

ПРОДУЖИ НИЗ I

Ратко Тошић, Нови Сад

Често се у разним тестовима оштроумности наилази на задатке чија формулација почиње са „Продужи низ ...“. Уствари, то су задаци у којима је дато првих неколико чланова низа, а тражи се да се напише следећи члан низа или неколико следећих чланова. Задатак се своди на налажење законитости по којој се ређају чланови низа. Међутим, комплетно решење задатка подразумева не само откривање такве законитости него и детаљно образложење, тј. опис низа о коме је реч.

Пример 1. Продужи низ

1, 3, 5, 7, ...

Решење. Овде се лако уочава да су чланови низа непарни природни бројеви, поређани по величини. Према томе, следећи члан низа је 9.

Низ из овог задатка може се описати на један од следећих начина:

- низ непарних природних бројева у растућем поретку;
- растући низ чији је први члан број 1, а сваки следећи је за 2 већи од претходног;
- низ чији је n -ти члан једнак $2n - 1$, тј. низ

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

за који је $a_n = 2n - 1$.

Пример 2. Продужи низ

1, 4, 9, 16, ...

Решење. Овај низ можемо описати као низ квадрата природних бројева, тј. као низ

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

код кога је $a_n = n^2$. У нашем случају имамо да је $a_1 = 1^2 = 1$, $a_2 = 2^2 = 4$, $a_3 = 3^2 = 9$, $a_4 = 4^2 = 16$, а следећи тражени члан је $a_5 = 5^2 = 25$.

Ученици млађих разреда лакше уочавају следећу законитост: први члан је 1, други је за 3 већи од првог, трећи је за 5 већи од другог, четврти је за 7 већи од трећег ... Другим речима, низ разлика суседних чланова низа је низ непарних бројева

3, 5, 7, 9, ...

И један и други опис одговара истом низу – низу квадрата природних бројева у растућем поретку.

Као што је познато, за проблеме у животу постоје различита решења. Такав је случај и у математици. Кад је дат један низ са својих неколико почетних чланова, он се може продужити на различите начине, тако да добијемо различите низове, при чему се за сваки од њих може формулисати нека математичка законитост.

Пример 3. Продужи низ

7, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70, ...

Решење. Једно решење је низ

7, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70, 79, 88, 97, ...

То је низ чији је први члан 7, а сваки следећи је за 9 већи од претходног, тј. аритметички низ са првим чланом 7 и разликом 9.

Друго решење је низ

7, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70, 106, 115, ...

То је низ природних бројева са збиром цифара 7, поређаних у растућем поретку.

Треће решење је низ

7, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70, 77, 86, 95, ...

То је низ природних бројева чији је збир цифара дељив са 7, поређаних у растућем поретку.

Читалац евентуално може пронаћи још неке законитости које важе за низ са датим почетком и на основу тога наћи још нека „природна“ продужења низа. Ако буде студирао математику, научиће и да сваки број може бити продужетак било ког бројевног низа датог са неколико почетних чланова, тј. да за сваки такав продужетак постоји добро дефинисана математичка законитост.

Обично се, међутим, подразумева да у оваквим задацима треба наћи неку једноставну законитост.

Чланови низа не морају бити бројеви, него и неки други симболи, на пример: слова, геометријске фигуре, речи и слично.

Пример 4. Напиши следећих пет чланова низа

$J, F, M, A, M, J, J, \dots$

Решење. Следећих пет чланова низа су слова A, S, O, N, D . Слова низа представљају почетна слова назива месеци у години.

Пример 5. Продужи низ

$D, D, T, \check{C}, P, \check{S}, \dots$

Решење. S, O, D, S . Слова у низу су почетна слова речи десет, двадесет, тридесет, ..., деведесет, сто (првих десет природних бројева дељивих са 10).

Задаци за самостални рад

1. Продужи низ за још три члана:

а) 15, 20, 25, 30, ...

б) 99, 88, 77, 66, ...

в) 1, 22, 333, 4444, ...

г) 1, 2, 1, 3, 1, 4, ...

д) 1, 2, 4, 8, ...

ђ) 3, 6, 9, 12, ...

е) 19, 17, 15, 13, ...

ж) 20, 1, 18, 3, 16, 5, ...

з) 91, 82, 73, 64, ...

и) 132, 121, 110, 99, ...

ј) 2, 3, 5, 8, 12, 17, ...

к) 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

л) 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, ...

љ) 2017, 2007, 1998, 1971, ...

2. Продужи низ

5, 14, 19, 23, 28, 32, ...

3. Продужи низ са још три члана:

а) 17, 27, 47, 87, 167, ...

б) 3, 6, 11, 20, 37, ...

в) 21, 42, 83, 164, 325, ...

г) 2, 4, 8, 16, 23, 37, ...

д) 1, 3, 6, 12, 25, 51, 102, 204, 409, 819, ...

4. Продужи низ

2, 8, 4, 2, 8, 6, ...

5. Напиши следећа два члана низа
49, 58, 67, 76, 85, 94, ...

6. Уочи законитост по којој је формиран низ:
а) 3, 6, 12, 14, 18, 26, 32, ...
б) 20, 22, 24, 28, 36, 42, 46, ...
в) 49, 53, 58, 63, 69, 75, ...
и напиши неколико следећих чланова тог низа.

7. Продужи низ
2017, 20, 4, 8, ...

У следећем задатку, чланови низа су цифре, па их нећемо раздвајати запетом.

8. Продужи низ цифара:
а) 236884286884...
б) 2361868484832...

9. Уочи законитост по којој је формиран низ
1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, ...
и напиши следећих пет чланова низа.

10. Низови:
1, 1, 1, 1, 1, 1, ...,
2, 4, 7, 13, 16, 13, ...,
3, 9, 9, 9, 9, 9, ...,
4, 7, 13, 16, 13, 16, ...,
5, 7, 13, 16, 13, 16, ...,
6, 9, 9, 9, 9, 9, ...,
7, 13, 16, 13, 16, 13, ...,
8, 10, 1, 1, 1, 1, ...,
9, 9, 9, 9, 9, 9, ...
формирани су по истом закону, полазећи од различитих првих чланова. Откриј законитост по којој су низови формирани и за сваки напиши следећа три члана.

11. Продужи низ слова:
а) *P, D, T, Ć, ...*
б) *N, J, D, T, ...*
в) *N, A, I, I, T, T, M, ...*

12. У низу
R, R, T, ?, ?, ?, ?, R, R, R, R
замени упитнике одговарајућим словима.

13. Продужи низ
5, 3, 3, 6, 3, 4, 5, 4, ...

14. Напиши следећа три члана низа
I, V, X, L, ...

- 15.** Напиши следећих десет чланова низа
II, IV, VI, IX, XI, XX, ...
- 16.** Продужи низ
10, 10, 10, 12, 4, 7, 24, ...
за још два члана.
- 17.** Напиши следећа два члана низа
M, V, Z, M, ...
- 18.** Напиши следећа два слова у низу слова
JEDANVTRICPŠS...
- 19.** Напиши следећа два слова низа
N, S, D, ...