѓање со Π_1, преку завртување на точката A со користење A' и A_o го наоѓаме $/A_r/$, потоа со перспективен афинитет (негова оска е t_1 и придружен пар точки A', $/A_r/$), ја одредуваме положбата $/V_r/$ на точката V. Сега го конструираме оскиниот еднаквостран триаголник $/V_r//C_r//A_r/$ со должина колку што изнесува генератрисата $\overline{AV}=/\overline{A_r//V_r}/$, и на него наоѓаме точка $/S_r/$, што е центар на основата. Со помош на споменатиот афинитет ги добиваме C' и S', а C'' и S'' како точки што лежат во рамнината T, односно на правата AC со претходно одредување на нејзиниот прв прод.

На дијаметарот AC му е конјугиран BD од основата на конусот, заради тоа BD е нормален на оскината рамнина T. Употребувајќи го условот за нормалност на права и рамнина, имаме $B'D'\perp t_1$ и $B''D''\perp t_2$ на тој начин што претходно ја наоѓаме вистинската должина на дел од таа нормала, на пр. S1 (каде е 1 произволна точка) со методот на ротација. Врз полуправата $S''1''_r$ го нанесуваме радиусот со должина $S''D''_r$, од каде ја добиваме проекцијата D'' и на ординалата до хоризонталната проекција на спомената нормала го наоѓаме D'. Потоа со централна симетричност на точката D' во однос на S', како и D'' по однос на S'', ги добиваме соодветно B' и B'', кои треба да лежат на една иста ординала-тоа е графичка контрола.

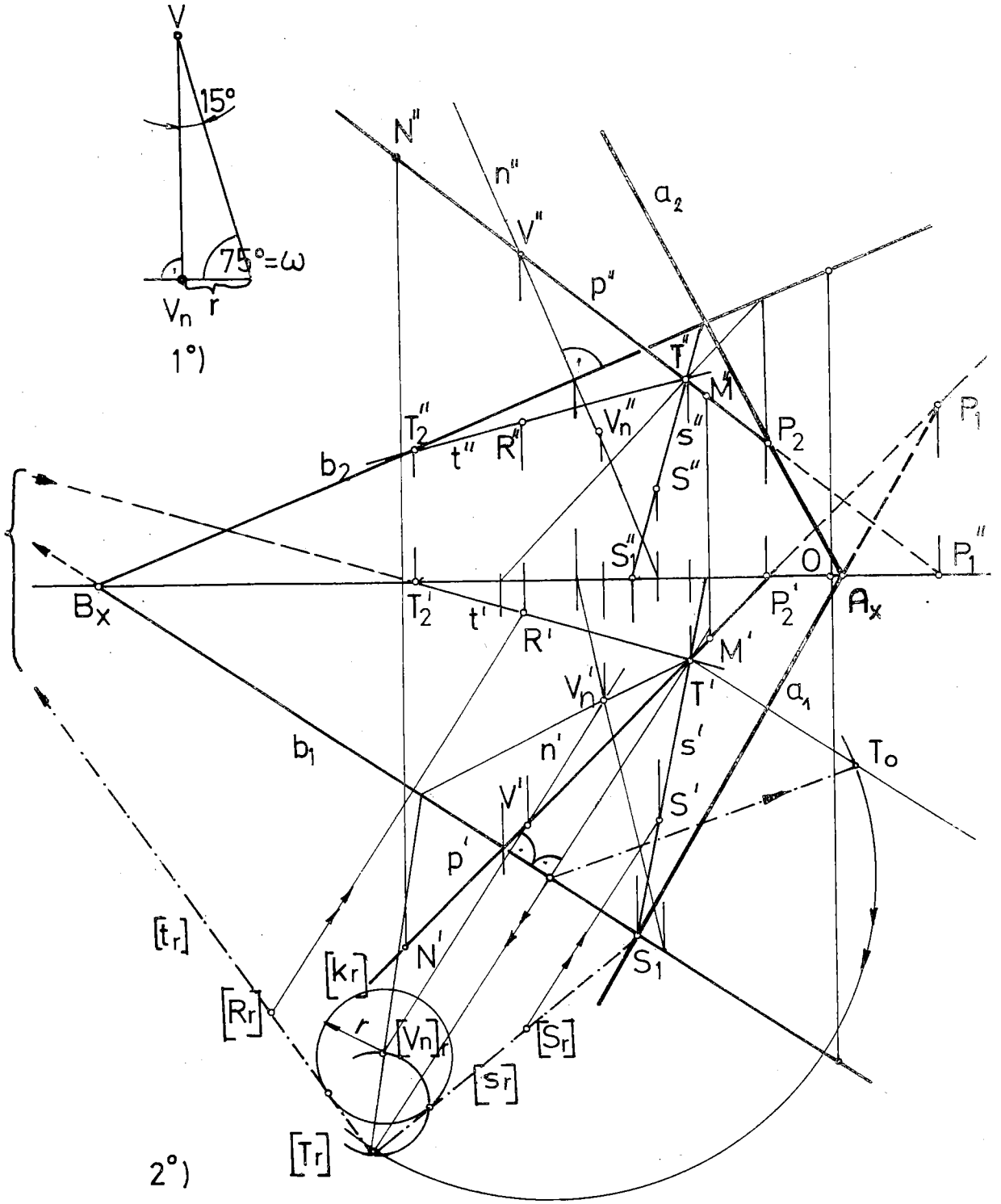
Откако се одредени паровите конјугирани дијаметри $A'C'$ и $B'D'$, и $A''C''$ и $B''D''$ на двете елипси, кои се проекции на кругот-основата на конусот, потребно е тие да се нацртаат со употреба на некој метод за нивно коректно конструирање.

Конечно,од проекциите на врвот V : V' и V'' кон соодветните елипси се повлекуваат контурни изводници на бараниот ротационен конус.

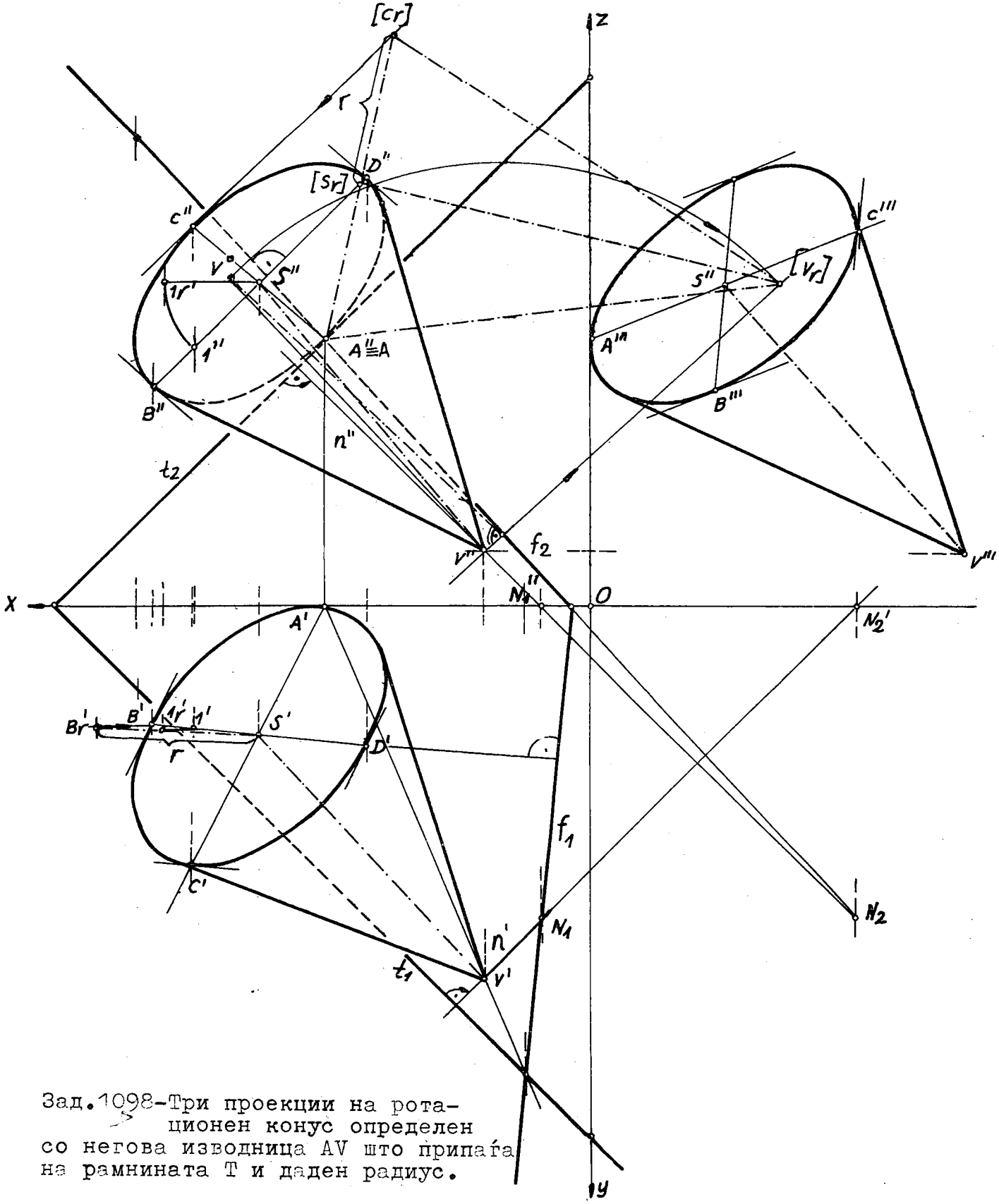
ВИДЛИВОСТА се установува преку положбите на врвот V на конусот и неговиот центар S спрема Π_1 и Π_2,Тука V е над S во однос на Π_1 и пред S во однос на Π_2, оттаму основата не се гледа во ниту една проекција.Значи,видливи се различни делови на обвивката на конусот во двете проекции.

1097. Да се одреди рамнина A низ правата $p=MN/M(M',M''),N(N',N'')$ / што склопува со рамнината B/ b_1, b_2 / даден агол ω.

РЕШЕНИЕ.На правата $\underline{p}$ уочуваме една точка,на пр.V.Низ точката V повлекуваме множество прави кои со дадената рамнина B градат агол $\omega=75^\circ$,тоа е ротационен конус со врв V и оска $\underline{n}$ што е нормална на рамнината B.Основата(кружницата) на овој конус лежи во дадената рамнина B со центар V_n ,кој е прободна точка на правата $\underline{n}$ (оската) што проаѓа низ точката V,додека нејзиниот радиус е конструктивно одреден на помошниот цртеж 1°.Множество рамнини што минуваат низ точката V и со рамнината B го заклопуваат аголот од 75°,претставуваат множество тангентни рамнини кон споменатиот ротационен конус.Бараната рамнина ја содржи правата $\underline{p}$ и го допира тој конус.Тоа ќе го реализираме ако најдеме прод T на правата $\underline{p}$ со рамнината B,потоа од него повлекуваме тангенти $\underline{s}$ и $\underline{t}$ кон основата на гореопишаниот конус,чиј центар е V_n и радиус r.За таа цел ја соборуваме дадената рамнина околу нејзината трага b_1 во Π_1 со ротирање на точката T,па користејќи ги T' и T_o го добиваме /T_r/,понатаму со перспективен афинитет (афина оска е b_1 и афин пар точки T',/T_r/) ја одредуваме ротираната положба /$V_n/_r$ на точката V_n .Од /T_r/ ги конструираме тангентите /s_r/ и /t_r/ кон кружницата со центарот /$V_n/_r$.Во зависност од положбата на точката /T_r/ во однос на претходнава кружница со средиштето/$V_n/_r$,постојат две,едно или ниедно реално решение на задачата.Тука имаме две можни решенија за бараната рамнина определена со дадената права $\underline{p}$ и една од добиените тангенти $\underline{s}$ и $\underline{t}$ кон основата на споменатиот конус,имено :p,s и p,t .На приложената слика 2° се најдените траги a_1 и a_2 на едната од нив,и тоа на рамнината A(p,s).



Зад.1097-Претставена е рамнина А/a_1,a_2/ што минува низ правата p(p',p") и со рамнината В/ b_1, b_2 / образува агол ω.

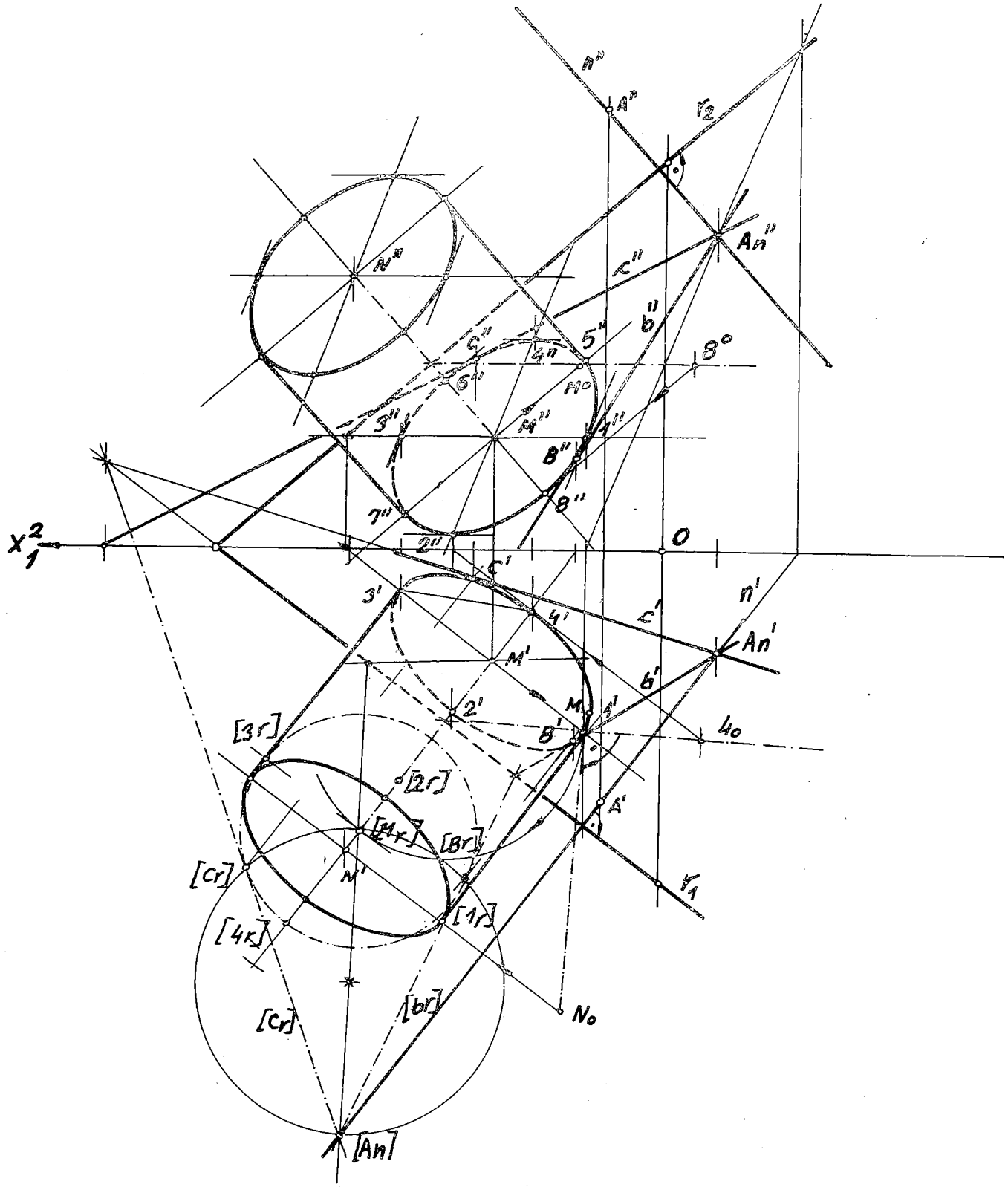


Зад.1098-Три проекции на ротационен конус определен со негова изводница AV што припаѓа на рамнината T и даден радиус.

1098. Во рамнината $T/t_1 t_2$ лежи права $AV/A(A', ?), V(?, V'')/$. Прикажете ротационен конус со генератриса AV и зададен радиус r, ако дадената рамнина го допира по должината на неговата генератриса, во три проекции.

Со генератрисата AV и радиусот r бараниот ротационен конус еднозначно е димензиониран, но не и по положба во просторот. Затоа ние ќе усвоиме дека конусот е потпрен со најдолната генератриса врз рамнината T. Низ таа изводница поставуваме рамнина Φ нормална на рамнината T. Новообразуваната рамнина Φ го сече бараниот конус во оскин пресек што е еднаквокрак триаголник.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Низ точката V повлекуваме права $\underline{n}$ нормална на дадената рамнина T, во проекции: $V' \in n' \perp t_1$ и $V'' \in n'' \perp t_2$. Правите AV и $\underline{n}$ определуваат рамнина $\Phi/f_1, f_2/$ на оскиниот пресек на конусот. Неа ја ротираме околу трагата f_2 до совпаѓање со Π_2 преку V, користејќи ги V'' и V^o (соборување за прав агол и големина на првата ордината y_V), ја добиваме ротираната положба $/N_r/$, додека $A'' \equiv A$ се наоѓа на самата оска на ротација па останува фиксна. Со должината на кракот $/N_r/A$ и должината на основата 2r на еднаквокракиот оскин триаголник го цртаме во завртена положба, врз кого ги одбележуваме центарот $/S_r/$ на кругот на конусот и точката $/C_r/$ центрично симетрична на A во однос на споменатото средиште $/S_r/$. Потоа ги наоѓаме нивните три проекции. На дијаметарот AC земаме конјугиран дијаметар BD, кој е и нормален на рамнината на оскиниот пресек Φ. Ползувајќи го својството за нормалност на права и рамнина, имаме во проекции: $B'D' \perp f_1$ и $B''D'' \perp f_2$, при што со методот на ротација на таа нормала го нанесуваме дадениот радиус r $r = \overline{S''B''_r}$, од каде ја добиваме проекцијата B' а на ординалата B'' и центрично симетрично во однос на S' ја наоѓаме хоризонталната проекција D', како и проекцијата D''. Понатаму конструираме три елипси што се определени со нивните парови конјугирани дијаметри $A'C'$ и $B'D'$, $A''C''$ и $B''D''$ и во профилна проекција $A'''C'''$ и $B'''D'''$. Од секоја проекција V', V'' и V''' на врвот V треба да повлечеме тангенти кон соодветните елипси, кои претставуваат контурни генератриси на бараниот конус во односната проекција. Со оглед на тоа дека врвот V има помала висина (втора ордината z) од висината на центарот (z_S), значи S е над V во однос на Π_1, според тоа основата и дел од обвивката на конусот ќе се гледаат во хоризонталната проекција. Спрема Π_2 врвот V е подалеку (првата ордината y_V) отколку средиштето S (y_S), затоа во фронталната проекција не е видлива основата на конусот, туку само дел од неговата обвивка. За констатирање видливост во профилната проекција ја користиме најчесто едната придружничка - фронталната проекција. На приложениот цртеж се установува дека врвот V е поблиску до Π_3 (апсцисата x_V) отколку на центарот S, што значи дека основата на конусот е поблиску до набљудувачот и е видлива во профилната проекција.



Зад.1139-Конструирани се проекции на ротационен цилиндар со долната основа потпрен врз дадената рамнина P и повлечени се тангентни рамнини од точката A кон цилиндарот.

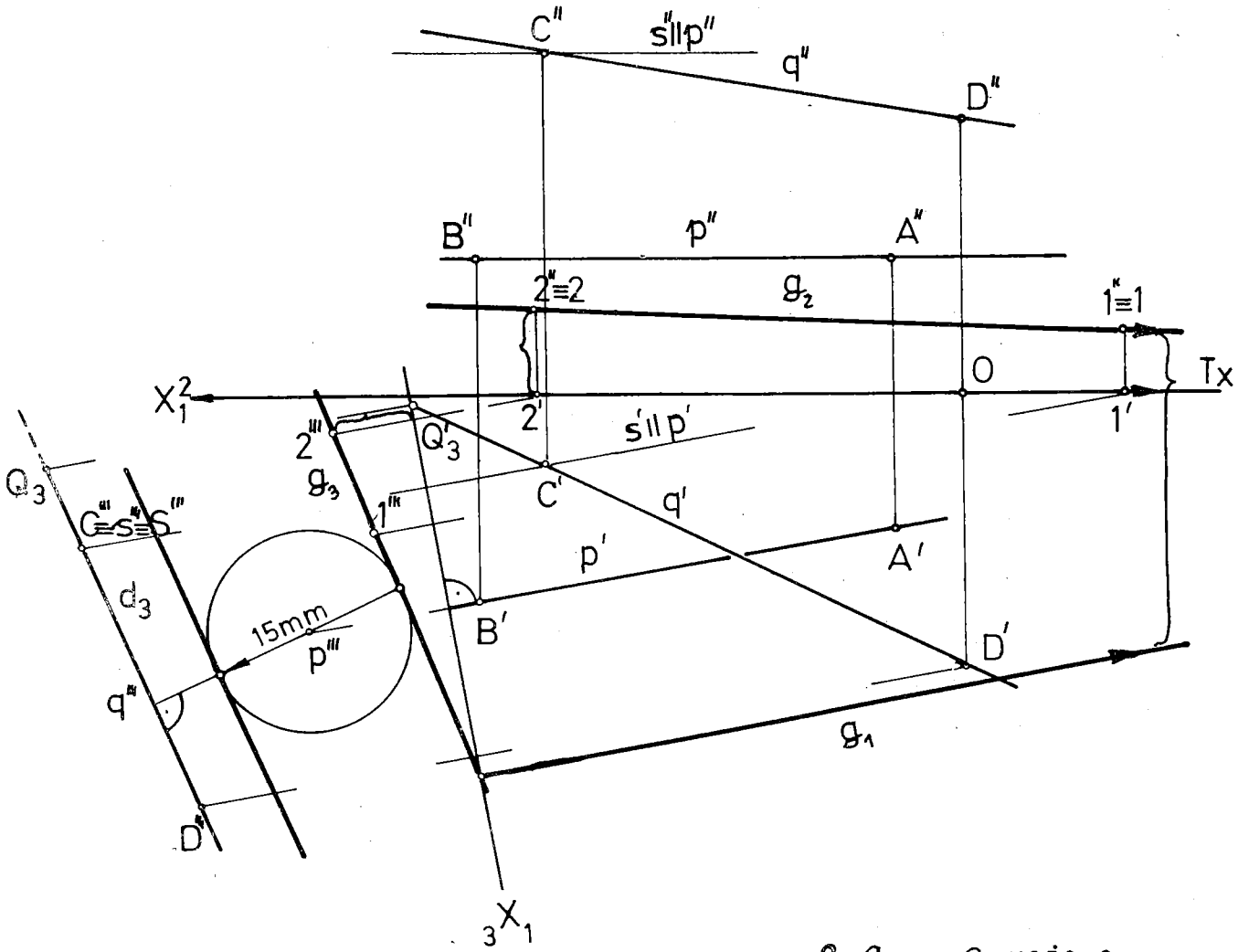
1139. Во рамнината $P/r_1, r_2/$ се наоѓа долната основа на ротационен цилиндар со центар $M(?, M'')$ и радиус од 20 мм, а неговата висина MN =50 мм. Се бара низ точката $A(A', A'')$ да се конструираат тангентни рамнини на цилиндарот.

РЕШЕНИЕ. Откако ќе ја најдеме хоризонталната проекција M' на центарот M преку главната права(хоризонталата) на дадената рамнина, пристапуваме кон соборување (ротирање) на рамнината P на основата околу трагата r_1 во Π_1 и користејќи ги M' и M_o ја добиваме неговата ротирана положба /M_r/. Со тој центар цртаме кружница чиј радиус изнесува 20 мм. На неа избираме пар конјугирани дијаметри /1_r//3_r/ и /2_r//4_r/, од кои првиот е паралелен со r_1, оската на ротацијата, па се јавува во хоризонталната проекција $1'3'$ во вистинска должина, додека вториот дијаметар го пренесуваме во таа проекција со помош на соборената прва падна линија на средишната точка M. Во фронталната проекција ги одредуваме парот конјугирани дијаметри $1''3''$ и $3''4''$, но и нов пар конјугирани дијаметри што се оски на таа елипса, бидејќи едниот (големата оска) $5''7''$ лежи со неговата вистинска должина на фронталната права и другиот $6''8''$ (малата оска) на втората падна линија. Поради нормалност на висината на цилиндарот кон неговата основа може таа да се нанесе нормално на соборената прва падна линија во точката M_o со нејзината вистинска должина $\overline{M_oN_o}$ =50 мм, од каде го наоѓаме N' и на ординалата до соодветната во фронталната проекција - N''. Можно е да се конструираат елипсите на долната и на горната основа во монжов пар, потоа ги повлекуваме контурните изводници на ротациониот цилиндар во секоја од проекциите. Бидејќи ротациониов цилиндар може да се сфати како анвелопа (обвивна површина) на семејството сфери со радиус од 20 мм, чии центри се наоѓаат на оската на цилиндарот, тогаш неговите контурни изводници се две паралелни прави што ги допираат контурите на тие сфери во односната проекција, а кои се паралелни со оската MN на разгледуваниов цилиндар.

ВИДЛИВОСТ. Центарот N на горната основа во однос на другиот центар M има поголема висина (втората ордината $z_N > z_M$) и е подалеку од Π_2, имено $y_N > y_M$, затоа при набљудување во насоките нормални кон Π_1 и кон Π_2, се гледа горната основа на нацртаниот цилиндар и делови на неговата обвивка, што е претставено со полни линии.

ТАНГЕНТНА РАМНИНА НА ЦИЛИНДАР во која и да било негова точка минува низ изводница на која лежи посматраната точка и таа рамнина е една иста за сите точки по должината на споменатава изводница. Секоја тангентна рамнина на цилиндарот е истовремено и паралелна со неговата оска MN (правецот на изводниците). Поради тоа низ дадената точка A повлекуваме права $\underline{n}$ паралелна со оската MN на цилиндарот. Оваа права $\underline{n}$ е заедничка права на две тангентни рамнини на цилиндарот, бидејќи точката A се наоѓа надвор од цилиндарот. Потоа наоѓаме прободна точка A_n на вака дефинираната права $\underline{n}$ со рамнината P на долната основа на цилиндарот. Низ точката A_n конструираме прави $\underline{b}$ и $\underline{c}$, во кои бараните тангентни рамнини ја допираат

долната основа на цилиндарот со центарот M.Тоа е извршено со одредување ротирана положба/$A_n/_r$ на точката A_n ,од која точно конструктивно ги одредуваме тангентите/b_r/ и/ c_r/ кон кружницата со центарот /M_r/.
Во разгледаниов случај има две реални решенија-тангентни рамнини : (n,b) и (n,c). Постои една тангентна рамнина ако точката A е на обвивката на цилиндарот и ниедно реално решение кога точката A би била во внатрешноста на цилиндарот.



Зад.1145-Прикажана е една рамнина со траги g_1, g_2 , и g_3, која е паралелна со двете разминувачки прави p и q ,а од правата p е оддалечена за дадена должина.

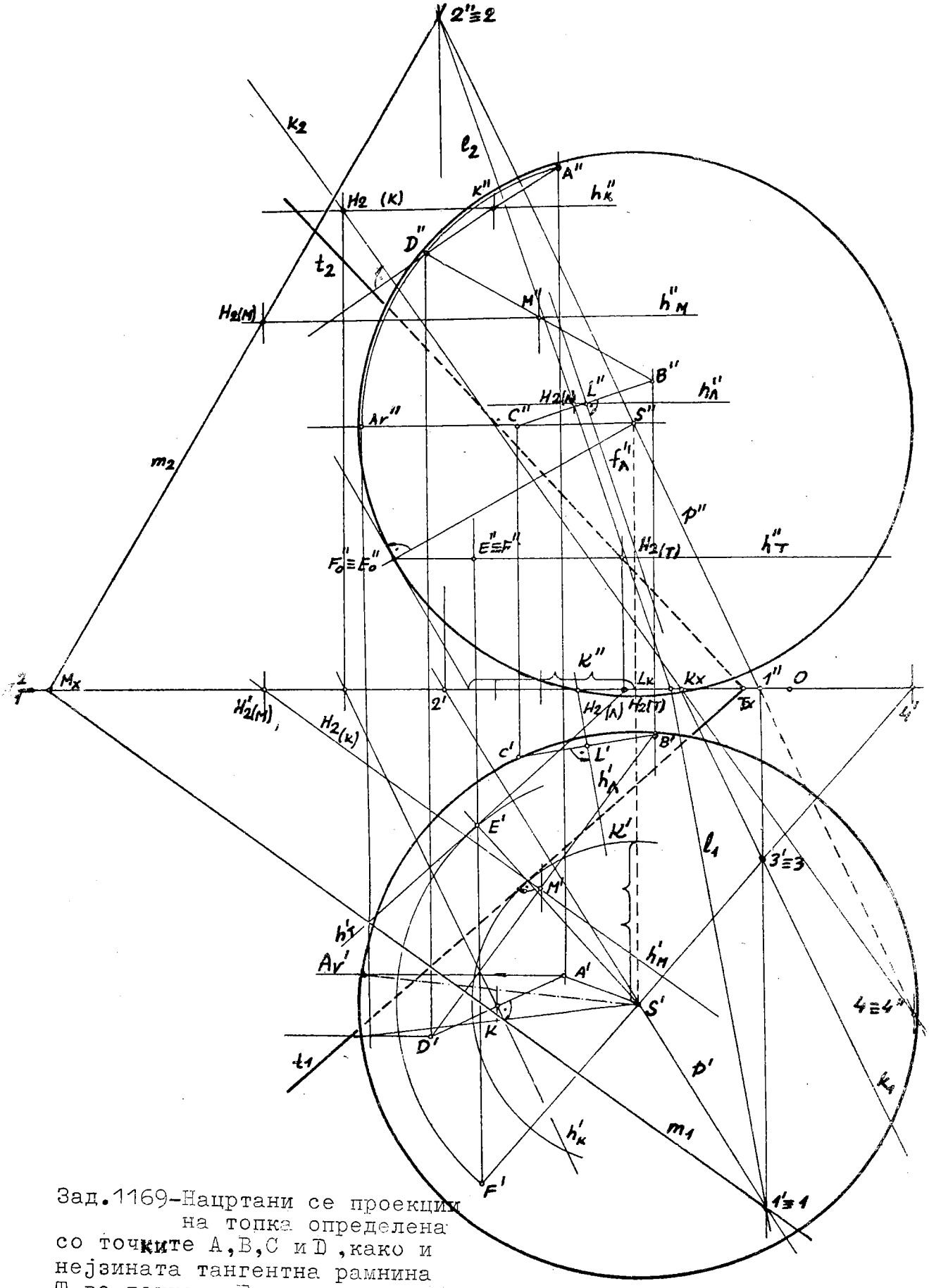
1145. Зададени се двете разминувачки прави p =AB /A(A',A''),B(B',B'')/ и q=CD /C(C',C''), D(D',D'')/.Конструирајте рамнина Г со траги што е паралелна со двете прави и оддалечена од правата p за 15 мм.

РЕШЕНИЕ. Множество точки еднакво оддалечени од правата p е ротационен цилиндар, чија оска е зададената права p и има радиус од 15 мм.Бараната рамнина припаѓа кон множеството тангентни рамнини на опишаниов цилиндар и е паралелна со правата q.

Графичката постапка е изведена на приложениот цртеж. Хоризонталната права $\underline{p}$ со помош на методот за трансформација е доведена во третата проекција да дегенерира во точката p''', со употреба на $\Pi_3 \perp \Pi_1$ и новата оска $_3x_1 \perp p'$. Ја наоѓаме третата проекција q''' на правата $\underline{q}$. Споменатиот ротационен цилиндар во третата проекција се јавува во посебна положба (неговата оска $\underline{p}$ ја добиваме во точката p'''), целиот се проектира во кружница со радиус од 15 мм (колкава е оддалеченоста на бараната рамнина Γ од правата $\underline{p}$). Од множеството тангентни рамнини на тој цилиндар ги избираме оние што се паралелни со правата $\underline{q}$, такви постојат две Δ и Γ со трети траги d_3 и g_3, кои се паралелни со q'''. Рамнините Δ и Γ се третопроектирачки ($\perp \Pi_3$) со оглед на специјалната положба на третата проекција на помошниот ротационен цилиндар, поради тоа нивните хоризонтални траги d_1 и g_1 се нормални на новата $_3x_1$-оска. Целосно е претставена со траги само рамнината Γ (едното од можните две решенија на задачава), при што за да се најде трагата g_2 се земени две точки на третата трага g_3: $1'''$ и $2'''$ и нивните хоризонтални проекции $1'$ и $2'$, од каде на ординалите ги одредуваме нивните фронтални проекции $1'' \equiv 1$ и $2'' \equiv 2$, низ кои минува бараната фронтална трага g_2 на рамнината Γ.

1169. Дадени се точките: $A(A', A'')$, $B(B', B'')$, $C(C', C'')$ и $D(D', D'')$, кои не лежат во една рамнина. Да се претстават монжови проекции на топка врз чија површина се наоѓаат зададените четири точки. Потоа да се нацртаат тангентни рамнини во точки E, $F(70, y, 30)$ што лежат на топката.

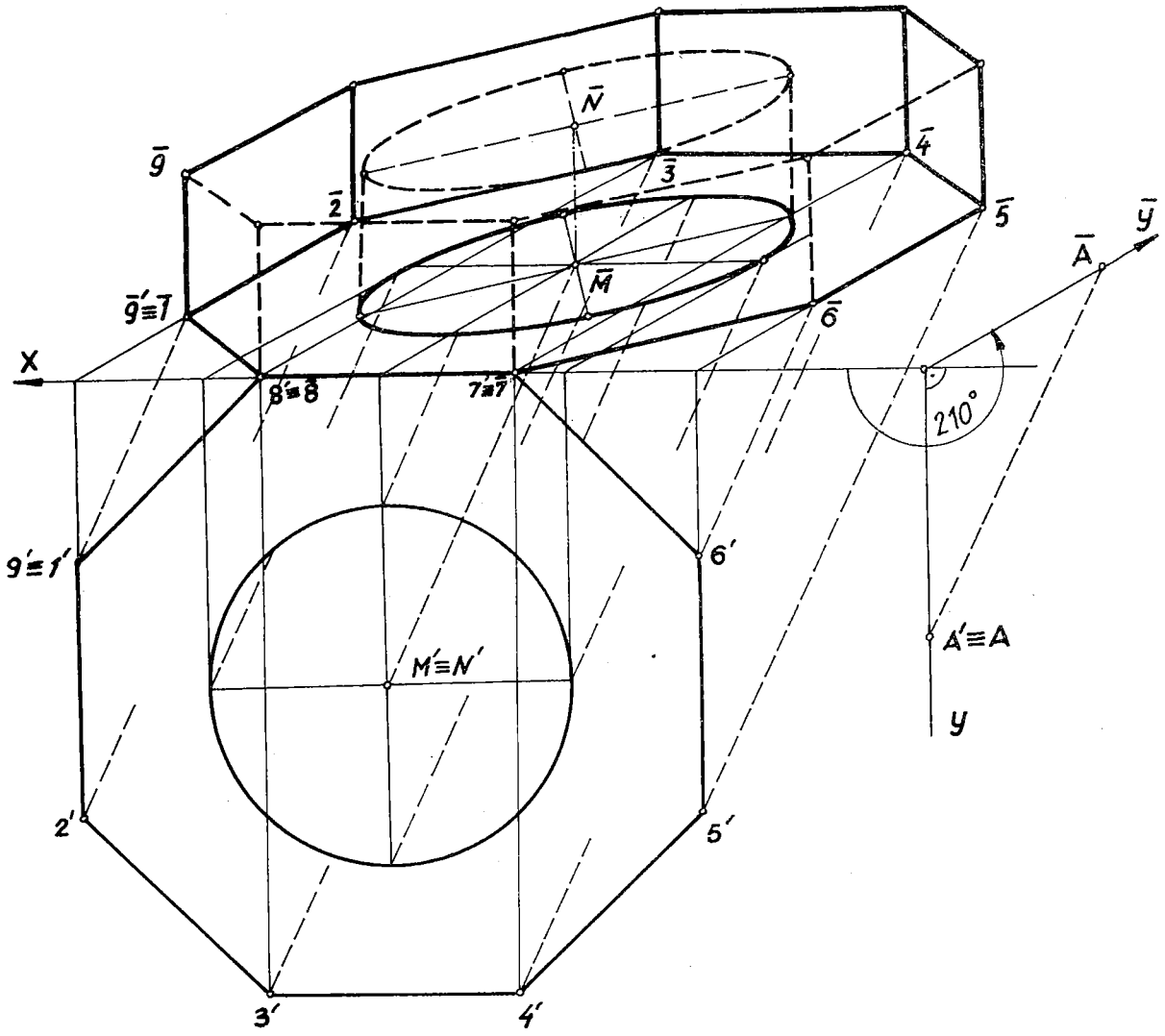
РЕШАВАЊЕ НА ЗАДАЧАВА. Множество точки еднакво оддалечени од зададените четири точки е точката S што е центар на топката, на чија површина припаѓаат тие точки. Овој центар S го наоѓаме како пресечна точка на три рамнини, кои проаѓаат низ средините на отсечките AD, BC и BD, а секоја од нив е нормална кон соодветната отсечка во чија средишна точка е поставена, односно претставуваат симетрични рамнини на наведениве три отсечки. Радиусот на бараната топка ќе го одредиме како вистинска должина на отсечка со крајни точки: центарот S и која и да било точка од зададените четири A, B, C и D; $\overline{SA} = \overline{SB} = \overline{SC} = \overline{SD} = r$. Потоа тангентна рамнина на опишаната топка во точка E што лежи на нејзината површина е рамнина која минува низ дадената точка и е нормална на радиусот на топката што го сврзува центарот S со допирната точка E. Тука ја употребуваме генералната постапка за конструирање тангентна рамнина во допирна тонка на произволна ротациона површина со помош на допирен ротационен конус или за точки на екваторот и на грлената кружница со допирен ротационен цилиндар.



Зад.1169-Нацртани се проекциите на топка определена со точките A,B,C и D ,како и нејзината тангентна рамнина T во точката E.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО е дадена на приложената слика,која незначително е намалена.Низ средишната точка К :$\overline{AK}=\overline{KD}$ поставуваме симетрична рамнина К со повлекување хоризонтална права h_K:$K' \in h'_K \perp A'D'$ и $K'' \in h''_K$ // x_1^2 ,одредувајќи го нејзиниот втор прод $H_2(K)$.Низ него нацртуваме фронтална трага $H_2(K) \in k_2 \perp A''D''$ и низ пресечната точка K_x на трагата k_2 со x_1^2-оската ја цртаме хоризонталната трага k_1:$K_x \in k_1 // h'_K$ со тоа ја наоѓаме бараната рамнина К/k_1,k_2/.На ист начин графички е изведено за другите две симетрични рамнини:на отсечката ВС-рамнината Л/l_1,l_2/ е поставена во средишната точка L($\overline{BL}$ $\overline{LC}$) за отсечката BD-симетричната рамнина М /m_1,m_2/низ точката М($\overline{BM}=\overline{MD}$).Понатаму ја бараме заедничката точка S на трите рамнини К, Л и М,која е еднакво оддалечена од четирите зададени точки,и тоа: со одредување на пресечната р на рамнините Л и М е p=1 2,потоа прободот S на правата р со рамнината К,користејќи помошна фронталнопроектирачка рамнина низ таа права.Вака добиената точка S претставува центар на бараната топка,додека нејзиниот радиус $r=\overline{SA}=\overline{SA'}r$ го одредуваме со методот на ротација.Употребувајќи ја големинатаоколу центрите S′ и S″ се нацртани складни(конгруентни)кружници,кои претставуваат хоризонтална и фронтална контура на бараната топка.

Низ $E''F''$ повлекуваме паралелник на топката,чија фронтална проекција е отсечка паралелна со x_1^2-оската,додека во хоризонталната се јавува кружница на која се наоѓаат E' и F' .На нашиот цртеж е покажана конструкција на тангентната рамнина Т што проаѓа низ допирната точка Е со помош на допирен ротационен конус,уочувајќи го споменатиот паралелник како заедничка допирна кружница на топката и нејзе допирен конус.Неговата контурна изводница во фронталната проекција ја конструираме со повлекување права низ точката $E''_o \equiv F''_o$ нормално на сврзницата $S''E''_o$. Овој допирен конус ја сече $П_1$ во кружницата к чија фронтална проекција к″ е отсечка на x_1^2-оската,а хоризонталната е кружницата к′.Од приложената слика е евидентно нацртувањето траги t_1 и t_2 (преку хоризонталната права h_T што минува низ допирната точка Е) на тангентната рамнина Т/t_1,t_2/ на допирниот ротационен конус,која истовремено е бараната тангентна рамнина на топката.



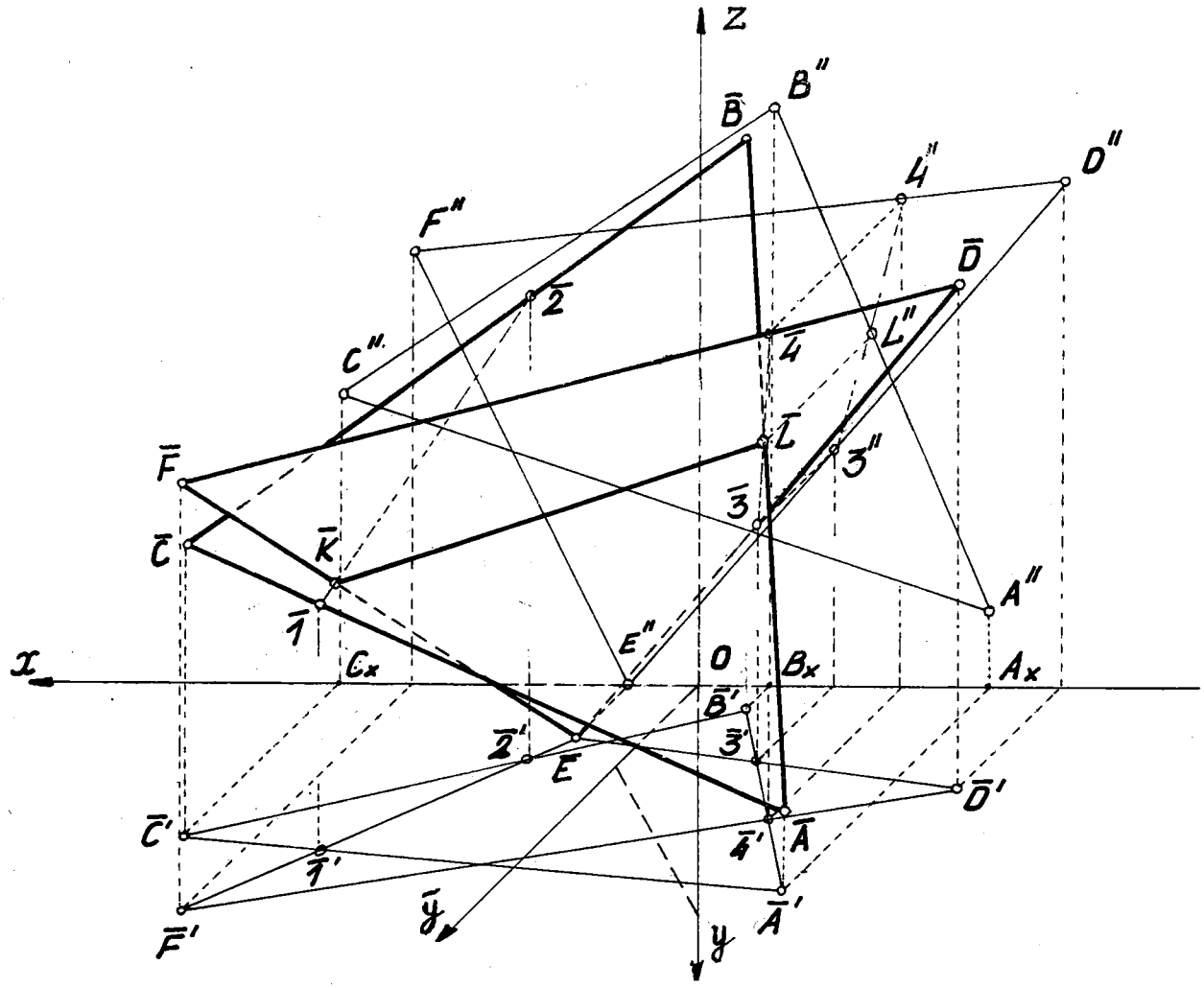
Зад.1209.-Претставена е во коса проекција правилна осумстрана призматична плоча со цилиндрична шуплина со поглед оздола и од левата страна.

1209. Дадена е правилна осумстрана призма со нејзините димензии:основен и бочен раб,која има кружен отвор со радиус r .Основите на телото се хоризонтални. Таа да се нацрта во коса проекција(слика),при агол на отклонувањето $\varphi=210^{\circ}$ и коефициент на скратувањето к кој е зададен графички.

Положбата на телото не е еднозначно дефинирано,па затоа избираме специјална,со едната бочна страна да лежи во проекционата рамнина (П).Цртаме хоризонтална права, x-оската и определувачки триаголник,внесувајќи ги елементите на косото проектирање $\varphi=210^{\circ}$(вториот крак $\bar{y}$ е нанесен во позитивна насока на ориентацијата) и произволно графичко нанесување на големината на к,таква што да е помала од 1.Правилен осумаголник $1'2'3'4'5'6'7'8'$ со должина на страната од 35 мм го соборуваме во координатната $xOy(\Pi_1)$ рамнина,при што земаме неговата страна $7'8'$ да се наоѓа на x-оската,и во него е вцртана концентрична кружница со радиус од 25 мм.

РЕШЕНИЕ. На приложениот цртеж подробно е покажано одредувањето на коса проекција (слика) на 8-те темиња на осумаголникот, од кои: 7 и 8 лежат во П, па се фиксни ($7' \equiv \bar{7}$ и $8' \equiv \bar{8}$), и центарот M' на долната кружница, како и еден нејзин пар конјугирани дијаметри. Со употребата на слични триаголници на определувачкиот што припаѓа на точката $A' \equiv A$, добиена е коса слика (проекција) на долната основа на телото, осумаголникот $\bar{1}\ \bar{2}\ \bar{3}\ \bar{4}\ \bar{5}\ \bar{6}\ \bar{7}\ \bar{8}$ со концентричната елипса чиј центар е $\bar{M}$. Бидејќи бочниот раб е паралелен со проекционата рамнина ($П \equiv П_2$), тогаш големината на неговата коса проекција (слика) е еднаква по должина на зададената (оригиналот) што изнесува 20 мм. Тоа е покажано за работ 1 9, каде е најдено $\bar{9}' \equiv \bar{1}$, па на вертикала (права што е нормална на x-оската) ја нанесуваме должината $\bar{1}\ \bar{9} = 20$ мм. Паралелно со неа се нацртани и другите бочни рабови, како и центарот $\bar{N}$ со парот конјугирани дијаметри на горната елипса, која е коса проекција на горната кружница.

ВИДЛИВОСТ. Со полна линија ја извлекуваме контурата и долната основа, поради тоа што аголот на отклонувањето $\varphi = 210^\circ$ е поголем од 180°, значи, имаме поглед оддолу. Понатаму, темињата $\bar{2}, \bar{3}$ и $\bar{4}$ се видливи и во внатрешноста на контурата на телото, нивните сврзници со соодветните горни темиња ќе бидат рабови што се гледаат.



Зад. 1214.-Конструиран е пресек на триаголниците ABC и DEF, коса проекција, со поглед одгоре.

1214. Нацртани се два триаголника ABC и DEF во коса проекција, со $\varphi=45^{\circ}$ и $k=1/2$ на следниов начин: претходно во ортогонални проекции претставуваме просторен правоаголен координатен систем Oxyz и негова коса проекција $O\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ (во точката O повлекуваме права $\bar{y}$ што заклопува со x-оската агол од 45°), потоа бараме проекција за секое теме, на пр. A(-40,80,10), со нанесување на неговата апсциса десно со должина $\overline{OA}_x=-40$ мм ја добиваме точката A_x, низ неа повлекуваме права паралелна со $\bar{y}$-оската $(O\bar{y})$, врз која и пред П ја нанесуваме првата ордината но со намалена должина 80:2=40 мм (колку што изнесува $k=1/2$), ја наоѓаме $\bar{A}'$-косата хоризонтална проекција, посредна (коса проекција на темето A врз координатната $xOy-\Pi_1$ рамнина) и на крајот низ точката $\bar{A}$ цртаме вертикална права, која е паралелна со z-оската и почнувајќи од таа точка а над неа ја пренесуваме големината на втората ордината 10 мм=$\overline{\bar{A}'\bar{A}}$, со што ја добиваме $\bar{A}$ косата проекција (непосредната коса проекција) на темето A, покрај тоа и нејзината фронтална проекција A''. Оваа постапка ја употребуваме и за другите темиња, кое е мошне добро покажано на приложената слика.

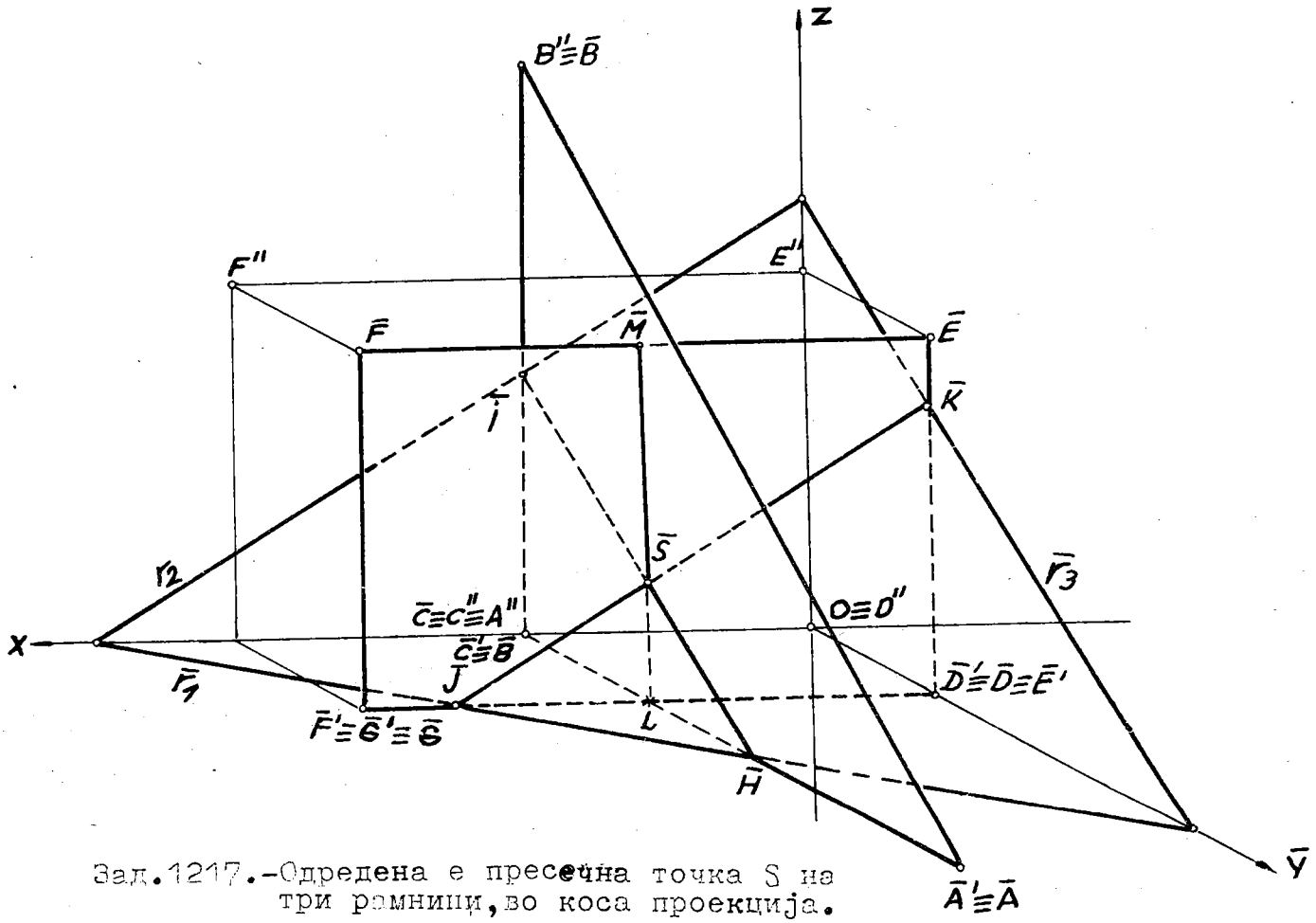
РЕШЕНИЕ НА ЗАДАЧАВА. Низ страната EF поставуваме хоризонталнопроектирачка рамнина, чија коса хоризонтална трага минува низ $\bar{E}'\bar{F}'$, таа го сече триаголникот ABC во отсечката 1 2, чија коса хоризонтална проекција (коса слика на хоризонталната ортогонална проекција) е $\bar{1}'\bar{2}'$ а косата проекција (слика) во сврзницата $\bar{1}\,\bar{2}$, каде што $\bar{1}$ припаѓа на страната $\bar{A}\bar{C}$ а точката $\bar{2}$ на другата страна $\bar{B}\bar{C}$. Во пресекот на отсечката $\bar{1}\,\bar{2}$ со спомената страна $\bar{E}\bar{F}$ ја добиваме точката $\bar{K}$. На ист начин постапуваме за одредување прободна точка L на страната AB со триаголникот DEF. Бидејќи $\bar{A}\bar{B}$, при ова косо проектирање, има скоро вертикална положба, ја наоѓаме односната прободна точка преку фронталната проекција $L''=3''4''\cap A''B''$, отаде низ L'' повлекуваме полуправа паралелна со $\bar{y}$-оската до пресек со $\bar{A}\bar{B}$ ја одредуваме $\bar{L}$. Бараната пресечна отсечка LK на обата триаголника во коса проекција е $\bar{L}\bar{K}$ која е прикажана на презентираниот цртеж.

ВИДЛИВОСТА е установена со разгледување на две страни што припаѓаат на двата триаголника, споредувајќи ги нивните висини и оддалечености спрема проекционата рамнина П, која секогаш во косата проекција има вертикална положба. На пр. темето $\bar{F}$ е најоддалечено од П, бидејќи $y_{\bar{F}}$ има најголема вредност, па е видливо, $\bar{F}\bar{D}$ не го прободува триаголникот $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ така што страната $\bar{F}\bar{D}$ се гледа, додека $\bar{A}\bar{B}$ од прободната точка $\bar{L}$ до темето $\bar{A}$ е видлива, како и надвор од триаголникот $\bar{E}\bar{D}\bar{F}$ до темето $\bar{B}$.

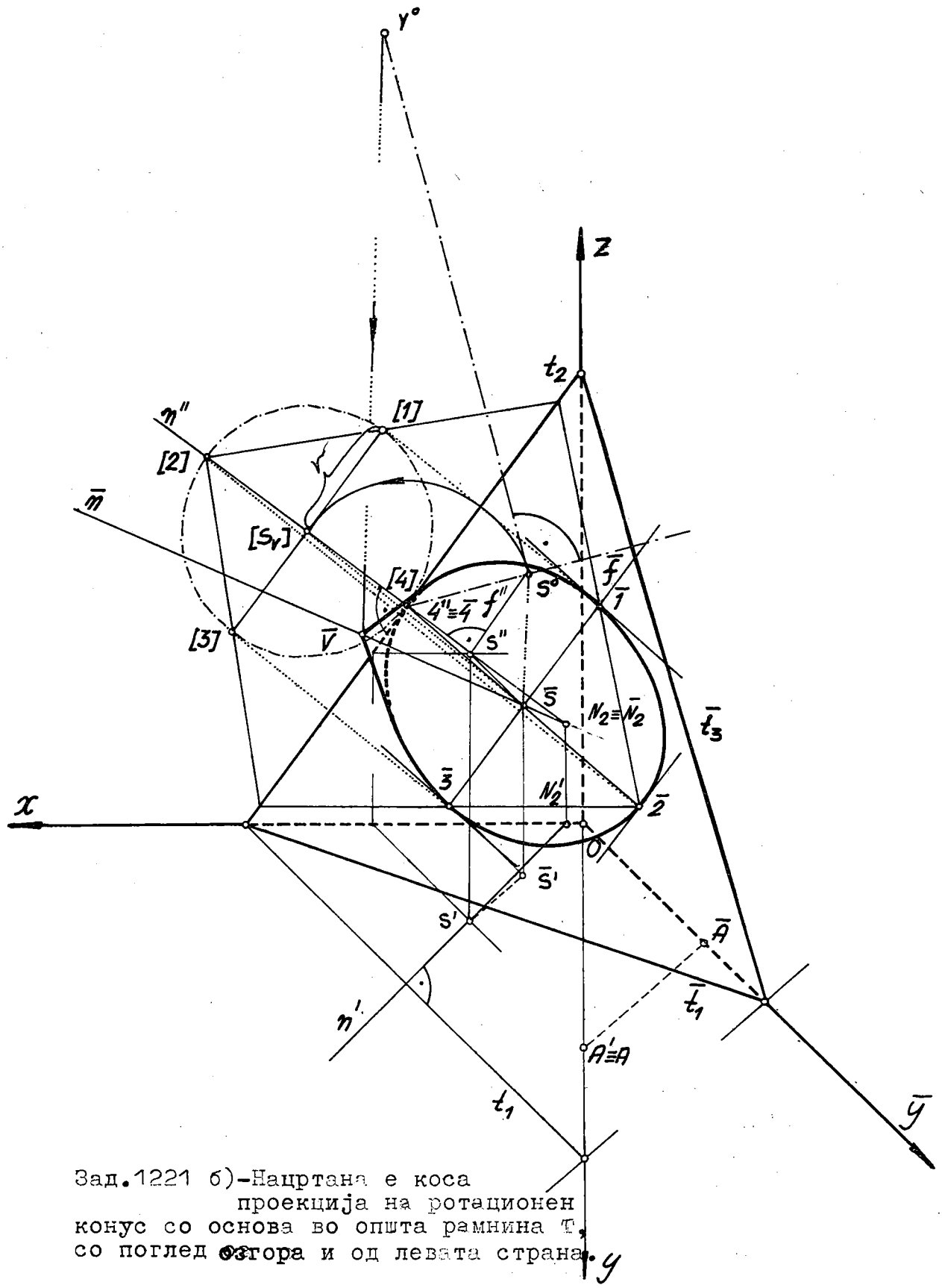
1217, Нацртани се во коса проекција, при $\varphi=150^\circ$ и $\kappa=1$, рамнината $P/\bar{r}_1,r_2,\bar{r}_3/$, триаголникот ABC и правоаголникот DEFG.

РЕШЕНИЕ. Пресекот на рамнината P и триаголникот ABC го одредуваме преку косите хоризонтални траги $\bar{r}_1\cap\bar{A}\bar{B}=\bar{H}$ и фронталните траги $r_2\cap\bar{B}\bar{C}=\bar{I}$ и ја добиваме нивната пресечна сврзница $\bar{H}\bar{I}$. Пресечната отсечка $\bar{J}\bar{K}$ на рамнината P со правоаголникот DEFG ја наоѓаме со помош на нивните коси хоризонтални траги $\bar{r}_1\cap\bar{D}\bar{G}=\bar{J}$ и коси профилни траги $\bar{r}_3\cap\bar{D}\bar{E}=\bar{K}$. Бараната пресечна точка $\bar{S}$ е заедничка на веќе најдените пресечни отсечки $\bar{I}\,\bar{H}$ и $\bar{J}\,\bar{K}$.

Контрола: одредуваме пресечка на триаголникот ABC и правоаголникот DEFG, обата полигона се во хоризонтално проектирачка положба, па бараната отсечка $\bar{L}\bar{M}$ е нормална на $xOy(\Pi_1)$; на $\bar{L}\bar{M}$ треба да се наоѓа бараната заедничка точка $\bar{S}$ на трите рамнини. Потоа одредуваме ВИДЛИВИ ДЕЛОВИ на пресечните отсечки $\bar{S}\,\bar{H}$, $\bar{S}\,\bar{M}$ и $\bar{S}\,\bar{J}$, како и делот $\bar{S}\bar{K}$ надвор од триаголникот $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ до крајната точка $\bar{K}$ што е означен како видлив, додека другите нивни делови кои не се гледаат ги обележуваме со испрекинати линии.



Зад. 1217.-Одредена е пресечна точка S на три рамнини, во коса проекција.



Зад.1221 б)-Нацртана е коса проекција на ротационен конус со основа во општа рамнина T, со поглед одгора и од левата страна.

1221 б).Зададени се рамнината T/t_1t_2 и на неа припаѓа точка S(?,S''). Одредете ротационен конус со основа што ја допира Π_2, лежи во дадената рамнина и има центар во S, а неговата висина е $\overline{SV}$=100 мм. Да се конструира коса проекција на така опишаниот конус, ако се $\varphi=135^\circ$ и к=3/4.

Откако ќе ги нацртаме во ортогонални проекции трагите t_1 и t_2, и во таа рамнина ќе ја најдеме хоризонталната проекција S', пристапуваме кон соборување на рамнина-

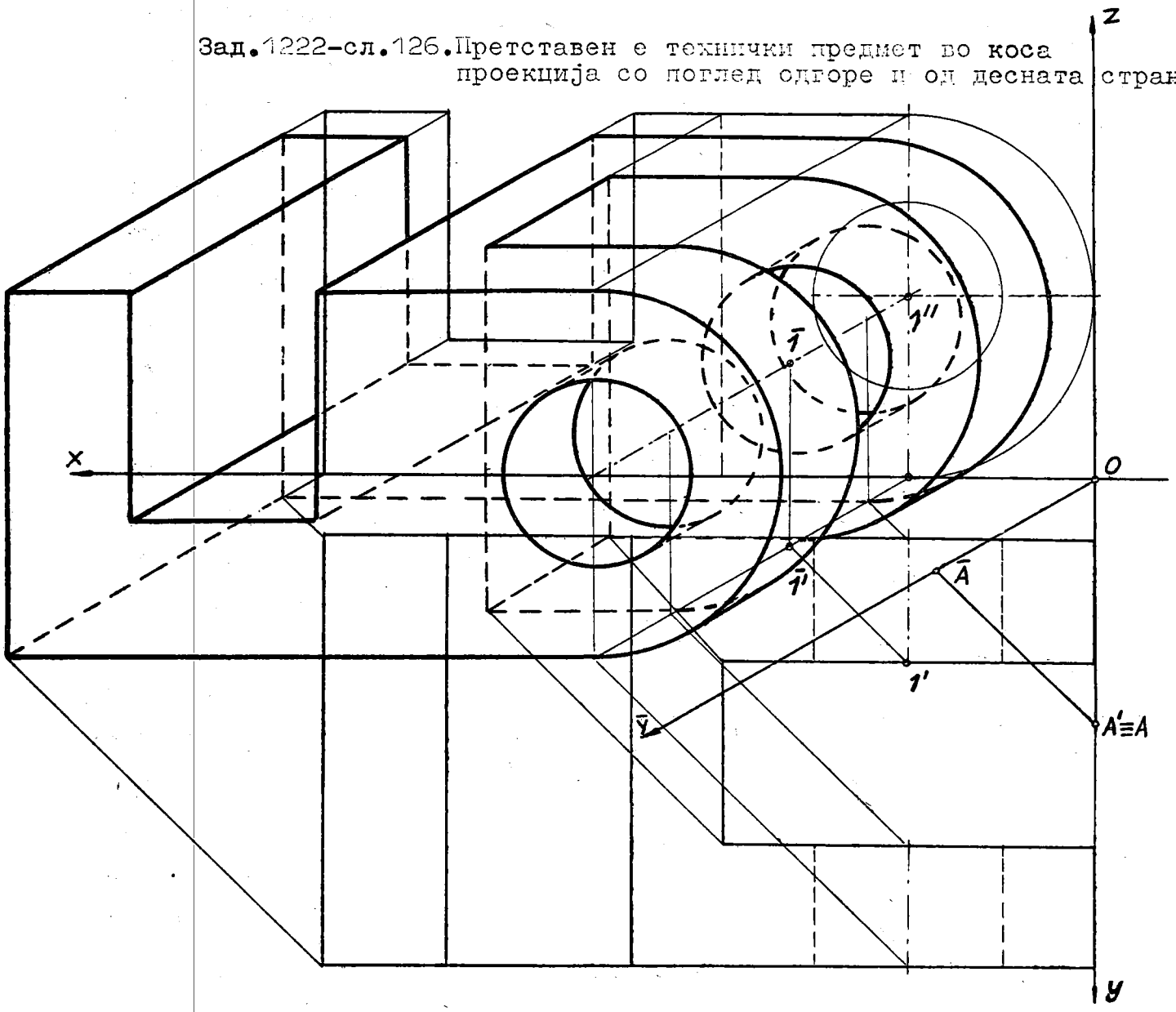
та на основата на конусот со ротирање околу t_2 во проекционата рамнина ($\Gamma \equiv \Pi_2$), го добиваме центарот $/S_r/$, а растојанието од него до t_2 е $/\overline{S_r//4/}$, кое го претставува бараниот радиус r на таа основа. Со тој полупречник цртаме кружница а на неа одбележуваме пар конјугирани дијаметри $/1//3/$ и $/2//4/$. Потоа низ точката S во проекциите S' и S'' повлекуваме права n (n', n'') нормална на рамнината T, на која ја наоѓаме висината на конусот, чија вистинска големина ја нанесуваме на нормала кон соборената втора падна линија низ центарот S^o, имено $\overline{S^oV^o}=100$ мм. Понатаму вршиме премин од ортогоналните проекции и цртање во коса проекција со повлекување полуправа $\bar{y}$ на полуоската y во координатниот почеток O, како теме на аголот од 135°, чиј еден крак е позитивната насока на x-оската. Со тоа го конструираме аголот на отклонувањето φ, го нанесуваме коефициентот на скратувањето $k=3/4$, и тоа 4 единици на y-оската и 3 на $\bar{y}$-оската, го добиваме определувачкиот триаголник $OA\bar{A}$, чија една страна е косо проектирачкиот правец $A\bar{A}$. Користејќи го него а со негова помош на нему слични триаголници ја наоѓаме косата хоризонтална трага $\bar{t}_1$ и придружниот пар точки $\bar{S}', \bar{S}$ на центарот на основата-посредна и непосредна коса проекција. Постои перспективна афина придруженост меѓу соборената положба на кружницата (основата) и нејзината коса проекција, која е дефинирана со афината оска t_2 и придружниот пар точки $/S_r/$ и $\bar{S}$. Низ точката $\bar{S}$ повлекуваме права паралелна со афината оска t_2 (трагата), која е паралелна и со дијаметарот $/1//3/$ на кружницата, на неа ја нанесуваме должината на дијаметарот во отсечка $\bar{1}\,\bar{3}$, која е еден од конјугираните дијаметри на елипсата во коса проекција. Другиот дијаметар $\bar{2}\,\bar{4}$ го наоѓаме едноставно со употреба на централно симетрична точка на точката $/4/ \equiv 4 \equiv \bar{4}$ во однос на средишната точка $\bar{S}$, а тоа е точката $\bar{2}$ $(\bar{4}\bar{S}=\bar{S}\bar{2})$. Со добивањето на парот конјугирани дијаметри $\bar{1}\,\bar{3}$ и $\bar{2}\,\bar{4}$ можно е да се конструира косата проекција на основата на конусот.

Висината на конусот SV во коса проекција (слика) минува низ неговиот центар $\bar{S}$ и прододот $N_2 \equiv \bar{N}_2$ на правата n со проекционата рамнина (вториот прод N_2). При тоа за одредување барана коса проекција на врвот $\bar{V}$ на конусот го користиме правецот $S^o\bar{S}$ низ соборената точка V^o но во обратна насока, до пресекот со правата $\bar{N}_2\bar{S}$.

Од точката $\bar{V}$ повлекуваме контурни изводници на бараниот конус, кои се тангенти кон елипсата.

ВИДЛИВОСТ установуваме од меѓусебната положба на врвот $\bar{V}$ и центарот $\bar{S}$ во однос на проекционата рамнина Π, од каде се гледа дека е $\bar{V}$ подалеку од Π отколку точката $\bar{S}$, бидејќи е усвоен поглед одгоре (според изборот на $\varphi=135^o$), тогаш основата на конусот не се гледа, но видлив е дел од обвивката на претставениот ротационен конус.

Зад.1222-сл.126.Претставен е техничкиот предмет во коса проекција со поглед одгоре и од десната страна



1222-сл.126. Предметот е зададен во монжови проекции.Да се нацрта негова коса проекција,ако се $\varphi=30^{\circ}$ и к=3/4 (а) .

РЕШЕНИЕ.На истиот цртеж вршиме премин од монжови проекции во коса проекција, со вцртување на аголот на отклонувањето φ и со нанесување на коефициентот на скратувањето к,на тој начин го конструираме определувачкиот триаголник и на него го добиваме косо проектирачкиот правец $A\bar{A}$,кој ја дава насоката на пренесувањето (преминот) од хоризонтална во коса хоризонтална проекција. Од хоризонталната проекција на техничкиот предмет повлекуваме прави паралелни со правецот $A\bar{A}$,исто така и од фронталната (што се наоѓа на x-оската) паралелни со $\bar{y}$-оската,нивните

пресечни точки ни ја даваат косата хоризонтална проекција на хоризонталната страна на предметот,а на вертикали од нив до пресек со соодветните прави (зраци) што се паралелни со правецот $\bar{y}$ и минуваат низ нивните фронтални проекции,добиваме коса проекција на елементите што го определуваат техничкиот предмет-неговата контура и центрите на валчестите делови (в.$1',1''$ и парот $\bar{1}',\bar{1}$). При тоа земаме предвид се што е паралелно со П во коса проекција треба да е складно(конгруентно) на зададеното (оригиналот).

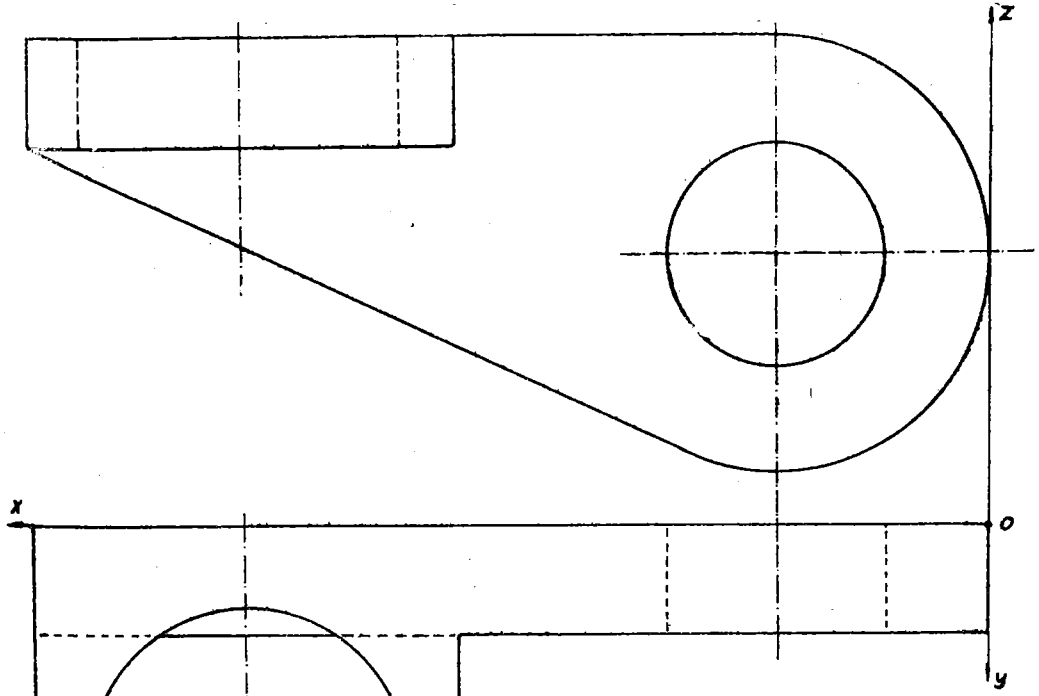
Со полни линии ја извлекуваме контурата на објектот,неговата горна страна (бидејќи е погледот озгора),предната страна и видливите делови од шуплините,водејќи еметка разминувачки делови да бидат назначени со различна видливост.

1222-сл.182.Да се конструира коса проекција на технички предмет претставен во ортогонални проекции,ако се дадени $\varphi=210^{\circ}$ и к=4/5 (в).

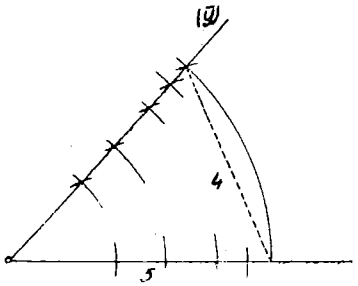
За подобра прегледност одделно ќе го изведеме цртежот во коса проекција,тогаш го употребуваме аголот на пропорционалност од зададениот коефициент на скратувањето к=4/5.На полуправа нанесуваме 5 еднакви единици,цртаме кружен лак со радиус еднаков на 5-те единици и овој лак го пресекуваме со тетива чија должина е 4 единици од претходниве 5 и на тој начин добиваме пресечна точка што припаѓа на другиот крак ($\bar{y}$) од бараниот агол на пропорционалноста.

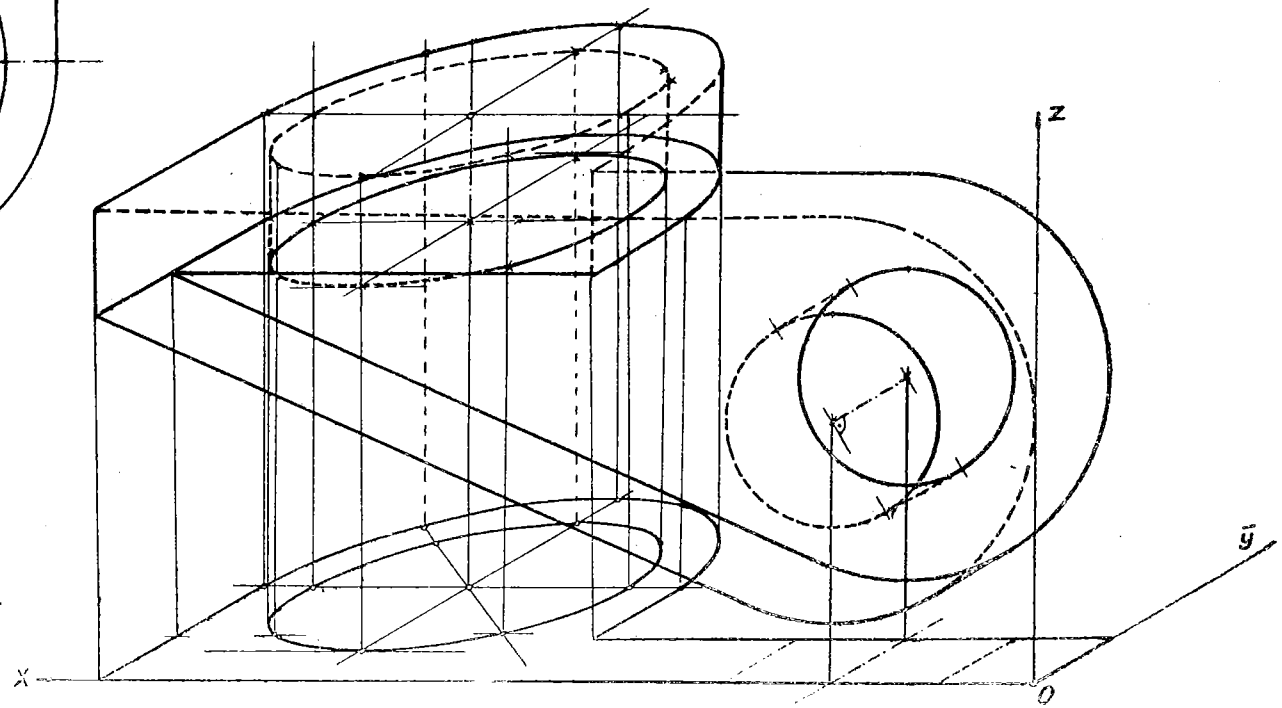
Прво,со тенка полна линија цртаме коса хоризонтална проекција на хоризонталната основа на објектот(предметот),со нанесување еднакви должини на дадените што се во правец на x-оската и скратени должини за оние што се паралелни со y-оската,користејќи го аголот за пропорционалност,врз кој нанесуваме дадена должина како радиус на кружен лак и ја земаме скратената,припадната тетива на тој кружен лак. Потоа ги нанесуваме вертикалите (паралелни со z -оската) висините на одделни карактеристични точки на објектот од неговата фронтална проекција со големини што се еднакви на зададените(оригиналот).Го обликуваме дадениот предмет со исцртување на неговата контура(кружни линии,криви линии и прави),шупливи валчести делови и другите делови во неговата внатрешност.

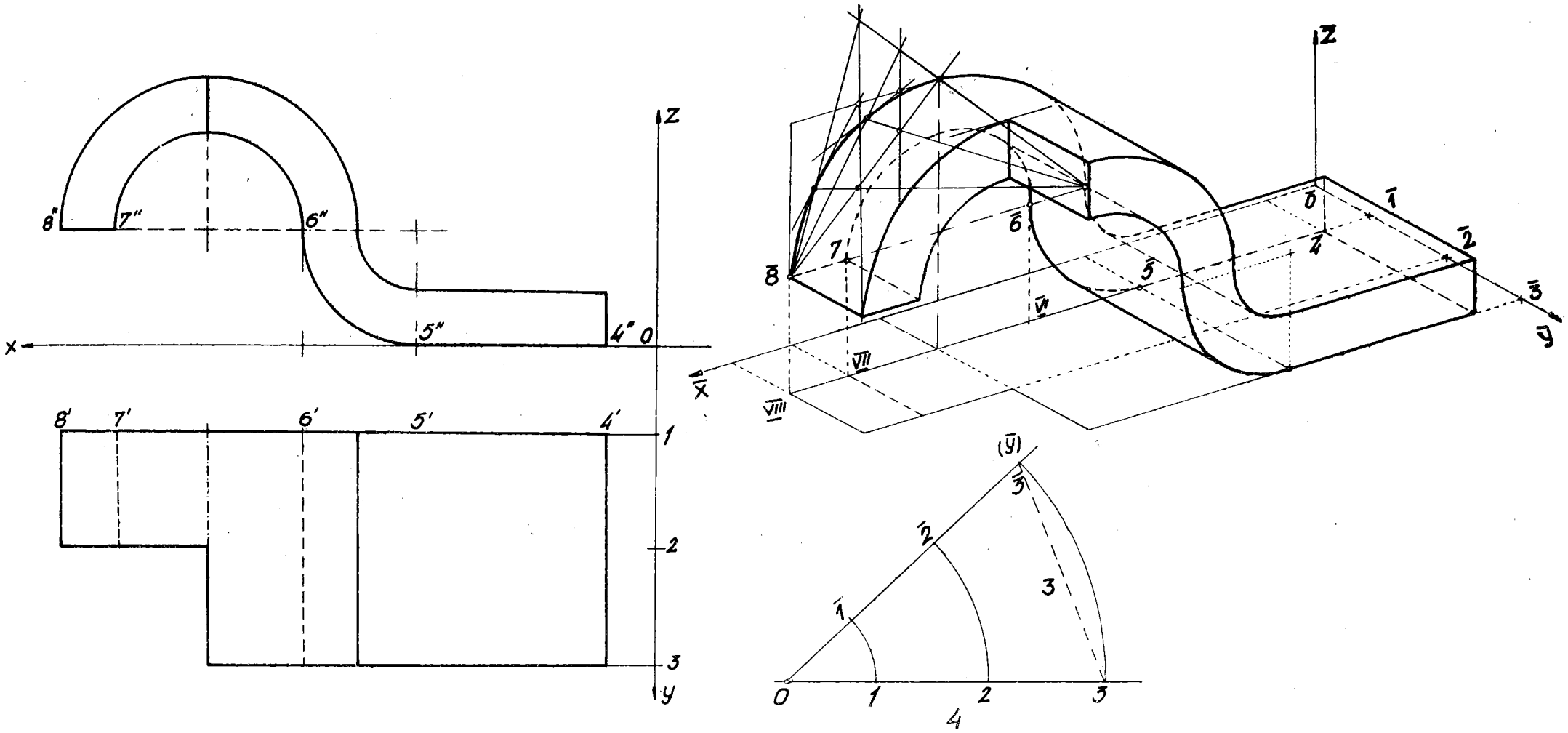
Со дебели полни линии ја цртаме контурата,долниот дел на објектот (бидејќи погледот е оздола) и видливите делови на шуплините,додека рабовите на невидливите делови на површините ги исцртуваме со испрекинати линии.



Зад.1222 -сл.182. Составено рабесто-валчесто тело е нацртано во коса проекција со поглед оздола и од левата страна.







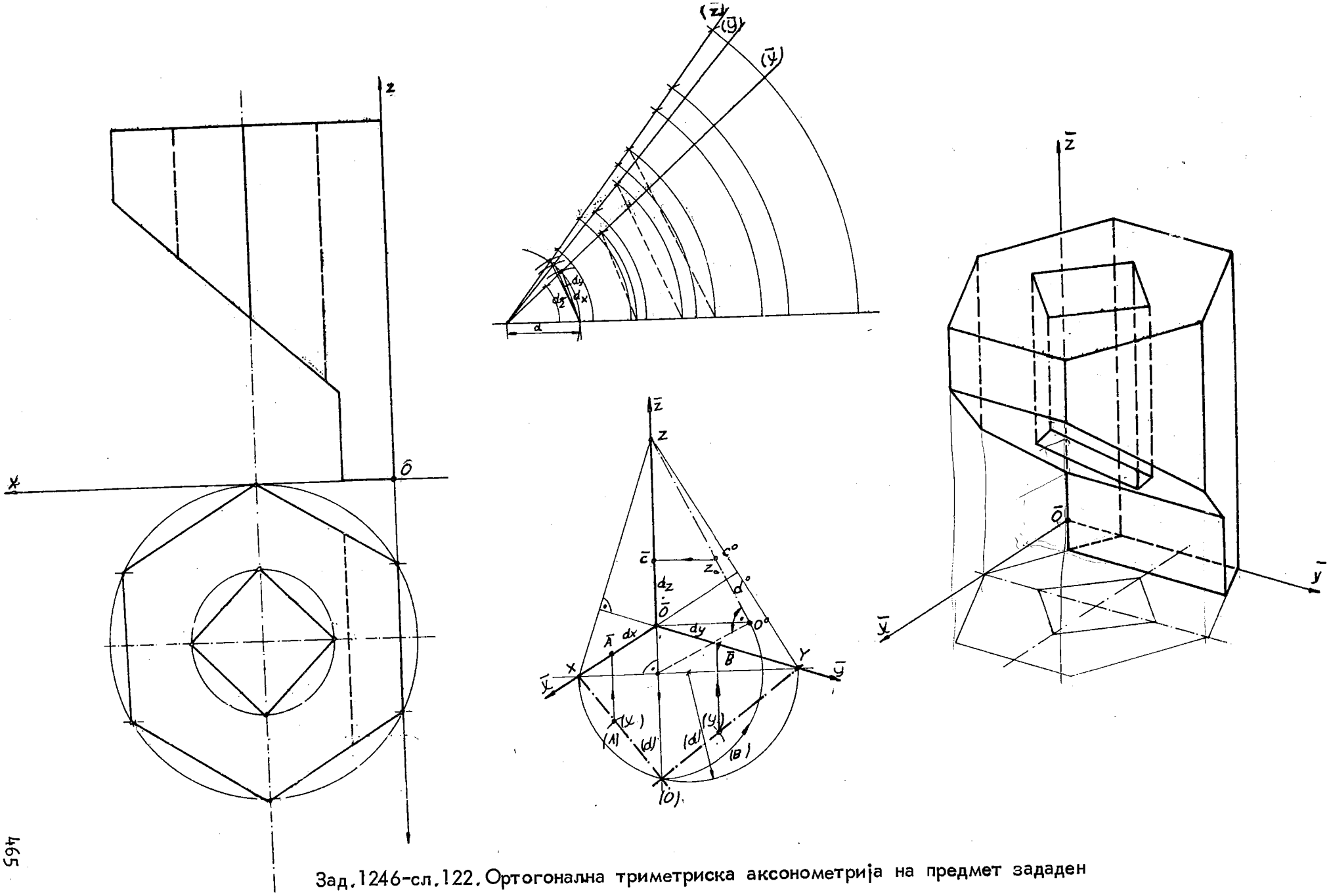
Зад.1236-сл.162.Нацртана е коса аксонометриско-диметриска проекција на зададен технички предмет.

1236-сл.162. Определен е објект во придружени ортогонални проекции. Да се прикаже во коса аксономериска проекција со поглед одгоре, при следниве мерила (односи) на оските: 1:3/4 :1 (б).

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО подробно е претставено на приложената слика. Секогаш одделно ја цртаме аксонометриската проекција $\bar{O}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ на просторниот правоаголен координатен систем Oxyz . Понатаму ја цртаме косата аксонометриска слика на хоризонталната проекција на објектот со нанесување еднакви должини на зададените кои се во правец на x-оската и скратени должини што се паралелни со y-оската, со помош на аголот на пропорционалноста. Во така добиените точки што се, главно, посредна коса аксонометриска проекција (на пр. VI, VII и VIII) подигнуваме вертикални полуправи, на нив ги нанесуваме висините на соодветните точки што се претставени во фронталната проекција на објектот, кои во оваа аксонометрија се еднакви на дадените и одредуваме нивните непосредни (директни) коси аксонометриски проекции (на пр. $\bar{6}, \bar{7}, \ldots$). Ги извлекуваме кривите линии па правите што го оформуваат техничкиот предмет, водејќи грижа дека усвоивме поглед одгоре, со таков вид линии ги обележуваме неговата контура и горна страна на предметот со видливи а другите-невидливи делови со испрекинати линии.

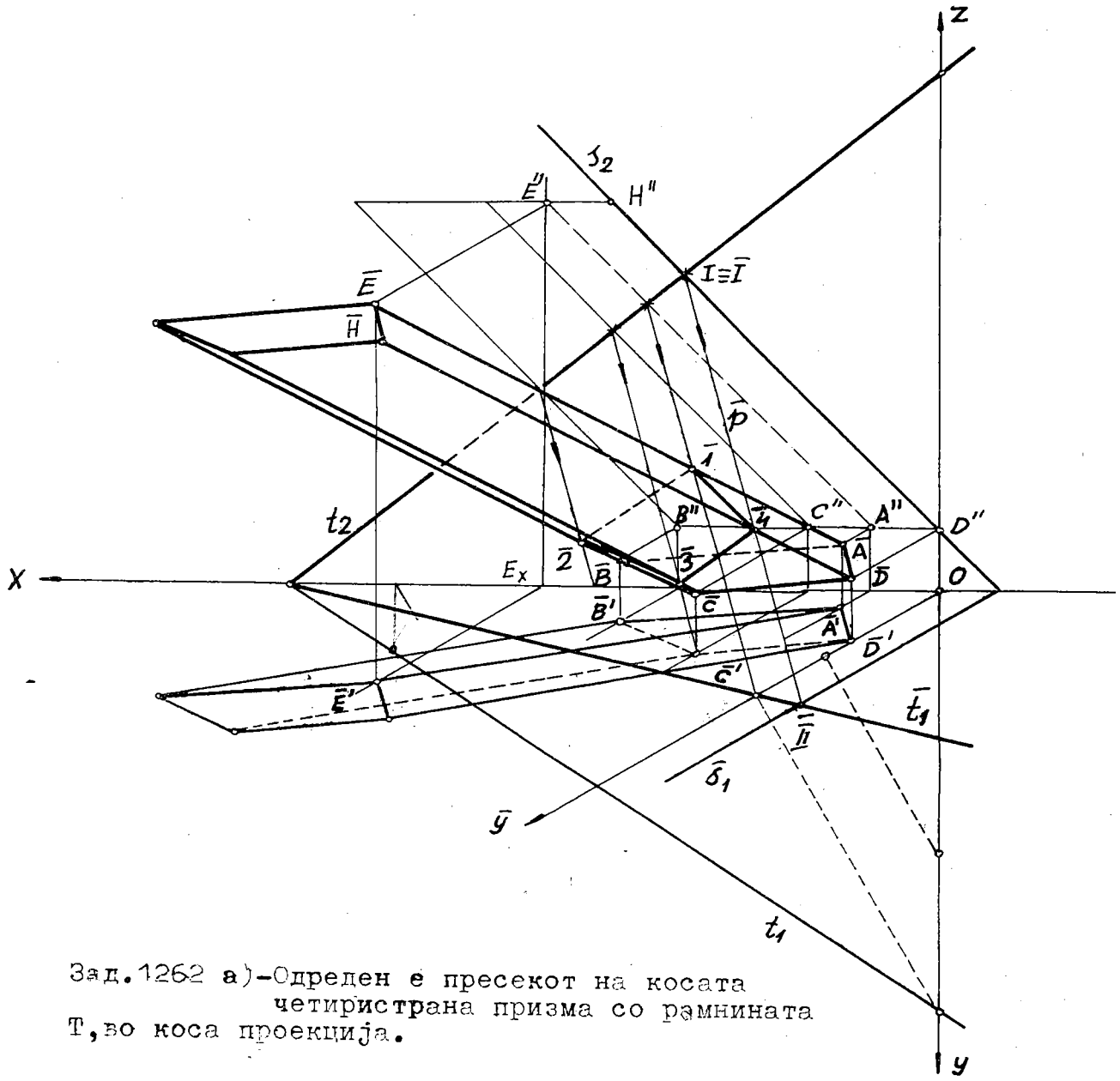
1246-сл.122. Зададен е технички предмет во ортогонални проекции. Да се нацрта неговата ортогонална триметриска аксонометрија.

РЕШЕНИЕ. Одделно цртаме произволен разностран триаголник на трагите XYZ со што дефинираме ортогонална тримериска аксонометрија. Со ротирање околу трагата XY ја добиваме вистинската големина на правоаголниот триаголник X(O)Y, отаде преку должината (d) на соборените (ротираните) оски (x) и (y) ги наоѓаме нивните скратени отсечки d_x и d_y на ортогоналните аксонометриски слики (проекции) $\bar{x}$ и $\bar{y}$. Понатаму го користиме правиот агол што го заклопуваат падната линија на координатната xOy (Π_1) рамнина и вертикалната z -оска, со нанесување $d_o = (d)$ должина на нормалната права низ O^o (соборен координатен почеток O) а на соборената вертикална полуправа z_o , од каде го наоѓаме d_z на z -оската. Земајќи ја должината $(d) = d^o$ и трите должини на отсечки на координатните оски $\bar{x}, \bar{y}$ и $\bar{z}$ конструираме три агли на пропорционалност за цртање ортогонално аксонометриска слика на дадениот објект. Низ произволна точка $\bar{O}$ на цртачкиот лист повлекуваме три полуправи -оски $\bar{x}, \bar{y}$ и $\bar{z}$ паралелни со висините на разностраниот триаголник на трагите XYZ.



Зад.1246-сл.122. Ортогонална триметриска аксонометрија на предмет зададен во монжов пар.

Цртаме посредна (индиректна) ортогонална хоризонтална аксонометриска проекција со користење на дадената хоризонтална проекција на техничкиот предмет и со употреба на два агли на пропорционалност од ($\bar{x}$) и ($\bar{y}$). Од така добиените точки подигнуваме вертикални полуправи и на нив ги нанесуваме скратените должини (висини) што ги добиваме од фронталната проекција на објектот со употреба на аголот на пропорционалност ($\bar{z}$). Овие точки ги претставуваат директните (непосредни) ортогонални аксонометриски проекции на темињата на зададеното рабесто тело со шуплина. Со спојувањето на аксонометриските проекции на темињата по редослед како што е на оригиналот-телото, ја добиваме неговата ортогонална триметриска аксонометриска слика. На цртежот е означена ВИДЛИВОСТА со поглед озгора, со тоа сме претпоставиле дека координатниот почеток О е земен да се наоѓа зад проекционата рамнина П.



Зад.1262 а)-Одреден е пресекот на косата четиристрана призма со рамнината T,во коса проекција.

1262 а). Претставени се косата четиристрана призма ABCDEFGH и рамнината T,во коса проекција,при следниве елементи : $\varphi = 30^{\circ}$ и к=1/2.За призмата да биде еднозначно определена,покрај косата проекција,се одредува и нејзината фронтална проекција,или нејзината коса хоризонтална проекција.

Се бара пресек на призмата со дадената рамнина.

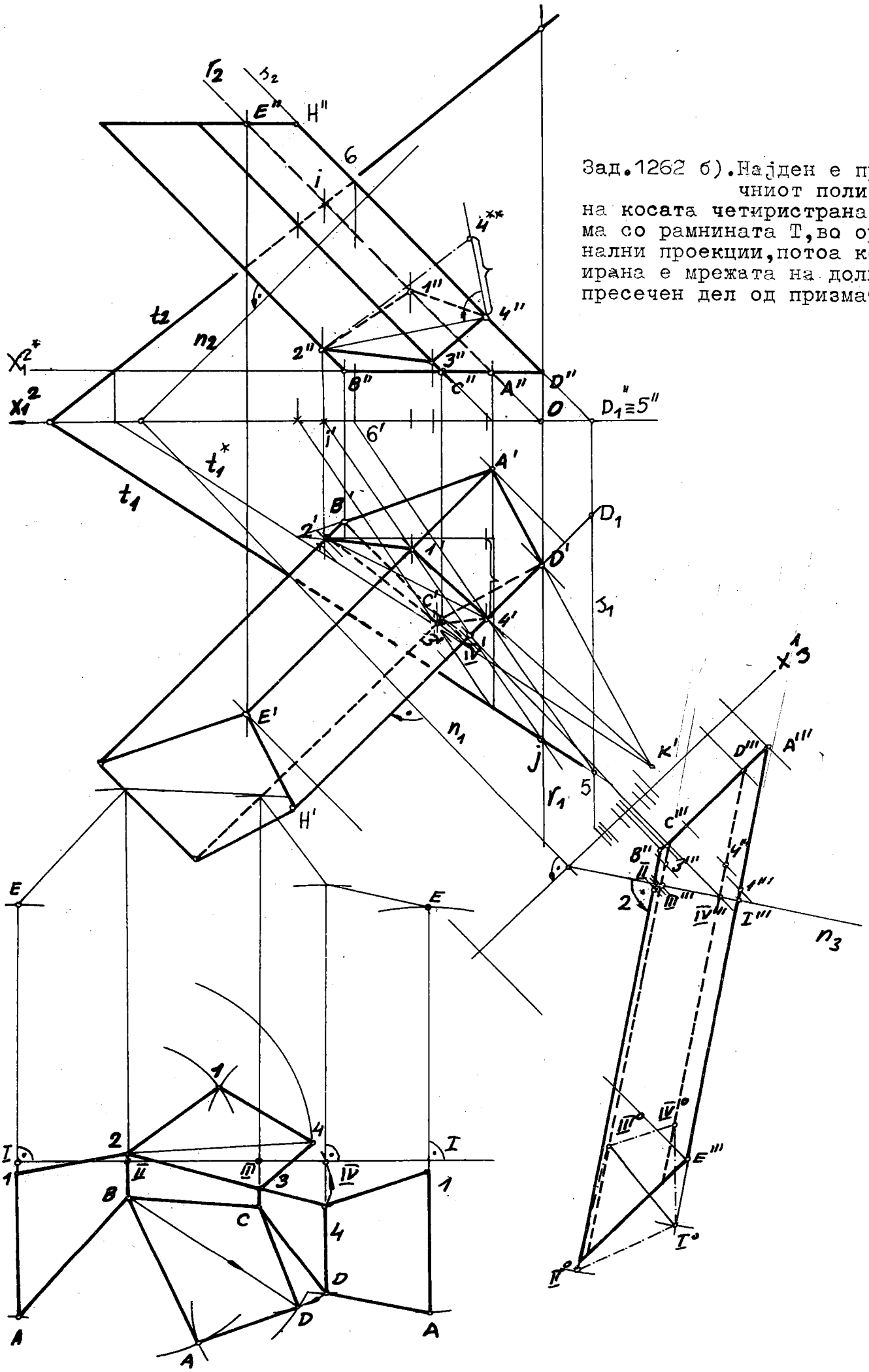
РЕШЕНИЕ.Треба да најдеме заеднички (прободни) точки на рабовите на призмата со рамнината T.За таа цел низ нив поставуваме помошни рамнини,фронталнопроектирачки, обично кога основите на телото се хоризонтални.Именно низ бочниот раб $\overline{DH} \in \Sigma \perp \Pi_2$, чии траги се $s_2 \equiv \overline{D''H''}$ и $s_1 \perp$ x-оската ($s_1 \parallel$ y-оската),односно во коса проекција $\bar{s}_1 \parallel \bar{y}$-оската. Пресечната права $\bar{p} = \bar{I}\,\bar{II}$ на помошната рамнина Σ со дадената T се добива со одредување пресечни точки $\bar{I}$ и $\bar{II}$ на нивните истоимени траги $s_2 \cap t_2 = I \equiv \bar{I}$ и $\bar{s}_1 \cap \bar{t}_1 = \bar{II}$. Прободната точка $\bar{4}$ на бочниот раб $\bar{DH}$ со пресечната рамнина T се наоѓа како заедничка точка на споменатиот раб $\bar{DH}$ со најдената пресечна права $\bar{p} = \bar{I}\,\bar{II}$.

Другите прободни точки може да се одредат на ист начин со помошни рамнини нормални со П ($П_2$),кои меѓу себе се паралелни,од каде добиваме дека и пресечните прави меѓу себе се паралелни.Затоа е доволно да се употребат нивните фронтални траги,кои се сечат со t_2 во точки,од нив ги повлекуваме пресечните паралелни прави со правата $\bar{p}$,така ги добиваме бараните прободни точки $\bar{1}$ (на бочниот раб $\bar{A}\bar{E}$),$\bar{2}$ и $\bar{3}$.Пресекот на косата четиристрана призма и рамнината Т е четириаголникот $\bar{1}\ \bar{2}\ \bar{3}\ \bar{4}$.

На приложениот цртеж се извлечени со дебели полни линии горната основа,бочните рабови на призмата и дел од пресечениот полигон со долната основа (бидејќи погледот е озгора и од десната страна).На тој начин сме претпоставиле дека пресечната рамнина Т е прозирна.

1262 6).Нацртани се монжови проекции на косата четиристрана призма ABCDEFGH со хоризонтални основи и општата рамнина Т.Да се одреди нивниот пресек и да се развие во рамнина мрежата на долниот пресечен дел од призмата.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО.Како и во косата проекција и тука низ бочниот раб $DH=D_1H$ поставуваме помошна фронталнопроектирачка рамнина:$s_2=D''H''$ и s_1 минува низ точката D_1'' и е нормална на x_1^2-оската,која се сече со рамнината Т во пресечката 5 6, и тоа $s_1 \cap t_1 = 5$ и $s_2 \cap t_2 = 6$.Оттаде ја наоѓаме прободната точка 4 на работ DH со пресечната рамнина Т преку хоризонталните проекции $5'6' \cap D'H' = 4'$ и на ординалата до фронталната проекција $D''H''$ лежи проекцијата $4''$.Според оваа постапка можно е да ги најдеме и другите прободни точки.Меѓутоа,ќе користиме перспективна афиност меѓу пресечниот полигон (четириаголникот 1 2 3 4) и долната основа ABCD на призмата со одредување на нивната заедничка права-афина оска $t_1^* = T \cap П_1^*$,која ја добиваме како пресек на паралелно поместената $П_1^*$ (со транслација на $П_1$ за висината на долната основа ABCD што сега припаѓа на $П_1^*$) со рамнината Т на четириаголникот 1 2 3 4. Придружени афини парови точки се темињата A,B,C и D со соодветните прободни точки 1,2,3 и 4,чии сврзници лежат на припадните бочни рабови од призмата,кои се афини прави во ова пресликување.Покрај афината оска t_1^* е одреден и еден придружен пар точки $D' \leftrightarrow 4'$,со тоа рамнинскиот перспективен афинитет е дефиниран.Ако сврзницата $A'D'$ на долната основа ја продолжиме до афината оска t_1^*,што ја сече во точката K',низ оваа двојна (сама на себе придружена) точка и пресечната точка $4'$ е одредена придружената права $K'4'$ на правата $A'D'$.За да се најде придружената точка $1'$ на дадената точка A',потребно е низ точката A' да се повлече афина права,која е поправо хоризонталната проекција $A'E'$ на бочниот раб AE,па пресекот на правата $A'E'$ со $K'4'$ ја дава бараната точка $1'$.Со понатамошна примена на споменатиов афинитет ги наоѓаме уште двете хоризонтални проекции $2'$ и $3'$ на пресечните точки 2 и 3.Потоа на ординали до соодветните бочни рабови во фронталната проекција ги одре-


Зад.1262 б). Најден е пресечниот полигон на косата четиристрана призма со рамнината Т, во ортогонални проекции, потоа конструирана е мрежата на долниот пресечен дел од призмата.

дуваме проекциите $1''$,$2''$и $3''$ на бараните прободни точки 1,2 и 3 што припаѓаат на пресекот-четириаголникот 1 2 3 4.

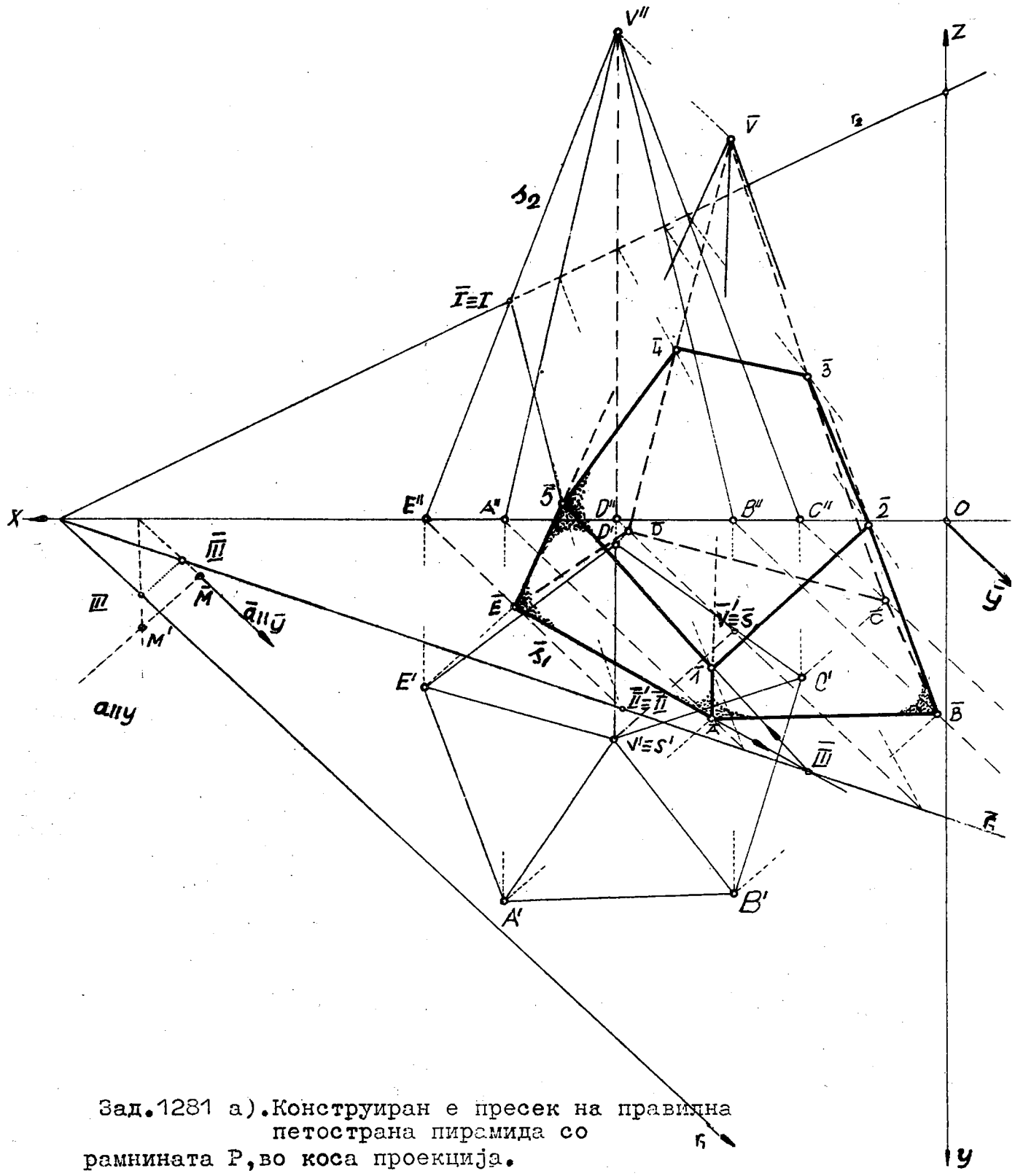
ВИДЛИВОСТ констатираме во зависност од положбата на основите (базисите), односно основните рабови и бочните рабови на призмата спрема Π_1 и Π_2,земајќи дека пресечната рамнина T е провидна.

РАЗВИВКАТА (мрежата) на косата четиристрана призма се добива кога ќе се развие нејзината обвивка (составена од четири паралелограми) и двете основи (четириаголници) во рамнината на цртачкиот лист.За таа да се конструира потребно е да се нацртаат сите бочни страни и двете основи со нивните вистински големини.Кај косата призма тоа може мошне успешно да се реализира со нормален (најмал) рамнински пресек.За таа цел поставуваме која и да било нормална рамнина на бочните рабови од призмата,но таква што ги сече споменативе рабови.Земаме хоризонтална трага $n_1 \perp D'H'$ нормална на хоризонталните проекции на бочните рабови и трагата $n_2 \perp D''H''$.Со употреба на методот на трасформација го одредуваме нормалниот пресек I II III IV,поставувајќи ја помошната рамнина Π_3 нормално кон двете рамнини N/n_1,n_2и Π_1,каде новата x_3^1-оска мора да биде нормална на n_1,тогаш рамнината N на нормалниот пресек се добива во третопроектирачка положба.Откако ќе ја нацртаме третата проекција на призмата и на неа прободните точки $1'''$,$2'''$, $3'''$и $4'''$,ја конструираме третата трага n_3 на рамнината N,на која (n_3) директно се наоѓа третата проекција $I'''II'''III'''IV'''$ на нормалниот пресек I II III IV,а на ординалите до хоризонталните проекции на бочните рабови нивните проекции : IV' (на $D'H'$) итн.Потоа ја одредуваме вистинската големина $I^oII^oIII^oIV^o$ на нормалниот пресек со соборување на рамнината N на тој пресек околу неговата трага n_3 во Π_3.Со оглед на тоа што нормалниот пресек на развиената обвивка се јавува во колинеарна отсечка составена од низа четири суксцесивни (едноподруго) отсечки,тој факт го користиме за цртање на мрежата.

Низ произволната точка I повлекуваме полуправа на која ги нанесуваме вистинските должини на страните од нормалниот пресек-четириаголникот $I^oII^oIII^oIV^o$,имено I II,II III,III IV и IV I.Во така добиените точки ќе нацртаме прави нормални на развиениот нормален пресек,врз тие прави лежат бочните рабови на призмата,чии вистински должини се поправо нивните трети проекции (зошто ?).Од точката I на таква права ја пренесуваме отсечката $\overline{IA}=\overline{I'''A'''}$ и од темето A должината на бочниот раб $\overline{AE}=\overline{A'''E'''}$. Оваа постапка ја применуваме за одредување на другите темиња B,C, D и горни темиња F,G,H .Со нивното поврзување ја добиваме развиената обвивка на косата четиристрана призма.Потоа на бочните рабови ги одредуваме темињата на

пресечниот полигон 1 2 3 4 со користење на третата проекција,имено $\overline{A1}=\overline{A'''1'''}$, $\overline{B1}=\overline{B'''2'''}$итн.,кои поврзани го даваат пресечениот четириаголник во развиен вид,со тоа се одредени вистинските должини на неговите страни.За конструирање на тој четириаголник доволно е ако одредиме барем една негова дијагонала,на пример 2 4, чија вистинска големина е најдена во фронталната проекција со употреба на вториот диференцијален триаголник $\overline{2''4''^{*}}=\overline{24}$.За да се добие развивка на долниот пресечен дел од призмата подебело го исцртуваме делот од обвивката под пресечната рамнина 1 2 3 4 1 A DCBA1 и ги додаваме долната основа ABCD (таа е складна со нејзината хоризонтална проекција A′ B′ C′ D′) и пресечениот четириаголник 1 2 3 4.

1281 а).Дадени се правилна петострана пирамида ABCDEV и рамнината P во монжови проекции.При $\varphi=135^{\circ}$ и $k=3/4$ е извршено премин од ортогоналните проекции во коса проекција,кое детално е покажано на приложената слика.Потоа е одреден пресечниот полигон директно во коса проекција.Имено,низ бочниот раб $\bar{E}\bar{V}$ поставуваме помошна, фронталнопроектирачка рамнина $:\bar{s}_1=\bar{E}\bar{E}''(//\bar{y})$ и $s_2=E''V''$,која ја сечеме со пресечната рамнина $P/\bar{r}_1,r_2/$,во пресечката $\bar{I}\ \bar{II};\bar{I}\equiv I=r_2\cap s_2$ и $\bar{I}\bar{I}=\bar{r}_1\cap\bar{s}_1$.Прободна работ $\bar{E}\bar{V}$ со дадената рамнина P е точката $\bar{5}=\bar{E}\bar{V}\cap\bar{I}\ \bar{II}$.На наполно ист начин -со методот директни прободи може да ги одредиме другите четири темиња 1,2,3,4 на пресечениот петаголник 1 2 3 4 5 што е презентиран на нацртаниот цртеж.Меѓутоа,мошне често другите пресечни (прободни) точки ги наоѓаме со помош на перспективна колинеација, геометриско својство што постои помеѓу основата $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}$ на пирамидата и нејзиниот рамнински пресек $\bar{1}\ \bar{2}\ \bar{3}\ \bar{4}\ \bar{5}$,каде оска на колинеацијата е $\bar{r}_1$,центар на колинеацијата $\bar{V}$ и еден придружен пар точки $\bar{E},\bar{5}$.На правата $\bar{E}\bar{A}$ и на неа придружената минува низ точките $\bar{5}$ и $\bar{I}\bar{I}\bar{I}$,тогаш бараната точка $\bar{1}$ е пресек на колинеациската права $\bar{A}\bar{V}$ и правата $\bar{I}\bar{I}\bar{I}\ \bar{5}$.Аналогно постапуваме за да ги најдеме пресечните точки $\bar{2},\bar{3}$ и $\bar{4}$.Со поврзување на добиените пресечни точки во отсечки го одредуваме петаголникот $\bar{1}\ \bar{2}\ \bar{3}\ \bar{4}\ \bar{5}$,кој го претставува бараниот пресек на пирамидата со рамнината P. При дефинитивното исцртување на видливоста во косата проекција го отстрануваме горниот пресечен дел од пирамидата и ја усвојуваме пресечната рамнина за прозирна, сето друго е евидентно од приложениот цртеж.Имајќи ја предвид големината на аголот на отклонувањето,е добиен погледот одгоре и од левата страна.



Зад.1281 а).Конструиран е пресек на правилна петострана пирамида со рамнината Р,во коса проекција.

1281 б). Нацртани се монжов пар на правилна петострана пирамида ABCDEV со центарот $S(S', S'')$, темето $A(A', A'')$ и врвот $V(V', V'')$. Да се претстави нејзиниот пресек со рамнината $P/r_1, r_2/$

Најчесто употребувани методи за реализирање на задачава се : 1) директни прободи со поставување проектирачки рамнини низ бочните рабови, 2) комбиниран метод од директни прободи за една пресечна(прободна) точка а другите со перспективна колинеација и 3) индиректна постапка со помош на трансформација, имено доведување на пресечната општа рамнина во проектирачка положба.

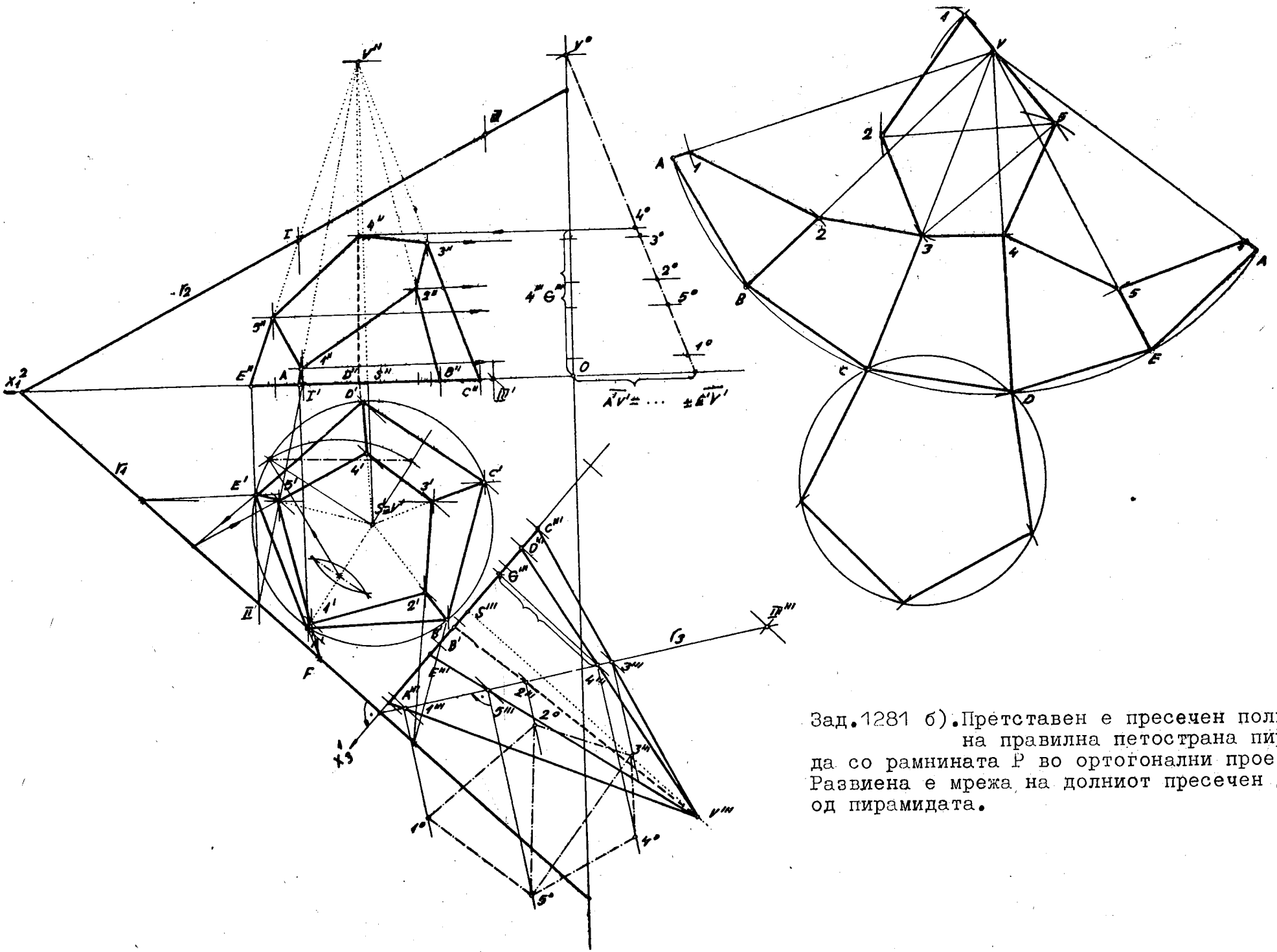
КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Како и во косата проекција низ бочниот раб EV поставуваме фронталнопроектирачка рамнина, чија фронтална трага се совпаѓа со $E''V''$ а хоризонталната е нормална на x_1^2-оската и коинцидира со $E'E''$. Потоа го наоѓаме пресекот I II на оваа помошна рамнина со пресечната рамнина P, преку пресекот на нивните истоимени траги, каде што се придружените проекции на заедничката права: $1'\,11'$ и $1\,11''$ ($11''\equiv E''$). На таа права и работ EV е нивната заедничка точка 5 ($5'=E'V'\cap 1'\,11'$) а на ординалата до пресекот со $E''V''$ се наоѓа фронталната проекција $5''$, која е прободна точка на бочниот раб EV низ дадената рамнина P. Наместо другите пресечни (прободни) точки да ги одредиме по оваа постапка, ги користиме својствата на рамнинска перспективна колинеација. Основата $A'B'C'D'E'$ на пирамидата и пресечниот полигон $1'2'3'4'5'$ се во перспективно колинеарен однос, кој е дефиниран со колинеациската оска r_1, нејзиниот центар V' и кореспондентниот пар точки $E', 5'$. На приложената слика целосно е покажана конструкцијата за добивање на пресечните точки $1', 2', 3'$ и $4'$, од нив а на ординалите до фронталните проекции на соодветните бочни рабови лежат $1'', 2'', 3''$ и $4''$.

Поточно точката $4''$ ќе ја најдеме ако успееме да ја одредиме нејзината висина z_4, кое може преку соборувањето DV околу $D'V'$ во Π_1 а на неа ја пренесуваме точката $4'$ во соборената положба 4_o, каде должината $4'4_o$ ќе биде бараната втора ордината z_4 на точката 4 (на нашиот цртеж тоа е направено со помошната трета проекција).

Кога пресечната рамнина е во општа положба, тогаш рамнинскиот пресек се наоѓа мошне често со методот трансформација. Земаме помошна проекциона рамнина $\Pi_3 \perp P$ и уште $\Pi_3 \perp \Pi_1$, бидејќи основата на пирамидата е во Π_1, затоа новата оска $x_3^1 \perp r_1$.

Откако ќе ги нацртаме третата проекција на пирамидата и третата трага r_3, пресечниот полигон 1 2 3 4 5 се јавува директно во отсечка $1'''2'''3'''4'''5'''$, што се совпаѓа со трагата r_3, потоа на ординалите од тие точки ги одредуваме нивните хоризонтални $1', 2', 3', 4', 5'$ и фронталните проекции $1'', 2'', 3'', 4'', 5''$.

Во хоризонталната и фронталната проекција е извлечен долниот пресечен дел на пирамидата со дебели полни линии, усвојувајќи дека пресечната рамнина е провидна.



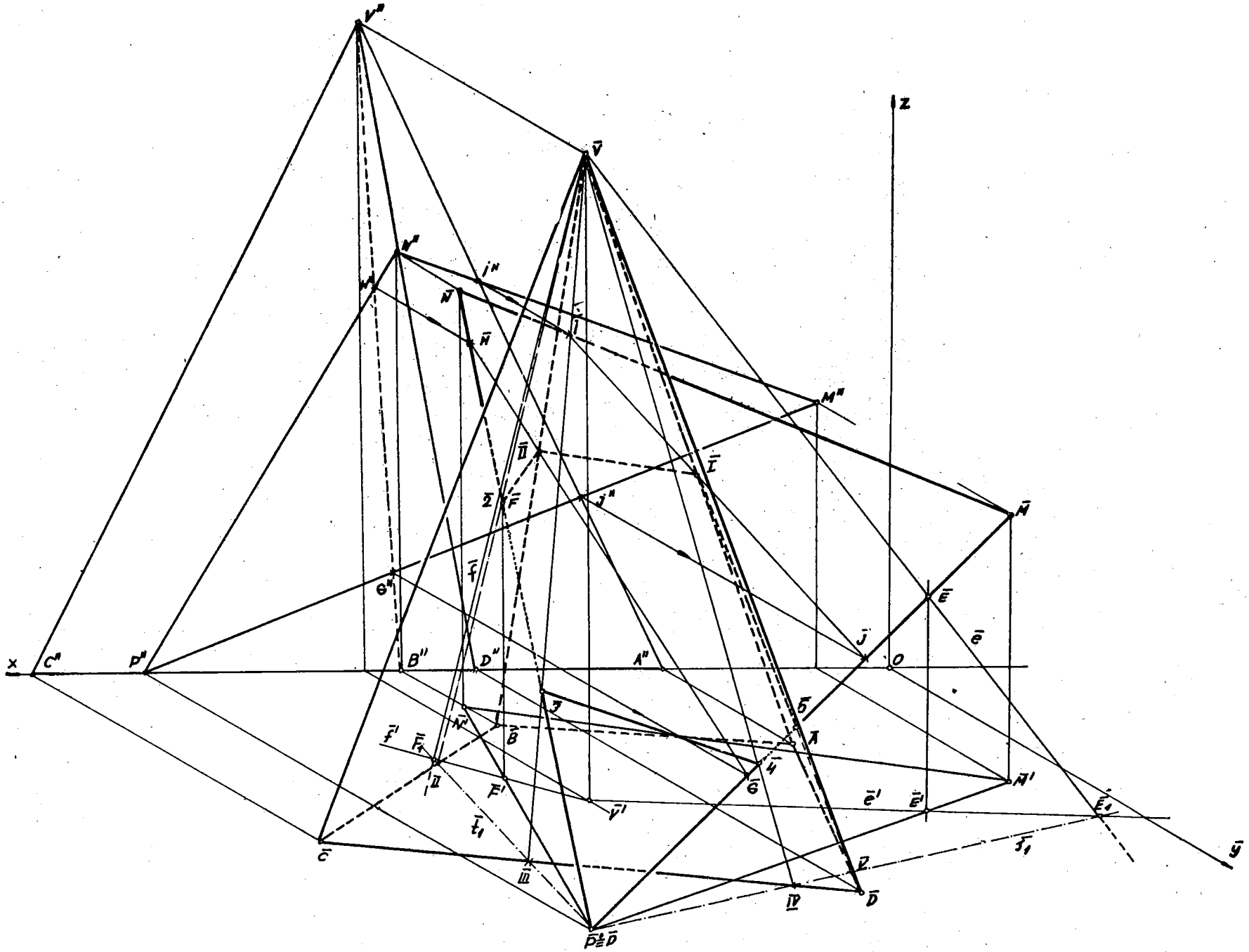
Зад.1281 б). Претставен е пресечен полигон на правилна петострана пирамида со рамнината P во ортогонални проекции. Развиена е мрежа на долниот пресечен дел од пирамидата.

За конструирање бараната мрежа потребно е претходно одредување целосна мрежа на правилната петострана пирамида. Нејзиниот основен раб е во вистинска големина во хоризонталната проекција (основата лежи во Π_1), додека бочниот раб AV го наоѓаме со упростената примена на методот на ротација, што е покажано на нашата слика, како и деловите на бочните рабови до прободните точки. Понатаму цртаме пет странични еднаквокраки триаголници што ја претставуваат обвивката на пирамидата со користење на нивните вистински големини: основниот раб и бочниот (околен) раб. Врз вака развиените бочни рабови ги добиваме пресечните точки со нанесување делови на соодветните бочни рабови, на пр. за точката 1 со $\overline{A1}=\overline{A1^o}$ врз $\overline{AV}$ почнувајќи од темето A итн. Ги задебелуваме отсечките што ги определуваат страните на долниот дел од обвивката на пирамидата A1 2 3 4 5 1 AED CBA со додавање на основата (правилниот петаголник) и пресечениот неправилен петаголник 1 2 3 4 5 (неговата вистинска големина ја одредуваме во третата проекција со соборување околу r_3 во Π_3-$1^o2^o3^o4^o5^o$), употребувајќи две дијагонали $\overline{2\,5}=\overline{2^o\,5^o}$ и $\overline{3\,5}=\overline{3^o5^o}$, т.е разделувајќи го во три триаголници: 1 2 5, 2 3 5 и 3 4 5. Така добиената рамнинска фигура, составена од три затворени полигона, ја претставува развиената комплетна мрежа на долниот пресечен дел од пирамидата.

Сите презентирани цртежи на овој цртачки лист се намалени за фактор 0,7 при преснимувањето, за листот да се доведе на формат A4.

1315 а). Нацртана е директна коса проекција $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{V}$ на четиристраната пирамида ABCDV и нејзините посредни проекции: коса хоризонталната $\bar{A}'\bar{B}\bar{C}\bar{D}'\bar{V}'$ и фронталната $A''B''C''D''V''$. Се бара пресек на пирамидата со триаголникот MNP, чија непосредна, коса проекција е $\bar{M}\bar{N}\bar{P}$ и индиректни проекции: $\bar{M}'\bar{N}'\bar{P}'$ и $\bar{M}''\bar{N}''\bar{P}''$. Сето тоа е претставено на приложената слика, која е зголемено нацртана отколку што се дадените координати на точките во милиметри.

РЕШЕНИЕ. Прво, одредуваме продор на секоја страна на дадениот триаголник низ пирамидата, доколку такви постојат. Второ, ако некоја страна нема продор, тогаш треба да се најдат прободни точки на оние бочни рабови од пирамидата со триаголникот во чија непосредна близина има страна на триаголникот што е надвор од пирамидата, т.е. нема заеднички точки (продори) со даденото тело. Низ страната $\bar{M}\bar{P}$ на триаголникот $\bar{M}\bar{N}\bar{P}$ можеме да поставиме прамен од рамнини, ние ќе избереме рамнина Σ на праменот што минува и низ врвот $\bar{V}$ на пирамидата, која е определена со парот пресечни прави $\bar{P}\bar{M}=\bar{P}\bar{E}\cap\bar{E}\bar{V}=\bar{e}$ (каде што точката $\bar{E}$ ја избираме произволно на $\bar{M}\bar{P}$), коса хоризонтална трага $\bar{s}_1$ на Σ ја конструираме со наоѓање први прободи $\bar{P}$ и $\bar{E}_1$ на земените компланарни прави: $\bar{M}\bar{P}$ и $\bar{E}\bar{V}=\bar{e}$. Трагата $\bar{s}_1$ ја сече основата на пирамидата во точките 1V и V а рамнината Σ пирамидата во изводниците 1V $\bar{V}$ и V$\bar{V}$. Со пресекот на тие изводници

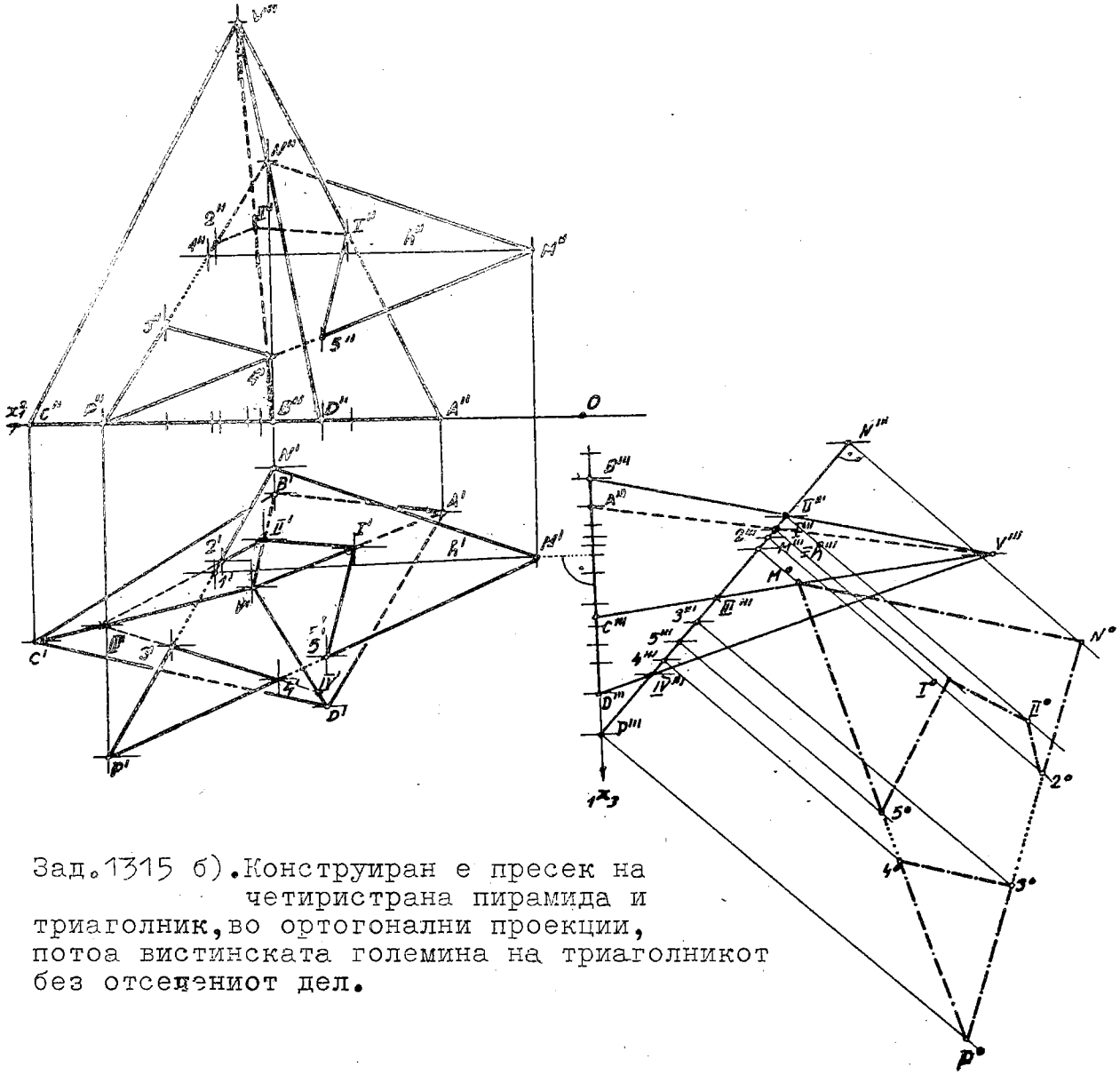


Зад.1315 а). Во коса проекција е прикажан пресек на четиристрана пирамида ABCDV со триаголникот MNP.

со страната $\bar{M}\bar{N}$ се добиваат бараните продорни точки $\bar{4}$ и $\bar{5}$, од кои точката $\bar{4}$ се гледа дека припаѓа на видливата бочна страна од пирамидата. Формираме рамнина Γ определена со страната $\bar{P}\bar{N}$ и врвот $\bar{V}$ на пирамидата, избирајќи на $\bar{P}\bar{N}$ произволна точка $\bar{F}$ што ја сврзуваме со $\bar{V}$ дава права $\bar{f}=\bar{F}\bar{V}$, отаде ја наоѓаме трагата $t_1=\bar{P}\bar{F}_1$. Таа трага го сече базисот $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ во точките II и III, кои споени со $\bar{V}$ ги одредуваат пресечните прави II $\bar{V}$ и III $\bar{V}$ на рамнината Γ со пирамидата. Продорните точки $\bar{2}$ и $\bar{3}$ на страната $\bar{P}\bar{N}$ со пирамидата се наоѓаат во пресек со претходно најдените изводници II $\bar{V}$ и III $\bar{V}$ на пирамидата, имено $\bar{2}=\bar{P}\bar{N}\cap$ II $\bar{V}$ и $\bar{3}=\bar{P}\bar{N}\cap$ III $\bar{V}$. При тоа точката $\bar{2}$ не е видлива бидејќи се наоѓа на бочната страна $\bar{B}\bar{C}\bar{V}$ од пирамидата, која во косата проекција не се гледа. Страната $\bar{M}\bar{N}$ нема заеднички точки со пирамидата, тогаш ги разгледуваме бочните рабови $\bar{A}\bar{V}$ и $\bar{B}\bar{V}$ на пирамидата што се во непосредна близина на таа страна од дадениот триаголник. Низ бочниот раб $\bar{A}\bar{V}$ поставуваме помошна, фронталнопроектирачка рамнина чија фронтална трага се совпаѓа со $A''V''$ и хоризонталната е $\bar{A}\bar{A}''(//\bar{y})$, потоа бараме пресек со рамнината на триаголникот во сврзницата $\bar{I}\bar{J}$, преку нејзината фронтална проекција $i''j''$, од кои $\bar{I}$ припаѓа на страната $\bar{M}\bar{N}$ и $\bar{J}$ лежи на страната $\bar{P}\bar{M}$. Поправо бараме прод $\bar{I}$ на бочниот раб $\bar{A}\bar{V}$ низ триаголникот $\bar{M}\bar{N}\bar{P}$, се добива како заедничка точка на споменатиов раб со пресечната отсечка $\bar{I}\bar{J}$, т.е. $\bar{I}=\bar{A}\bar{V}\cap\bar{I}\bar{J}$, која не се гледа, значи припаѓа на невидлив бочен раб. Прободната точка $\bar{II}$ на бочниот раб $\bar{B}\bar{V}$ може да се одреди на претходно опишаниот начин и се наоѓа во пресек на правите $\bar{B}\bar{V}\cap\bar{G}\bar{H}=\bar{II}$.

Заеднички точки на рамнината омеѓена со триаголникот $\bar{M}\bar{N}\bar{P}$ и пирамидата $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{V}$ се $\bar{I}, \bar{II}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$ и $\bar{5}$, чие поврзување е извршено на приложениот цртеж, водејќи сметка за тоа дека сврзницата на две соседни точки мора да лежи на иста бочна страна од пирамидата, затоа еден дел е видливата отсечка $\bar{3}\,\bar{4}$ и другиот искршената невидлива линија $\bar{2}\,\bar{II}\,\bar{I}\,\bar{5}$. Поради непрозирност на триаголникот и пирамидата, на цртежот е евидентна видливоста на делот $\bar{P}\bar{4}\,\bar{3}$ од триаголникот $\bar{M}\bar{N}\bar{P}$ и другите негови делови што се наоѓаат надвор од контурата на пирамидата $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{V}$.

1315 6). Фиксирани се четиристраната пирамида $ABCDV$ и триаголникот MNP во придружени ортогонални проекции. Да се нацрта нивниот пресек и вистинската големина на триаголникот без делот што е заеднички со дадената пирамида. Презентираниот цртеж е намален по однос на координатите од дадените точки. Кога се бара и вистинска големина на полигонот, тогаш се доаѓа до пресекот и неговата големина со елегантната постапка-трансформацијата.

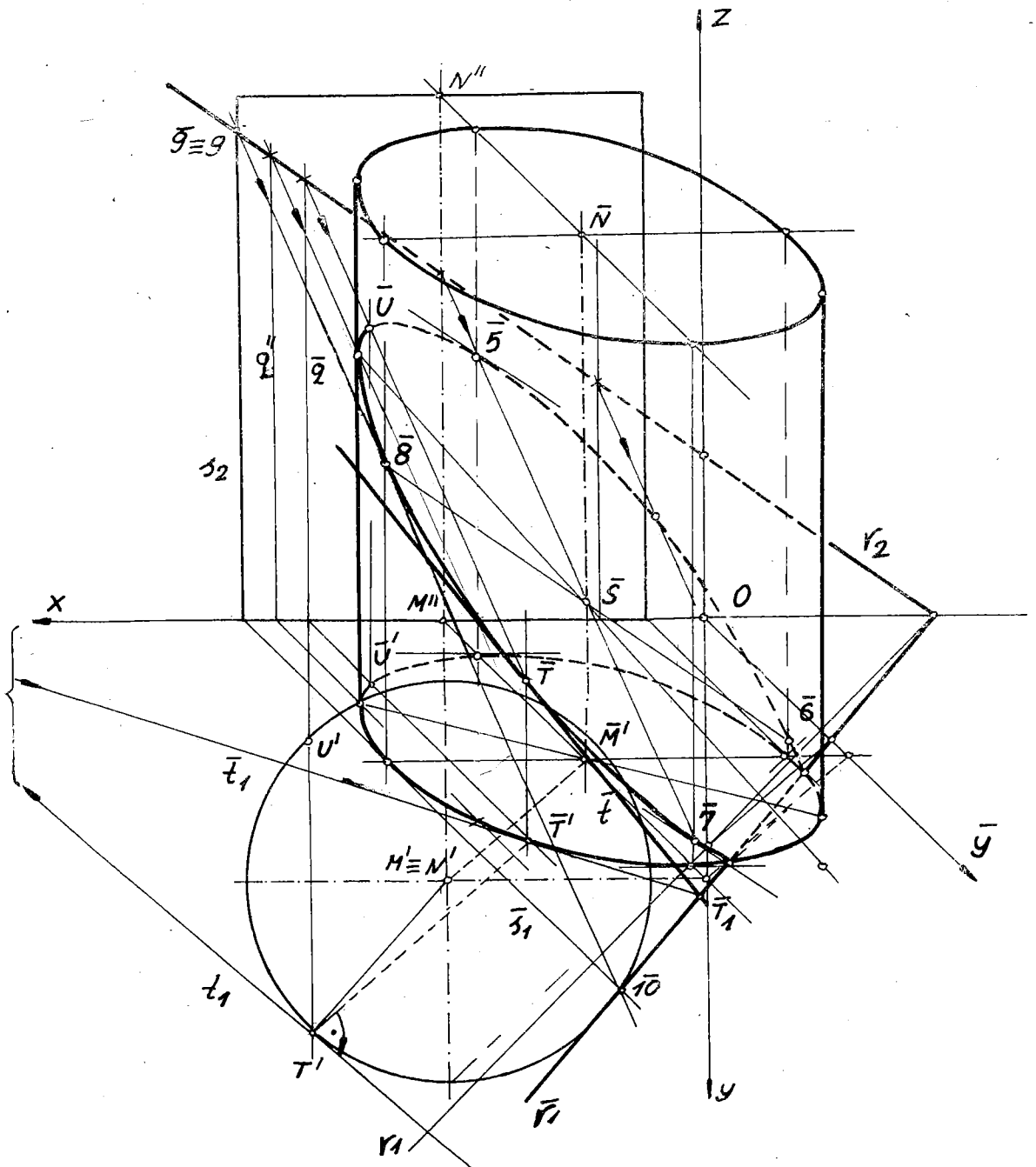


Зад.1315 б). Конструиран е пресек на четиристрана пирамида и триаголник, во ортогонални проекции, потоа вистинската големина на триаголникот без отсечениот дел.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Употребуваме помошна проекциона рамнина $\Pi_3 \perp MNP$ и уште $\Pi_3 \perp \Pi_1$, бидејќи основата на пирамидата се наоѓа во Π_1, тогаш е потребна хоризонтална права $h = M1 : M''\in h'' // x_1^2$-оската и $h' = M'1'$, на која новата $_1x_3$-оска е нормална, имено $_1x_3 \perp h'$. Одредуваме трета проекција на пирамидата и триаголникот, кој се јавува во отсечка $P'''M'''N'''$. Во оваа проекција рамнината на триаголникот е во проектирачка положба, па таа ја сече пирамидата во помошен четириаголник $I'''II'''III'''IV'''$, каде се I на бочниот раб AV, II на BV, III е на CV и IV на работ DV. На ординали до хоризонталните проекции на бочните рабови од пирамидата ја наоѓаме проекцијата $I'II'III'IV'$ на помошниот пресечен четириаголник I II III IV. Бараните прободни, односно продорни точки 1, II, 2, 3, 4 и 5 на пирамидата и триаголникот ги одредуваме како пресечни точки на хоризонталната проекција $I'II'III'IV'$ на пом. четириаголник со проекцијата на страните $M'P'$ и $N'P'$ од триаголникот и бочните рабови $A'V'$ и $B'V'$ од пирамидата. Нивните фронтални проекции лежат на ординалите од точките $I', II', 3', 4'$ и $5'$ до проекциите $M''P''$, $N''P''$, $A''V''$ и $B''V''$.

ВИДЛИВОСТ. Во хоризонталната проекција се гледа целиот пресек на триаголникот со обвивката на пирамидата, бидејќи во оваа проекција видлива е целата обвивка на пирамидата, додека во фронталната се гледаат оние делови од тој пресек што припаѓаат на видливите бочни страни од пирамидата : $A''V''D''$ и $D''V''C''$.

Вистинската големина на триаголникот MNP без отсеченият дел 4 3 2 II I 5 4 ја наоѓаме со соборување на триаголникот околу неговата трета проекција што е во проектирачка положба, со нанесување на растојанијата на нивните хоризонтални проекции до 1^x3-оската.



Зад. 1329 а). Нацртан е пресек на ротационен цилиндар со рамнината P и повлечена е тангента, во коса проекција.

1329 а). Претставени се ротационен цилиндар со неговите центри $M(M',M'')$ и $N(N',N'')$, радиусот $r=30$ мм и рамнината $P/r_1 r_2$ во монжови проекции. Се бара нивната пресечна крива и тангенти во нејзините точки $T,U(6O,?,?)$, во коса проекција, при $\varphi=135^{o}$ и $k=3/4$.

РЕШЕНИЕ. Откако ќе ја нацртаме косата проекција на цилиндарот и пресечната рамнина P, пристапуваме кон одредување на нивната заедничка крива со користење на методот директни прободи-поставување фронталнопроектирачки рамнини низ генератриси (изводници) на цилиндарот. Сето тоа е мошне очигледно прикажано на презентираниот цртеж. Избрани се четири генератриси чии подножни точки припаѓаат на пар конјугирани дијаметри на долната основа-елипсата со центарот $\bar{M}$, чии прободи со рамнината $P/r_1;r_2$ се пресечните точки $\bar{5},\bar{7},\bar{6}$ и $\bar{8}$ што дефинираат пресечна елипса со центар $\bar{S}$. На цртежот постепено е назначено наоѓањето на пресечната точка $\bar{8}$, низ чија изводница поставуваме профилна рамнина $/\bar{s}_1,s_2/$, со одредување пресечна права $\bar{9}\,\bar{10}$, чии определувачки точки се најдени како пресек со истоимените траги на помошната рамнина Σ и пресечната P, т.е. $\bar{10}=\bar{s}_1\cap\bar{r}_1$ и $\bar{9}\equiv 9=s_2\cap r_2$. Конечно бараната прободна точка $\bar{8}$ се наоѓа на таа пресечка $\bar{9}\,\bar{10}$ и на припадната изводница во која што ја конструиравме помошната рамнина Σ. Сите други пресечни прави се паралелни меѓу себе и на веќе најдената права $\bar{9}\,\bar{10}$. Задолжително треба да се покаже одредување прободи на двете контурни изводници низ пресечната рамнина, што е направено за контурната генератриса $\bar{q}(\bar{q}',\bar{q}'')$, додека на неа дијаметрално спротивната пресечна (прободна) точка, ако постои, го користиме центарот $\bar{S}$ на пресечната елипса. Со оглед на тоа дека пресечната рамнина P ја засекува долната основа со косата хоризонтална трага $\bar{r}_1$, тогаш пресекот не е целосна елипса.

За конструирање ТАНГЕНТА $\bar{t}$ во точка, на пример $\bar{T}$ на пресечната крива, потребно е да поставиме тангентна рамнина на цилиндарот по должината на изводницата што припаѓа на точката $\bar{T}(\bar{T},\bar{T}')$, а тоа ќе го реализираме со употреба на перспективен афинитет што постои меѓу долната основа со центарот $M'\equiv M$ во ортогонална проекција и нејзината коса проекција со центарот $\bar{M}$, кој е дефиниран со афин пар точки $M',\bar{M}$ и афина оска x-оската. На тангентата t_1 во T' на кружницата и е придружена $\bar{t}_1$ во допирната точка $\bar{T}'$ на елипсата, која претставува коса хоризонтална трага на тангентната рамнина. Нејзиниот пресек со дадената рамнина P е бараната тангента $\bar{t}$ која минува низ точката $\bar{T}$ и пресечната точка $\bar{T}_1=\bar{t}_1\cap\bar{r}_1$ (коси хоризонтални траги на споменатите рамнини). Потоа со една од познатите постапки ја конструираме пресечната елипса како заедничка на цилиндарот и на дадената рамнина P.

ВИДЛИВОСТ. Усвојуваме дека пресечната рамнина P е провидна и дел од пресекот што се наоѓа на видливата страна на цилиндарот припаѓа на изводници што се видливи, вклучувајќи ја контурната изводница $\bar{q}$, тогаш тој дел од пресекот го извлекуваме со дебела полна крива линија.

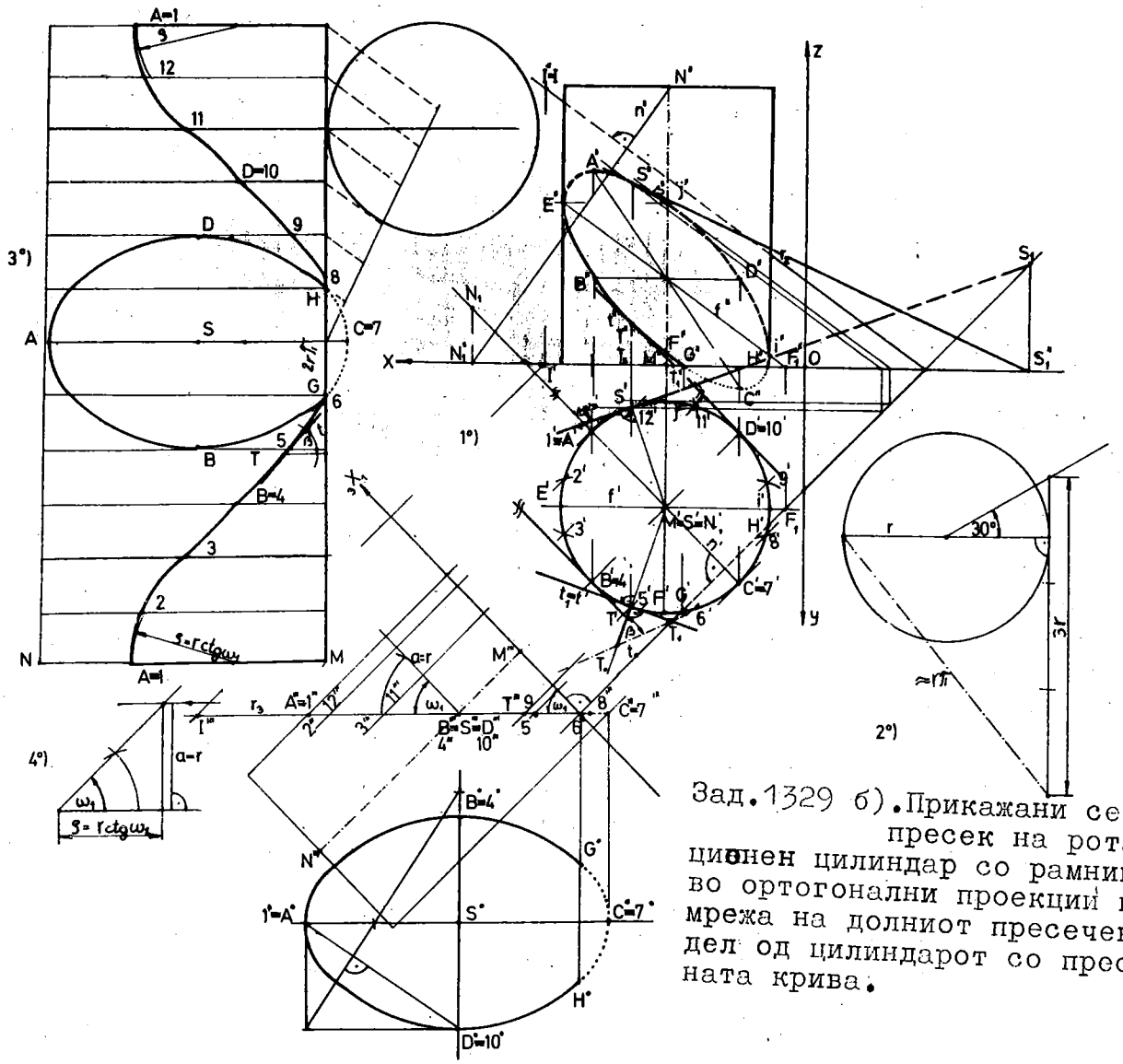
1329 6).На дадената слика (која е намалена 1:2) е одреден елиптичен пресек на ротационен цилиндар со рамнината $P/r_1, r_2/$ и тангенти во точки $T, U(5O, ?, ?)$ на пресечната крива во ортогонални проекции, што е мошне точно конструктивно изведено. Пресечната елипса $ABCD$ во хоризонталната проекција $A'B'C'D'$ се наоѓа на самата кружница со центарот M', па нивните фронтални проекции A'', B'', C'' и D'' ги наоѓаме како точки што истовремено лежат и на пресечната рамнина P со помош на фронтални прави (в.сл.1°). Сето друго детално беше објаснето при решавањето на истава задача во косата проекција.

ВИДЛИВОСТ. Во фронталната проекција се гледа предниот дел на обвивката од цилиндарот и на неа делот што припаѓа од пресечната елипса $G''F''T''B''E''$, вклучително со левата контурна точка E.

Бараме ПРЕВОЈНИ (инфлексиони) ТОЧКИ на развиената пресечна крива. Поставуваме тангентни рамнини на цилиндарот што се нормални на пресечната рамнина $P/r_1, r_2/$: низ центарот N на горната основа повлекуваме права $\underline{n}$ нормална кон рамнината P, именно $N''n'' \perp r_2$ и $N'n' \perp r_1$, на оваа права одредуваме нејзин прв прободен N_1. Споменатите тангентни рамнини се паралелни со нормалната права $\underline{n}$, значи дека хоризонталните траги на овие рамнини имаат бескрајна точка т.е. паралелни се со правецот $M'N_1$, па се добиваат нивните допирни изводници, на кои се наоѓаат превојните точки $B \equiv 4$ и $D \equiv 10$ на пресечната елипса што е развиена на обвивката од цилиндарот.

За КОНСТРУИРАЊЕ НА МРЕЖАТА корисно е пресечната рамнина P да се доведе во проектирачка положба, и тоа $\Pi_3 \perp P$ и уште $\Pi_3 \perp \Pi_1$, од каде новата $_1x_3$-оска е нормална на трагата r_1; тука се добива и вистинската големина на првиот наклонет агол ω_1 на дадената рамнина P со Π_1. Ако се развие обвивката на ротациониот цилиндар таа претставува правоаголник со должина еднаква на периметарот $2r\pi$ (должина на обиколката) на основата (кружницата) на цилиндарот, која се добива само приближно, и широчина еднаква на висината на цилиндарот $\overline{MN}$. Со помош на приближна конструкција на А. Кохански (Adam Kochansky) се ректификува кружницата -исправување на кружницата во отсечка што е покажано на сл.2° со грешка $0,0006r$

Ја развиваме обвивката на ротациониот цилиндар со пресекување по должината на изводницата што минува низ пресечната точка A и на цртежот 3° го добиваме споменатиот правоаголник. За да се конструира мрежата на цилиндарот под пресечната рамнина потребно е валчестото тело да го апроксимираме со слично рабесто тело, поради тоа во ротациониот цилиндар впишуваме правилна 12-естострана призма, чии така замислени 12 бочни рабови имаат дванаесет заеднички точки со пресечната елипса: $1 \equiv A, 2, 3, 4 \equiv B, \ldots, 10 \equiv D$, 11 и 12. Деловите на така замислените 12 бочни



Зад.1329 б). Прикажани се пресек на ротационен цилиндар со рамнина во ортогонални проекции и мрежа на долниот пресечен дел од цилиндарот со пресечната крива.

рабови се во вистинска должина во третата (фронталната) проекција и ги нанесуваме на 12 бочни рабови (изводници) од развиената приближна обвивка на дадениот цилиндар. Со поврзувањето на точките 1,2,3,...,12 ,1 се добива развиена форма на пресечната елипса, која претставува една синусоида. Во точката T на развиената пресечна крива ја цртаме тангентата t со примена на соборениот припаден триаголник $T' T_o \bar{T}_1$.

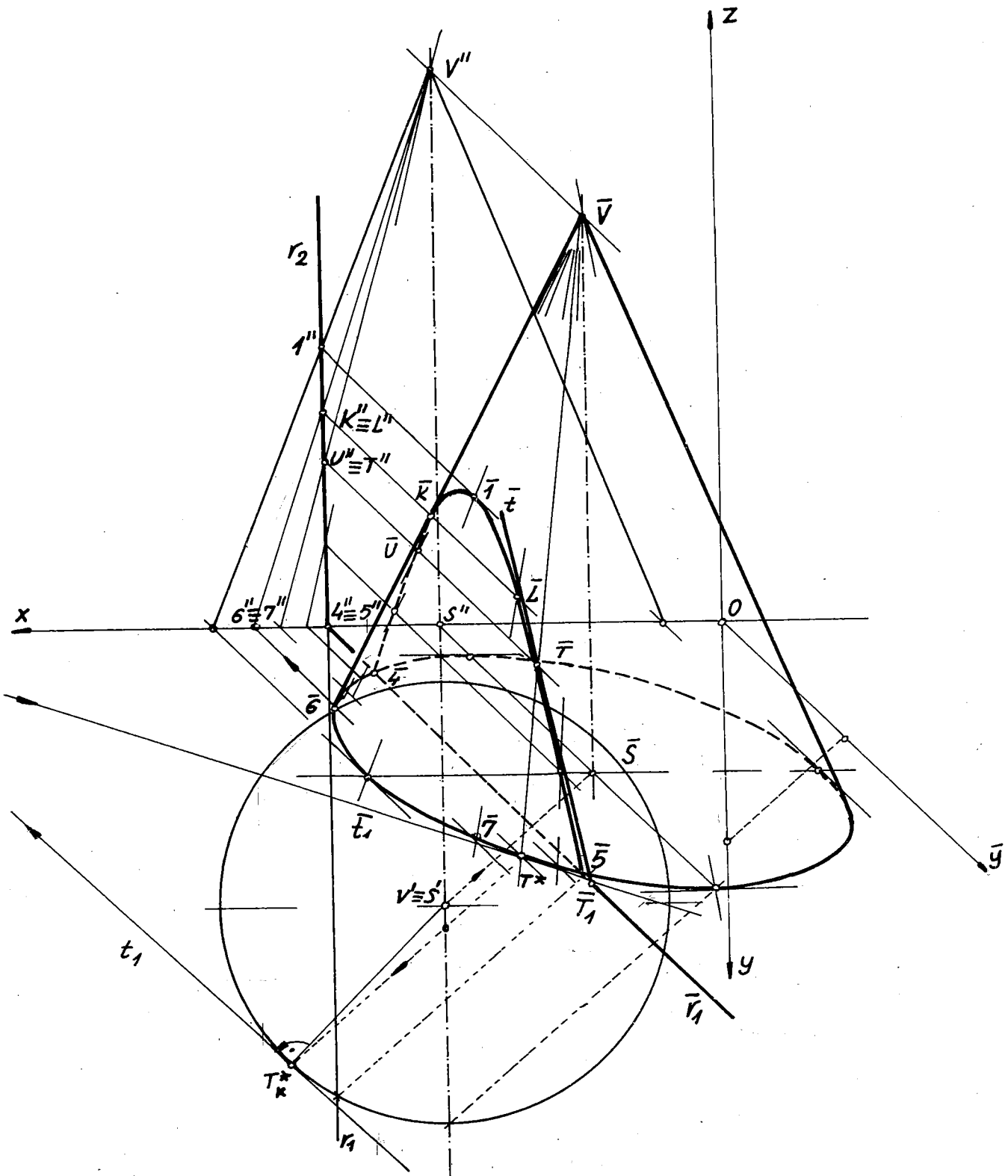
За да се добие бараната комплетна мрежа се нацртува долната основа и вистинската големина на елипсата со центарот S што ја добиваме во третата проекција со соборување околу третата трага r_3. На сл.4° е покажана конструктивната постапка за добивање радиус ρ на кривината во темето A на развиената елипса што е употребен на цртежот 3° во пресечната точка A≡1, користејќи го ставот на E.Каталан (E.Catalan). Потоа долниот дел на обвивката на цилиндарот со развиената пресечна крива, долната основа и пресечната елипса ги задебелуваме со полни линии.

136О а). Фиксирани се ротационен конус со центарот $S(S', S'')$, радиусот r и врвот $V(V', V'')$, и пресечната профилна рамнина $P : r_1 \equiv r_2 \perp x$-оската. Се бара да се нацртаат во коса проекција ($\varphi = 135°$ и $k = 3/4$) и тангенти во точки T,U (70, ?, 30) на пресечната крива, а тоа е покажано на приложената слика. Усвојуваме пресечната рамнина да е провидна.

ГРАФИЧКО РЕШЕНИЕ. Со вцртување на определувачкиот триаголник ги наоѓаме центарот $\bar{S}$ на основата на конусот и парот конјугирани дијаметри, потоа врвот $\bar{V}$, од каде цртаме тангенти кон елипсата, кои претставуваат контурни изводници на конусот.

Бидејќи дадената рамнина ја сече основата но не минува низ врвот на конусот а е паралелна со две негови изводници, тогаш пресекот е хиперболичен, и тоа само со една нејзина гранка, бидејќи конусот не е двоен. Во коса проекција секогаш одредуваме пресек на конус со помошни (фронталнопроектирачки) рамнини што минуваат низ врвот на конусот. На цртежот евидентно е покажано наоѓање на пресечните точки $\bar{4}, \bar{5}, \bar{T}, \bar{L}, \bar{I}, \bar{K}, \bar{U}$, при тоа обрнуваме внимание на одредување на контурната пресечна (прободна) точка $\bar{K}$ што припаѓа на контурната изводница $\bar{6}\bar{V}$. Тие точки поврзани претставуваат една гранка на хиперболата, чија проекција директно е зададена во фронталната трага r_2.

Бараната ТАНГЕНТА во точката $\bar{T}$ (за x=70 и z=30) е заедничка права $\bar{t}$ на пресечната рамнина $P/\bar{r}_1, r_2$ и тангентната рамнина $T/\bar{t}_1, \ldots$ што минува низ точката $\bar{T}$ и го допира конусот по должината на изводницата $\bar{T}\bar{V}$. Од $\bar{V}\bar{T}$ се наоѓа T^* на основата на конусот каде што е елипсата со центарот $\bar{S}$ и со користење перспективен афинитет (нејзина афина слика е кружницата со центарот S', при тоа $S' \leftrightarrow \bar{S}$ е афино кореспондентен пар точки и афина оска е правата x), го наоѓаме кореспондентот на T^* точката $T^*_к$.



Зад.1360 а). Во коса проекција е прикажан хиперболичен пресек со тангента на ротационен конус.

Во точката $T^*_к$ од кружницата повлекуваме тангента t_1 и одредуваме кореспондентна права $\bar{t}_1$, која е коса хоризонтална трага на споменатата тангентна рамнина. Пресечната точка $\bar{T}_1$ на трагите $\bar{t}_1$ и $\bar{r}_1$ припаѓа на бараната тангента $\bar{t}=\bar{T}\bar{T}_1$.

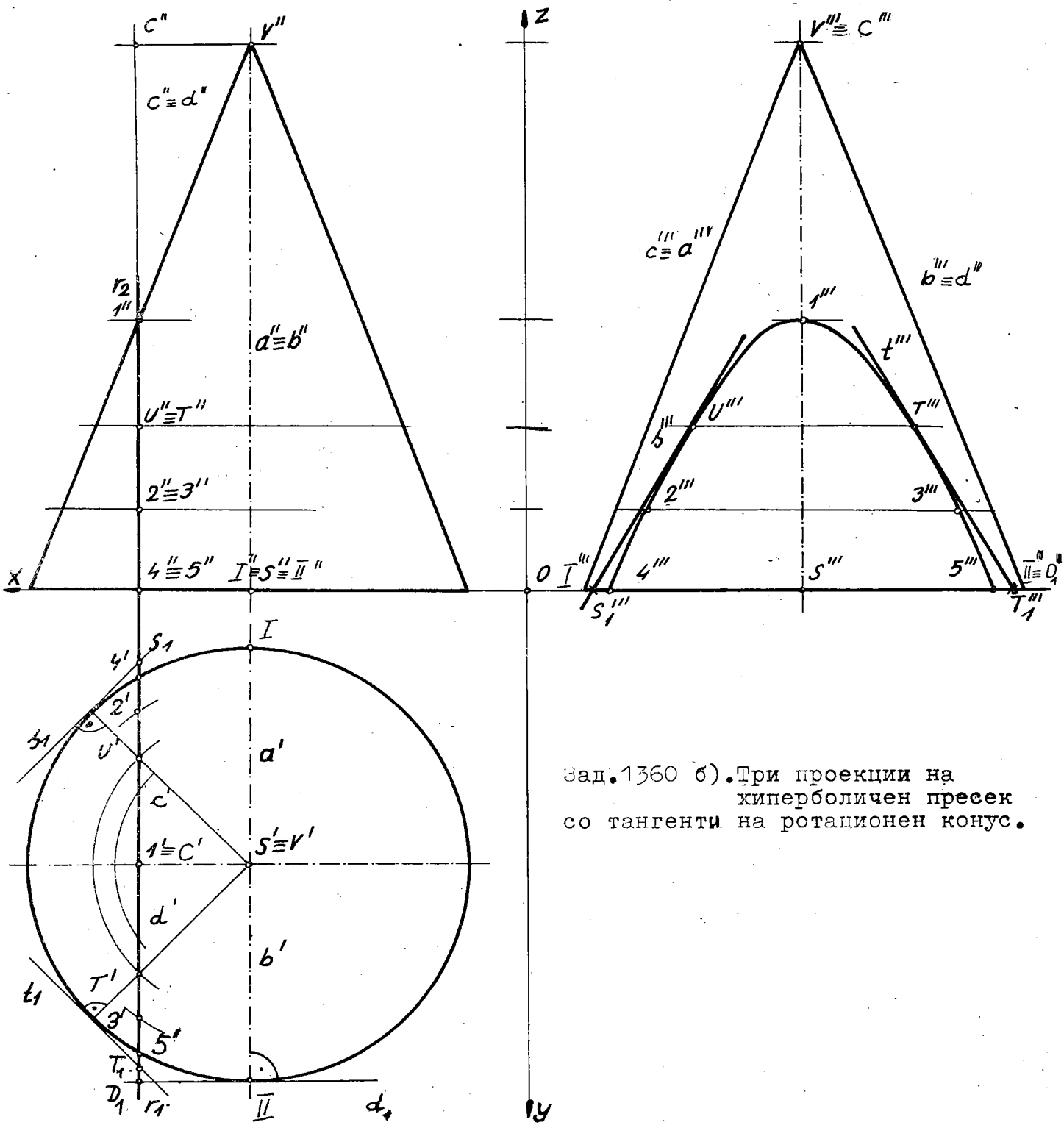
ВИДЛИВОСТ. Според тоа во какви изводници помошните рамнини низ врвот $\bar{V}$, чии фронтални траги проаѓаат низ V'', го сечат конусот, ако пресечните изводници припаѓаат на видливиот дел од конусот, тогаш и на нив припадните пресечни точки се наоѓаат на видливиот дел од гранката на хиперболата.

1360 6). На следнава слика е презентирано решението на задачата во три проекции, при кое директно се јавуваат хоризонталната и фронталната проекција на пресекот во односните траги, како отсечки, додека профилната проекција е гранка на хиперболата со теме $1'''$. Во ортогонални проекции задолжително го одредуваме пресекот на конусот со помошни рамнини што се нормални на оската на ротациониот конус, кого го сечат во кругови. Сето ова е покажано на споменатата слика.

ДОБИВАЊЕ АСИМПТОТИ. Низ врвот V на конусот повлекуваме рамнина паралелна со пресечната рамнина P, која го сече во двете изводници V I=a и V II=b. Должината 1C е реална(главна) полуоска на хиперболата со центарот C, а $1'''C'''$ е нејзина профилна проекција. Бескрајните точки на хиперболата се во правци на изводниците V I и V II, бидејќи ги имаме правците на двете асимптоти, низ центарот C на хиперболата повлекуваме две прави c// a=V I и d //b=V II што ги претставуваат бараните асимптоти на пресечната хипербола. Меѓутоа, до асимптотите се доаѓа со наоѓање нивни точки. Покрај центарот C на хиперболата одредуваме уште по една пресечна точка на тангентни рамнини на конусот по должините на изводниците V I и V II со пресечната рамнина P, кое е изведено за асимптотата $d=CD_1$, или низ точката D_1 повлекуваме права $\underline{d}$ паралелна со изводницата V II=b.

Во точки T, U(70, ?, 30) на кривата се конструирани ТАНГЕНТИ со употреба на тангентни рамнини, чии хоризонтални траги се t_1 и s_1, од каде се добиваат пресечните точки $T_1=t_1\cap r_1$ и $S_1=s_1\cap r_1$. Потоа профилни проекции t''' и s''' на бараните тангенти $\underline{t}$ и $\underline{s}$, преку сврзување на точките $t'''=T'''T'''_1$ и $s'''=S'''S'''_1$.

ВИДЛИВОСТ. Тоа е потребно во профилната проекција, каде се гледа левиот дел од обвивката на ротациониот конус, поправо на него се наоѓа пресекот, поради кое целата гранка на пресечната хипербола е видлива.



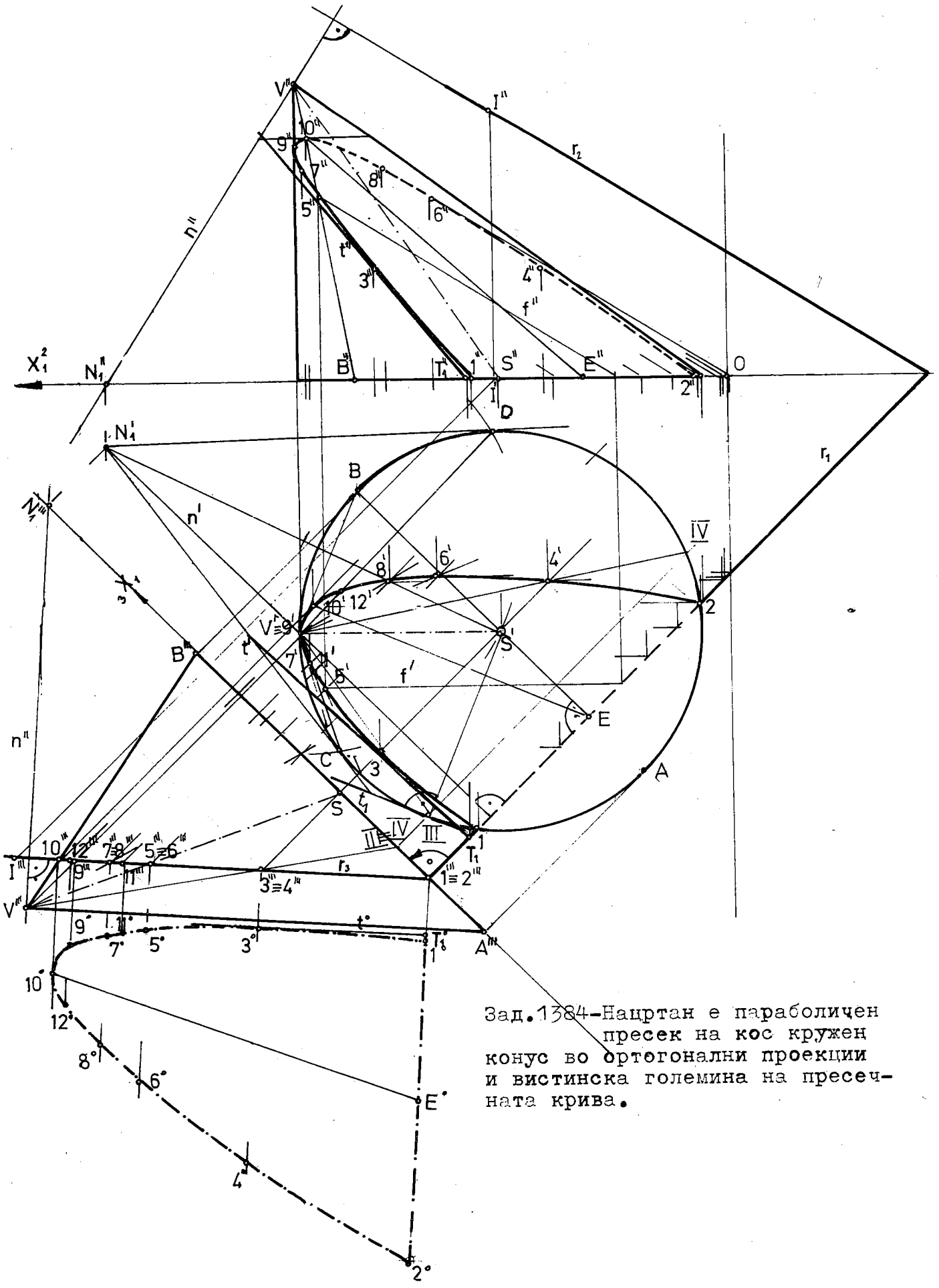
Зад.1360 б). Три проекции на хиперболичен пресек со тангенти на ротационен конус.

1384. Зададен е косиот кружен конус со хоризонтална основа, чиј центар е $S(S', S'')$, полупречникот $r = 40$ мм и врвот $V(V', V'')$. Да се одреди параболичен пресек со рамнина P/r_1, ?/. Можни решенија? Во произволна точка на пресечната крива да се конструира тангента.

РЕШЕНИЕ. Избираме ломошна проекциона рамнина $\Pi_3 \perp P$ и уште $\Pi_3 \perp \Pi_1$, бидејќи основата на конусот е во Π_1, отаде новата оска $_1x_3 \perp r_1$. Ја наоѓаме третата проекција на косиот кружен конус. Низ пресечната точка $1''' \equiv 2''' \equiv r_1 \Pi_3 x_1$ поставуваме третопроектирачка рамнина под услов пресекот да биде парабола, т.е. да биде паралелна со една (контурна) изводница на конусот $A'''V'''$ од можните две (решенија): $A'''V'''$ и $B'''V'''$. Трета проекција на параболата е отсечка со крајна точка во $10'''$ што совпаѓа со третата трага r_3. На ординали до хоризонталните проекции на соодветните изводници (обично на овој начин кога имаме кос кружен конус), се добиваат нивните проекции $1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8', 9'$ и $10'$, кои поврзани по редоследот на припадните соседни изводници ја даваат хоризонталната проекција на параболата. Понатаму од нив и на ординали до фронталните проекции на изводниците или преку фронтални прави на пресечна рамнина P, ја одредуваме фронталната проекција на бараната парабола, обрнувајќи внимание за контурната пресечна точка $9''$.

Значајно е кај пресек на конус по крива дека од сите дијаметри на базисот само еден соодветствува на дијаметар на пресечната крива, чии тангенти во нејзините крајни точки се паралелни со односната трага на пресечната рамнина, имено дијаметарот AB на основата што е круг со центарот $S' \equiv S$, кој е нормален кон споменатата трага r_1 (оска на перспективната колинеација). Точките 1 и 2 припаѓаат на параболата и на базисот од конусот, чија сврзница е тетива на кругот и на параболата. Низ нејзината средишна точка E минува дијаметарот AB на кругот што е конјугиран со неа, а нему му соодветствува дијаметар 10E на параболата, чија точка 10 може да ја најдеме како прод на изводницата BV со пресечната рамнина P. Пресечната точка $10'$ е придружена на точката B од основата во дефинираната перспективна колинеација: со оска на колинеацијата r_1, центар на колинеацијата V' и еден кој и да е придружен колинеациски пар точки, на пр. $B, 10'$. Тангентата во допирната точка $10'$ е паралелна со оската на колинеацијата $r_1 = 1\,2$. Добивме тангента во допирна точка $10'$, правецот на оската на параболата со правата (дијаметарот) $10'E$ и една точка, на пр. $4'$, косо симетрично во однос на овој дијаметар ја наоѓаме точката $3'$ на параболата.

ПРЕВОЈНИ (инфлексиони) ТОЧКИ на пресечната крива во развиена форма на обвивката од конусот ги одредуваме со помош тангентни рамнини на конусот што се



Зад.1384-Нацртан е параболичен пресек на кос кружен конус во ортогонални проекции и вистинска големина на пресечната крива.

нормални на пресечната рамнина P. Низ врвот V поставуваме нормала $\underline{n}$ кон рамнината P : $V' \in n'_1 r_1$ и $V'' \in n''_1 r_2$, односно $V''' \in n'''_1 r_3$, потоа низ таа права $\underline{n}$ конструираме две тангентни рамнини кон конусот. Нивните хоризонтални траги се тангентите N_1C и N_1D, кои ги повлекуваме од првиот прободен N_1 на правата $\underline{n}$ кон основата на конусот -кругот со центарот S'. Отаде доаѓаме до соодветните допирни изводници CV' и DV', кои во пресекот со параболата (со пресечната рамнина P) ги одредуваат бараните превојни точки $11'$ и $12'$.

На пример во точката 3 сакаме да конструираме ТАНГЕНТА $\underline{t}$ со вцртување тангентна рамнина T по должината на изводницата 3V, така што хоризонталната трага t_1 ја повлекуваме во точката III што стои нормално кон III S'. Ја наоѓаме точката $T_1 = t_1 \cap r_1$, која сврзана со $3'$ ја дава хоризонталната проекција t' на бараната тангента $\underline{t}$, додека $T''_1 3'' = t''$ е нејзина фронтална проекција.

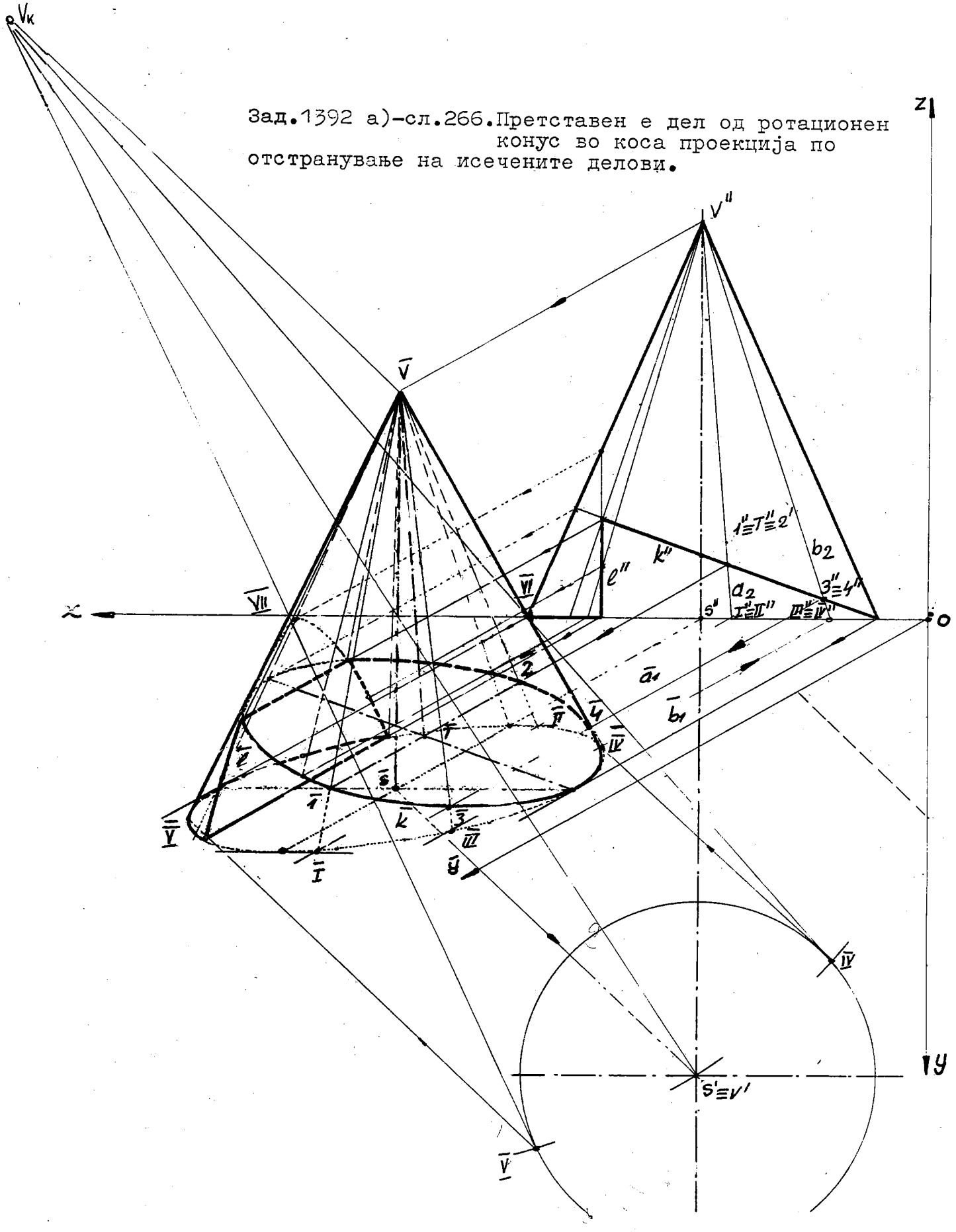
ВИДЛИВОСТА ја установуваме врз основа на тоа дали односните изводници на кои се наоѓаат пресечните точки на параболата се видливи или не во таа проекција. Промената на видливоста на пресечната крива настанува при контурните точки што задолжително се одредуваат во секоја од нацртаните проекции. На пример, во фронталната проекција параболата е видлива почнувајќи со $1''\ 3''\ 5''\ 7''$ и $9''$, потоа $10''\ 8''\ 6''\ 4''\ 2''$ станува невидлива.

ВИСТИНСКАТА ГОЛЕМИНА на параболата ја одредуваме во третата проекција со соборување на третопроектирачката рамнина P околу нејзината трага r_3 во Π_3 : $1^o\ 3^o\ 5^o\ 11^o\ 7^o\ 9^o\ 10^o\ 12^o\ 8^o\ 6^o\ 4^o\ 2^o$ со тангентата t^o во допирната точка 3°, нанесувајќи ги растојанијата на хоризонталните проекции од разгледуваниве точки до $_3x_1$-оската.

1392 а)-сл.266. Зададен е ротационен конус само во фронтална проекција исечен со делови од две фронталнопроектирачки рамнини, кој треба да се нацрта во коса проекција, на пр., ако се $\varphi = 30^o$ и $\kappa = 3/4$.

РЕШЕНИЕ. Откако ќе нацртаме фронтална проекција на конусот според дадената слика, избираме произволна положба на неговата хоризонтална проекција, но таква конусот да биде доволно далеку од Π_2 за косата проекција на објектот на проектирањето да не се поклопува ниту со дел од која и да било од двете ортогонални проекции. Со помош на определувачкиот триаголник ги наоѓаме парот конјугирани дијаметри на основата на конусот и врвот $\bar{V}$, од каде повлекуваме тангенти кон елипсата (што е коса проекција на неговата основа) кои претставуваат контурни генератриси на бараниот конус. Меѓутоа, тие генератриси $I\bar{V}$ $\bar{V}$ и $\bar{V}\bar{V}$ може точно да се одредат со нивните допирни точки $I\bar{V}$ и $\bar{V}$ со згодно избран перспективен афинитет, кој е дефи-

Зад.1392 а)-сл.266.Претставен е дел од ротационен конус во коса проекција по отстранување на исечените делови.



ниран со афината оска-x и парот придружени афини точки S', $\bar{S}$. За точката $\bar{V}$ ја бараме придружената $V_к$ во полето на афината кружница со центарот S', одредувајќи ги допирните точки IV и V, потоа за нив придружените точки $I\bar{V}$ и $\bar{V}$ во полето на елипсата со центарот $\bar{S}$ што лежат на соодветните придружени сврзници VI $\bar{V}$ и VII $\bar{V}$ (контурните генератриси). Понатаму бараме коса проекција на пресекот $\underline{l}$ што е дел од една гранка на хипербола (зошто ?) и на дел од пресечната елипса $\underline{к}$ со помош на фронталнопроектирачки рамнини низ врвот $\bar{V}$ на конусот, чии фронтални траги минуваат низ V'' и соодветните коси хоризонтални траги што се паралелни со $\bar{y}$-оската. На приложениот цртеж подробно се конструирани споменативе пресечни криви на дадениот конус, обрнувајќи внимание за наоѓање на контурната точка $\bar{4}$ на делот од пресечната елипса к . Поставуваме низ точката $I\bar{V}$ коса хоризонтална трага $\bar{b}_1$, потоа фронталната b_2.

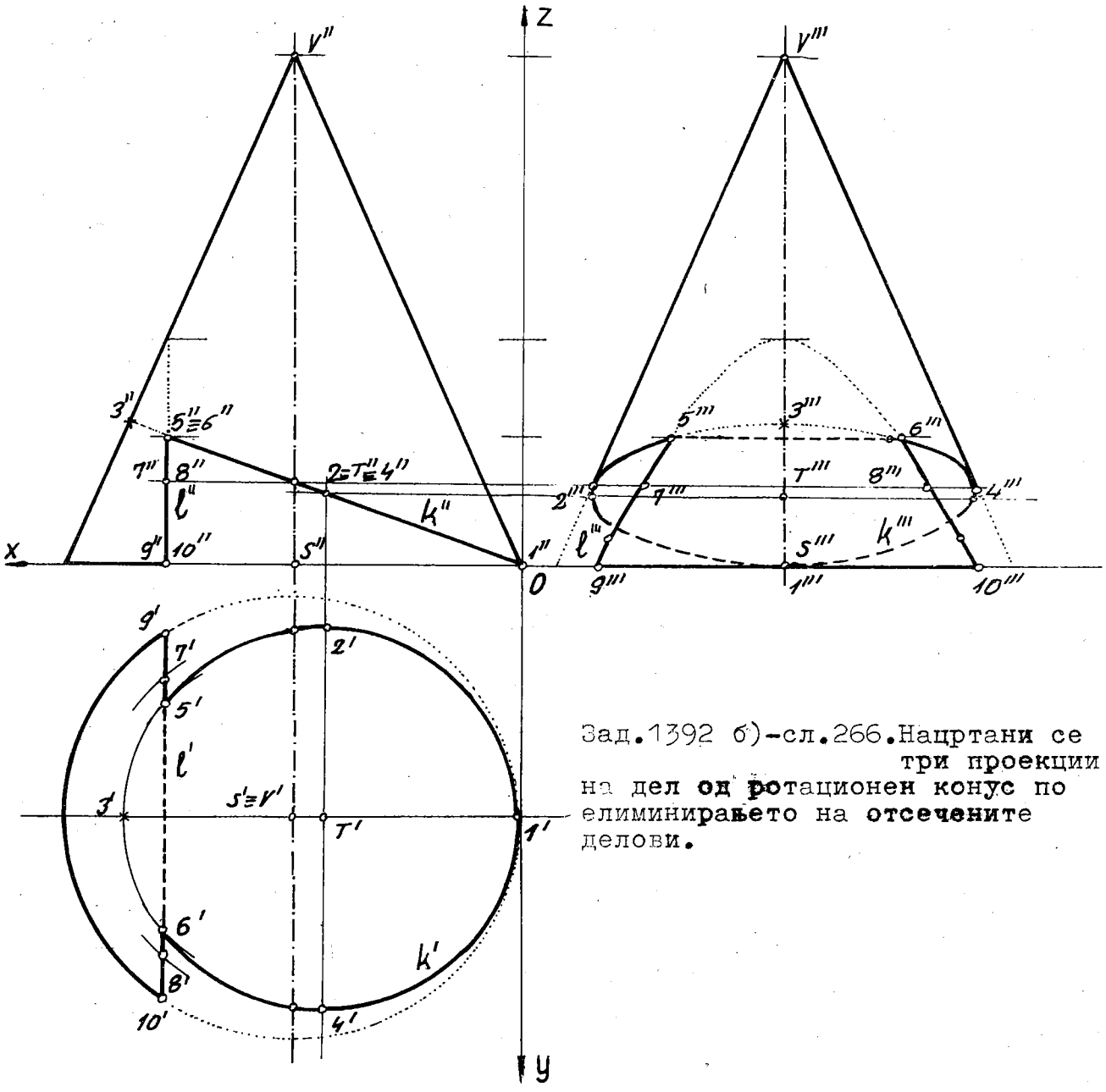
Со дебели полни, односно испрекинати линии, го извлекуваме делот на конусот од деловите на пресечните криви $\bar{l}$ и $\bar{к}$, нивната пресечка, мал дел од основата и поголем дел од неговата обвивка кон врвот $\bar{V}$.

Препорачуваме презентираната постапка целосно да се употреби при поглед ОЗДОЛА и од десната страна, на пример, при $\varphi=330^{\circ}$.

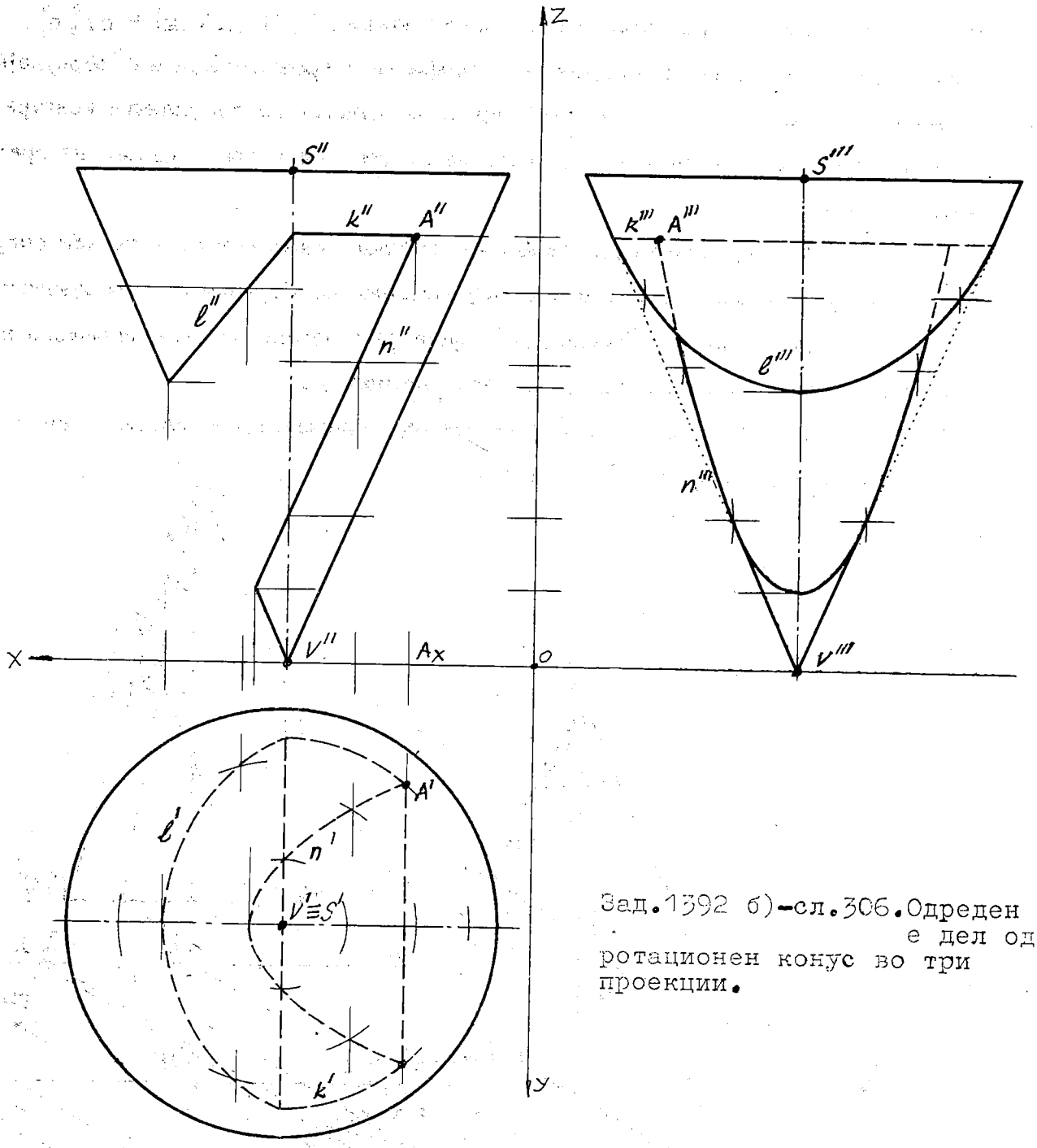
1392 6)-сл.266. Само со едната-фронталната проекција не е еднозначно определена положбата на ротациониот конус спрема проекционите рамнини, затоа сами го избираме местото на неговата оска, чија хоризонтална проекција е $S\equiv V'$ и центарот $S\equiv S$ на основата. Бидејќи се дадени делови од две фронталнопроектирачки рамнини, со тоа кривите $\underline{l}$ и $\underline{к}$ се одредени во фронталната проекција l'' и $к''$ директно на трагите, останува точно да се конструираат нивните хоризонтални l' , $к'$ и профилни проекции l''', $к'''$ со помош на помошни рамнини нормални на оската SV на конусот, кои го сечат дадениот конус во хоризонтални кругови. Дел од гранка на хипербола (оваа пресечна рамнина е паралелна со две изводници на конусот) е пресечната крива $\underline{l}$, која во фронталната и хоризонталната проекција се јавува во отсечки, додека во профилната проекција l''' е дел од гранка на хипербола. Другата фронталнопроектирачка рамнина што стои косо спрема оската на конусот, ако се продолжи ги сече сите изводници на конусот, па го пресекува него во елипса, чиј дел е директно претставен во фронталната проекција во отсечката $к''$, додека во хоризонталната $к'$ и профилната проекција $к'''$ се делови на елипси, кои се наоѓаат со употреба на соодветни хоризонтални кругови што припаѓаат на ротациониот конус.

Меѓусебен пресек на кривите $\underline{l}$ и $\underline{к}$ е отсечката 5 6. Го отстрануваме делот од конусот меѓу дадените фронталнопроектирачки рамнини, т.е. помеѓу кривите $\underline{l}$, $\underline{к}$, отсечката 5 6 и делот од основата-кружниот лак 10 1 9.

Во хоризонталната проекција видливоста лесно ја установуваме бидејќи се гледа обвивката на конусот, а тоа значи и контурите на пресечните криви $\underline{l}$ и $\underline{k}$, освен пресечната отсечка 5 6. За констатирање на видливоста во профилната проекција ја уочуваме левата обвивка на конусот што се гледа во Π_3 и уште еден дел од елипсата k''', поради отстранувањето на делот од конусот што спаѓа во неговата лева половина.



Зад. 1392 б)-сл. 266. Нацртани се три проекции на дел од ротационен конус по елиминирањето на отсечените делови.



Зад.1392 б)-сл.306.Определен е дел од ротационен конус во три проекции.

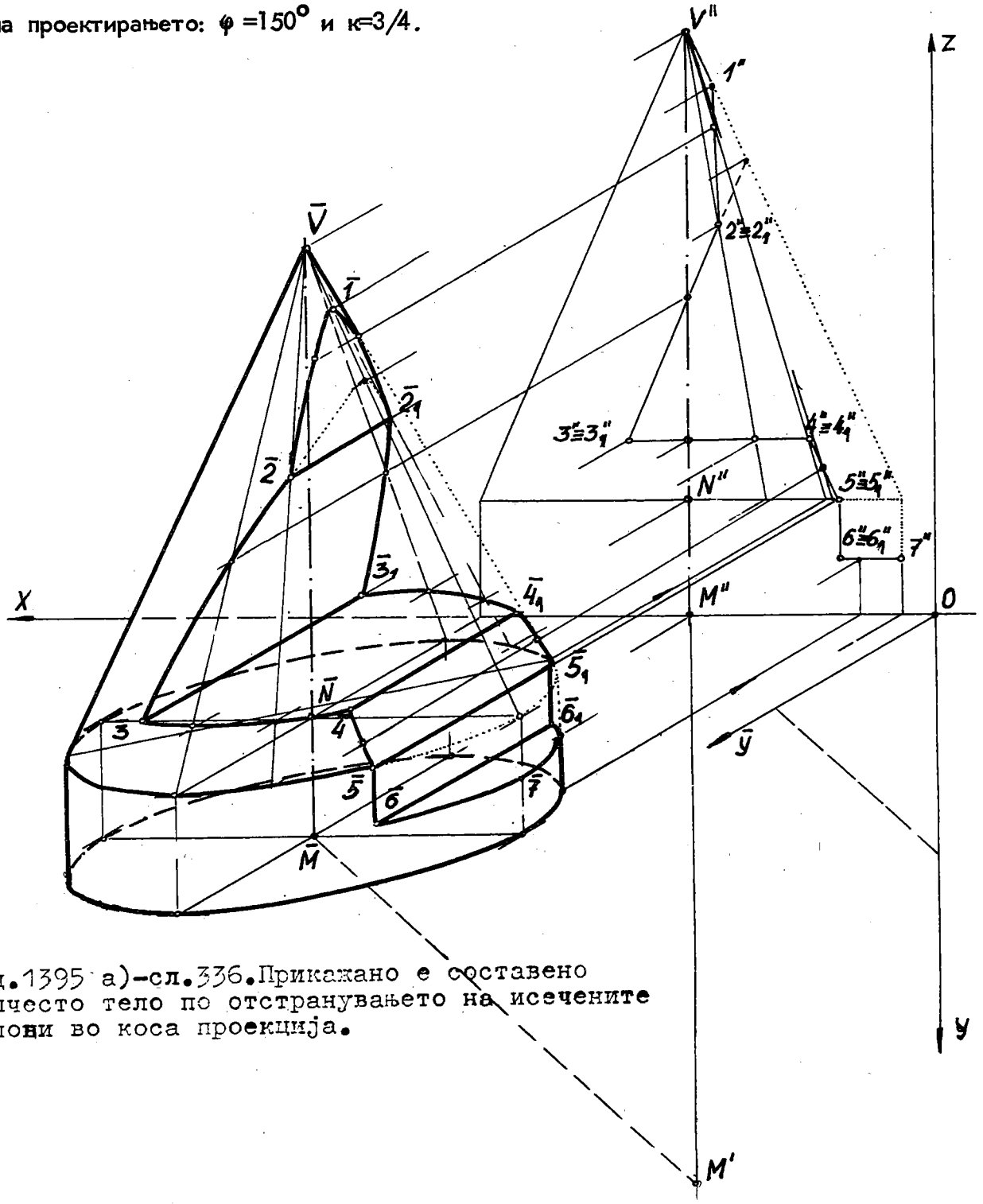
1392 б)-сл.306. Определен е ротационен конус во фронтална проекција исечен со делови од три фронталнопроектирачки рамнини. Се бараат неговите три проекции по отстранувањето на исечените делови.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Избираме произволна положба на $S'=V'$, потоа ги нацртуваме хоризонталната и профилната проекција на конусот. Трите пресечни криви: l (дел од елипса, зошто ?), к (дел од круг) и n (дел од парабола, бидејќи нејзината пресечна рамнина е паралелна со една контурна изводница на конусот) се појавуваат непосредно во фронталната проекција како отсечки l'', $к''$ и n''. Понатамошното одредување на нивните хоризонтални проекции се базира на употреба на пресечни хоризонтални кругови со ротациониот конус за извесен број помошни хоризонтални рамнини поставени низ точки на кривите за кои им се познати фронталните проекции.

Откако ќе го најдеме парот проекции за секоја крива: $l(l'', l')$, $k(k'', k')$ и $n(n'', n')$, мошне едноставно ќе ги конструираме и профилните проекции l''', k''' и n''', обрнувајќи внимание на оние точки од пресечните криви што лежат на профилните контурни изводници. На крајот се отстранува делот од конусот меѓу трите делови на пресечните рамнини.

ВИДЛИВОСТ. Во хоризонталната проекција се гледа само основата на конусот, поради тоа што неговиот врв е свртен надолу, лежи во Π_1, додека во профилната проекција е видлива левата обвивка на конусот што остана по елеминирањето на исечениот дел и поголем дел од пресечната парабола n'''.

Корисно би било оваа задача да се реши во коса проекција, при следните елементи на проектирањето: $\varphi = 150^\circ$ и $k = 3/4$.



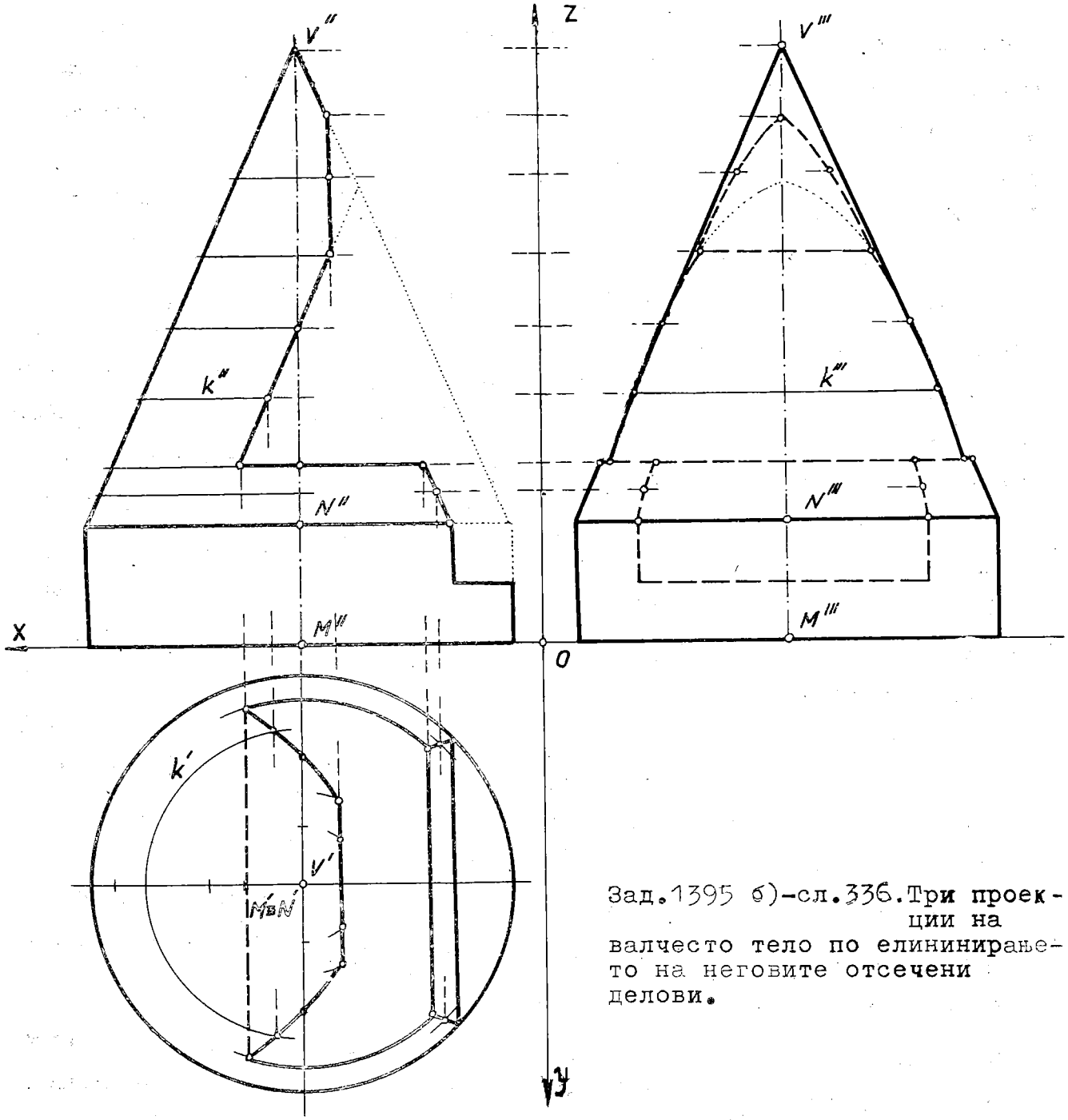
Зад. 1395 а)–сл. 336. Прикажано е составено валчесто тело по отстранувањето на исечените делови во коса проекција.

1395 а)-сл.336. Составено тело од ротационен цилиндар продолжен со ротационен конус, исечено со повеќе фронталнопроектирачки рамнини е дадено во фронтална проекција. Да се конструира дел од телото по елеминирањето на отсечените делови во коса проекција, ако се $\varphi = 30^{\circ}$ и $k = 3/4$. Изборот за φ е таков за да може да добиеме поглед одгоре и од десната страна.

РЕШЕНИЕ. Произволно го земаме центарот M на основата од телото во однос на Π_2, но да се наоѓа во Π_1, затоа е $M' \equiv M$. Потоа конструираме коса проекција $\bar{M}$ на кругот со центарот $M' \equiv M$, користејќи го определувачкиот триаголник и ја добиваме елипсата со центар $\bar{M}$, над неа а на растојание $\overline{M''N''} = \overline{MN}$ го добиваме $\bar{N}$ и во неа ја цртаме соодветната складна елипса на преходната, а на крајот го одредуваме врвот $\bar{V}$ на оддалеченост $\overline{N''V''} = \overline{NV}$. Ги повлекуваме контруните изводници на цилиндричниот дел паралелни со $\bar{M}\bar{N}$ и на конусниот дел од телото што минуваат низ врвот $\bar{V}$. Познати се фронталните проекции на пресечните криви на телото: $1''2''2_1''$ е дел од гранка на хипербола, $2''3''3_1''2_1''$ е дел од парабола, $3''4''4_1''3_1''$ е дел од круг, $4''5''5_1''4_1''$ е исто така дел на парабола, која продолжува во правоаголник $5''6''6_1''5_1''$ и завршува со дел од круг $6''7''6_1''$. Нив ги одредуваме во директна коса проекција преку помошни фронталнопроектирачки рамнини низ врвот за конусниот дел, чии фронтални траги проаѓаат низ точката V''а косите хоризонтални траги се паралелни со $\bar{y}$-оската. За цилиндричниот дел употребуваме профилни рамнини, за пресекот со телото да бидат изводници, кога задачата се решава во коса проекција.

На презентираниот цртеж е покажано како се најдени оние точки на пресечните криви што припаѓаат на контурните изводници на валчестото тело во коса проекција. Тука е мошне евидентна видливоста на составеното тело по отстранувањето на исечените делови.

1395 б)-сл.336. Оваа задача беше решена во косата проекција, сега ќе треба сето тоа да се реализира во три проекции, со таа разлика што праменот на помошните паралелни рамнини е хоризонтален ($// \Pi_1$), така што соодветните пресеци со составеното валчесто тело ќе бидат хоризонтални кругови, преку кои ги одредуваме хоризонталните проекции на пресечните криви. Откако ќе го добиеме тој пар придружени проекции, мошне брзо и лесно ќе ги нацртаме профилните проекции на така зададените пресечни криви: дел од гранка на хипербола што продолжува во дел од парабола, а таа продолжува во дел од круг, којшто во конусниот дел завршува со дел од парабола, пота продолжува во правоаголник и тој завршува на цилиндричниот дел од телото во дел од круг.



Зад.1395 б)-сл.336. Три проекции на валчесто тело по елининирањето на неговите отсечени делови.

1408 а). Зададени се моншови проекции на ротационен цилиндар со оската MN / M(M',M'')N(N',N'')/, радиусот r и триаголникот ABC/A(A',A''),B(B',B''),C(C',C'')/. Се бара нивниот пресек во коса проекција ($\varphi=150^{\circ}$ и к=4/5).

РЕШЕНИЕ. Извршуваме премин од ортогоналните проекции во косата проекција со користење на определувачкиот триаголник.

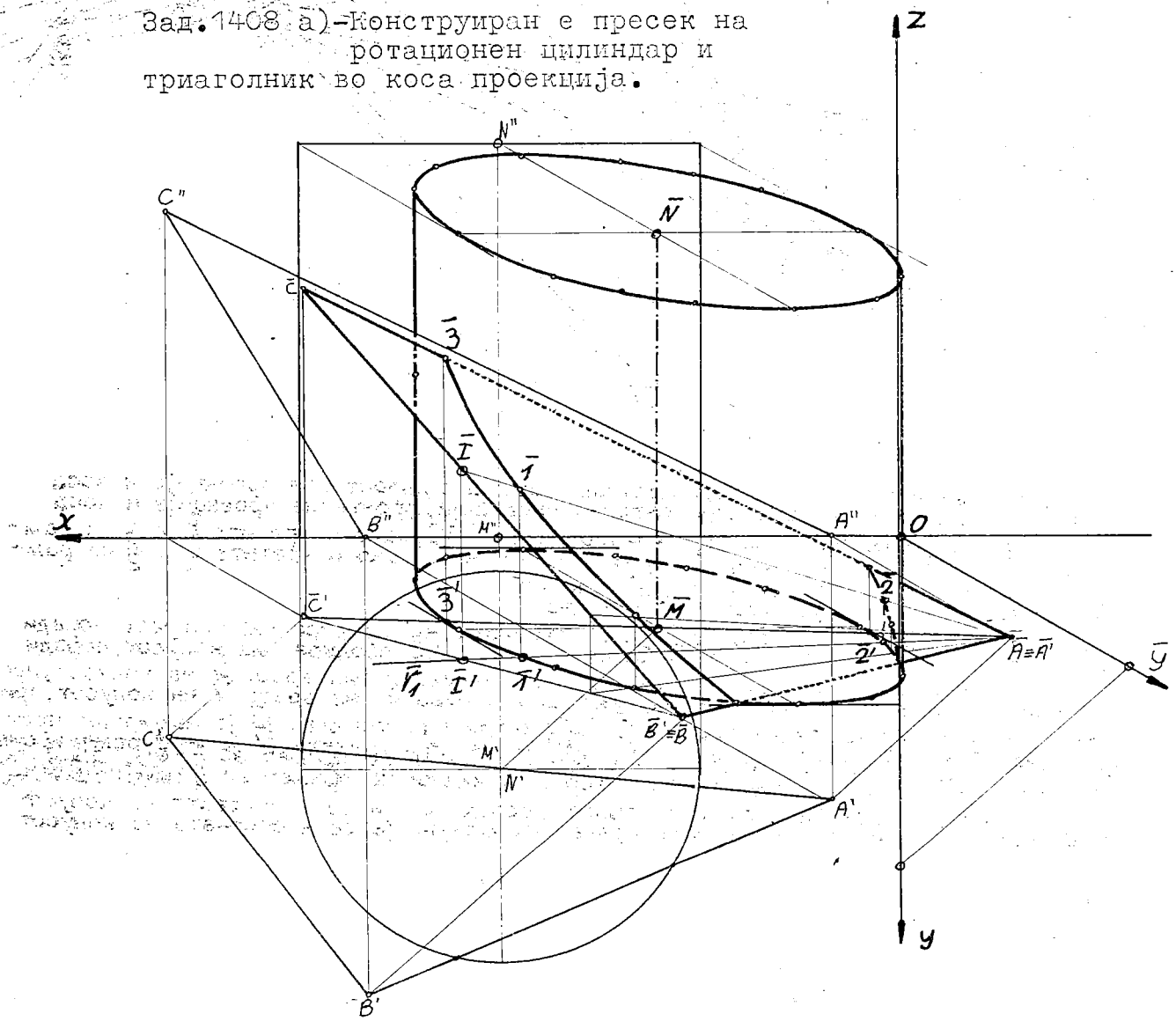
Триаголникот ABC не е ниту паралелен ниту нормален на оската MN на цилиндарот, затоа тој го сече ротациониот цилиндар во дел од елипса (ABC стои косо наклонет кон MN). Темињата A и B лежат во Π_1, поради тоа страната AB ја сече долната основа на цилиндарот, додека страната BC е надвор од цилиндарот, не го продира. Низ страната AC поставуваме помошна фронталнопроектирачка рамнина, чија коса хоризонтална трага минува низ $\bar{A}\bar{C}'$, така што оваа рамнина го сече дадениот ци-

линдар во две изводници $\bar{2}'\bar{2}$ и $\bar{3}'\bar{3}$, кои се сечат со страната $\bar{A}\bar{C}$ во продорните точки $\bar{2}$ и $\bar{3}$. Од нив точката $\bar{3}$ е видлива бидејќи припаѓа на видлива изводница од цилиндарот. Потоа цртаме неколку хоризонталнопроектирачки рамнини чии коси хоризонтални траги проаѓаат низ темето $\bar{A}$, на пример, $\bar{r}_1$ која косата хоризонтална проекција $\bar{B}\bar{C}'$ на страната $\bar{B}\bar{C}$ ја сече во точката $\bar{1}'$, а таа рамнина самиот триаголник $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ во пресечната отсечка $\bar{A}\bar{1}$, додека цилиндарот во две изводници. Пресечните точки на оваа отсечка $\bar{A}\bar{1}$ со двете изводници на цилиндарот даваат две точки што припаѓаат на делот од пресечната елипса помеѓу цилиндарот и триаголникот. На приложениот цртеж тоа е исцртано подробно за две такви помошни рамнини низ $\bar{A}$ што се $\perp$ xOy (Π_1).

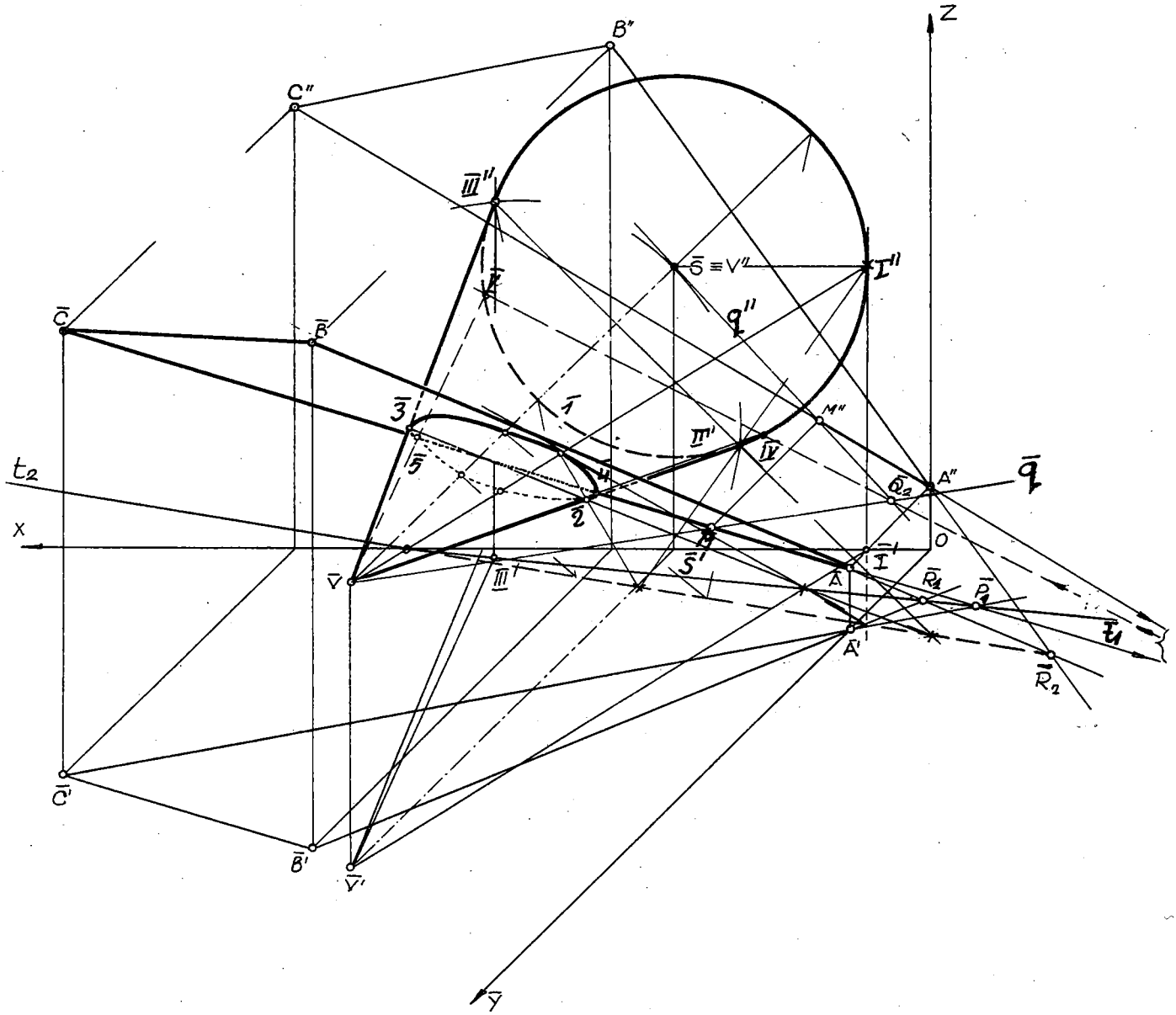
ВИДЛИВОСТА е најцелисходно да се одредува во текот на решавањето на задачата со наоѓањето на пресечните точки, ако тие лежат на видливиот дел од цилиндарот ќе бидат поврзани со дебела полна линија.

6). Истава постапка за конструирање на пресечната крива меѓу триаголникот и ротациониот цилиндар се употребува при графичкото решавање во ортогонални проекции.

Зад. 1408 а)-Конструиран е пресек на ротационен цилиндар и триаголник во коса проекција.



Зад.1415 а).Во коса проекција е претставена пресечна крива на ротационен конус со триаголник.



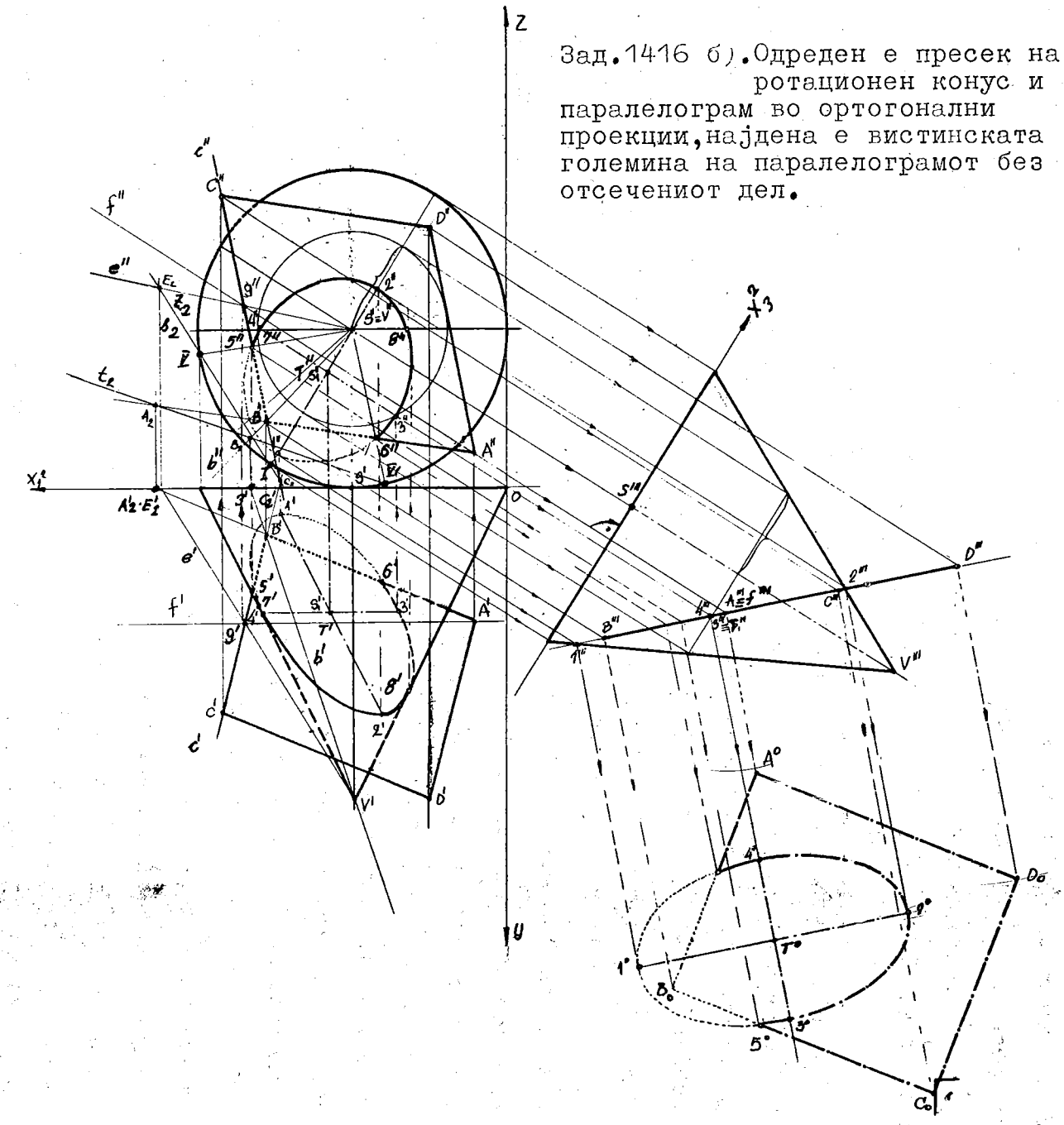
1415 а). Нацртани се коса хоризонтална проекција, фронтална проекција и коса проекција на ротационен конус и триаголникот ABC, како и трагите $\bar{t}_1$ и t_2 на рамнината на тој триаголник, при $\varphi = 45^0$ и $\kappa = 3/4$.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Само страната $\bar{A}\bar{C}$ продира низ конусот, поради тоа поставуваме таква рамнина низ неа што минува и низ врвот $\bar{V}$ на конусот, при што добиваме пар пресечни прави $\bar{A}\bar{C} \cap \bar{M}\bar{V}$ (каде што точката $\bar{M}$ ја избираме произволно на $\bar{A}\bar{C}$), за кои ги одредуваме вторите прободи, на пример за $\bar{q}$: $(\bar{M}''\bar{V}'') \cap q'' \cap \bar{Q}_2 \equiv \bar{Q}_2$ тие споени ја даваат фронталната трага. Последнава ја сече основата на конусот

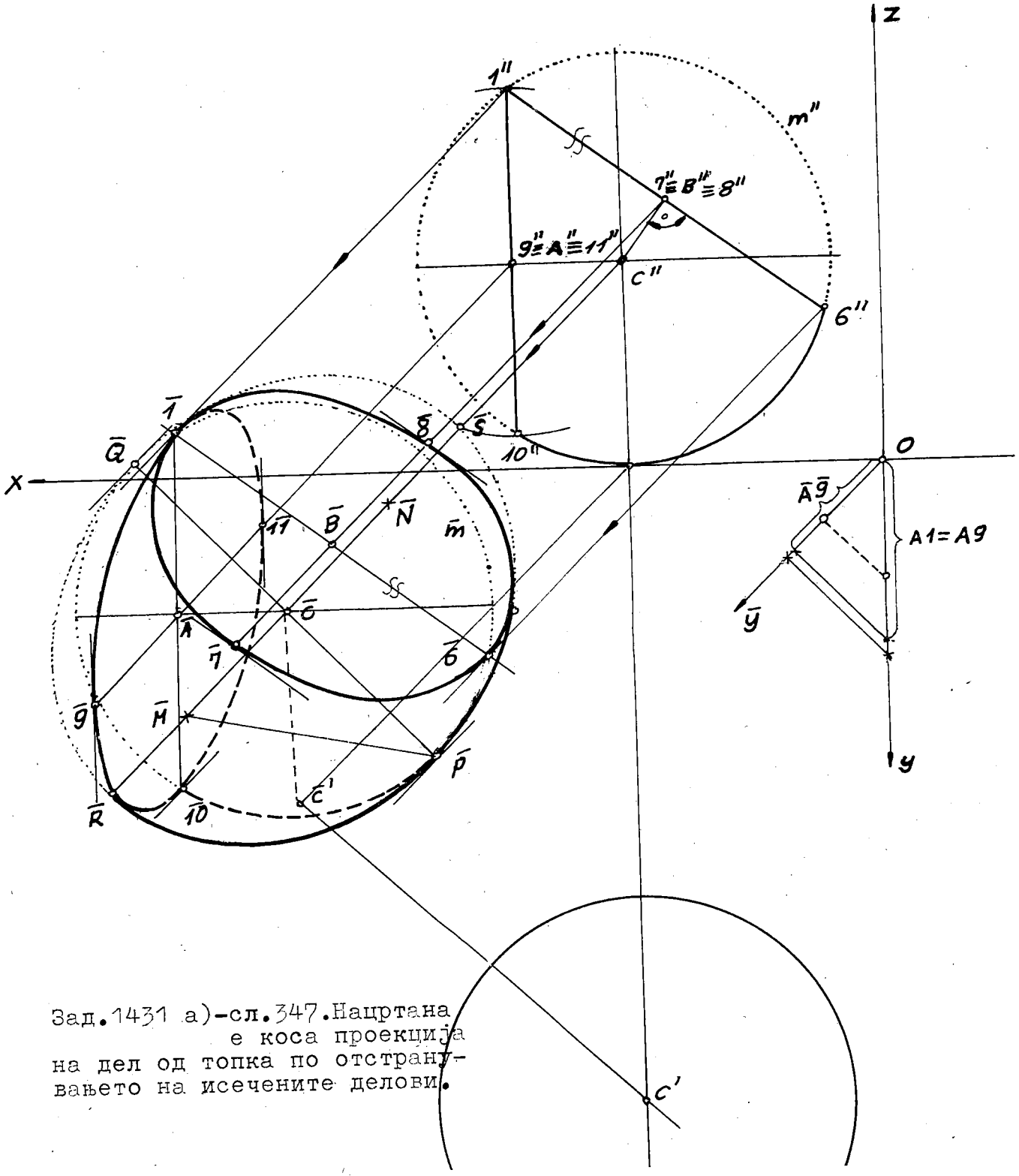
во точките IV и V,додека самата рамнина конусот во изводниците $I\bar{V}$ и $V\bar{V}$. Бараните продорни точки на страната $\bar{A}\bar{C}$ се:$\bar{4}$=$I\bar{V}\cap\bar{A}\bar{C}$ и $\bar{5}$=$V\bar{V}\cap\bar{A}\bar{C}$, од нив $\bar{4}$ е невидлива а $\bar{5}$ е видлива. Понатаму наоѓаме прободни точки на извесен број изводници на конусот што ја прободуваат рамнината$T/\bar{t}_1,\bar{t}_2/$на триаголникот $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ со употреба на хоризонталнопроектирачки рамнини низ V,врвот на конусот.Тоа е покажано за изводницата $I\bar{V}$,чии траги се $\bar{1}'\bar{V}'$ и $\bar{1}''\bar{1}''$,па е добиена видлива прободна точка $\bar{1}$.За контурната прободна точка $\bar{3}$ на припадната изводница $III\bar{V}$ итн.
Во зависност од видливоста на пресечните точки е одреден видливиот дел на делот од пресечната крива,како и страната $\bar{A}\bar{C}$ на дадениот триаголник,при што страните $\bar{A}\bar{B}$ и $\bar{B}\bar{C}$ се над конусот па се гледаат,додека означената видливост на конусот е очигледна.

1416 б).Дефинирани се ротационен конус со центарот $S(S',S'')$,радиусот r ,врвот $V(V',V'')$ и паралелограмот$ABCD/A(A',A''),B(B',B''),C(C',C''),D(?,?)/$,во ортогонални проекции. Да се најде пресечната крива на паралелограмот со конусот.
РЕШЕНИЕ.Штом е во ортогонални проекции,се употребува методот за трансформација ($\Pi_3\perp ABCD$ и уште $\Pi_3\perp\Pi_2$,од каде $x_{3}^{2}\perp f''$),со што се доведува паралелограмот во отсечка,т.е. неговата рамнина во проектирачка положба.Во трета проекција се покажува дека пресекот е дел од елипса,која се конструира во фронтална и хоризонтална проекција,како и во вистинската големина (соборување околу нејзината трета проекција) со парот конјугирани дијаметри 1 2 и 3 4.Потоа дополнително точно ги наоѓаме продорите на страните AB и CD низ конусот со помошни рамнини што се определени со споменатите страни и врвот V на конусот.На пример,за страната BC,на која избираме произволна точка 9 и ја сврзуваме со V,добиваме права $e=9V$, потоа вторите прободи на правата $e=9V$ е E_2 и на правата $c=BC$ е C_2,тогаш сврзни-ца $E_2C_2=s_2$,фронтална трага на формираната рамнина$\Sigma/BC,V;спе/$.Таа ја сече основата на конусот во фронталната проекција во точките 1 и V,а самата рамнина конусот во соодветни изводници,од нив едната ја сече страната $B''C''$ во пресечната точка $5''$и на ординалата до $B'C'$ проекцијата $5'$,а исто така и нејзината трета проекција $5'''$ и на крајот соборената положба 5°.
ВИДЛИВОСТ.Во фронталната проекција се гледа делот од обвивката на конусот што е надвор од делот на паралелограмот со пресечната елипса и темињата A, D и C што се пред таа обвивка.Во хоризонталната проекција е видлива горната обвивка на конусот со делот на паралелограмот меѓу страната CD и делот на страната DA до хоризонталната контурна изводница $8'V'$ на конусот со пресечениот дел на елипсата $8'2'7'$.

Зад.1416 б).Одреден е пресек на ротационен конус и паралелограм во ортогонални проекции,најдена е вистинската големина на паралелограмот без отсечениот дел.



Презентираната слика е нешто намалена по однос на дадените координати на точките, па оттаму имаме намалување кај нацртаните проекции и кај вистинската големина.



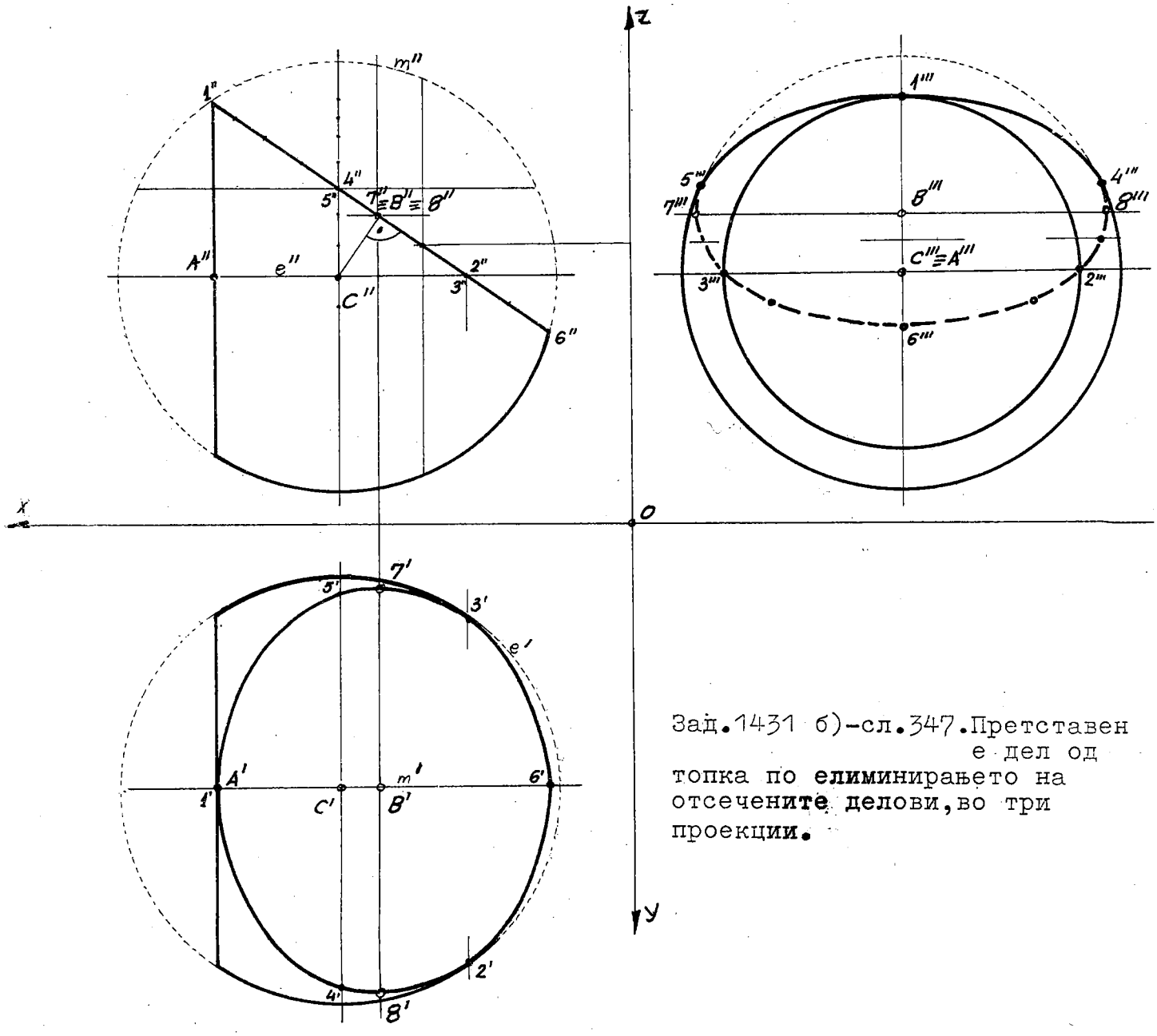
Зад.1431 а)-сл.347.Нацртана е коса проекција на дел од топка по отстранувањето на исечените делови.

1431 а)-сл.347. Определена е топка во фронтална проекција исечена со две фронтално-проектирачки рамнини, дополнително е земена нејзината хоризонтална проекција за да се фиксира положбата на топката спрема Π_1 и Π_2. Да се нацрта делот на топката што останува во коса проекција, ако се $\varphi=45^\circ$ и $k=3/4$.

ГРАФИЧКО РЕШЕНИЕ. Со помош на определувачкиот триаголник ја конструираме косата проекција на топката што е елипса со нејзините оски $\bar{P}\bar{Q}$ и големата оска $\bar{R}\bar{S}$. Двете проектирачки рамнини ја сечат топката во два споредни круга со центри A (профилен круг) и B, чии коси проекции се елипси дефинирани со пар конјугирани дијаметри, со центарот $\bar{A}$: $\overline{\bar{1}\ \bar{10}}=\overline{1''\ 10''}$ (бидејќи меѓусебно се паралелни) и $\bar{9}\ \bar{11}$, тоа изнесува 3/4 од дијаметарот $\overline{1\ 10}$ на тој круг. Аналогно со центарот B на односната елипса: $\bar{1}\ \bar{6}=1''6''$ и $\bar{7}\ \bar{8}=3/4\ \bar{1}\ \bar{6}$.

Извлечен е оној дел од косата проекција на топката што останува заедно со пресечните елипси.

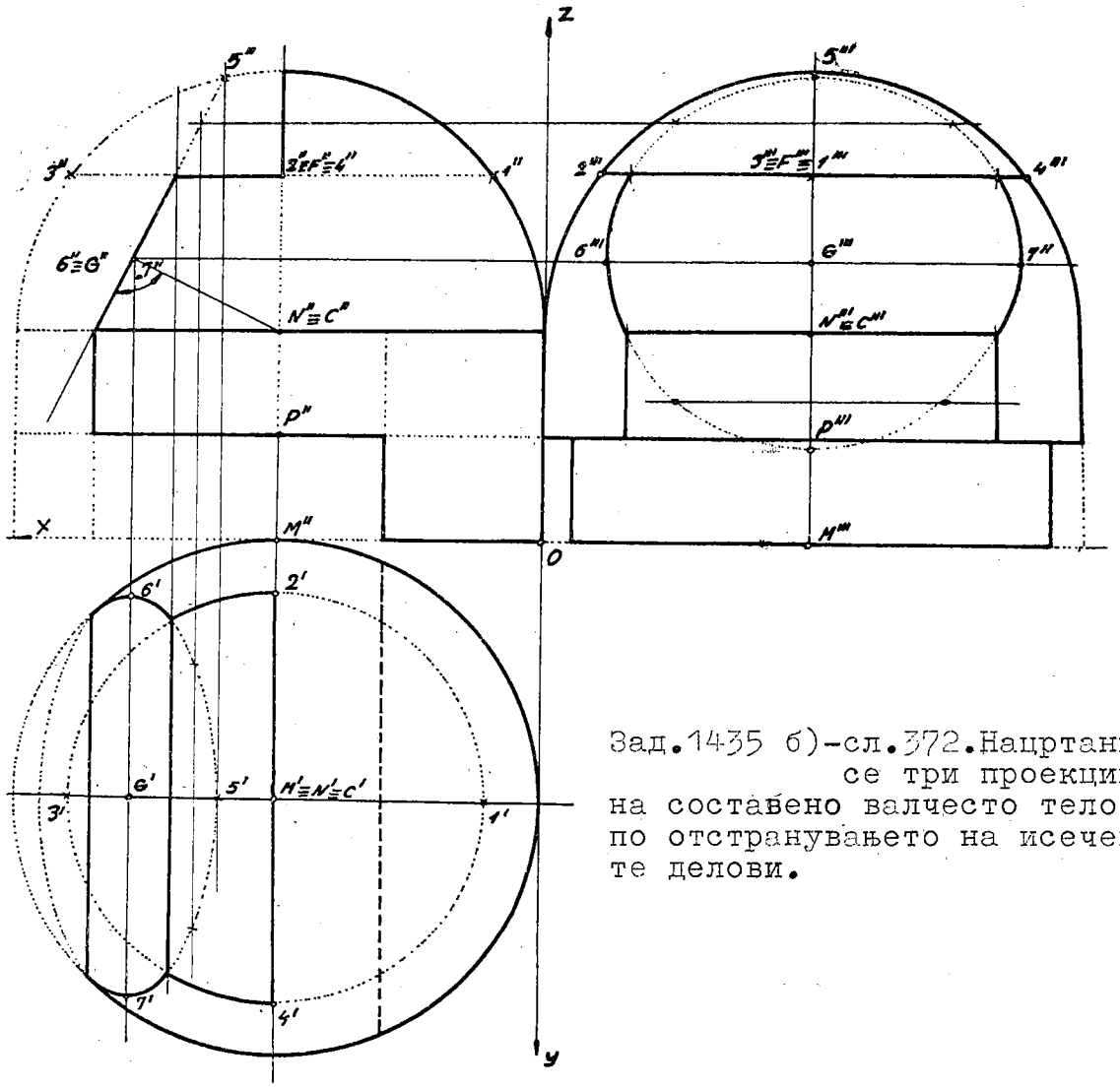
Сета конструкција и видливост се нагледно претставени на приложениот цртеж.



Зад. 1431 б)-сл. 347. Претставен е дел од топка по елиминирањето на отсечените делови, во три проекции.

1431 б)-сл.347. Ја цртаме топката во фронтална (која е зададена),хоризонтална (произволно ја избираме) и профилна проекција.Во фронтална проекција се поставени две проектирачки рамнини-профилна рамнина што ја сече во профилен круг со центар A и фронталнопроектирачка рамнина со центар B.Се бара да се нацрта оној дел од топката што останува по отстранувањето на исечените делови,во три проекции.

РЕШЕНИЕ.Хоризонталната проекција на профилниот круг е отсечка што минува низ A' и е нормална на x-оската,додека неговата профилна проекција е круг со центар A''' и радиус еднаков на оригиналот.Фронталната проекција на кругот со центарот B е отсечката $1''6''$ која е косо наклонета спрема x-оската,отаде хоризонталната и профилната проекција на тој круг се елипси со центри: B' и нејзините оски $1'6'$ и $7'8'$,односно центарот B''' и соодветните оски $1'''6'''$ и $7'''8'''$,кои ги наоѓаме со помош на припадните хоризонтални,односно профилни кругови.Задолжително ги одредуваме контурните точки во хоризонталната проекција $2'$ и $3'$ (лежат на екваторот е) и во профилната проекција $4'''$ и $5'''$.Дури сега е можно да се извлече бараниот дел на топката со потребната видливост.



Зад.1435 б)-сл.372.Нацртани се три проекции на составено валчесто тело по отстранувањето на исечените делови.

1435 б)-сл.372.Тело составено од ротационен цилиндар што е продолжен со полутопка е прикажано само во фронтална проекција и исечено со повеќе проектирачки рамнини. Треба да се нацрта телото што останува по елиминирањето на исечените делови, во три проекции.

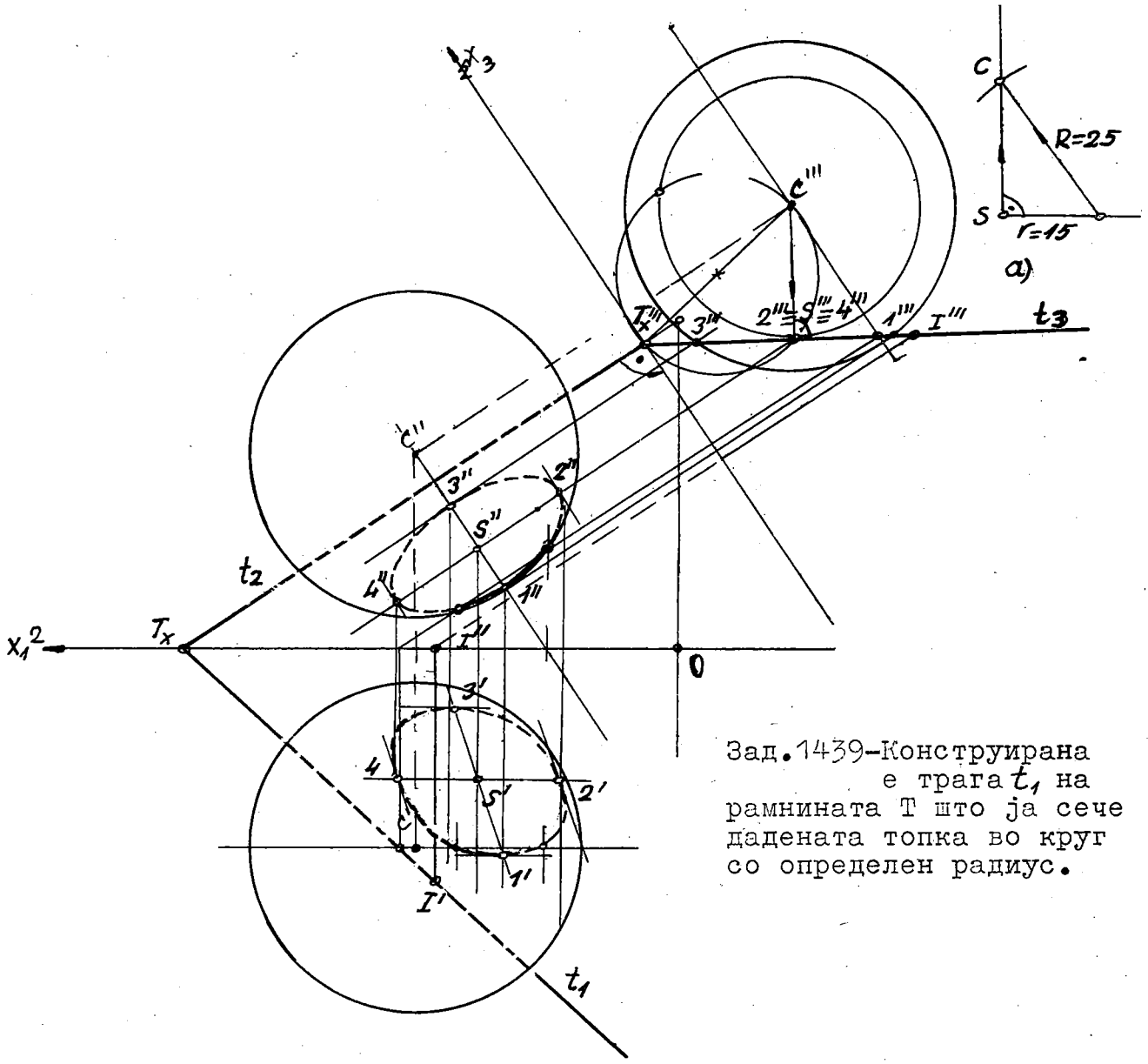
На презентираниот цртеж е прикажана целосна КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО со употреба на хоризонтални, односно профилни кругови кај полутопката и изводници за цилиндричниот дел. Од приложениот цртеж може едноставно да се установи видливоста на делот од телото што е останато.

1439. Дадени се рамнината $T(?, t_2)$ и топката $C(C', C'')$, $R=25mm$. Да се одреди хоризонталната трага t_1 на рамнината T, ако таа ја сече топката во круг со радиус $r=15mm$. Да се нацртаат и придружените проекции на тој круг.

РЕШЕНИЕ. Претходно со слободна рака исцртуваме каков и да е пресек на топка со општа рамнина, користејќи ја постапката трансформација. Во третата проекција воспоставуваме врска меѓу дадените елементи R на топката, r на пресечениот круг и бараниот елемент-положбата на третата трага. Тука се јавува правоаголен триаголник со познати : хипотенуза $R=25mm$ и катета $r=15mm$, а се бара другата катета CS -нормалното растојание на центарот на топката C до пресечната рамнина, имено до центарот S на пресечениот круг. Ова растојание графички го одредуваме за дадените елементи.

Цртаме со центар C' хоризонтална и со центар C'' фронтална проекција на топка со полупречник $R=25mm$, потоа фронтална трага t_2 на рамнина T. Поставуваме помошна проекциона рамнина $\Pi_3 \perp T$ и уште $\Pi_3 \perp \Pi_2$, тогаш новата $_2x_3$-оска е нормална на t_2. Ја исцртуваме третата проекција на топката со центарот C''' и во неа цртаме концентрична кружница со радиус еднаков на растојанието $\overline{CS}$. Од точката T'''_x повлекуваме тангенти кон нацртаната концентрична кружница, постојат две (значи, две решенија на задачава), ние конструираме едно $t_3 = T'''_x S'''$ што претставува трета трага на бараната рамнина T. Оттука е лесно да се одреди нејзината хоризонтална трага t_1. Пресечниот круг во третата проекција е отсечката $1'''3'''$ која стои косо наклонета спрема $_2x_3$-оската (лежи во општа рамнина T), затоа нејзините монжови проекции ќе бидат елипси : со центарот S'' и нејзините оски $1''3''$ и големата $2''4''$ еднаква на дијаметар на кругот (30_{mm}), како и S со парот конјугирани дијаметри $1'3'$ и $2'4'$.

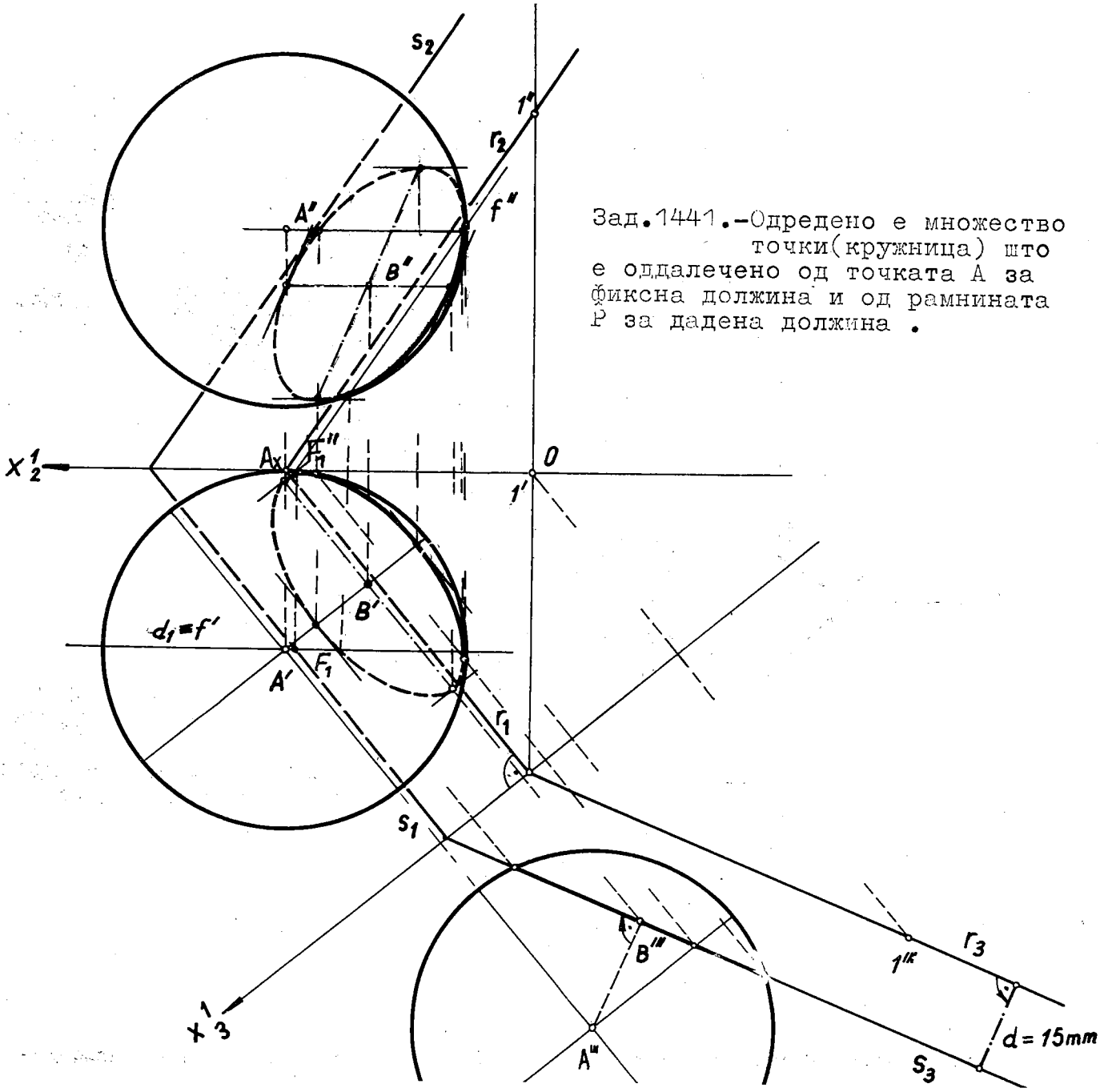
ВИДЛИВОСТ постои на пресечниот круг чиј монжов пар беа елипси, и тоа само на еден мал дел во фронталната проекција (зошто ?).



Зад.1439-Конструирана е трага t_1 на рамнината Т што ја сече дадената топка во круг со определен радиус.

1441. Фиксирани се точката $A(A', A'')$ и рамнината $P(r_1, r_2)$. Се бара множество точки оддалечено од точката А за должината а и од левата страна на рамнината Р за должината d .

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Множество точки еднакво оддалечени за а=30 мм од точката А е сфера со центар во А и радиус од 30 мм, чии придружени проекции се складни (конгруентни) кружници со соодветни центри A' и A'' и еднакви радиуси. Множество точки еднакво оддалечени од рамнината Р се две нови рамнини паралелни на дадената а на растојание од 15 мм. Бараното множество точки треба да ги задоволува двата претходни услова-да лежи на сферата и да се наоѓа на левата рамнина паралелна со рамнината Р, тоа ќе биде нивни заеднички пресек-кружница. Со методот трансформација е најдено множеството точки со центарот В и сето конструктивно е изведено на приложениот цртеж.



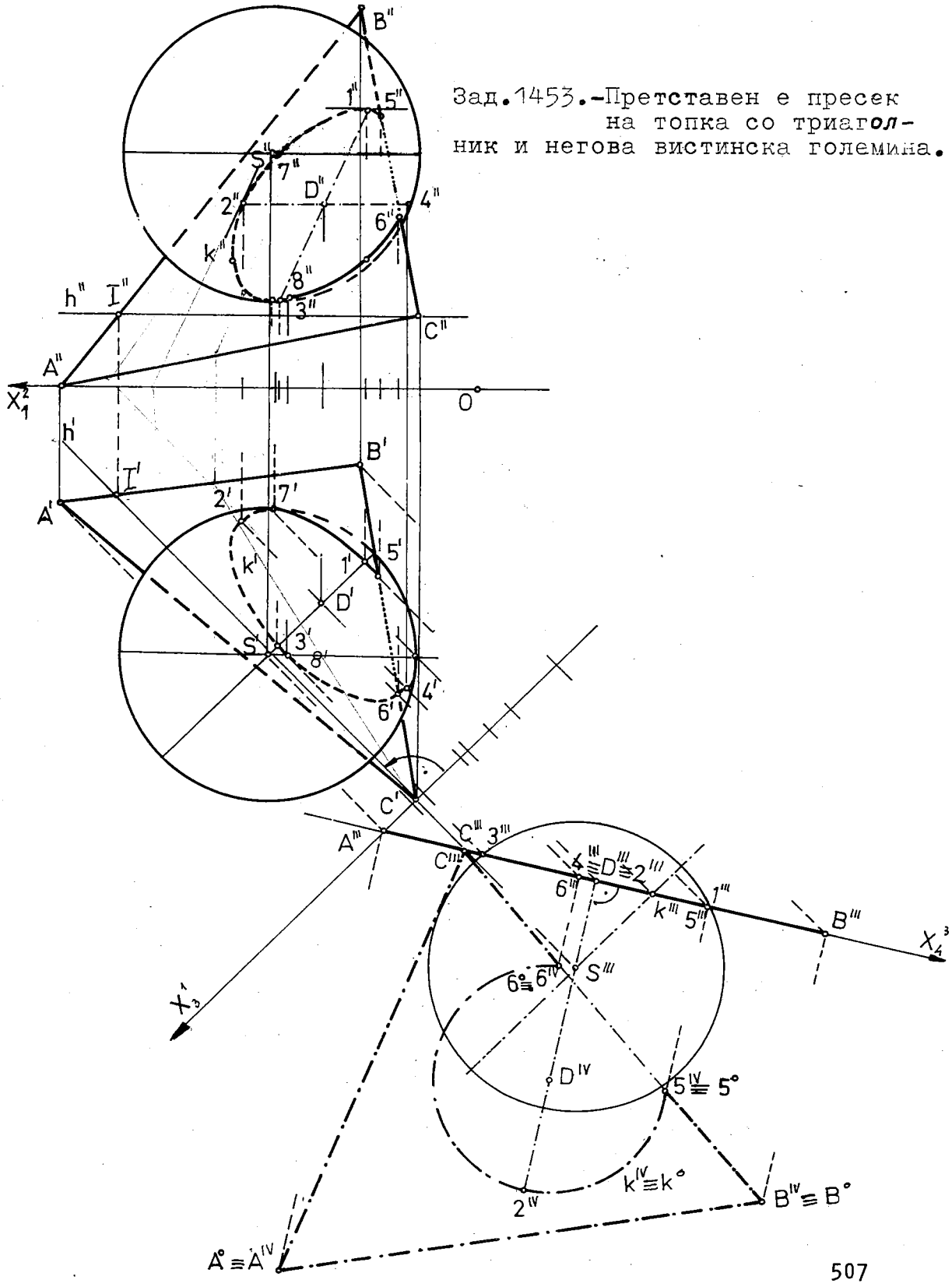
Зад.1441.-Одредено е множество точки(кружница) што е оддалечено од точката А за фиксна должина и од рамнината Р за дадена должина .

1453.Фиксирани се топка со центарот $S(S',S'')$ а радиусот r и триаголникот $ABC/A(A',A''),B(B',B''),C(C',C'')/$,во монжов пар.Да се најде нивниот пресек и вистинската големина на триаголникот без отсеченият дел.

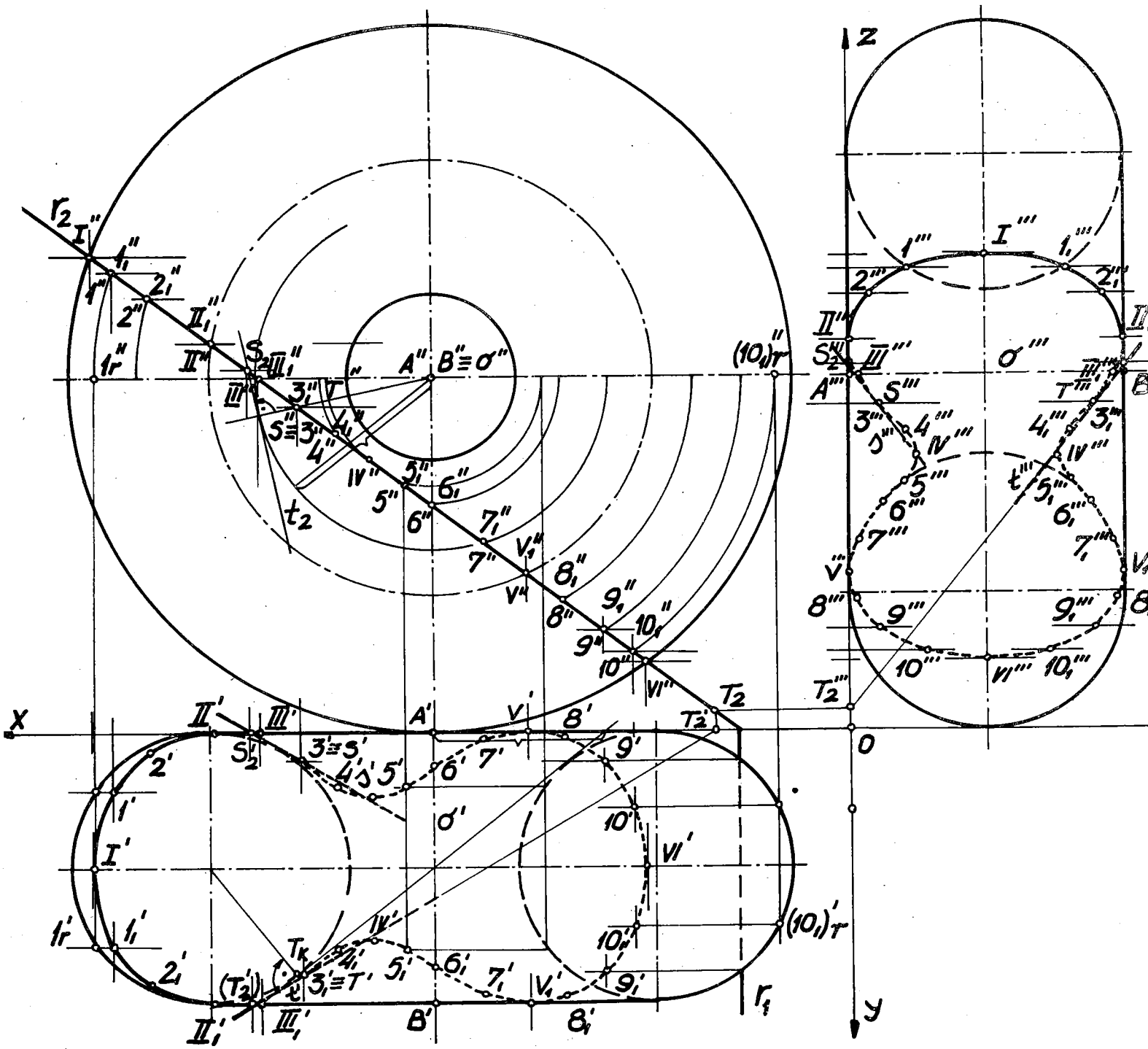
РЕШЕНИЕ.Бидејќи даденият триаголник е во општа положба,делот на пресеченият круг к во проекции е дел на елипса,него ќе го одредиме со постапката за трансформација ,земајќи $\Pi_3 \perp ABC$ и уште $\Pi_3 \perp \Pi_1 (\perp \Pi_2)$,па тогаш е $_1x_3 \perp h'$. Ја цртаме третата проекција на топката со центарот S''' и триаголникот ABC во отсечката $A'''C'''B'''=к'''$,каде на нормала од S''' до спомената отсечка се наоѓа центарот D''' на пресечниот споредeн круг к,чиј дел лежи во триаголникот,е со конјугирани дијаметри 1 3 и 2 4.Вистинската големина на триаголникот ABC и во него делот на тој круг к=5 1 2 3 6 може да се одредат со воведување на уште една трансформација $\Pi_4 \perp \Pi_3$,при тоа $x^4_3 \equiv A'''B'''$.Тоа може да се реализира и со соборување

на рамнинската фигура околу нејзината трета проекција во Π_3. На тој начин точно ќе ги одредиме продорните точки $5^{IV} \equiv 5^{\circ}$ и $6^{IV} \equiv 6^{\circ}$ на страната BC низ топката. Потоа со идентична постапка но во обратен ред на работа ги наоѓаме нивните трети, хоризонтални и фронтални проекции.

ВИДЛИВОСТ. Во хоризонталната проекција преку набљудување на фронтална привидна контура на топката, така што пресечните точки што се наоѓаат на горната полутопка ќе се гледаат, имено делот $5'1'7'$. Делот на пресечната крива $6'8'$ што лежи на предниот дел на топката е видлив во фронталната проекција $6''8''$.



Зад. 1453.-Претставен е пресек на топка со триаголник и негова вистинска големина.



Зад.1466.-Три проекции на пресек между торус(прстенеста површина) и фронталнопроектирачка рамнина Р со тангенти.

1466. Фиксирани се торус (прстенеста површина,анулоид) со оската o=AB /A(A′,A″),B(B′,B″)/,нејзиниот радиус на оскулаторната кружница R и рамнината $P/r_1,r_2$ /.Да се одреди нивниот пресек во три проекции и да се конструираат тангенти во точките S,T(100,?,?) на пресечната крива.

РЕШЕНИЕ.Низ $A''\equiv B''\equiv o''$ цртаме оскулаторна кружница со полупречник R=40 мм, во однос на неа додаваме $1/2\ \overline{AB}=1/2\overline{A'B'}$,значи $R+1/2\overline{AB}$,па го добиваме најголемиот круг-надворешната фронтална привидна контура на торусот и го одземаме $R-1/2\overline{AB}$,со што доаѓаме до внатрешната фронтална привидна контура (грлениот круг),потоа е јасно одредувањето на хоризонталната и профилната проекција на торусот.Пресечната крива во фронтална проекција се јавува во отсечка што се совпаѓа со трагата r_2,оттаму а со помош на фронтални кругови што припаѓаат на торусот ги наоѓаме хоризонталните и профилните проекции на пресечната рамнинска крива,која е од четврт ред,бидејќи торусот е површина од четврт ред -права што ја прободува оваа површина највеќе во четири точки.

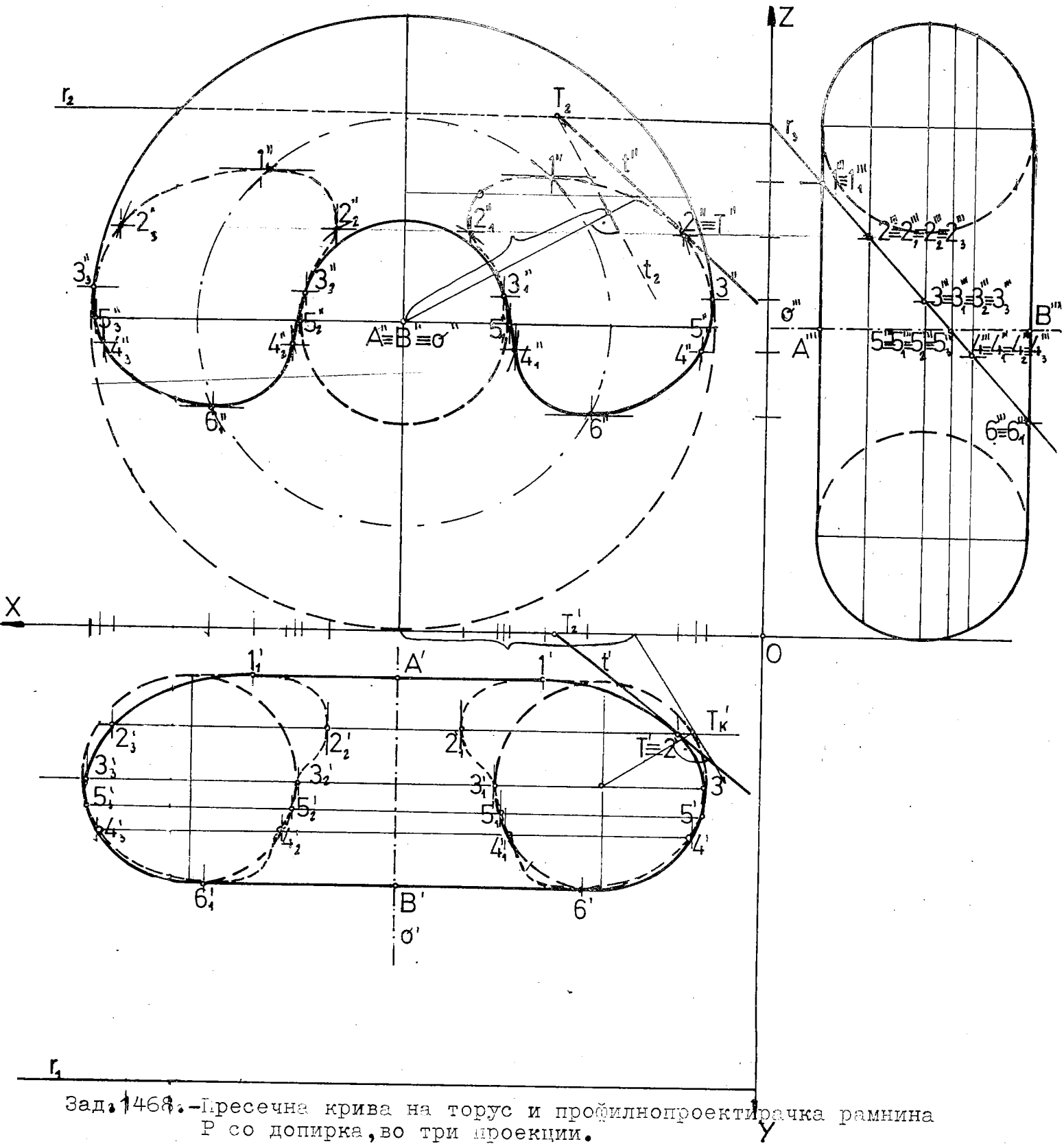
На приложениот цртеж се конструирани ТАНГЕНТИ во точки S и T на пресечната крива,како пресечна права на тангентна рамнина во таа допирна точка на торусот и пресечната рамнина P.При тоа,на пример,тангентната рамнина T е одредена преку допирниот ротационен конус на торусот во посматраната точка,односно на припадниот внатрешен круг на торусот,кој е заеднички и за допирниот конус,чија оска е нормална на Π_2.

ВИДЛИВОСТ установуваме со разгледување на видливи делови од торусот во набљудуваната проекција,земајќи ја пресечната рамнина за прозирна.На пр.,во хоризонталната проекција се гледа оној дел од пресечната крива $1'1'_1$ што лежи во делот од горната половина на торусот-делот од полуторусот што е омеѓен со оскината кружница $1''1''_1$.

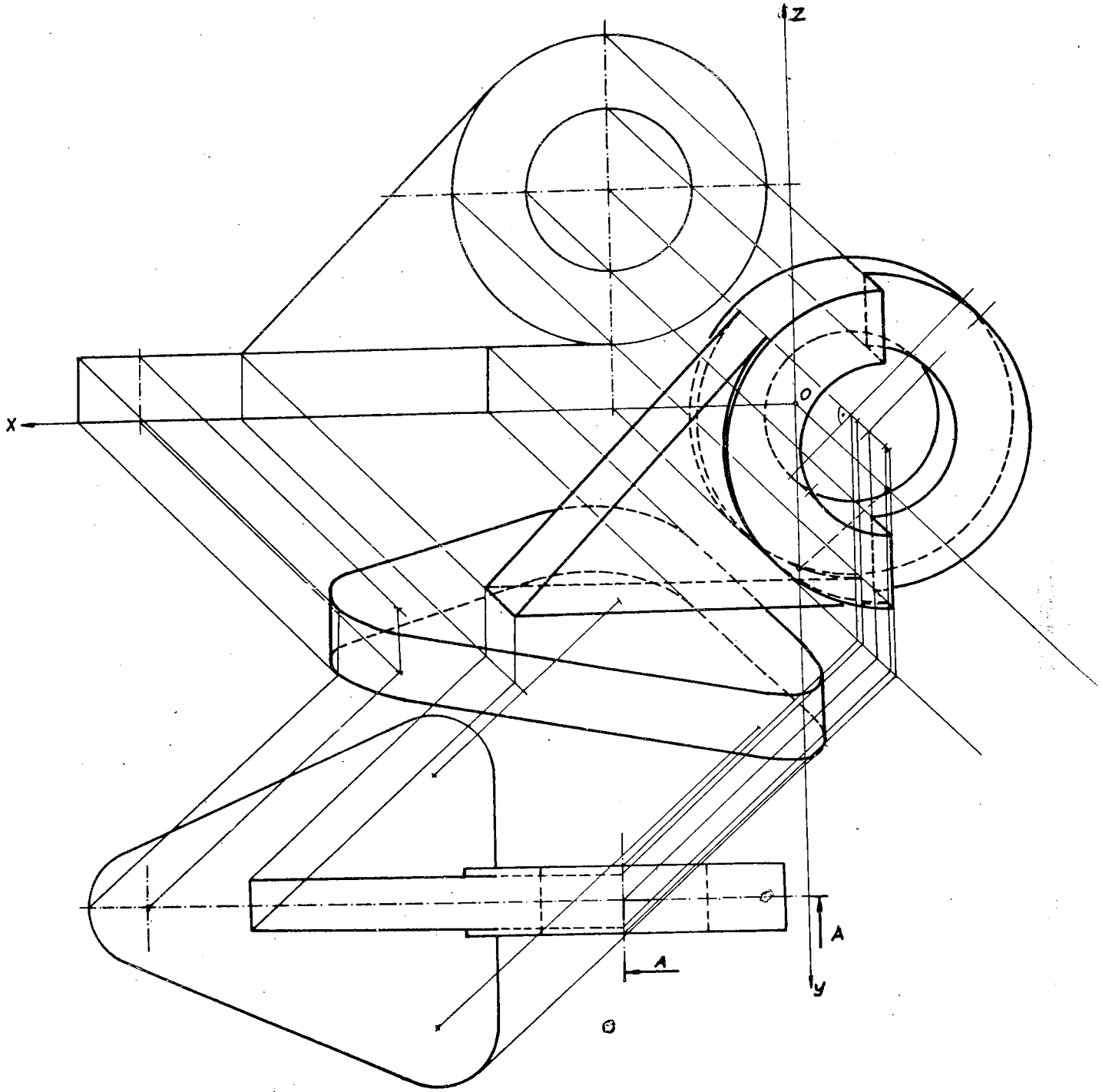
1468.Нацртани се три проекции на торус со оска $o\perp\Pi_2$ и профилнопроектирачка рамнина,која торусот го пресекува во крива што е составена од два одделни дела, чија профилна проекција е отсечката $1'''T'''$ што коинцидира со профилната трага r_3. Нејзината фронтална проекција ја одредуваме со користење фронтални кругови на торусот што ги поставуваме како паралелни отсечки низ пресечните точки во профилната проекција: $1'''\equiv1'''_1$,2‴...,3‴..,4‴..,5‴... и $6'''=6'''_1$.Хоризонталната проекција на кривата на ординалите од точките $1''..6''..2''$ и $1''_1,\ldots,6''_1,\ldots2''_2$,нанесувајќи ги растојанијата на соодветните точки од нивната профилна проекција до z -оската.

Конструирана е ТАНГЕНТА во точката $2\equiv T$ на пресечната крива со поставување тангентна рамнина во разгледуваната точка преку допирниот ротационен конус на

надворешниот круг на торусот, и пресек на таа рамнина со рамнината P.
Усвојувајќи ја пресечната рамнина за непрозирна е установена видливоста во фронталната и хоризонталната проекција на торусот со припадната двогранкова пресечна рамнинска крива, кое е мошне успешно изведено на презентираната слика.



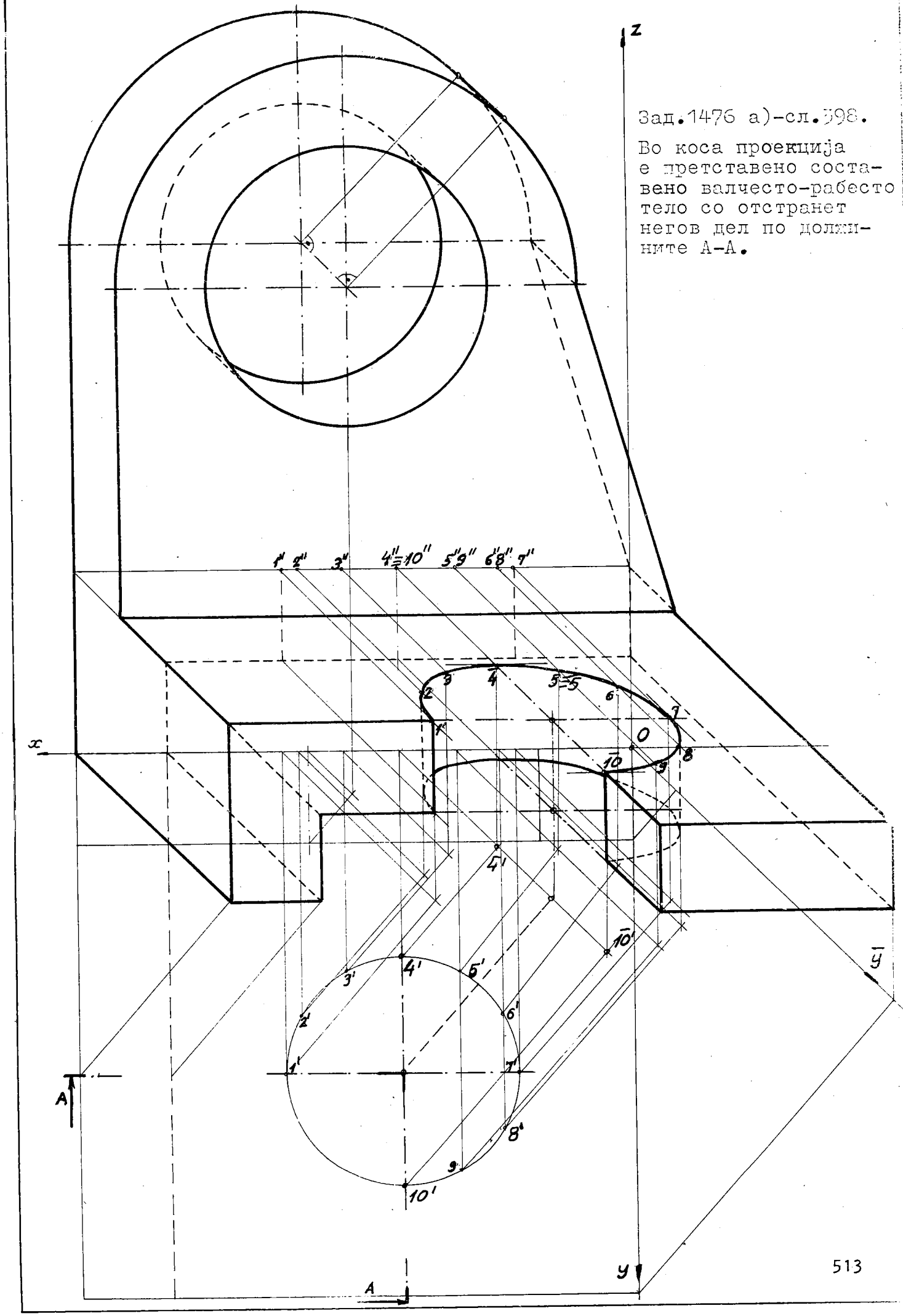
Зад. 1468.-Пресечна крива на торус и профилнопроектирачка рамнина P со допирка, во три проекции.



Зад.1476 а)-сл.385. Технички предмет е нацртан во коса проекција и отстранет е делот означен со А-А.

1476 а)-сл.385.Зададено е составено тело во монжов пар,кое го цртаме во коса проекција ($\varphi=135^{o}$ и к=3/3) на истиот цртеж со премин од ортогонални проекции, користејќи го определувачкиот триаголник.При тоа хоризонталната проекција ја земаме подалеку од х-оската,да се добие коса проекција на техничкиот предмет за да не преклопува,по можност,ниедна од двете ортогонални проекции.Прво,ја цртаме со полни тенки линии косата хоризонтална проекција на базата од даденото тело и со неговите висини ја обликуваме,второ,цилиндричниот дел,со нанесување растојанието меѓу неговите центри и наклониот дел (косникот) што ги поврзува двата претходни дела.На крајот од цилиндричниот дел го отстрануваме делот што е во хоризонталната проекција пресечен по должините А-А.Тоа што останува на предметот го извлекуваме со дебели полни линии : контурата (кругови,кружни лакови,криви линии и прави) со нејзината внатрешност (цилиндрична шуплина),а невидливите делови со испрекинати линии.

1476 а)-сл.398. На приложениот цртеж од зададениот објект во придружени проекции е конструирана негова коса проекција,ако е $\varphi=135^{o}$ и к е зададен графички,со помош на определувачкиот триаголник.Потоа подробно е покажано на презентираната слика како е елеминиран делот што е исечен по должините А - А.



Зад.1476 а)-сл.598.

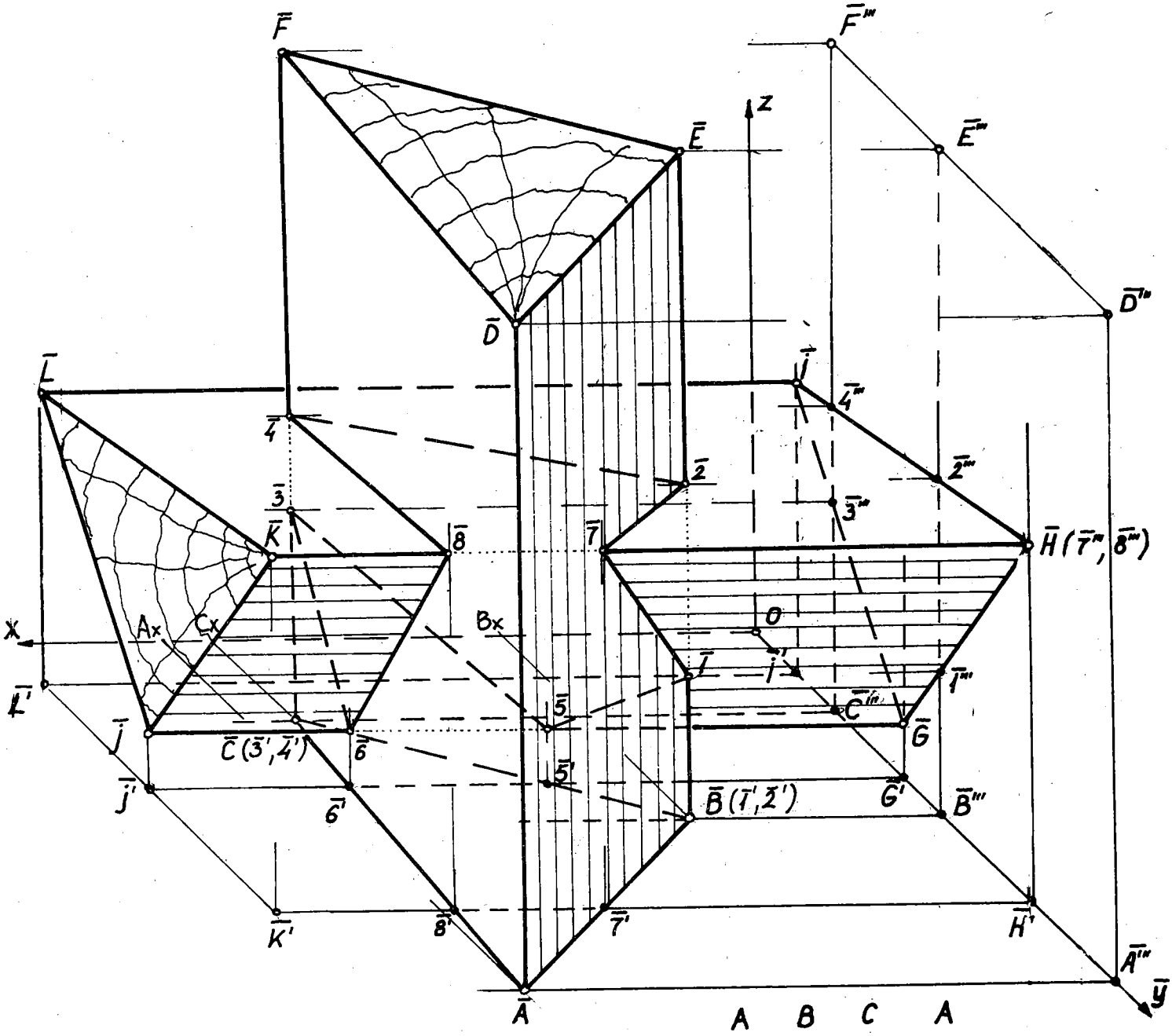
Во коса проекција е претставено составено валчесто-рабесто тело со отстранет негов дел по должините А-А.

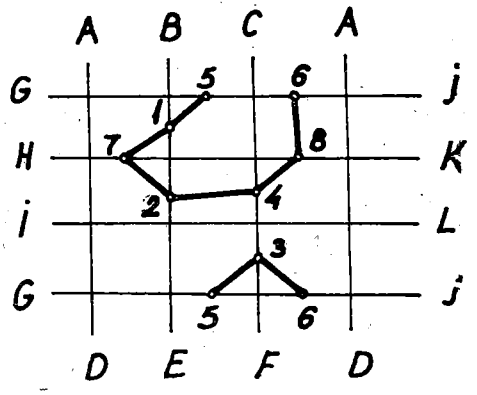
1479 а). Претставени се две исправени тристрани призми во коса проекција ($\varphi=135^{\circ}$ и $k=1$) $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}\bar{F}$ и $\bar{G}\bar{H}\bar{I}\bar{J}\bar{K}\bar{L}$, од нив едната иво коса хоризонтална проекција $\bar{G}'\bar{H}'\bar{I}'\bar{J}'\bar{K}'\bar{L}'$ а другата и во коса профилна проекција $\bar{A}'''\bar{B}'''\bar{C}'''\bar{D}'''\bar{E}'''\bar{F}'''$.

РЕШЕНИЕ. Треба да ги одредиме продорните точки на рабовите од вертикалната низ хоризонталната призма и продорните точки на рабовите од хоризонталната низ вертикалната призма. Добиените продорни точки ги поврзуваме на соодветен начин -омеѓуваат продорен просторен полигон (затворена искршена линија). За таа цел поставуваме помошни рамнини низ бочните рабови на вертикалната призма (тие се $\perp \Pi_1$), кои треба да се паралелни со бочните рабови на другата призма (што се // со x-оската), таквите рамнини имаат фронтална положба, односно паралелни се со $\Pi(\Pi_2)$. Конструираме помошни рамнини низ бочните рабови од хоризонталната призма што треба да се паралелни со бочните (околните) рабови од вертикалната призма, установуваме дека и овие се фронтални рамнини што би припаѓале на пramен од паралелни рамнини, чии коси хоризонтални траги се паралелни со x-оската а косите профилни траги се паралелни со z-оската.

Прво, поставуваме фронтални рамнини низ бочните рабови од вертикалната призма, почнувајќи со помошна рамнина низ работ $\bar{A}\bar{D}$ чија коса профилна трага не ја сече десната основа на хоризонталната призма а се наоѓа пред неа, поради кое е видлива по целата должина $\bar{A}\bar{D}$. Понатаму рамнина низ $\bar{B}\bar{E}$, нејзината коса хоризонтална трага $\bar{B}\bar{B}'''$ минува низ долното теме $\bar{B}$ а косата профилна трага $\bar{B}'''\bar{E}'''$ го сече триаголникот $\bar{G}\bar{H}\bar{I}$ во точките $\bar{1}'''$ и $\bar{2}'''$, помошната рамнина ја пресекува обвивката на призмата во видливи изводници паралелни со бочните рабови на хоризонталната призма, а кои го сечат видливиот раб $\bar{B}\bar{E}$ во продорните видливи точки $\bar{1}$ и $\bar{2}$. Од овие точки до темето $\bar{B}$ односно $\bar{E}$ се видливи деловите од работ и ги извлекуваме со полни дебели линии. Оваа постапка ја употребуваме и за работ $\bar{C}\bar{F}$ одредувајќи ги продорните точки $\bar{3}$ (не е видлива бидејќи лежи на невидлива бочна страна $\bar{G}\bar{I}\bar{L}\bar{J}$) и $\bar{4}$ се гледа, па од неа до горното теме $\bar{F}$ тој дел на работ $\bar{C}\bar{F}$ е видлив.

Второ, конструираме фронтални рамнини од праменот паралелни рамнини низ бочните рабови на хоризонталната призма, и тоа: за $\bar{G}\bar{J}$ со цртање коса профилна трага $\bar{G}\bar{G}'$ низ темето $\bar{G}$ и коса хоризонтална трага $\bar{G}'\bar{J}'$, која ја сече долната основа $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ на вертикалната призма во пресечните точки $\bar{5}'$ и $\bar{6}'$, а споменатата призма во правоаголник, чии две паралелни страни се невидливата изводница $\bar{5}'\bar{5}$ и видливата $\bar{6}'\bar{6}$, додека работ $\bar{G}\bar{J}$ во продорните точки $\bar{5}$ (невидлива) и $\bar{6}$ (видлива). Делот од $\bar{5}$ до контурата на вертикалната призма не се гледа, па го цртаме со испрекината линија, надвор од неа до темето $\bar{G}$ -со полна линија како и делот од $\bar{6}$ до темето $\bar{J}$.





Зад.1479 а). Меѓусебен продор на две исправени тристрани призми во коса проекција.

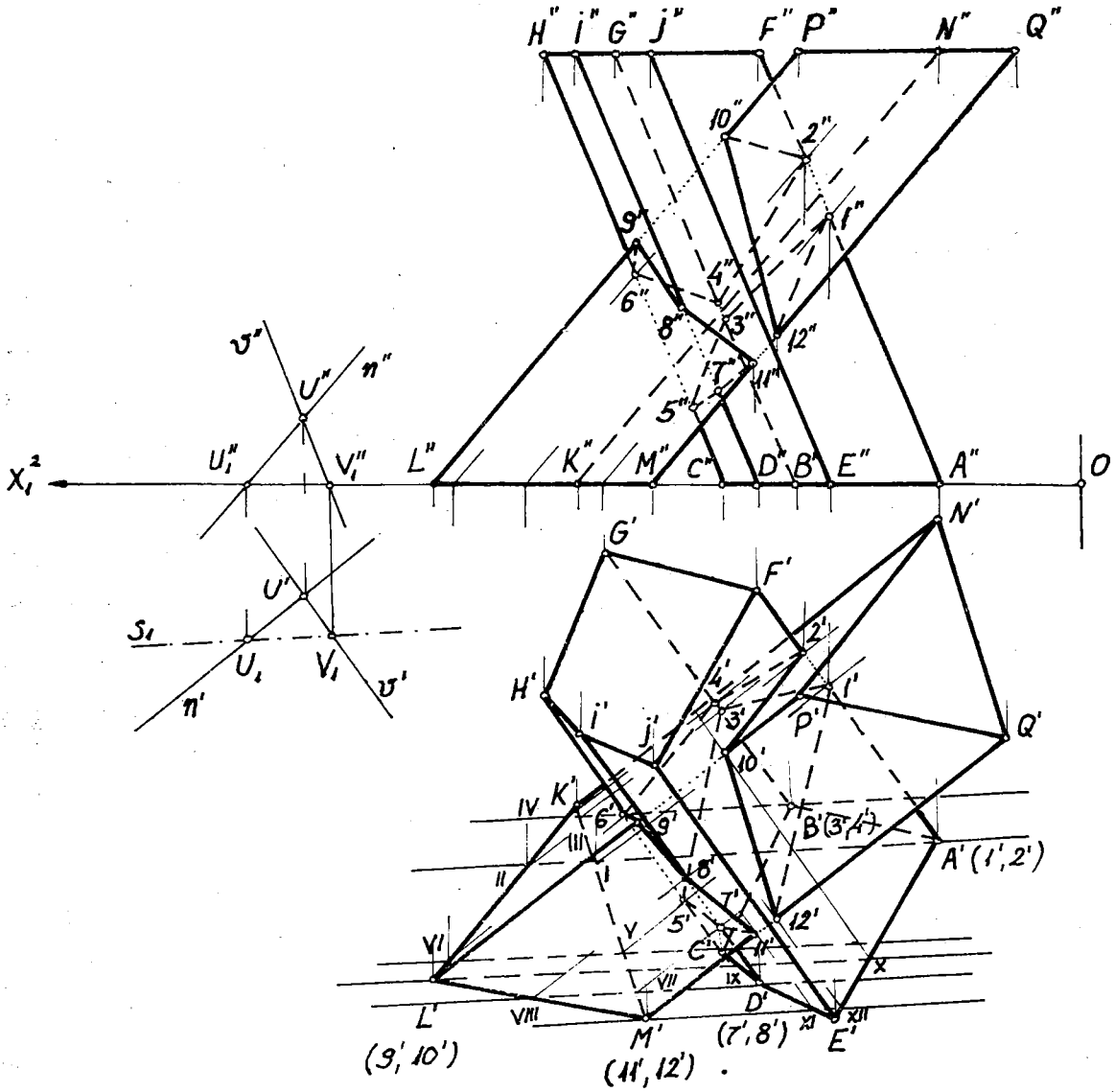
На ист начин ги наоѓаме продорните видливи точки $\bar{7}$ и $\bar{8}$ на бочниот раб $\bar{H}\bar{K}$. Лесно се уверуваме дека третиот бочен раб $\bar{I}\bar{L}$ нема продор со односната призма, се наоѓа одзади неа, поради тоа неговиот дел што е поклопен од контурата на вертикалната призма не се гледа, па го обележуваме со испрекината линија. На двете призми постојат бочни рабови што не продираат ($\bar{A}\bar{D}$ и $\bar{I}\bar{L}$), значи имаме нецелосен продор (ткн. задир), тогаш продорниот просторен полигон се состои од една затворена искршена линија.

Две продорни точки може да ги споиме во отсечка-страна на продорниот полигон само тогаш доколку тие точки лежат на една иста бочна страна на едната призма (вертикалната) и на другата (хоризонталната), кое директно го уочуваме на самиот цртеж. Таква спојница на двете заеднички (продорни) точки од двете призми е пресечна отсечка на двете припадни бочни страни од споменативе два полиедра. Бидејќи продорниот многуаголник е затворена искршена линија, тоа значи дека од секоја продорна точка излегуваат две спојници-страни на продорната линија. Сврзувањето на продорните точки може да биде и шаблонски, упростен графички начин со приближно претставување на деловите на обвивките на двете призми и со нанесување на најдените точки на соодветните рабови од едното тело и соодветните бочни страни од другото рабесто тело, на пр., продорните точки 1 и 2 се наоѓаат на бочниот раб BE а секоја од нив и на определена бочна страна од другата-хоризонталната призма : точката 1 лежи на страната GHKJ, додека точката 2 припаѓа на страната HILK (ова е прикажано на приложениот цртеж). Самото поврзување се базира на споменатиот факт дека спојната отсечка на две продорни точки мора да лежи на иста бочна страна на вертикалната и на хоризонталната призма, па е добиена продорната просторна линија : $\bar{1}\ \bar{7}\ \bar{2}\ \bar{4}\ \bar{8}\ \bar{6}\ \bar{3}\ \bar{5}\ \bar{1}$, чија дефинитивна ВИДЛИВОСТ ја установуваме преку видливоста на продорните точки и нивните сврзници. Видливоста на овие страни на продорниот полигон зависат од тоа дали пресечните отсечки се само на две по две видливи бочни страни или на по две невидливи, односно една видлива а другата невидлива бочна страна на двете тела во посматраната проекција. На пример, отсечката $\bar{2}\ \bar{4}$ е невидлива иако припаѓа на видливата бочна страна HILK од хоризонталната призма но лежи и на невидливата бочна страна $\bar{B}\bar{C}\bar{F}\bar{E}$ од вертикалната призма.

1492 б) .Нацртани се коса петострана призма и коса тристрана призма со хоризонтални основи во придружени ортогонални проекции.За да го одредиме заедничкиот дел на двете тела потребно е низ бочните рабови на петостраната призма да поставиме помошни рамнини паралелни со бочните рабови на тристраната призма,исто така низ бочните рабови на тристраната призма да конструираме такви помошни рамнини што се паралелни со бочните рабови на петостраната призма.Тоа значи, ќе добиеме прамен паралелни рамнини кои се паралелни со бочните рабови на обете призми.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО.Низ произволна точка $U(U',U'')$ повлекуваме две пресечни прави $\underline{n}$ и $\underline{v}$,од кои $n(n',n'')$е паралелна со бочните рабови на косата тристрана призма: $n'//K'N'$, $n''//K''N''$и $v\,(v',v'')$ е паралелна со бочните рабови на другата призма : $v'//A'F'$и $v''//A''F''$; тие го дефинираат правецот на прамент паралелни рамнини,односно правците на нивните хоризонтални и фронтални траги.Бидејќи двете призми со своите долни базиси се поставени врз Π_1,потребно е да се конструира само хоризонтална трага на рамнината Σ определена со парот правиd$\cap v=U$, преку соодветните први прободи $U_1V_1=s_1$.Бараме продорни точки на бочниот раб AF,при тоа низ него повлекуваме паралелна рамнина со Σ .Бидејќи долното теме $A\equiv A'$ лежи во Π_1 низ таа точка цртаме хоризонтална трага што е паралелна со s_1, која ја сече долната основа $K'L'M'$ на тристраната призма во точките I (на невидливата бочна страна) и II (на видливата бочна страна) во хоризонталната проекција, а обвивката на споменатата призма во изводниците $I1'$ и $II2'$,додека работ $A'F'$во продорните точки $1'$ (невидлива) и $2'$(видлива).На ординалите од точките $1'$ и $2'$до фронталната проекција $A''F''$ се наоѓаат нивните проекции $1''$и $2''$,тие се невидливи макар што $A''F''$ е видлив,но пак околните страни $KLPN$ и $KMQN$на кои припаѓаат точките 2 и 1 не се гледаат во фронталната проекција.На наполно ист начин ги наоѓаме продорните точки 3,4 ; 5,6 и 7,8 на рабовите BG, CH и DI со тристраната призма.Околниот раб EJ не продира а се наоѓа пред другата призма,поради што тој раб во обете проекции е видлив и извлечен со полни дебели линии.

Бочниот раб KN не ја продира петостраната призма а е зад неа,затоа не се гледа во ниту една од двете проекции.Низ точката L конструираме хоризонтална трага паралелна со s_1,која го сече петаголникот $A'B'C'D'E'$ во пресечните точки IX и X, додека помошната рамнина што го содржи бочниот раб LP ја пресекува петостраната призма во паралелограм,чии две паралелни страни се две видливи изводници IX9 и X10,последниве го сечат работ LP во продорните точки 9 и 10,кои се видливи во хоризонталната и фронталната проекција.Аналогно ги одредуваме продор-



Зад.1492 б).Претставен е продорен политон на две коси призми во монжови проекции.

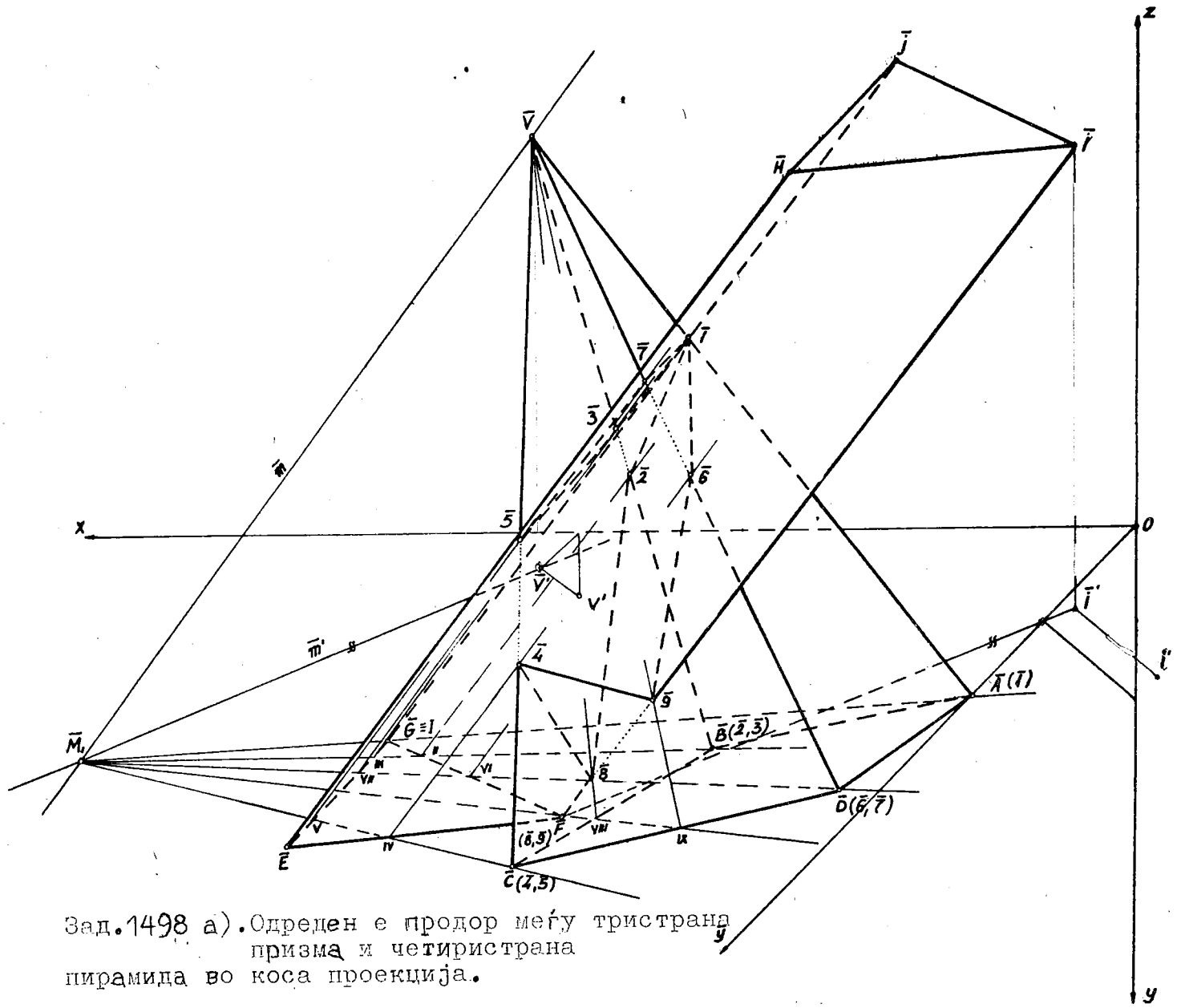
ните точки 11 и 12 на околниот (бочниот) раб MQ. Бидејќи е нецелосен меѓусебен продор на двете коси призми, заедничката продорна искршена линија треба да е од еден дел. СВРЗУВАЊЕТО на најдените ПРОДОРНИ ТОЧКИ во продорен полигон обично станува со набљудување во хоризонталната проекција, дали разгледуваните точки припаѓаат на една иста бочна (околна) страна од тристраната призма и на една иста бочна страна од петостраната призма. На пример, заедничките точки $1'$ и $12'$ лежат на страната $A'E'J'F'$ и на иста страна $K'M'Q'N'$ на тристраната призма, па затоа ги сврзуваме. Понатаму точката $1'$ треба да се спои со уште една продорна точка, тоа е $3'$ зашто лежи на $A'B'G'F'$ (на неа припаѓа и $1'$) и на $K'M'Q'N'$. Така продолжувајќи со работа ќе се добие следниов ред на нивното сврзување: 1,3,5,7, 11,8,9,6,4,2,10,12,1.

ВИДЛИВОСТ установуваме во односната проекција, земајќи предвид дека една страна од продорниот полигон е видлива доколку се видливи двете пресечни бочни страни што се сечат во неа, а ако барем една од нив е невидлива, тогаш нивната пресечка - страна на споменатиов полигон не се гледа. Ги земаме продорните точки $4', 2'$ и $10'$, од кои сврзницата $2'10'$ е видлива зашто лежи на видливи околни страни $A'E'J'F'$ и $K'L'P'N'$, додека сврзницата $2'4'$ е невидлива, бидејќи припаѓа и на страната $A'B'G'F'$ што не се гледа.

1498 а). На приложената слика (која е нешто намалена) се зададени коса тристрана призма со хоризонтални основи и четиристрана пирамида чија основа лежи во Π_1, во коса проекција, при следниве податоци : $\varphi = 45^\circ$ и $k = 3/4$.

Одредувањето на продорните точки на рабовите на пирамидата со призмата го изведуваме со поставување помошни рамнини кои се паралелни со бочните рабови на призмата, потоа наоѓаме продорни точки на рабовите на призмата низ пирамидата со такви помошни рамнини што минуваат и низ врвот на пирамидата. Заедничката нивна постапка е повлекување, низ врвот на пирамидата, права паралелна со бочните рабови од призмата, која е носител на прамен рамнини; овие ги конструираме низ околните (бочните) рабови на пирамидата и на призмата, така што односните тела ги сечат во изводници.

КОНСТРУКЦИЈА. Низ врвот $\bar{V}$ и $\bar{V}'$ повлекуваме права $\bar{m}$ и $\bar{m}'$ паралелна со бочните рабови на призмата, одредувајќи само нејзин прв прободен $\bar{M}_1$, со оглед на тоа дека двете тела со основите се поставени во една иста проекциона рамнина (Π_1). За да најдеме продор на работ $\bar{A}\bar{V}$, темето $\bar{A}$ што лежи во Π_1 го сврзуваме со $\bar{M}_1$, оваа коса хоризонтална трага ја сече долната основа $\bar{E}\bar{F}\bar{G}$ на призмата во точката $\bar{G} \equiv \bar{I}$, помошната рамнина ја сече призмата во двојната изводница $\bar{G}\bar{J}$



Зад.1498 а). Одреден е продор меѓу тристрана призма и четиристрана пирамида во коса проекција.

(значи ја допира по должината на бочниот раб),додека нејзиниот пресек со работ $\bar{A}\bar{V}$ е двојна продорна точка $\bar{1}$,којашто не се гледа.Деловите на тој раб под и над точката $\bar{1}$ се невидливи се до контурата на призмата,надвор од таа контура деловите на работ до темето $\bar{A}$ и до врвот $\bar{V}$ ги цртаме со полни дебели линии.Применувајќи го овој метод и кај другите околни рабови $\bar{B}\bar{V}$,$\bar{C}\bar{V}$ и $\bar{D}\bar{V}$,ги одредуваме нивните продорни точки $\bar{2},\bar{3}$;$\bar{4},\bar{5}$ и $\bar{6},\bar{7}$ со соодветна нивна видливост и на деловите од односните рабови,извлекувајќи ги со полни и испрекинати линии.

Бочниот раб $\bar{E}\bar{H}$ не ја продира пирамидата,се наоѓа пред неа и затоа по целата должина е видлив.Понатаму подножната точка $\bar{F}$ на работ $\bar{F}\bar{I}$ ја сврзуваме со $\bar{M}_1$ во коса хоризонтална трага,која го сече четириаголникот $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ во пресечните точки VIII (невидлива) и IX (видлива),а помошната рамнина ја пресекува обвивката на пирамидата во изводниците VIII $\bar{V}$ и IX $\bar{V}$,додека разгледуваниот раб во продорните точки $\bar{8}$ и $\bar{9}$.

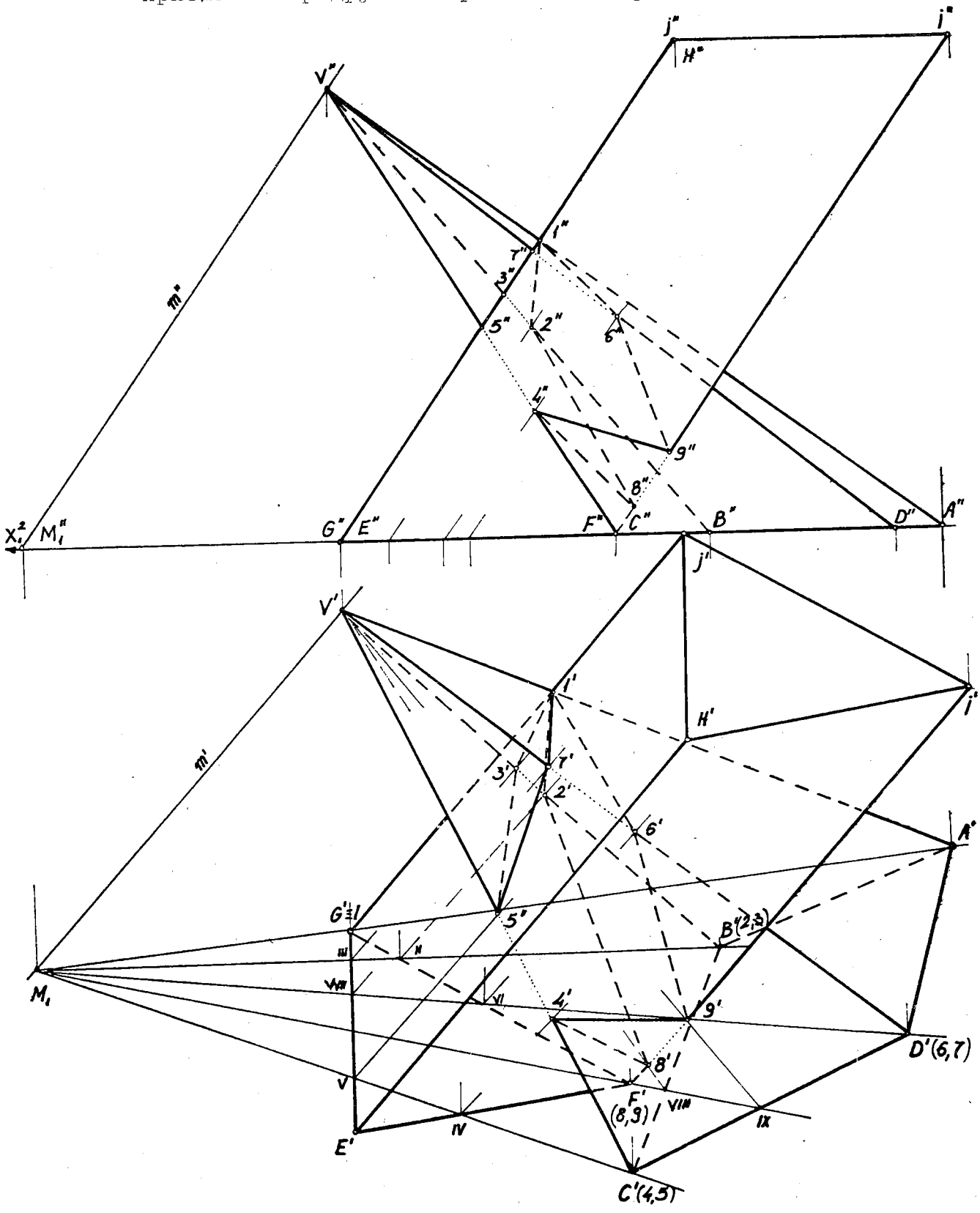
Бидејќи сите рабови од пирамидата ја продираат призмата би имале целосен продор, меѓутоа,работ $\bar{A}\bar{V}$ има двојна продорна точка $\bar{1}$,па затоа овој случај е граничен меѓу целосен и нецелосен продор.

РЕДОТ НА ПОВРЗУВАЊЕТО на продорните точки директно го извршуваме на самата слика со посматрање во косата проекција,имајќи предвид фактот дека сврзницата на две соседни продорни точки мора да лежи на една иста бочна страна на пирамидата и на призмата.Врз основа на такво размислување е добиен следниов ред на сврзувањето : $\bar{1},\bar{2},\bar{8},\bar{4},\bar{9},\bar{6},\bar{1},\bar{7},\bar{5},\bar{3},\bar{1}$.

ВИДЛИВОСТА на продорната линија се засновува на обележаната видливост на продорните точки-со празно кружче е видлива а полното кружче ни ја означува невидливата точка.

1498 6).Нацртани се во монжови проекции четиристрана пирамида ABCDV со основа во Π_1 и коса тристрана призма EFGHIJ што има хоризонтални основи.Се бара нивниот меѓусебен продор.Задачава е веќе решена во косата проекција,со употреба на тој метод на помошни рамнини низ права $\underline{m}$,која минува низ врвот V на пирамидата и е паралелна со бочните рабови на призмата,ги наоѓаме продорните точки на бочните рабови што ја продираат призмата и на оние рабови што ја продираат пирамидата во хоризонталната проекција со истовремено одредување на видливоста. Од тие точки на ординалите до фронталните проекции на соодветните околни рабови ги добиваме проекциите и ја означуваме видливоста во таа проекција.

Зад.1498 б) Конструирана е продорна просторна линија меѓу четиристрана пирамида и коса тристрана призма во придружени ортогонални проекции.



1499 а).Зададени се тристрана пирамида ABCV со основа во Π_1 и исправена тристрана призма DEFGHI поставена со задната основа во Π_2.Двете тела се нацртани во коса проекција ($\varphi=135^\circ$ и $k=1/2$),покрај тоа за пирамидата-нејзината фронтална проекција а за призмата-припадната коса хоризонтална проекција.

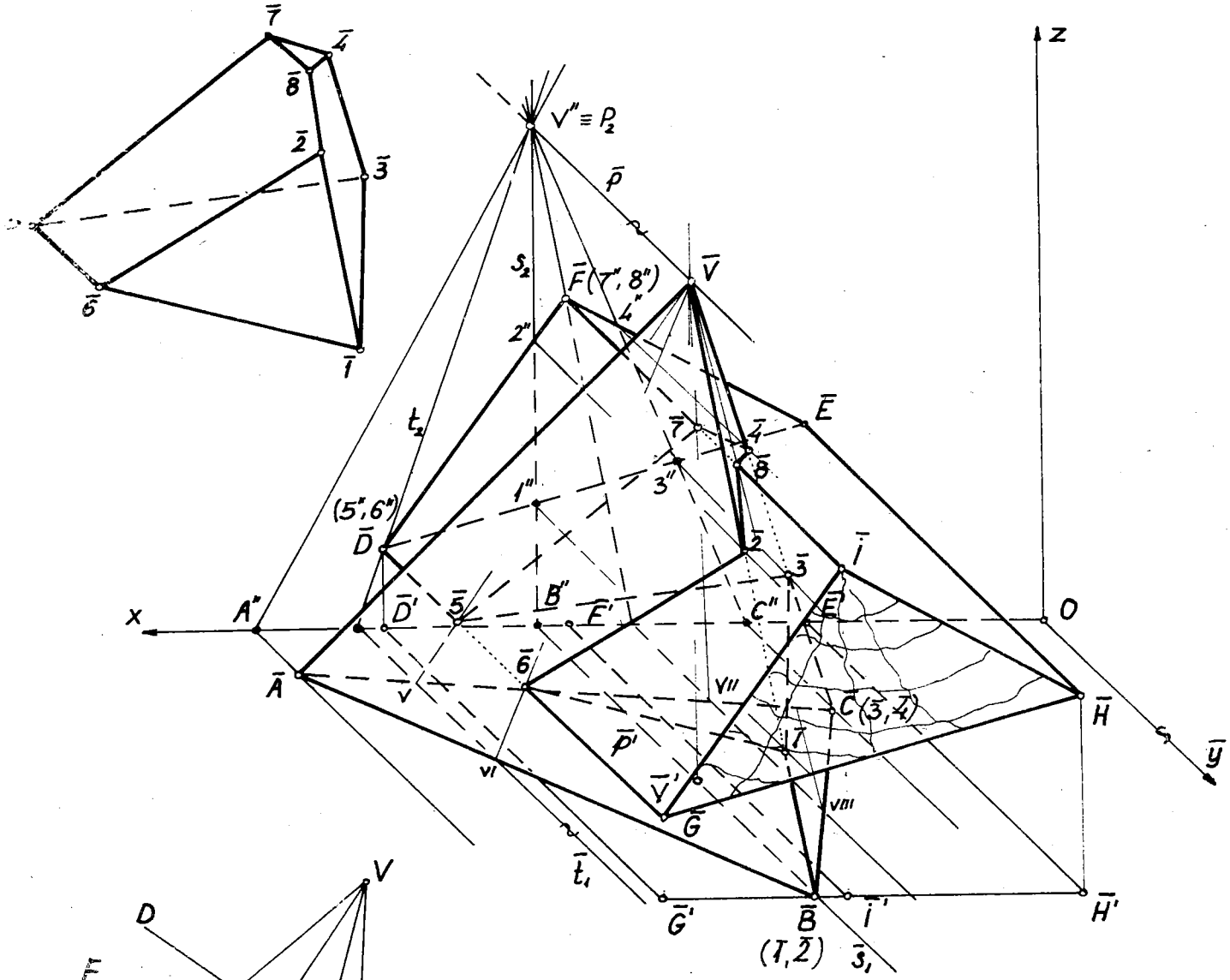
РЕШЕНИЕ.За одредување на бараниот продор ја користиме општата постапка -прамен рамнини низ правата $p:\bar{p},\bar{p}'$ што минува низ врвот $\bar{V},\bar{V}'$ на пирамидата и е паралелна со бочните рабови на призмата,така што се јавува правата $\underline{p}$ нормална на Π_2,поради кое помошните рамнини од прамenот рамнини се фронталнопроектирачки ($\perp\Pi_2$).Низ $A\bar{V}$ поставуваме помошна рамнина на споменатиот прамен на тој начин што низ $\bar{A}$ минува косата хоризонтална трага паралелна со $\bar{y}$-оската а фронталната трага е сврзницата $A''V''=A''P_2$,која не ја сече базата $\bar{D}\bar{E}\bar{F}$ на призмата а се наоѓа пред неа, па работ $\bar{A}\bar{V}$ е видлив.Оттука се забележува дека за помошната рамнина ги цртаме двете траги,кое произлегува од положбата на двете тела,имено основата на пирамидата лежи во Π_1 а призмата со задната основа е поставена врз Π_2.Конструираме помошна рамнина Σ од прамenот низ бочниот раб $\bar{B}\bar{V}$,и тоа: $\bar{B}\in\bar{s}_1$ // $\bar{y}$-оската и $s_2=B''V''$,оваа трага го сече триаголникот $\bar{D}\bar{E}\bar{F}$ во пресечните точки $1''$(невидлива) и $2''$(видлива),а обвивката на призмата во видливата изводница $2''\bar{2}$ и невидливата $1''\bar{1}$, додека земениов раб $\bar{B}\bar{V}$ во продорните точки $\bar{1}$и$\bar{2}$.На сосем ист начин ги наоѓаме продорните точки $\bar{3}$ и $\bar{4}$ на околниот раб $\bar{C}\bar{V}$.

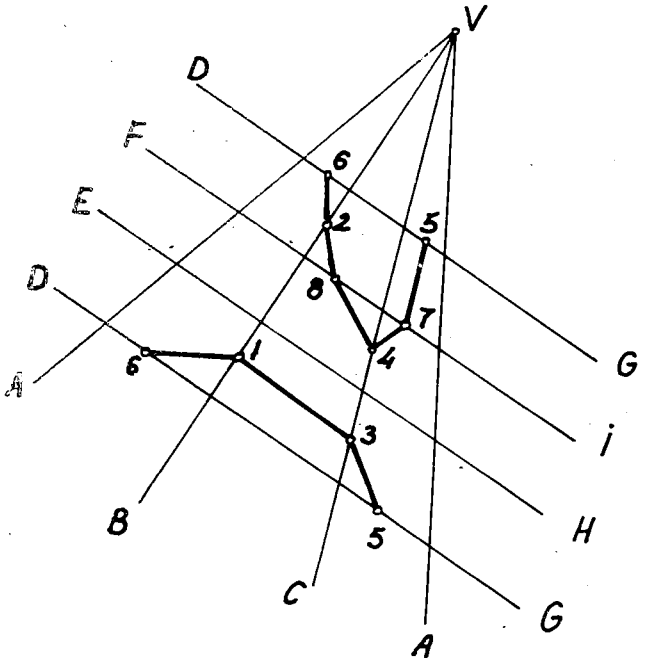
Поставуваме рамнина T низ бочниот раб $\bar{D}\bar{G}$ на призмата со цртање на фронталната трага $t_2=\bar{D}V''$ и t_1 // $\bar{y}$-оската ,која базисот на пирамидата го сече во точките V и VI а обвивката на пирамидата во изводниците $V\bar{V}$ и $VI\bar{V}$,што го сечат работ $\bar{D}\bar{G}$ во бараните продорни точки $\bar{5}$ (невидлива) и $\bar{6}$ (видлива).Со употреба на претходната постапка ги одредуваме продорните точки $\bar{7}$ и $\bar{8}$ на работ $\bar{F}\bar{I}$ и установуваме дека бочниот раб $\bar{E}\bar{H}$ не продира низ пирамидата.Може да се заклучи дека телата се задираат едно во друго,според тоа нивната заедничка продорна линија е од еден дел.

Лево,на дното на презентираниот цртеж,графички упростено е претставен редот на сврзувањето на продорните точки,имено :$\bar{1},\bar{3},\bar{5},\bar{7},\bar{4},\bar{8},\bar{2},\bar{6},\bar{1}$.

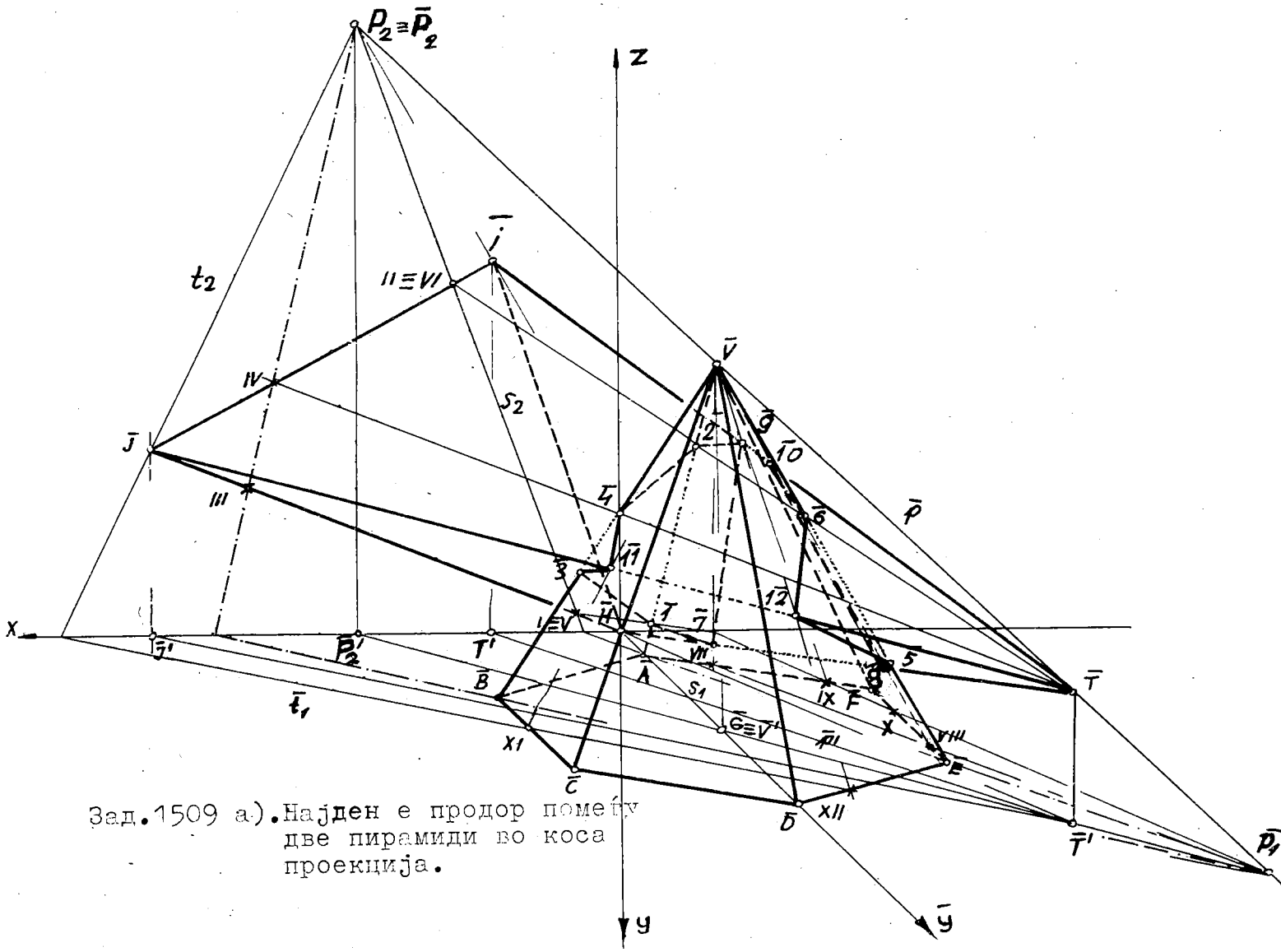
На истиов цртеж лево,горе,одделно е нацртан заедничкиот дел -ЈАДРОТО на двете тела со транслаторно поместување на продорните точки во правец на правата $\bar{p}$ на растојание од 90 мм.

ВИДЛИВОСТ установуваме,имајќи предвид дека секоја страна на продорниот полигон е пресечка на две бочни страни-едната од пирамидата а другата од призмата,доколку споменативе две бочни страни се видливи нивната пресечка исто така е видлива, меѓутоа,доволно е барем една од тие околни страни на телата да е невидлива,тогаш и припадната пресечка ќе биде невидлива.





Зад.1499 а). Во коса проекција е претставен продор на тристрана пирамида со исправена тристрана призма и одделно нивното јадро.



Зад.1509 а). Најден е продор помеѓу две пирамиди во коса проекција.

1509 а). Определени се правилна шестострана пирамида ABCDEFV со хоризонтална основа и тристрана пирамида HIJT со фронтална основа. Да се нацртаат нивните коси проекции, при следниве елементи: $\varphi = 135^\circ$ и $\kappa = 1/2$, потоа одредете го продорот.

За наоѓање продорни точки на бочните рабови од шестостраната пирамида низ тристраната, помошните рамнини треба да минуваат и низ врвот T на тристраната пирамида, а кога ќе бараме продорни точки на бочните рабови од тристраната со шестостраната пирамида, овие помошни рамнини треба да го содржат и врвот V на шестостраната. Сето тоа е можно ако односните помошни рамнини минуваат низ сврзницата VT на врвоеите на обете пирамиди. На тој начин се добива општ метод-прамен рамнини чиј носител е правата VT, која ги спојува двата врва на зададените пирамиди.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Прво се црта носителот $\bar{p}$ на праменот рамнини : $\bar{p} = \bar{V}\bar{T}$ и $\bar{p}' = \bar{V}'\bar{T}'$, одредувајќи ги и двата пробода $\bar{P}_1$ и $\bar{P}_2$ на правата $\bar{p}$, бидејќи базисите на телата се во различни проекциони рамнини (Π_1 и Π_2). Низ бочниот раб $\bar{A}\bar{V}$ поставуваме помошна рамнина Σ од праменот на тој начин што нејзината коса хори-

зонтална трага е сврзницата $\bar{A}\bar{P}_1=\bar{s}_1$ чиј пресек со x-оската го спојуваме со $\bar{P}_2$ па ја добиваме фронтална трага s_2.Трагата s_2 го сече триаголникот $\bar{H}\,\bar{I}\,\bar{J}$ во точките I и II а рамнината Σ -обвивката на тристраната пирамида во две изводници $I\bar{T}$ и $II\bar{T}$,додека работ $\bar{A}\bar{V}$ во бараните продорни точки $\bar{1}$ и $\bar{2}$ што се невидливи.Според таа постапка ги одредуваме продорните точки $\bar{3},\bar{4}$ и $\bar{5},\bar{6}$ на соодветните рабови $\bar{B}\bar{V}$ и $\bar{E}\bar{V}$.При тоа установуваме дека бочните рабови $\bar{C}\bar{V}$ и $\bar{D}\bar{V}$ не продираат низ тристраната пирамида а се наоѓаат пред неа,поради што се видливи,додека работ $\bar{F}\bar{V}$ што исто така не продира е зад тристраната пирамида и по целата негова должина е невидлив.

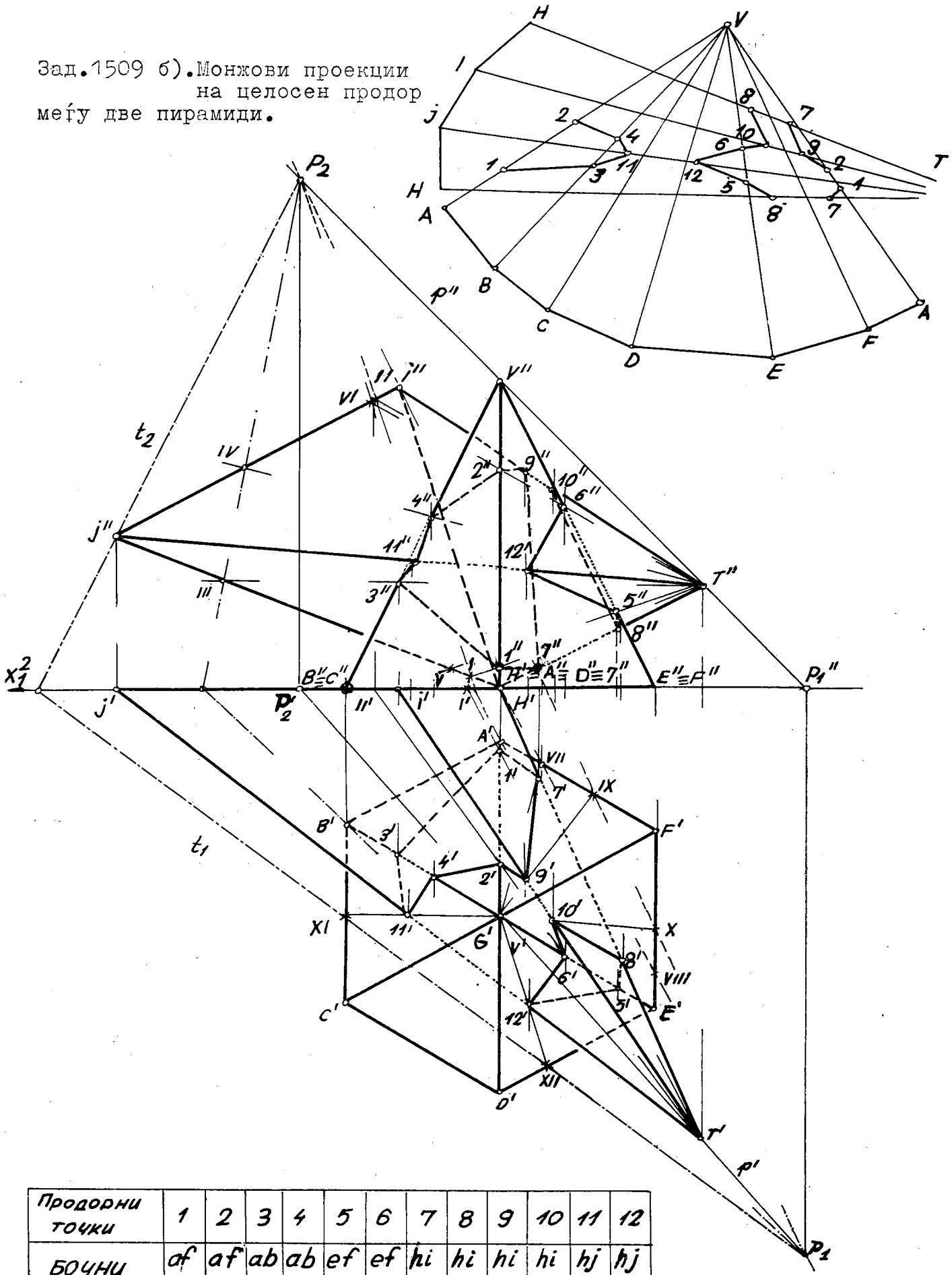
Конструираме помошна рамнина T низ околниот раб $\bar{J}\,\bar{I}$,чија фронтална трага t_2 е сврзницата $\bar{J}\bar{P}_2$,која во продолжението ја сече x-оската и споена со $\bar{P}_1$ ја дава нејзината коса хоризонтална трага $\bar{t}_1$.Таа трага го сече шестаголникот $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}\bar{F}$ во пресечните видливи точки XI и XII,оттаму лесно се наоѓаат видливите продорни точки $\bar{11}$ и $\bar{12}$.На ист начин постапуваме и за другите два раба $\bar{H}\bar{T}$ и $\bar{I}\,\bar{T}$,односно за одредување на нивните продорни точки.Добиваме дека трите бочни рабови на тристраната пирамида ја продираат шестостраната пирамида во целосен продор,така што продорниот полигон се состои од две оделни затворени искршени линии. Редоследот на сврзувањето на продорните точки е даден на следната презентирана слика-задача 1509 б),и тоа упростено графички во десниот горен агол и табеларно во левиот долен дел.

1509 б).Цртаме придружени ортогонални проекции на двете пирамиди,ја конструираме сврзницата $\underline{p}$ на двата врва од пирамидите: $p'=V'T'$ и $p''=V''T''$,со одредување на нејзините прободи P_1 и P_2.

Оваа задача е решена во косата проекција ; со употреба на истиот метод го наоѓаме продорниот многуаголник што се состои од два дела,во двете проекции.

ВИДЛИВОСТ констатираме одделно за секоја проекција при добивањето на продорните точки.Нивното сврзување во видливите соседни или невидливите отсечки што го омеѓуваат продорниот полигон,зависат од тоа дали тие се пресек на по две видливи бочни страни на двете пирамиди или доволно е една од двете страни да е невидлива. Така пресечката $7'9'$ е видлива зашто лежи на видливите бочни страни $\bar{A}\bar{V}'$ и $H'I'T'$, додека сврзницата $1'7'$ е невидлива зашто припаѓа на невидливата бочна страна $H'J'T'$.Раководејќи се од таа размисла исцртана е дефинитивната видливост во хоризонталната и фронталната проекција.

Зад.1509 б). Монжови проекции на целосен продор меѓу две пирамиди.



Продорни точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
БОЧНИ СТРАНИ	af	af	ab	ab	ef	ef	hi	hi	hi	hi	hj	hj
	ab	ab	bc	bc	de	de	hj	hj	ij	ij	ij	ij
	hj	ij	hj	ij	hj	ij	af	ef	af	ef	bc	de

Ред на сврзување: 1–7–9–2–4–11–3–1.
и одделно 5–8–10–6–12–5.

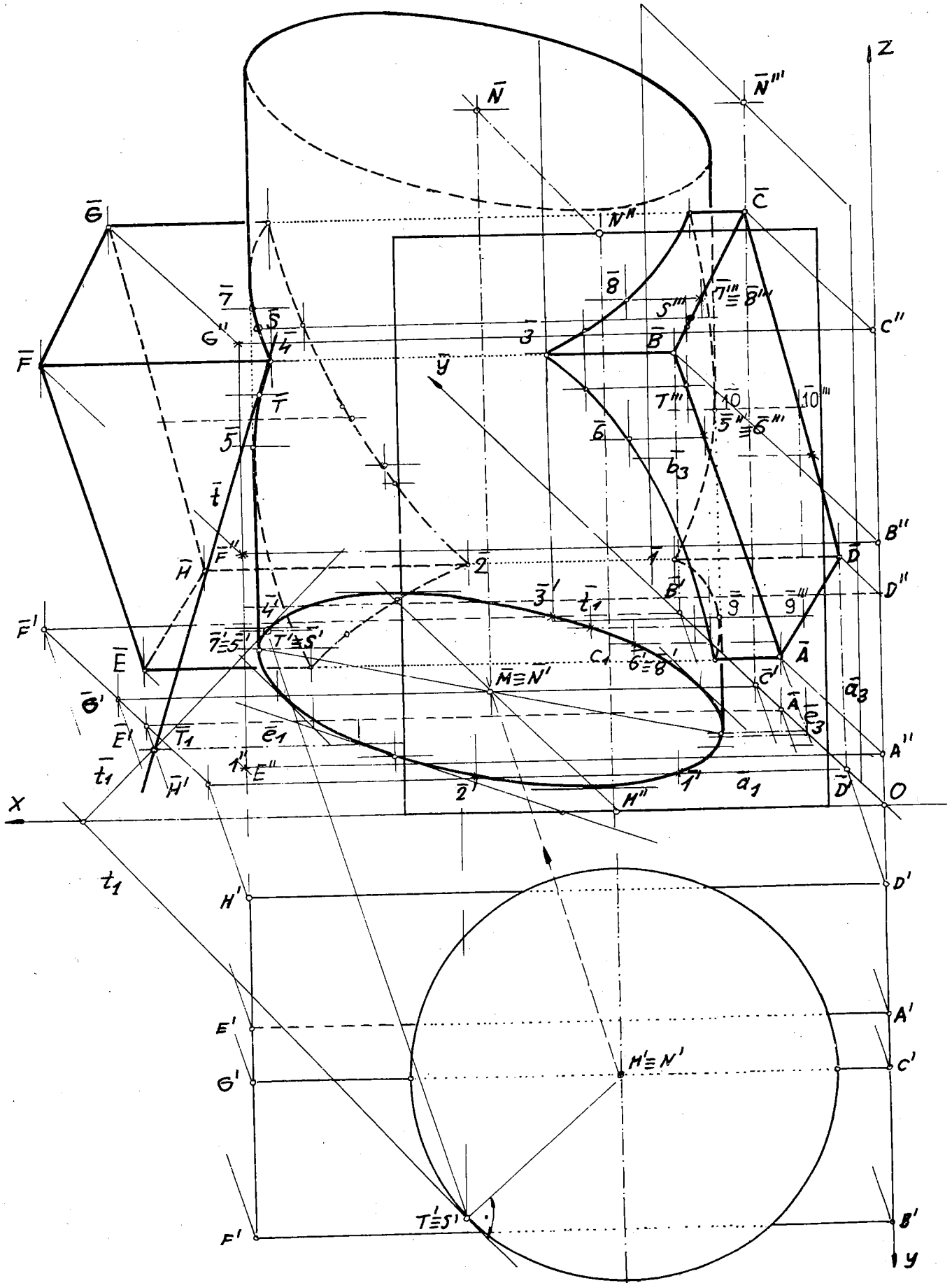
1519 а). Зададени се исправена четиристрана призма со профилни основи и ротационен цилиндар кој има хоризонтални основи, во моњжови проекции. Нацртани се нивните коси проекции, при $\varphi=315^{\circ}$ и $k=3/4$, како и косата хоризонтална проекција на призмата и косата профилна проекција на цилиндарот.

РЕШЕНИЕ. Го користиме методот паралелни фронтални рамнини за да го одредиме меѓусебниот продор на телата. Од нивната положба се уочува дека бочните страни наполно го продираат цилиндарот и не се паралелни со неговата оска, затоа тие него го сечат во делови од елипси, кои ја определуваат продорната крива, која пак се состои од два одделни дела.

Прво, поставуваме помошни рамнини низ бочните рабови на исправената призма, кои ротациониот цилиндар го сечат во изводници. Така низ десното теме $\bar{D}$ што лежи во Π_3 конструираме коса профилна трага $\bar{a}_3$ // z-оската и во точката $\bar{D}'$ цртаме коса хоризонтална трага $\bar{a}_1$ // x-оската, која ја сече долната основа на цилиндарот во пресечните точки $\bar{1}'$ и $\bar{2}'$. Помошната рамнина $A/\bar{a}_1, \bar{a}_2/$ ја сече обвивката на дадениот цилиндар во невидливите изводници $\bar{1}'\bar{1}$ и $\bar{2}'\bar{2}$, додека земениот бочен раб $\bar{D}\bar{H}$ во продорните невидливи точки $\bar{1}$ и $\bar{2}$. Оваа постапка ја повторуваме и за другите три бочни рабови со наоѓање на нивните продорни точки, истовремено одредувајќи ја видливоста на заедничките точки и на деловите на рабовите од нив кон едното и другото теме на призмата.

Второ, конструираме помошни рамнини на споменатиот прамен фронтални рамнини кои содржат извесен број изводници на цилиндарот: задолжително низ контурните изводници на цилиндарот во косава проекција и низ неколку обични изводници што се наоѓаат помеѓу бочните рабови од призмата. Во подножната точка $\bar{5}'\equiv\bar{7}'$ на левата контурна изводница повлекуваме коса хоризонтална трага паралелна со x-оската и на неа придружената коса профилна трага, која го сече четириаголникот $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ во видливите точки $\bar{5}'''$ и $\bar{7}'''$, рамнината ја пресекува обвивката на призмата во видливите изводници $\bar{5}'''\bar{5}$ и $\bar{7}'''\bar{7}$, додека односната контурна изводница од цилиндарот во продорните видливи точки $\bar{5}$ и $\bar{7}$. Под точката $\bar{5}$ и над точката $\bar{7}$ делови од таа изводница се извлечени со полни дебели линии. Оваа помошна рамнина го сече цилиндарот во видливата изводница $\bar{6}'\bar{6}$, неа ја користиме да одредиме уште две продорни видливи точки $\bar{6}$ и $\bar{8}$, кои лежат на претходните изводници од призмата со продорните точки $\bar{5}$ и $\bar{7}$.

СВРЗУВАЊЕТО на добиентите ПРОДОРНИ ТОЧКИ го извршуваме со набљудување одделно на секоја бочна страна на призмата, каде што делот на продорната крива е претставен со дел од елипса (елиптичен лак) -пресечна крива на цилиндарот со односната бочна страна на призмата, која е омеѓена со две продорни точки на двата бочни



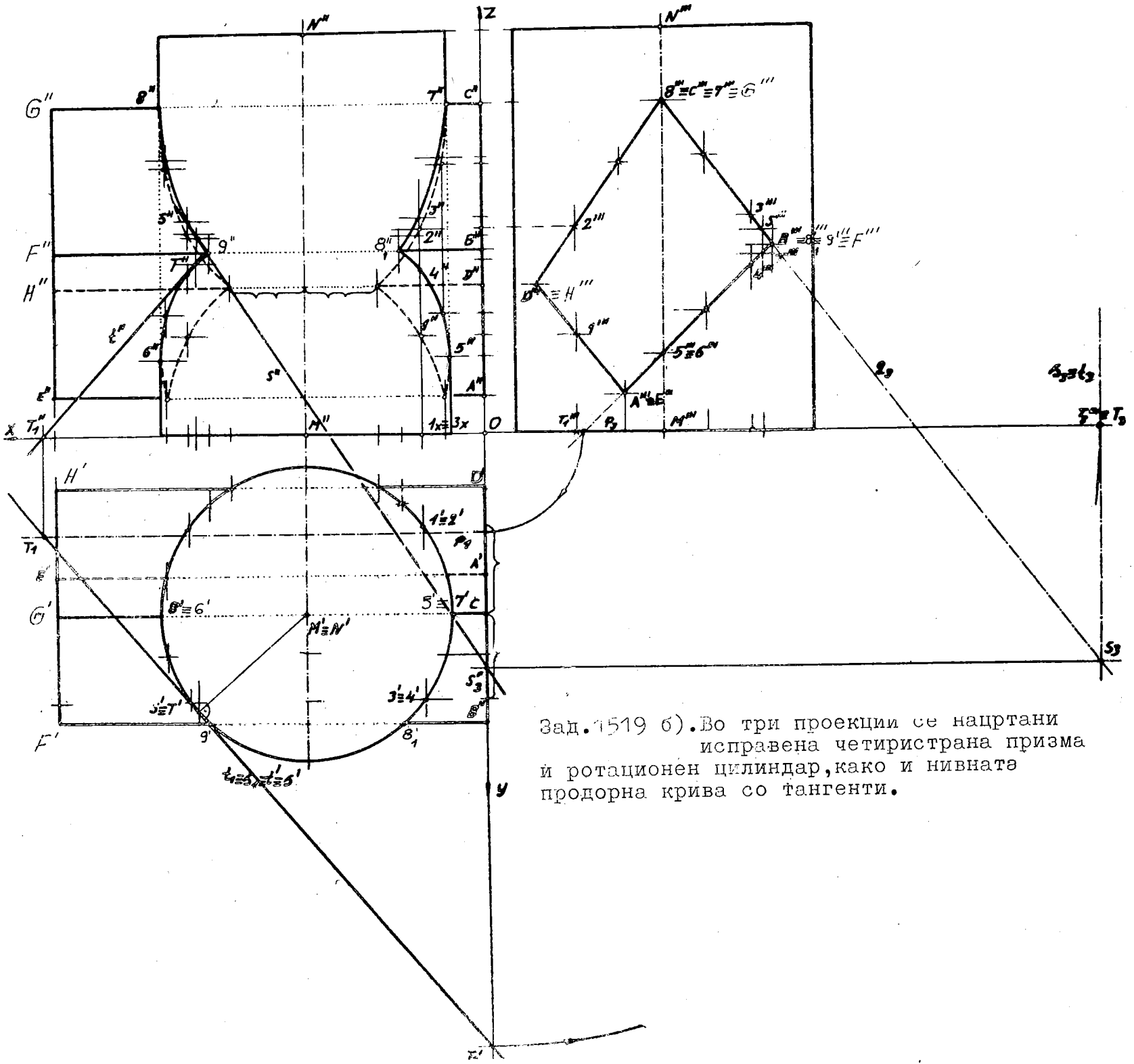
Зад.1519 а).Претставен е продор на ротационен цилиндар и исправена четиристрана призма во коса проекција.

раба.Такви елиптични лакови постојат четири колку што постојат бочни страни на призмата и тоа влезни и ист број излезни,кои ја составуваат приближно нацртаната продорна крива од два одделни дела.Нејзиното цртање се подобрува со конструирање тангенти во допирни точки на кривата.

На предната обвивка на цилиндарот ги наоѓаме точките S и T за x=80 мм од продорната крива со нивните хоризонтални проекции $S' \equiv T'$,преку рамнински перспективен афинитет (афина оска е x-оската и кореспондентен пар точки $M', \bar{M}$) го одредуваме $\bar{S}' \equiv \bar{T}'$,а оттаму и допирните точки $\bar{S}$ и $\bar{T}$.Конструираме ТАНГЕНТА $\bar{t}$ во точката T како пресек на тангентна рамнина во допирната точка на цилиндарот и со рамнината на бочната страна $\bar{A}\bar{B}\bar{F}\bar{E}$ на која што таа припаѓа,чии траги се $\bar{e}_3 = \bar{A}\bar{B}$ и $\bar{e}_1$.Во точката $\bar{T}'$ повлекуваме тангента на основата (елипсата) со центарот $\bar{M}$ со помош на споменатиот перспективен афинитет во точката $\bar{T}'$ цртаме тангента t_1 а оттаму и $\bar{t}_1$,која е коса хоризонтална трага на тангентната рамнина.Бараната тангента $\bar{t}$ е сврзница на дадената допирна точка $\bar{T}$ и пресечната точка $\bar{T}_1$ на трагите $\bar{t}_1$ со $\bar{e}_1$.

ВИДЛИВОСТА се засновува на употребениот агол на отклонувањето $\varphi = 315^\circ$,кој дефинира поглед оддолу и од десната страна,така што изводниците на цилиндарот што припаѓаат во предниот негов дел на обвивката се видливи,а исто така и изводниците на предните бочни страни на призмата $\bar{A}\bar{B}\bar{F}\bar{E}$ и $\bar{B}\bar{C}\bar{G}\bar{F}$.

1519 6).На приложениот цртеж со нешто намалени големини е конструиран меѓусебен продор на призма со цилиндар во три проекции,кој директно се јавува во хоризонталната проекција како два кружни лака (влезен и излезен) и во профилната проекција во четири отсечки што се основни рабови на исправената четиристрана призма . Останува да се одреди продорната дводелна крива во фронталната проекција со употреба на прамен паралелни фронтални рамнини,кои ги повлекуваме во профилна и во хоризонтална проекција низ бочните рабови на призмата,контурните изводници на цилиндарот во фронтална контура и уште неколку обични изводници на цилиндарот.Така низ точката C повлекуваме профилна трага паралелна со z-оската и соодветно низ C нејзината хоризонтална трага паралелна со x-оската,помошната рамнина ги пресекува двете тела во изводници,кои меѓусебно се сечат во продорните точки 7'' и 8'',5'' и 6''. ТАНГЕНТИ во точките $S(S', S'', S''')$ и $T(T', T'', T''')$ на продорната крива.Поставуваме тангентни рамнини $T/t_1 t_2/$ и $\Sigma/s_1, s_2/$ на ротационниот цилиндар и ги наоѓаме профилните траги p_3 и q_3 на бочните страни ABFE и BCGF од призмата.Бараната тангента $\underline{t}$ е сврзница на точките T и T_1: $t' = T'T_1'$ ($T_1' t_1' \equiv p_1$), $t'' = T''T_1''$ и $t''' = T'''T_1'''$.На аналоген начин доаѓаме и до тангентата $\underline{s}$ како сврзница на точките S и S_3: $s''' = S'''S_3$, $s' = S'S_3'$ и $s'' = S''S_3''$.



Зад.1519 б). Во три проекции се нацртани исправена четиристрана призма и ротационен цилиндар, како и нивната продорна крива со тангенти.

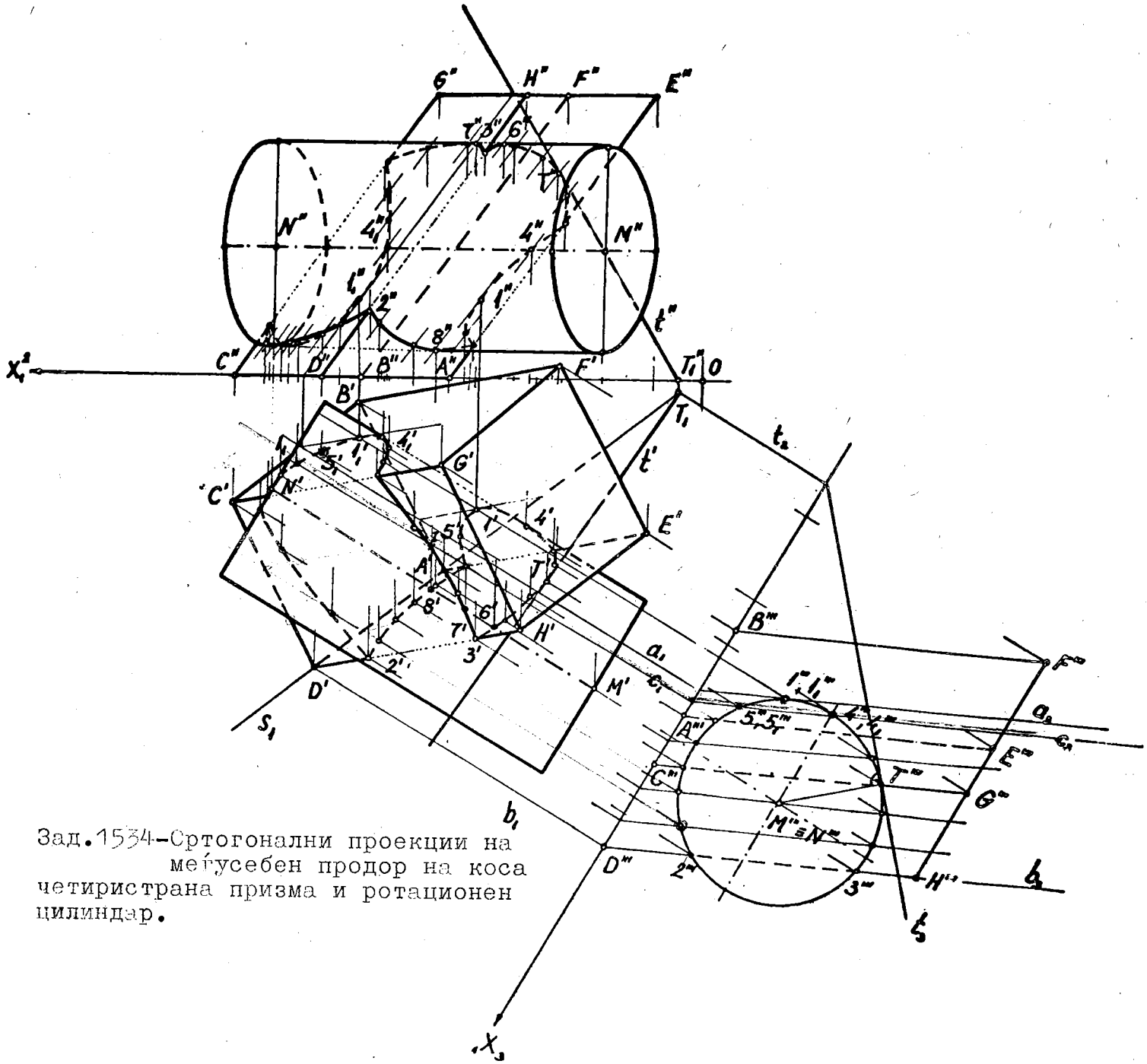
ВИДЛИВОСТА во фронталната проекција најлесно се установува со набљудување преку профилната проекција :се гледа десната предна обвивка на цилиндарот и десните предни бочни страни ABFE и BCGF на призмата.Заеднички видлив дел на телата ќе биде оној чии профилни проекции лежат на искршената линија $C'''B'''5'''=G'''F'''6'''$,така што во фронталната проекција видливи се овие делови од продорната крива $5''4''8''_1 3''7''$ и $6''7''9''5''8''$.

1534.Определени се коса четиристрана призма со хоризонтални основи и ротационен цилиндар чија оска е хоризонтална,во проекции.Да се конструира нивниот продор и тангента во допирна точка на продорната крива.

Во ортогонални проекции ротационен цилиндар може секогаш да се доведе со проектирање во специјална положба,имено целото тело со двете основи и меѓу нив обвивката да се совпаѓа со основата.

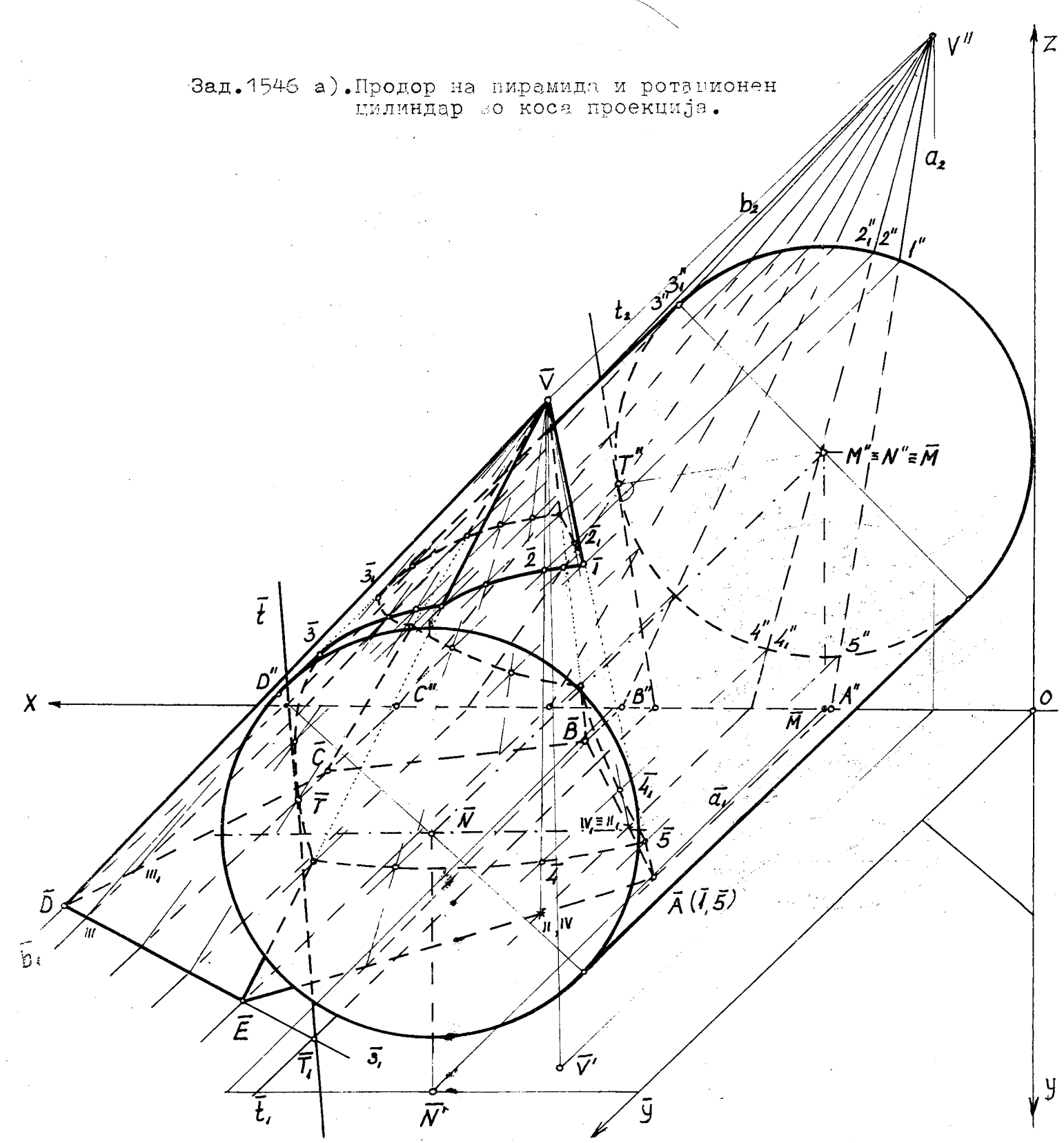
РЕШЕНИЕ.Со помошна проекциона рамнина $\Pi_3 \perp MN$ и уште $\Pi_3 \perp \Pi_1$,т.е. $_1x_3 \perp M'N'$, тогаш третата проекција на ротациониот цилиндар е круг со центар M'''.Ја наоѓаме и третата проекција на косата призма.Заеднички продорен дел на обете тела во трета проекција е кружниот лак $2'''1'''3'''$,тоа покажува дека продорот е нецелосен и продортата крива е од еден дел.Таа се состои од делови на елипси.Користејќи прамен од помошни рамнини (паралелни со бочните рабови на призмата),кои се третопроектирачки,ги одредуваме хоризонталните проекции на продорните точки преку изводниците на цилиндарот и на косата призма со истовремено обележување на нивната видливост.Понатаму,од овие точки на ординалите до фронталните проекции на соодветните изводници ги добиваме нивните проекции,се разбира,корисно е истовремено да се назначува видливоста на продорните (заедничките) точки.

Сето ова и конструкцијата на тангентата во произволната точка на таа крива подробно е покажано на презентираната слика,која е нешто намалена со нејзиното пресликување.



Зад.1534-Ортогонални проекции на меѓусебен продор на коса четиристрана призма и ротационен цилиндар.

Зад.1546 а).Продор на пирамида и ротационен цилиндар во коса проекција.



1546 а)Дефинирани се петострана пирамида **ABCDEV**со хоризонтален базис и ротационен цилиндар кој има фронтални основи.Тие се нацртани во коса проекција,при следниве податоци $\varphi = 45^{\circ}$ и к=3/4,а исто така фронтална проекција на пирамидата и коса хоризонтална проекција на цилиндарот.Се бара нивната продорна крива и во нејзината произволна точка да се конструира тангента.

Продорот на пирамидата и цилиндарот го одредуваме со генералната постапка - прамен помошни рамнини со носител права,која минува низ врвот V на пирамидата и е паралелна со оската MN на цилиндарот;овие рамнини ги сечат двете тела во изводници.

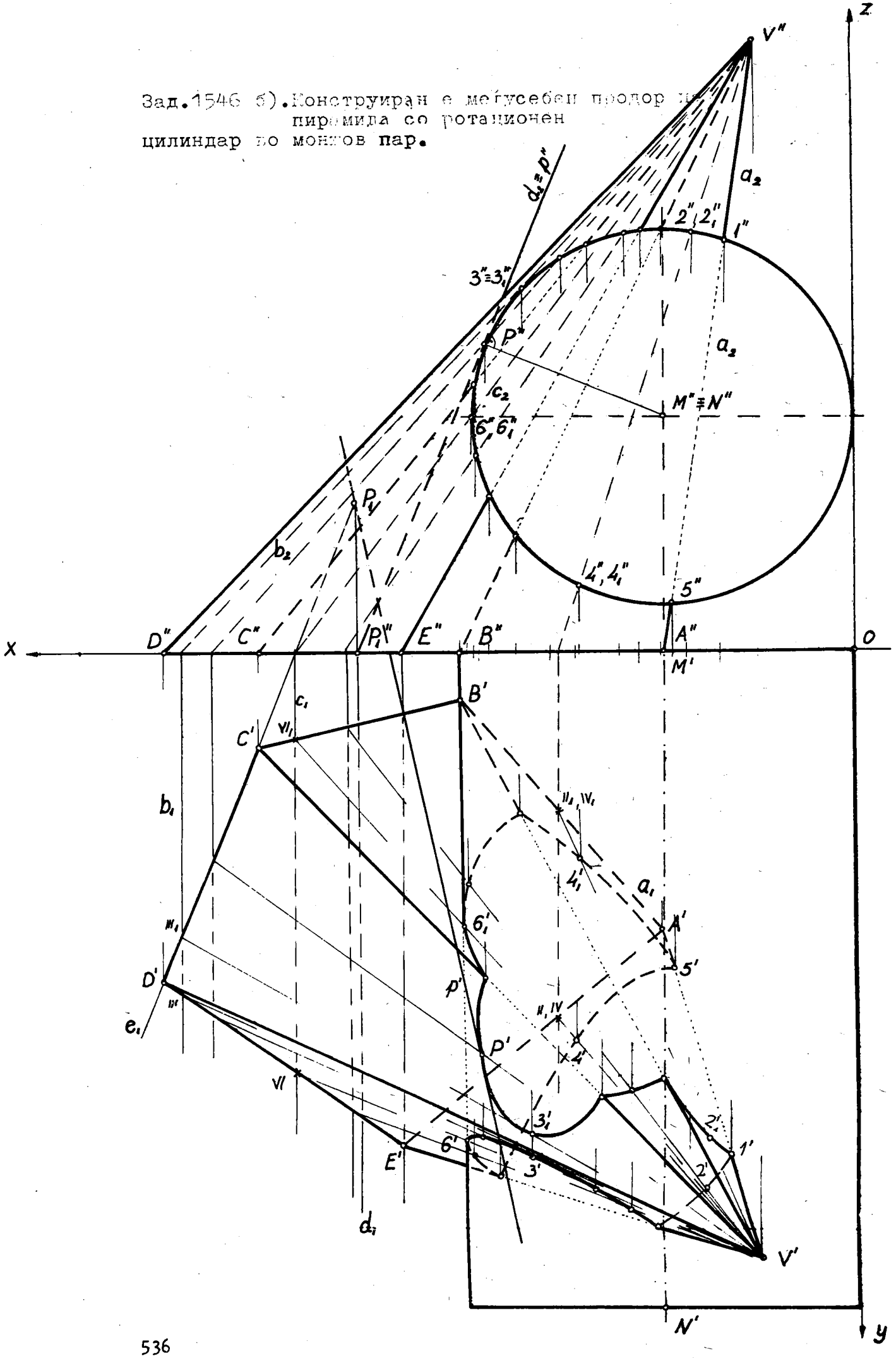
КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Низ врвот V минува права паралелна со оската $\bar{y}$ и ја продира Π (Π_2) во точката V'', која припаѓа на сите фронтални траги на помошни фронталнопроектирачки рамнини. Ги наоѓаме продорните точки на бочните рабови од пирамидата низ цилиндарот, имено низ $A''V''=a_2$ и $A \in \bar{a}_1 \,//\, \bar{y}$-оската, при тоа трагата a_2 ја сече задната основа во точките $1''$ (видлива) и $5''$ (невидлива), помошната рамнина A ја пресекува обвивката на цилиндарот во изводниците $1''\bar{1}$ и $5''\bar{5}$, додека бочниот раб $\bar{A}\bar{V}$ во продорните точки $\bar{1}$ и $\bar{5}$. Оваа постапка ја повторуваме за другите бочни рабови. Установуваме дека работ $\bar{D}\bar{V}$ не го продира цилиндарот, се наоѓа пред него, поради што по целата должина е видлив. Од V'' кон кругот со центар $M''\equiv\bar{M}$ ја конструираме левата тангента $V''3''=b_2$, низ неа поставуваме тангентна рамнина B со трагите b_2 и $\bar{b}_1$, која го сече петаголникот $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}$ во пресечните точки III_1 (невидлива) и III (видлива), обвивката на пирамидата во изводниците $III_1\bar{V}$ и $III\,\bar{V}$, додека допирната (двојната) изводница на цилиндарот во продорните точки $\bar{3}_1$ и $\bar{3}$. Рамнината B во овој случај се совпаѓа со помошната рамнина што треба задолжително да ја содржи левата контурна изводница на косата контура од цилиндарот. Понатаму продолжуваме со конструирање фронталнопроектирачки рамнини низ обични изводници на цилиндарот, одредувајќи ги нивните продорни точки со пирамидата и истовремено обележувајќи ја потребната видливост. Постои и дел од цилиндарот што е надвор од пирамидата, поради тоа имаме задир меѓу телата, а продорната крива е од еден дел што ја сочинуваат елиптични лакови.

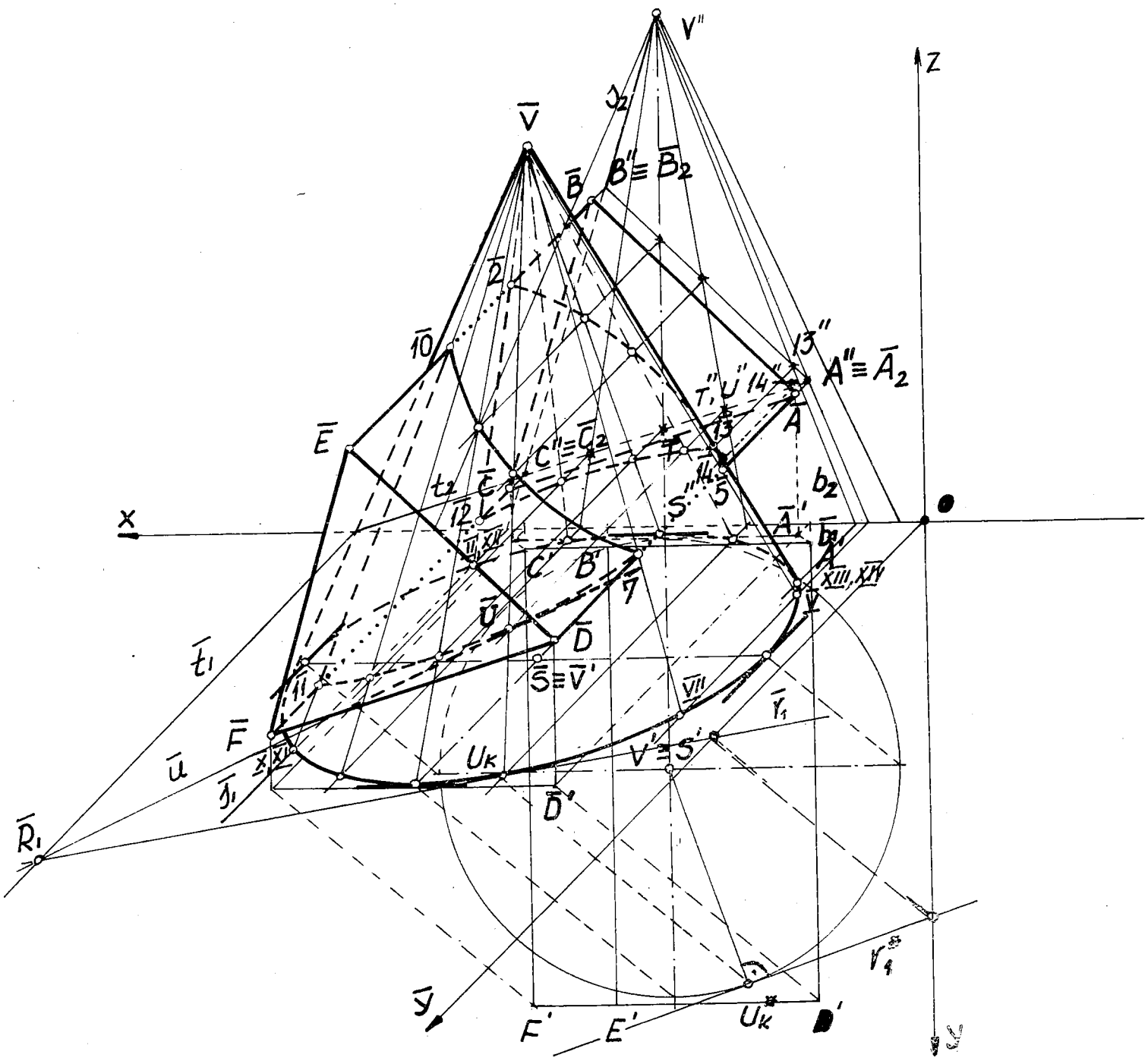
Во произволна избрана точка T на продорната крива, поправо на делот од пресечната елипса што припаѓа на бочната страна $\bar{D}\bar{E}\bar{V}$ од пирамидата, нацртана е тангента $\bar{t}$, како пресечка на рамнината на односната страна со тангентната рамнина на цилиндарот во набљудуваната точка.

1546 6). Продорна крива на петострана пирамида со ротационен цилиндар се состои од елиптични лакови, кои се пресек на бочните страни на пирамидата со обвивката на цилиндарот. Нејзината фронтална проекција се совпаѓа (коинцидира) со дел од фронталната проекција на базисот на цилиндарот, која е претставена со кружниот лак $1''2''3''6''4''5''$.

За да се конструира хоризонтална проекција на продорната крива ја користиме општата постапка изнесена при решавањето на оваа задача во косата проекција, имено со употреба на прамен фронталнопроектирачки рамнини, чии фронтални траги минуваат низ точката V''. Сето ова и одредувањето на тангента $p(p',p'')$ во допирната точка $P(P',P'')$ е детално прикажано на приложениот цртеж.

Зад.1546 б). Конструиран е меѓусебен продор на
пирамида со ротационен
цилиндар по монтов пар.





Сл.1564 а). Одреден е продор на исправена тристрана призма и ротационен конус во коса проекција.

1564 а). Нацртани се во придружени ортогонални проекции исправена тристрана призма со фронтални основи и ротационен конус кој има оска нормална на Π_1. На приложената слика двете тела се претставени во коса проекција ($\varphi=45^\circ$ и $k=3/4$). Бидејќи задната основа $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ на призмата не лежи во Π_2 со продолжување на нејзините бочни рабови и одредување на нивните прободи со Π_2, се доаѓа до триаголникот $\bar{A}_2\bar{B}_2\bar{C}_2$. Дури сега е можно да се употреби праменот фронталнопроектирачки рамнини, кои двете обвивки на телата ги сечат во изводници. Продорната крива е од два дела (призмата наполно продира низ конусот) и се состои од делови на коники (елиптични лакови) и отсечки, кое лесно се установува во фронталната проекција. Така точката

$\bar{B}_2$ ја сврзуваме со V'' се добива фронтална трага s_2 на која се наоѓа и точката $\bar{C}_2$ а понатаму косата хоризонтална трага $\bar{s}_1 // \bar{y}$-оската, го сече базисот на конусот во пресечните точки II,XII и X,XI. Помошната рамнина $\Sigma(\bar{s}_1, s_2)$ низ бочниот раб $\bar{B}\bar{E}$ минува и низ работ $\bar{C}\bar{F}$, поправо се јавува рамнина на бочната страна BEFC што во продолжувањето проаѓа низ врвот $\bar{V}$ на конусот, ја пресекува неговата обвивка во изводниците II $\bar{V}$ и X $\bar{V}$, додека бочните рабови $\bar{B}\bar{E}$ и $\bar{C}\bar{F}$ во продорните точки $\bar{2},\bar{10}$ и $\bar{12},\bar{11}$. Со помошната рамнина низ работ $\bar{A}\bar{D}$ ги наоѓаме продорните точки $\bar{5}$ и $\bar{7}$, кои се видливи.

Понатаму поставуваме помошни рамнини од споменатиот прамен низ контурните изводници на косата контура на конусот и неколку обични изводници. Низ десната подножна точка XIII,XIV на таа контурна изводница повлекуваме коса хоризонтална трага $\bar{b}_1 // \bar{y}$-оската, нејзината пресечна точка со x-оската споена со V'' ја определува фронталната трага b_2, која го сече триаголникот $\bar{A}_2\bar{B}_2\bar{C}_2$ во две пресечни точки $13''$(видлива) и $14''$(невидлива). Помошната рамнина ја пресекува обвивката на призмата во изводници што проаѓаат низ точките $13''$ и $14''$ а се паралелни со бочните рабови на призмата, оттаму ги добиваме продорните точки $\bar{13}$ и $\bar{14}$.

По одредување продорни точки врз неколку изводници на конусот што се наоѓаат меѓу бочните рабови на призмата, пристапуваме кон СВРЗУВАЊЕТО на добиените заеднички точки во продорната крива, поаѓајќи од фактот дека соединуваме точки што лежат на соседни изводници и на една иста бочна страна. Заедничката крива на двете површини се состои од два одделни затворени дела, едниот од кои задната основа на призмата и другиот, излезен, што е поврзан со предната нејзина основа. Секој од овие делови на продорната линија почнува со елиптичен лак на бочната страна ABED, продолжува на соседните страни BCFE (отсечки) и $\bar{A}\bar{C}\bar{F}\bar{D}$ (елиптичен лак). ТАНГЕНТА $\bar{u}=\bar{U}\bar{R}_1$ во допирната точка $\bar{U}$ на елиптичниот лак $\bar{7}\bar{U}\bar{1}\bar{1}$ ја одредуваме како пресек на рамнината $T/\bar{t}_1, t_2/$ на бочната страна $\bar{A}\bar{C}\bar{F}\bar{D}$ на призмата, почнувајќи со фронталната трага t_2 и тангентна рамнина $P/T_1, .../$ на конусот по должината на изводницата $U_k\bar{U}\bar{V}$, што е детално прикажано на цртежот.

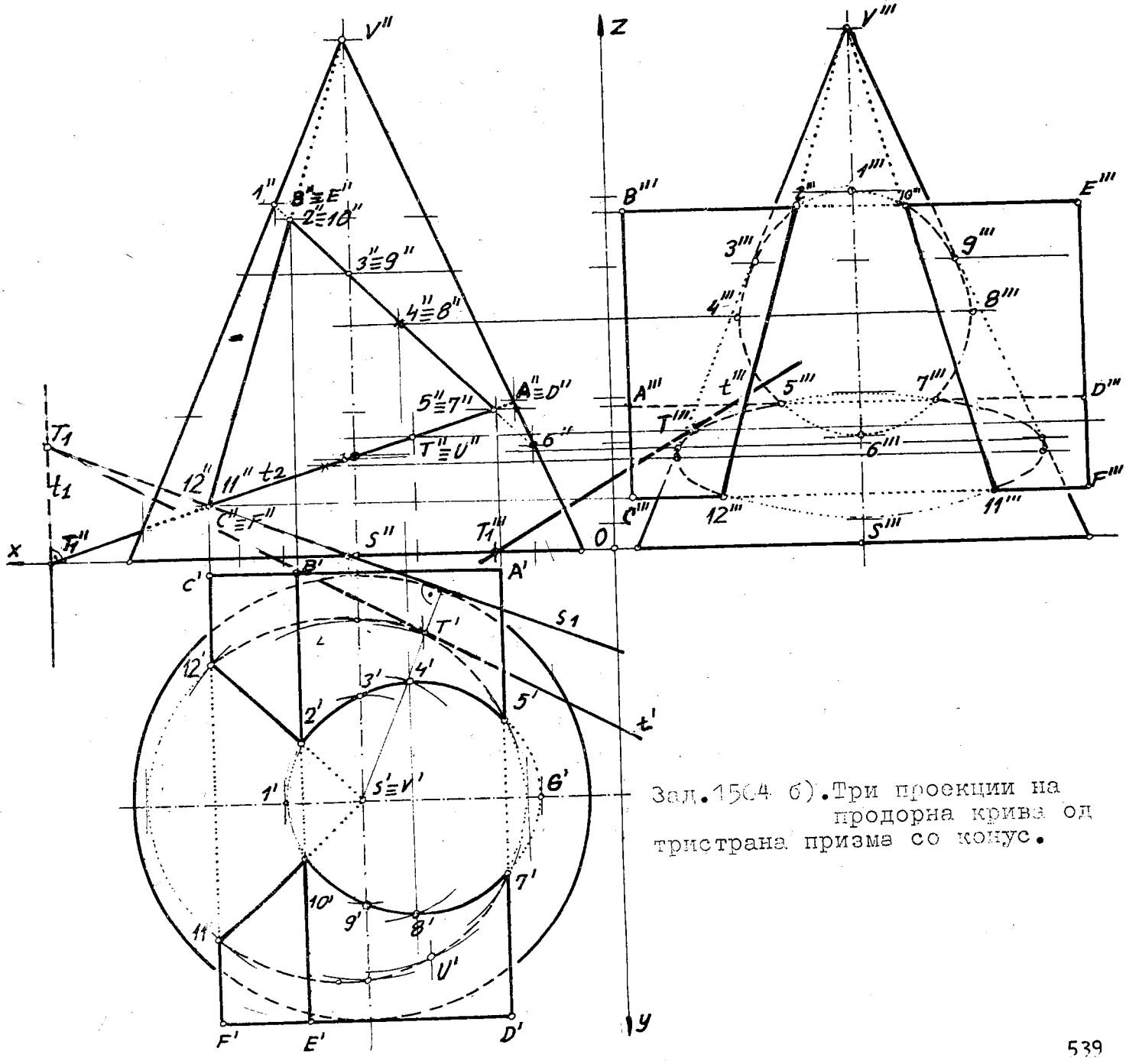
На крајот, продорната крива и делови од телата во косата проекција ги извлекуваме со подебели линии.

1564 6). Позната е продорната крива меѓу обвивките на исправената тристрана призма и ротациониот конус во фронтална проекција. Таа се поклопува со триаголникот $A''B''C''$. Конструирањето на нејзините други проекции-хоризонтална и профилна се засновува на користење прамен од хоризонтални паралелни рамнини низ: темињата

$A''\equiv D''$, $B''\equiv E''$, $C''\equiv F''$,точките $3''\equiv 9''$ и уште неколку точки помеѓу нив. Овие рамнини ги пресекуваат обвивките на ротациониот конус во хоризонтални кружници и исправената призма во изводници што се паралелни со нејзините бочни рабови.

На презентираниот цртеж само во точката T конструирана е тангента $t = TT_1$ на елиптичниот лак од бочната страна ACFD.

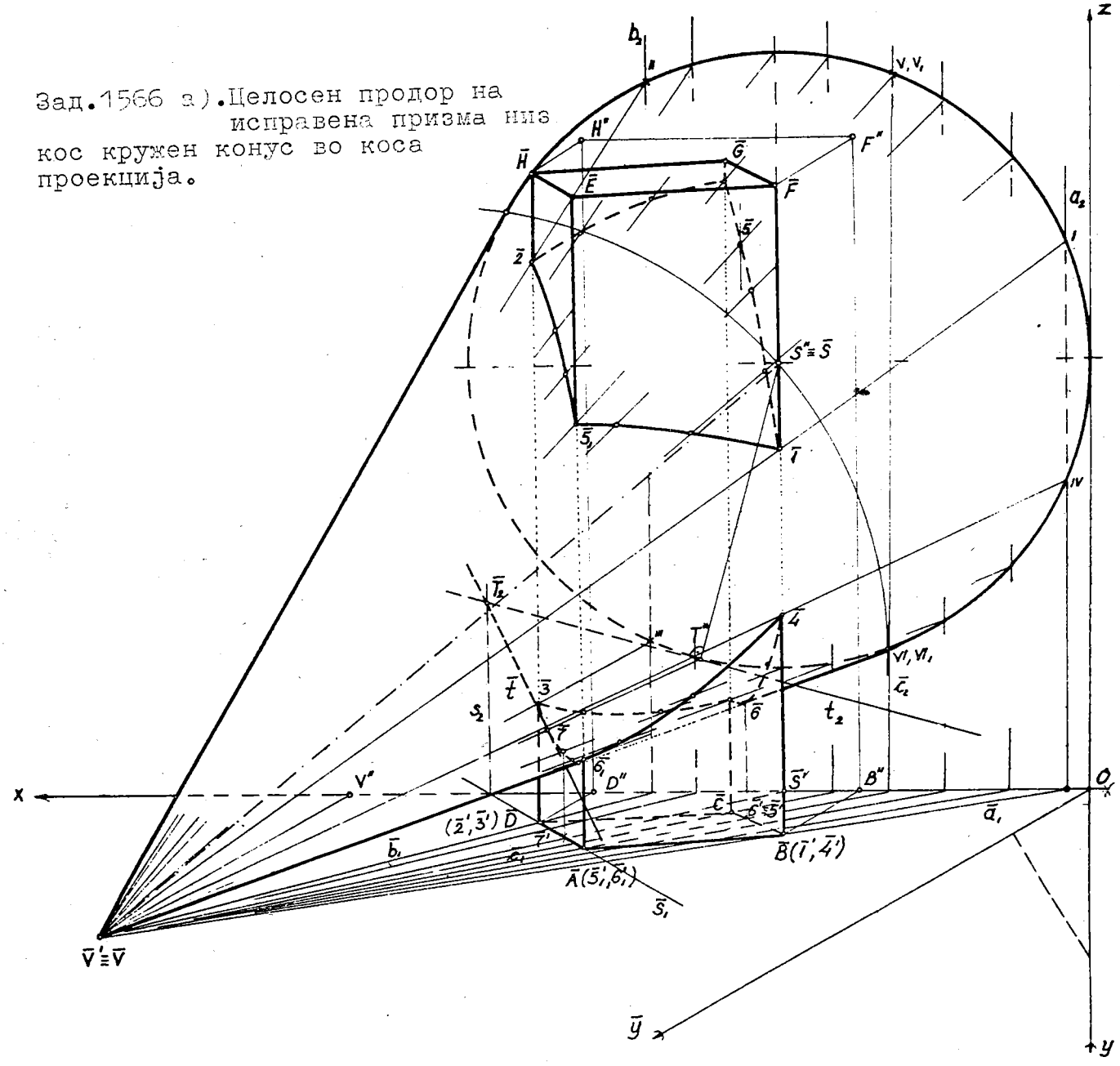
ВИДЛИВОСТА на продорната крива во хоризонталната проекција ја установуваме преку набљудување на фронталната проекција од обете тела, при што се видливи горните бочни страни на призмата ABED и BCFE, односно $5'4'3'2'12'$ и $7'8'9'10'11'$. Во профилната проекција од призмата се гледа страната BCFE, па од кривата се видливи само отсечките $2'''12'''$ и $10'''11'''$.

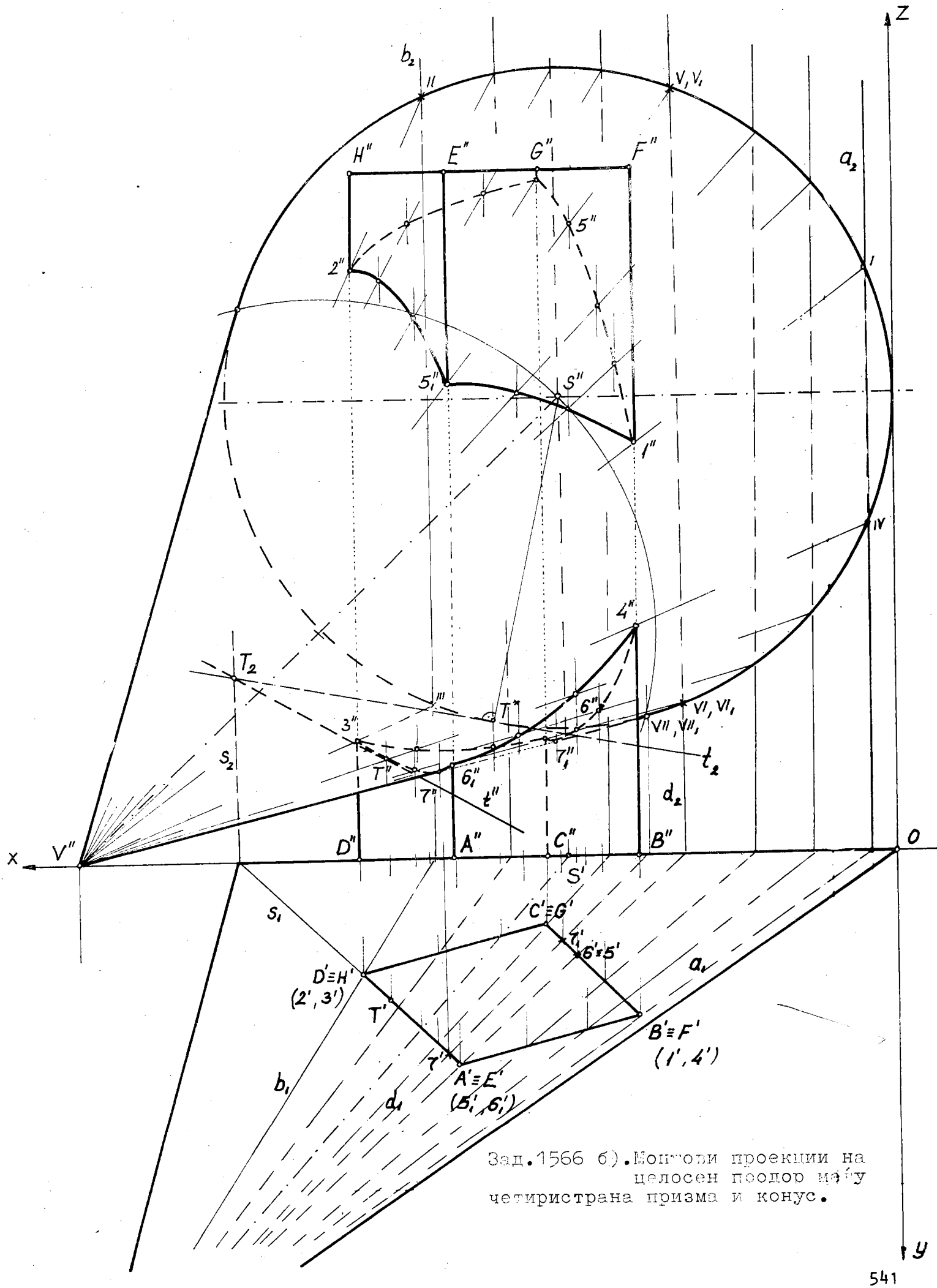


Зад.1564 б). Три проекции на продорна крива од тристрана призма со конус.

1566 а). Претставени се во коса проекција исправена четиристрана призма што има хоризонтални основи и кос кружен конус поставен со основата на Π_2, при следниве податоци $\varphi = 30^\circ$ и $k = 1/2$. Се бара нивниот продор и тангента на продорната крива.

РЕШЕНИЕ. За одредување на продорните точки на бочните рабови од призмата и на извесен број изводници од конусот (задолжително и низ контурните изводници) се употребува генералниот метод - прамен помошни рамнини низ една права, кои во нашиов случај се хоризонталнопроектирачки. Целата таа постапка со конструирање на тангента е детално покажана на сликата, која е нешто намалена.





Зад.1566 б). Монтови проекции на целосен поодор меѓу четиристрана призма и конус.

1566 б).Дефинирани се исправена четиристрана призма со хоризонтални основи и кос кружен конус чија основа лежи во Π_2,во придружени проекции.Да се нацрта нивната продорна крива и тангента во една нејзината точка.

Хоризонтална проекција на продорната двогранкова крива непосредно се јавува во истоимената проекција на призмата.Останува да се најде нејзината фронтална проекција со користење прамен хоризонталнопроектирачки рамнини,кои обвивките на двете тела ги сечат во изводници.

Сето ова и одредувањето на тангентата е успешно изведено на презентираниот цртеж.

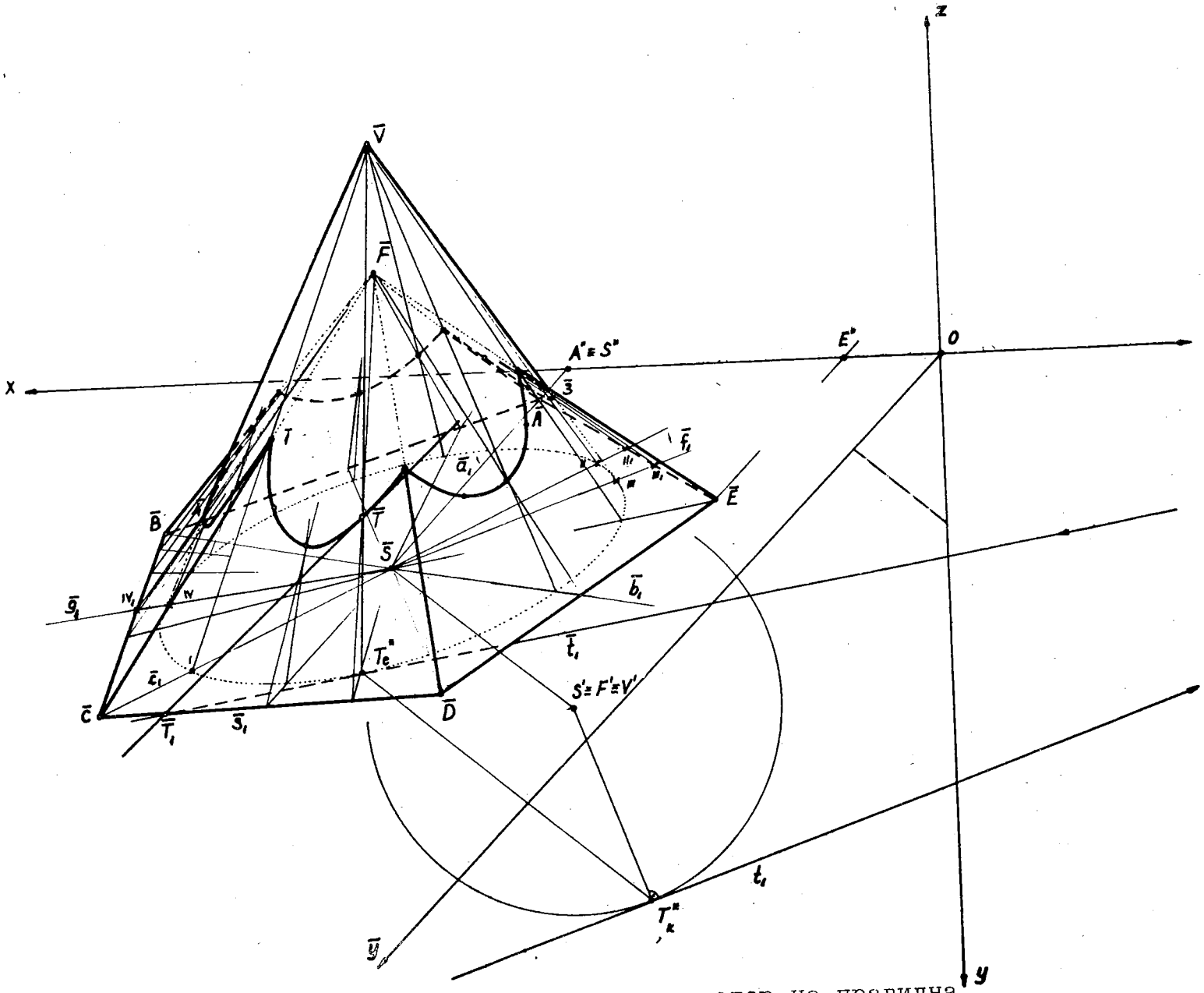
1571 а).Директно во коса проекција ($\varphi=45^{\circ}$ и к =3/4) се нацртани правилна петострана пирамида и низ нејзината висина $\bar{S}\bar{F}$ минува оска на ротационен конус $\bar{S}\bar{V}$, кои со нивните основи се поставени во Π_1,со користење на координати на точки што ги одредуваме во ортогонални проекции.Да се прикаже заемната продорна крива на двете тела со тангента во нејзината произволна допирна точка.

РЕШЕНИЕ.Низ сврзницата $\bar{F}\bar{V}$ минува прамен хоризонталнопроектирачки рамнини ($\perp\Pi_1$), кои двете тела,односно нивните обвивки ги сечат во изводници.Тука се потребни само нивните хоризонтални траги.Прво,поставуваме помошни рамнини низ бочните рабови на пирамидата.Така за барање продор на работ $\bar{C}\bar{F}$ низ конусот ,ја сврзуваме точката $\bar{C}$ со $\bar{S}$,при што се добива коса хоризонтална трага $\bar{c}_1$,која основата на конусот ја сече во точката I,а нејзиното продолжение преку $\bar{S}$ го користиме за пресечната точка II, помошната рамнина ја пресекува обвивката на конусот во две изводници IV(видлива) и IIV(невидлива),додека работ $\bar{C}\bar{F}$ во продорната влезна точка $\bar{1}$,а нему симетричниот раб $II_1\bar{F}$ во невидлива пророрна точка.

Второ,конструираме помошни рамнини низ контурните изводници на косата контура на конусот и неколку обични изводници. Подножната точка IV на левата контурна изводница IV $\bar{V}$ ја сврзуваме со $\bar{S}$,се добива трага $\bar{s}_1$ што го сече петаголникот во видливата пресечна точка IV_1,помошната рамнина ја пресекува бочната страна $\bar{B}\bar{C}\bar{F}$ од пирамидата во изводница $IV_1\bar{F}$,додека таа ја сече контурната изводница IV $\bar{V}$ во продорната видлива точка $\bar{4}$.

Сврзувањето на најдените точки што припаѓаат на продорната крива се врши со набљудување,под услов да лежат на соседни изводници од конусот и на иста бочна страна од пирамидата.

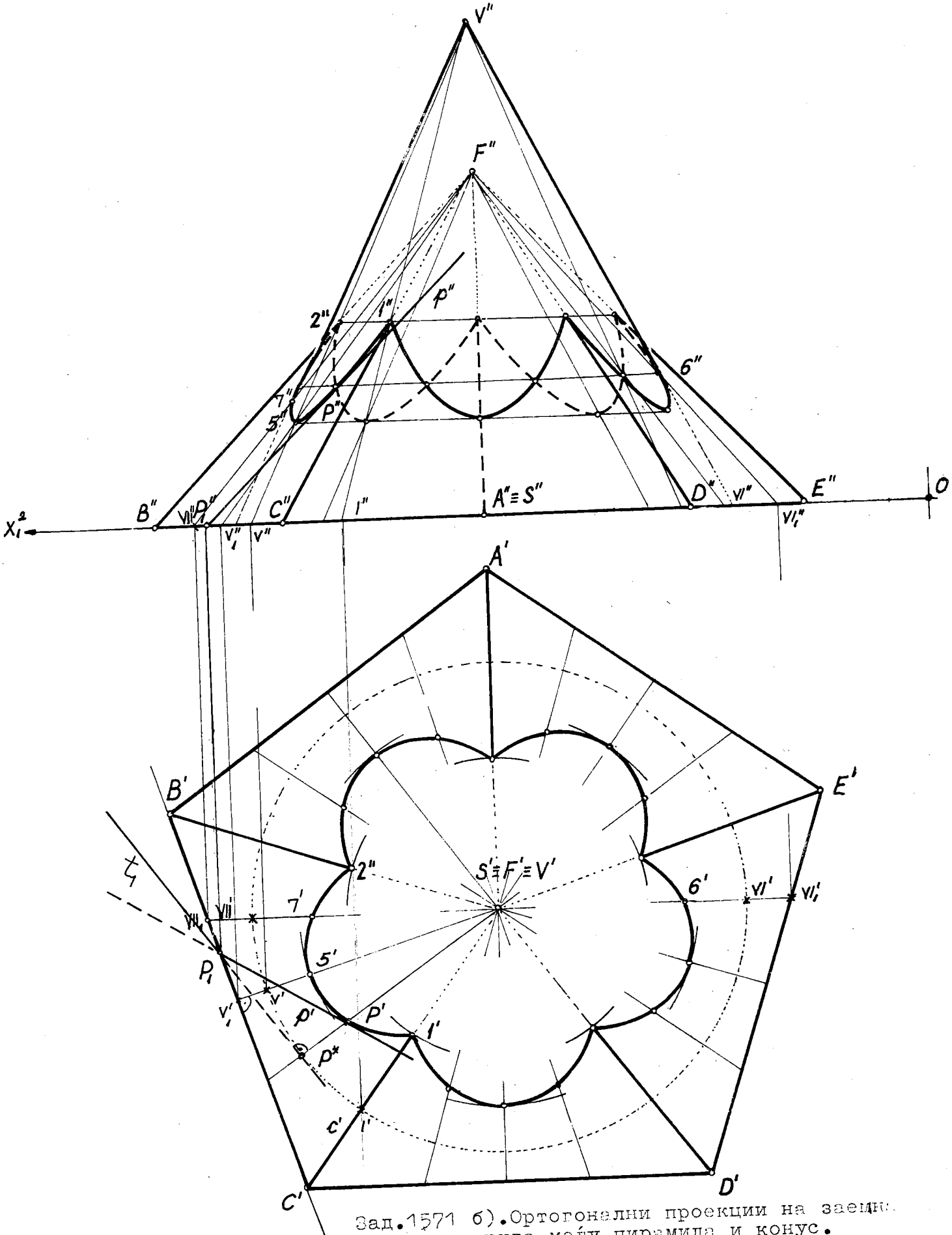
На приложениот цртеж (нешто намален) е евидентен начинот на конструирање тангента во некоја точка T на продорната крива,која е составена од 5 елиптични лакови.



Зад.1571 а). Во коса проекција е нацртан продор на правилна петострана пирамида и коаксијално поставен ротационен конус.

1571 б). Дефинирани се две тела правилна петострана пирамида и ротационен конус со коаксијална површина со основи поставени во Π_1. Да се конструира нивната продорна крива и тангента во некоја нејзина точка.

Задачава ја решаваме со употреба на методот презентиран во претходната зад. 1571 а). Така низ бочниот раб CF поставуваме помошна хоризонталнопроектирачка рамнина што е нормална на Π_1, обвивката на пирамидата ја пресекува во два раба, од кои еден е CF, а обвивката на конусот во две изводници, од кои едната е I V, нивните фронтални проекции $C''F''$ и $1''V''$ се сечат во продорната точка $1''$ и на ординалата до $C'V'$ е нејзината хоризонтална проекција $1'$. Бидејќи бочните страни на правилната пирамида градат ист прв наклонет агол, тие го сечат коаксијалниот ротационен конус во пет складни (конгруентни) делови од елипса, поради што петте бочни рабови го продираат конусот во точки со иста висина. На висината од точката 1 (втора ордината z_1) повлекуваме паралелна права со х-оската, на неа а во пресек со другите четири бочни рабови се наоѓаат фронталните проекции на нивните продорни точки. Хоризонталните проекции на овие точки може да ги одредиме со пренесување на должината $\overline{C'1'}$ ($\overline{S'1'}$) на другите четири еднакви околни рабови. Тие рабови највисоко навлегуваат во конусот. Ако бараме нејзиски точки на елиптичните лакови треба да употребиме хоризонталнопроектирачки рамнини низ FV што се нормални на основните рабови на пирамидата. Така поставуваме хоризонтална трага - полуправа $S'V_1'$, која го сече базисот на конусот во точката V', помошната рамнина - обвивките на двете тела во изводницата V_1F на пирамидата и изводницата V V на конусот, кои во фронталната проекција $V_1''F''$ и $V''V''$ се сечат во најниската продорна точка $5''$, а на ординалата до $V_1'F'$ се наоѓа нејзината хоризонтална проекција $5'$. Понатаму земаме помошни рамнини лево и десно за ист агол во однос на изводницата на која лежи најниската точка $5'$ со цртање на нивните хоризонтални траги. Тоа е покажано при наоѓање на продорната точка $P(P'',P')$. Задолжително треба да се одредат продорните точки што припаѓаат на контурните изводници VI V и VII V на фронталната контура на конусот. Низ нив конструираме хоризонталнопроектирачки рамнини кои ја пресекуваат обвивката на пирамидата во изводниците VI_1F и VII_1F а тие ги сечат споменативе изводници на конусот VI V и VII V во продорните точки 6 и 7, кои ги наоѓаме преку нивните фронтални проекции $6''=VI''V''\cap VI_1''F''$ и $7''=VII''V''\cap VII_1''F''$, додека нивните хоризонтални проекции $6'$ и $7'$ ги добиваме на ординалите од точките $6''$ и $7''$ до проекциите $VI'V'$ и $VII'V'$.



Зад.1571 б).Ортогонални проекции на заемна продорна крива между пирамида и конус.

Земајќи ја проекцијата на едниот елиптичен лак $1'P'5'7'2'$ со централна симетричност ги цртаме другите четири во хоризонтална проекција. На ординалите од тукушто одредените продорни точки до соодветните нивни висини (втори ординати) во фронталната проекција се наоѓаат уште четирите елиптични лакови.

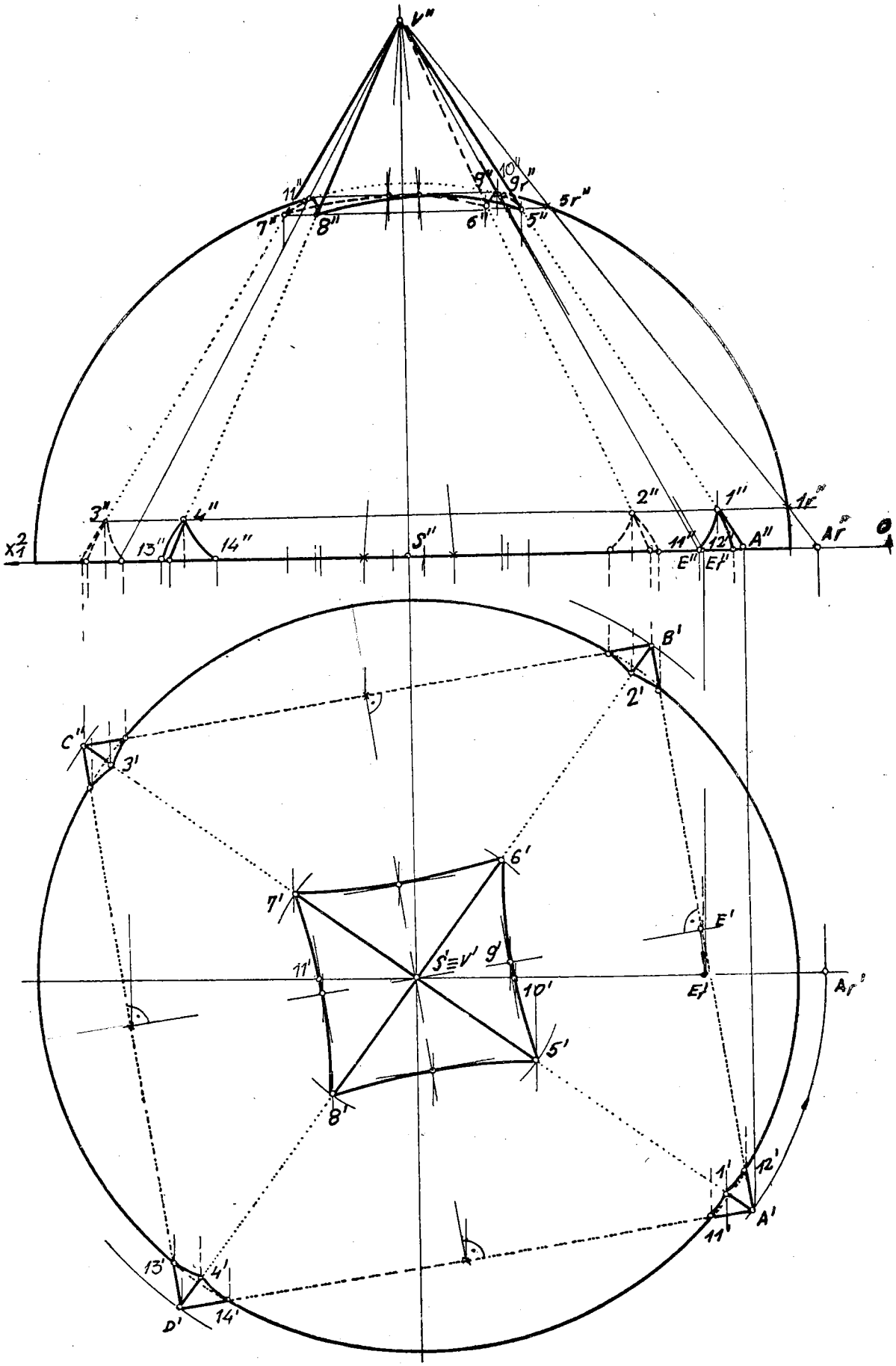
Од приложената слика очигледно е конструирањето ТАНГЕНТА во точката P на продорната крива што припаѓа на бочната страна BCF од пирамидата, како пресек на рамнината на припадната страна со тангентната рамнина на конусот во разгледуваната точка.

ВИДЛИВОСТА во хоризонталната проекција е јасна зашто пирамидата со нејзините бочни страни навлегува однадвор во конусот, па тој дел е видлив, вклучувајќи ја продорната крива што има пет конгруентни елиптични лакови, која се наоѓа на обвивките од двете тела и целата е видлива, поаѓајќи од неа кон бочните и основните рабови на пирамидата - сето тоа го извлекуваме со полни дебели криви и прави линии.

Видливоста во фронталната проекција ја установуваме преку набљудување на хоризонталната проекција, од каде уочуваме дека одделно се гледаат предната обвивка на конусот и трите бочни страни BFC, CFD и DFE на пирамидата. Од интерес е да се разгледа видливоста во Π_2 на заедничкиот дел од двете тела, што е омеѓен со контурните изводници VI V и VII V на конусот, со делови од бочните страни BFC, DFE и со целата предна страна CFD. Значи, во фронталната проекција од петте елиптични лакови се гледа целосно само еден што лежи на страната CFD и делови на два други лака.

1590. Определени се монжови проекции на горна полутопка омеѓена со Π_1 и правилна четиристрана пирамида чија основа е впишана во екваторот на дадената полутопка. Се бара нивниот продор.

РЕШЕНИЕ. Бочните страни на пирамидата како делови од рамнини ја пресекуваат полутопката во четири складни делови од кругови, кои поради косата положба на бочните страни, се проектираат во Π_1 и Π_2 во делови од елипси. За таа цел доволно е да се одредат продорните точки на бочните рабови од пирамидата и на по една најкуса изводница од пирамидата со полутопката. Поставуваме хоризонталнопроектирачка рамнина што минува низ центарот S на полутопката и ги содржи рабовите AV и CV, која ја сече полутопката во голем полукруг (полумердијан), чија хоризонтална проекција е отсечка коса спрема x_1^2-оската, поради кое нејзината фронтална проекција би била полуелипса, чие користење е нерационално. Заради тоа оваа помошна рамнина ја



Зад.1590 -Претставен е продор на полутопка со правилна четиристрана пирамида во проекции.

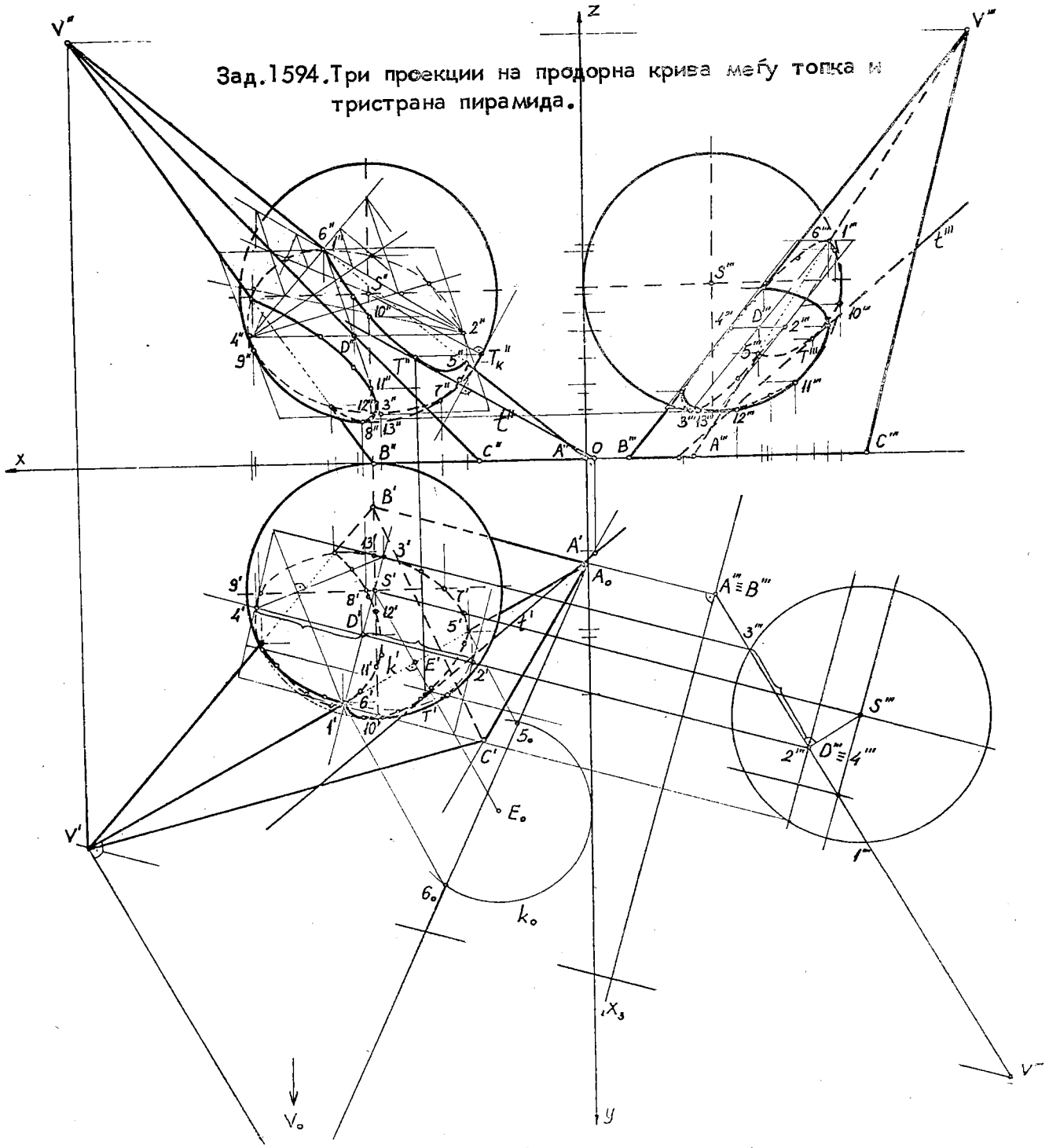
завртуваме околу SV за да стане паралелна со Π_2, имено да дојде во положба на главниот полумердијан - фронтална контура на полутопката, тогаш A'_rV' е ротирана положба на $A'V'$, чија фронтална ротирана проекција A''_rV'' ја сече полутопката во точките $1''_r$ и $5''_r$, а раб от $A''V''$ во продорните точки $1''$ и $5''$. Нивните хоризонтални проекции $1'$ и $5'$ се наоѓаат на ординалите од точките $1''$ и $5''$ до проекцијата $A'V'$. Продорните точки 2,6 ; 3,7 и 4,8 на другите три бочни рабови имаат иста висина (втори ординати z_1 и z_5) како и најдените 1 и 5. Понатаму на ист начин (со ротација) бараме продор на најкусата изводница EV низ полутопката, доведувајќи ја нејзината припадна помошна рамнина да биде паралелна со Π_2 и наоѓајќи во фронталната проекција $9''_r$ како пресек на E''_rV'' со контурата на полутопката, оттаму и $9''$ на $E''V''$ како највисока продорна точка што припаѓа на горниот дел од кружниот лак чија фронтална проекција е елиптичен лак. На ординалата од $9''$ до хоризонталната проекција $E'V'$ ја добиваме проекцијата $9'$.

Задолжително треба да го одредиме заедничките точки на продорната крива со фронталната контура на полутопката, со поставување фронтална рамнина низ S, која обвивката на пирамидата ја пресекува во две изводници а полутопката во главниот полумердијан, тие пак меѓусебно се сечат во продорните точки $10''$ и $11''$, а на ординалите ќе ги добиеме нивните хоризонтални проекции $10'$ и $11'$.

Основните рабови на пирамидата го сечат екваторот во точки, кои припаѓаат на долните делови од круговите, чии проекции се елиптични лакови. Од заемната положба на двете тела и во однос на Π_1 очигледно е дека пресеците на бочните страни на пирамидата со полутопката се конгруентни делови на елиптични лакови, кое го ползуваме за комплетно цртање на продорната крива во таа проекција. Нејзината фронтална проекција ја добиваме на ординалите од хоризонтална проекција на извесен број точки со користење исти висини на соодветните продорни точки.

ВИДЛИВОСТ. Во хоризонталната проекција целата продорна крива е видлива. Таа има четири складни делови што покажуваат како пирамидата преку бочните страни навлегува во полутопката и завршува со уште еден поголем дел од четири складни елиптични лакови како излезни криви на споменатите страни од пирамидата што ја напуштаат полутопката. Заеднички видлив дел спрема Π_2 е омеѓен меѓу левиот преден дел од полутопката со продорната точка $11'$ и завршува со бочниот раб AV од пирамидата, т.е. точките $5'$ и $1'$, што во фронтална проекција е прикажано со деловите од продорната крива, излезна гранка $11''8''5''$ и, влезни $13''4''14''$ и $11''1''12''$.

Цртежот е нешто намален со пресликувањето.



1594.Зададени се топка со центарот S(S′,S″),радиусот r=30 мм и тристраната пирамида ABCV,чии три проекции се нацртани на презентираната слика,која при пресликувањето е намалена.Да се одреди продорот помеѓу телата и тангентата t во точката T на продорната крива.

Таа крива е составена од делови на кружни лакови (зошто ?),чии проекции се делови на елиптични лакови.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО.Секоја бочна страна на пирамидата површината на топката ја пресекува во дел од кружница.Со методот трансформација може бочниот триаголник ABV да се доведе во проектирачка положба,преку помошната проекционата рамнина $\Pi_3 \perp ABV$,а исто така $\Pi_3 \perp \Pi_1$,тогаш новата оска ${}_1x_3 \perp A'B'$.

Во третата проекција пресечната кружница со центарот D''' се јавува во отсечката $1'''3'''$, нејзината хоризонтална проекција е елипса со оските $1'3'$ и $2'4'$, фронталната и профилната проекција се елипси со парот конјугирани дијаметри 1 3 и 2 4. Бочниот раб $A'V'$ ја сече елипсата $1'2'3'4'$ со центарот D' во приближни точки, кои ако сакаме точно да ги одредиме $5'$ и $6'$ треба дополнително да бараме продор на работ AV низ топката, кое е, исто така, покажано на дадената слика. Тоа треба да се направи и за бочниот раб BV со топката. Се извлекува оној дел од елипсата што постои во рамката на бочниот триаголник ABV и топката, а надвор од него се обележува точкесто за да се следи целата конструкција.

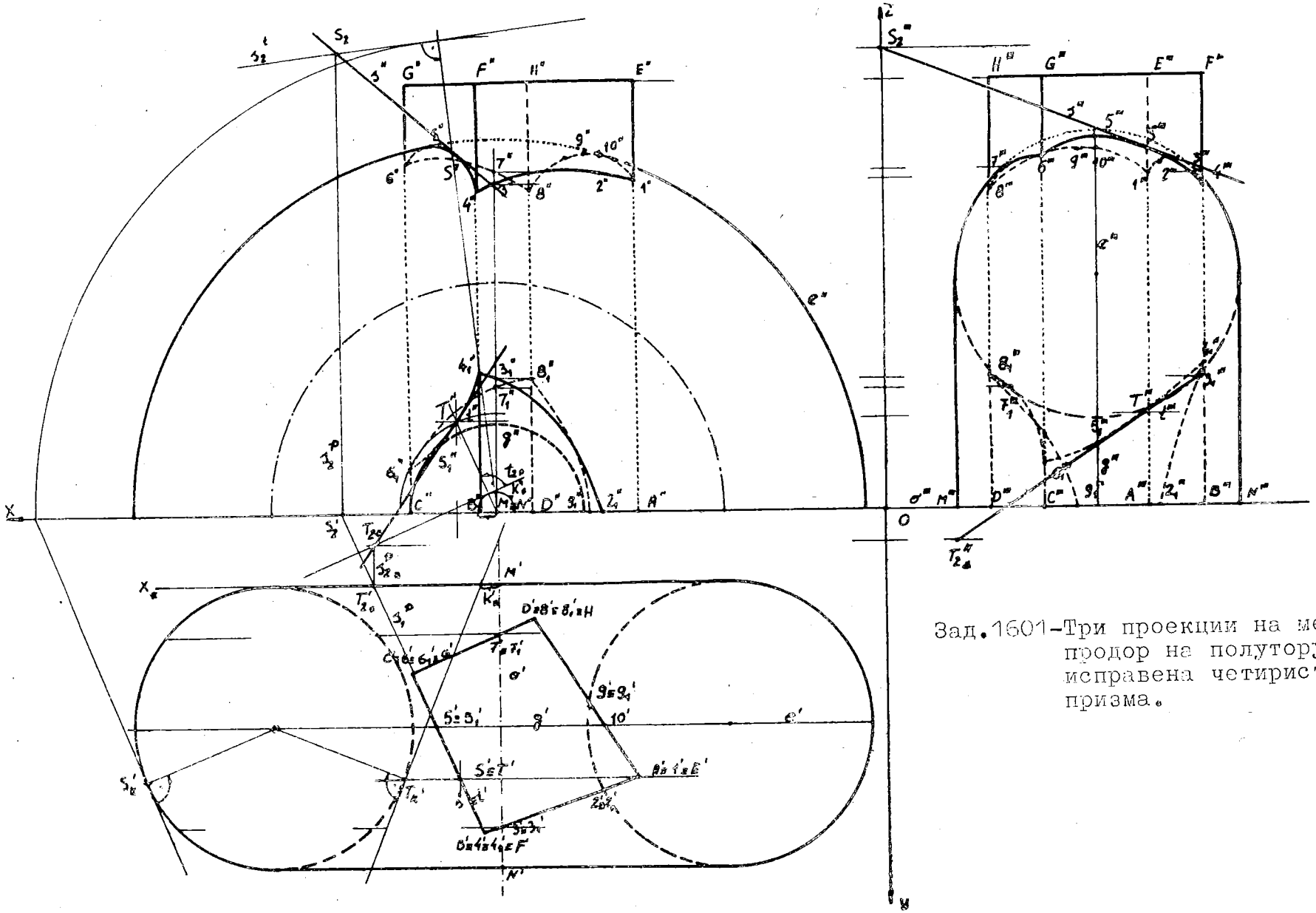
ТАНГЕНТА $\underline{t}$ во точка T на продорната крива што лежи на бочната страна ACV ја конструираме како пресек на рамнината на таа страна со тангентна рамнина во допирната точка T од топката (користејќи генерална постапка за ротациони тела - допирен ротационен конус на топката по должината на хоризонталниот круг што минува низ точката T).

ВИДЛИВОСТА се одредува со набљудувањето на заемната положба на бочната страна ABV и топката во однос на Π_1, Π_2 и Π_3. Изнесената постапка се повторува уште два пати за другите две бочни страни ACV и BCV.

Меѓутоа, цртање продорна крива на топката со тристраната пирамида може и на друг начин, секако помалку точен од претходниов. Прво, ги бараме продорните точки на бочните рабови AV и BV од пирамидата низ топката. Понатаму поставуваме хоризонтални паралелни рамнини, кои површината на топката (сферата) ја сечат во хоризонтални кружници а околните страни на пирамидата во отсечки, односно обвивката на пирамидата во триаголници. Во пресекот на хоризонталните кружници и споменативе пресечни отсечки, односно триаголници (слични на основа на пирамидата), ги добиваме другите продорни точки на бараната продорна крива на топката со пирамидата.

1601. На приложената значително намалена слика се претставени горна половина од торус со оска $MN \perp \Pi_2$ и исправена четиристрана призма што има хоризонтални основи, во три проекции. Се бара продорната крива на двете тела и тангентите $\underline{s}$ и $\underline{t}$ во допирните точки S и T.

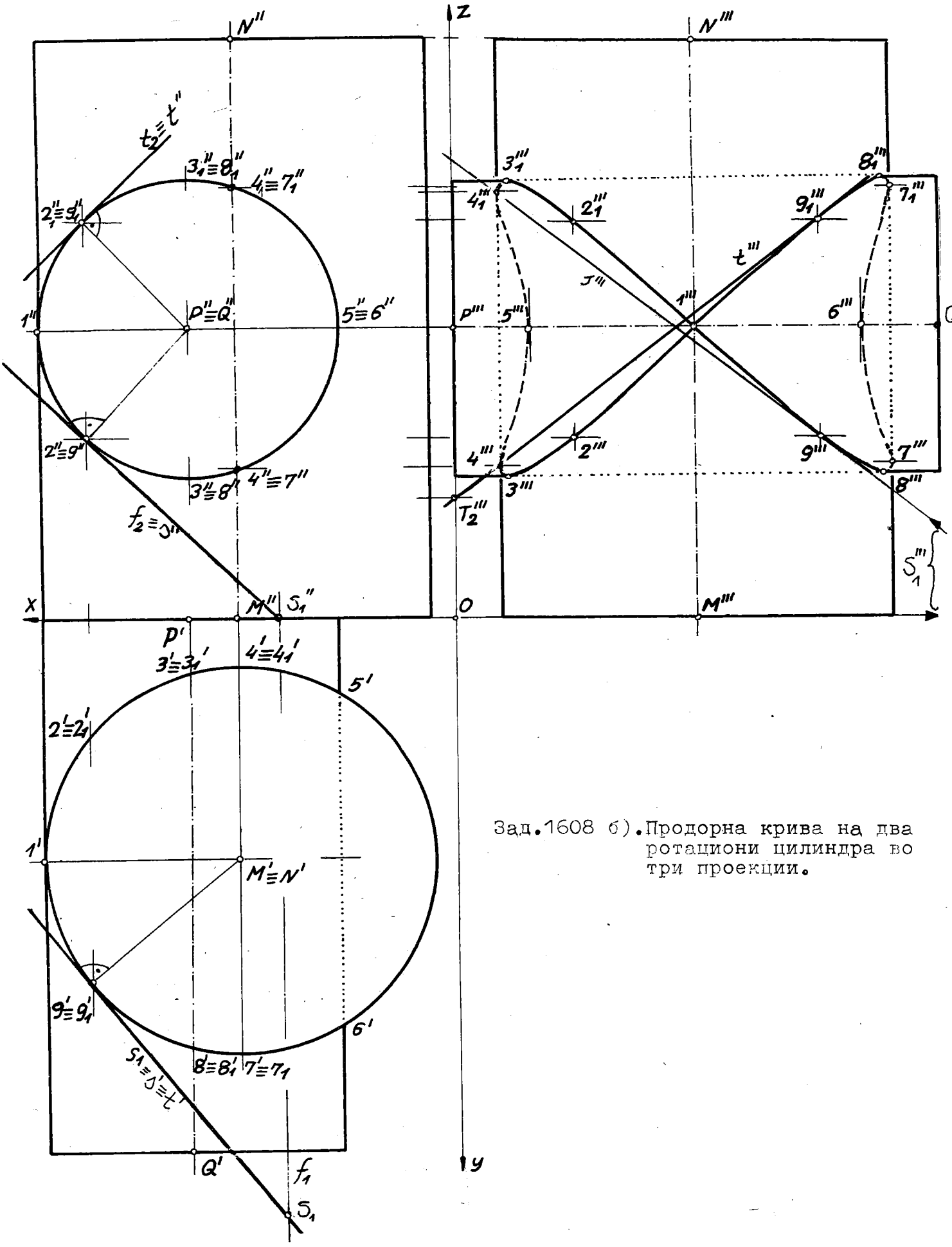
РЕШЕНИЕ. Исправената призма наполно продира низ полуторусот, па добиваме продорна крива од два дела - влезен и излезен, кога призмата излегува од полуторусот. Инаку таа е составена од четири делови на рамнински криви од четврт ред, бидејќи бочните страни на призмата како ограничени рамнини го пресекуваат торусот, што е површина од четврт ред. Хоризонталната проекција на продорната крива се совпаѓа со базисот на призмата, тоа се точки што припаѓаат и на полуторусот. Со помош на фронталните



Зад.1601-Три проекции на меѓусебен продор на полуторус и исправена четиристрана призма.

рамнини ($// \Pi_2$) низ тие точки, ги наоѓаме нивните фронтални проекции како пресечни точки на фронталните полукругови од полуторусот со изводниците од призмата. Така низ отсечката $\underline{e}$ поставуваме помошна рамнина, која површината на полуторусот го сече во грлена полукружница $g(g', g'')$ и надворешна полукружница $e(e', e'')$, а обвивката на призмата во видлива изводница $5\,5_1$ ($5' \equiv 5_1'$, $5''5_1''$) и невидлива изводница што поминува низ точката 10. Меѓусебниот пресек на грлената полукружница $\underline{g}$, односно надворешната полукружница $\underline{e}$ со споменативе пресечни изводници на призмата ги даваат продорните видливи точки $5''$ и $5_1''$ и невидливата $10''$. Оваа постапка ја повторуваме за одредување продорни точки на сите бочни рабови на призмата, карактеристични продорни точки што лежат на фронталната (порано најдените $5, 5_1$ и 10) и профилната контура на полуторусот и неколку меѓу овие заеднички точки. Истовремено установуваме и нивна видливост, имајќи предвид дека од полуторус се гледа неговиот среден дел во однос на Π_2 и кај призмата предната бочна страна ABFE и делот од предната бочна страна BCGF, така што во фронталната проекција се видливи делови од влезната гранка $5_1''1''4_1''3_1''2_1''$ и излезната $5''5''4''3''2''1''$. Спрема Π_3 се гледа левиот дел од полуторусот омеѓен со оскината полукружница и од призмата-левата бочна страна BCGF и делот од страната CDHG, поради што во профилната проекција е видлив само делот $4'''5'''5'''6'''7'''$ од излезната гранка на продорната крива, додека влезниот дел целиот е невидлив.

ТАНГЕНТИ во допирни точки на продорната крива. Нивната конструкција се засновува врз одредувањето на тангентните рамнини во посматраните точки S и T на полуторусот со помош на допирни ротациони конуси, чии оски се нормални на Π_2, потоа наоѓаме пресечни прави на односната тангентна рамнина со рамнината на бочната страна на призмата врз која лежат S и T на страната BCGF. Така за точката $S(S', S'')$ во нејзината контурна точка $S_к'$ цртаме контурна изводница на надворешен допирен ротационен конус, чија фронтална основа е претставена со дел од кружен лак. Во пресечната точка на изводницата $M''S''$ со тој кружен лак повлекуваме фронтална трага s_2^t на тангентната рамнина на полуторусот. Страната BCGF е нормална на Π_1, па се претставени нејзините траги s_1^p и s_2^p. Пресечката на овие две рамнини ја дефинира бараната тангента $\underline{s}$ во точката S; $s''=S''S_2$ (каде е $S_2=s_2^t \cap s_2^p$), $s'=S'S_2'$ и $s'''=S'''S_2'''$.



Зад.1608 б). Продорна крива на два ротациони цилиндра во три проекции.

1608 6). Зададени се два ротациони цилиндра, едниот со оска $MN \perp \Pi_1$ и другиот со оска $PQ \perp \Pi_2$, нацртани во три проекции. Да се одреди заемната продорна крива и тангента во една нејзина точка.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Продорната крива има двојна допирна точка 1 во која се допираат двата цилиндра. По должината на таа изводница постои една иста тангентна рамнина на обете површини. Во хоризонтална и фронтална проекција продорната крива директно се јавува како кружен лак $5'4'3'2'1'9'8'7'6'$ и кружницата $5''4_1''3_1''2_1''1''2''3''4''5''$, треба дополнително да се најде нејзината профилна проекција со помош на хоризонтални паралелни рамнини, кои вертикалниот цилиндар го сечат во конгруентен хоризонтален круг каков што е неговата долна основа а обвивката на другиот цилиндар во изводници. Така поставуваме највисока хоризонтална рамнина во точката $3_1''\equiv 8_1''$, односно во изводницата што минува низ таа точка (рамнината е всушност тангентна рамнина на цилиндарот со оска PQ), на таа изводница и во пресек со кружницата со центарот M' ги добиваме продорните точки $3_1'$ и $8_1'$. Користејќи ја нивната прва ордината (y_{3_1} и y_{8_1}) на ординалите од точката $3_1''\equiv 8_1''$ ги наоѓаме профилните проекции $3_1'''$ и $8_1'''$. Понатаму конструираме уште хоризонтални рамнини, меѓу кои се неопходни : најдолната низ точката $3''\equiv 8''$, низ контурните изводници на профилната контура на вертикалниот цилиндар, чии припадни точки се $4''\equiv 7''$ и $4_1''\equiv 7_1''$, средишната со точките $1''$ и $5''\equiv 6''$, како и неколку хоризонтални рамнини низ обични изводници што се симетрично расположени во однос на средишната хоризонтална рамнина.

ТАНГЕНТАТА на продорната крива ја конструираме со вртување тангентни рамнини на двата цилиндра во посматраната точка 9 (9_1), чија пресечка е бараната тангента $s(t)$. Изводниците на двете профилни контури на површините се јавуваат како привидни тангенти во точките $4''', 4_1'''$; $7''', 7_1'''$ и $3''', 8'''$; $3_1''', 8_1'''$ на профилната проекција на просторната крива.

ВИДЛИВОСТА во профилната проекција ја одредуваме преку набљудување на фронталната проекција, каде цилиндарот со оската PQ е поблиску до набљудувачот и се гледа полукружницата $3''2''1''2_1''3_1''$, така што на неговите контурни профилни изводници ќе се менува видливиот дел на продорната крива $3'''2'''1'''2_1'''3_1'''$ и $8'''9'''1'''9_1'''8_1'''$ од невидливиот $3'''4'''5'''4_1'''3'''$ и $8'''7'''6'''7_1'''8_1'''$.

1610 а). Нацртани се непосредно во коса проекција два ротациони цилиндра, едниот со оска $MN \perp \Pi_2$ и другиот со оска $PQ \perp \Pi_3$, при следниве елементи : $\varphi = 30^\circ$ и $k = 3/4$. Се бара нивната продорна просторна крива.

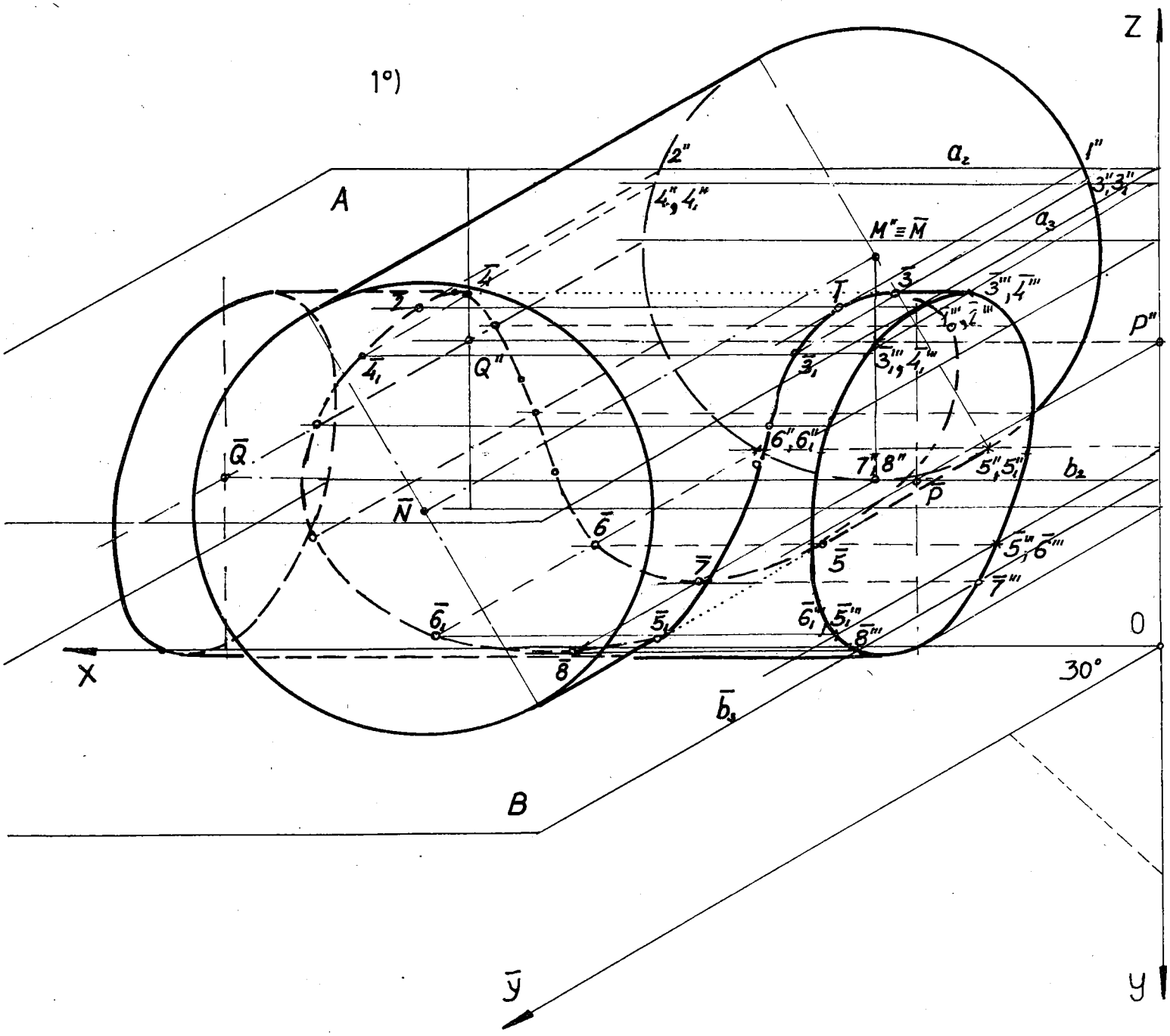
РЕШЕНИЕ. Продорните точки ќе ги одредиме како пресек на изводници од обата цилиндра, поради што тука ќе користиме помошни рамнини кои се паралелни на двете оски. Тоа се хоризонтални рамнини, чии фронтални траги се паралелни со x-оската и коси профилни траги паралелни со $\bar{y}$-оската, при тоа се добива прамен од хоризонтални паралелни рамнини.

Претходно го установуваме појасот (слојот) на меѓусебниот продор на двете тела со поставување помошни тангентни рамнини кон двете површини, ги земаме како гранични оние тангентни рамнини од едното тело што го сечат другото. Прво, конструираме тангентни рамнини на цилиндарот со оската MN, повлекувајќи ги фронталните траги паралелни со x-оската што ја допираат задната основа, кругот со центарот $M'' \equiv M$. Во пресекот на овие траги со z-оската добиваме точки низ кои ги цртаме нивните придружени коси профилни траги паралелни со $\bar{y}$-оската. Горната тангентна рамнина со нејзината коса профилна трага не ја сече десната основа на вториот, хоризонталниот цилиндар што е круг, во косава проекција е елипса со центарот $\bar{P}$, поради што нема смисла да се постави, додека долната тангентна рамнина B со трагите b_2 и $\bar{b}_3$ ја сече обвивката на вториот цилиндар во невидлива изводница $\bar{7}'''\bar{7}$ и видлива $\bar{8}'''\bar{8}$. Второ, цртаме коси профилни траги паралелни со $\bar{y}$-оската што ја допираат десната основа - елипсата со центарот $\bar{P}$, а во пресечните точки на тие траги со z-оската минуваат нивните фронтални траги. Со тоа сме претставиле две тангентни рамнини на хоризонталниот цилиндар, од кои има смисла да се користи само најгорната тангентна рамнина $A/a_2, \bar{a}_3/$, која обвивката на првата површина ја сече во две изводници : $1''\bar{1}$ (видлива) и $2''\bar{2}$ (невидлива). Значи, граничните рамнини се A и B, по една допирна на секој цилиндар, а помеѓу нив е сместен заедничкиот продорен дел на двете површини. Тоа покажува дека продорната просторна крива е од еден дел.

Понатаму задолжително поставуваме помошни рамнини низ контурните изводници на косата контура на едниот и на другиот цилиндар. Корисно е за поточно цртање на продорната крива да се постават уште неколку помошни рамнини од прамент што содржат обични изводници.

Одредувањето на продорните точки и истовремено со нивната видливост го изведуваме тргнувајќи од едната гранична-рамковна рамнина, на пример рамнината A, која допира по должината на видливата изводница $\bar{1}'''\bar{1}$ а ја сече обвивката на првиот цилиндар во соодветни изводници $1''\bar{1}$ и $2''\bar{2}$, чиј пресек со допирната изводница ги определува двете продорни точки $\bar{1}$ (видлива) и $\bar{2}$ (невидлива), во кои пресечните

Зад.1610 а). Во коса проекција прикажан е меѓусебен продор на два ротациони цилиндра.



изводници се јавуваат како вистински тангенти во темињата $\bar{1}$ и $\bar{2}$ на продорната крива. Наредната помошна рамнина е онаа што минува низ контурната изводница $\bar{3}'''\bar{3}$ на хоризонталниот цилиндар, која ја сече обвивката на овој цилиндар во уште една видлива изводница $\bar{3}_1'''\bar{3}_1$ а обвивката на првата површина во видливата изводница $3''\bar{3}$ и невидливата $4''\bar{4}$. Пресечните точки на овие изводници од двата цилиндра се нивните четири заеднички продорни точки: $\bar{3}$ (видлива), $\bar{4}$ (невидлива), $\bar{3}_1$ (видлива) и $\bar{4}_1$ (невидлива). Веднаш ги сврзуваме со тенка линија со претходно одредените, имајќи предвид дека се соединуваат само оние точки што лежат на соседните изводници и на едниот и другиот цилиндар. Така ја сврзуваме со полна крива линија точката $\bar{1}$ десно со точката $\bar{3}$ и лево со $\bar{3}_1$, како и со испрекината крива точката $\bar{2}$ со точката $\bar{4}$ и лево со точката $\bar{4}_1$. Продолжуваме со наоѓање продорни точки, нивната видливост и ги поврзуваме како наредни точки што припаѓаат на просторната крива.

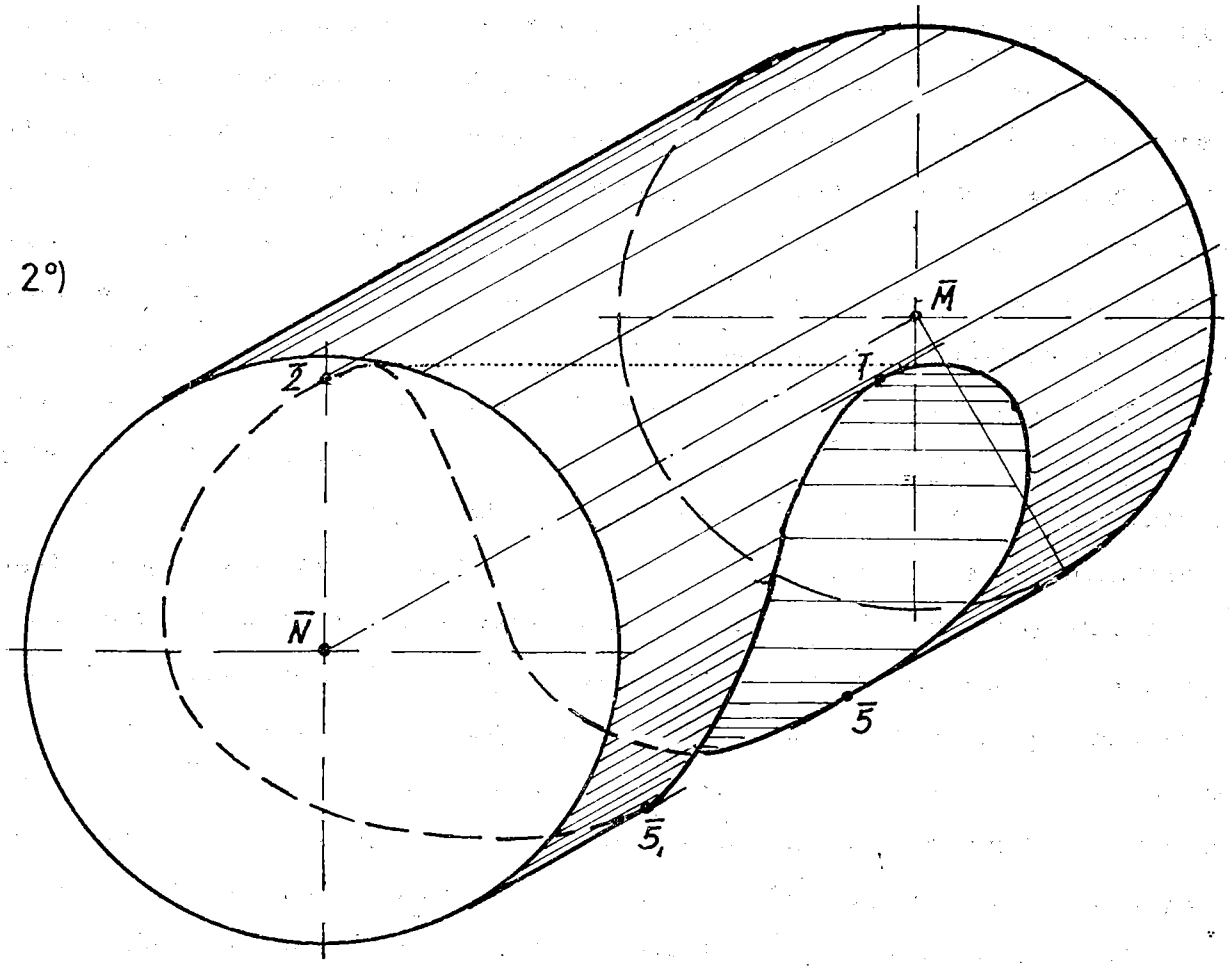
На приложениот цртеж 1° е означена помошна рамнина што содржи контурна изводница $5''\bar{5}$ на првиот цилиндар, а ја сече обвивката на вториот во невидливата изводница $\bar{5}'''5$ и видливата $\bar{5}_1'''\bar{5}_1$, при тоа контурната изводница се јавува како привидна тангента на продорната крива. Обликот на кривата се дооформува со граничната рамнина $B/b_2, \bar{b}_3/$, која го допира првиот цилиндар во невидливата изводница $7''\bar{7}$ и ја сече обвивката на вториот, хоризонталниот цилиндар во две изводници $\bar{7}'''7$ (невидлива) и $\bar{8}'''8$ (видлива). Нивниот меѓусебен пресек се двете невидливи продорни точки $\bar{7}$ и $\bar{8}$, во кои изводниците на вториот цилиндар се јавуваат како вистински тангенти на продорната крива, поради што и заедничките точки $\bar{7}$ и $\bar{8}$ се ТЕМИЊА на кривата.

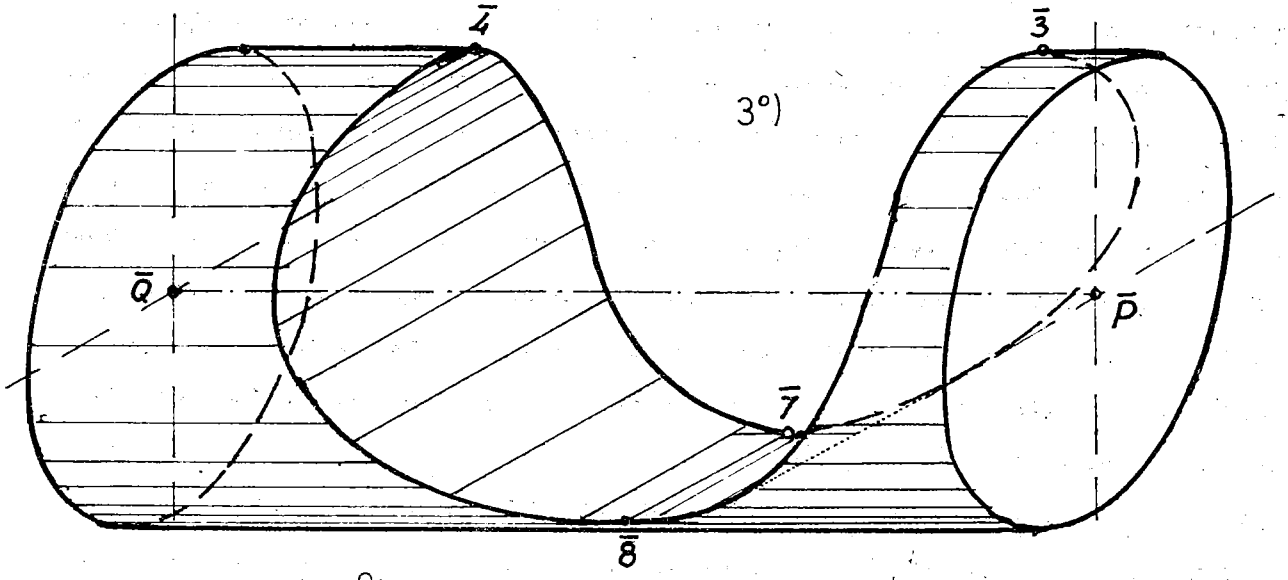
Се разбира дека нацртаната просторна крива, која е од четврт ред, бидејќи е пресек на две квадрики (површини од втор ред), е исцртана приближно. Нејзиното подобрување е можно со конструирање низа тангенти, особено во оние точки од продорната крива што се меѓусебно поодддалечени. На нашиот цртеж не сме обележале ниедна тангента, туку препорачуваме самите тоа да го направите, користејќи го познатиот принцип дека секоја тангента е пресечка на две тангентни рамнини во една иста точка, кои се поставени едната кон првата површина и другата тангентна рамнина кон втората површина.

Тука двата цилиндра ги земаме дека се непрозирни (масивни, монолитни).

На презентираниот цртеж под 2° е претставен само првиот ротационен цилиндар со продорната крива врз неговата обвивка, при тоа се претпоставува дека вториот цилиндар е прозирен, имено по одредувањето на продорната крива е отстранет. Во ваков случај видливоста на продорот зависи само од видливоста на изводниците на претставениот цилиндар и не доаѓа предвид да влијаат кои и да било изводници од првиот цилиндар. Додека на цртежот под 3° земаме случај како да останува вториот -хоризонтален ротационен цилиндар, а е отстранет првиот цилиндар.

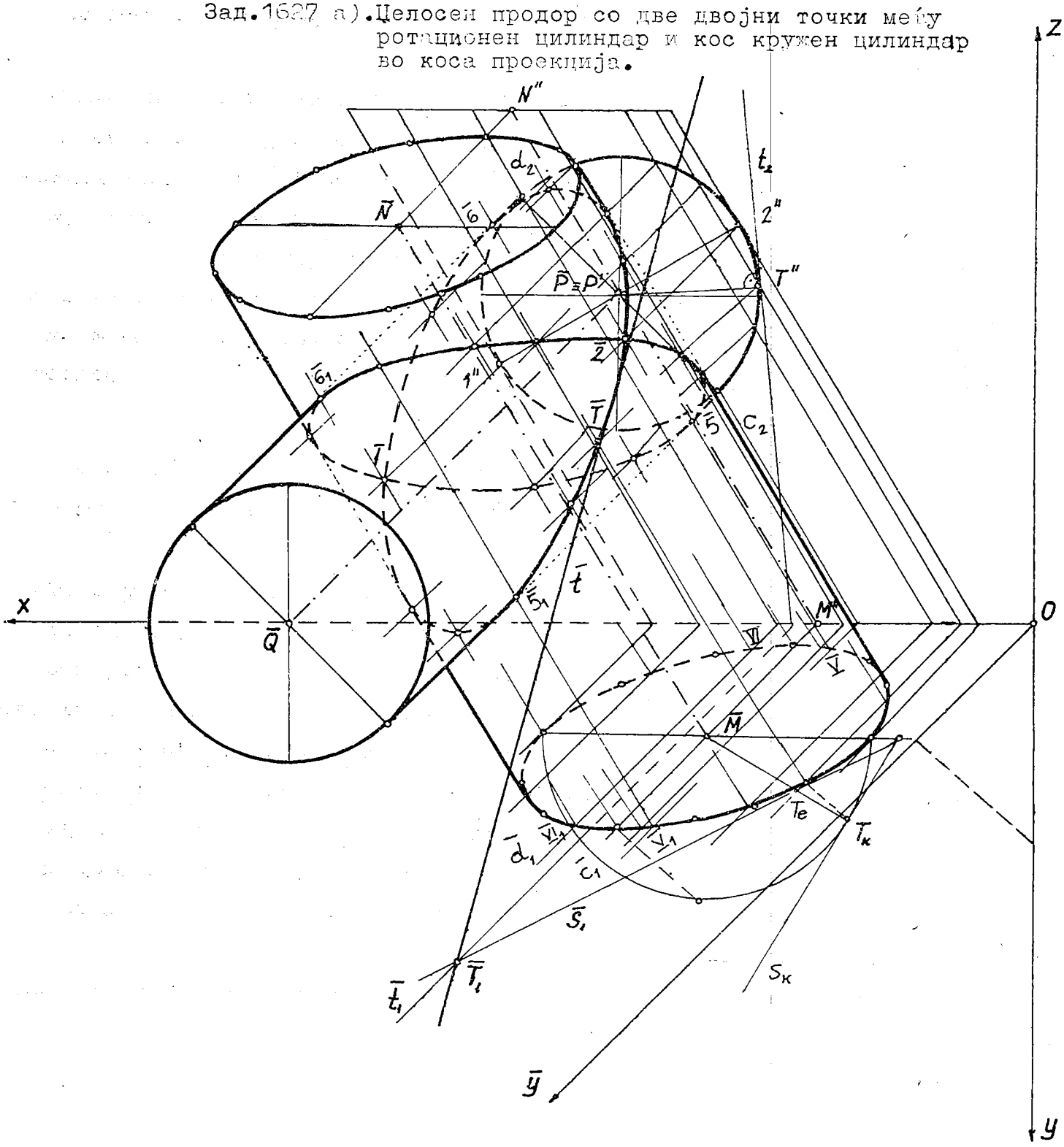
Зад.1610 а)-2°) Едниот ротационен цилиндар со продорната крива е претставен во коса проекција.





Зад.1610 а)-3°) Хоризонталниот непросирен цилиндар со продорната просторна крива е нацртан во коса проекција.

Зад.1627 а).Целосен продор со две двојни точки меѓу ротационен цилиндар и кос кружен цилиндар во коса проекција.



1627 а). Претставени се во коса проекција ($\varphi = 45^{\circ}$ и к =3/4) кос кружен цилиндар со хоризонтални основи и ротационен цилиндар чија оска $PQ \perp \Pi$ (Π_2) ; за косиот цилиндар е нацртана и фронтална проекција. Да се одреди продорот и тангента во произволна допирна точка на продорната крива.

РЕШЕНИЕ. Тука го користиме познатиот став на Г. Монж : ако две квадрики (површини од втор ред) може да се опишат околу трета квадрика или да се впишат во неа, тогаш тие се продираат во две коники (криви од втор ред) . Имено, во обата цилиндра може да се впише заедничка допирна сфера што е забележливо во фронталната проекција, па се добива целосен продор во две елипси со две двојни точки.

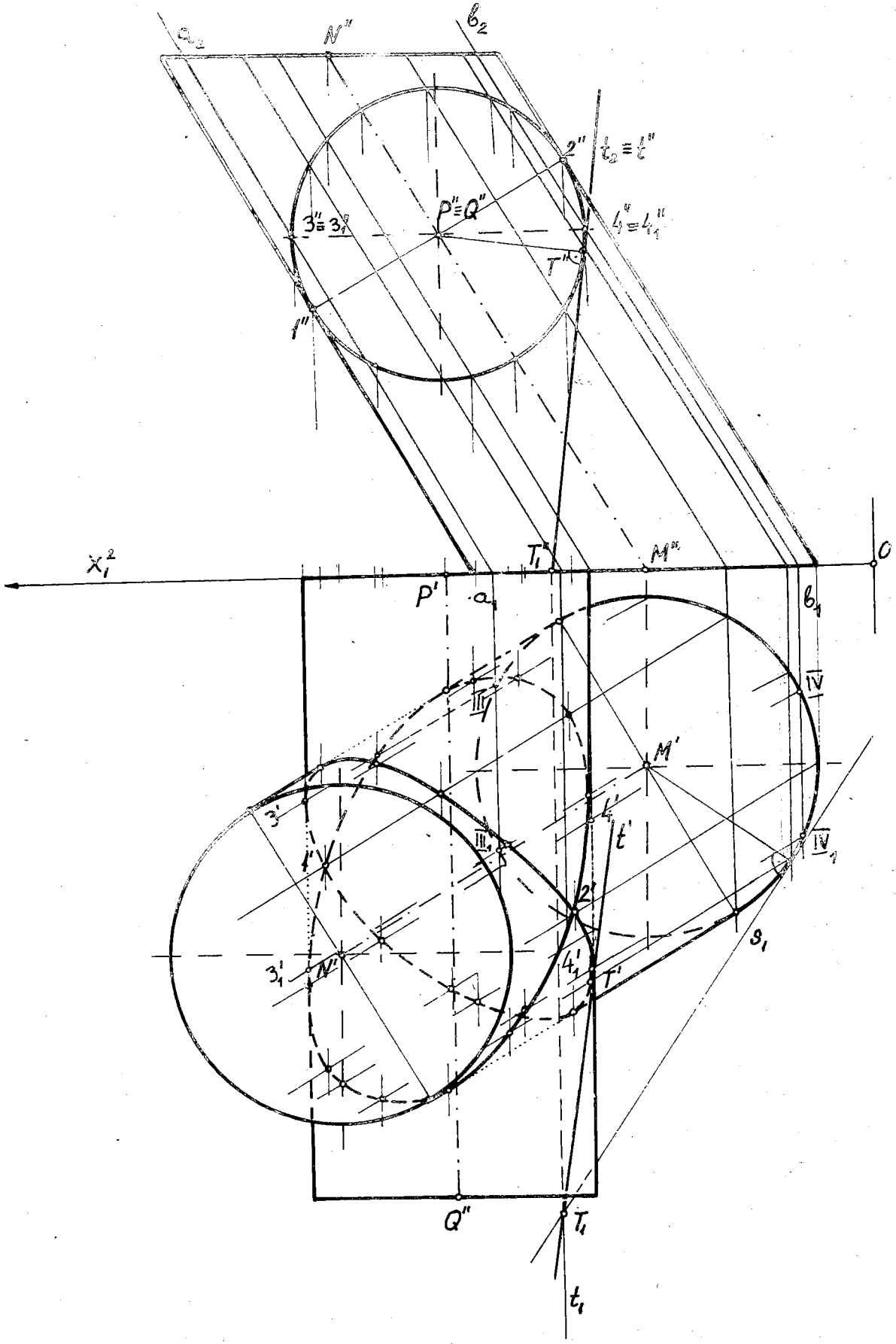
На презентираниот цртеж целосно е изведена конструкцијата на продорната крива со употреба на прамен фронталнопроектирачки рамнини паралелни со оската $\bar{M}\bar{N}$ на косиот цилиндар. Исто така е обележана постапката за наоѓање тангента во произволната точка $\bar{T}$ на кривата.

1627 б). Дефинирани се кос кружен цилиндар со оска MN што има хоризонтални основи и ротационен цилиндар со оска PQ чии основи се фронтални. Се бара нивниот продор и тангента на кривата.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Фронталната проекција на бараната продорна крива е позната и се совпаѓа со истоименатa проекција на ротациониот цилиндар. Уочливо е дека постојат две двојни продорни точки, во секоја од нив егзистираат заеднички тангентни рамнини кон двата цилиндра. Дополнително треба да се одреди само хоризонталната проекција на продорот, кој се распаѓа на две елипси (примена на ставот на Монж). Ова го реализираме со употреба на фронталнопроектирачки рамнини што се паралелни со изводниците на косиот цилиндар, така што ги сечат обвивките на двете тела во изводници. Пресечни точки на хоризонталните проекции на тие изводници ќе бидат бараните проекции на продорните точки кои припаѓаат на продорната крива со истовремено определување на нивната видливост.

Од приложениот цртеж може да се следи и конструкцијата на тангентата $\underline{t}$ во некоја точка T од продорната крива.

Зад.1627 б)-Придружени проекции на продор на два цилиндра со употреба на ставот на Монж.

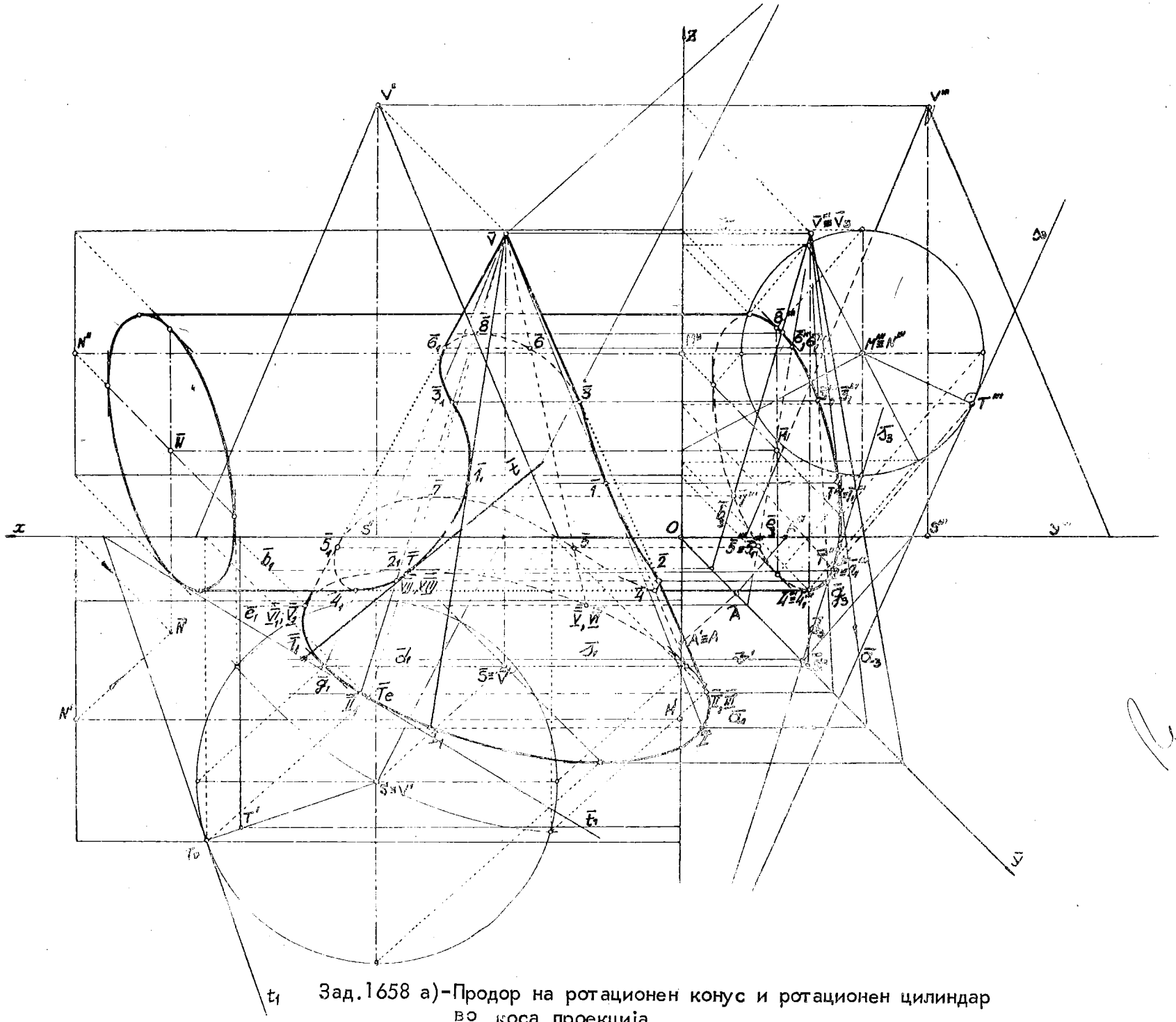


1658 а). Претставени се во три проекции ротационен конус со хоризонтална основа и ротационен цилиндар со профилни основи. Со елементите на косо проектирање $\varphi = 135^{\circ}$ и $k = 3/4$ се нацртани коси проекции на цилиндарот и на конусот, како и косата профилна проекција на конусот. Да се одреди продорна крива и тангента во дадена нејзина точка.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Употребуваме прамен помошни рамнини што содржат права $\underline{v}$, која минува низ врвот V на конусот и е паралелна со изводниците на цилиндарот. Овие помошни рамнини ги пресекуваат двете површини во изводници, а нивната положба е профилнопроектирачка, при тоа нивните коси профилни траги проаѓаат низ точката $\bar{V}''' = \bar{V}_3$. Поставуваме тангентни помошни рамнини на цилиндарот со повлекување тангенти од точката $\bar{V}'''$ кон елипсата со центарот $\bar{M}$, кои се коси профилни траги на споменатите рамнини. На приложената намалена слика е нацртана само предната тангентна рамнина $A/\bar{a}_3, \bar{a}_1/$ во допирната видлива изводница $\bar{1}'''\bar{1}$, која ја пресекува обвивката на конусот во две видливи изводници $\bar{1}\,\bar{V}$ и $\bar{1}_1\bar{V}$. Исто така ги цртаме тангентните рамнини на конусот, чии коси хоризонтални траги се паралелни со х-оската и ја допираат елипсата со центарот $\bar{S}$, а придружните коси профилни траги минуваат низ $\bar{V}'''$, па установуваме дека има смисла да се нацрта задната рамнина $B/\bar{b}_1, \bar{b}_3/$ на која припаѓа невидливата допирна изводница $\overline{VII}\ \bar{V}$, чија коса профилна трага $\bar{b}_3$ ја сече десната основа на цилиндарот во пресечните точки $\bar{7}'''$ и $\bar{8}'''$. Таа рамнина ја пресекува цилиндричната површина во две изводници $\bar{7}'''\bar{7}$ и $\bar{8}'''\bar{8}$. На тој начин ги одредуваме двете гранични-тангентни рамнини, едната А на цилиндарот а другата В на конусот, добиваме нецелосен продор, така што продорната просторна крива е од еден дел.

Конструираме помошни рамнини од прамен $\Gamma/\bar{g}_1, \bar{g}_3/$ и $E/\bar{e}_1, \bar{e}_3/$ што ги содржат контурните изводници II $\bar{V}$ и V $\bar{V}$ на конусот и рамнина $\Delta/\bar{d}_3, \bar{d}_1/$ низ контурната изводница $\bar{4}'''\bar{4}$ на цилиндарот, и на крајот неколку рамнини низ обични изводници од двете површини што се наоѓаат во појасот определен со граничните (рамковни) рамнини $A/\bar{a}_1, \bar{a}_3/$ и $B/\bar{b}_1, \bar{b}_3/$.

Потоа пристапуваме кон одредување на продорните точки со нивната видливост, почнувајќи од граничната помошна рамнина А, продолжувајќи со наредната рамнина, а завршувајќи со другата гранична рамнина В. СВРЗУВАЊЕТО НА ПРОДОРНИТЕ ТОЧКИ во продорната крива го извршуваме сукцесивно (едноподруго) со наоѓање заеднички точки од секоја следна помошна рамнина на прамен, соединувајќи ги наредните точки со претходно сврзаните, при тоа набљудуваме тие точки да лежат на соседните изводници од конусот и цилиндарот. Исцртувањето на продорната крива, особено во косата проекција, во почетокот препорачуваме да се извршува напоредно со одредување на продорните точки и нивното сврзување, отколку тие да се добијат,



Зад.1658 а)-Продор на ротационен конус и ротационен цилиндар во коса проекција.

а на крајот да се пристапи кон нивно поврзување во крива.

ТАНГЕНТА t во допирна точка T на продорната крива го реализираме преку пресечна права на две тангентни рамнини Γ, Σ на конусот и на цилиндарот во разгледуваната точка. Со користење згодно избрани перспективно афини преселикувања точно ги нацртуваме косата хоризонтална трага $\bar{t}_1$ на допирната рамнина Γ на конусот, односно косата профилна трага $\bar{s}_3$ на тангентната рамнина Σ на цилиндарот. Пресечната точка на нивните коси хоризонтални траги $\bar{t}_1$ и $\bar{s}_1$ е уште една точка $\bar{T}_1$ од бараната тангента $\bar{t}$, која е сврзницата $\bar{T}\bar{T}_1 = \bar{t}$.

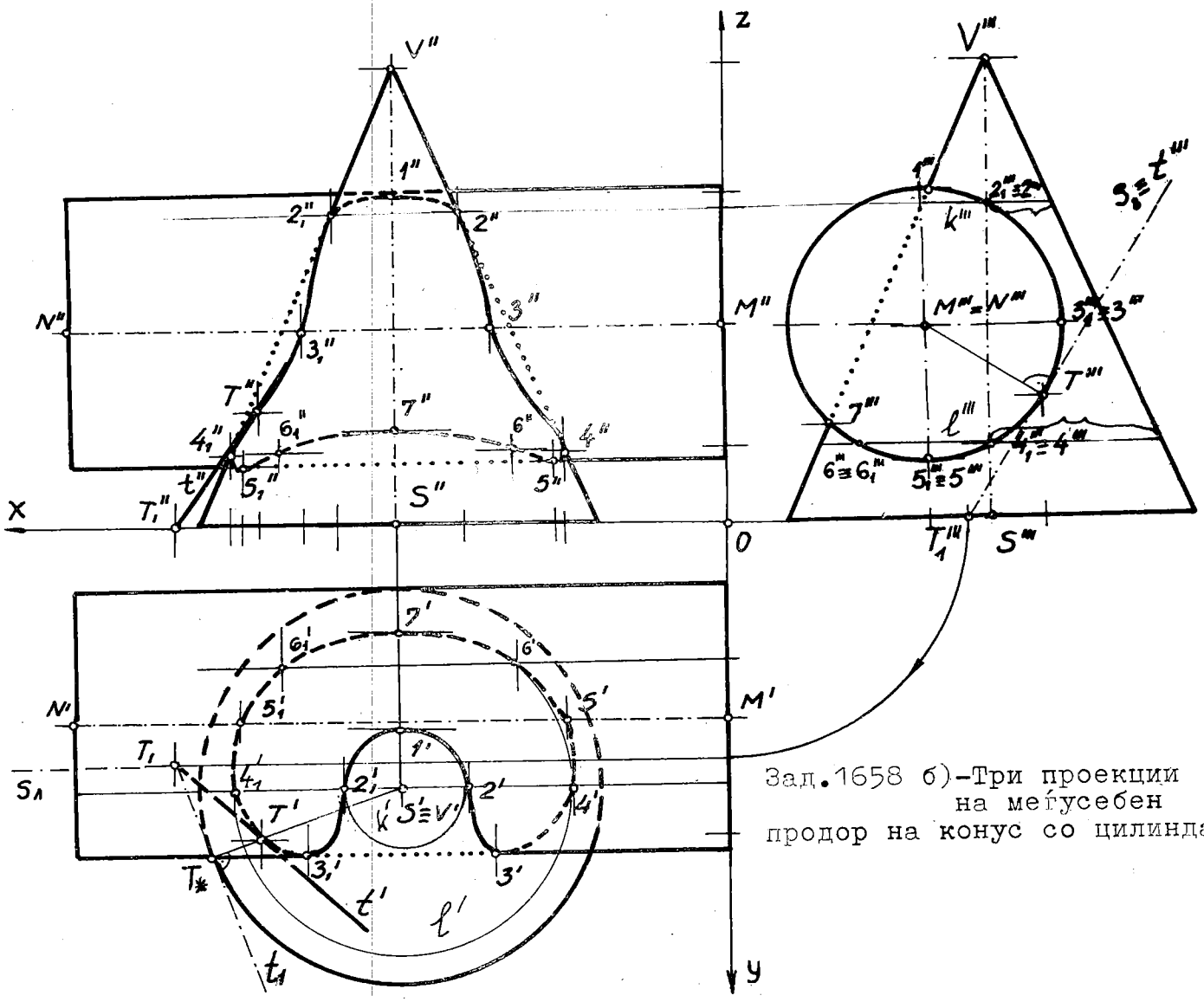
1658 6). Да се нацртаат три проекции на продор меѓу ротационен конус и ротационен цилиндар, како и тангента во допирната точка T.

РЕШЕНИЕ. Профилната проекција на продорната крива директно се јавува во истоимената проекција на обвивката од цилиндарот како кружен лак $1'''2'''3'''T'''4'''5'''6'''7'''$. Овие заеднички точки лежат и на обвивката на конусот, па набљудувајќи ги како негови точки ќе ги одредиме другите проекции со помошни паралелни рамнини нормални на оската SV на конусот, кои ја сечат конусната површина во хоризонтални кружници а цилиндричната во изводници.

Конструираме гранични хоризонтални рамнини: горната низ точката 1 (највисока) и долната ја содржи точката 5 (најниска), односно изводниците што минуваат низ тие точки. Задолжително поставуваме помошна рамнина низ контурната изводница 33_1 од хоризонталната контура на цилиндарот. Понатаму две хоризонтални рамнини чии профилни траги минуваат низ точките $2''' \equiv 2_1$ и $4''' \equiv 4_1$, кои лежат на контурните изводници од фронталната контура на конусот и на крајот, две-три рамнини помеѓу нив. Пристапуваме кон цртање на хоризонталната проекција на просторната крива преку одредување на хоризонталните проекции на продорните точки, како пресечни точки на хоризонталната кружница на конусната површина со изводница на цилиндричната површина. Од така најдените точки во хоризонталната и профилната проекција повлекуваме нормални прави кон x и z-оската, нивните пресечни точки ќе бидат бараните фронтални проекции. Така низ точката $1'$ подигнуваме права нормална на x-оската и низ $1'''$ повлекуваме права паралелна со x-оската, односно нормална на z-оската, нивната пресечна точка е проекцијата $1''$. Треба да се забележи дека во точките 1 и 7 постојат хоризонтални тангенти на кривата.

ТАНГЕНТА $\underline{t}$ во точка T на кривата ја конструираме како пресечка на тангентната рамнина $T/t_1,../$ на конусот и тангентната рамнина $\Sigma/s_3,s_1/$ на цилиндарот, во проекциите : $t'=T'T_1$ (каде што е $T_1=t_1\cap s_1$), $t''=T''T_1''$ и $t'''=T'''T_1'''$.

ВИДЛИВОСТ. Во хоризонталната проекција се гледа обвивката на конусот и горната полуобвивка на цилиндарот со која се омеѓува видливиот дел $3'2'1'2_1'3_1'$ на продорната крива. Конусот е поблиску до набљудувачот отколку цилиндарот (овој е поблиску до Π_2), затоа видливоста во фронталната проекција ќе заврши со предната обвивка на конусот, па се добиваат следниве видливи делови $2''3''4''$ и $2_1''3_1''4_1''$ од просторната крива што е од четврт ред.



Зад.1658 б)-Три проекции на меѓусебен продор на конус со цилиндар

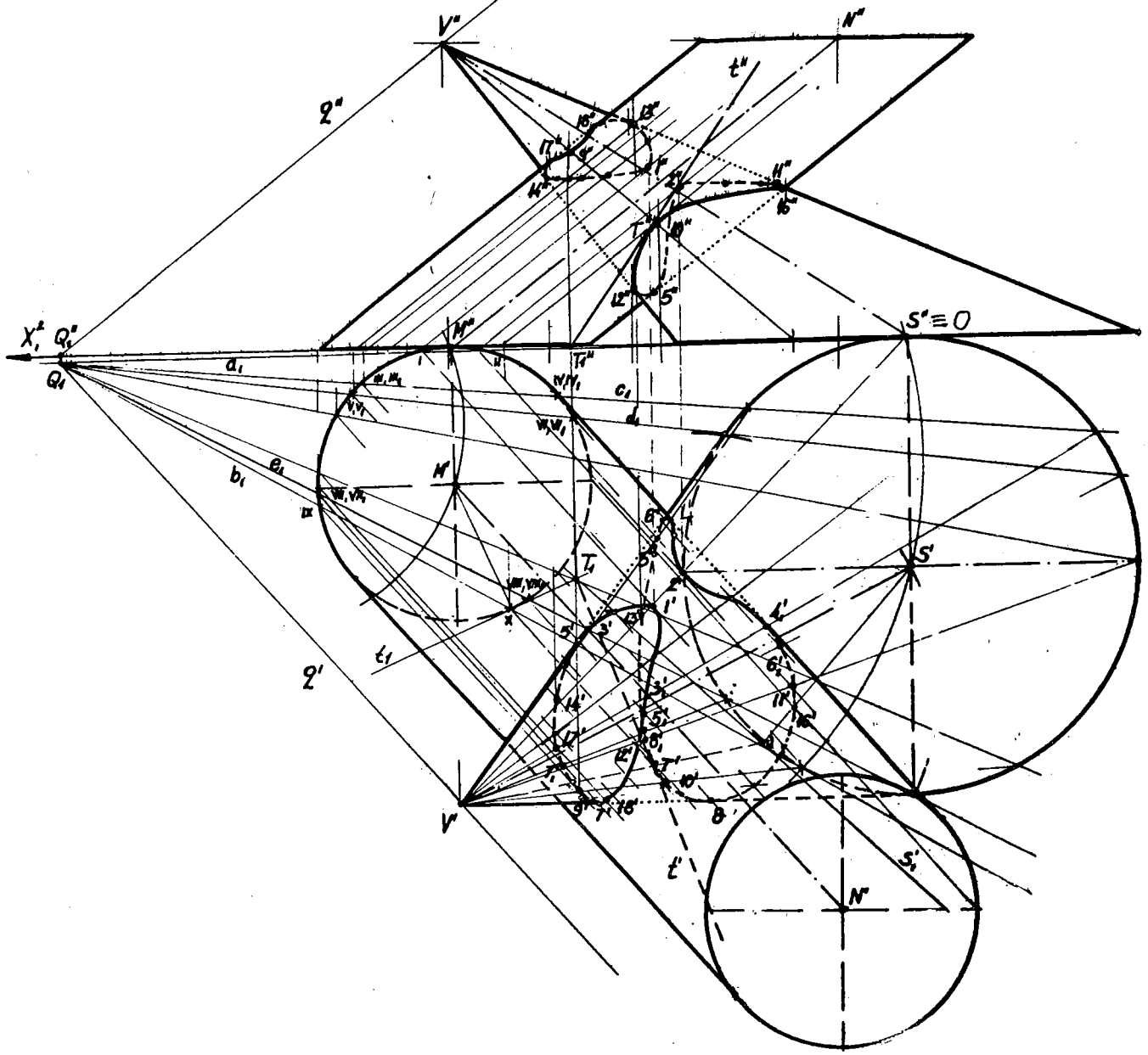
1665 6). Определени се кос кружен конус со основа во Π_1 и кос кружен цилиндар кој има хоризонтални основи, во придружени проекции. Се бара нивниот продор и тангента во некоја точка на продорната крива.

Употребуваме прамен помошни рамнини низ правата $\underline{q}$, која минува низ врвот V на конусот и е паралелна со изводниците (генератрисите) на цилиндарот; секоја таква рамнина ги сече двете површини во изводници. Оваа постапка се применува како во косата проекција исто така и во ортогоналните проекции, доколку двете или само едната површина е КОСА квадрика.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Низ точката V' повлекуваме хоризонтална проекција $q''// M'N'$, а низ V'' нејзината фронтална проекција $q''//M''N''$ на правата $\underline{q}$ што е носител на праменот помошни рамнини, чиј само прв прободот Q_1 го наоѓаме, бидејќи двете тела се поставени со базисите во Π_1. Поставуваме тангентни рамнини на конусот со конструирање тангенти од точката Q_1 кон кругот со центарот S', кои претставуваат нивни хоризонтални траги a_1 и b_1. Овие полуправи ја сечат долната основа на цилиндарот во пресечните видливи точки I, II, IX и невидливата X. Тоа покажува дека двете тангентни рамнини на конусот се бараните гранични рамнини, меѓу нив е сместен продорот, кој е целосен, бидејќи конусот целиот навлегува во цилиндарот со влезниот дел и го напушта со излезната гранка на дводелната продорна просторна крива. Задолжително конструираме помошни рамнини низ десната контурна изводница IV $4'$ на цилиндарот и двете низ контурни изводници на хоризонталната контура на конусот, како и рамнини низ контурните изводници на двете фронтални контури на телата.

ОДРЕДУВАЊЕ ПРОДОРНИ ТОЧКИ, НИВНА ВИДЛИВОСТ И СВРЗУВАЊЕ. Тангентната рамнина A на конусот ја пресекува обвивката на цилиндарот во хоризонталната проекција во две видливи изводници I $1'$ и II $2'$, кои се сечат со допирната изводница на конусот во видливите продорни точки $1'$ и $2'$, чии вистински тангенти се припадните изводници на цилиндарот, поради кое точките 1 и 2 се ТЕМИЊА на кривата. На ординалите од точките $1'$ и $2'$ до фронталната проекција на соодветната невидлива изводница од конусот се наоѓаат нивните невидливи фронтални проекции $1''$ и $2''$. Наредната нацртана помошна рамнина што минува низ десната контурна изводница на цилиндарот е определена со нејзината хоризонтална трага c_1, која е сврзница на точките IV со Q_1, таа ги сече основите на двете тела во по две точки, рамнината ги пресекува двете површини во по две видливи изводници, кои меѓу себе се сечат во четири видливи продорни точки $3', 3_1'$ и $4', 4_1'$. Од нив а на ординалите на односните изводници ги добиваме нивните проекции $3'', 3_1''$ и $4'', 4_1''$, кои се невидливи, бидејќи припаѓаат на задната обвивка на телата што се невидливи во фронталната проекција.

Зад.1665 б)-Дводелна продорна крива меѓу кос кружен конус и кос кружен цилиндар во монжови проекции.



Веднаш по одредувањето на продорните точки на две соседни пресечни рамнини пристапуваме кон нивното сврзување и во двете проекции, поаѓајќи од точката $1'$ што ја сврзуваме со тенка полна крива линија со соседните продорни точки $3'$ (од лево) и $3_1'$ (од десно) за горната гранка и $2'$ со $4'$ и со $4_1'$ од долната гранка на продорната крива. На ист начин тоа го правиме и во фронталната проекција, водејќи сметка дека соседност на точките се установува со соседност на изводниците кај секоја од праволиниските површини. Понатаму помошната рамнина $\mathbf{A}$ низ левата контурна изводница на хоризонталната контура од конусот ја дефинираме со нејзината хоризонтална трага d_1, која ги сече базисите на површините во четири пресечни точки, површините, пак, во четири изводници, чиј меѓусебен пресек се четири продорни точки $5',5_1'$ (обете видливи) и невидливи $6',6_1'$ (поради невидливост на припадната пресечна изводница од цилиндарот), а оттаму ги наоѓаме нивните фронтални проекции $5'',5_1''$ и $6'',6_1''$ што се невидливи. Продолжуваме со нивното спојување со претходните точки $5',3',1',3_1',5_1'$ и $5',4',2',4_1',5_1'$ во хоризонталната проекција, потоа и во фронталната. Оваа постапка целосно ја повторуваме за секоја наредна поставена помошна рамнина заклучно со втората гранична рамнина B со нацртаната хоризонтална трага b_1, при што се добиваат доволен број заеднички точки што ги дооформуваат двата одделни дела на бараната продорна просторна крива од конусот со цилиндарот во монжови проекции. Нејзиното поточно исцртување се подобрува со конструирање на низа тангенти во најдените продорни точки, покрај привидните тангенти во секоја проекција во која се јавуваат контурните изводници на површините.

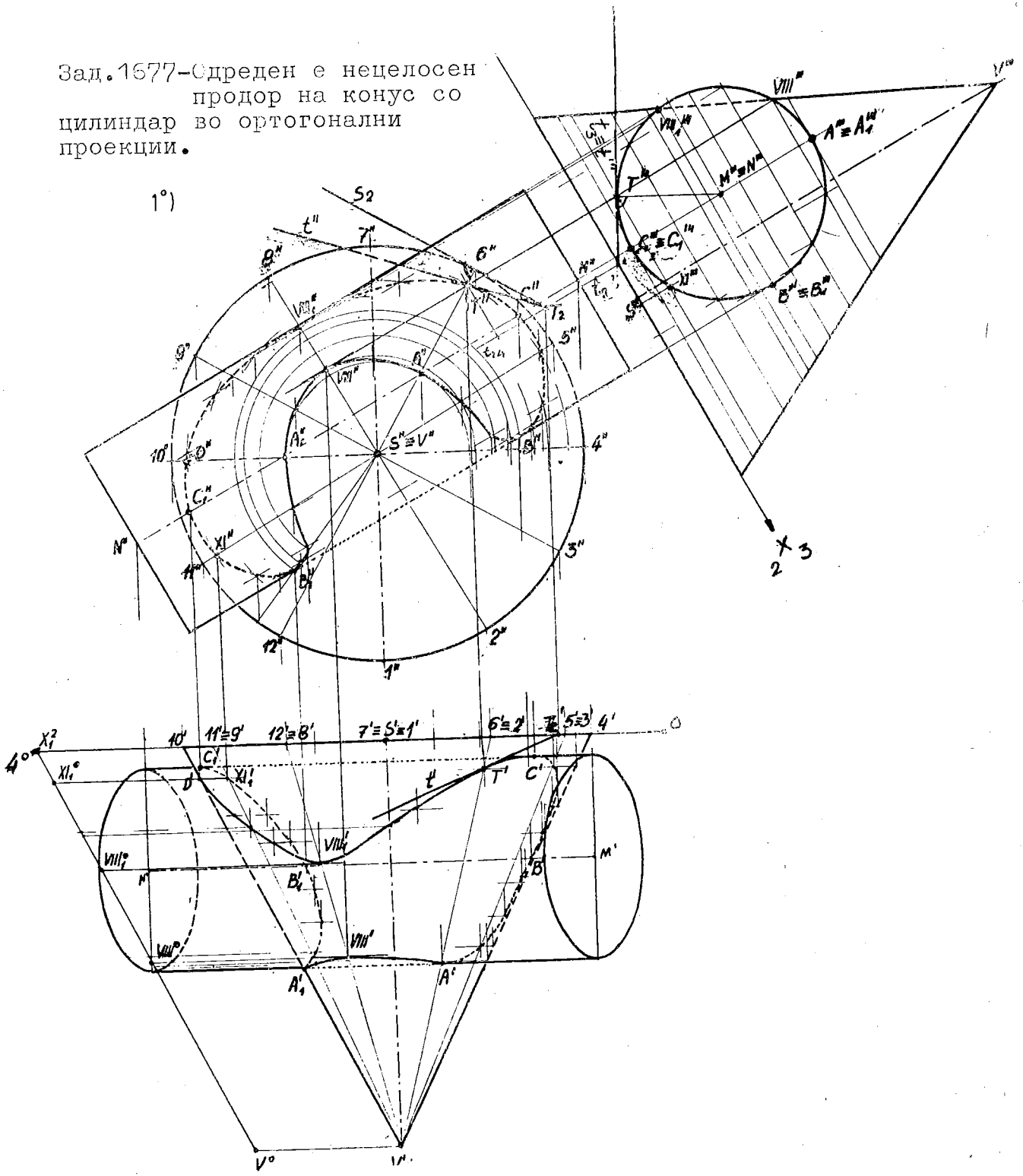
ТАНГЕНТАТА $t(t',t'')$ во произволната точка T на кривата ја конструираме како пресек на тангентните рамнини на конусот $\Sigma/s_1,../$ и на цилиндарот $T/t_1,../: t'=T'T_1'$ и $t''=T''T_1''$.

ТЕМИЊАТА на продорната крива се следниве нејзини точки 1,2,9 и 10

1677. Зададени се ротационен конус со оската $SV \perp \Pi_2$ и ротационен цилиндар чија оска $MN // \Pi_2$, во придружени проекции. Да се најде нивната продорна крива и тангента во една нејзина точка. Потоа да се конструира обвивката на конусот со продорната крива врз неа.

РЕШЕНИЕ. Со воведување нова помошна проекциона рамнина Π_3 нормална на оската MN на ротациониот цилиндар, тој би се довел во најспецијална положба во третата проекција - сиот цилиндар ќе се проектира во круг конгруентен со неговите основи. Тоа овозможува да ја добиеме третата проекција на продорната крива, таа директно се совпаѓа со делот од истоимената проекција на цилиндарот. За таа цел $\Pi_3 \perp MN$ а исто така $\Pi_3 \perp \Pi_2$, од каде ${}_2x_3 \perp M''N''$. Ги нацртуваме третата проекција на конусот

Зад.1677-Одреден е нецелосен продор на конус со цилиндар во ортогонални проекции.



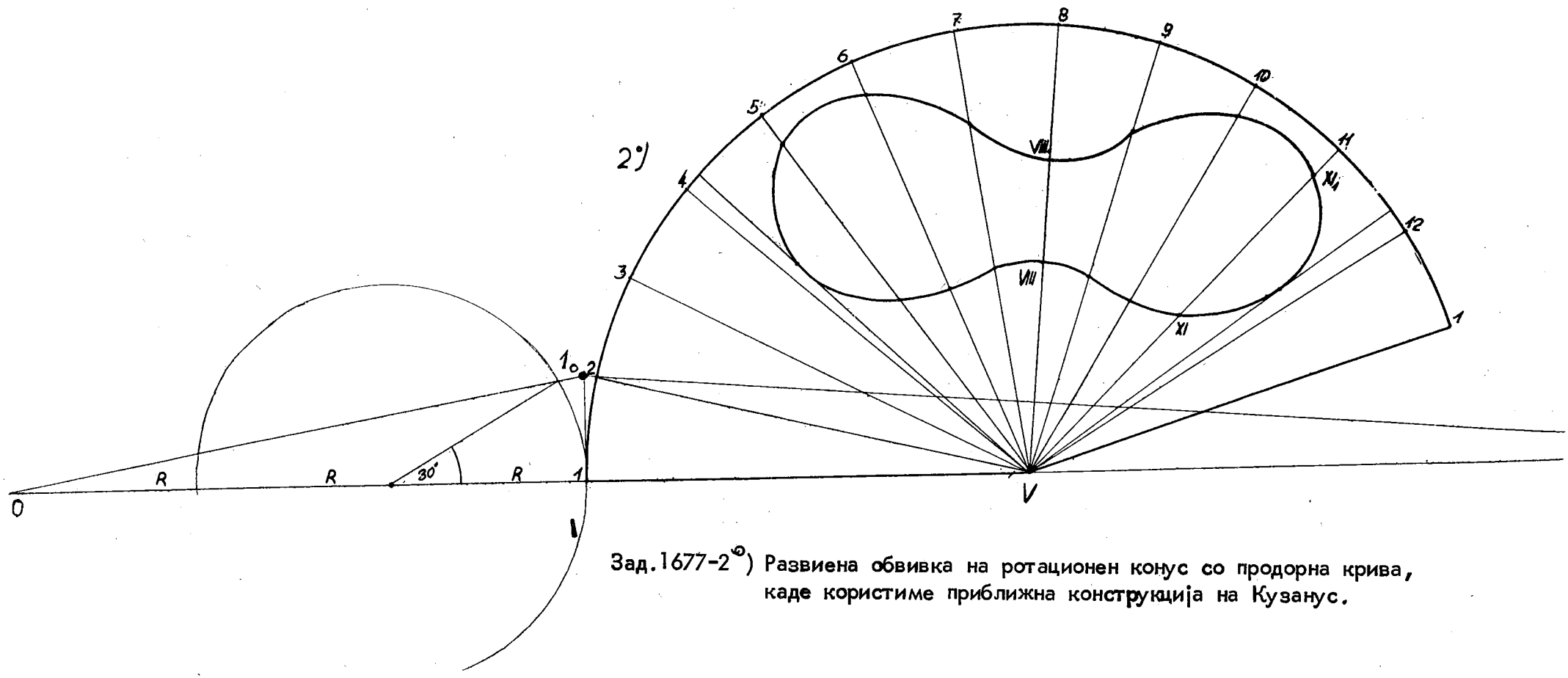
и на цилиндарот, па добиваме дека бараната крива во оваа проекција е кружниот лак $VIII'''A'''B'''XI'''C'''T'''VIII_1'''$, што покажува дека имаме нецелосен продор (задир), а продорната крива е од еден дел.

Со употреба на прамен фронтални паралелни рамнини, кои конусната површина ја сечат во фронтални кружници а цилиндричната во изводници, нивни фронтални проекции одредуваат пресечни точки на кои се бараните продорни точки што припаѓаат на просторната крива. Од овие точки на ординалите ги наоѓаме нивните хоризонтални проекции со користење на должините на соодветните први ординати, кои се познати од третата проекција. Тука обрнуваме внимание на точките A', A_1' и C', C_1' што лежат на контурите на хоризонталната контура на цилиндарот и дополнително ги наоѓаме на контурната изводница на конусот A_1' и D' преку пресекот на нејзината фронтална проекција $10''V''$ со истоимената проекција на кривата.

Во продорните точки VIII и VIII_1 постојат фронтални тангенти на продорната крива. ТАНГЕНТА $\underline{t}$ во точка $T(T', T'')$. Во допирната точка T конструираме тангентна рамнина Σ на конусот $6 \in s_2 \perp V''T'' \equiv V''6''$ и тангентна рамнина T на цилиндарот $T'' \in t_3 \perp M'''T'''$ и $t_2 \perp {}_2x_3$. Бараме пресек $t = T \cap \Sigma$, именно $s_2 \cap t_2 = T_2$, која сврзана со T ја одредува тангентата t и нејзините три проекции : $t'' = T''T_2$, $t' = T'T_2'$ и $t''' = T'''T_2'''$.

ВИДЛИВОСТ. Евидентна е во фронталната проекција, со оглед на тоа дека сета обвивка на конусот се гледа, а цилиндричната, нејзиниот преден дел е ограничен со изводницата што минува низ овие точки B' и B_1', така што тој пречи да се види целата крива, но само делот определен со заедничките точки $B''A''VIII''A_1''B_1''$. За да ја установиме во хоризонталната проекција ги разгледуваме одделно двете тела -горниот дел од обвивката на конусната површина и горната обвивка со десната основа на цилиндарот, потоа го гледаме заедничкиот дел сместен меѓу контурните изводници на двете тела. Од цртежот 1° се уочува дека цилиндарот е поблиску до набљудувачот во однос на Π_1, па видливоста почнува со десната контура на цилиндарот и завршува со левата на конусот $A'VIII'A_1'$ и $C'T'VIII_1'D'$.

На приложената слика 2° е претставена обвивка на конусот развиена во цртачката рамнина со продорната крива врз неа. За таа цел основата на конусот ја делиме на 12 еднакви делови, кои сврзани со врвот V определуваат ист број изводници, чии фронтални и хоризонтални проекции се нацртани. Врз поголем број на овие изводници лежат продорни точки. Претходно приближно ја конструираме обвивката на ротациониот конус со користење на методот на Кузанус за приближно претставување дел од кружен лак во отсечка на тангента во една крајна точка 1 на тој лак. Точката 1 ја сврзуваме со центарот на кружницата и радиусот R го пренесуваме уште два пати,



Зад.1677-2°) Развиена обвивка на ротационен конус со продорна крива, каде користиме приближна конструкција на Кузанус.

така што крајната точка 0 на должината $3.R$ ја спојуваме со втората крајна точка на споменатиот лак со зрак,кој со тангентата се сече во точката 1_o,при што отсечката $1\,1_o$ е со приближна должина на 1/12 дел од кружницата на конусот.Наведената конструкција по обратен ред на работа ја користиме за да добиеме 1/12 дел на лак од кружен исечок - обвивката на конусот,но тука како радиус на кружниот сегмент ја користиме вистинската должина на изводниците на конусот.Ќе нацртаме 13 изводници на конусот,бидејќи него сме го пресекле по изводницата $1\,V$,која два пати се јавува при развивањето на обвивката.

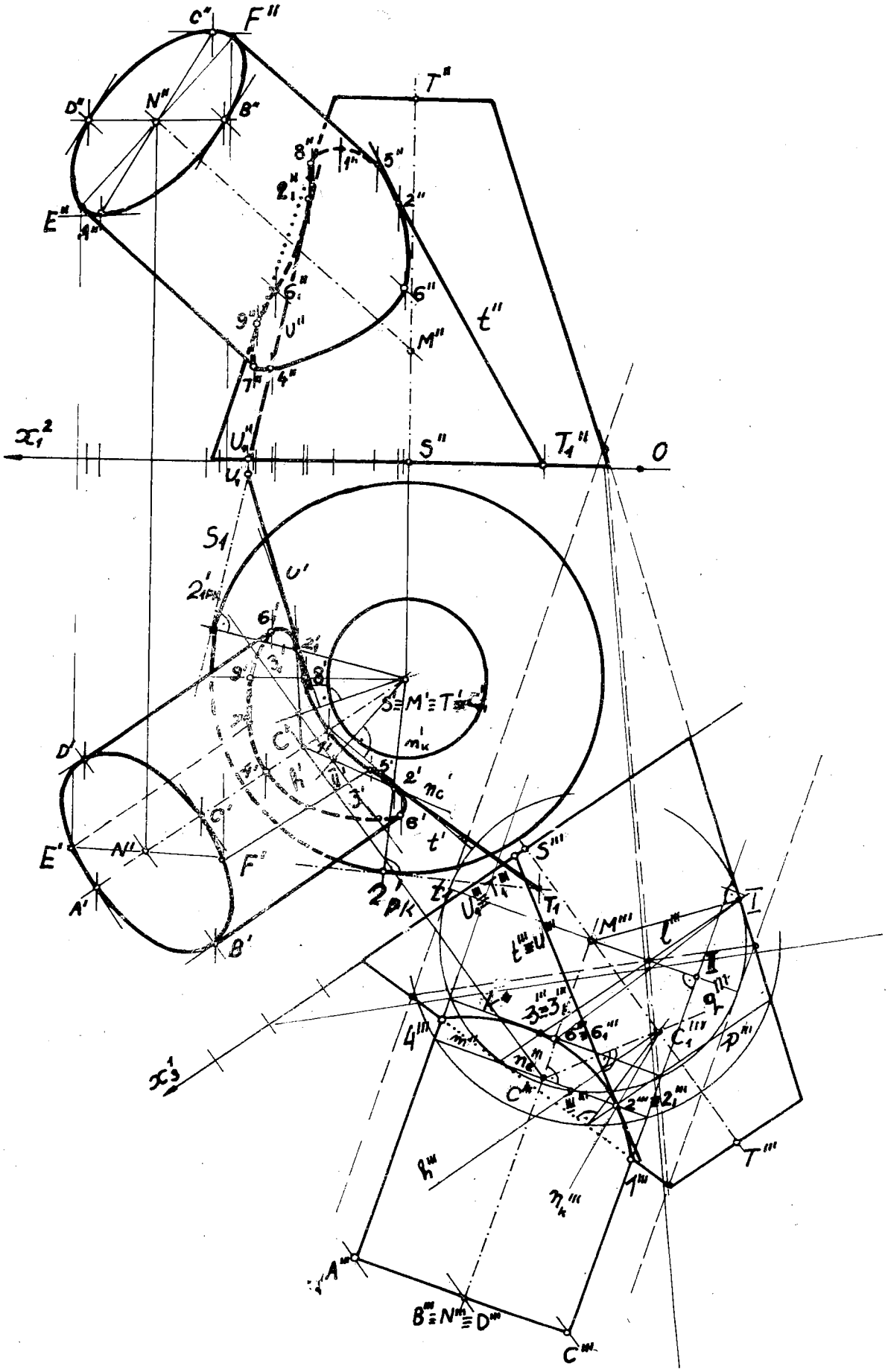
На контурната изводница $4'V'$,односно 4^oV^o ги пренесуваме и другите делови од изводниците врз кои има продорни точки.Овие вистински должини ги нанесуваме на соодветните развиени изводници. Така добиените продорни точки ги соединуваме со криволинијска во развиена продорна крива.Тука може да се нацрта и тангентата t во точката T со користење на вистинската големина на правоаголниот триаголник $TT_2 6$.

1683.Дефинирани се пресечен ротационен конус со оска $ST \perp \Pi_1$ и ротационен цилиндар има оска MN во општа положба,кои меѓу себе се сечат во точката M. Се бара заемната продорна крива и тангента во нејзината произволна точка.

Можно е рационално исцртување на меѓусебниот продор на двете површини со генералниот метод - концентрични помошни сфери,секоја од нив ги сече дадените ротациони површини по кружници.Таква постапка секогаш се користи кога телата се ротациони и кога нивните оски се сечат.За да се пристапи кон употреба на методот доволен услов е оските на двете ротациони површини да бидат паралелни со проекционата рамнина во која се изведува споменатава постапка.

РЕШЕНИЕ.Со воведување нова помошна проекциона рамнина $\Pi_3 // MN$,а исто така $\Pi_3 \perp \Pi_1$,од каде се добива новата оска $x_3^1 // M'N'$,во третата проекција ги наоѓаме двете ротациони тела чии оски се сечат во M'''а и двете оски се паралелни со Π_3,па во оваа проекција може да се примени наведената општа постапка.Најпрво го бараме радиусот на најмалата топкина површина.За таа цел од точката M''' повлекуваме две полуправи нормални на контурните изводници на обете површини. Најголемото нормално растојание $\overline{M'''1}$ го земаме за радиус r_{min} на најмалата сфера.Можните концентрични сфери кои би ги користеле имаат радиуси што се движат во следниов интервал : $r_{min} = \overline{M'''I}$ до $r_{max} = \overline{M'''1'''}$.

Симетричната рамнина на двете тела и на продорната крива е определена со нивните оски MN и ST,таа е паралелна со Π_3,па затоа пресечните точки на третите контури од пресечниот конус и од цилиндарот се заеднички $1'''$ и $4'''$,припаѓаат на



Зад.1687-Претставен е продор на ротационен цилиндар и пресечен ротационен конус во ортогонални проекции.

бараната продорна крива, чии други точки две по две се совпаѓаат. Затоа третата проекција на вистинската крива од четврт ред е коника (крива од втор ред) и тоа една гранка на хипербола. Нејзините асимптоти ги конструираме со замислено зголемување на ротациониот цилиндар за најмалата можна сфера што е допирна за ротациониот пресечен конус да стане допирна и за него, кој е претставен со неговите нови контурни изводници извлечени со тенки испрекинати линии.

Концентричната помошна сфера со најмалиот радиус $r_{min}=\overline{M'''1}$ го допира пресечниот конус по кружницата $\underline{1}$ и го сече цилиндарот по кружницата $\underline{k}$, кои се нормални секоја на оската од односното ротационо тело, чии трети проекции се отсечките k''' и $1'''$ (поради што се наоѓаат на ротациони квадрики чии оски се паралелни со Π_3). Тие се сечат во две точки $3'''\equiv 3_1'''$ што се најоддалечени во третата проекција а отсечката што припаѓа на цилиндарот е привидна тангента во најдената точка. Земаме наредна концентрична сфера со радиус меѓу најмалиот и најголемиот, која ги сече двете површини по кружници $\underline{m}$ и $\underline{p}$ што се јавуваат во отсечки m''', p''' на кои лежат продорните точки $2'''\equiv 2_1'''$. Одредувајќи на тој начин доволен број продорни точки во третата проекција, ги сврзуваме во бараната продорна крива.

Хоризонталната проекција на таа крива ја конструираме со помош на хоризонтални кружници по кои концентричните сфери го сечат пресечниот ротационен конус.

Фронталната проекција на заемната просторна крива ја наоѓаме на ординали од продорните точки во хоризонталната проекција со користење на нивните висини од претходно одредената трета проекција, обрнувајќи внимание на контурните точки $8'', 9''$ на конусот и $7'', 5''$ на цилиндарот.

ТАНГЕНТИ $\underline{t}$ и $\underline{u}$ во точките 2 и 2_1 на продорната просторна крива. Еден начин беше ТАНГЕНТАТА Е ПРЕСЕЧНА ПРАВА на тангентните рамнини на едната и на другата површина во посматраната продорна точка. Ако оската на едната од ротационите квадрики не е нормална на ниедна од проекционите рамнини, наведенава постапка не е рационална за употреба. Во ваков случај постои друг принцип за КОНСТРУИРАЊЕ ТАНГЕНТА КАКО НОРМАЛА на рамнина образувана од нормали на двете површини повлечени во разгледуваната продорна точка. Тука се користи својството на нормала на ротациона површина што се совпаѓа со правецот на радиусот на допирната сфера по должината на кружницата што поаѓа низ разгледуваната точка а припаѓа на односната ротациона површина. Го наоѓаме центарот $C(C''', C')$ на допирната сфера само на ротациониот цилиндар по должината на неговата кружница $\underline{m}$ која е голема кружница за таа сфера, па сврзницата $C'''2'''(C'''2_1''')$ е трета проекција n_c''' на бараната нормала $n_c(n_c''', n_c')$ на цилиндарот во точката $2(2''', 2')$. Треба да го одредиме центарот $C_1(C_1''', C_1')$ на допирната сфера само на пресечениот ротационен конус по должината

на кружницата p, ако низ нејзината крајна точка на контурата повлечеме права нормална на таа контурна изводница, која во пресек со оската на тој конус го одредува бараниот центар C_1''', па сврзувајќи се со точката 2 се добива нормалата на конусот $C_1 2 : n''_k \equiv C_1''2''$ и $n'_k \equiv C_1'2'$. Двете нормали $n_c(n_c''', n_c')$ и $n_k(n_k''', n_k')$ формираат рамнина на која бараната тангента t стои нормално. Сврзницата на центрите на претходниве допирни сфери $C'C_1' \;//\; x_3^1$-оската, поради тоа нејзината трета проекција $C'''C_1'''$ го одредува правецот на третата трага на рамнината $n_c \cap n_k$, така што третата проекција t''' на бараната тангента t ја конструираме со повлекување права низ точката $2'''$ нормална на сврзницата $C'''C_1'''$. Низ точката C_1''' повлекуваме права $h''' \;//\; x_3^1$-оската, која нормалата n_c''' ја сече во точката III''', нејзината хоризонтална проекција $h' = C_1'III'$ го дава правецот на хоризонталната трага на односната рамнина $(n_c \cap n_k)$. Сега сме во можност да нацртаме хоризонтална проекција t' на тангентата со повлекување права низ точката $2'$ нормална на $h' = C_1'III'$. Знаејќи t''' и t' може лесно да се добие и нејзината фронтална проекција t''.

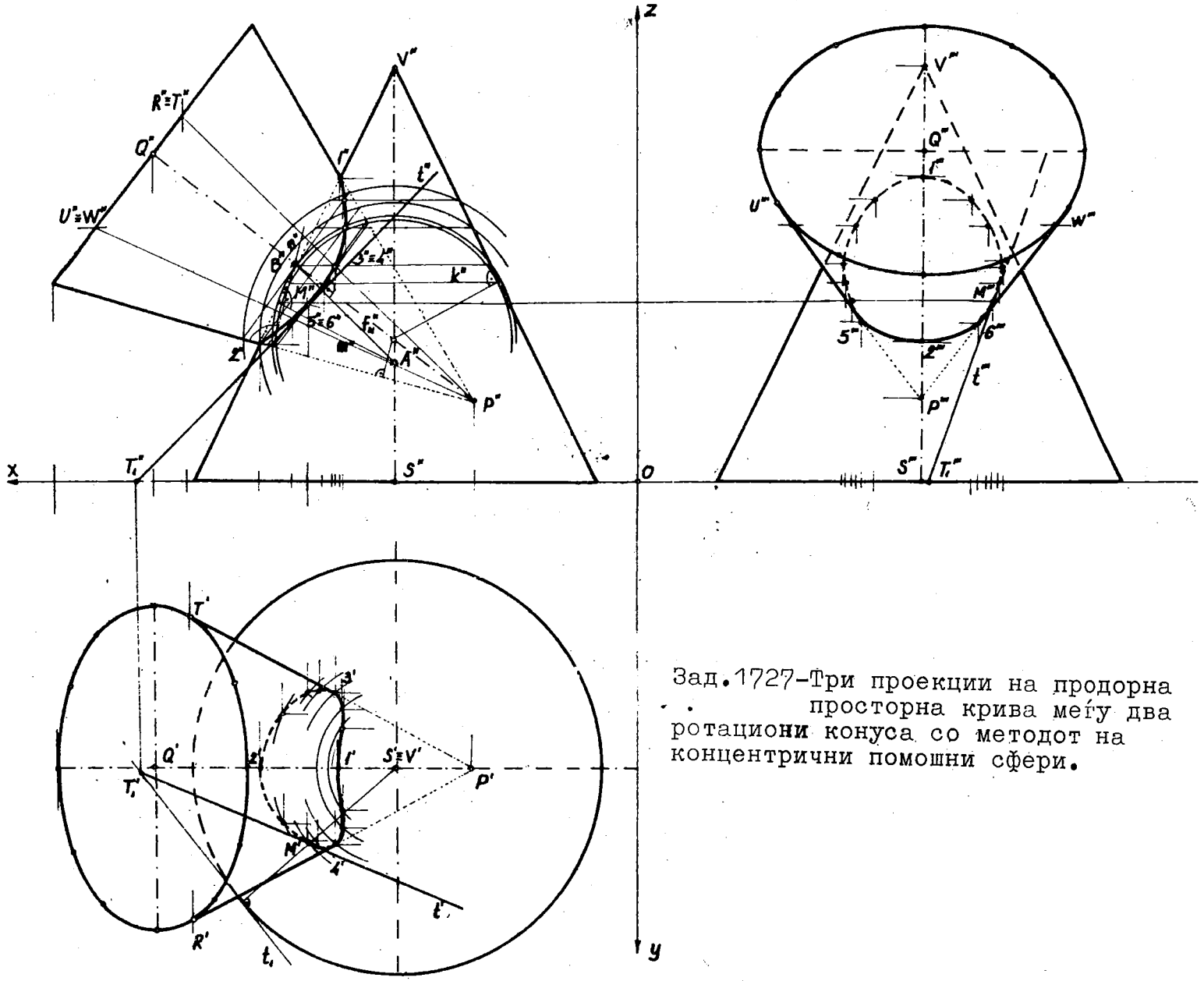
На приложениот цртеж е покажано исцртување на тангентата u во заедничката точка 2_1; најпрво u''' потоа u' и на крајот u''.

Меѓутоа, хоризонталните проекции на тангентите може да се конструираат на погоден начин, употребувајќи тангентни рамнини T и Σ на пресечениот конус, од кои мошне брзо ги нацртуваме нивните хоризонтални траги t_1 и s_1, на кои се наоѓаат T_1 на t и S_1 на s, преку нивните трети проекции $T_1''' \equiv U_1'''$.

1727. Фиксирани се два ротациони конуса, едниот со оската $SV \perp \Pi_1$ и вториот има оска $PQ \;//\; \Pi_2$ (постои до продорот), чии оски се сечат. Да се одреди заемната продорна крива и во една нејзина точка тангента.

РЕШЕНИЕ. Наједноставно и точно би ја добиле продорната просторна крива со употреба на општата постапка - концентрични помошни сфери. Оските на двете ротациони тела определуваат симетрична рамнина на телата и на продорната крива, која е паралелна со Π_2, па во фронтална проекција контурните изводници на двата конуса се сечат во заеднички точки $1''$ и $2''$, на чии хоризонтални проекции $1'$ и $2'$ имаме вертикални тангенти. Точките 1 и 2 се темиња на продорната крива. Иако таа крива е од четврт ред нејзината фронтална проекција е крива од втор ред - гранка на хипербола.

Го одредуваме радиусот на најмалата сфера од семејството концентрични помошни сфери за двете ротациони површини во фронталната проекција со спуштање нормали од пресечната точка на двете оски кон контурните изводници на двата конуса. Најголемото растојание од претходно одредените две го претставува радиусот на најмалата сфера што ја допира обвивката на вертикалниот конус во хоризонталната круж-



Зад.1727-Три проекции на продорна просторна крива меѓу два ротациони конуса со методот на концентрични помошни сфери.

ница а другата ја сече исто така во кружница. Секоја од нив е нормална на оската на соодветниот конус, така што нивните фронтални проекции се отсечки кои се сечат во поклопни продорни точки, при тоа отсечката од пресечната кружница на вториот конус се јавува како тангента на продорната крива. Наредната помошна сфера ќе ја нацртаме од истиот центар со радиус поголем од првата, која двете конусни површини ги сече во кружници, кои се на иста сфера, па нивниот меѓусебен пресек ги одредува фронталните проекции на двете совладнати продорни точки. Повторувајќи ја постапкава со концентрични сфери може да се најдат доволен број точки што припаѓаат на фронталната проекција од бараната продорна крива.

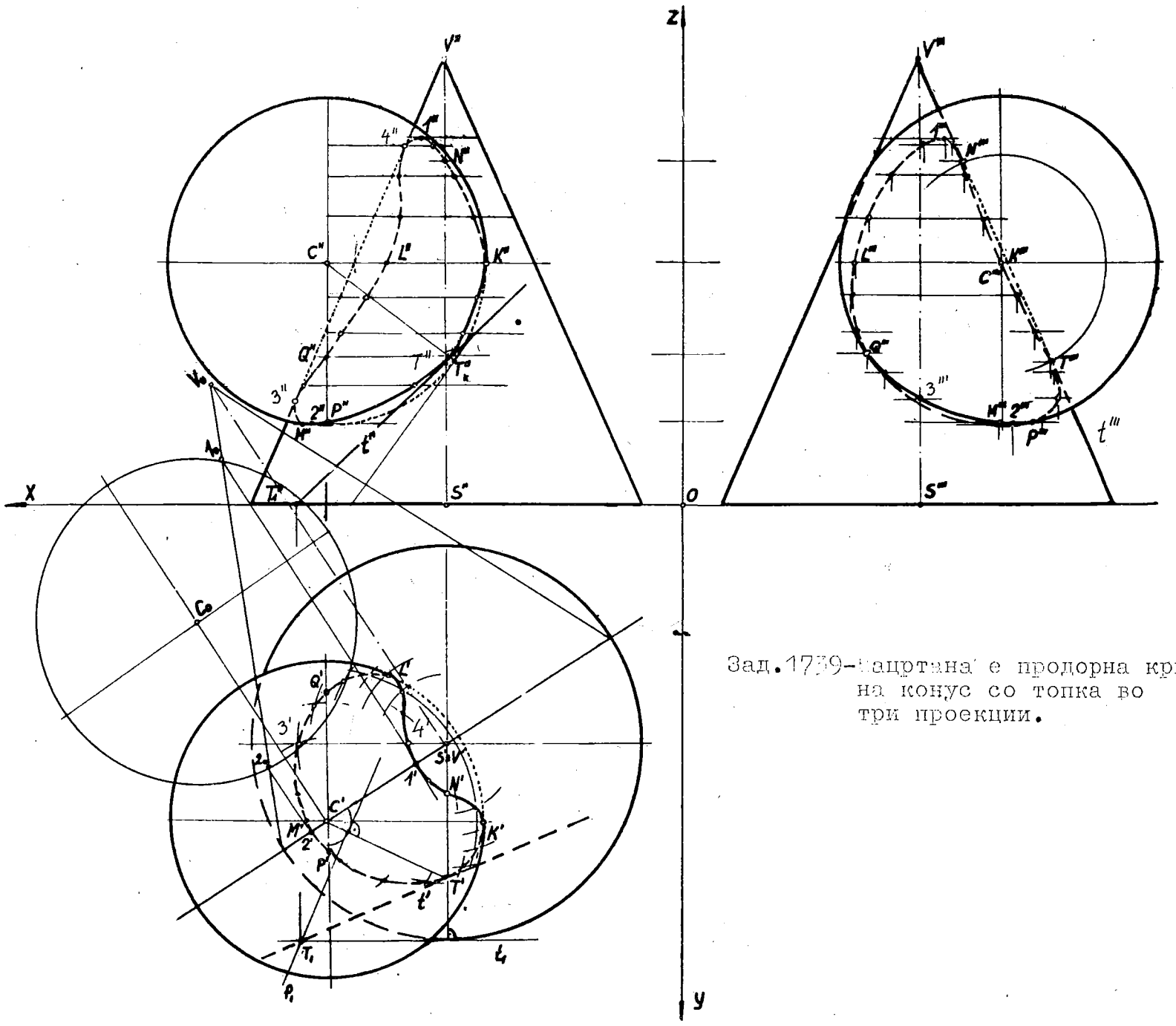
Хоризонталната проекција на заемната просторна крива ја наоѓаме со помош на хоризонтални кружници на вертикалната конусна површина повлечени низ фронталните проекции на продорните точки. Обрнуваме внимание на контурните заеднички точки $3'$ и $4'$ на хоризонталната контура на другиот конус со кривата, ги конструираме така, што претходно ги наоѓаме подножните точки T' и R' на контурните изводници $T'P'$ и $R'V'$ па нивните фронтални проекции T'' и R'', кои сврзани со P''а во пресек со проекцијата на кривата даваат совладната продорна точка $3''\equiv 4''$. Оттаму и на ординалите точно ги добиваме бараните точки $3'$ и $4'$.

Знаејќи ги обете проекции, профилната проекција на продорната крива ја конструираме преку фронталната со нанесување на првите ординати на тие точки, со нагласување на заедничките контурни точки $5'''$ и $6'''$, така што меѓу нив видлив ќе биде делот $5'''2'''6'''$ од кривата.

ТАНГЕНТАТА $\underline{t}$ во допирната точка M е конструирана во фронталната проекција со помош на нормала на рамнина, определена од двете нормали повлечени во точката M кон обете површини. Оваа постапка подробно е образложена во решената задача 1683. Приложениов цртеж е намален при неговото пресликување.

1739. Зададени се ротационен конус со хоризонтална основа и топка. Да се најде нивната продорна крива и во нејзина дадена точка тангента.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Тука постои симетрична вертикална рамнина на двете тела, која е определена од центарот на топката C и оската на конусот SV, таа се јавува симетрична и за бараната продорна крива. Во неа лежат најниската и највисоката продорна точка во однос на Π_1, поради што најпрво нив треба да ги одредиме. Тоа ќе го реализираме ако симетричната рамнина што е во хоризонтално-проектирачка положба ја соборуваме во Π_1 со пресечните изводници на конусот и пресечениот главен круг на топката со центарот C_o, кои меѓу себе се сечат во заедничките точки 1_o и 2_o и оттаму ги наоѓаме нивните хоризонтални проекции $1'$ и $2'$.



Зад.1759-Начертана е продорна крива на конус со топка во три проекции.

На ординалите од точките $1'$ и $2'$ ги добиваме проекциите $1''$ и $2''$ со користење на нивните висини од соборената положба $\overline{1_o1'}$ и $\overline{2_o2'}$. Меѓу $1''$ и $2''$ се наоѓа фронталната проекција на бараната продорна крива, во тие точки тангентите се јавуваат хоризонтални. Како помошни површини тука ги користиме помошните хоризонтални рамнини, а не фронталните или профилните бидејќи тие го сечат конусот главно во хиперболи, така што нивната употреба би била неоснована, нерационална. Задолжително поставуваме хоризонтална рамнина низ екваторот на топката, која го сече конусот по хоризонтален круг со соодветен радиус. Нивниот пресек ги дава точките L' и K' што припаѓаат на границата од видливиот дел на продорната крива во хоризонталната проекција. Поставуваме уште неколку хоризонтални помошни рамнини над и под рамнината на екваторот. Добиените заеднички точки во хоризонталната потоа во фронталната проекција ги сврзуваме по редот на употребуваните хоризонтални рамнини, почнувајќи од највисоката, односно најниската, што може да се користи а да има смисла (да ги сече двете тела во кругови кои имаат реални пресечни точки).

Дополнително внесуваме вертикална рамнина определена со контурните изводници на фронталната контура на конусот, која ја пресекува топката во споредена фронтален круг, чија фронтална проекција ја сече левата контурна изводница во две продорни точки $3''$ и $4''$. Во оваа проекција има уште две карактеристични точки M'' и K'' на продорната крива што лежат на главниот мердијан од топката, па нивното одредување е приближно преку нацртаната хоризонтална проекција на кривата, односно M' и K'. Профилната проекција на заемната просторна крива ја наоѓаме со користење фронтални проекции на продорните точки и нивните први ординати. Дополнително поставуваме профилна рамнина низ $V'''S'''$ за точно конструирање продорни точки N и T на кривата што лежат на предната контурна изводница на профилната контура од конусот N''' и T'''. Треба приближно да се нацртаат продорни точки што припаѓаат на профилната контура од топката.

ТАНГЕНТА t во точката T на кривата, ја наоѓаме како пресечка на две тангентни рамнини P,T поставени кон обете ротациони површини во набљудуваната точка. Тангентната рамнина P на топката ја одредуваме преку припадниот допирен ротационен конус конструиран на хоризонталниот според круг на топката во точката T. Бараната тангента t е сврзница на точките T и T_1 : $t'=T'T_1$, $t''=T''T_1''$ и $t'''=T'''T_1'''$.

ВИДЛИВОСТ. Во хоризонталната проекција делот од кривата $K'N'1'4'L'$ се гледа, зашто припаѓа на горната полутопка. Во фронталната проекција се гледа предниот дел на топката, така што е видлива $M''2''T''K''$, а во профилната левиот дел од топката па е видлива $P2M''3Q''$ од продорната крива.

Презентираниов цртеж е намален.

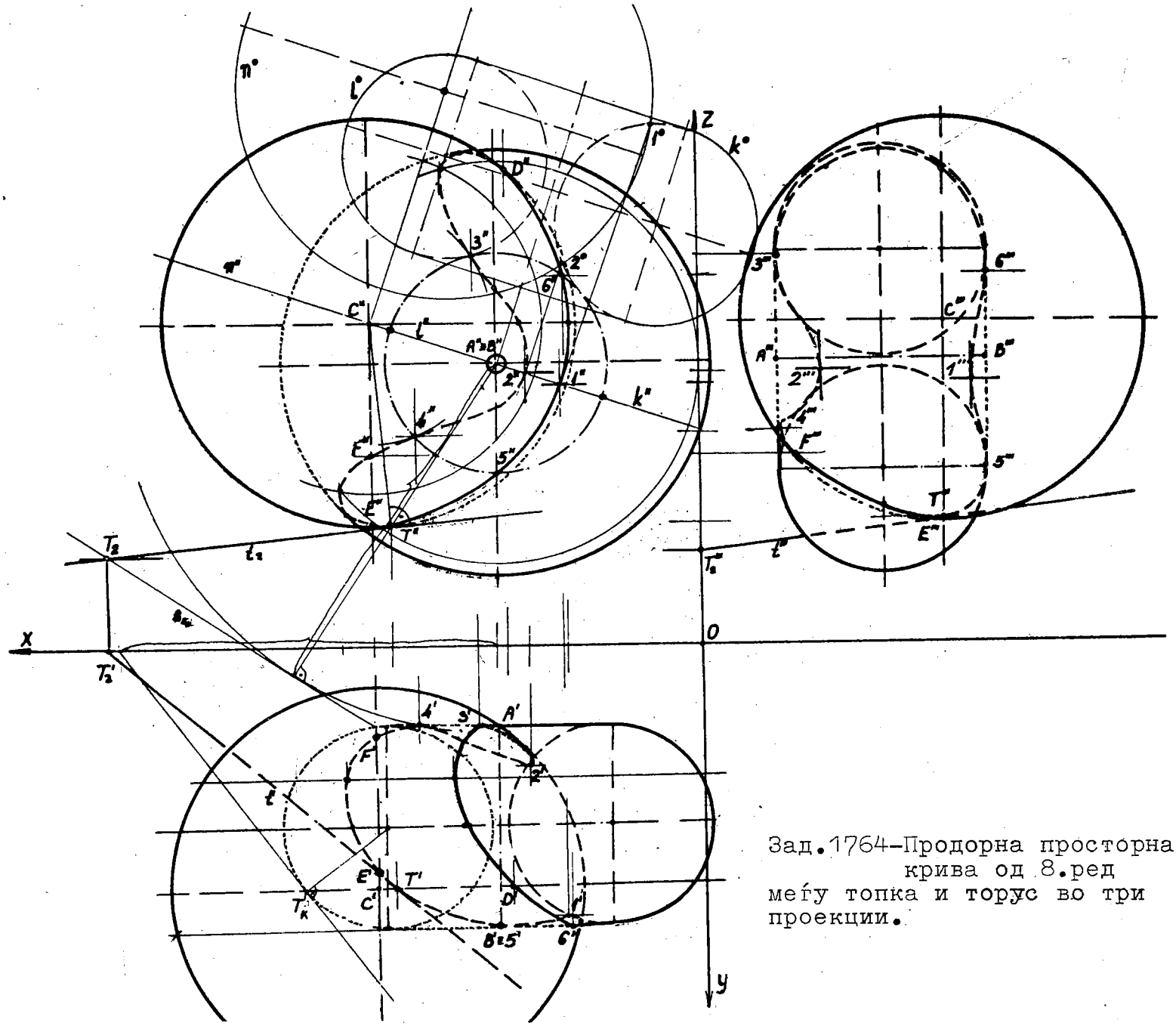
1764. Определени се по големина и положба топка и торус со оска o =AB $\perp \Pi_2$, во ортогонални проекции. Да се конструираат заемната продорна крива и тангентата $\underline{t}$ во допирната точка T.

РЕШЕНИЕ. Продорот меѓу дадените тела ќе го одредиме со помошни пресечни површини -фронтални рамнини, кои се нормални на оската на торусот, тие ги пресекуваат двете ротациони површини во фронтални кружници. Поставуваме помошни фронтални рамнини со хоризонтални траги низ : точката A' (најблиската до Π_2), средишната за грлената и најголемата надворешна кружница на торусот, точката B' (најоддалечена од Π_2) и уште барем две симетрични во однос на средишната. Рамковните-граничните помошни рамнини низ A и B го сечат торусот во фронтален круг, додека секоја рамнина помеѓу овие во два фронтални круга. Во фронталната проекција ги наоѓаме пресечните кругови со топката и со торусот, нивниот меѓусебен пресек ги дава точките што припаѓаат на бараната продорна крива. За првата помошна гранична рамнина тоа се две точки $3''$ и $4''$, а на ординалите ги наоѓаме $3'$ и $4'$ и соодветно проекциите $3'''$ и $4'''$. Оваа постапка ја употребуваме сукцесивно за наредните помошни фронтални рамнини, одредувајќи ги точно графички заедничките точки во фронтална, па хоризонтална и профилна проекција, истовремено соединувајќи ги со тенка крива линија претходните продорни точки.

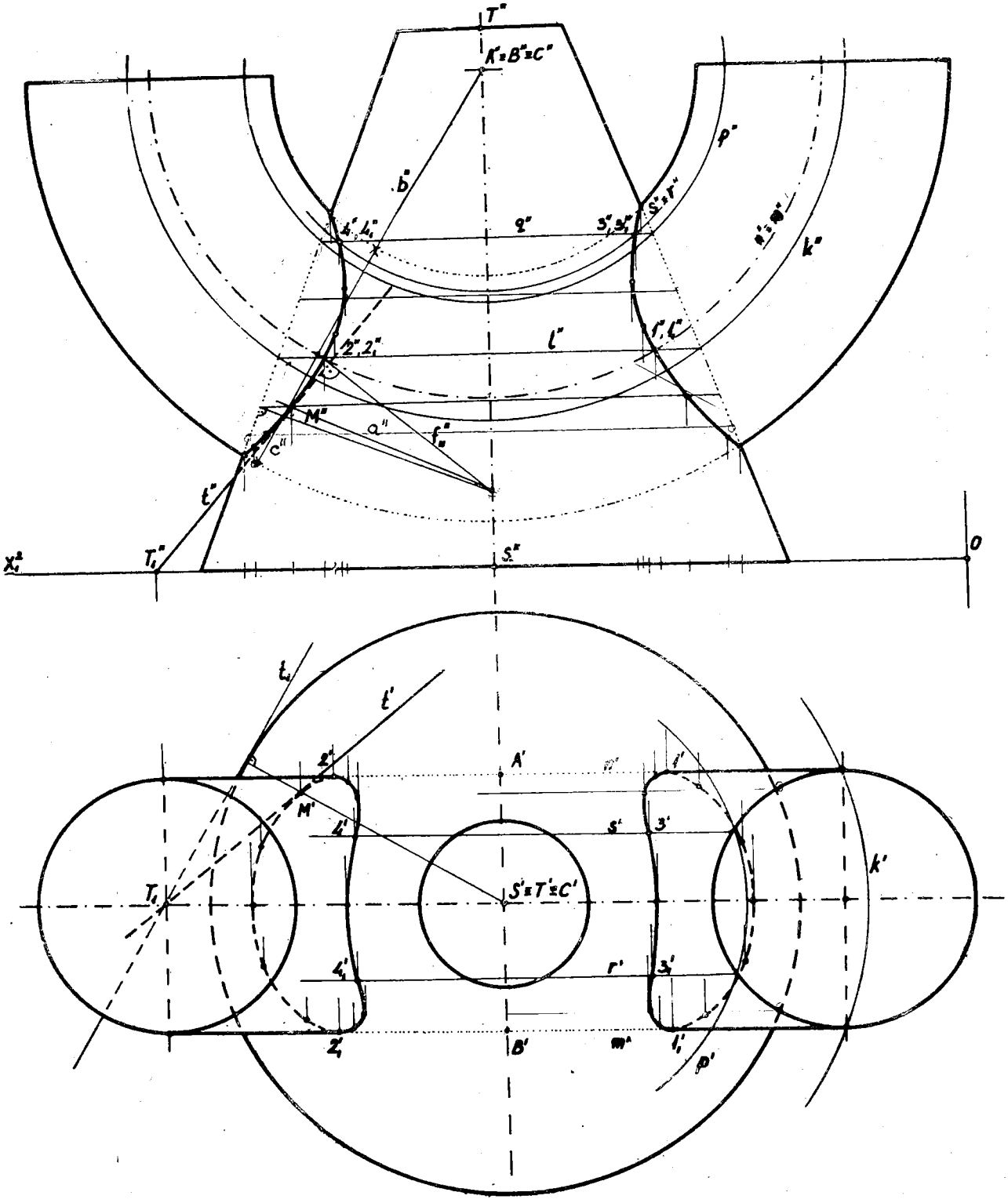
Егзистира симетрична рамнина на двете ротациони површини и на продорната крива, дефинирана со центарот C на топката и оската o =AB на торусот. Таа има фронтално-проектирачка положба, со нејзиното соборување ги одредуваме темињата 1° и 2° на бараната просторна крива од осми ред (бидејќи е пресек на топкина површина од 2. ред и прстенеста површина од 4. ред), потоа нивната фронтална проекција $1''$ и $2''$, оттаму ги наоѓаме другите проекции $1', 2'$ и $1''', 2'''$.

ТАНГЕНТА $\underline{t}$ во дадена допирна точка T, како пресечна права на две тангентни рамнини кон секоја од ротационите површини. Овие рамнини ги конструираме со генералната постапка за секоја ротациона површина, имено со употреба на допирен ротационен конус, односно ротационен цилиндар. Кон торусот е конструиран допирен конус со контурна изводница во точката T'_k по должината на фронталната кружница на прстенестата површина, така што тангентната рамнина Σ на оваа ротациона површина е заедничка и за допирниот конус, одредувајќи ја фронталната трага s_2. Кон топката е нацртан допирен цилиндар по должината на главниот мердијан на топкината површина, нивната заедничка тангентна рамнина е T со фронталната трага t_2. Бараната тангента $\underline{t}$ е сврзница на точките T и $T_2 = s_2 \cap t_2$, чии проекции се $t'' = T''T_2$, $t' = T'T'_2$ и $t''' = T'''T'''_2$.

ВИДЛИВОСТ. Топката е најоддалечена по однос на Π_1, Π_2 и Π_3, отколку торусот. Во фронталната проекција видливоста на продорната крива завршува со контурните точки D'' и T'' на топката : $D''6''1''5''T''$. Да установиме видливост во хоризонталната проекција - треба да уочиме делови од горната полутопка и горниот полуторус, при тоа заедничкиот видлив дел од полутопката е омеѓен со оскината полукружница на торусот меѓу точките $3''$ и $6''$, па се добива дека таа завршува со торусот $3'D'6'$. Аналогно размислувајќи, но во однос на Π_3, констатираме дека видливиот дел на кривата се наоѓа на левата полутопка, па е ограничен со продорните точки E''' F'''. Дефинитивното исцртување на просторната крива одделно во секоја проекција го извршуваме рамномерно сврзувајќи ги продорните точки со криволинијка. Приложената слика е намалена при пресликувањето.



Зад.1764-Продорна просторна крива од 8.ред меѓу топка и торус во три проекции.



Зад.1801-Монжови проекции на меѓусебен продор на пресечен конус со половина торус.

1801. Со оглед на тоа дека оските на двете ротациони површини се сечат во точката C, се употребува методот концентрични помошни сфери, но едната оска $ST \perp \Pi_1$, а на торусот $o = AB \perp \Pi_2$, поради што потребно е исцртување на помошните сфери во придружени проекции.

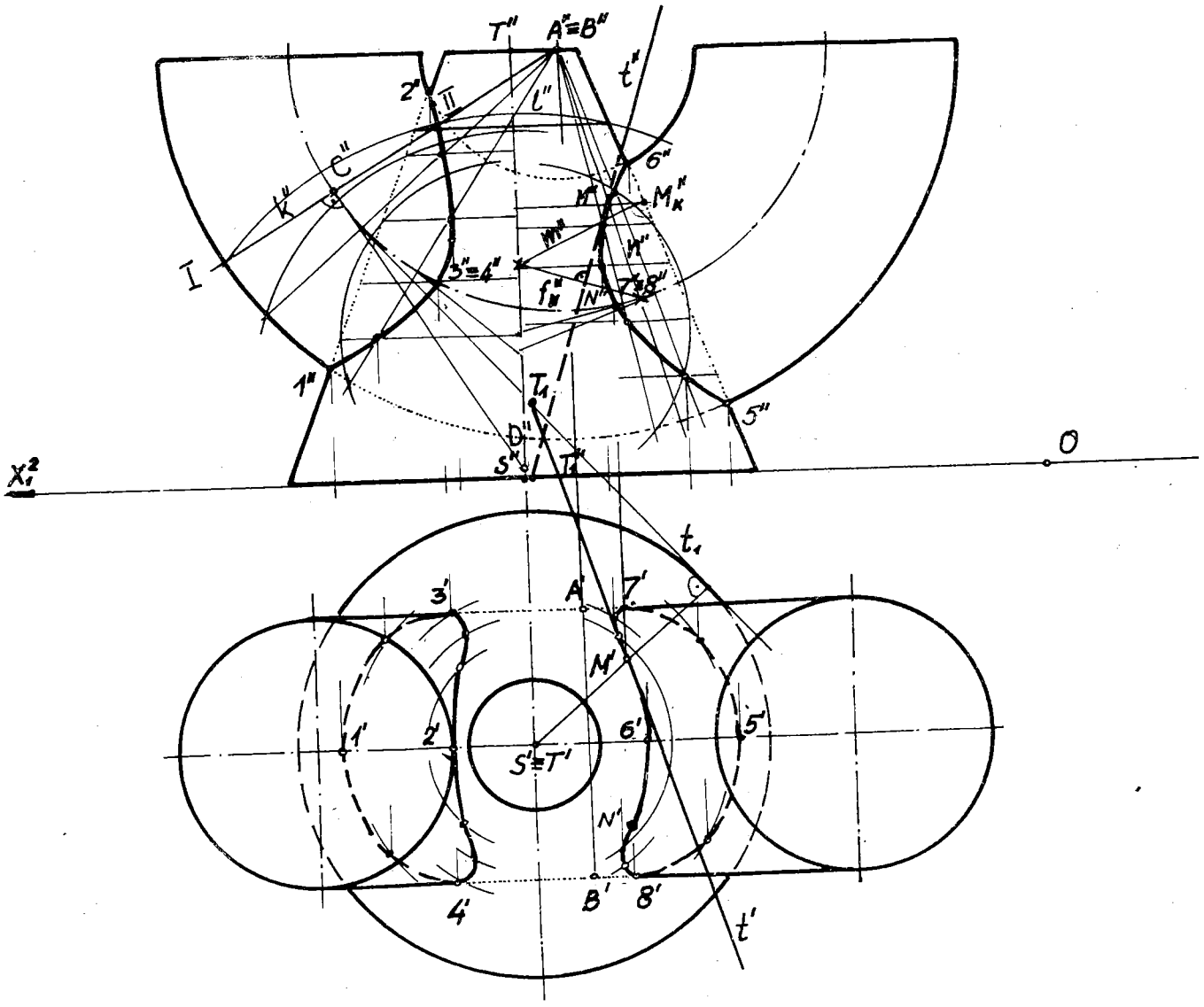
Симетрична рамнина на двете тела минува низ оскината полукружница на полуторусот и ја содржи оската ST на пресечениот ротационен конус, таа е паралелна со Π_2, па во фронталната проекција директно ги добиваме заедничките точки што истовремено лежат на контурните изводници на фронталната контура од конусот со таа на полуторусот, претставена со најмалиот (грлен) и најголемиот надворешен полукруг.

Земаме прва помошна долна полусфера со радиус поголем од грлениот, исцртуваме нејзина фронтална и хоризонтална контура. Во фронталната проекција го сече конусот во хоризонталната полукружница q (нормална на оската ST), чија фронтална проекција е отсечката q''. Таа долна полусфера во хоризонталната проекција ја сече долната половина од торусот во две фронтални полукружници, чии хоризонтални проекции се отсечките s' и r'. Продорните точки $3, 4, 3_1$ и 4_1 ќе ги добиеме како пресек на хоризонталната кружница $q(q'', q')$ и фронталните полукружници $s(s', s'')$ и $r(r', r'')$.

Должините на радиусите од овие помошни сфери се движат во интервал од радиусот на најмалиот (грлен) полукруг до радиусот на најголемиот надворешен полукруг на полуторусот.

ТАНГЕНТАТА $t(t', t'')$ во точката $M(M', M'')$ ја конструираме во фронталната проекција како нормална права на рамнина определена од две нормали повлечени кон обете ротациони површини, додека во хоризонталната проекција е дополнета со помош на тангентна рамнина на конус. Нормалата на полуторусот лежи во мердијанската рамнина, определена со допирната точка M и оската $o = AB$, чија фронтална проекција е $b'' = A''M''$, така што нејзината фронтална проекција c'' е омеѓена со најмалиот и најголемиот полукруг - фронталната контура на полуторусот.

Приложената слика е намалена при пресликувањето на ксеросот.



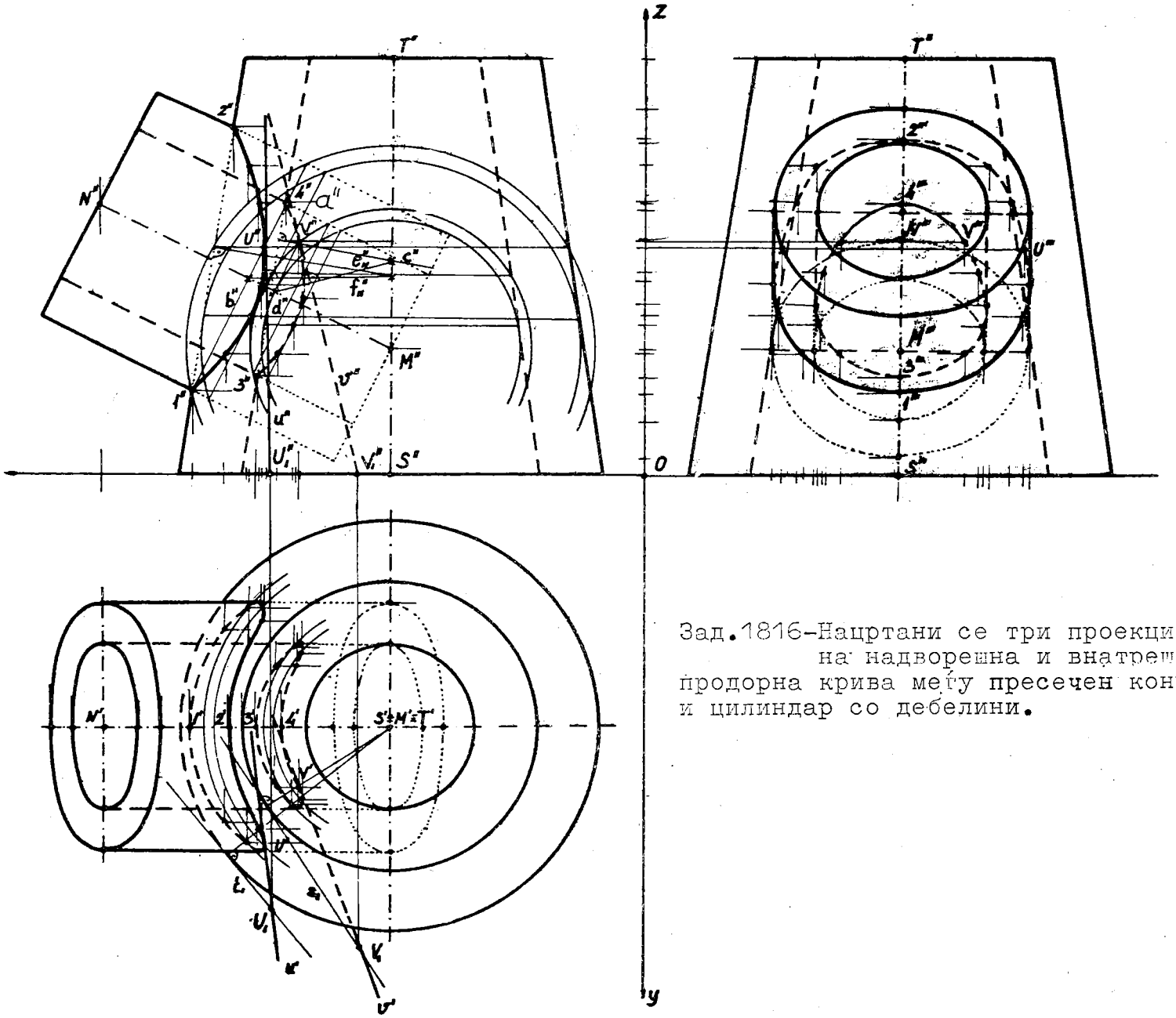
Зад.1802-Продорна крива на пресечен конус и торус со методот на ексцентрични помошни сфери.

1802. Зададени се пресечен ротационен конус со оска $ST \perp \Pi_1$ и долна половина на торус чија оска $o = AB \perp \Pi_2$.

РЕШЕНИЕ. Постои симетрична рамнина на двете тела, образувана од полуоскината кружница на полуторусот и оската ST на конусот, која се јавува паралелна со Π_2 и директно во фронталната проекција се добиваат заеднички точки $1'', 2'', 5''$ и $6''$ на фронталните контури од обете ротациони површини. Бидејќи оските на овие тела не се сечат, пак се употребува методот помошни сфери но со различни центри-ексцентрични помошни сфери. За таа цел поставуваме мердијанска рамнина низ оската на полуторусот, која е фронталнопроектирачка и ја сече прстенестата површина во мердијанска кружница $к(к'', \ldots)$ со центар $C(C'', \ldots)$, чија фронтална проекција е отсечката $к''$. Низ овој центар C'' повлекуваме полуправа нормална на рамнината определена со кружницата $к$, која очигледно се јавува како тангента на полуоскената кружница. Ја бараме пресечната точка на оваа полуправа со оската $S''T''$ на пресечениот конус, тоа е точката D''. Земајќи ја точката $D(D'', \ldots)$ за центар на сфера, но таква сфера, врз која припаѓа кружницата $к(к'', \ldots)$ со центарот $C(C'', \ldots)$, тоа е можно ако како нејзин радиус ја земеме должината на сврзницата $\overline{D''I} = \overline{D''II}$ со која цртаме дел од кружен лак што претставува дел од фронтална контура на помошна сфера. Таа сфера ја сече конусната површина по хоризонталната кружница, чија фронтална проекција е отсечка $1''$ нормална на нејзината оска $(S''T'')$, како и полупрстенестата површина во мердијанската кружница $к$. Во пресекот на така добиените кружници се наоѓаат бараните продорни точки, кои се совпаѓаат (коинцидираат) во фронталната проекција. Со аналогна конструкција поставуваме нови помошни мердијански рамнини кај полуторусот, а преку нив добиваме нови помошни сфери со различни центри, кои секогаш лежат на оската ST на конусот. На тој начин одредуваме доволен број продорни точки што припаѓаат на левата, односно десната гранка од продорната крива во фронталната проекција. Продорната крива во хоризонталната проекција ја цртаме со помош на хоризонтални кружници на пресечениот конус во кои го сечат ексцентричните помошни сфери.

ТАНГЕНТАТА t во дадената точка M ја цртаме со комбинираниот начин, во фронталната проекција со употреба на рамнина од две нормали низ точката M кон конусот и кон торусот, а во хоризонталната проекција со користење тангентна рамнина T на пресечениот ротационен конус со трагата t_1.

ВИДЛИВОСТА во хоризонталната проекција ја установуваме преку фронталната, имајќи предвид дека е видлива само внатрешната половина од полуторусот, омеѓена со полуоскената кружница, тоа се деловите од гранките на кривата $2''3''(4'')$ и $6''7''(8'')$, кои се гледаат $3'2'4'$ и $7'6'8'$.



Зад.1816-Нацртани се три проекции на надворешна и внатрешна продорна крива меѓу пресечен конус и цилиндар со дебелини.

1816. Определен е состав од цевки со облик на пресечен ротационен конус и ротационен цилиндар (постои до продорот), чии оски се сечат во точката М. Да се одредат проекциите на надворешната и внатрешната продорна крива, како и тангента во нејзина произволна точка.

РЕШЕНИЕ. Продорот на цевките неједноставно и точно ќе го добиеме со употреба на методот на концентрични помошни сфери со заеднички центар М. Од M'' повлекуваме полуправи нормално кон фронталните контурни изводници на двете тела - надворешни и внатрешни, најголемото растојание што се добива за надворешниот дел го дава нај-

малиот (минималниот) радиус на помошната сфера што ја допира надворешната контура на конусот по должината на хоризонталната кружница $\underline{b}$ и ја сече надворешноста на цилиндричната цевка,исто така,по кружницата а .Потоа го наоѓаме најмалиот радиус на сферата што ја допира внатрешната контура на конусната површина во хоризонталната кружница и ја сече внатрешната контура на цилидричната површина по кружницата.Добиените кружници имаат фронталнопроектирачка положба,така што се јавуваат во отсечки,секоја нормална кон оската на припадната ротациона површина. Меѓусебни пресеци на надворешните кружници одредуваат точки што лежат на надворешната продорна крива,соодветно, внатрешните кружници се сечат во точки што припаѓаат на бараната внатрешна продорна крива. Поставуваме нови концентрични помошни сфери - една за надворешните контури и втора сфера,исто така,со заедничкиот центар M за внатрешните контури на обете цевки но со различни бои.Ги одредуваме надворешните пресечни кружници,потоа внатрешните пресечни кружници на новите помошни сфери со односните ротациони површини. Оттаму доаѓаме до нови заеднички точки меѓу надворешните делови на цевките,од една страна, и до нивни внатрешни делови ,од друга ,со тоа го надополнуваме мозаикот од надворешни и внатрешни продорни точки на бараните две криви што го обликуваат спојот (составот) на зададените цевки.

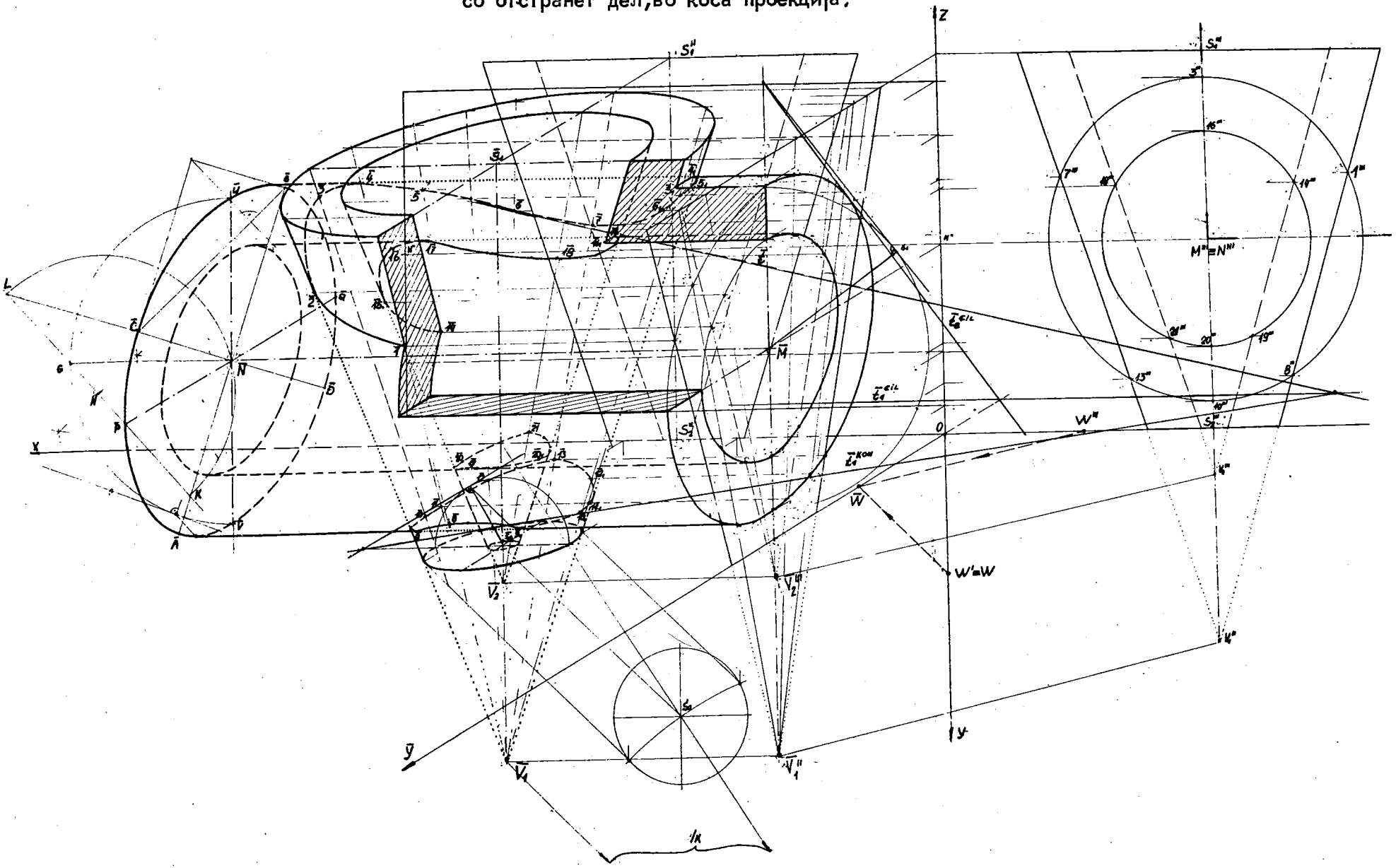
Оските на двете тела со шуплини определуваат симетрична рамнина на телата и на продорните криви,која е паралелна со Π_2,па во фронталната проекција директно се јавуваат контурните точки на продорните криви,за надворешната $1''$ и $2''$а за внатрешната продорна крива $3''$ и $4''$,кои се темиња на односните криви.

ТАНГЕНТИ $\underline{u}$ и $\underline{v}$ во допирните точки U,V .Тие се конструирани со употреба на нормали кон двете тела а минуваат низ набљудуваните точки U,V ,дополнети во хоризонталната проекција со тангентни рамнини кон надворешната и внатрешната хоризонтална контура на конусната цевка.

ВИДЛИВОСТ.Во фронталната проекција се гледа надворешната продорна крива,но не е видлива внатрешната крива,и двете се проектираат во коники - гранки од хипербола.Внатрешната продорна крива не се гледа во хоризонталната проекција,додека од надворешната еден дел до оската $M''N''$,кој се проектира во Π_1 а го вклучува видливото теме $2'$. Во профилната проекција се гледа дел од надворешната продорна крива со едното теме $1'''$ до профилната контура на цилиндричната цевка и мал дел од внатрешната крива со нејзиното едно теме $4'''$.

Графичкото решение со пресликувањето е намалено во однос на дадените координати.

Зад.1819-сл.486. Меѓусебен продор на две цевки-конусна и цилиндрична, со отстранет дел, во коса проекција.



1819.Дадени се две цевки според сл.486 во фронтална и профилна проекција.Да се нацртаат во коса проекција ($\varphi=30^{o}$ и к е земено графички) и нивниот продор. При дефинитивното исцртување да се замисли дека делот што е означен по должините А - А и В - В на споменатата слика е елиминиран.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО.На приложемата слика (која е намалена 1:2),подробно е изведено поставувањето,решавањето и дефинитивниот изглед на бараното решение.

Употребуваме прамен помошни рамнини што содржат права која минува низ врвот V_1 (V_2) на надворешната (внатрешната) контура на конусната цевка и е паралелна со оската MN на цилиндричната цевка.Овие помошни рамнини ги пресекуваат двете цевки со четири крака (расклони) по изводници,кои се профилнопроектирачки рамнини,чии коси профилни траги минуваат низ точката $\bar{V}_1'''$,односно за одредување на внатрешната продорна крива ја земаме точката $\bar{V}_2'''$.Поставуваме гранични помошни рамнини - тангентни рамнини на пресечениот ротационен конус - надворешниот и одделно за внатрешната контура со друга боја,од каде може да се забележи дека конусната цевка наполно продира низ цилиндричната и се состои од својa влезна гранка (надворешна и внатрешна) и излезен дел (надворешен и внатрешен).

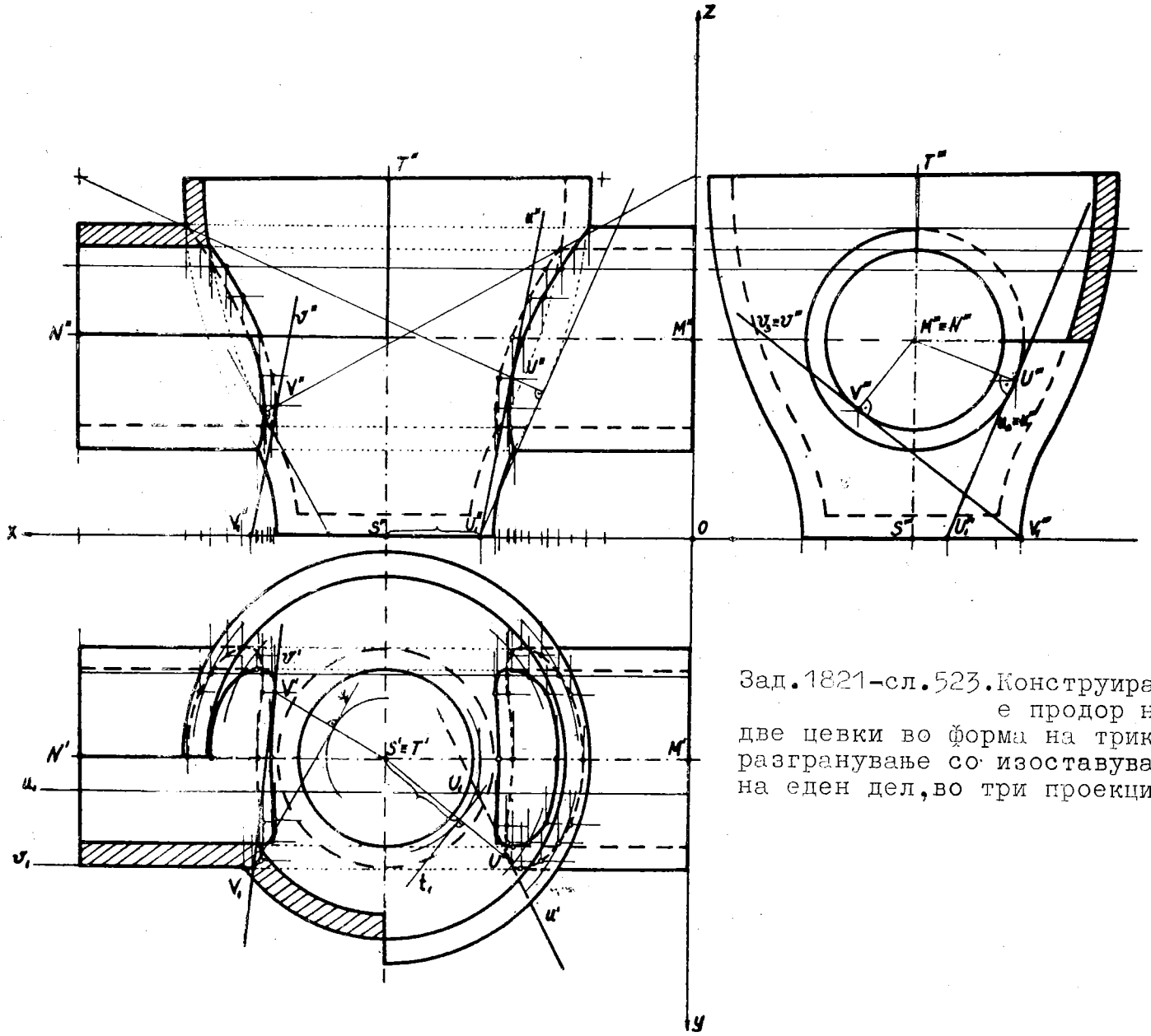
Конструираме помошни рамнини на споменатиот прамен што содржат контурни надворешни,односно внатрешни изводници на конусната цевка и контурни надворешни, односно внатрешни изводници на цилиндричната цевка.

Пристапуваме кон одредување продорни точки со нивна видливост,почнувајќи со едната гранична помошна рамнина,продолжувајќи со следна нова рамнина и ...,а завршувајќи со другата гранична рамнина (тангентна на конусот) по однос на надворешните контури на двете цевки,потоа продолжуваме со друга боја за обележување на нивните внатрешни продорни точки.

Сврзувањето на продорните точки поедноставно се извршува напоредно со одредувањето на продорните точки и нивното спојување.

На крајот се отстранува делот (1/8) од двете цевки како замислен пресек по должините А - А и В - В.

Дури сега се извлекува дефинитивната ВИДЛИВОСТ која за делот од продорните криви што остануваат се менува во однос на цевките кога беа цели,само за делот на внатрешната излезна гранка (кај поширокиот дел од конусната цевка).Уште се видливи делови од дебелини на цилиндричната цевка споена со конусната цевка.



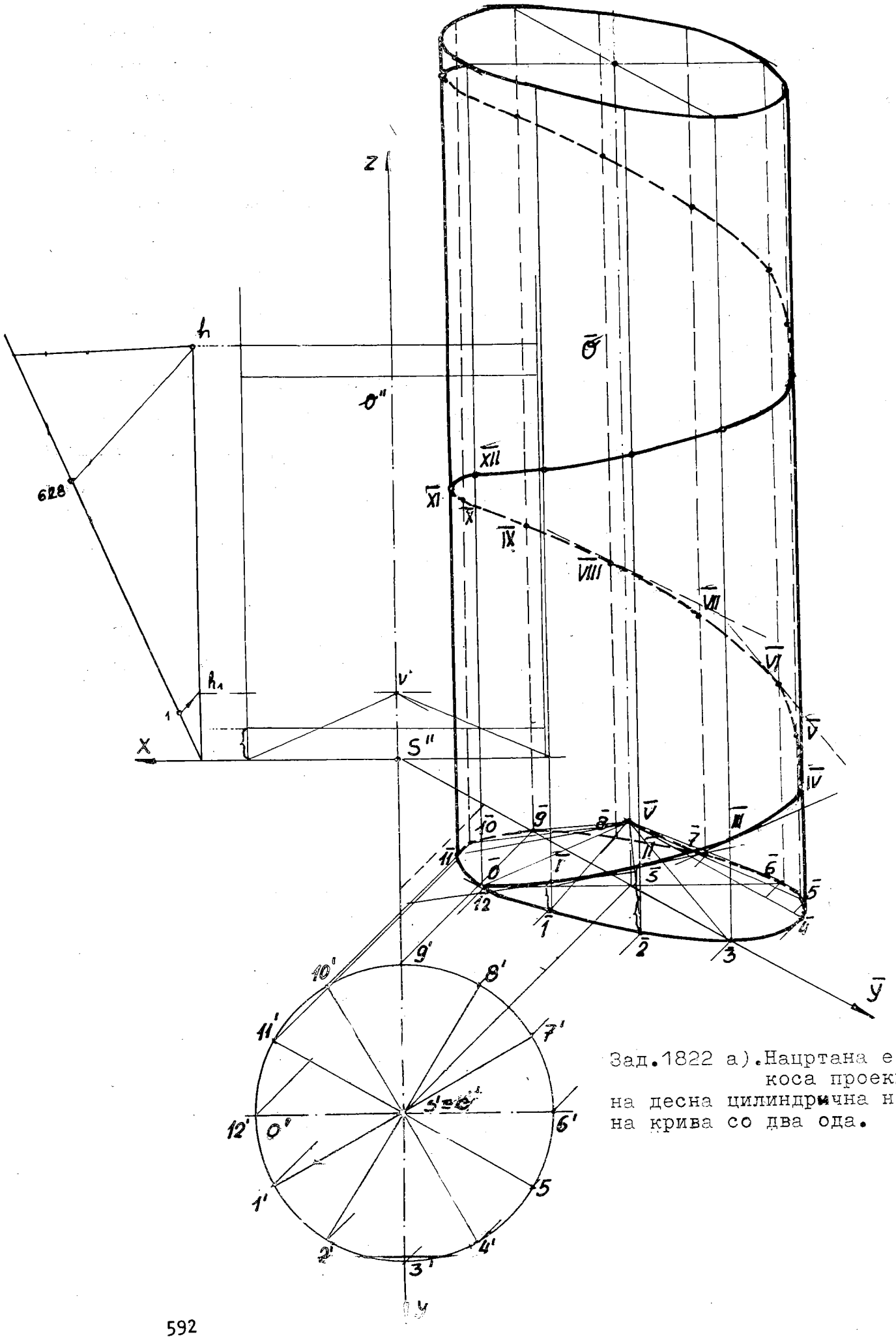
Зад.1821-сл.523.Конструиран е продор на две цевки во форма на трикрако разгранување со изоставување на еден дел,во три проекции.

1821.Да се нацрта технички пример од цевки чија форма и димензии се дефинирани на приложената слика 523,нивната заемна надворешна и внатрешна крива со отстранување на делот од цевките по должините А - А и В - В,во три проекции.

РЕШЕНИЕ.Едната цевка е цилиндрична со оска нормална на $П_3$,па во профилна проекција се проектира во прстен од два концентрични круга.Така во оваа проекција надворешната и внатрешната продорна крива директно се јавува на обвивката од цилиндричната цевка,како две одделни кружници.Другите проекции ги конструираме со употреба на помошни хоризонтални рамнини,кои ротационата цевка ја пресекуваат во надворешни односно внатрешни хоризонтални кружници а цилиндричната цевка во надворешни односно внатрешни изводници.

Прво,ја одредуваме хоризонталната проекција на продорните криви (надворешни и внатрешни),потоа фронталната со повлекување ординали низ продорните точки во хоризонталната проекција и со користење на нивните висини од профилната проекција. На крајот ги изоставуваме левите горни делови од цевките со помош на пресечните рамнини повлечени по споменатите должини А - А и В - В.

Сега можеме да исцртаме дефинитивна видливост на делови од двете цевки што остануваат заедно со деловите од внатрешните и надворешните продорни криви, кое мошне јасно е претставено на презентираниот цртеж .Во фронталната проекција се уочува дека горната лева четвртина на двете цевки се прикажува видлива како и делот од внатрешната продорна крива со внатрешните делови на обвивката од цевките со нивните дебелини.



Зад.1822 а). Нацртана е коса проекција на десна цилиндрична навојна крива со два ода.

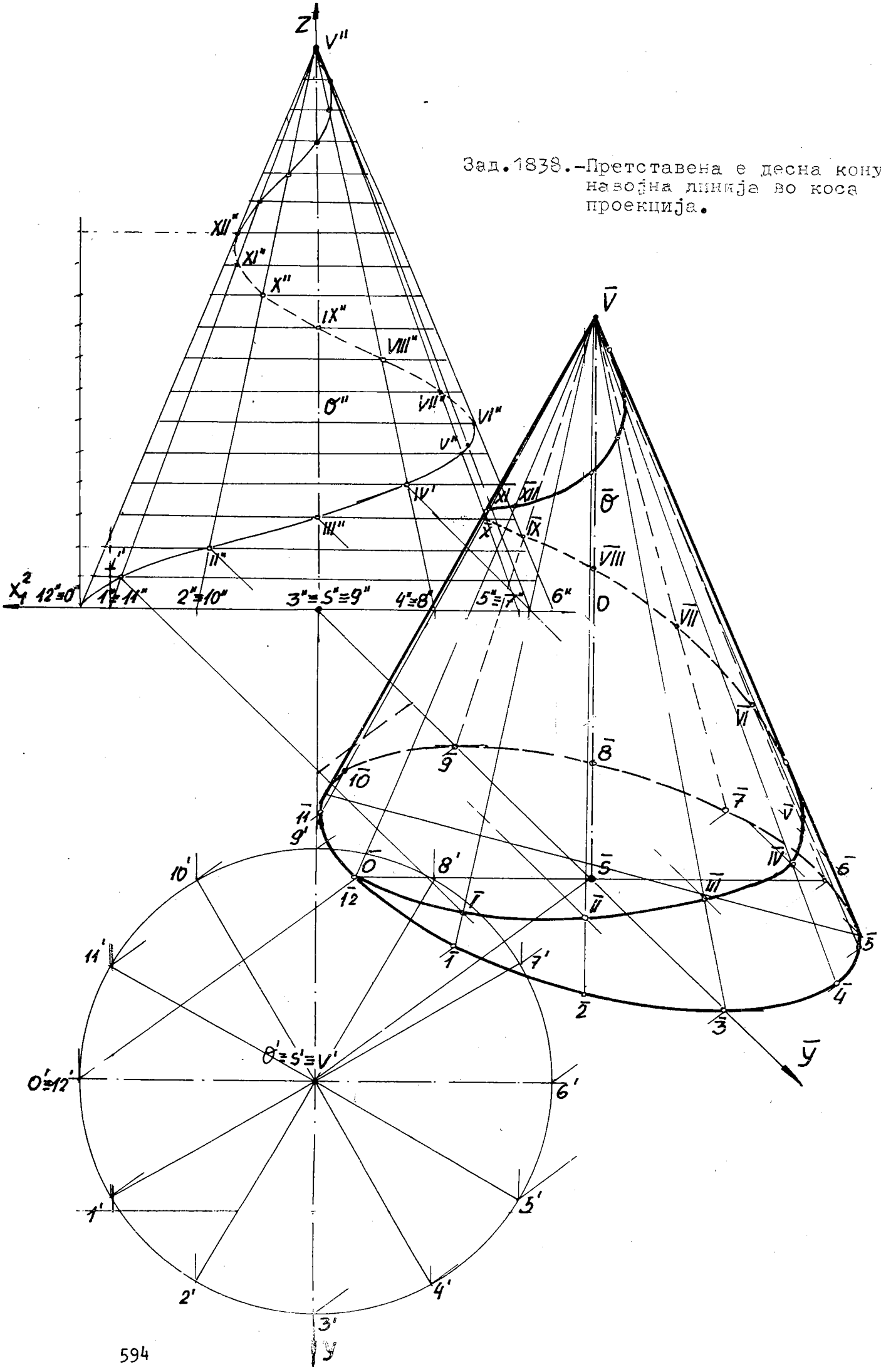
1822 а). Определена е десна цилиндрична навојна линија (завојница) со висината на одот h и дијаметарот на припадниот ротационен цилиндар со оска о $\perp \Pi_1$. Да се прикаже нејзината коса проекција ($\varphi = 150^0$ и к =3/4) и да се конструираат тангенти во редица точки на кривата.

РЕШЕНИЕ. Ја избираме оската о да минува низ z -оската, земајќи го предвид дадениот дијаметар d цртаме монжови проекции на тој цилиндар, а потоа неговата коса проекција, усвојувајќи дека цилиндарот е непрозирен. Во фронталната проекција висината на одот (чекорот) h со помошна полуправа го разделуваме на 12 еднакви делови, ни треба 1/12 h = z , тоа претходно го направивме со поделба на основата на 12 еднакви кружни лакови, одредувајќи θ =1/12 од 360^0 (2π во радијани). Овие точки ги пренесуваме на долната основа од цилиндарот во коса проекција : $\bar{0}, \bar{1}, \ldots, \bar{11}$ и $\bar{12}$, кое обележување е во согласност со десната насока на ориентацијата, која е спротивна на вртењето на стрелката на часовникот. Во тие точки издигнуваме 12 изводници (генератриси). Применувајќи ја определбата за најпроста кружна цилиндрична навојница дека некоја точка А рамномерно ротира околу правата о, на пр. за θ=1/12 од 360^0 (2π радијани), и истовремено таа рамномерно аксијално се движи z =1/12 h , тогаш точката А ја опишува бараната цилиндрична навојна крива : $\bar{0}, \bar{1}, \bar{11}, \bar{111}, \bar{IV}, \bar{V}, \ldots, \bar{XI}, \bar{XII}$ итн., кои ги добиваме со нанесување на факторот z =1/12h над секоја подножна точка на извлечените изводници со полни и испрекинати линии. Така за точката $\bar{1}$ нанесуваме $z=\bar{1}\,\bar{1}$, за $\bar{11}$ - $2z=2.1/12h$,...., за точката $\bar{V}$ =5.z =5.1/12 h ,...

За конструирање тангента во која и да било точка на цилиндричната навојница го користуваме карактеристичното својство на оваа просторна крива дека сите нејзини тангенти заклопуваат ист наклонет агол, во нашава задача со Π_1. Оттаму се доаѓа до ротационен конус чии изводници се тангенти на дадената навојница, директрисен конус. Во фронтална проекција го одредуваме врвот V на споменатиов конус со употреба на пропорцијата 1 : $2\pi = h_1 : h$, каде што се $2\pi \approx 6{,}28$ и h_1 бараната висина на ротациониот конус, таа се вика редуцирана висина на навојницата, а исто така и нејзин параметар $h_1 = \frac{z}{a}$. Должината $\overline{S''V''}$ ја пренесуваме во коса проекција $\overline{S\bar{V}} = \overline{S''V''}$. Сврзувајќи го врвот $\bar{V}$ на конусот со 12 -те точки на неговата основа добиваме ист број изводници на конусот. Сега сме во можност да конструираме тангенти во редица точки на просторната крива, како прави паралелни со соодветни изводници на директрисниот конус. Така тангентата во точката $\bar{1}$ е паралелна со изводницата $\bar{10}\,\bar{V}$ на конусот, додека тангентата во $\bar{11}$ ќе биде паралелна со изводницата $\bar{11}\,\bar{V}$ итн.

Со помош на криволинијка сврзувајќи по три соседни точки и во некои од нив имајќи

Зад.1838.-Претставена е десна конусна навојна линија во коса проекција.



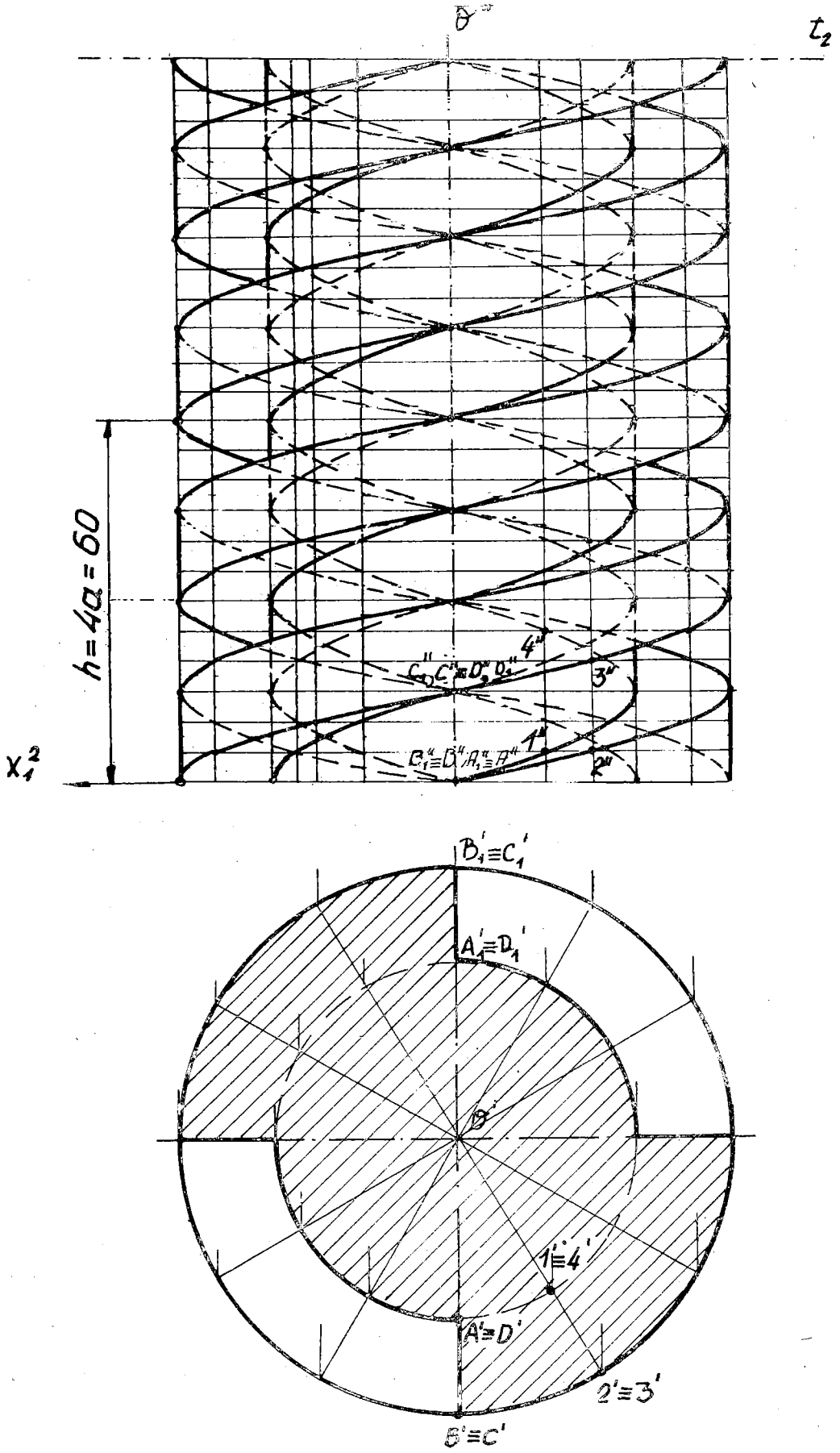
повлечено тангенти може со коректна графичка точност да се добие коса проекција на десна цилиндрична навојница со два ода,која целосно лежи на обвивката од ротациониот цилиндар,така што е видлива во предниот дел на таа обвивка.

1838. Со припадниот ротационен конус (r,SV и o =SV $\perp \Pi_1$),како и висината на одот (чекорот) h на кривата,зададени се неопходните елементи на бараната десна конусна навојница,која треба да се претстави во коса проекција,при следниве податоци: $\varphi = 135^o$ и к =4/5.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО.Цртаме придружени проекции на даденият ротационен конус,коструирајќи на неговата обвивка во двете проекции 12 изводници.Во фронтална проекција висината на одот h на кривата ја нанесуваме на контурната изводница,па со помошна полуправа ја делиме на 12 еднакви делови,во нив повлекуваме прави паралелни со x_1^2-оската,така што во пресек со соодветните изводници ги одредуваме пресечните точки I,II,...,XI,XII итн.,кои според дефиницијата на конусна навојница ,припаѓаат на бараната просторна крива,чија фронтална проекција е синусоида на пригушени осцилации (крива со бранови што гаснат) со од и половина. Тука е установена видливост на кривата,земајќи предвид дека конусот е невидлив. Потоа цртаме коса проекција на даденият ротационен конус со извлекување на 12-те изводници со полни и испрекинати линии.На овие изводници ги наоѓаме точките $\bar{I}$, $\bar{II}$,$\bar{III}$,...,$\bar{XI}$,$\bar{XII}$ итн. што лежат на десна конусна навојна крива.Така точката $\bar{I}$ е пресечна за припадната изводница $\bar{1}\bar{V}$ и за правата што минува низ I'' а е паралелна со $\bar{y}$-оската.Оваа постапка ја применуваме за II'' и изводницата $\bar{2}\bar{V}$,се добива коса проекција на точката $\bar{II}$ од бараната просторна крива.На тој начин постапуваме за сите точки на фронталната проекција од конусната навојница.Точките $\bar{O}$,$\bar{I}$, $\bar{II}$,...,$\bar{XI}$,$\bar{XII}$итн.ги спојуваме со помош на криволинијка.

При дефинитивна видливост во коса проекција,покрај конусот ја извлекуваме и конусната траекторија: нејзините делови што лежат на предната видлива обвивка на конусот се видливи,поради што тие се нацртани со полна дебела крива.

1853 б).Го нацртуваме стеблото на навојното тело со оска o $\perp \Pi_1$ и зададен дијаметар d во придружени проекции.Во хоризонтална проекција преку б-те дијаметри основата ја раздѐлуваме на 12 еднакви делови,тоа го правиме и во фронталната проекција делејќи ја висината на одот на навојот h =4a(кој е двонавоен) на ист број делови.Страната AD од квадратот ABCD лежи на стеблото,така што подножната точка A и над неа точката D опишуваат десни цилиндрични навојници,кои ги конструираме во фронтална проекција.На растојание колку што изнесува должината на страна-



Зад.1853 б)-Добиено е десно двонаводјно тело со квадратна дупка во моментни проекции.

та на квадратот се јавува концентрична кружница со дијаметар $d+2a$,која претставува хоризонтална проекција на две цилиндрични навојници што ги образуваат другите две темиња B и C на квадаратот,за кои ги наоѓаме нивните фронтални проекции (со исцртување во друга боја),при иста висина на одот на кривата $h=4a$,за навојот да биде употреблив.

Страните AB и CD на квадратот при неговото навојно движење околу правата o ,опишуваат делови на навојни затворени нормални праволиниски површини.Сето ова се однесува на едниот независен навој.Другиот навој ќе го добиеме ако започне да се формира на иста висина со првиот а се помести за агол од $360^{\circ} : 2 = 180^{\circ}$.Тука пак се добиваат четири навојни криви,две на стеблото A_1 и D_1 ,непросирен цилиндар со зададен дијаметар и две навојници B_1 и C_1 на надворешната страна со конструирање просирен ротационен цилиндар со дијаметар $d+2a$,користејќи разни бои при цртањето на нивните фронтални проекции.

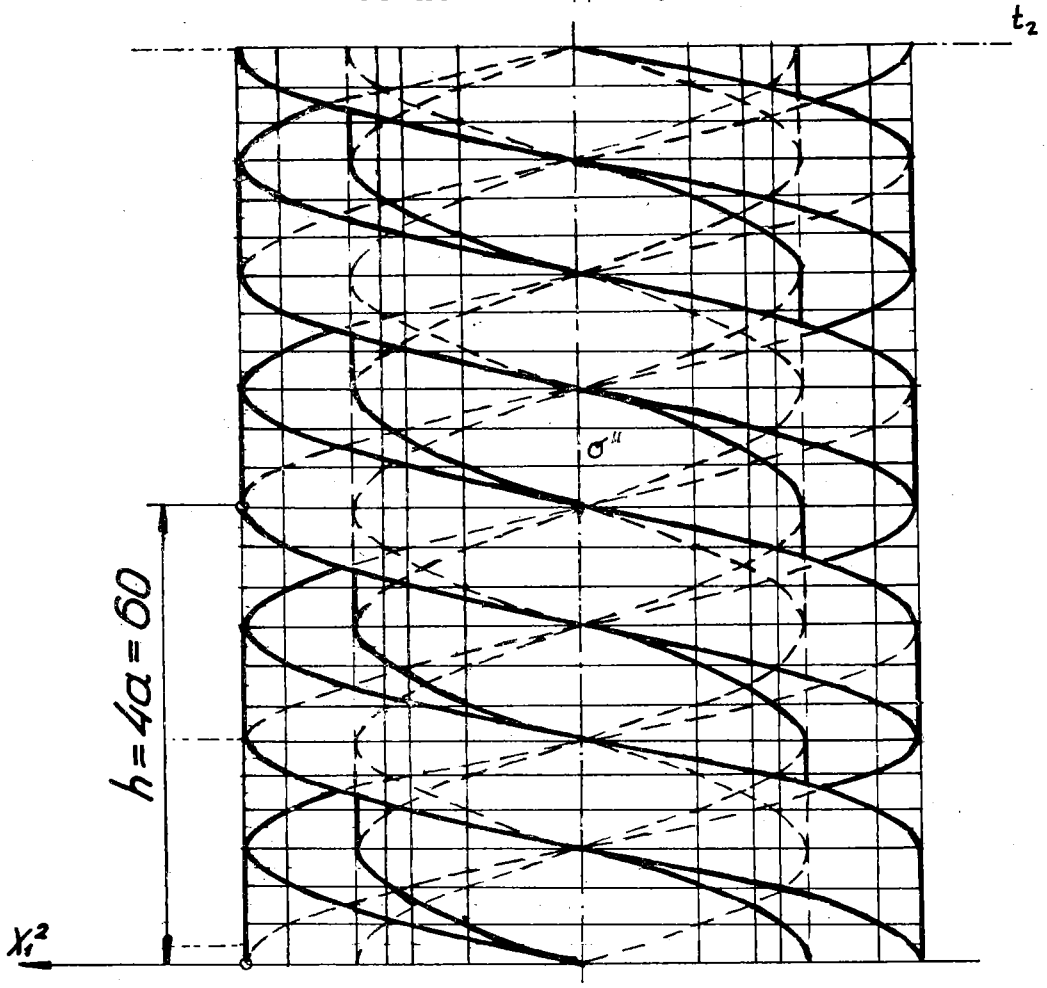
На презентираниот цртеж јасно е покажана дефинитивна видливост на образувањето десно двонавојно тело чиј профил е квадрат,но со повеќе ода.Бидејќи се парен број независни навои,тие се симетрични по однос на оската o на навојното тело,поради што во фронталната проекција се јавуваат симетрично на двете страни на навојот конвексни (издадени) делови,односно конкавни (вдлабнатини).Во фронталната проекција е претставена мрежа од $1/12\,h$ на одот и по 6 изводници,односно 12 на обвивката на стеблото,како и на надворешниот дел од навојот.Тоа овозможува побрза конструкција на цилиндричните навојни криви на секое теме од квадратот $ABCD$ и нему симетричниот $A_1B_1C_1D_1$,и нивното соодветно поврзување во два независни квадратни навои.

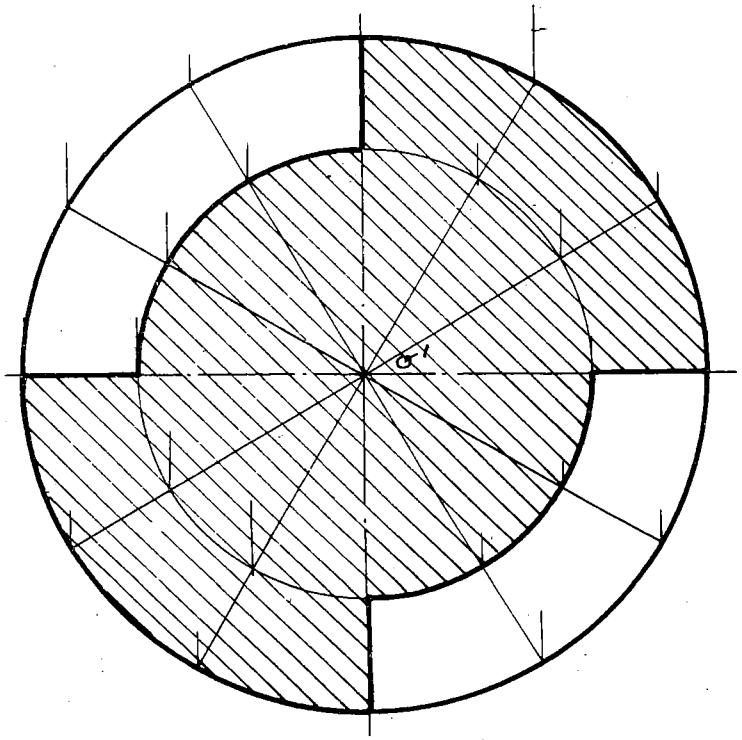
Потоа завртката (навојното тело) ја сечеме со хоризонталната рамнина $T \perp o$,чија фронтална трага t_2 е нацртана.Овој пресек во хоризонталната проекција се добива во вистинска големина а се состои од две четвртинки кругови од пресекот на внатрешниот цилиндар (стеблото на завртката) на кој лежат внатрешни цилиндрични навојници што ги опишуваат точките A, D и A_1, D_1 и две четвртинки кругови од пресекот на надворешниот цилиндар (со дијаметар $d+2a$) на чија обвивка припаѓаат навојници ,кои ги изведуваат точките B, C и B_1, C_1.

1854 б).Оваа задача ја решаваме на ист начин како зад.1853 б),со таа разлика што ориентацијата е лева,односно во насоката на стрелката на часовникот.

Во фронталната проекција се извлечени делови од навојот со полни дебели линии и со испрекинати ,додека во хоризонталната и бараниот хоризонтален пресек.

Зад.1854 б)-Претставена е во проекции дел од лева двонавојна квадратна(сплесната) завртка со повеќе одови.





1857 а).Во две проекции ќе цртаме два коаксијални ротациони цилиндра,внатрешниот со зададен дијаметар од 80 мм а надворешниот со радиус од 40 мм + висината на еднаквостран триаголник АВС со должина на страната од 20 мм,така во хоризонталната проекција се добиваат две концентрични кружници а во фронталната два правоаголника,од кој внатрешниот е непросирен.Потоа извршуваме поделба на 12 еднакви делови на основниот круг и висината на одот (чекорот) на навојот $h = a = 20$ мм,кој во фронтална проекција го нанесуваме уште еднаш,за да добиеме две должини на одот ($2h$).

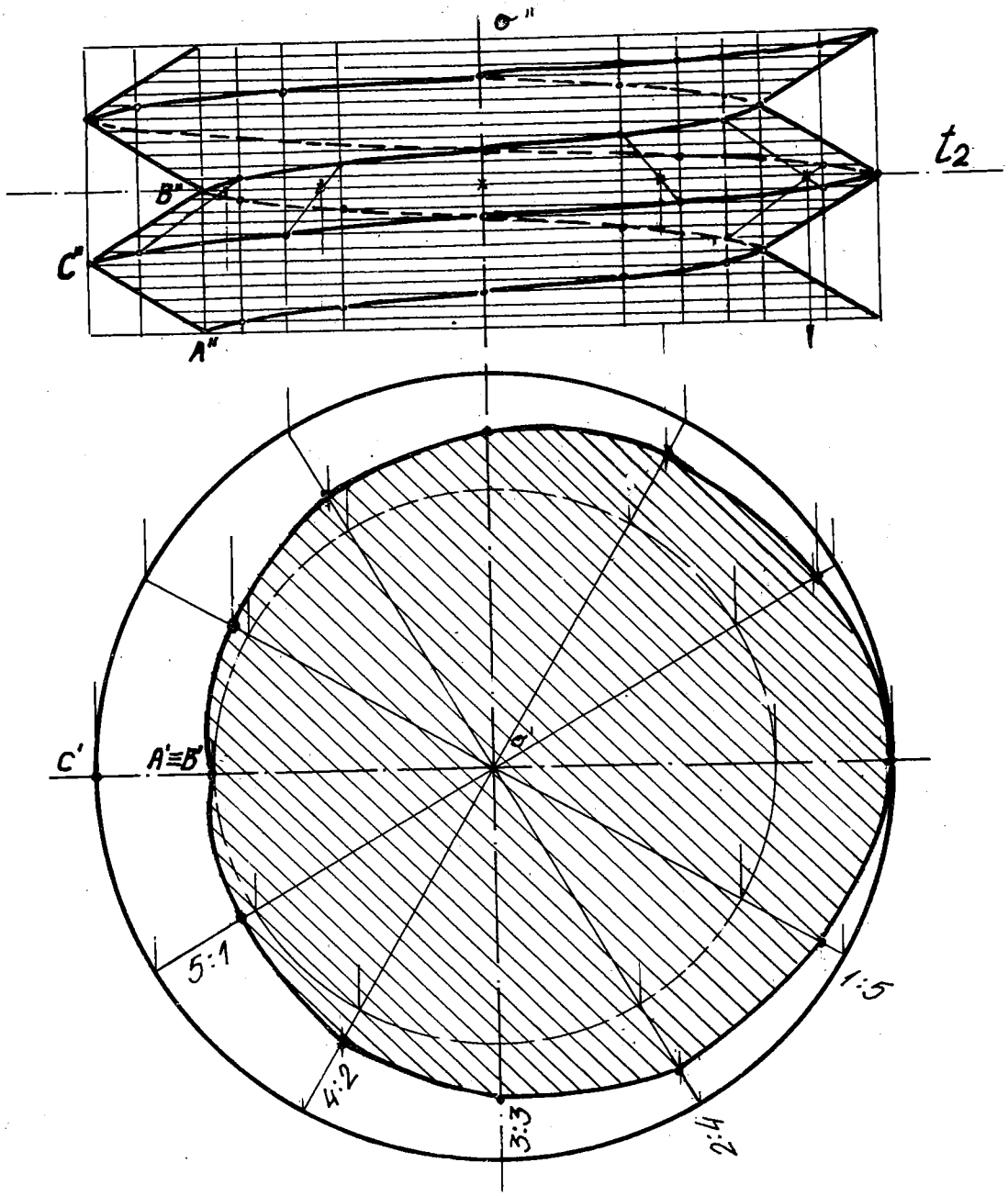
На обвивката од внатрешниот цилиндар лежи страната АВ на дадениот триаголник,па ја конструираме фронталната проекција на десната цилиндрична навојна линија на темето А што лежи и во Π_1,потоа на навојната крива што ја опишува темето В,кое се наоѓа над А.Имајќи предвид дека внатрешниот цилиндар како стебло на навојот е непровиден (масивен) ,извлекуваме видливи делови од кривите што припаѓаат на предната обвивка од стеблото,бидејќи тоа се десни навојници,поради што видливиот дел секогаш се искачува од левата кон десната страна.

Целосно постапкава ја повторуваме за нацртување на навојницата на темето С, кое се наоѓа на висина $z_C = 1/2\overline{A''B''}$.Ги поврзуваме соодветните точки од кривите што ги опишуваат точките А и С,потоа В и С.Така страните АС и ВС,секоја од нив формира делови на затворени коси навојни површини.Значи при навојно движење на триаголникот АВС околу правата o,тој опишува на внатрешниот цилиндар (стеблото) еднонавојно тело со триаголен профил,кој е несиметричен во однос на o, имено ако од левата страна има истакнат дел на навојот,тогаш од десната е вдлабнат.

Хоризонтален пресек на овој навој со рамнината $T \perp o$,чија фронтална трага t_2 е обележана,претставуваат два лака на Архимедовата спирала,бидејќи рамнината Т ја сече секоја од двете коси навојни површини АС и ВС во лак на оваа спирала. Тие се добиваат со наоѓање пресечни точки на t_2 со изводниците (сврзниците на соодветните точки од навојните криви што ги опишуваат точките В и С,односно А и С) на навојните површини во фронталната проекција,па од тие пресечни точки повлекуваме ординали до хоризонталните проекции на односните изводници, кои споени со криволинијка го обликуваат хоризонталниот пресек.

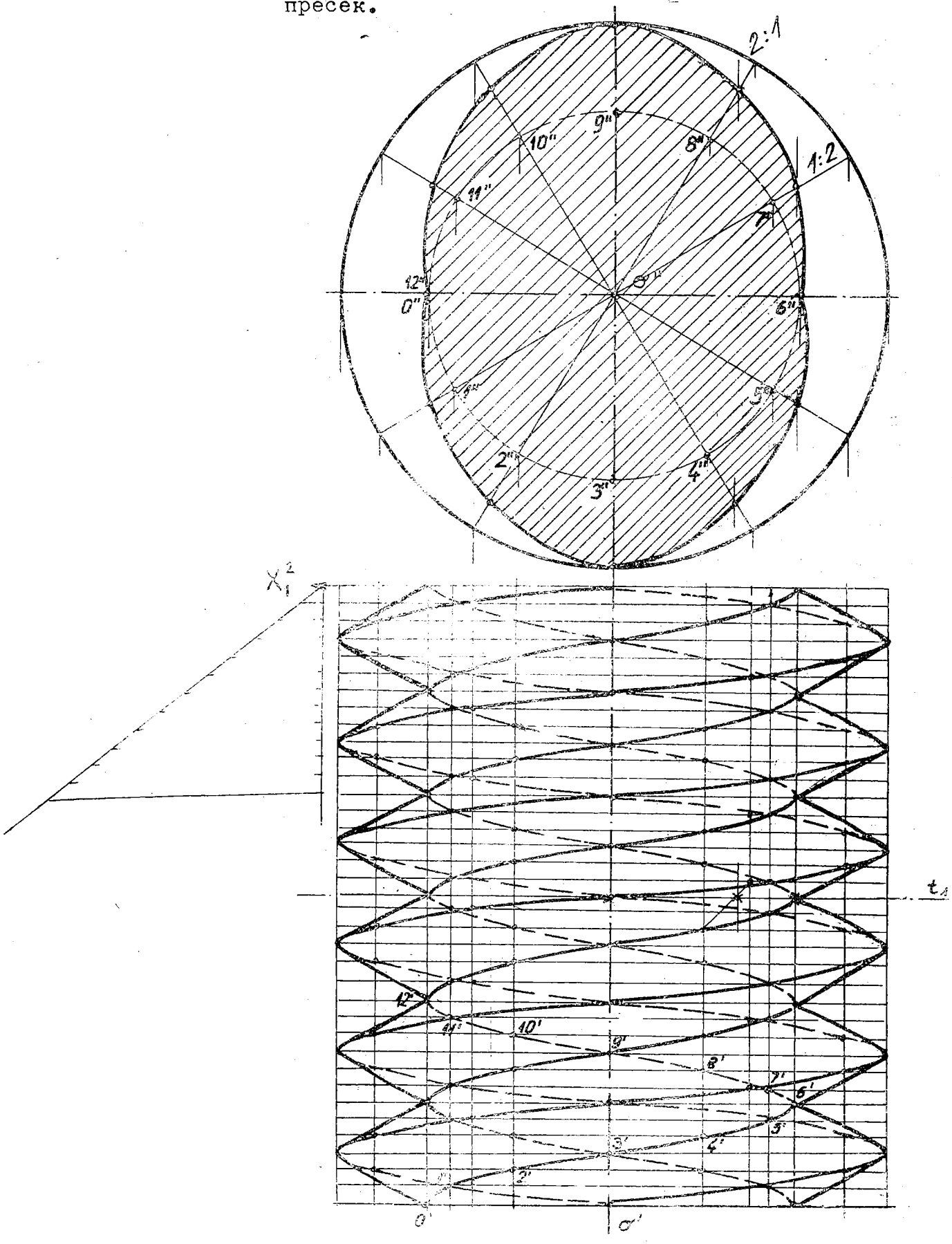
На приложениот цртеж покажан е уште еден начин на цртање бараниот пресек.Тука на предниот полукруг се извлекуваат шест полуправи (радиуси) како хоризонтални проекции на шест број изводници од навојното тело што се пресекуваат,на нив одредуваме точки во следниов однос 5:1,4:2,3:3,2:4 и 1:5 - во кој односните изводници ги дели пресечната рамнина.Така добиените точки ги поврзуваме во крива чија

форма го претставува бараниот хоризонтален пресек.Тоа наједноставно се изведува само во хоризонталната проекција со нацртување покрај шесте полуправи ист број концентрични кружници,сместени меѓу стеблото (дното на навојот) и врвовите на навојот,со радиуси во кои се вклучени наведените односи.



Зад.1857 а)-Одредени се два ода на десно триаголно еднонавојно тело во проекции,со хоризонтален пресек.

Зад.1859 б)-Ортогонални проекции на повеќе одови од десно триаголно(остро) **двонавојно** тело со оска о l_2 и фронтален пресек.



1859 б). Прикажано е десно остро двонавојно тело, користејќи ја општата постапка изнесена во зад. 1857 а) за еднонавојно триаголно тело. Тука поставуваме два еднаквостранични триаголника симетрично во однос на оската ($o \perp \Pi_2$) на навојното тело, значи за агол од $360^\circ : 2 = 180^\circ$, за тој навој да биде употреблив, исто така одредувајќи ја висината на одот на навојот $h = 2a$.

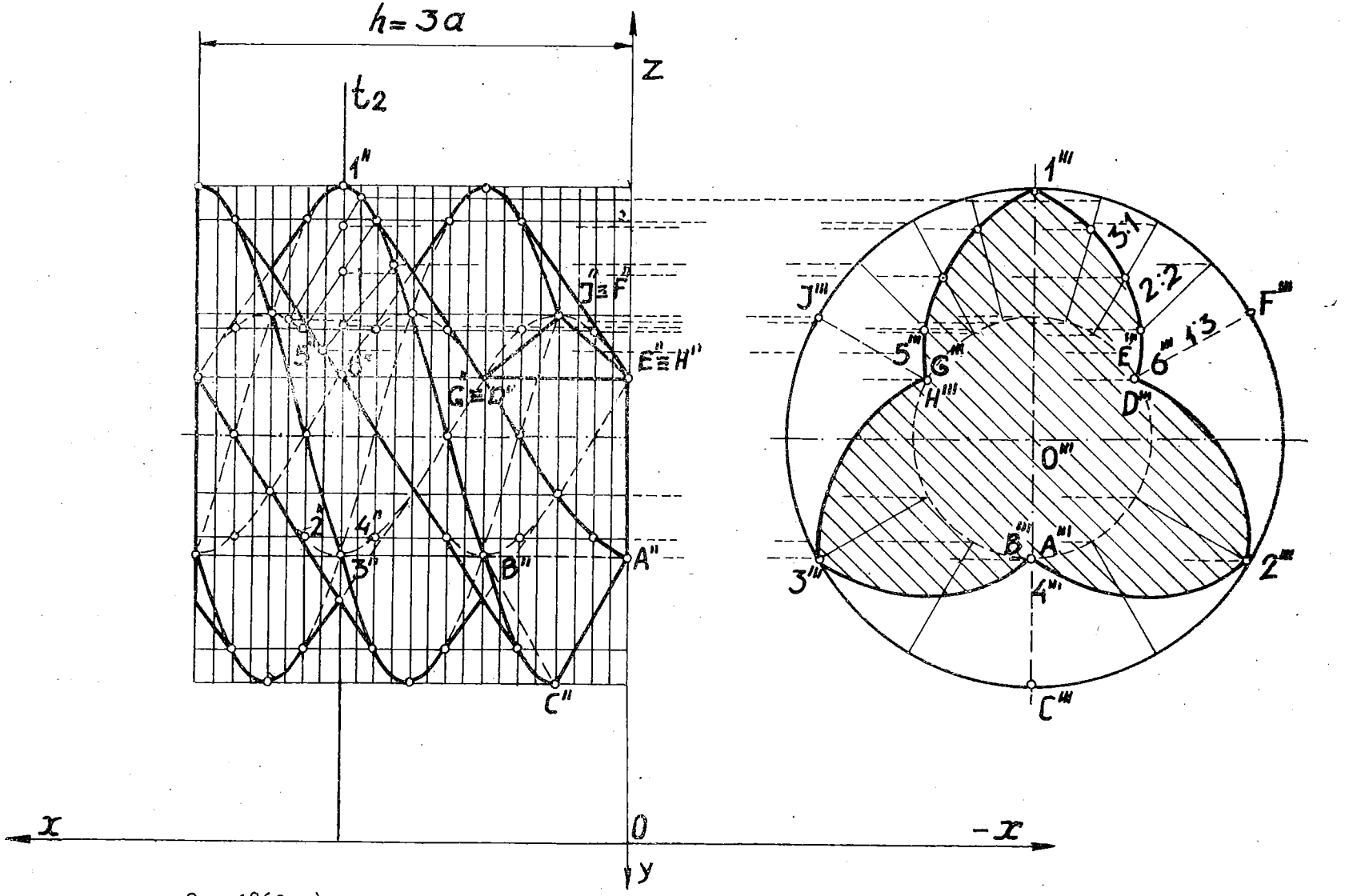
Површината на ова навојно тело е омеѓена од четири делови на коси затворени навојни површини.

Фронталниот пресек на навојот со фронтална рамнина $T \perp o$, со нацртана хоризонтална трага t_1, се јавува обликуван од четири лакови на Архимедовата спирала, во кои рамнината T ја сече секоја од четирите коси затворени хеликоиди.

1860 в). На презентираниот цртеж сме нацртале три независни навои на десно триаголно навојно тело со аналогна постапка како во зад. 1857 а). Во разгледуванава задача поставуваме три еднаквостранични триаголници во профилнопроектирачка положба, распоредени за аголот од $360^\circ : 3 = 120^\circ$. Тие почнуваат од иста висина, имајќи еднаква висина на одот $h = 3a$.

Дефинитивната видливост е установена при извлекувањето на делови од косите затворени навојни површини, кои ги има вкупно 6 - шест страни од трите триаголници што ја сечат оската o на навојот. Поради тоа имаме непарен број независни навои, тие не стојат симетрично по однос на оската o.

Направен е профилен пресек, кој е омеѓен од шест лакови на Архимедова спирала, бидејќи профилната рамнина ја сече секоја од шесте коси затворени навојни површини во лак на оваа спирала. За поточно цртање на односните лакови висината на одот h ја разделуваме на 24 еднакви делови, додека при конструирањето на навоите неа ја делевме на 12 делови.

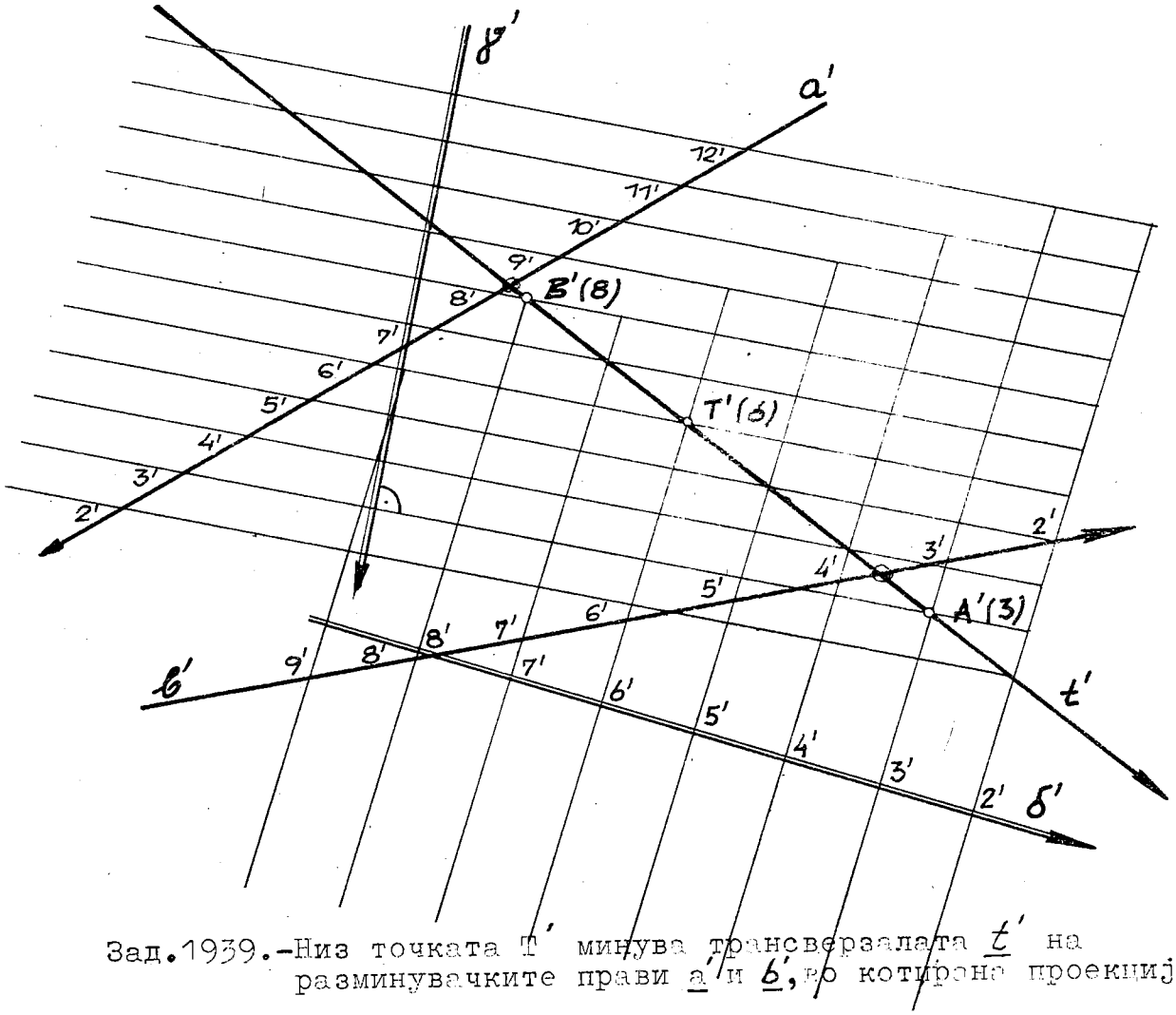


Зад.1860 в) - Нацртан е еден од на десно остро тринавојно тело во придружени проекции

1939. Земаме произволна точка T' со кота 6 и надвор од неа две произволни разминувачки прави $a'(i_a=1)$ и $b'(i_b=1\cdot5)$ при размер 1:100. Да се конструира трансверзалата $\underline{t}$ на двете прави $\underline{a}, \underline{b}$ која проаѓа низ дадената точка T.

РЕШЕНИЕ. Формираме две рамнини $\Gamma(T,a)$ и $\Delta(T,b)$, одредувајќи ги нивните слојници и соодветни падни линии γ' и δ'. Пресекот на овие рамнини го наоѓаме со добивање пресечни точки на истоимени две слојници (висински линии) со коти 3 и 8 : $A'(3)$ и $B'(8)$, нивната сврзница е бараната трансверзала $t'=A'B'$.

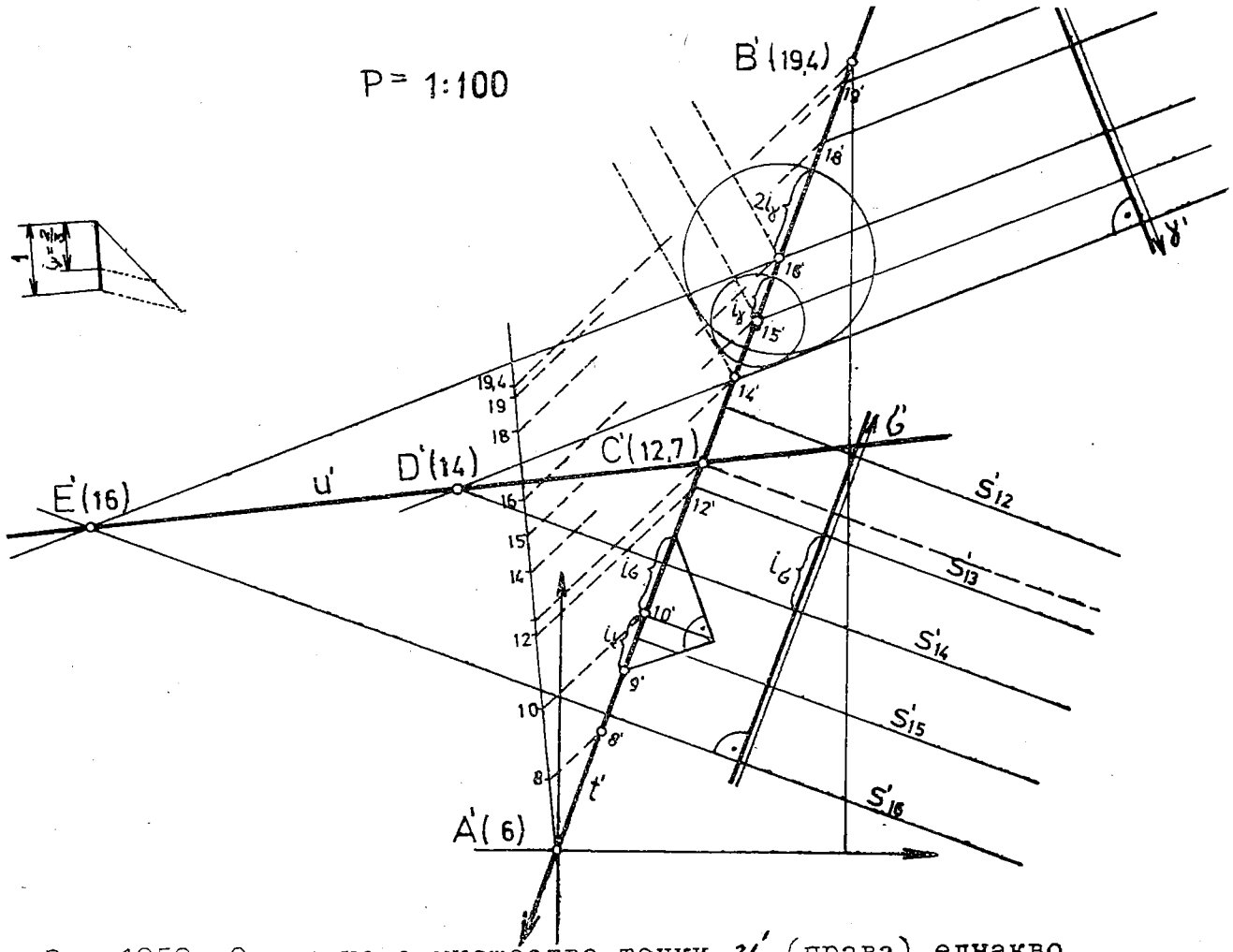
Контрола :точките A', T' и B' треба да се колинеарни (да лежат на една права).



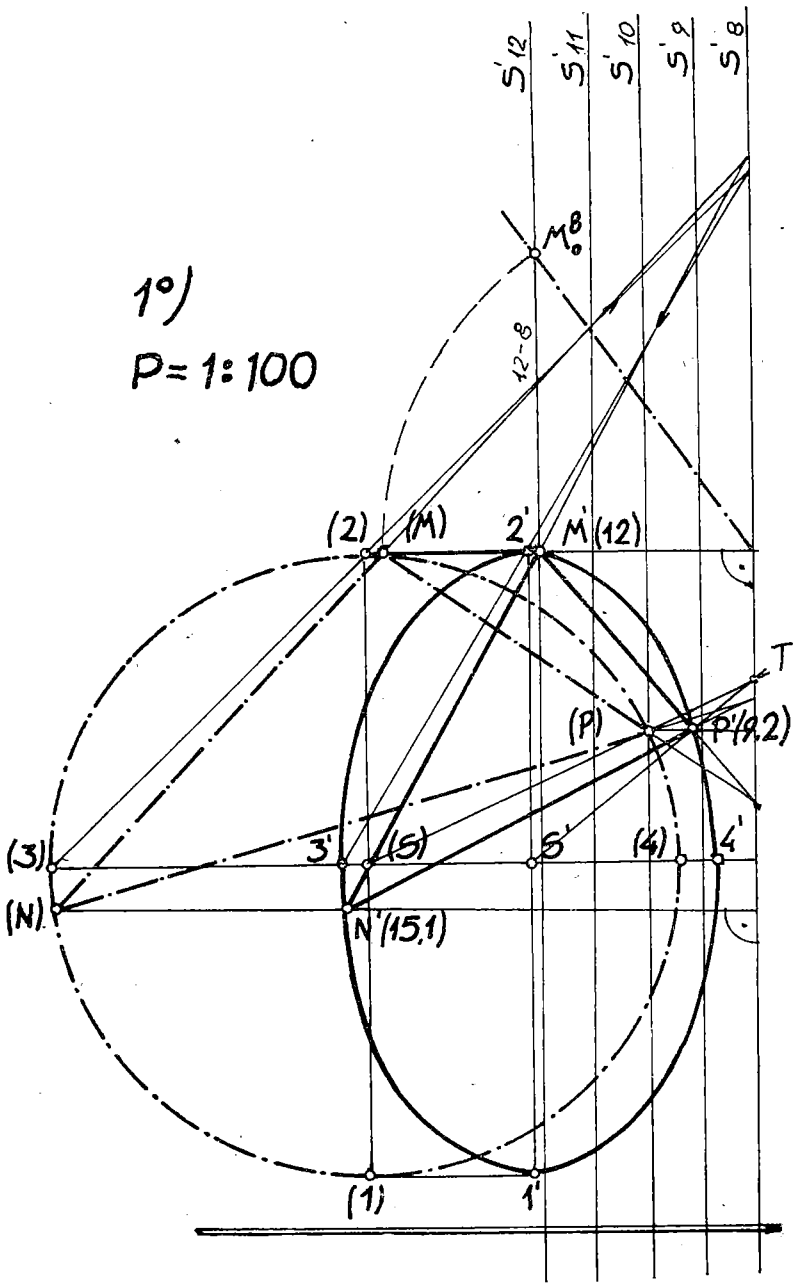
Зад.1939.-Низ точката T' минува трансверзалата $\underline{t'}$ на разминувачките прави $\underline{a'}$ и $\underline{b'}$, во котирана проекција.

1952. Низ правата $t=AB$, која ја градуираме со одредување точки со целобројни коти, поставуваме рамнина Γ со пад 3 : 2, односно интервал 2/3, користејќи допирни ротациони конуси. Добиваме две рамнини што минуваат низ правата t, чии слојници се тангенти на допирните конуси од пониските кон повисоките коти, од нив е нацртана десната рамнина Γ со слојници извлечени со тенки полни линии и нивна падна линија γ'. Понатаму наоѓаме множество точки во просторот еднакво оддалечени од двете точки A и B, кое претставува симетрична рамнина Σ, чиј интервал i_σ е реципрочна вредност од интервалот i_t на правата $t=AB$, што е покажано на приложениот цртеж. Падната линија σ' на оваа рамнина е паралелна со t', но има спротивна насока на падот.

Бараното множество точки е еднакво оддалечено од точките A и B а треба да лежи во дадената рамнина Γ, значи е пресек на последнава со симетричната рамнина Σ, во бараната права $u'=D'E'$, која е сврзница на точките со коти $D'(14)$ и $E'(16)$.



Зад. 1952.-Одредено е множество точки u' (права) еднакво оддалечено од дадените точки A' и B', кое лежи во рамнината Γ со падна линија γ'.



Зад.1978-1°) Котирана проекција на круг опишан околу триаголникот MNP со ротирање за остар агол α.

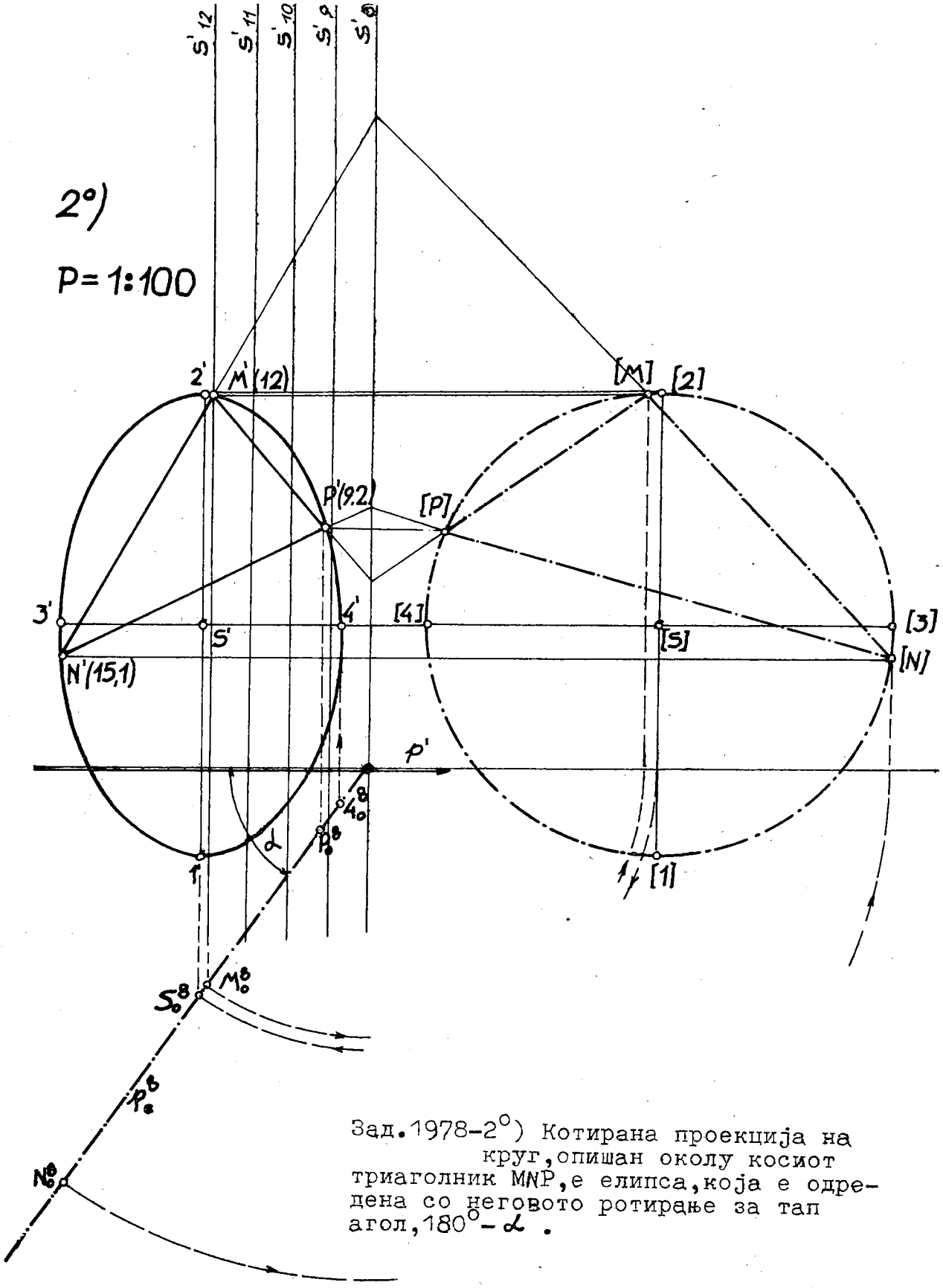
1978. Образуваме рамнина од трите неколинеарни точки M, N и P со конструирање нејзини слојници,во размер 1 : 100.Потоа триаголникот го соборуваме во висинска рамнина со кота 8,ротирајќи ја точката M',преку соборувањето M^8_o (разликата на точките 12-8) за остар агол α (цртеж 1°) во ротираната положба (M).Другите две темиња N' и P' ги одредуваме со употреба на перспективен ортогонален афинитет (дефиниран со :афина оска s'_8 и коресподентен пар точки M', (M)). Остриот агол α поправо е наклонетиот агол на рамнината на триаголникот со

проекционата рамнина П.

Бидејќи триаголникот (M)(N)(P) е во вистинската големина, можеме да конструираме опишан круг околу него со одредување на центарот (S) преку симетрали на страните. На тој круг цртаме пар конјугирани дијаметри, едниот (1)(2) хоризонтален - паралелен со слојниците а другиот (3)(4) е во правец на падната линија на рамнината на триаголникот. S ќе го најдеме со помош на воведениот перспективен афинитет, имено со сврзницата (S)(P) која ја сече афината оска s'_8 во точката T, тогаш на неа афино придружена ќе биде TP′, врз неа и на афиниот правец (S)S′ што е нормален на оската s'_8 се наоѓа бараната точка S′. Оваа точка е центар на елипса што е котирана проекција на кругот опишан околу дадениот триаголник, кој е во општа положба. Одредувањето на другите елементи - парот конјугирани дијаметри 1′2′ и 3′4′ што се оски за таа елипса е детално прикажано на споменатиот цртеж под 1°.

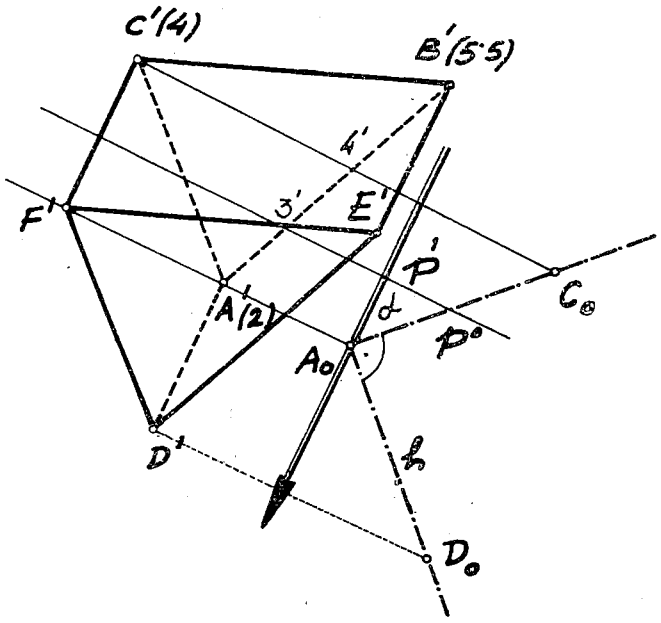
Под 2°) е решена истата задача со завртување на триаголникот MNP во хоризонтална, слојнична рамнина со кота 8, користејќи го тапиот агол $180^o - \alpha$. Значи добиена е нова - соборена положба на триаголникот /M//N//P/, која во ниеден дел не се поклопува со дадената котирана проекција на триаголникот M′N′P′ и подоцна најдената припадна опишана елипса. Поправо во тоа е и предимството кога се ротира рамнинската фигура за тап агол.

Тука е покажана и постапката за доведување на триаголникот во проектирачка положба, нормална на слојничната рамнина со кота 8. Во таа положба е доведена падната линија p_o^8 на рамнината на триаголникот заедно со него $M_o^8 N_o^8 P_o^8$. На тој начин ја одредуваме вистинската големина на аголот α што рамнината на дадениот триаголник го заклопува со проекционата рамнина. Потоа таа положба (проектирачка) на триаголникот $M_o^8 N_o^8 P_o^8$ ја ротираме за да стане паралелен на проекционата рамнина со коинцидирање (совпаѓање) со висинската, слојничната рамнина, чија кота е 8. Наместо да го завртиме за наклонетиот агол α, тука тоа го правиме со нему суплементниот агол $180^o - \alpha$, па ја добиваме ротираната положба на триаголникот /M//N//P/. Другите конструкции - опишаниот круг и неговата котирана проекција јасно се покажани на презентираниот цртеж под 2°).



Зад.1978-2°) Котирана проекција на круг,опишан околу косиот триаголник MNP,е елипса,која е одредена со неговото ротирање за тап агол, $180^{\circ}-\alpha$.

P= 1: 100

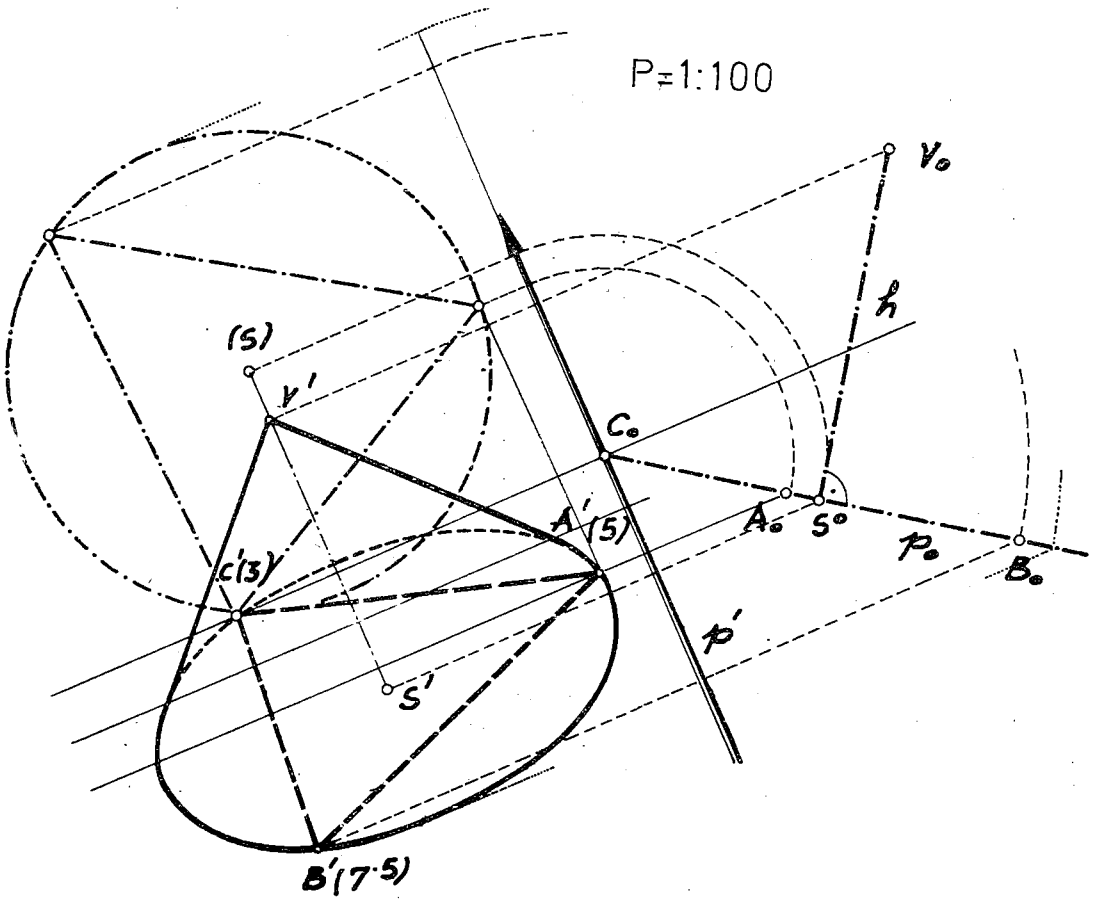


Зад.1985-Претставена е исправена тристрана призма во котирана проекција.

1985. Долната основа ABC на исправената призма AB CDEF е зададена во котирана проекција со должини на проекции на основните рабови и коти на долните темиња.Да се конструира исправена тристрана призма со бочен раб $\overline{AD}$=3 м,во размер 1 : 100.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Основниот раб $A'B'$ го градуираме,одредувајќи целобројни коти $3'$ и $4'$,последнава ја сврзуваме со $C'(4)$,добиваме слојница со кота $4'$ и паралелно со неа слојница $3'$.Нормално на тие слојници ја повлекуваме падната линија p' на рамнината од долната основа.Неа ја доведуваме во проектирачка положба во однос на хоризонталната (слојнична) рамнина со кота 2.При тоа темето A нема висина,бидејќи разликата е 2 - 2 =0,додека за C_o : ја земаме разликата од котите 4-2=2,во даденият размер тоа е 20 мм,па сврзницата $A_oC_o=p_o$ е бараната соборена положба на падната линија,така што истовремено го наоѓаме наклонетиот агол α на долната основа.Нормално на падната линија p_o стои бочниот раб ($\overline{AD}$ =3 м) со неговата вистинска должина $\overline{A_oD_o}$=30 мм. Проекциите на бочните рабови од призмата се паралелни со падната линија p' и имаат спротивна насока на падот. Низ A' повлекуваме полуправа паралелна со p' и од точката D^o спуштаме полуправа нормална кон p',пресечната точка D' е проекција на горното теме D од призмата.Должината $\overline{A'D'}$ ја пренесуваме два пати од долните темиња B' и C',чии крајни точки се котирани проекции E' и F' на другите две горни темиња E и F.

ВИДЛИВОСТ.Со полни линии ја извлекуваме контурата $B'C'F'D'E'B'$ и горната основа $D'E'F'$,додека темето A' е во внатрешноста на привидната контура на призмата,поради што е невидливо и сите рабови - два основни раба $A'B'$ и $A'C'$и бочниот $A'D'$ се исто така невидливи па ги цртаме со испрекинати линии.



Зад.1996-Нацртана е котирана проекција на ротационен конус.

1996. Зададен е ротационен конус со три неколинеарни точки A,B и C на основата и висината $\overline{SV}$=4·8 м,во размер 1:100.

РЕШЕНИЕ.Во зад.1978 под 2° е изнесена постапката за конструирање котирана проекција на круг опишан околу даден триаголник што е елипса.Тука е потребно тоа да се дополни со висината на конусот SV,која е нормална на основата,тоа значи и на нејзината падна линија p ,чија соборена положба е p_o,во слојнична (висинска) рамнина со котата 3.Низ точката S_o подигнуваме нормала на која ја нанесуваме висината на конусот $\overline{SV}$=4·8 м,во дадениот размер $\overline{S_oV_o}$=48 мм.Во проекција висината на конусот е паралелна со падната линија p'но во спротивна насока има пад.На презентираниот цртеж е очигледно одредувањето на котираната проекција V'на врвот V на конусот од неговата соборена положба V_o.На крајот од точката V'треба да се

повлечат тангенти кон елипсата со центарот S', кои претставуваат контурни генератриси на конусот во котираната проекција.

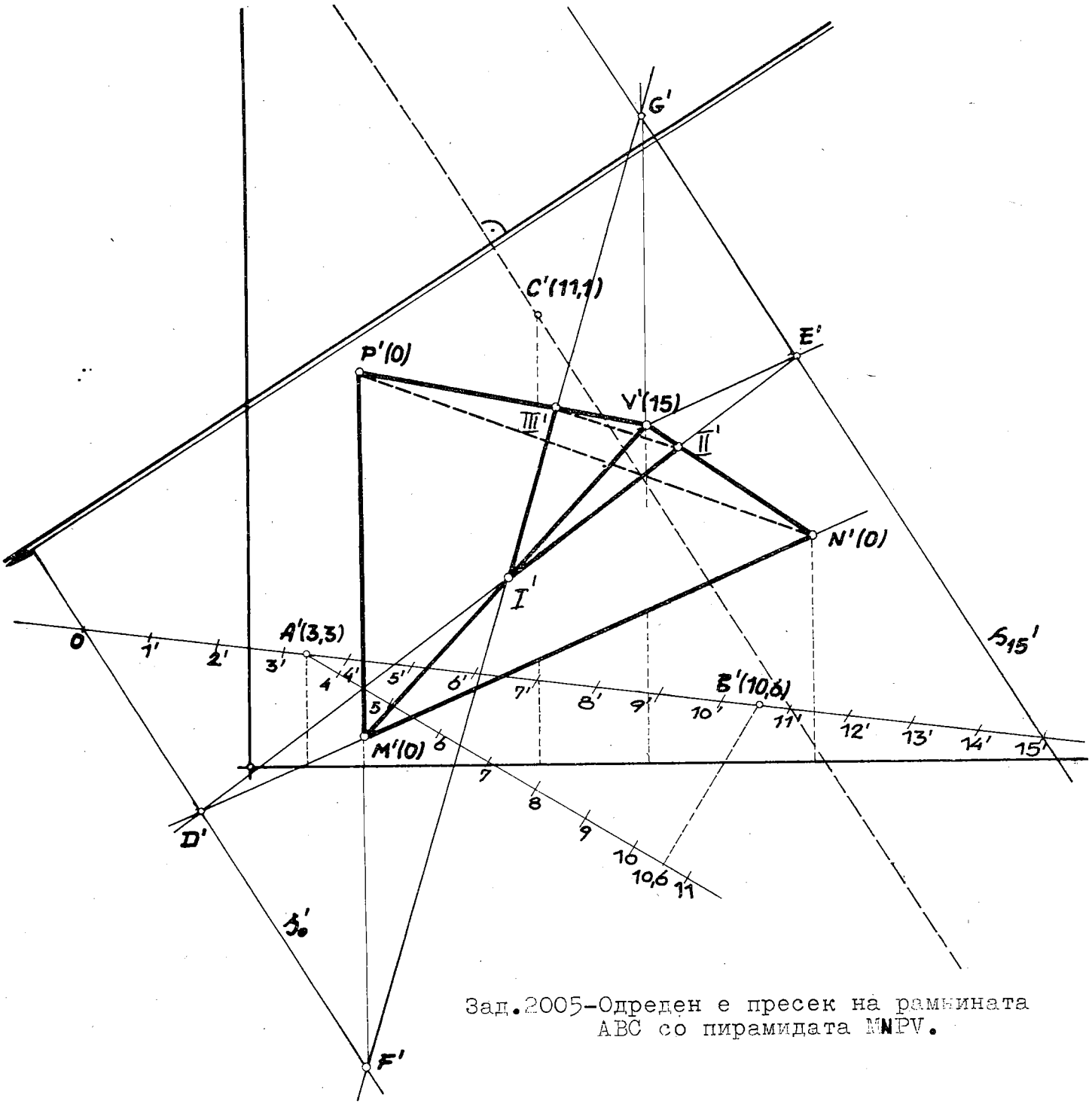
ВИДЛИВОСТ. Врвот V на конусот го зедовме да биде над рамнината на основата, поради што дел од обвивката на телото ќе се види, додека основата е невидлива. Тоа е покажано со извлекување на привидната контура на конусот со дебели полни прави и криви линии - двете контурни генератриси кои се поврзани со елиптичен лак.

2005. Пирамидата MNPV е определена со основата MNP и врвот V. Да се претстави најзиниот пресек со рамнината, која е фиксирана со трите неколинеарни точки A, B и C, во размер 1 :200. Земајќи ја пресечната рамнина како прозирна.

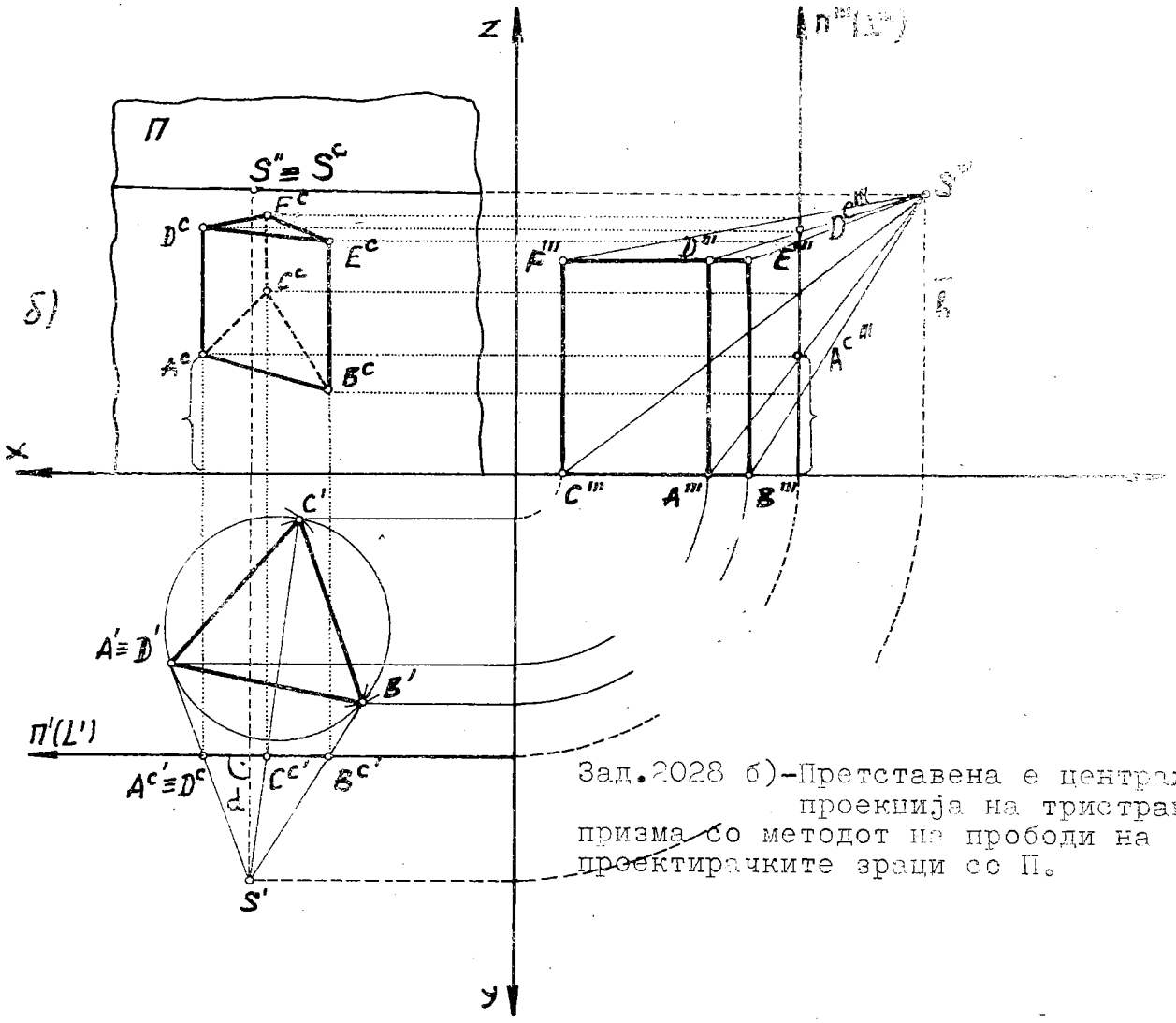
КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Цртаме проекција на пирамидата со хоризонтална основа M (0), N (0), P(0), чии две бочни страни $M'N'V'$ и $M'P'V'$ се видливи. За да ја градуираме рамнината ABC на правата $A'B'$ наоѓаме точка со кота 11·1 која ја сврзуваме со C'(11·1), со тоа добиваме слојница (хоризонтална линија) со кота 11·1, бидејќи не е со целобројна кота ја цртаме со испрекината линија. Низ точките $15'$ и $0'$ на правата $A'B'$ повлекуваме две слојници s'_0 и s'_{15} паралелни со претходната. Потоа бараме пресек на секоја бочна страна на пирамидата со општата рамнина, како пресек меѓу две рамнини, на тој начин што ги одредуваме заедничките отсечки со помош на пресечни точки од истоимени слојници на рамнините. Така за бочната страна MNV позната е нејзината нулта слојница $M'N'$, додека другата слојница низ врвот V' со кота 15 ја повлекуваме паралелна со $M'N'$. Овие две слојници ги сечеме со двете слојници s'_0 и s'_{15} од дадената пресечна рамнина, ги добиваме пресечните точки D'(0) и E'(15), чија сврзница $D'E'$ ја пресекува споменатата бочна страна на пирамидата во отсечката $I'II'$, која е видлива.

Сета графичка постапка на поставувањето и решавањето на задачава е детално прикажана на презентираната слика.

ВИДЛИВОСТА на пресечениот триаголник I II III, меѓу пирамидата и општата рамнина, ја установуваме врз основа на видливоста на бочните страни од пирамидата, поради што од пресекот само отсечката $II'III'$ е невидлива.



Зад.2005-Одреден е пресек на рамнината ABC со пирамидата MNPV.



Зад.2028 б)-Претставена е централна проекција на тристрана призма со методот на прободи на проектирачките зраци со П.

2028. Дадена е правилна тристрана призма со хоризонтални основи во хоризонтална и профилна проекција. При произволен избор на дистанцијата d и висината на хоризонтот h да се најде централната проекција на телото.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО: Пред дадениот објект произволно ја поставува секогаш вертикалната проекциона рамнина П (ликорамнината L) и пред неа центарот на проектирањето S, во две проекции: правите $П'(L')$ и $П'''(L''')$ и точките S' и S'''.

Минуваме кон одредување на централната проекција на призмата, која е рамнинска фигура што лежи во П (L), а се формира од прободите на централните (проектирачките) зраци кои поаѓаат низ S а ги сврзуваат темињата на призмата, со проекционата рамнина П (L). Така бараме централна проекција (слика) A^c на темето A, на тој начин што ги сврзуваме $A'S'$ и $A'''S'''$, одредувајќи прод на овој проектирачки зрак со П : во хоризонталната проекција $A^{c'}=A'S' \cap П'$ и во профилна проекција $A^{c'''}=A'''S''' \cap П'''$, додека во пресекот на правите низ $A^{c'}$ и $A^{c'''}$ што се респективно нормални кон x и z -оската, ја добиваме бараната точка A^c. Оваа постапка ја повторуваме за другите темиња B и C, одредувајќи ги нивните централни проекции B^c и C^c. Потоа ги сврзуваме

најдените прободни точки A^c,B^c и C^c,кои образуваат триаголник $A^cB^cC^c$,кој претставува централна проекција на долната основа ABC на призмата.

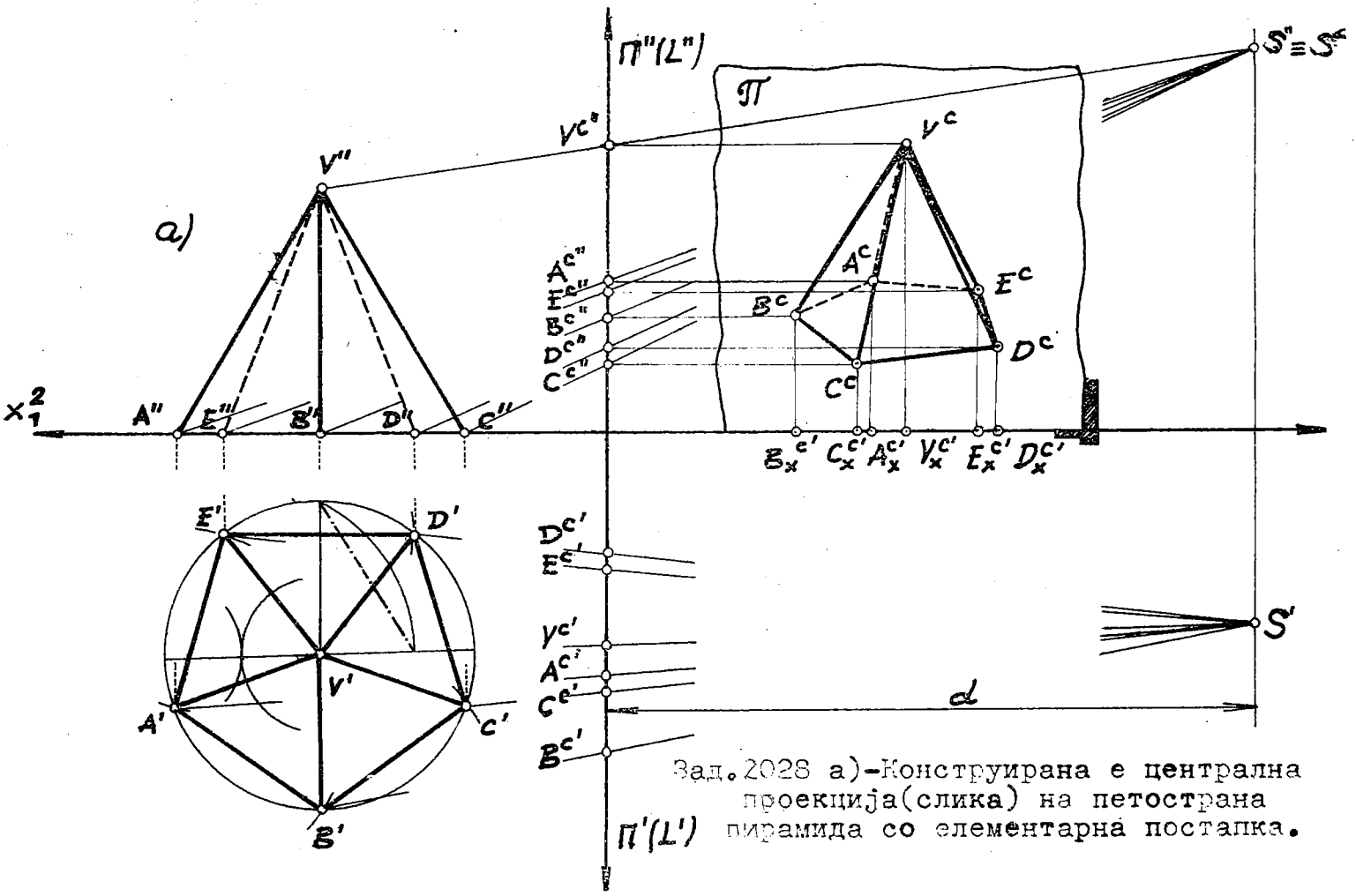
Централни проекции на бочните (странските) рабови ќе бидат отсечките нормални на x-оската,кои поаѓаат низ тукушто најдените проекции A^c,B^c и C^c.На приложениот цртеж под б) е јасно означено и детално прикажано наоѓањето на централната проекција D^c на горното теме D ,како и за другите две темиња E^cи F^c .Тие поврзани по редот каков што е во ортогоналните проекции,ја оформуваат бараната централна проекција на призмата,чија контура претставува затворена искршена линија A^cB^c $E^cF^cD^cA^c$,која се разбира е видлива и извлечена со дебели полни линии.Бидејќи висината на центарот на проектирањето S го зедовме да биде над горната основа, поради што таа се гледа,нацртана е со дебели полни линии.Проекцијата C^c на долното теме C е во внатрешноста на контурата и не се гледа,па и сите рабови (три) низ него се невидливи.

Овој мошне елементарен метод-директни прободи на проектирачките (централните) зраци со П се нарекува уште и метод на точките.

2028.Определена е правилна петострана пирамида со основа во $П_1$,во монжови проекции.Се бара нејзината централна проекција.

РЕШЕНИЕ.На презентираниот цртеж под а) подробно е изведена целосна конструкција на поставување на задачава: проекционата рамнина $П(П', П'')$и проекциониот центар $S(S', S'')$,како и одредувањето на централната проекцијана петте темиња и врвот на пирамидата,како прободни точки на нивните проектирачки зраци,индиректно преку нивните монжови проекции.Со точката S'ги сврзуваме точките A', B', C', D', E'и V', овие проектирачки (централни) зраци ја прободуваат $П'$во точките $A^{c'}, B^{c'}, \ldots, V^{c'}$, понатаму ги бараме прободните точки на зраците $S''A''$,$S''B''$,...,$S''V''$со $П''$,ги добиваме :$A^{c''}, B^{c''}, \ldots, V^{c''}$.$x_1^2$-оската ја продолжуваме вдесно (за да се запази висината на прободните точки),на таа полуправа ја нанесуваме произволната точка A_x,а од неа одредените растојанија на другите четири точки од хоризонталната проекција : $\overline{A^{c'}B^{c'}} = \overline{A_x^{c'}B_x^{c'}}$,...,$\overline{A^{c'}V^{c'}} = \overline{A_x^{c'}B_x^{c'}}$.Од вака добиените точки издигнуваме нормали и на нив ги пренесуваме висините на соодветните прободни точки,кои ги даваат бараните централни проекции (слики) A^c,B^c,C^c, D^c,E^c и V^c на шесте точки што припаѓаат на пирамидата.Така низ точката $A_x^{c'}$ поставуваме нормална права,а низ $A^{c''}$ цртаме права што е нормална на правата $П''$,нивната пресечна точка е A^c,централна слика на темето A.

Сврзувањето на добиените точки и установувањето на видливоста јасно се гледа на споменатиот цртеж.



Зад.2028 а)-Конструирана е централна проекција(слика) на петострана пирамида со елементарна постапка.

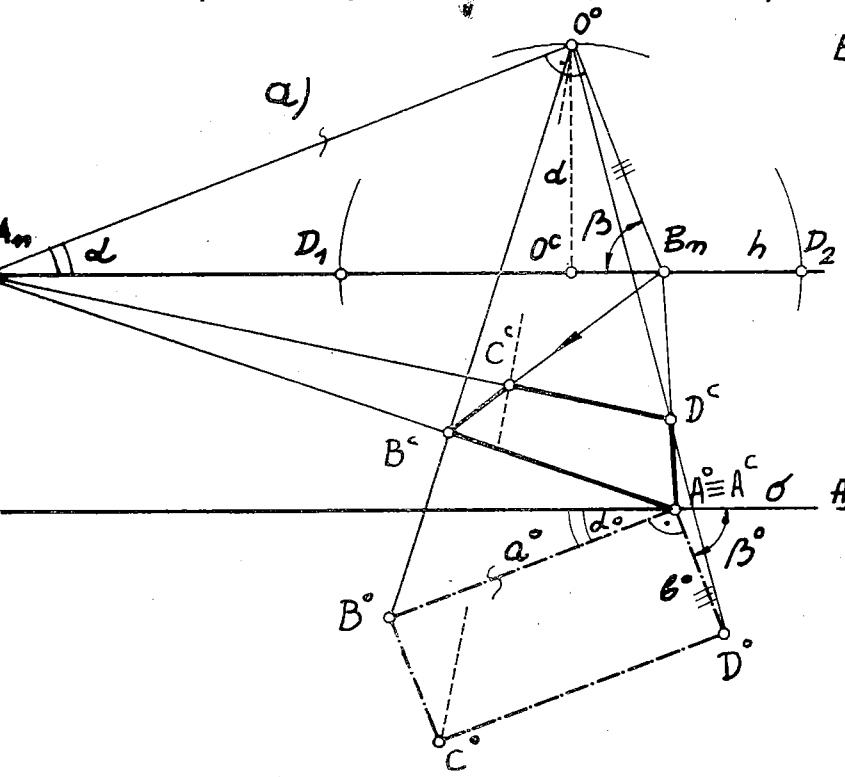
2050 а).Зададен е правоаголник со двете страни,кој лежи во основната рамнина. Да се нацрта неговата перспективна слика (проекција) со соборување на основната рамнина во проекционата рамнина П.

КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Произволно ги избираме елементите на проектирањето: дистанцијата $d=\overline{O^cO^c}$ и висината на хоризонтот $\overline{h}$,која е нормално растојание меѓу хоризонтот (линијата на хоризонтот е пресечка на проекционата рамнина П со хоризонталната рамнина поставена низ окото О) и основната права $\underline{o}$ (трага, лежи во Пае пресечна права со основната рамнина,врз која ги поставуваме објектите). На линијата на хоризонтот земаме произволна точка O^c како главна точка, од неа со радиус еднаков на дистанцијата опишуваме кружен лак кој ја сече правата $\underline{h}$ во левата D_1 и десната D_2 дистанциона точка,како и соборена положба O^o на очната точка О (центарот на проектирањето -окото О) на нормала подигната во O^c. Цртаме правоаголник со определени димензии во соборена положба,но така што едно теме А да лежи и во П на основната права $\underline{o}$: $A^o=A^c$.

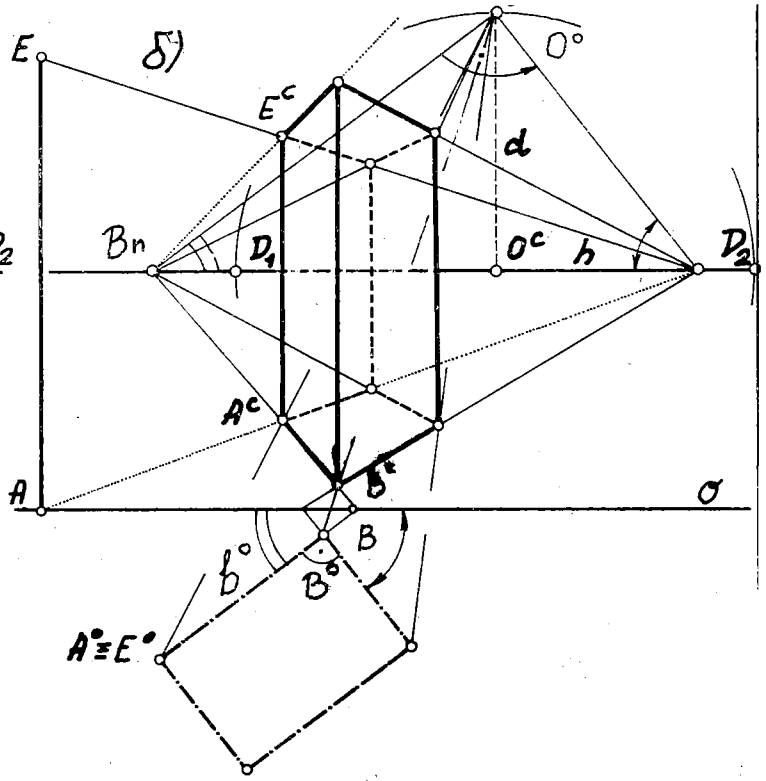
Го користиме одредувањето на вистинската големина на наклонетиот агол $\alpha(\beta)$ на правата $\underline{a}$ ($\underline{b}$) со П,кога таа права лежи во основната рамнина:едниот крак е линија на хоризонтот $\underline{h}$ а вториот сврзницата на O^o(соборената очна точка О) со недогледот $A_n(B_n)$ на правата $\underline{a}$ ($\underline{b}$).Тука овој резултат го употребуваме но со обратен ред на работа,аголот α^o е познат преку соборената положба на правата

-страната a^o, имајќи го овој правец, низ точката O^o повлекуваме нему паралелен и во пресек со $\underline{h}$ се добива бараниот недоглед A_n за правецот a^o. Истото тоа го применуваме за страната (правата) $\underline{b}$ и го наоѓаме нејзиниот недоглед B_n. Останува да ги одредиме перспективните слики (проекции) на другите три темиња на дадениот правоаголник. Тоа го реализираме со користење на познатиот факт дека соборената точка B^o на темето B, кое лежи во основната рамнина, и нејзината перспективна слика B^c (што ја бараме) лежат на сврзницата B^oO^o. На ист начин ја наоѓаме точката D^c. Од приложениот цртеж под а) сето тоа јасно се гледа. Темето C^c го одредуваме како пресек на соодветните страни во перспективната проекција $B^cB_n \cap D^cA_n = C^c$.

Контрола : C^o, C^c и O^o да бидат колинеарни точки.



Зад.2050 а)-Перспективна проекција на правоаголник со соборување на основната рамнина во П.



Зад.2050 б)-Конструирана е перспективна слика на исправена четиристрана призма со соборување на нејзината долна основа во рамнината на сликата П.

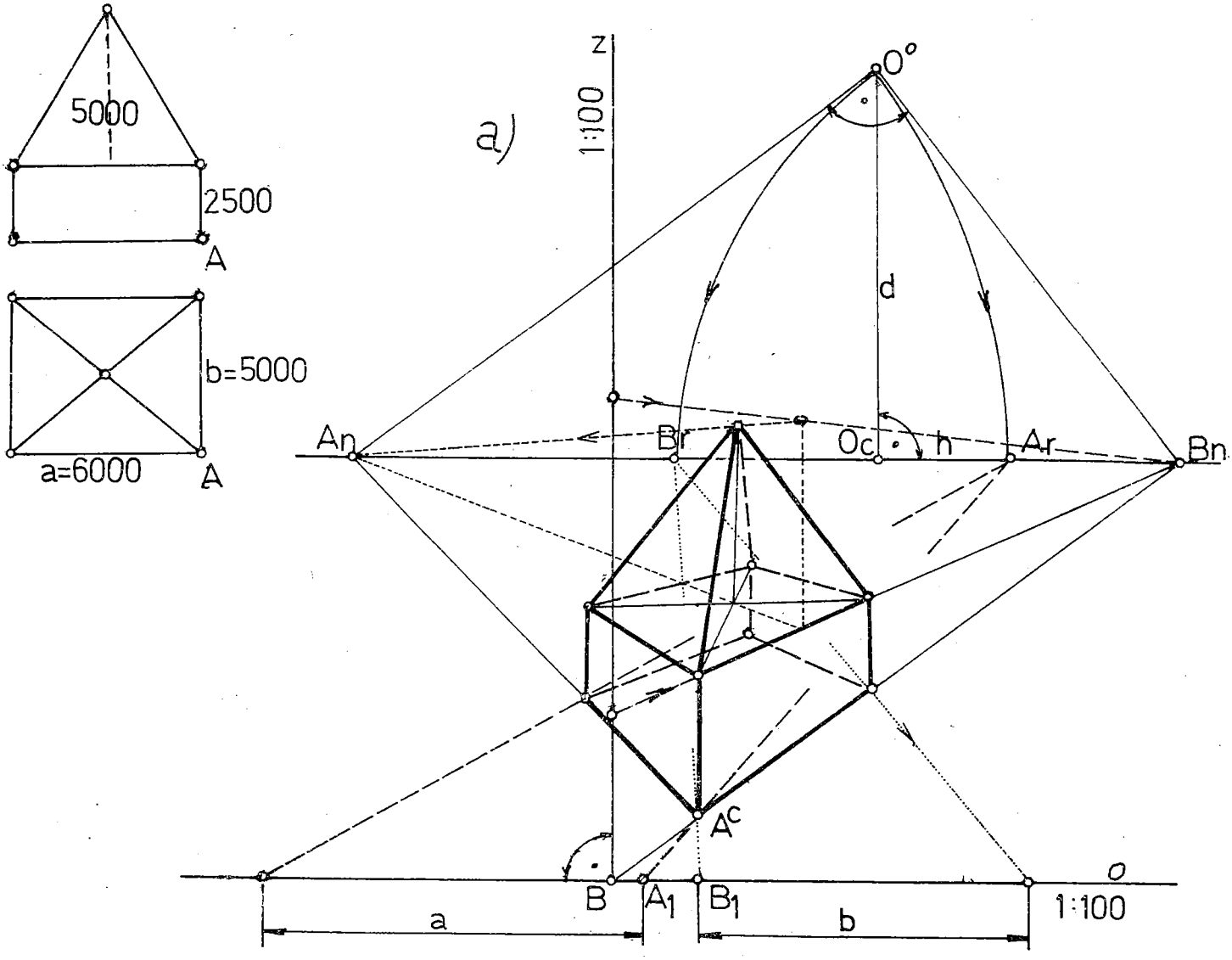
2050 б). Определени се три димензии на исправена четиристрана призма со основи правоаголници, од кои долниот лежи во основната рамнина. Се бара нејзината перспективна проекција (слика) со користење на постапката за соборување на долната основа.

РЕШЕНИЕ Откако произволно ги избираме : $\underline{h}$ на неа O^c, D_1 односно D_2 и $\underline{o}$, пристапуваме кон цртање на перспективата на призмата, при размер 1:1. Ја соборуваме долната основа со должини на основните рабови од 28 и 18 мм, како и соборената положба O^o на очната точка, па на сврзницата O^oB^o над основната права $\underline{o}$ земаме произволна точка B^c-перспектива за долното теме B. На правецот b^o го наоѓаме неговиот прободен B и недоглед B_n, потоа A^c што лежи на сврзницата A^oO^o

и на перспективата BB_n на споменатиот правец. Аналогно постапуваме и за третото теме со користење на друг недоглед, додека четвртото теме го наоѓаме како пресек на перспективните проекции од соседните основни рабови.

Бочните рабови стојат нормално на основната права o, значи во перспектива имаат вертикални положби а нивната перспектива ја одредуваме преку нанесување на зададената должина $\overline{AE}$=60 мм во подножната точка A што лежи на основната права o. Правците AA^c и EE^c имаат ист недоглед на припадните основни рабови, па така ја добиваме перспективата E^c на горното теме E. Другите три горни темиња ги наоѓаме на односните вертикали со користење на двата недогледа од заемно нормалните основни рабови, кое прегледно е изведено на презентираниот цртеж под б).

ВИДЛИВОСТ установуваме врз основа на висината $\overline{h}$ на линијата на хоризонтот, која е пониска отколку должината на бочниот раб, поради што не се гледа горната основа на призмата. Контурата на перспективната проекција и предниот бочен раб на призмата ги извлекуваме со полни дебели линии, додека двете основи не се гледаат.



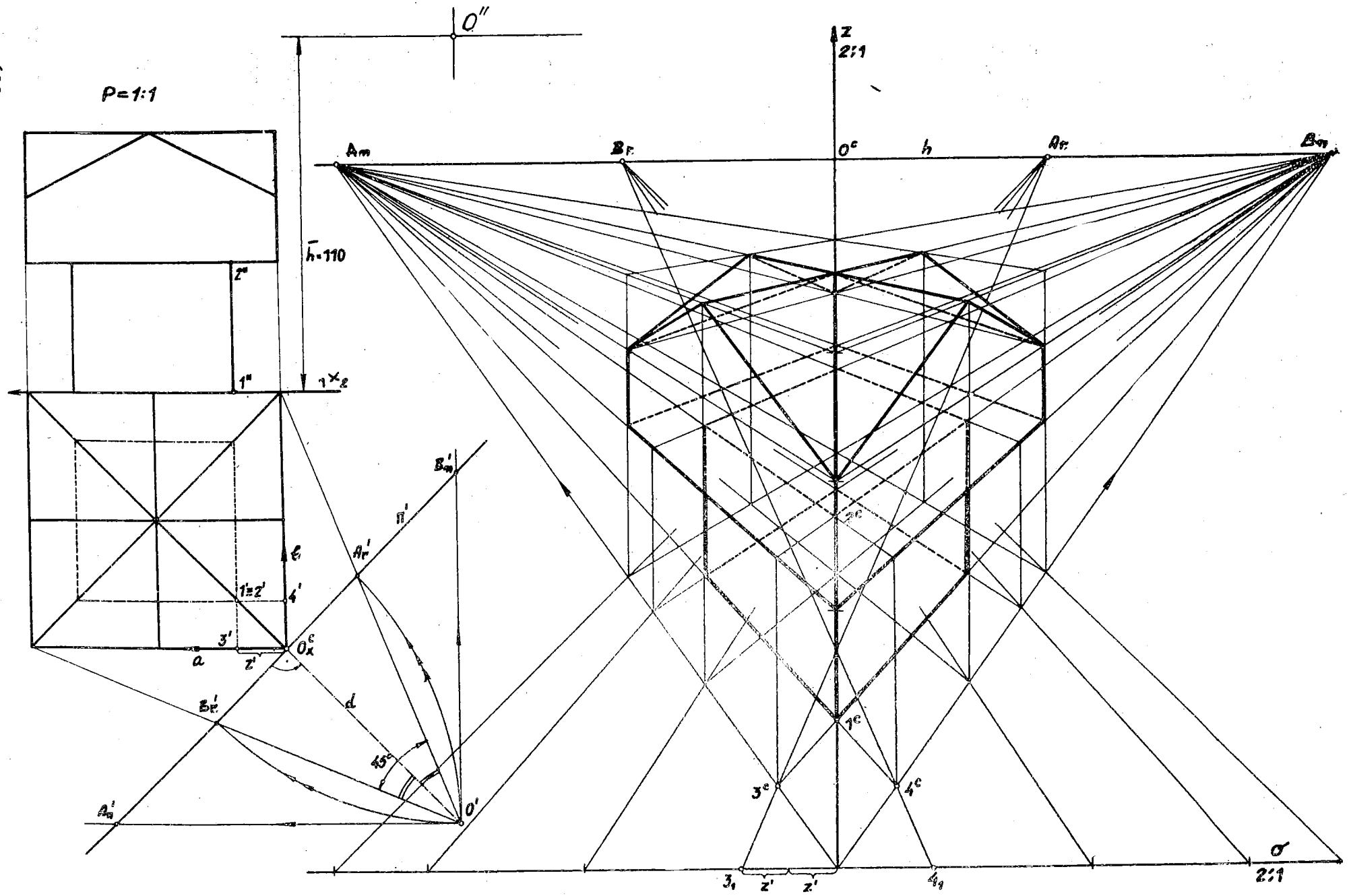
Зад.2059 а)-Нацртана е слободна перспективна слика на составено рабесто тело со методот на размерни(мерни) точки.

2059 а). На приложениот цртеж во левиот агол е претставено тело составено од призматична плоча продолжена со пирамиден дел, и котирано во милиметри. Треба да ја најдеме неговата перспективна проекција, во размер 1:100.

РЕШЕНИЕ. Избираме произволна линија на хоризонтот $\underline{h}$, главната точка O^c и дистанцијата $\underline{d}$, потоа висината на хоризонтот $\underline{h}$, но така да висина што е меѓу призматичниот и пирамидниот дел на објектот, така ја одредуваме основната права $\underline{o}$. Исто така произволно го земаме недогледот на еднот правец од основните хоризонтални рабови $\underline{a}, \underline{b}$, на пр. A_n, другиот го наоѓаме со конструирање втор крак на правоаголен триаголник со прав агол во собрената очна точка O^o, неговиот пресек со линијата на хоризонтот $\underline{h}$ е бараниот недоглед B_n на хоризонталната права $\underline{b}$. Оттука ги одредуваме нивните придружени размерни (мерни) точки. Цртаме кружен лак со центар во точката A_n со радиус A_nO^o, во пресекот со $\underline{h}$ е размерната точка A_r на правата $\underline{a}$ со недогледот A_n, соодветно со центарот B_n и радиусот B_nO^o опишуваме кружен лак кој ја сече $\underline{h}$ во односната размерна точка B_r на правата $\underline{b}$. Со нивна помош даденте вистински должини на хоризонталните основни рабови на телото од основната права $\underline{o}$ ги пренесуваме врз перспективните проекции на тие правци. Произволно избираме точка A^c како перспективна проекција на точката A. Неа ја сврзуваме со недогледите A_n и B_n, на тој начин ги добиваме перспективните слики на тие прави, а должините на основните рабови $\underline{a}$ и $\underline{b}$ ги нанесуваме на основната права од точките $A_1=A_rA^c\cap o$ и $B_1=B_rA^c\cap o$ со придружените размерни точки A_r и B_r. Така влево од A_1 цртаме основен раб $a=6000$ мм, во даденот размер тоа изнесува 60 мм, чија друга крајна точка ја сврзуваме со размерната точка A_n - со тоа ја проектираме должината на таа хоризонтална отсечка врз перспективната проекција од нејзиниот правец, па бараната перспектива на втората крајна точка се добива во пресекот со A^cA_n. Аналогна постапка употребуваме со нанесување вториот основен раб во усвоениот размер нанесуваме должина од 50 мм со една крајна точка B_1 и втората ја спојуваме со размерната точка B_n на таа хоризонтална отсечка, па во пресекот со A^cB_n ја наоѓаме перспективната проекција на втората крајна точка. Понатаму ја одредуваме перспективата на четвртата точка на основата на објектот. Низ подножниве четири точки подигнуваме вертикални полуправи нормални на правата $\underline{o}$. Сврзницата B_nA^c ја сече основната права $\underline{o}$ во точката B, низ неа подигнуваме вертикална права $\underline{z}$, врз која ги нанесуваме висините на деловите од составеното тело, во размер 1:100. Прво, висината на призматичната плоча ја пренесуваме со користење на недогледот B_n што е заеднички за долниот и горниот основен раб на плочата, кои меѓусебе се паралелни. Од така добиените перспективи ги

поврзуваме со недогледот A_n, со што ги наоѓаме уште двете точки на горниот базис на призматичниот дел. Второ, висината на пирамидниот дел од објектот ја пренесуваме преку познатите недогледи на правците во кои го вклопуваме и недогледот, на пр. A_n на паралелните прави од пресекот на составеното тело со рамнината што минува низ врвот на телото и средините на двата паралелни основни раба.
Сето тоа, образложената конструкција на решението и видливоста на нацртаната перспективна проекција на составеното рабесто тело е јасна на презентираниот цртеж.
Земениот размер 1:100 не се однесува на перспективната слика на објектот, туку секогаш на оние отсечки што се наоѓаат во проекционата рамнина (ликорамнината) П: основната права o, висината на хоризонтот $\overline{h}$, растојанието од главната точка O^c до недогледите, дистанционите точки и главната вертикална права z.
Големината на перспективната слика зависи од d дистанцијата, имено дали П се поставува поблиску или подалеку од очната точка O.
Употребената постапка во оваа задача е позната и како слободна перспектива.

2065. На сл.555 е претставен објект во моњжови проекции, тој е повторно нацртан на приложениот цртеж (кој е намален) во неговиот лев агол при размер 1:1, со додавање неколку ознаки. Да се прикаже перспективна слика (проекција) на даденият објект со користење на методот на координатен систем.
Секој објект има природен координатен триедар. Одредувањето на перспективата на тој координатен систем и наоѓањето на елементите на даденият објект со нивните координати е суштината на овој метод.
КОНСТРУКЦИЈА НА РЕШЕНИЕТО. Од помошниот цртеж ја користиме основата на објектот, која ја впишуваме во правоаголник-во нашава задача е квадрат, додека околу објектот опишуваме замислен паралопипед. Тука треба да ги усвоиме положбите на хоризонталната проекција O' на очната точка O, од каде најинтересно се гледа објектот под виден агол од 45° и на проекционата рамнина (ликорамнина) П врз која ќе ја бараме перспективата, така што Π' треба да стои нормално на симетралата (биректрисата) на споменатиот агол а да минува низ еден вертикален раб на набљудуваниот објект. Тогаш нормалното растојание O' до Π' е $O'O_x^c = d$, всушност е бараната дистанција.
Суштински фактори за природниот изглед на перспективата на објектот се видниот ротационен конус, чии генератриси образуваат агол од 45° и положбата на проекционата рамнина П спрема тој конус, т.е. спрема неговата оска (OO^c).
Во основата ги одредуваме недогледите на правците a и b: A'_n и B'_n, со повлекување полуправи низ O', кои се паралелни со правите a' и b' до пресекот со хоризонталната



Зад.2065-сл.555. Одредена е перспектива на даден предмет со методот на координатен систем.

проекција Π' на рамнината на сликата, а исто така и нивните придружени размерни точки A'_r и B'_r. Задолжително ја усвојуваме висината на хоризонтот $\overline{h}$, земајќи дека е повисока од висината на објектот.

Преминуваме кон цртање на перспективната слика на даденият предмет, зголемувајќи го размерот на елементите во проекционата рамнина Π, на пр. 2:1, кое зависи од расположливата цртачка хартија. Извлекуваме две паралелни прави $\underline{o}$ и $\underline{h}$ со меѓусебно растојание $2.\overline{h}$, поради P=2:1. На линијата на хоризонтот $\underline{h}$ избираме главна точка O^c и од неа влево нанесуваме растојание $\overline{O^cA_n}=2.\overline{O^c_xA'_n}$, го добиваме недогледот A_n, потоа $\overline{O^cB_r}=2.\overline{O^c_xB'_r}$, ја одредуваме размерната точка B_r, додека вдесно со исто така двојно зголемување ги наоѓаме недогледот B_n и размерната точка A_r. Низ точката O^c повлекуваме нормала кон правата $\underline{o}$, која претставува главна вертикала $\underline{z}$ (трета, вертикална координатна оска) од објектот што лежи во Π. Неговата подножна точка ($z \cap o$) сврзана со недогледите A_n и B_n ги дава уште двете перспективни слики на хоризонталните оски $\underline{a}$, $\underline{b}$ од усвоениот координатен правоаголен просторен систем.

Прво, ја цртаме перспективата на основата на објектот со нанесување на хоризонталните отсечки на основната права $\underline{o}$ (двојно зголемени должини, бидејќи е P=2:1), кои ги пренесуваме со помош на соодветните размерни точки на хоризонталните оски. Така за точката 1 ги земаме нејзините координати во однос на $\underline{a}$ и $\underline{b}$: $\overline{O^c_x3'}$ и $\overline{O^c_x4'}$, двојно зголемени ($2z'$) ги нацртуваме на основната права, преку точката 3_1 и размерната точка A_r ја наоѓаме 3^c и со точката 4_1 и размерната точка B_r ја одредуваме 4^c на хоризонталните оски од координатниот систем. Така добиените точки ги спојуваме со соодветните недогледи: 3^cB_n и 4^cA_n, па нивната пресечна точка е бараната перспектива 1^c на точката 1.

Од презентираниот цртеж, исто така, јасно се гледа пренесување на висината (z_2) на точката 2 на вертикалата низ 1^c преку третата координатна оска $\underline{z}$, врз која ја пренесуваме должината $2.\overline{1''2''}(2.z_2)$ и ја наоѓаме нејзината перспективна слика 2^c. Одредувањето на другите елементи од даденият предмет во перспектива и исцртувањето на неговата видливост е евидентно на нацртаната перспективна проекција.

Во случај кога објектот има вертикални димензии знатно поголеми отколку хоризонталните, тогаш очната точка O треба да се избере на дистанција $\underline{d}$ од проекционата рамнина Π ($\underline{L}$) со двојно зголемување на најголемата висина на објектот.

2066. Да се конструира перспектива на објект според сл.586,користејќи го методот на координатен систем.

РЕШЕНИЕ.На презентираниот цртеж,намален со пресликувањето,е дадена целата постапка за усвојување на елементите за перспективно проектирање на помошниот цртеж лево (P=1:100) и постепено обликување на перспективната проекција на дадениот објект.

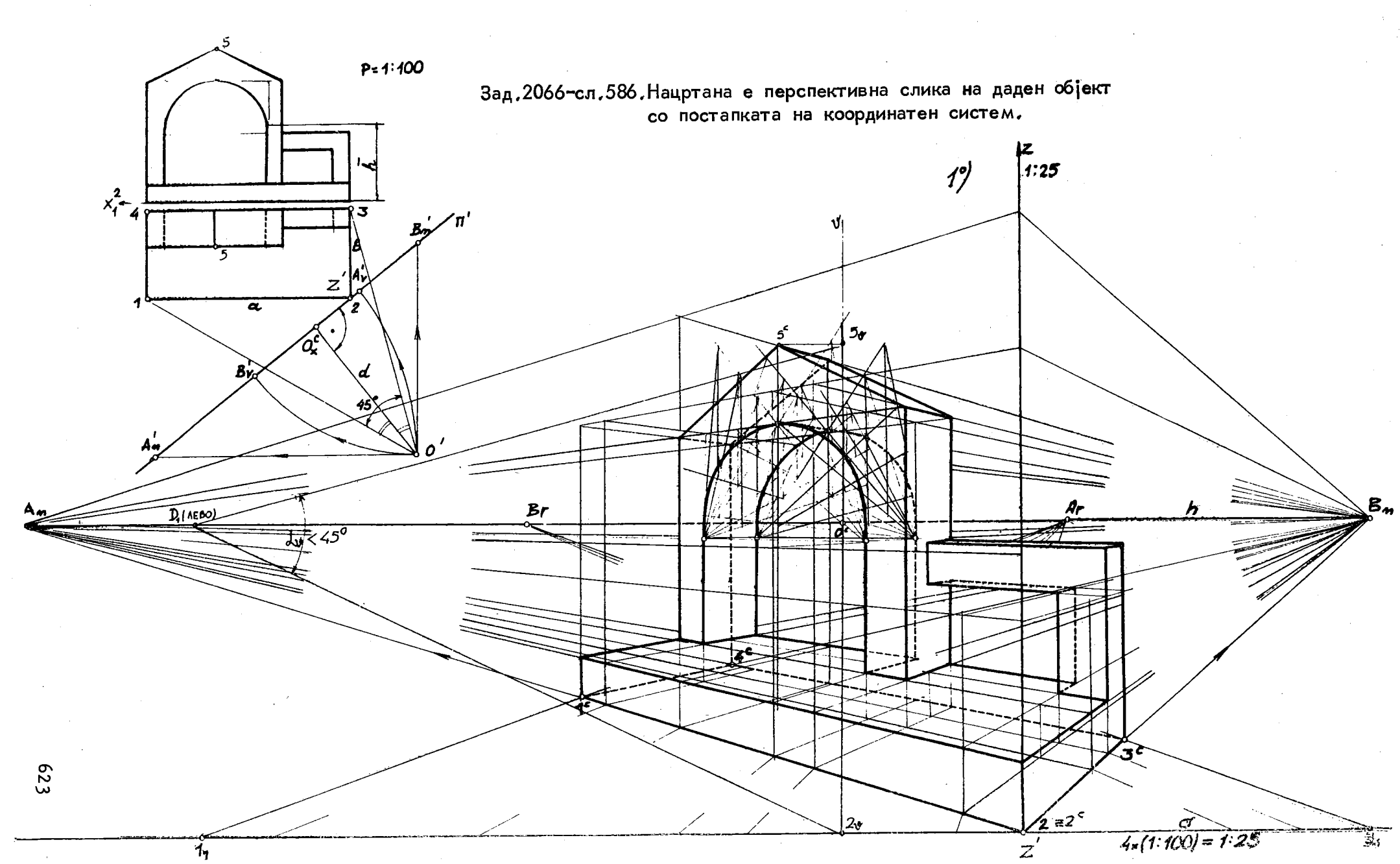
Видниот агол од 45° во хоризонталната проекција повеќе е завртен кон поинтересниот дел (левиот) од објектот,отколку кон десниот.Тука ги усвојуваме положбата на очната точка O' и на проекционата рамнина Π',која е нормална на хоризонталната проекција $O'O_x^c$ на оската на видниот ротационен конус.Потоа ги одредуваме недогледите A'_n и B'_n ,како и придружните размерни точки A'_r и B'_r ,а исто така ја усвојуваме и висината $\underline{h}$ на хоризонтот од која го гледаме објектот.

На цртежот 1°) по определување на размерот на отсечките што лежат во Π , $4 \times (1:100) = 1:25$,на линијата на хоризонтот $\underline{h}$ пренесуваме :O^c,A_n ,B_n ,A_r и B_r чии растојанија од хоризонталната проекција ги зголемуваме четирикратно.Низ точката z',која лежи на правата $\underline{o}$,ги повлекуваме координатните оски $z'A_n$,$z'B_n$ и $z'z$.

Потоа ја конструираме перспективата на основата на објектот со нанесување на оската $z'A_n$ од хоризонталната права $\underline{a}$ на основната права $\underline{o}$ преку размерната точка A_r и на оската $z'B_n$ од хоризонталната права $\underline{b}$,што ги цртаме во размер 1:25 врз основната права $\underline{o}$ со помош на размерната точка B_r .Со користење на недогледите целосно ја обликуваме перспективата на бараната основа.Ги пренесуваме висините на одделни точки на z-оската ($z'z$) за платформата,понатаму другите вертикални елементи.Тука во предниот дел на отворот што завршува полуцилиндрично ја цртаме предната полуелипса со конструкцијата секанти и тангенти,а тоа го правиме и за задната.Така со оформени делови ја одредуваме бараната перспектива на дадениот објект,извлекувајќи ги со дебели полни линии и криви видливите делови а со испрекинати - невидливите.

КОНТРОЛА.Дека перспективната проекција на објектот се наоѓа во полето на јасниот вид,односно дека објектот е сместен внатре во видниот конус на окото,го проверуваме со испитување на вертикалниот виден агол α_v е во дозволените граници од 45°.За таа цел ја сврзуваме левата (десната) дистанциона точка D_1 ($\overline{O^cD_1}=4xd=4x\overline{O'O_x}$) со најниската точка 2_v и највисоката 5_v на објектот,кои лежат на главната вертикала $\underline{v}$,а се добиваат како пресечни точки на хоризонталните прави низ точките 2^c и 5^c.Овие краци D_12_v и D_15_v дефинираат вистинска големина на бараниот вертикален виден агол α_v,кој е помал од 45°,значи целиот објект со својата висина се наоѓа во природниот виден ротационен конус на окото O.

Зад.2066-сл.586.Нацртана е перспективна слика на даден објект со постапката на координатен систем.



Употреба на СПУШТЕНА (нова) ОСНОВНА РАМНИНА се јавува кога висината на хоризонтот $\bar{h}$ е мала во однос на растојанието на недогледите $A_n B_n$ и другите елементи на проектирањето, поради што има голема неточност и непрегледност на пресеците на конструктивните линии при одредување на перспективата на основата на објектот. За поголема точност и прегледност при ова претставување се користи нова т.н. спуштена основна рамнина, која ја земаме (симнуваме) пониско од основната рамнина и таа ја пресекува проекционата рамнина П во нова -спуштена основна права o^* . Со тоа се зголемува висината на хоризонтот $\bar{h}$, така што сега конструкцијата се изведува со истите елементи на линијата на хоризонтот $\underline{h}$, но должините врз хоризонталните прави $\underline{a}$ и $\underline{b}$ се нанесуваат во односниот размер на спуштената основна права o^* . Овој начин не е покажан на приложениов цртеж, бидејќи висината на хоризонтот $\bar{h}$ во однос на другите елементи на перспективата, е во задоволувачки граници.

Л И Т Е Р А Т У Р А

/1./ АЛЬТШУЛЕР С.Исаак,Программированный задачник по начертательной геометрии,Минск,1970.

/2./ АРУСТАМОВ Х.А.,Сборник задач по начертательной геометрии с решениями типовых задач,издание шестое ,Москва,1965.

/3./ ГОРДОН О. Владимир,ИВАНОВ Б.Юрий и СОЛНЦЕВА Е.Татьяна,Сборник задач по курсу начертательной геометрии,издание второе,Москва,1969.

/4./ ДИМИТРОВ Станчо,Сборник от задачи по дескриптивна геометрия ,София, 1969.

/5./ JUSTIJANOVIĆ dr Juraj,Zbirka zadataka za vježbe i crteže iz nacrtne geometrije,treće izdanje,Zagreb,1959.

/6./ KURNIK mr Zdravko,PALMAN dr Dominik i PAVKOVIĆ mr Boris, Zadaci iz nacrtne geometrije mongeova proekcija ,Zagreb,1973.

/7./ KUZMANOVIĆ doc.Nikola,Problemi i zadaci iz nacrtne geometrija, Beograd,1972.

/8./ MOJOVIĆ arh.Milica,Nacrtna geometrija praktikum-zbirka zadataka sa rešenim primerima I deo,Beograd,1967.

/9./ POPOV dipl.ing.Radovan,Rešeni zadaci iz nacrtne geometrije, I deo,Beograd,1967.

/10./ РУДАЕВ К.Алексей ,Сборник задач по начертательной геометрии,издание девятое,Москва,1957.

/11./ СЕРБИНА И.Евгения ,Сборник задач по начертательной геометрии,Москва, 1970.