

МАТЕМАТИЧКИ ТАЛЕНТ 48

Ристо Малчески

ЗБИРКА РЕШЕНИ ЗАДАЧИ ОД НАТПРЕВАРОТ КЕНГУР ЗА ЧЕТВРТО И ПЕТТО ОДДЕЛЕНИЕ

Скопје, 2025

Рецензент:

Д-р Методи Главче

Педагошки факултет, Скопје

СОДРЖИНА

Предговор	5
I ПРЕСМЕТУВАЊА И РАВЕНКИ	
1. Броеви и пресметувања	7
2. Равенства и равенки	32
3. Деливост, делење со остаток	42
II ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ	
1. Броев и цифри	53
2. Времето е важно	72
3. Купуваме и пресметуваме пари	87
4. Мериме и споредуваме маси	95
5. Мериме и споредуваме должини	107
6. Дополнителни задачи	115
III ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ	
1. Триаголник, квадрат, правоаголник и круг	148
2. Коцка и квадар	173
3. Дополнителни задачи	185
IV ПАТЕКИ И ЛАВИРИНТИ	
1. Патеки	196
2. Лавиринти	206
V БОЕЊА, ПОКРИВАЊА И РАСПОРЕДУВАЊА	
1. Боење и покривање	210
2. Распоредување броеви и фигури	225
3. Расекување и составување фигури	247

VI ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

1. Логички главоболки	262
2. Броење и пребројување	281
3. Подредувања	295
4. Игри и стратегии	303
5. Дополнителни задачи	309

ПРЕДГОВОР

Пред вас е збирка решени задачи од престижниот меѓународен натпревар *Кенгур без граници*, наменета за учениците од четврто и петто одделение од основното деветгодишно образование. Збирката ги содржи сите задачи од оваа категорија од 2008 до 2025 година, кои се задавани во нашата држава, но содржи и задачи кои се задавани во соседните држави.

Задачите, кои ги има вкупно 648, се поделени во шест глави и тоа:

- Пресметувања и равенки,
- Текстуални задачи,
- Геометриски фигури,
- Патеки и лавиринти,
- Боења, покривања и рапоредувања и
- Логика и комбинаторика.

Понатаму, секоја глава е поделена на неколку параграфи, при што е направен обид задачите да се групираат по сродност. Така, главата Текстуални задачи е поделена на шест параграфи и тоа:

- Броеви и цифри,
- Времето е важно,
- Купуваме и пресметуваме пари,
- Мериме и споредуваме маси,
- Мериме и споредуваме должини, и
- Дополнителни задачи.

Во збиркава се дадени комплетни решенија на задачите, при што решението на секоја задача следи одма по формулацијата на истата. Сепак на читателот му препорачувам прво да се обиде самостојна да ја реши задачата која ја обработува, а потоа да го консултира понуденото решение. Освен тоа, за некои задачи се понудени по два или повеќе начини за нивно решавање. Ова е особено важно за развојот на математичкото мислење, па затоа на читателот му препорачувам секаде каде што може задачата да ја реши и на друг начин од тој што е понуден.

Во оваа пригода сакам да му се заблагодарам на рецензентот д-р Методи Главче чиј ангажман не само што придонесе да се намалат грешките

кои го пратат издавањето на било кој ракопис, туку и со своите забелешки допринесе за подобрување на ракописот во целина.

Се надевам дека оваа збирка задачи ќе најде свое место во подготовката на учениците за учество на натпреварот Кенгур без граници, со што ќе даде и свој придонес во развојот на учениците надарени за математика.

Како што реков, издавањето на секоја книга неодминливо е пропратено со грешки и тоа како од технички, така и од стручен аспект. Оттука, особено ќе бидам благодарен на секоја добронамерна критика и сугестија, која ќе придонесе за подобрување на ракописот, а посебно за отстранување на евентуалните грешки.

Скопје

7. ноември, 2025 г.

Авторот

I ПРЕСМЕТУВАЊА И РАВЕНКИ

1. БРОЕВИ И ПРЕСМЕТУВАЊА

1. Илија на лист хартија го пишува зборот МАТЕМАТИКА. Тој сака исти букви да ги обои со иста боја, а различни букви со различна боја. Колку различни бои тој ќе употреби?

A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 11

Решение. А). Различни букви кои се појавуваат во зборот математика се М, А, Т, Е, И, К. Значи, Илија треба да употреби 6 бои.

2. Марко и Марина отишле на циркус. Нивните седишта биле означени со броевите 71 и 72. На влезот од циркусот е истакната табла на која се означени правците за да се дојде до седиштата (цртеж десно). Во кој правец треба да одат Марко и Марина?

A)  B)  C) 
D)  E) 

	седиште 1 до 20
	седиште 21 до 40
	седиште 41 до 60
	седиште 61 до 80
	седиште 81 до 100

Решение. D). Броевите 71 и 72 се наоѓаат меѓу броевите 61 и 80.

3. Збирот на цифрите на годината 2016 е еднаков на 9. Која е следната година на која збирот на цифрите повторно ќе биде еднаков на 9?
- A) 2007 B) 2025 C) 2034 D) 2108 E) 2134

Решение. B). Збирот на цифрите на сите броеви 2025, 2034, 2108, 2134 е еднаков на 9.

Најмал од овие броеви кој е поголем од бројот 2016 е бројот 2025.

4. Маја има 10 картончиња, на кои се запишани цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, при што на секое картонче е запишана само по една цифра. Таа сака да ја состави датата за одржување на натпреварот Кенгур:

1 5 0 3 2 0 1 8

Колку картончиња може да искористи Маја?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

Решение. В). Марија може да ги искористи картончињата на кои се запишани цифрите 0, 1, 2, 3, 5 и 8. Значи, таа може да искористи 6 картончиња.

5. Ламбе има 10 гумени печати. На печатите се запишани цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, при што на секој печат е запишана само по една цифра. Со печатите Ламбе ја направил датата

2 2 0 3 2 0 1 8

Колку различни печати употребил Ламбе:

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

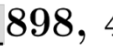
Решение. А). Во датата 22.03.2018 различни цифри се 1, 0, 2, 3 и 8. Значи, Ламбе употребил 5 печати

6. Дадени се три последователни трицифрени броја, на кои дел од цифрите се покриени. Кои се покриените цифри, запишани одлево-надесно?

8, 3, 1

- A) 3, 9, 9, 0, 3, 9 B) 2, 9, 9, 0, 9, 1 C) 3, 9, 4, 0, 4, 1
D) 3, 8, 9, 9, 3, 9 E) 3, 9, 9, 0, 4, 0

Решение. А). Бидејќи цифрата на десетките на првиот број е 8, а цифрата на стотките на вториот број е 3, мора да се цифрите на стотките на трите броја 3. Значи, броевите се од видот $38_ , 3_ , 3_1$. Бидејќи цифрата на единиците на третиот број е 1, мора да е цифрата на единиците на вториот број 0, а цифрата на единиците на првиот број 9, па добиваме $389, 3_0, 3_1$. Конечно, броевите се **389, 390, 391** и цифрите кои недостасуваат запишани во истиот редослед се 3, 9, 9, 0, 3, 9.

7. Михаил напишал редоследно три последователни четирицифрени броја. Неговата сестра Илина избришала некои од цифрите (цртеж десно). Кои броеви недостасуваат одлево-надесно?
- А) 389, 3, 99 В) 489, 3, 96 С) 489, 4, 98 7, 898, 48
- Д) 489, 4, 99 Е) 488, 4, 99

Решение. Д). Од вториот и третиот број следува дека цифрата на илјадитите кај трите броја е 4. Според тоа, пред бришењето на цифрите последователните броеви се 4897, 4898, 4899. Значи, броевите кои ги избрфишала Илина се 489, 4, 99.

8. На цртежот десно секоја точка означува 1, а секоја црта означува 5. Така на цртежот е означен бројот 8. Со кој цртеж е прикажан бројот 12?



Решение. С). На А) е прикажан бројот $1+5=6$, на В) е прикажан бројот $1+2\cdot 5=11$, на С) е прикажан бројот $2\cdot 1+2\cdot 5=12$, на Д) е прикажан бројот $2\cdot 1+3\cdot 5=17$ и конечно на Е) е прикажан бројот $4\cdot 1+3\cdot 5=19$. Според тоа, одговорот е цртежот С).

9. Колкава е вредноста на изразот: $200 \cdot 9 + 200 + 9$.

A) 418 B) 1909 C) 2009 D) 4018 E) 20009

Решение. C). Имаме: $200 \cdot 9 + 200 + 9 = 1800 + 209 = 2009$.

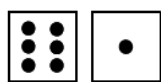
10. Кој израз има најмала вредност:

A) $2 + 0 + 0 + 8$ B) $200 : 8$ C) $2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 8$

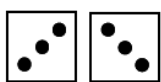
D) $200 - 8$ E) $8 + 0 + 0 - 2$

Решение. C). Вредностите на изразите се: A) 10, B) 25, C) 0, D) 192 и E) 6. Најмал е бројот 0.

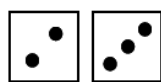
11. Ема, Бојан, Кире, Пена и Елена фрлиле по две коцки и го собрале бројот на паднати точки.



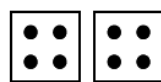
Ема



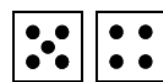
Бојан



Кире



Пена



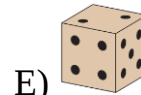
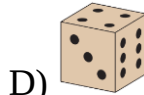
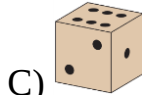
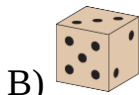
Елена

Кој добил најголем збир?

A) Ема B) Бојан C) Кире D) Пена E) Елена

Решение. E). Децата ги добиле збирите: Ема – 7, Бојан – 6, Кире – 5, Пена 8 и Елена 9. Значи, најголем збир добила Елена.

12. Кај стандардна коцка за играње збирот на броевите на точките на спротивните сидови е еднаков на 7. Која од дадените коцки може да е стандардна?



Решение. A). За бројот на точките 1, 2, 3, 4, 5, и 6 имаме

$$1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 7,$$

па како коцката има три пара спротивни сидови, следува дека не може збирот на броевите точки на соседни сидови да е еднаков на 7.

Кај коцката В за два соседни сида ваи $5 + 2 = 7$, кај коцката С за два соседни сида важи $6 + 1 = 7$, кај коцката D за два соседни сида имаме $3 + 4 = 7$ и кај коцката Е за два соседни сида имаме $2 + 5 = 7$. Значи, овие коцк не може да се стандардни. Единствено стандардна може да биде коцката А, кај која на спротивните сидови со 1, 4 и 5 точки може да има соодветно 6, 3 и 2 точки.

13. Горјан има шест картички на кои се запишани броевите од 1 до 6. Колку од запишаните броеви може да се добијат како збир на броевите кои се запишани на две од дадените шест картички?

1	2	3
4	5	6

А) 2 В) 3 С) 4 D) 5 Е) 6

Решение. С). Од запишаните броеви најмалиот од дадените броеви кој може да се претстави како збир на два од шесте броја е бројот 3, а најголемиот е бројот 6. Навистина $3 = 1 + 2$ и $6 = 5 + 1 = 4 + 2$. Понатаму, $4 = 3 + 1$ и $5 = 4 + 1 = 3 + 2$, што значи дека четири од запишаните броеви може да се добијат на саканиот начин.

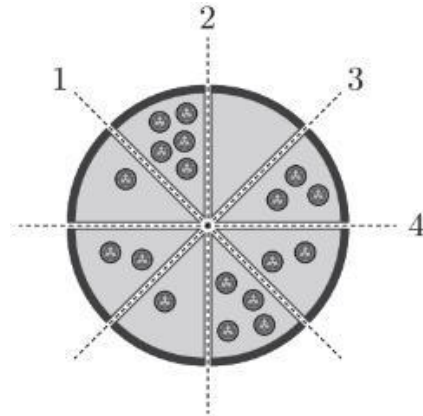
14. Марија сака да ја вметне цифрата 3 некаде во бројот 2014. Каде треба да ја вметне цифрата 3 ако сака нејзиниот петцифрен број да биде најмал можен?

А) на почетокот од 2014 В) меѓу цифрите 2 и 0
 С) меѓу цифрите 0 и 1 D) меѓу цифрите 1 и 4
 Е) на крајот од бројот 2014

Решение. D). Со вметнување на цифрата 3 се добиваат петцифрените броеви 32014, 23014, 20314, 20134 и 20143. Најмал од овие броеви е 20134. Значи, цифрата 3 треба да се вметне меу цифрите 1 и 4.

15. По кои линии може на два дела да се подели пицата прикажана на цртежот десно така што секој дел содржи еднаков број маслинки?

A) 1 и 3 B) 1 и 4 C) 2 и 3
D) 2 и 4 E) 3 и 4



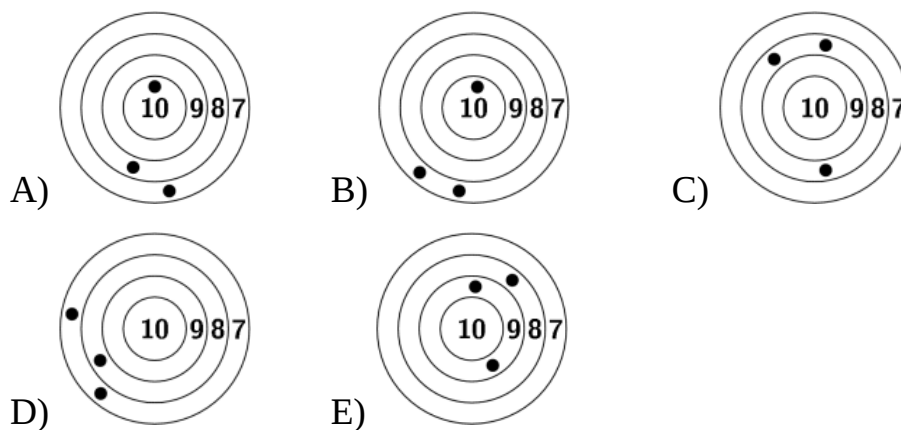
Решение. D). На пицата вкупно има

$1+1+2+2+3+4+5=18$ маслинки. Според тоа, секој од двата дела треба да содржи $18:2=9$ маслинки. Сега,

- при поделба со нинијата 1 имаме: $1+2+1+4=8$ и $5+3+2=10$,
- при поделба со линијата 2 имаме: $1+2+1+5=9=3+2+4$,
- при поделба со линијата 3 имаме: $5+1+2=8$ и $3+2+4+1=10$,
- при поделба со линијата 4 имаме: $2+4+1+2=9=1+5+3$.

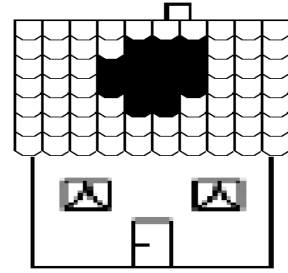
Значи, саканата поделба може да се направи со линиите 2 и 4.

16. Пет момчиња се натпреваруваат во стрелање. Рампо постигнал најмногу бодови. Во која мета стрелал Рампо?



Решение. E). Метата A) покажува $10+8+7=25$ бодови, метата B) покажува $10+7+7=24$ бодови, метата C) покажува $8+8+8=24$ бодови, метата D) покажува $7+7+8=22$ бодови и метата E) покажува $9+9+8=26$ бодови. Значи, Рампо стрелал во метата E).

17. Имало силен ветер кој однесол неколку ќерамиди од предната страна на покривот на куќата. Колку ќерамиди останале на предниот дел од покривот?



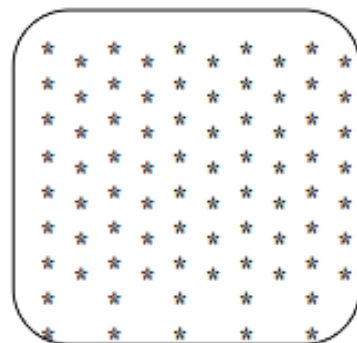
- A) 57 B) 59 C) 61
D) 67 E) 70

Решение. А). *Прв начин.* Во редовите во кои недостасуваа ќерамиди, гледајќи оддолу нагоре имаме: во првиот ред недостасуваа 2 ќерамиди, во вториот 4, во третиот 4 и во четвртиот недостасуваат 3 ќерамиди. Значи, вкупно недостасуваат $2 + 4 + 4 + 3 = 13$ ќерамиди. На предниот дел од покривот имаме 7 реда по 10 ќерамиди, односно $7 \cdot 10 = 70$ ќерамиди. Паднале 13, па значи останале $70 - 13 = 57$ ќерамиди.

Втор начин. Во колоните во кои недостасуваа ќерамиди, гледајќи одлево-надесно имаме: во првата колона недостасуваа 2 ќерамиди, во втората 4, во третата 4 и во четвртата недостасуваат 3 ќерамиди. Значи, вкупно недостасуваат $2 + 4 + 4 + 3 = 13$ ќерамиди. На предниот дел од покривот имаме 7 реда по 10 ќерамиди, односно $7 \cdot 10 = 70$ ќерамиди. Паднале 13, па значи останале $70 - 13 = 57$ ќерамиди.

18. Колку ѕвездички се прикажани на цртежот десно?

- A) 100 B) 90 C) 95
D) 80 E) 105

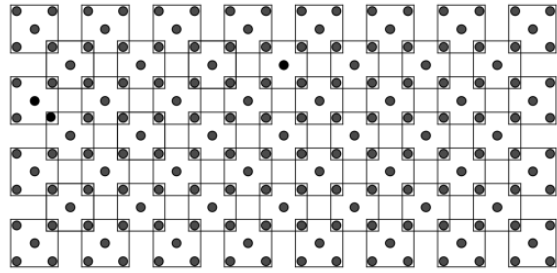


Решение. D). *Прв начин.* На цртежот има 5 колони со по 9 ѕвездички и 5 колони со по 7 ѕвездички. Според тоа, на цртежот има $5 \cdot 9 + 5 \cdot 7 = 80$ ѕвездички.

Втор начин. На цртежот има 16 реда и во секој ред има по 5 ѕвездички. Значи, на цртежот има $5 \cdot 16 = 80$ ѕвездички.

19. Колку точки има на цртежот десно?

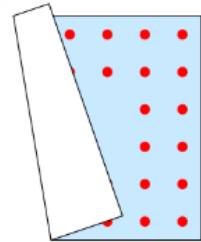
A) 180 B) 181
C) 182 D) 183
E) 261



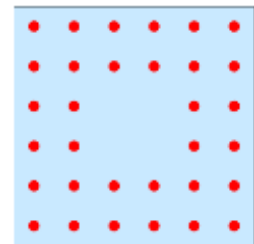
Решение. В). На дадениот цртеж има 8 реда со по 16 точки, 4 реда со по 8 точки и 3 реда со по 7 точки. Според тоа, на цртежот има $8 \cdot 16 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 181$ точки.

20. Аладин има тепих во квадратен облик. По должината на секоја страна на тепихот има еднаков број точки сместени во два реда. Тој случајно го превиткал тепихот (цртеж десно). Колку точки има на тепихот на Аладин?

A) 48 B) 44 C) 40 D) 36 E) 32



Решение. Е). Кога тепихот не е свиткан, тој изгледа како што е прикажано на десниот цртеж. На тепихот има 4 реда со по 6 точки и 2 реда со по 4 точки. Значи, на тепихот има $4 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 32$ точки.



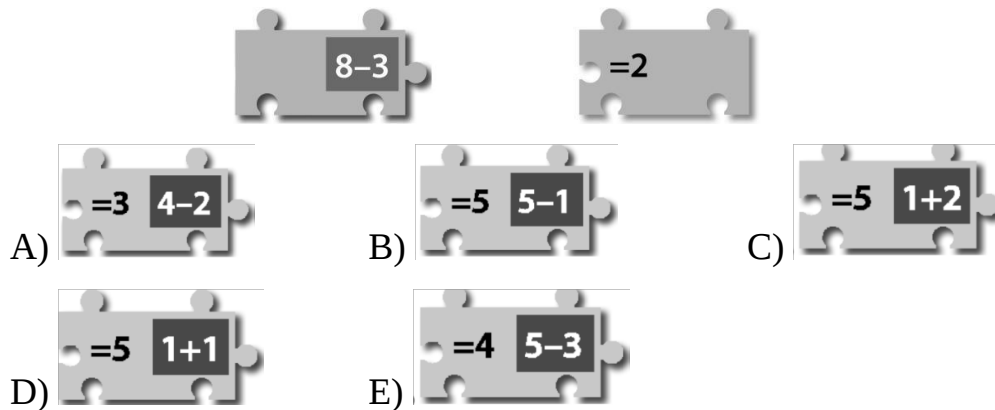
21. Кога четирите делчиња од сложувалката ќе ги сложиме точно, се добива правоаголник на кој има одредена операција меѓу два броја. Кој е резултатот на таа операција?

A) 6 B) 15 C) 18 D) 24 E) 33



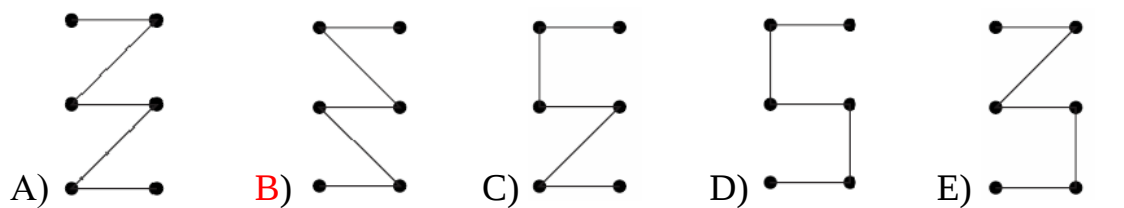
Решение. В). Кога ќе се сложат четирите делчиња од сложувалката се добива изразот $13 + 2$ чија вредност е 15.

22. Кое делче на сложувалката ги дополнува два поставени дела и дава точни равенства?



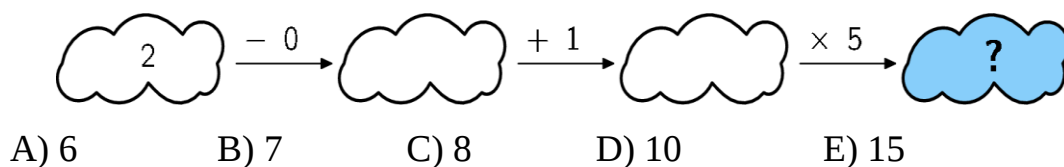
Решение. D). Имаме $8-3=5$, па затоа делчињата A) и E) отпаѓаат. Од делчињата B), C) и D) само изразот на десната страна на D) е еднаков на 2, па затоа тоа е бараното делче.

23. Матео ја врши операцијата одземање и добива како резултати броеви од нула до пет. Тој последователно ги поврзува точките почнувајќи во точка со резултат 0, а завршува во точка со резултат 5. Која фигура ќе ја добие Матео?



Решение. A). Во првата колона Матео ќе добие 0, 2, 4, а во втората колона ќе добие 1, 3, 5. Тоа значи дека при поврзувањето ќе ја добие фигурата A).

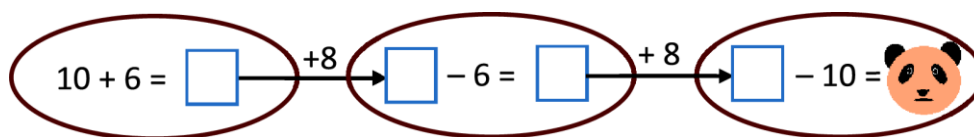
24. Кој број се крие зад знакот прашалник?



Решение. Е). Последователно добиваме:

$$2 - 0 = 2, \quad 2 + 1 = 3, \quad 3 \cdot 5 = 15.$$

25. Кој број се крие зад пандата?

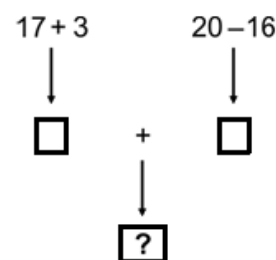


- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 28

Решение. А). Последователно добиваме

$$10 + 6 = 16, \quad 16 + 8 = 24, \quad 24 - 6 = 18, \quad 18 + 8 = 26, \quad 26 - 10 = 16.$$

26. На цртежот десно е дадена шема за пресметување. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?



- A) 24 B) 28 C) 36 D) 56 E) 80

Решение. А). Имаме:

$$17 + 3 = 20, \quad 20 - 16 = 4 \quad \text{и} \quad 20 + 4 = 24.$$

27. Секој од пријателите на Борјанка ги собрал денот и месецот во датата на која е роден и го добил бројот 35. Сите се родени на различни дати. Колку пријатели има Борјанка?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Решение. В). Според условите на задачата бројот 35 треба да го запишеме како збир на два броја, при тоа бидејќи четвртиот месец април има 30 дена, едниот собирок е поголем или еднаков на 5 и помал или еднаков на 12. Имаме:

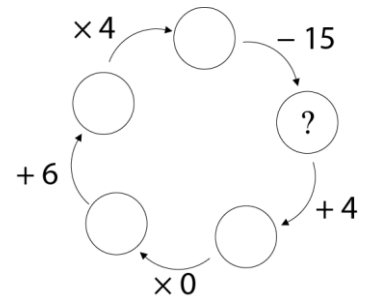
$$\begin{aligned} 30 + 5 = 35, \quad 29 + 6 = 35, \quad 28 + 7 = 35, \quad 27 + 8 = 35, \\ 26 + 9 = 35, \quad 25 + 10 = 35, \quad 24 + 11 = 35, \quad 23 + 12 = 35. \end{aligned}$$

28. Разгледај го цртежот десно. Кој број треба да се запише на кругчето во кое се наоѓа прашалникот?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 9 E) 8

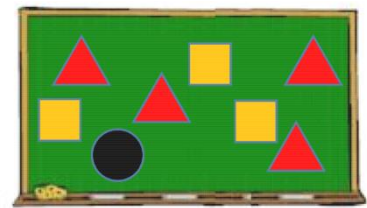
Решение. D). Било кој број помножен со 0

дава 0. Затоа имаме $0 + 6 = 6$, па $6 \cdot 4 = 24$ и $24 - 15 = 9$. Значи, на местото на прашалникот треба да стои бројот 9.



29. Броевите од 1 до 8 се запишани на табла.

Наставникот ги покрил броевите со триаголници, квадрати и кругови како на цртежот десно. Ако се соберат четирите броеви



покриени со триаголници, се добива збир 10. Ако се соберат трите броеви покриени со квадрати, се добива збир 20. Кој број е покриен со кругот.

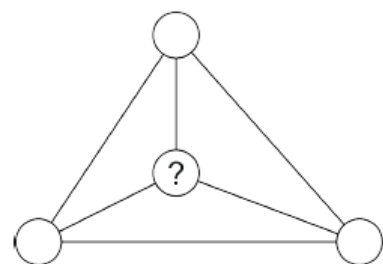
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. D). Збирот на броевите од 1 до 8 е

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36.$$

Збирот на броевите покриени со триаголниците и четириаголниците е $10 + 20 = 30$. Конечно, со кругот е покриен бројот $36 - 30 = 6$.

30. Триаголникот е поделен на три мали триаголници (цртеж десно). Во четирите кругчиња се запишани броевите 1, 2, 3 и 4. Збирите на броевите во трите кругчиња на трите мали триаголници се 6, 8 и 9. Кој број е запишан на местото на прашалникот.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

E) Не може да се определи

Решение. С). Збирот на сите зборови на трите мали триаголници е еднаков на $6 + 8 + 9 = 23$. Од друга страна, во овој збир секој запишан број во темињата на големиот триаголник се јавува два пати, а бројот запишан на местото на прашалникот се јавува три пати. Затоа бројот запишан на местото на прашалникот е еднаков на

$$23 - 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) = 23 - 20 = 3.$$

31. Ласте треба да запише сите цифри: 2, 0, 1 и 9 + во квадратчињата цртежот десно и тоа по една цифра во едно квадратче. Тој сака да го добие најголемиот можен збир. Која цифра треба да ја запише на местото на знакот прашалник?

A) 0 или 1 B) 0 или 2 C) 0 D) 1 E) 2

Решение. А). Најголемиот можен збир може да се добие во два случаја:

$$920 + 1 = 921 \text{ и } 921 + 0 = 921.$$

Значи, на местото на прашалникот може да е 0 или 1.

32. Симон сака да ги запише цифрите 2, 0, 1 и 9 + во квадратчињата прикажани на цртежот десно така, што збирот на трицифрениот и едноцифрениот број ќе биде најмал. Која цифра може да ја запише во квадратчето во кое е прашалниот знак?

A) 2 или 9 B) само 2 C) само 9 D) 0 или 9 E) само 0

Решение. А). Најмалиот збир се добива ако на местото на стотките се постави најмалата можна цифра, а тоа е цифрата 1. Потоа на местото на десетките се поставува најмалата можна цифра, а тоа е цифрата 0 и на местото на единиците се постави бил која од другите

две цифри, а тоа се цифрите 2 и 9. Значи, на местото на прашалникот може да се запише били која од цифрите 2 и 9. Имаме два случаја:

$$102 + 9 = 111 \text{ и } 109 + 2 = 111.$$

33. Во кој од понудените редоследи треба да се запишат четирите цифри 2, 0, 2 и 5, по една во секое квадратче, така што при извршување на операциите се добие најголема можна вредност?

$$\square + \square - \square + \square$$

A) 0, 2, 2, 5 B) 0, 5, 2, 2 C) 5, 2, 0, 2 D) 5, 0, 2, 2 E) 2, 5, 2, 0

Решение. C). При реализирање на наведените операции најголема можна вредност се добива ако го одземеме бројот 0. Тоа значи дека 0 треба да е на третото место, па затоа бараниот редослед е 5, 2, 0, 2.

34. Аленка ги запишува цифрите 2, 0, 2 и 5, по една во секое квадратче на шемата десно. Во кој редослед треба да ги запише цифрите за да при пресметувањата се добие најмала можна вредност?

$$\square\square - \square + \square$$

A) 5, 2, 0, 2 B) 5, 0, 2, 2 C) 2, 5, 2, 0 D) 2, 0, 2, 5 E) 2, 0, 5, 2

Решение. E). Најмала можна вредност се добива ако се состави најмалиот можен двоцифрен број и се одземе поголемиот едноцифрен број запишан со една од преостанатите две цифри. Значи, Аленка треба да го добие $20 - 5 + 2 = 17$, па затоа редоследот на цифрите е 2, 0, 5, 2.

35. Секоја од цифрите 1, 2, 3, 4 и 7 е запишана во едно од квадратчињата во шемата десно. Која е најмалата можна разлика меѓу така добиените трицифрен и двоцифрен број?

$$\begin{array}{r} \square\square\square \\ - \square\square \\ \hline \end{array}$$

A) 39 B) 49 C) 76 D) 87 E) 247

Решение. В). Најмалата можна разлика се добива ако со дадените цифри го формираме најмалиот можен трицифрен број и најголемиот можен двоцифрен број. Јасно, тоа се броевите 123 и 74, па затоа најмалата можна разлика е $123 - 74 = 49$.

36. Матеа ги заменила буквите во изразот $\overline{KAN} - \overline{ROO} + \overline{GA}$ со цифри од 1 до 9 и потоа го пресметала резултатот. Исти букви се заменети со исти броеви, а различни букви со различни броеви. Кој е најголемиот можен резултат?

A) 925 B) 933 C) 939 D) 942 E) 948

Решение. D). Најголемиот можен резултат се добива ако $\overline{KAN}$ и $\overline{GA}$ се најголемите можни броеви, а $\overline{ROO}$ е најмалиот можен број. Значи, треба да е $\overline{ROO} = 122$, $\overline{KAN} = 986$ и $\overline{GA} = 78$. Притоа имаме

$$\overline{KAN} - \overline{ROO} + \overline{GA} = 986 - 122 + 78 = 942.$$

37. Со употреба на цифрите 1, 2, 3, 4, 5 и 6 Глигор формира два броја. Двата броја имаат по три цифри, а секоја од дадените цифри е употребена само еднаш. Тој ги собрал двата добиени броја.

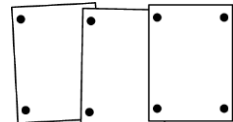
Кој е најголемиот збир кој Глигор може да го добие?

A) 975 B) 999 C) 1083 D) 1173 E) 1221

Решение. D). За да збирот биде најголем, цифрите 6 и 5 треба да бидат цифри на стотки, едната во едниот број, а другата во другиот број. Понатаму, цифрите 4 и 3 треба да бидат цифри на десетки, едната во едниот, а другата во другиот број. Исто, цифрите 1 и 2 треба да бидат цифри на единици, како и претходно, едната во едниот, а другата во другиот број. Ако тој ги формирал броевите $\overline{xyz}$ и $\overline{uvw}$ чиј збир е најголем, тогаш

$$\begin{aligned}
 \overline{xyz} + \overline{uvw} &= (x + u) \cdot 100 + (y + v) \cdot 10 + (z + w) \\
 &= (6 + 5) \cdot 100 + (3 + 4) \cdot 10 + (1 + 2) \\
 &= 11 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3 \\
 &= 1100 + 70 + 3 \\
 &= 1173.
 \end{aligned}$$

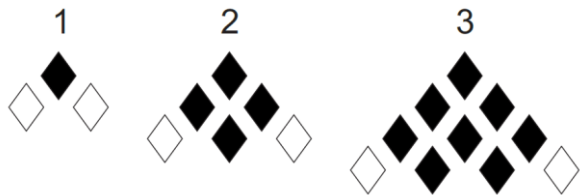
38. Моника, користејќи 8 иглички, прикачила три фотографии на плутена табла (цртеж десно). Ласте сака на истиот начин да прикачи 7 фотографии. Колку иглички му се потребни на Ласте?



A) 14 B) 16 C) 18 D) 22 E) 26

Решение. В). За првата фотографија на Ласте му требаат 4 иглички, а за секоја од шесте следни фотографии му требаат уште по две иглички. Значи, на Ласте му требаат $4 + 6 \cdot 2 = 16$ иглички.

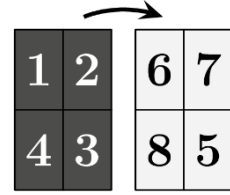
39. Направена е низа од триаголници со помош на дијаманти. Првите три направени триаголници се прикажани на цртежот десно. Секој нов триаголник се добива со додавање на нова линија на дијаманти. На краевите на долната линија дијамантите се бели. Сите други дијаманти во триаголникот се црни. Колку црни дијаманти има шестиот триаголник?



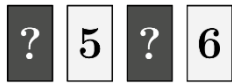
A) 19 B) 21 C) 26 D) 28 E) 34

Решение. С). Во првиот триаголник има $1 + 2 = 3$ дијаманти, во вториот има $1 + 2 + 3 = 6$ дијаманти, во третиот има $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ дијаманти, ..., во шестиот триаголник има $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ дијаманти. Два дијаманти се бели, па затоа бројот на црните дијаманти е $28 - 2 = 26$.

40. Иван ги напишал броевите од 1 до 4 на црната страна на листот. Потоа го завртел листот на светлата страна и ги запишал броевите од 5 до 8 (цртеж десно). Откако го расекол листот на 4 правоаголни картички, тој картичките ги наредил како што е прикажано на цртежот лево. Колку е збирот на броевите кои треба да стојат на местото на прашалниците?



1	2	6	7
4	3	8	5

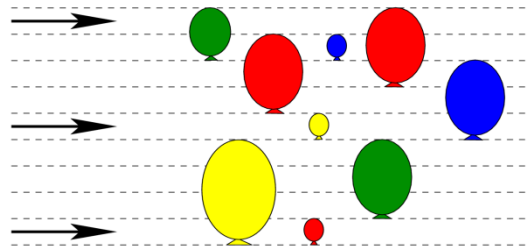


?	5	?	6
---	---	---	---

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. В). Кога ќе го превртиме листот добиваме дека еден зад друг се броевите 2 и 6, 1 и 7, 3 и 8, 4 и 5. Значи, зад броевите 5 и 6 се броевите 2 и 4. Според тоа, на местата на прашалниците треба да се броевите 1 и 3, па нивниот збир е 4.

41. На цртежот десно се прикажани 3 стрели кои летаат хоризонтално и 9 балони кои постојано се наоѓаат на иста висина. Ако стрелата погоди балон тој пука, а стрелата продолжува да лета во ист правец. Колку балони ќе бидат погодени од сите три стрели?



- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. Е). Секоја стрела на својот пат ќе погоди по 2 балони. Значи, со сите три стрели ќе бидат погодени $3 \cdot 2 = 6$ балони.

42. Горјан напишал неколку броја користејќи ги само цифрите 0 и 1. Збирот на тие броеви е 2013. Се покажало дека не е можно тој збир да се добие со помалку собирци запишани само со цифрите 0 и 1. Колку броеви напишал Горјан?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 204

Решение. В). Јасно, за да имаме најмалку собирци треба да имаме два четирицифрени броја. Ако тие два броја се 1000 и 1000, тогаш за да добиеме збир 2013 треба да имаме уште 13. Тоа не може да се постигне само со промена на цифрите на двата броја, но ако се додаде трет број 11 и ако во првите два броја се промени цифрата на единиците, ги добиваме броевите 1001, 1001 и 11 чиј збир е 2013. Истото може да се постигне и со броевите 1, 1001, 1011.

43. Ламбе ја пополнил со броеви табелата прикажана на цртежот десно, со намера збиравите на броевите во секој ред и секоја колона да се еднакви. Но, тој направил една грешка. Кој број треба да се замени?

9	1	5
3	7	6
4	7	4

- A) 1 B) 3 C) еден од броевите 4
D) 5 E) еден од броевите 7

Решение. В). Ако ги собереме броевите по редици и колони ја добиваме ситуацијата прикажана на цртежот десно. Добивме четири збира еднакви на 15 и два збира еднакви на 16. Според тоа, треба да се намалат за 1 збиравите во првата колона и втората редица.

9	1	5	→ 15
3	7	6	→ 16
4	7	4	→ 15
↓ 16	↓ 15	↓ 15	

Тоа може да се направи ако бројот 3 се замени со бројот 2, по што сите шест збира ќе бидат еднакви на 15.

44. Кој број недостасува во центарот на квадратот, ако збирот на броевите во секој ред е еднаков на збирот на броевите во точно една од колоните?

1	5	10
7		3
8	4	2

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. D). Збиравите на броевите во двата целосни реда се 16 и 14, а збиравите на броевите во двете целосни колони се 16 и 15. Тоа

значи дека збирот на броевите во вториот ред треба да е 15, а збирот на броевите во втората колона треба да е 14. Според тоа, бараниот број е $15 - (7 + 3) = 5 = 14 - (5 + 4)$.

45. Пет пријатели вкупно изеле 17 бонбони, при што секој изел најмалку една бонбона и никои двајца не изеле еднаков број бонбони. Се покажало дека тројца од пријателите изеле 10 бонбони. Колку бонбони изеле двајцата кои изеле најмногу бонбони?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. D). Бројот 17 како збир на пет различни броја може да се запише на следниве начини:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 7 = 17 \text{ и } 1 + 2 + 3 + 5 + 6 = 17.$$

Во двете претставувања збирот на двата најголеми броја е

$$4 + 7 = 5 + 6 = 11.$$

Значи, двајцата кои изеле најмногу бонбони вкупно изеле 11 бонбони.

Забелешка. Како што можеме да видиме и во двата случаја има тројца кои изеле 10 бонбони, но овој услов не го користевме при решавање на задачата. Тоа значи дека задачата е предефинирана и условот дека има тројца кои изеле 10 бонбони може да се изостави.

46. Плочките на прикажаната патека се редоследно се нумерирани со природните броеви. Ема и Иво се наоѓаат на почетокот на патеката



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

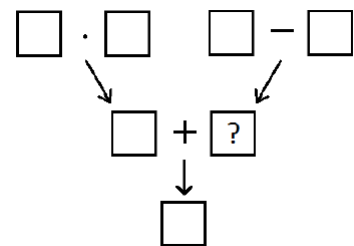
и фрлаат монета еден по друг. Ако тој што е на ред, фрли број, тој скока напред три плочки, а ако фрли глава се враќа назад една плочка или ако е на почетната плочка останува на место. Откако двајцата

фрлиле по 4 пати, Ема била на плочката со бројот 4, а Иво бил на плочката со бројот 8. Колку пати вкупно паднал грб?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

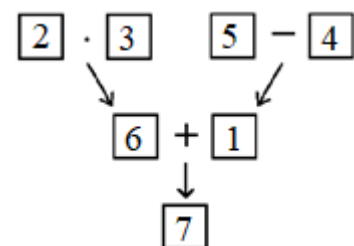
Решение. C). Имаме, $4 = 3 + 3 - 1 - 1$ и $8 = 3 + 3 + 3 - 1$, при што на бројот 3 соодветствува *паднал број*, а на бројот 1 соодветствува *паднал грб*. Значи, вкупно три пати паднал грб.

47. Во квадратчињата на шемата десно запиши ги броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 така што пресметувањата ќе бидат точни. Кој број е запишан во квадратчето во кое е прашалникот?

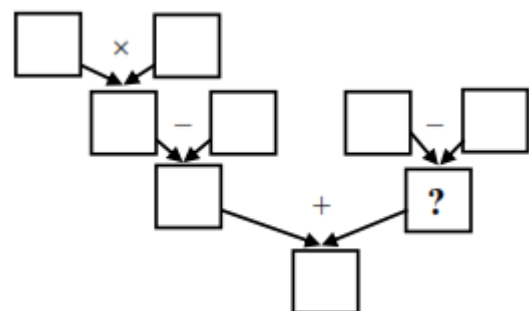


- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Решение. E). Јасно бројот 1 не може да учествува во квадратчињата во кои се запишани броевите кои треба да се множат, бидејќи во спротивно вториот множител ќе биде запишан двапати. Сега од преостанатите шест броја производ на два броја е еднаков на третиот број ако и само ако тоа се броевите 2, 3 и 6. Според тоа, во вториот ред во левото квадратче е бројот 6, па затоа во десното квадратче мора да е бројот 1. Пополнетата шема е прикажана на цртжот десно.



48. Броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 запиши ги во деветте квадратчиња, во секое квадратче по еден различен број така што пресметувањата ќе бидат точни. Кој



број е запишан на местото на прашалникот?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

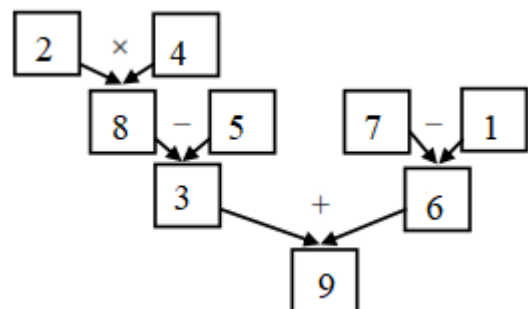
Решение. Е). Во најгорните две квадратчиња не смее да е бројот 1, бидејќи во спротивно вториот запишан број ќе се повтори. Од преостанатите броеви производ на два броја е еднаков на некој од дадените броеви само во два случај и тоа $2 \cdot 3 = 6$ и $2 \cdot 4 = 8$.

Нека $2 \cdot 3 = 6$. Тогаш за да е можна првата разлика во некој редослед мора да се броевите 1 и 5. Сега, ни преостануваат броевите 4, 7, 8 и 9, па како меѓу нив нема два броја чија разлика дава друг од овие броеви заклучуваме дека овој случај не е можен.

Нека $2 \cdot 4 = 8$. Тогаш за да е возможна првата разлика во некој редослед се запишан или броевите 3 и 5, или броевите 1 и 7.

- Ако се запишани броевите 1 и 7, тогаш ни преостануваат броевите 3, 5, 6 и 9. Затоа во втората разлика се употребени броевите 3, 6 и 9. Значи, во претпоследниот ред може да е некој од паровите: 1 и 3, 1 и 6, 7 и 3, 7 и 6, па како во ниту еден од овие парови збирот не е еднаков на 5, заклучуваме дека овој случај не е можен.
- Ако се запишани броевите 5 и 3, тогаш ни преостануваат броевите 1, 7, 6 и 9. Затоа во втората разлика се употребени броевите 1, 6 и 7. Значи, во претпоследниот ред може да е некој од паровите: 3 и 1, 3 и 6, 5 и 1, 5 и 6.

Но, $3 + 6 = 9$, па затоа на местото на прашалникот е бројот 6. Пополнетата шема е прикажана на цртежот десно.



49. Производот $60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 7$ е еднаков на:

- A) бројот на минутите во седум седмици

- В) бројот на секундите во седум часа
- С) бројот на часовите во шеесет денови
- Д) бројот на секундите во една седмица
- Е) бројот на минутите во дваесет и четири седмици

Решение. Д). Една седмица седум дена, еден ден има 24 часа, еден час има 60 минути и една минута има 60 секунди. Значи, дадениот производ го претставува бројот на секундите во една седмица.

50. Портокалите во една продавница се продаваат во торбички по 5, по 9 и по 10 портокали. Илија сака да купи точно 48 портокали. Колку торбички со по 9 портокали мора да купи?

- А) 2
- В) 3
- С) 4
- Д) 5
- Е) 6

Решение. А). Треба да важи $5a + 10b + 9c = 48$. Бидејќи цифрата на единиците на собирокот од видот $5a$ е 0 или 5, добиваме дека цифрата на единиците на собирокот $9c$ треба да е 8 или 3, соодветно. Ако цифрата на единиците на $9c$ е 3, тогаш $c = 7$, па имаме најмалку 63 портокали, што противречи дека Илија сака да купи 48 портокали. Значи, цифрата на единиците на $9c$ е 8, па затоа $c = 2$. Значи, Илија треба да купи 2 торбички со 9 портокали.

51. Учителката на лист ни ја даде задачата

$$7 + 8 \cdot 3 + 5 = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Таа не предупреди дека нејзиниот принтер е расипан и не печати загради. Кој од броевите не може да биде решение на задачата, ако не се знае дали во него има или нема загради?

- А) 50
- В) 36
- С) 71
- Д) 40
- Е) 120

Решение. Д). Имаме:

$$7 + 8 \cdot 3 + 5 = 36,$$

$$(7 + 8) \cdot 3 + 5 = 50,$$

$$7 + 8 \cdot (3 + 5) = 71,$$

$$(7 + 8) \cdot (3 + 5) = 120.$$

Бидејќи загради во изразот на левата страна, кои влијаат на резултатот, може да се постават само на трите дадени начини, од дадениот израз никако со поставување на загради не може да се добие бројот 40.

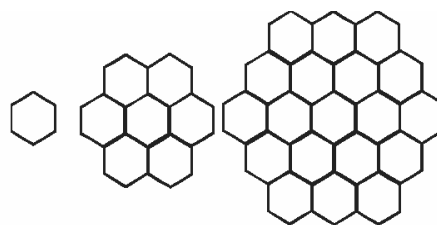
52. Составен е гердан со наизменично редување на црни и бели бисери. Дел од бисерите се покриени со картончиња. Ако вкупно се покриени 6 црни бисери, колку бели бисери се покриени?



- A) 5 B) 6 C) 7 D) 5 или 6 E) 6 или 7

Решение. В). Низата започнува со бел и завршува со црн бисер, па како бојата на бисерите наизменично се менува има еднаков број црни и бели бисери. Се гледаат 6 црни бисери и бидејќи се покриени 6 црни бисери, вкупно имаме $6 + 6 = 12$ црни бисери. Се гледаат 6 бели бисери и како вкупно има 12 бели бисери, покриени се $12 - 6 = 6$ бели бисери.

53. Мирјана нацртала три шари направени од шестаголници, како што е прикажано на цртежот. Таа продолжила со цртање на вакви шари на истиот



начин. Колку шестаголници ќе содржи петтата по ред ваква фигура?

- A) 37 B) 49 C) 57 D) 61 E) 64

Решение. D). Првата фигура содржи еден шестаголник.

Втората фигура содржи $3 + 2 \cdot 2 = 7$ шестаголници.

Третата шара содржи $5 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 5 + 8 + 6 = 19$ шестаголници.

Четвртата шара содржи $7 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 7 + 12 + 10 + 8 = 37$ шестаголници.

Петтата фигура содржи

$$9 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 = 9 + 16 + 14 + 12 + 10 = 61$$

шестаголник.

54. За секој природен број од 1 до 100, освен за броевите 47 и 83 го запишуваме производот на цифрите. Потоа ги собираме запишаните производи. Колку е збирот на цифрите на добиениот резултат?

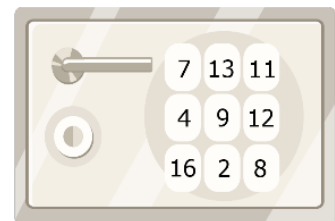
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Решение. B). Резултатот кој се добива е:

$$\begin{aligned} A &= 1 + 2 + \dots + 9 + 1 \cdot (0 + 1 + \dots + 9) + \dots + 9 \cdot (0 + 1 + \dots + 9) + 1 \cdot 0 \cdot 0 - 4 \cdot 7 - 8 \cdot 3 \\ &= 1 + 2 + \dots + 9 + (1 + 2 + \dots + 9) \cdot (1 + 2 + \dots + 9) - 28 - 24 \\ &= 45 + 45 \cdot 45 - 52 = 2070 - 52 = 2018. \end{aligned}$$

и збирот на цифрите е еднаков на $2 + 0 + 1 + 8 = 11$.

55. За да го отвори сефот прикажан на цртежот десно Андреј треба да притисне три дирки со различни броеви и збир на броевите 32. Колку се можните комбинации со кои се отвара сефот?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. D). Бидејќи збирот на три различни едноцифрени броеви е помал или еднаков на 24, комбинацијата која го отвора сефот мора да содржи најмалку еден двоцифрен број. Сега лесно се добива дека единствени можности при кои збирот на три броја е 32 се:

$$16 + 12 + 4 = 32, 16 + 9 + 7 = 32,$$

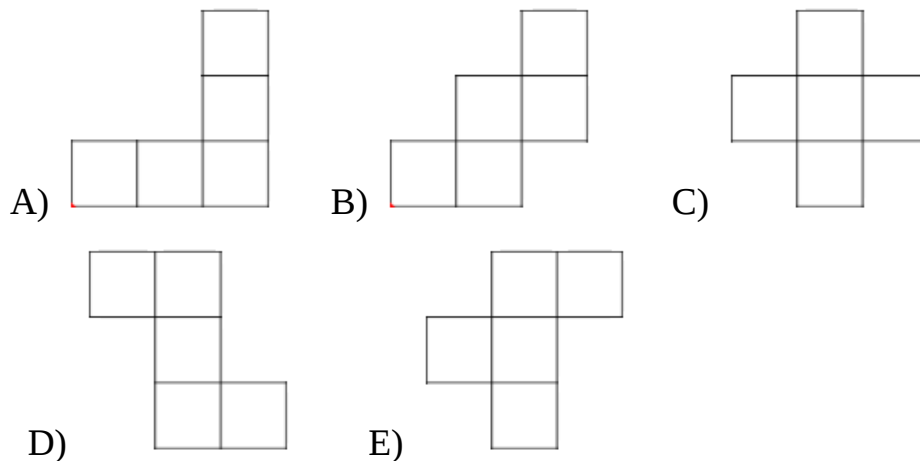
$$13 + 11 + 8 = 32, 13 + 12 + 7 = 32,$$

$$12 + 11 + 9 = 32.$$

Значи, имаме 5 можни комбинации со кои се отвара сефот.

56. Со која од дадените фигури може да се покријат 5 квадратчиња од квадратот прикажан на цртежот десно така што ќе се добие најголем можен збир на броевите во покриените квадратчиња? Фигурите може да се вртат, но не смее да се превртуваат.

2	1	9
7	8	6
4	5	3



Решение. D). Со фигурата A најголем збир кој може да се добие е $4 + 5 + 3 + 6 + 9 = 27$. Со фигурата B најголем збир кој може да се добие е $9 + 6 + 8 + 5 + 4 = 31$. Со фигурата C може да се добие само збирот $1 + 6 + 5 + 7 + 8 = 27$. Со фигурата D најголемиот збир кој може да се добие е $9 + 6 + 8 + 7 + 4 = 34$ и со фигурата E најголемиот збир кој може да се добие е $9 + 1 + 8 + 7 + 5 = 30$.

57. Располагаме со две монети, на чии две страни е запишан по еден природен број. На едната страна на првата монета е бројот 7, а на едната страна на втората монета е бројот 10. Двете монети се фрлаат и се наоѓа збирот на двата броја кои се гледаат. Кои се можните бро-

еви на монетата на која е бројот 7, ако збирот на броевите кои се гледаат може да е 11, 12, 16 или 17?

А) 1, 2, 6 и 7 В) 2 и 5 С) 2 и 6 D) 2 и 8 Е) 4, 5, 9 и 10

Решение. С). Комбинацијата Е не е можна бидејќи тогаш при собирање со бројот 10 треба да се добијат збирите 14, 15, 19 и 20, а ниту еден од овие броеви не е меѓу дадените зборови 11, 12, 16 и 17. Комбинацијата D не е можна бидејќи тогаш при собирање со бројот 10 треба да се добијат збирите 12 и 18, а бројот 18 не е меѓу дадените зборови 11, 12, 16 и 17.

Комбинацијата В не е можна бидејќи при собирање со бројот 10 треба да се добијат збирите 12 и 15, а бројот 15 не е меѓу дадените зборови 11, 12, 16 и 17.

За комбинацијата А при собирање со бројот 10 се добиваат сите дадени зборови 11, 12, 16 и 17. Сега, во случај на бројот 1 имаме броеви 7 и 1, односно 10 и a . Притоа се добиваат збирите 11, $17, a+1$ и $a+7$. Значи последните два збира треба да се еднакви на 12 и 16 во некој редослед, што не е можно бидејќи истите се разликуваат за 6. Според тоа, комбинацијата А не е можна.

За комбинацијата С при собирање со бројот 10 се добиваат збирите 12 и 16. Сега во случај на бројот 2 имаме броеви 7 и 2, односно 10 и a . Притоа се добиваат збирите 12, 17, $a+2$ и $a+7$. Значи, последните два збира треба да се 11 и 16 и тие се добиваат за $a=9$. Понатаму, во случај на бројот 6 имаме броеви 7 и 6, односно 10 и a . Притоа се добиваат збирите 16, 17, $a+6$ и $a+7$. Значи, последните два збира треба да се 11 и 12 и тие се добиваат за $a=5$. Според тоа, одговорот е С.

2. РАВЕНСТВА И РАВЕНКИ

1. Кои два од понудените броеви треба да се запишат на местата на квадратчињата, $20 + \square = 22 + \square$ така што ќе се добие точно равенство?

A) 7 и 3 B) 4 и 2 C) 5 и 4 D) 7 и 2 E) 9 и 8

Решение. В). Бидејќи $22 = 20 + 2$, за да се добие точно равенство на левата страна треба да се запише број кој е за 2 поголем од бројот кој ќе се запише на десната страна. Овој услов го задоволуваат само броевите 4 и 2.

2. Кои од понудените два броја можеме да ги запишеме во квадратчињата $2022 + \square = 2020 + \square$ така што ќе се добие точно равенство?

A) 4 и 1 B) 3 и 4 C) 3 и 5 D) 7 и 2 E) 9 и 8

Решение. С). Броевите 2020 и 2022 се разликуваат за 2, па затоа во квадратчињата треба да запишеме броеви кои се разликуваат за 2. Од понудените броеви тоа се броевите 3 и 5. Притоа важи

$$2022 + 3 = 2020 + 5.$$

3. На цртежот десно е прикажана разликата на два двоцифрени броја, при што две од цифрите се покриени. Колку е збирот на двата покриени едноцифрени броја?



$3 - 2 = 25$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 12 E) 13

Решение. Е). Дадениот ребус можеме да го запишеме во видот $\overline{a3} = \overline{2b} + 25$. За да збирот на цифрите на единиците биде 3 цифрата на единиците на вториот собирок мора да е $b = 8$. Значи, $\overline{a3} = 28 + 25$ и затоа $a = 5$. Конечно, $a + b = 13$.

4. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот за да се добие точно равенство?

$$\boxed{3} + \boxed{7} + \boxed{?} = \boxed{20}$$

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. C). Имаме: $3 + 7 = 10$, па затоа на местото на прашалникот треба да се запише бројот $20 - 10 = 10$.

5. На цртежот десно е истурено мастило, па така еден негов дел не се гледа. Во табелата сите зборови се точни. Кој број треба да стои во полето во кое се наоѓа прашалникот?

	11	7	2
6	17	13	8
		?	10

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

Решение. E). Во долното поле на првата колона треба да е бројот $10 - 2 = 8$. Според тоа, на местото на прашалникот треба да е бројот $8 + 7 = 15$.

6. Кој број треба да стои на местото на прашалникот така што сите пресметувања во шемата прикажана на цртежот десно ќе бидат точни?

				0
				+
2	+	1	=	
	+		=	
		-		=
				?
				9

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Решение. B). Во квадратчето на третата колона треба да е бројот $9 - 1 = 8$. Во квадратчето на третиот ред треба да е бројот $2 + 1 = 3$, што значи дека во долното квадратче на петтата колона треба да е бројот $0 + 3 = 3$. Конечно, на местото на прашалникот треба да е бројот $8 - 3 = 5$.

7. Кој број треба во шемата десно да се запише на местото на прашалникот за да сите пресметувања се точни?

A) 18 B) 28 C) 38 D) 41 E) 56

Решение. В). Имаме,

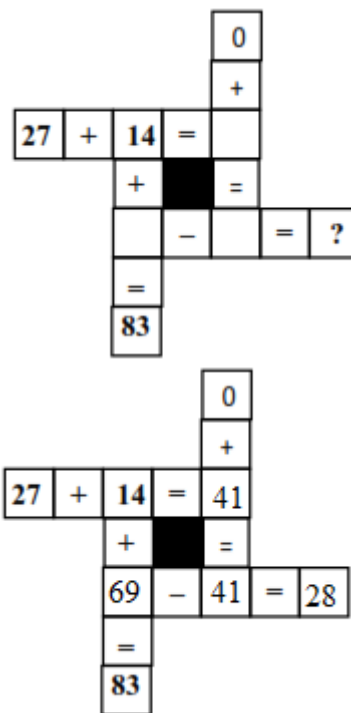
$$27 + 14 = 41,$$

$$0 + 41 = 41,$$

$$83 - 14 = 69,$$

$$69 - 41 = 28.$$

Значи, на местото на прашалникот треба да се запише бројот 28. Пополнетата шема е прикажана на цртежот десно.



8. Прашалниците на жетоните кријат еднакви броеви:

$$\text{20} + \text{10} + \text{10} + \text{?} + \text{?} + \text{1} = 51$$

Кои се тие броеви?

A) 1 B) 2 C) 5 D) 10 E) 20

Решение. С). Нека бројот кој се крие зад прашалниците е x . Тогаш

$$20 + 10 + 10 + x + x + 1 = 51,$$

$$2x = 51 - (20 + 10 + 10 + 1)$$

$$x = 5.$$

9. Во секое поле на табелата прикажана на цртежот десно е резултатот од множењето на бројот од левата страна во редот и горниот број на колоната. Кој број се крие под знакот срце?

	3	?
5	15	35
4	12	♥

A) 25 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

Решение. С). Од $35:5=7$ следува дека под прашалникот е бројот 7. Конечно, под знакот срце е бројот $4 \cdot 7 = 28$.

10. Под секоја фигура е скриена цифра, при што по исти фигури се исти цифри, а под различни фигури се различни цифри. Колку е разликата: $\blacktriangle - \blacklozenge$?

$$\begin{aligned} \blacktriangle + \blacktriangle + \blacktriangle &= \bullet \blacksquare \\ \blacklozenge + \blacktriangle &= \blacksquare \bullet \end{aligned}$$

- A) $\blacktriangle$ B) $\bullet$ C) $\blacksquare$ D) $\blacklozenge$ E) не може да се определи

Решение. В). Збир на два едноцифрени број е број од втората десетка, па затоа на $\blacksquare$ соодветствува цифрата 1. Збир на три едноцифрени броја е број од третата десетка, па затоа на $\bullet$ соодветствува цифрата 2. Сега, од првото равенство добиваме дека на $\blacktriangle$ соодветствува цифрата 7, па затоа од второто равенство следува дека на $\blacklozenge$ соодветствува цифрата 5. Конечно, разликата $\blacktriangle - \blacklozenge$ е еднаква на $7 - 5 = 2$, а тоа е фигурата $\bullet$.

11. Матео означил четири карти со броевите 1, 2, 3 и 4. На задната страна на секоја од означените карти е по еден вид овошје. Потоа наредил три од картите така што добил едно точно равенство, па наредил други три од картите при што повторно добил точно равенство (види ги долните цртежи).

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\text{apple}} + \boxed{\text{watermelon}} = \boxed{\text{grapes}} & \text{и} & \boxed{\text{apple}} + \boxed{\text{watermelon}} = \boxed{\text{grapes}} \\ & & \boxed{\text{watermelon}} + \boxed{\text{apple}} = ? \end{array}$$

Колку изнесува збирот ?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. D). Од првото равенство следува дека на картата на чија задна страна е грозјето соодветствува број кој е поголем од броевите

на картите на чии задни страни се јаготката и лубеницата, а е помал од бројот кој соодветствува на картата на чија задна страна е јаболкото. Од броевите 1, 2, 3 и 4 единствен број кој е поголем од два од дадените броја и е помал од четвртиот број е бројот 3. Значи, на грозјето соодветствува бројот 3, а на јаболкот соодветствува бројот 4. Сега од второто равенство добиваме дека на јаготката соодветствува бројот $4 - 3 = 1$, па останува на лубеницата да соодветствува бројот 2. Конечно, бараниот збир е $2 + 4 = 6$.

12. Нека важи

$$\bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \blacksquare = \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare.$$

Што е точно?

- A) $\bullet = \blacksquare$ B) $\bullet + \bullet + \bullet = \blacksquare$ C) $\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = \bullet$
 D) $\blacksquare + \blacksquare = \bullet$ E) $\bullet + \bullet = \blacksquare$

Решение. E). Ако од даденото равенство од двете страни отстраниме по едно квадратче, тогаш на левата страна ќе останат четири кругчиња, а на десната две квадратчиња. Значи, две кругчиња вредат колку една квадратче, т.е. точно е E).

13. Кој број се наоѓа на местото од квадратот?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\blacktriangle + 4 = 7$$

$$\blacksquare + \blacktriangle = 9$$

Решение. E). Од првата равенка следува дека на местото на триаголникот е бројот $7 - 4 = 3$, а од втората равенка следува дека на местото на квадратот е бројот $9 - 3 = 6$.

14. На цртежот десно секоја фигура означува еден ист број.

Збирот на трите броја во секој ред од таблицата е даден

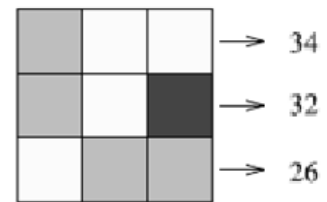
			15
			12
			16

десно од редот. Кој број соодветствува на фигурата ★ ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. Е). Од средниот ред следува дека на кругот соодветствува бројот $12:3=4$. Од првиот ред следува дека ѕвездата и срцето заедно вредат $15-4=11$. Сега, од третиот ред следува дека на срцето му соодветствува $16-11=5$. Конечно, на ѕвездата и соодветствува $11-5=6$.

15. Во квадратната мрежа на цртежот десно за еднакво обоени полиња се кријат еднакви броеви. Десно од мрежата се запишани збиравите на броевите по редови. Кој број се крие под црното квадратче?



- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

Решение. D). Во првиот и третиот ред има три бели и три сиви квадратчиња, а збирот на двата збира е $34+26=60$. Значи, збирот на броевите кои се кријат по едно сиво и едно бело квадратче е $60:3=20$. Конечно, од вториот ред следува дека зад црното квадратче се крие бројот $32-20=12$.

16. На цртежот десно под различните фигури се наоѓаат различни броеви, а под исти фигури исти броеви. Во секој ред на десната страна е запишан збирот на броевите во тој ред. Колку е збирот на броевите под триаголникот и ѕвездата?

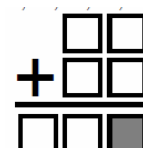


- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Решение. Е). Ако ги собереме вториот и третиот ред, добиваме дека збирот на 3 ѕвезди и 3 срца е $14+13=27$, па затоа збирот на 1 ѕвезда и 1 срце е $27:3=9$. Понатаму, ако од вториот ред го одземеме тре-

тиот ред добиваме дека разликата на 1 ѕвезда и 1 срце е $14 - 13 = 1$. Според тоа, 2 ѕвезди се еднакви на $9 + 1 = 10$, па затоа 1 ѕвезда е еднаква на $10 : 2 = 5$. Сега, од вториот ред следува дека 1 срце е еднаков на $14 - 2 \cdot 5 = 4$, па затоа од првиот ред добиваме дека 2 триаголника се $28 - 4 = 24$. Значи, 1 триаголник е $24 : 2 = 12$ и конечно, 1 триаголник и 1 ѕвезда се $12 + 5 = 17$.

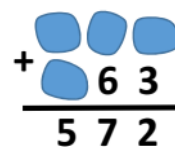
17. Во квадратчињата на дијаграмот запиши ги броевите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 така што ќе се добие точен збир. Која цифра треба да стои на местото на сивото квадратче?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. D). Најголемиот збир кој може да се добие од броеви составени од дадените цифри е $64 + 53 = 117$. Притоа цифрата 1 се јавува два пати, а цифрата 7 не смееме да ја користиме. Тоа значи дека збирот е помал или еднаков на 108. Значи, броевите кои ги составуваме се од видот $\overline{6x}$ и $\overline{4y}$, а збирот е од видот $\overline{10z}$. Според тоа, важи $\overline{6x} + \overline{4y} = \overline{10z}$, односно $x + y = z$ и x, y, z се цифрите 2, 3, 5. Значи, на местото на сивото квадратче е цифрата 5. На пример, $43 + 62 = 105$.

18. Дел од цифрите во дадениот збир не се гледаат, бидејќи врз нив е истурено мастило. Колку е збирот на покриените цифри?



A) 8 B) 9 C) 11 D) 13 E) 14

Решение. E). За да цифрата на единиците на збирот е 2, мора цифрата на единиците на првиот собирак да е 9. Значи, дадениот збир има облик $--9 + --63 = 572$. Сега, бидејќи при собирањето на единиците имаме пренос 1, за да цифрата на десетките на збирот е 7 мора цифрата на единиците на опрвиот собирак да е 0. Значи, дадениот збир има облик

$-09 + -63 = 572$. Конечно, збирот на цифрите на стотките на двата собирци е еднаков на цифрата на стотките на збирот, т.е. на 5, па затоа збирот на цифрите кои не се гледаат е $9 + 0 + 5 = 14$.

19. На цртежот десно на секоја фигура и соодветствува по една цифра. На исти фигури им соодветствуваат исти цифри. Колку е производот

$$\begin{array}{l} \triangle + \triangle = \square \bigcirc \\ \bigcirc + \triangle = \square \square \end{array}$$

$$\triangle \times \bigcirc \times \square$$

- A) 0 B) 15 C) 18 D) 28 E) 20

Решение. D). Збирот на два едноцифрени броја е помал од 19, па затоа на местото на квадратчето мора да е цифрата 1. Понатаму, збирот на два еднакви броја е парен број, па затоа на местото на кругот мора да е некоја од цифрите: 0, 2, 4, 6 и 8.

Ако е 0, тогаш на местото на триаголникот е цифрата 5, но $0 + 5 \neq 11$.

Ако е 2, тогаш на местото на триаголникот е цифрата 6, но $2 + 6 \neq 11$.

Ако е 4, тогаш на местото на триаголникот е цифрата 7 и $4 + 7 = 11$.

Ако е 6, тогаш на местото на триаголникот е цифрата 8, но $6 + 8 \neq 11$.

Ако е 8, тогаш на местото на триаголникот е цифрата 9, но $8 + 9 \neq 11$.

Значи, $7 + 7 = 14$, $7 + 4 = 11$, т.е. цифрите се 7, 4 и 1, па затоа бараниот производ $7 \cdot 4 \cdot 1 = 28$.

20. Симболите      ги означуваат броевите 1, 2, 3, 4, 5, но не задолжително во овој редослед. Познато е дека

$$\text{atom} + \text{atom} = \text{fish} \quad \text{sun} + \text{sun} = \text{atom} \quad \text{sun} + \text{fish} = \text{hand}$$

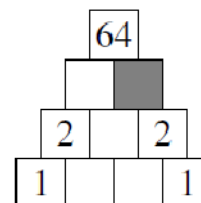
Со кој симбол е означен бројот 3?

- A)  B)  C)  D)  E) 

Решение. A). Од првото равенство следува дека  е 1 или 2, а од второто равенство следува дека  е 2 или 4. Според тоа,  е 2, па

од првото равенство следува  е 4, а од второто равенство следува дека  е 1. Сега од третото равенство следува дека  е 5, па останува  да е 3.

21. Моника запишува броеви во пирамидата така што секој број е еднаков на производот на двата броја кои се во квадратчињата одма под него. Кој број е запишан во сивото квадратче?



- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

Решение. Е). Од $2:1=2$ следува дека во првиот ред се броевите 2 и 2. Понатаму, во вториот ред е бројот $2 \cdot 2=4$, а во третиот ред се броевите $2 \cdot 4=8$ и 8.

22. Кој број треба да се запише во сивото поле на долната табела за да збирот на броевите запишани во горната редица е еднаков на збирот на броевите запишани во долната редица?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	199
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

- A) 99 B) 100 C) 209 D) 289 E) 299

Решение. А). *Прв начин.* Секој од десетте броја во првите десет полиња од вториот ред е за 10 поголем од бројот запишан во полето над него во првиот ред. Значи, збирот на првите десет броја во вториот ред е за $10 \cdot 10=100$ поголем од збирот на првите десет броја во вториот ред. Затоа за да двата збира се еднакви во сивото квадратче треба да се запише бројот

$$199 - 100 = 99.$$

Втор начин. Збирот на броевите во првиот ред е

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 199 = 55 + 199 = 254.$$

Збирот на првите десет броја во вториот ред е

$$11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+199=155.$$

Значи, во сивото поле треба да се запише бројот

$$254-155=99.$$

23. Матео запишал точно равенство, а потоа две еднакви цифри ги покрил со налепница:

$$4\square + 5\square = 104.$$

Кои цифри се наоѓаат под налепниците?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

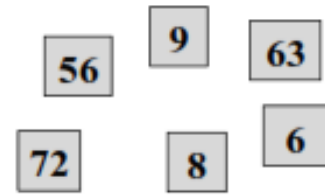
Решение. D). Од даденото равенство добиваме

$$40 + \square + 50 + \square = 104,$$

од каде наоѓаме $2 \cdot \square = 14$, односно $\square = 7$.

3. ДЕЛИВОСТ, ДЕЛЕЊЕ СО ОСТАТОК

1. Од прикажаните карти на цртежот десно Силвија ги избрала картите на кои е запишан број кој е делив со 8. Колку е збирот на броевите запишани на другите карти?



A) 152 B) 150 C) 142 D) 134 E) 133

Решение. D). Од дадените броеви само броевите 8 и 72 се деливи со 8. Збирот на другите броеви е $6 + 9 + 56 + 63 = 134$.

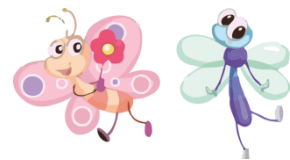
2. Во секое од квадратчињата прикажани на цртежот десно запиши по еден од броевите 2, 3, 4, 5 и 6, така што ќе добиеш точно равенство. Кој број нема да го запишеш?

$$\square \cdot \square = \square \cdot \square$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. D). Од дадените броеви само бројот 5 е делив со 5, па затоа ако истиот се запише, тогаш едната страна ќе биде делива со 5, а другата страна нема да биде делива со 5, што не е можно. Значи, нема да го запишеме бројот 5. Едно запишување на броевите 2, 3, 4 и 6 е $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$,

3. Една грмушка од рози има 8 цветови. На неколку цветови седат пеперутки и вилински коњчиња. На секој цвет седи најмногу еден инсект. Повеќе од половина од цветовите се зафатени. Бројот на пеперутките на цветовите е два пати поголем од бројот на вилински коњчиња на цветовите. Колку пеперутки седат на цветовите?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. С). Бидејќи повеќе од половина од цветовите се зафатени, бројот на инсектите може да биде 5, 6, 7 или 8. Бројот на пеперутките е два пати поголем од бројот на вилинските коњчиња, па затоа бројот на инсектите е делив со 3. Од броевите 5, 6, 7 и 8 само 6 е делив со 3. Според тоа, имаме $6:3=2$ вилински коњчиња и $6-2=4$ пеперутки.

4. Во одделението на Димитар има двапати повеќе девојчиња од момчиња. Кој од следните броеви може да биде бројот на ученици кои учат во тоа одделение?

A) 30 B) 20 C) 26 D) 25 E) 29

Решение. А). Бидејќи бројот на девојчињата е двапати поголем од бројот на момчињата, вкупниот број ученици е трипати поголем од бројот на момчињата. Значи, вкупниот број ученици е број делив со 3. Единствен број од понудените одговори кој е делив со 3 е 30.

Значи, во одделението има 30 ученици.

5. Димитар има 36 бомбони. Тој бомбоните ги поделил на своите другари така што секое дете добило еднаков број бомбони. Колку другари сигурно не може да има Димитар?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. D). Бидејќи секое дете добило еднаков број бомбони, бројот на децата треба да е делител на бројот на бомбоните, т.е. на 36. Од понудените одговори единствено бројот 5 не е делител на бројот 36. Имено:

$$36 = 2 \cdot 18, \quad 36 = 3 \cdot 12, \quad 36 = 4 \cdot 9, \quad 36 = 5 \cdot 7 + 1, \quad 36 = 6 \cdot 6.$$

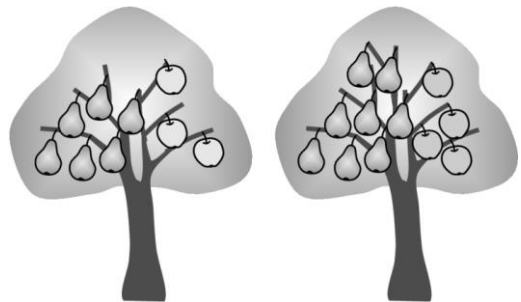
6. Во саботата и неделата Ана, Берта, Цанко, Дарко и Елена печеле колачиња. Ана испекла 24 колачиња, Берта 25, Цанко 26, Дарко 27 и Елена 28. Во неделата навечер еден од нив имал два пати повеќе

колачиња отколку во саботата навечер, друг имал три пати повеќе отколку во саботата навечер, трет имал четири пати повеќе, четврт имал пет пати повеќе, а петтиот имал шест пати повеќе колачиња отколку во саботата навечер. Кој од нив испекол најмногу колачиња во сабота?

А) Ана В) Берта С) Цанко Д) Дарко Е) Елена

Решение. С). Единствен број делив со 5 е 25, што значи дека Берта во саботата навечер имала 5 колачиња, а во неделата навечер таа имала 25 колачиња. Единствен број делив со 6 е 24, што значи дека Ана во саботата имала 4, а во неделата 24 колачиња. Од преостанатите броеви единствен број делив со 4 е 28, што значи дека Елена во саботата имала 7, а во неделата 28 колачиња. Понатаму, 27 е делив со 3, па затоа Дарко во саботата имал 9, а во неделата 27 колачиња. Конечно, Цанко испекол 26 колачиња и тоа по 13 секој ден.

7. Во една магична градина растат магични дрвја. На секое магично дрво има или по 6 круши и 3 јаболки или по 8 круши и 4 јаболки. На дрвјата има 25 јаболки. Колку круши има на дрвјата?



А) 35 В) 40 С) 45 Д) 50 Е) 56

Решение. Д). *Прв начин.* Забележуваме дека на магично дрво од првиот вид бројот на јаболката е број делив со 3, а на магично дрво од вториот вид тој број е делив со 4. Броеви помали од 25 кои се деливи со 3 се: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 и 24, а броеви кои се помали до 25 и се деливи со 4 се: 4, 8, 12, 16, 20 и 24. Збир на два броја од кои едниот е од првата низа, а другиот е од втората низа е еднаков на 25, е можен во два случаја и тоа: $9 + 16 = 25$ и $21 + 4 = 25$.

Ако $9 + 16 = 25$, тогаш имаме 3 дрва од првиот вид и 4 дрва од вториот вид, па бројот на крушите ќе биде: $3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 = 50$.

Ако $21 + 4 = 25$, тогаш имаме 7 дрва од првиот вид и 1 дрво од вториот вид, па бројот на крушите ќе биде: $7 \cdot 6 + 1 \cdot 8 = 50$.

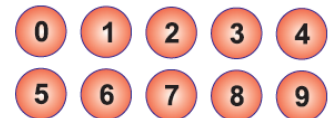
Втор начин. На секој вид магично дрво бројот на крушите е двапати поголем од бројот на јаболката. Тоа значи дека вкупниот број круши е двапати поголем од вкупниот број јаболка. Но, јаболка има 25, па затоа има $2 \cdot 25 = 50$ круши.

8. Производот на цифрите на еден двоцифрен број е 15. Колку е збирот на цифрите на тој број?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

Решение. Е). Бидејќи $15 = 3 \cdot 5$, заклучуваме дека цифрите на двоцифрениот број се 3 и 5. Значи, збирот на цифрите на двоцифрениот број е 8.

9. Матео има 10 топчиња означени со броевите од 0 до 9. Тој топчињата ги поделил на Петар, Дарко и Ана на следниов начин: Петар добил



три, Дарко четири и Ана добила три топчиња. Потоа, Матео ги замолил да ги помножат броевите кои се запишани на топчињата што ги добиле и да ги соопштат добиените резултати. Резултатите од множењето се, Петар добил 0, Дарко 72 и Ана добила 90. Кој е збирот на броевите запишани на топчињата кои ги добил Петар?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Решение. Е). Имаме $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ и $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Според тоа, бројот 90 како производ на три броја од дадените броеви од 0 до 9 може да се запише на два начина и тоа: $90 = 2 \cdot 5 \cdot 9$ или $90 = 3 \cdot 5 \cdot 6$. Во првиот случај остануваат броевите 0, 1, 3, 4, 6, 7 и 8, па затоа бројот

72 како производ на четири броја се запишува на единствен начин и тоа $72 = 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6$, а во вториот случај остануваат броевите 0, 1, 2, 4, 7, 8 и 9, па повторно имаме единствено запишување на бројот 72 како производ на четири броја и тоа: $72 = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9$. Според тоа, во секој случај Иван ги добива броевите 0, 7 и 8, па бараниот збир е 15.

10. Иван множи зададен број со 3, Петар додава 2, а Никола одзема 1. Во кој редослед од бројот 3 се добива бројот 14?

А) Иван, Петар, Никола В) Петар, Иван, Никола
С) Иван, Никола, Петар Д) Никола, Иван, Петар
Е) Петар, Никола, Иван

Решение. В). Задачата ќе ја решиме одејќи одназад-напред.

Бројот 14 не е делив со 3, па затоа Иван не е трет при извршување на својата операција.

Ако трет е Петар, тогаш пред него бил бројот $14 - 2 = 12$. Сега, бидејќи $12 + 1 = 13$ и 13 не е делив со 3, добиваме дека Никола не е втор.

Ако Иван е втор, тогаш пред него е бројот $12 : 3 = 4$. Сега, Никола е прв и почетниот број е $4 + 1 = 5 \neq 3$. Значи, Петар не е трет.

Останува **Никола да е трет**, па пред него е бројот $14 + 1 = 15$. Сега ако **Иван е втор** тогаш пред него е бројот $15 : 3 = 5$, па како **Петар е прв** почетниот број е $5 - 2 = 3$. Лесно се гледа дека случајот кога Петар е втор не е возможен.

11. Бројот 35 е делив со својата цифра на единиците, бидејќи $35 = 5 \cdot 7$, а бројот 38 не е делив со својата цифра на единиците бидејќи $38 = 4 \cdot 8 + 6$. Колку броеви поголеми од 21, а помали од 30 се деливи со својата цифра на единиците.

А) 2 В) 3 С) 4 Д) 5 Е) 6

Решение. В). Имаме:

$$\begin{aligned}22 &= 2 \cdot 11, & 23 &= 3 \cdot 7 + 2, & 24 &= 4 \cdot 6, & 25 &= 5 \cdot 5 \\26 &= 4 \cdot 6 + 2, & 27 &= 3 \cdot 7 + 6, & 28 &= 3 \cdot 8 + 4, & 29 &= 3 \cdot 9 + 2\end{aligned}$$

што значи дека имаме три броја со наведеното својство.

12. Марко, Мирко и Митко се тројка (тројца браќа родени во ист ден). Нивниот брат Петар е точно три години постар. Кој од следниве броеви може да биде збирот на годините на четирите браќа?

A) 25 B) 27 C) 29 D) 30 E) 60

Решение. B). Ако од вкупниот број години го одземеме бројот на години за кои Петар е постар од своите браќа, треба да добиеме број кој е делив со 4. Бидејќи

$$\begin{aligned}25 - 3 &= 22 = 4 \cdot 5 + 2, \\27 - 3 &= 24 = 4 \cdot 6, \\29 - 3 &= 26 = 4 \cdot 6 + 2, \\30 - 3 &= 27 = 4 \cdot 6 + 3, \\60 - 3 &= 57 = 4 \cdot 14 + 1,\end{aligned}$$

бараниот број е 27.

13. Матео има 16 сини џамлии. Тој може да ги менува џамлиите на следниов начин: 3 сини џамлии за 1 црвена џамлија и 2 црвени џамлии за 5 зелени џамлии. Кој е најголемиот број зелени џамлии кои може да ги добие Марија?

A) 5 B) 10 C) 13 D) 15 E) 20

Решение. B). Од $16 = 5 \cdot 3 + 1$ следува дека Матео може 5 пати да замени по 3 сини џамлии и за нив да добие $5 \cdot 1 = 5$ црвени џамлии. Сега, од $5 = 2 \cdot 2 + 1$ следува дека Матео може два пати да замени по 2 црвени џамлии и за нив да добие $2 \cdot 5 = 10$ зелени џамлии.

14. За да го победи змејот, витезот Марко мора да му ги отсеке сите глави. Со секое замавнување на мечот Марко на змејот му отсекува произволен број глави. Меѓутоа, по секои три отсечени глави на змејот му расте една нова глава. Марко го победил змејот откако му отсекол точно 13 глави. Колку глави имал змејот на почетокот?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. В). Имаме $13 = 4 \cdot 3 + 1$, што значи дека Марко на змејот му отсекол 4 групи по 3 глави и уште една глава. Бидејќи на секои 3 отсечени глави на змејот му расте една глава, заклучуваме дека на змејот му пораснале 4 глави. Марко го победил змејот, што значи дека на крајот змејот немал глави. Затоа бројот на отсечените глави е еднаков на збирот на бројот главите кои змејот ги имал на почетокот и бројот на пораснатите глави. Според тоа, змејот на почетокот имал $13 - 4 = 9$ глави.

15. Училиштето организира турнир во фудбал. За турнирот прво се пријавиле 13 ученици, а потоа се пријавиле уште 19 други ученици. Одлучено е сите пријавени ученици да учествуваат на турнирот и да се формираат 6 екипи со еднаков број играчи. Колку најмалку ученици треба да се пријават за да може да се формираат 6-те екипи?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. D). За турнирот се пријавиле $19 + 13 = 32$ ученика. Бидејќи $32 = 6 \cdot 5 + 2$, од пријавените ученици може да се формираат 6 екипи со по 5 ученици и остануваат 2 ученика. Значи, потребно е да се пријават најмалку уште 4 ученици и тогаш ќе имаме 36 ученици кои ќе бидат распределени во 6 екипи со по 6 ученици.

16. Калина треба да продаде 10 чаши кои имаат различни цени и тоа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 евра. На колку начини таа може да ги запакува чашите во три пакети така што секој пакет ќе има иста вредност?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

E) таква поделба не е можна

Решение. E). Сите чаши заедно чинат

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55 \text{ евра.}$$

Бидејќи $55 = 3 \cdot 18 + 1$ бројот 55 не е делив со 3, па затоа бараната поделба не е можна.

17. Во една кутија има помалку од 50 колачиња. Колачињата може да се поделат подеднакво на две, три или четири деца и притоа да не остане ниту едно колаче. За да колачињата се поделат подеднакво на седум деца, потребни се уште 6 колачиња. Колку колачиња има во кутијата?

A) 12 B) 24 C) 30 D) 36 E) 48

Решение. D). За да колачињата може подеднакво да се поделат на две, три или четири деца, нивниот број мора да е делив со 2, 3 и 4, што значи со 12. Според тоа, бројот на колачињата може да биде 12, 24, 36 или 48. Кога на секој од овие броеви ќе се додаде бројот 6 се добиваат броевите 18, 30, 42 и 54. Од овие броеви единствено бројот 42 е делив со 7. Според тоа, во кутијата има 36 колачиња.

18. Лилјана имала пакет со чоколади и решила најголемиот можен број чоколади да го подели подеднакво на пет пријатели. Кој од понудените одговори е бројот на чоколадите во пакетот, ако бројот на нераспределените чоколади е најголемиот можен број?

A) 8 B) 19 C) 27 D) 30 E) 46

Решение. B). Имаме:

$$8 = 5 \cdot 1 + 3, \quad 19 = 5 \cdot 3 + 4, \quad 27 = 5 \cdot 5 + 2, \quad 30 = 5 \cdot 6, \quad 46 = 5 \cdot 9 + 1.$$

Најголемиот од добиените остатоци го дава најголемиот можен број чоколади кој не бил распределен. Тој се добива за бројот 19, што значи дека Лилјана имала 19 чоколади.

19. Во играта криенка едно дете ги бара преостанатите деца кои се кријат. Во текот на една игра бројот на најдените деца е четири пати поголем од бројот на децата кои уште се кријат. Кој од дадените броеви не може да е бројот на децата кои учествуваат во играта?



- A) 6 B) 12 C) 26 D) 31 E) 46

Решение. D). Бројот на децата кои се кријат е делив со $1+4=5$. Значи, вкупниот број деца кои играат при делење со 5 треба да дава остаток 1. Од

$$6 = 5 \cdot 1 + 1, 12 = 5 \cdot 2 + 2, 26 = 5 \cdot 5 + 1, 31 = 5 \cdot 6 + 1, 46 = 5 \cdot 9 + 1$$

заклучуваме дека не е можно бројот на децата кои играат да е 12.

20. Калина ги запишала сите природни броеви од 1 до 100 во табела која има 5 колони. Нејзиниот брат Здраве исекол дел од табелата и избришал неколку делови. На кој цртеж е прикажан нецелосниот дел од табелата?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

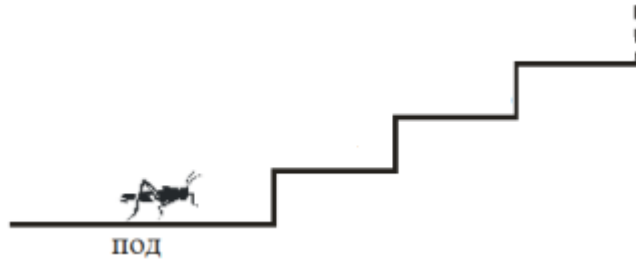
	43						58						69			81					90			
		48				52					72					86							94	

- A) B) C) D) E)

Решение. C). Во втората колона треба да се броеви кои при делење со 5 даваат остаток 2, во третата кои даваат остаток 3 и во четвртата кои даваат остаток 4. Делот А отпаѓа бидејќи 43 е во втората колона и при

делење со 5 дава остаток 3. Делот В отпаѓа бидејќи 58 е поголем од 52, а е во ред над него. Делот Д отпаѓа бидејќи 81 е во втората колона и при делење со 5 дава остаток 1. Делот Е отпаѓа бидејќи 90 е делив со 5, а е во втората колона. Условот го задоволува делот С, во кој во првиот ред се броевите 66, 67, 68, 69 и 70, а во вториот ред се броевите 71, 72, 73, 74 и 75.

21. Скакулец се искачува по скали со многу скалила. Тој може да скока само на два начина: 3 скалила нагоре или 4 скалила надолу.



Почнува од нивото на подот. Кој е потребниот најмал број скокови за да скакулецот стигне до 22-то скалило?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

Решение. D). *Прв начин.* Со 7 скока скакулецот ќе стигне до 21-то скалило. Сега треба да се качи уште едно скалило и тоа може да го направи ако скокне 3 пати нагоре и 2 пати надолу. Значи, најмалиот број скокови е $7 + 3 + 2 = 12$.

Втор начин. Од условот на задачата имаме $3x - 4y = 22$, каде x е бројот на скокови нагоре, а y е бројот на скокови надолу. Од последната равенка следува равенката $3x = 22 + 4y$.

а) за $y = 1$ имаме $3x = 26$, па според тоа $x = \frac{26}{3} \notin \mathbb{N}$.

б) за $y = 2$ имаме $3x = 30$, па според тоа $x = 10 \in \mathbb{N}$,

в) за $y = 3$ имаме $3x = 34$, па според тоа $x = \frac{34}{3} \notin \mathbb{N}$.

Ако $y > 3$, тогаш $3x > 22 + 12 = 34$, т.е. $x > 10$, па затоа $x + y > 13$.

Значи, болвата ќе стаса на 22-то скалило по 12 скока и тоа 10 нагоре и 2 надолу.

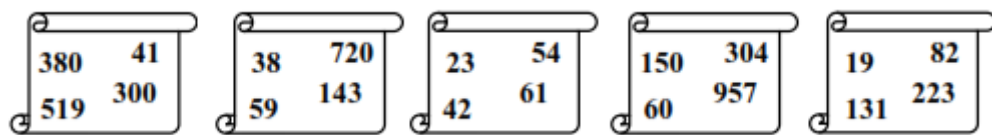
22. Пресметај го збирот на првите 22 броја во низата 2, 4, 6, 8, 2, 4, 6, 8, 2, 4, 6, 8,
- A) 44 B) 66 C) 88 D) 106 E) 440

Решение. D). Во низата последователно се повторува групата од четири броеви 2, 4, 6, 8. Бидејќи $22 = 4 \cdot 5 + 2$ имаме пет групи броеви 2, 4, 6, 8 и уште броевите 2 и 4. Според тоа, бараниот збир е еднаков на $5 \cdot (2 + 4 + 6 + 8) + 2 + 4 = 106$.

II ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

1. БРОЕВИ И ЦИФРИ

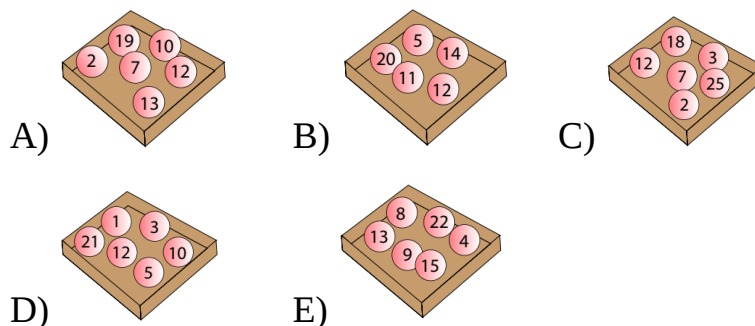
1. На кој лист цифрата на десетките на сите броеви запишани на ливчето е помала од 6?



A) B) C) D) E)

Решение. В). На ливчето А има цифра на десетките 8, на ливчето С има цифра на десетките 6, на ливчето D има цифра на десетките 6, на ливчето Е има цифра на десетките 8, па затоа овие ливчиња отпаѓаат. На ливчето В цифрите на десетките се 3, 5, 2 и 4, т.е. сите се помали од 6.

2. Во која кутија има најмногу топчиња означени со непарни броеви?



Решение. D). Во кутијата А имаме 3 топчиња означени со непарни броеви, во кутијата В имаме 2 топчиња означени со непарни броеви, во кутијата С имаме 3 топчиња означени со непарни броеви, во кутијата D имаме 4 топчиња означени со непарни броеви и во кутијата Е

имаме 3 топчиња означено со непарни броеви. Значи, бараната кутија е D.

3. Учителката наредила во еден ред 19 ученици, последователно ги нумерирала со броевите 1, 2, 1, 2, ... и замолила секое дете со бројот 2 да излезе чекор напред. Колку деца останале на место?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Решение. D). Децата кои останале на место се нумерирани со бројот 1. Понатаму, со бројот 1 се нумерирани децата кои се наоѓаат на непарните места во редот. Од 1 до 19 имаме 10 непарни и 9 парни броеви. Значи, 10 деца останале на место.

4. Во колку кругчиња има повеќе точки отколку во квадратчето?

A) 5 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1



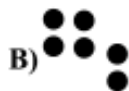
Решение. D). Во квадратчето има 3 точки, а во кругчињата има 2, 3, 4 и 5 точки. Значи, во две кругчиња има повеќе точки отколку во квадратчето.

5. Дадени се пет броја: 3, 5, 1, 19 и 10. Кој број е еднаков на збирот на преостанатите четири броја?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 10 E) 19

Решение. E). Јасно, тоа е најголемиот од дадените броеви, т.е. бројот 19. Навистина, $1 + 3 + 5 + 10 = 19$.

6. Дадени се 5 групи кругчиња. Во која група бројот на кругчињата е еднаков на збирот на броевите на кругчињата од други две од дадените групи?



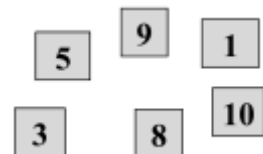
Решение. D). Најмалиот збир на броевите на кругчињата од две групи е $3 + 4 = 7$. Бидејќи немаме група со 7 кругчиња, останува само можноста бараната група да е групата D во која има 8 кругчиња. Навистина, во групите C и A има 3 и 5 кругчиња, соодветно и важи $3 + 5 = 8$.

7. Една тетратка има 10 листа. Во тетратката се испишани 8 страници. Колку празни страници има во тетратката?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. E). Тетратката има $10 \cdot 2 = 20$ страници. Бидејќи 8 страници се испишани, добиваме дека $20 - 8 = 12$ страници се празни.

8. Матео има 6 карти. Пабло зел две карти на кои збирот на запишаните броеви е 18. Колку е збирот на броевите на картите кои му останале на Матео?



A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

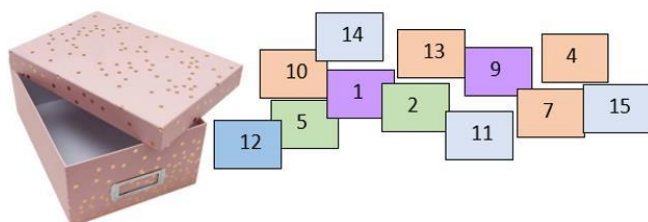
Решение. C). Збирот на сите броеви запишани на картите е

$$1 + 3 + 5 + 8 + 9 + 10 = 36.$$

Значи, збирот на броевите на картите кои му останале на Матео е

$$36 - 18 = 18.$$

9. Во една кутија има 15 карти, нумерирани со броевите од 1 до 15. Тони извадил неколку карти, како што е прикажано на црте-

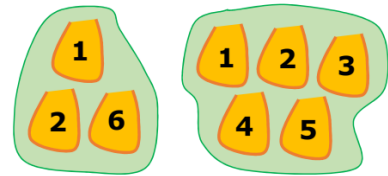


жот десно. Колку е збирот на картите кои останале во кутијата?

- A) 17 B) 14 C) 11 D) 9 E) 7

Решение. А). Тони од кутијата извадил дванаесет карти и во кутијата останале три карти и тоа картите означени со: 3, 6 и 8. Значи, бараниот збир е $3 + 6 + 8 = 17$.

10. Матео има две групи торбички, запишани со броеви. Кој е бројот запишан на торбичката, која треба да се премести од едната во другата група, за да збиравите на броевите во двете групи се еднакви?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. С). Збирот на броевите во првата групи е $1 + 2 + 6 = 9$, а збирот на броевите во втората група е $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Бидејќи $\frac{15+9}{2} = 12$, збирот во двете групи треба да е 12. Значи, од втората група во првата треба да се префрли торбичка така што збирот во првата група ќе се зголеми за $12 - 9 = 3$, при што во втората група збирот ќе се намали за $15 - 12 = 3$. Јасно, тоа е торбичката со број 3.

11. На цртежот десно е прикажан збирот на два двоцифрени броја, чии цифри на единиците се покриени со кругче и квадратче. Која цифра е покриена со кругчето?

$$4 \bigcirc + 1 \square = 68$$

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Решение. Е). Збирот на десетките на двата броја е $40 + 10 = 50$. Според тоа, збирот на единиците на двата броја е $68 - 50 = 18$. Единствени едноцифрени броеви чиј збир е 18 се броевите 9 и 9, па затоа со кругчето е покриена цифрата 9.

12. На три картички се запишани три трицифрени броја



чиј збир е 782, но делови од картичките се скинати. Колку е збирот на цифрите кои недостасуваат?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. D). Цифрата на единиците на збирот е 2, па затоа цифрата на единиците на третиот собирок мора да е 5. Значи, при собирањето на единиците имаме пренос 1. Понатаму, при собирањето на десетките немаме пренос, па затоа збирот на цифрите на десетките мора да е $8 - 1 = 7$. Тоа значи дека збирот на двете цифри на десетките е еднаков на $7 - 1 = 6$. Конечно, збирот на цифрите кои недостасуваат е еднаков на $5 + 6 = 11$.

13. Пет пријатели имаат торбичка со ореви. Тие се обиделе да погодат колку ореви има во торбичката. Тодор рекол дека има 25 ореви, Кирил рекол дека има 31 орев, Борис рекол дека има 29 ореви, Живко рекол дека има 24 ореви и Дамјан рекол дека има 27 ореви. Двајца од петмината згрешиле за 2, еден згрешил за 3, еден згрешил за 4 и ден го погодил бројот на оревите. Колку ореви имало во торбичката?

- A) 24 B) 25 C) 27 D) 29 E) 31

Решение. C). *Прв начин.* Бидејќи двајца згрешиле за 2 ореви, а нема два еднакви броја точниот број ореви е број од кој еден од другите четири броеви е помал за 2, а другиот е поголем за 2. Такви се броевите 27 и 29. Понатаму, ниту еден од кажаните броеви не се разликува за 3 од бројот 29, па затоа во торбичката нема 29 ореви. Сега, од $27 - 25 = 29 - 27 = 2$, $27 - 24 = 3$, $31 - 27 = 4$ следува дека во торбичката има 27 ореви.

Втор начин. Меѓу кажаните броеви треба има два броја кои од точниот број ореви се разликуваат за 2 и 3. Единствени три такви броја

се броевите 24, 25 и 27, што значи дека точниот број ореви е 27. Навистина, од $27 - 25 = 29 - 27 = 2$, $27 - 24 = 3$, $31 - 27 = 4$ следува дека бројот 27 ги задоволува сите услови на задачата.

14. Пет ученици ги запишале нивните убави броеви. Убавиот број на Ева е непарен, убавиот број на Леонид се запишува со две еднакви



цифри, убавиот број на Илија е едноцифрен, а на Цветанка е поголем од 60. Секој запишал по еден број и сите броеви се различни. Кој е убавиот број на петтиот ученик?

- A) 7 B) 13 C) 33 D) 52 E) 88

Решение. D). Јасно, убавиот број на Илија е 7, убавиот број на Цветанка е 88, убавиот број на Леонид е 33. Остануваат броевите 13 и 52. Бидејќи убавиот број на Ева е непарен, тоа е бројот 13, па затоа убавиот број на петтиот учебник е 52.

15. Ана и Билјана по шест пати фрлиле коцка за играње и ги запишале броевите на паднатите точки. Збирот на паднатите броеви точки на Билјана бил двапати помал од збирот на паднатите броеви точки на Ана. На цртежот десно се покажани

резултатите од фрлањата на Ана. Колку точки освоила Билјана?



- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Решение. B). Ана освоила $3 + 6 + 4 + 6 + 5 + 6 = 30$ точки. Значи, Билјана освоила $30 : 2 = 15$ точки.

16. Даден е двоцифрен број, за кој точно 37 двоцифрени броеви се поголеми од него. Колку двоцифрени броеви се помали од тој број?

- A) 36 B) 42 C) 52 D) 53 E) 62

Решение. С). Вкупно има 90 двоцифрени броеви. Бидејќи 37 се поголеми од дадениот број, заклучуваме дека $90 - (37 + 1) = 52$ двоцифрени броја се помали од дадениот број.

17. Горјан допишал една нула на еден од петте броеви 13, 14, 15, 16 и 17. Потоа го собрал новиот број со другите четири броја и добил збир 210. На кој број Горјан допишал нула?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Решение. С). Бидејќи цифрата на единиците на збирот е 0 и новиот број има цифра на единиците 0, заклучуваме дека збирот на цифрите на единиците на преостанатите четири броја треба да е 0. Тоа единствено е можно само ако тоа се броевите 13, 14, 16 и 17. Значи, Горјан 0 допишал на бројот 15. Навистина, $13 + 14 + 150 + 16 + 17 = 210$.

18. Збирот на цифрите на еден двоцифрен број е 12. Ако ги замениме местата на цифрите добиваме нов број, кој е за 18 поголем од почетниот. Кој е новиот број?

A) 65 B) 75 C) 78 D) 85 E) 95

Решение. В). Бидејќи новиот број е за 18 поголем од дадениот, заклучуваме дека цифрата на десетките на новиот број е поголема од цифрата на единиците. Понатаму, двоцифрени броеви кај кои цифрата на десетките е поголема од цифрата на единиците, а збирот на цифрите е 12 се: 93, 84 и 75. Сега, од

$$93 - 39 = 54, \quad 84 - 48 = 36, \quad 75 - 57 = 18,$$

заклучуваме дека новиот број е 75.

19. Страниците на една книга се означени со броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, Цифрата 5 се појавува 16 пати.

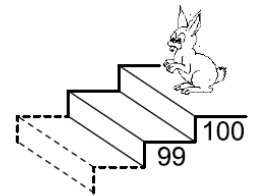
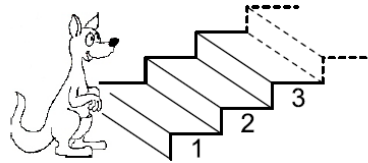
Колку најмногу страници може да има оваа книга?

- A) 49 B) 64 C) 66 D) 74 E) 80

Решение. B). Цифрата 5 се појавува 16 пати во броевите: 5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58 и 59. Но страниците 60, 61, 62, 63 и 64 во нумерирање немаат цифра 5, па затоа книгата може да има најмногу 64 страници.

20. Кенгурот се качува така што скока 7 скачила нагоре, а зајакот се симнува така што скока 3 скачила надолу. На кое скачилило ќе се сретнат?

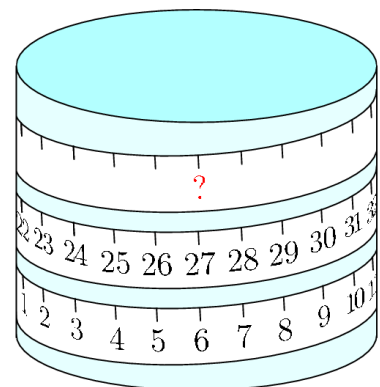
- A) 53 B) 60 C) 63
D) 70 E) 73



Решение. D). Кенгурот ќе скокне на скакилата со броевите 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, **70**, 77, 84, 91, 98, а зајакот на скакилата 97, 94, 91, 88, 85, 82, 79, 76, 73, **70**, 67 итн. Кенгурот и зајакот во десеттите скокови ќе бидат на скакилото со број 70, што значи дека на него ќе се сретнат.

21. Лента за мерење на должина е завиткана околу еден цилиндар. Кој број треба да стои на местото означено со прашалник?

- A) 33 B) 42 C) 48
D) 53 E) 69



Решение. C). Знакот „?“ се наоѓа над бројот 27, а бројот 27 се наоѓа над бројот 6. Бидејќи растојанието од 6 до 27 е $27 - 6 = 21$ и тоа е еднакво на рас-

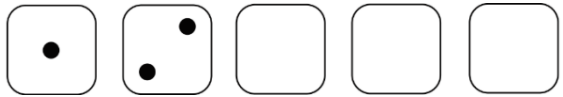
тојанието од 21 до знакот „?“ , т.е. еден круг околу цилиндарот, добиваме дека на местото на знакот „?“ треба да е бројот $27 + 21 = 48$.

22. На таблата се запишани броевите од 1 до 101 заклучно, при што секој број се повторува толку пати, колку што е самиот број. Притоа се добива 122333444455555.... Колку пати е запишана цифрата 0?

A) 680 B) 700 C) 751 D) 812 E) 831

Решение. C). Цифрата 0 се појавува во броевите: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 и 101. Притоа таа за секој од овие броеви, освен за бројот 100, се појавува онолку пати колку што е самиот број, а за бројот 100 се појавува двапати повеќе од самиот број. Значи, цифрата 0 во добиената низа се појавува

$$10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 2 \cdot 100 + 101 = 751 \text{ пати.}$$

23. Збирот на точките кои паднале на пет фрлени коцки е 18. На  првата коцка има една точка, на втората коцка има 2 точки, а на секоја од останатите три коцки паднал еден и ист број точки. Кој е тој број?

A)  B)  C)  D)  E) 

Решение. D). На преостанатите три коцки паднале $18 - (1 + 2) = 15$ точки. Бидејќи на секоја од нив паднал еден и ист број точки, барањот број е еднаков на $15 : 3 = 5$.

24. Ана собрала седум броја и добила 2016. Еден од собирците е бројот 201. Таа го заменила бројот 201 со бројот 102, а потоа пак ги собрала броеви. Кој број го добила Ана?

A) 1815 B) 1914 C) 1917 D) 2115 E) 2118

Решение. С). Кога Ана го заменила бројот 201 со бројот 102, збирот се намалил за $201 - 102 = 99$. Според тоа, Ана го добила бројот $2016 - 99 = 1917$.

25. Колку е збирот на цифрите на двоцифрениот број кој се намалува 5 пати, ако цифрата на единиците му се намали за 2, а цифрата на десетките му се намали за 5?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. D). Ако по намалувањето на цифрите се добива бројот a , тогаш од условот на задачата следува дека $a + 52 = 5a$. Од последната равенка добиваме $a = 13$. Значи, почетниот број е $13 + 52 = 65$ и збирот на неговите цифри е $6 + 5 = 11$.

26. Збирот на два броја е 170. Едниот од нив завршува на цифрата 5. Ако ја избришеме цифрата 5 се добива другиот број. Колкава е разликата на овие два броја?

A) 110 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

Решение. D). Ако вториот број го означиме со x , тогаш првиот број е $10x + 5$. Според тоа, $10x + 5 + x = 170$, од каде добиваме $11x = 165$, т.е. $x = 15$. Значи, броевите се 155 и 15, па нивната разлика е 140.

27. Мите избрал некој број, го помножил сам со себе, на добиениот резултат му додал 1 и добиениот резултат го помножил со 10, на што додал 3, резултатот го помножил со 4 и добил 2012? Кој број го избрал Мите?

A) 11 B) 9 C) 8 D) 7 E) 5

Решение. D). Задачата ќе ја решиме одејќи одназад-напред. Пред да помножи со 4 Мите го добил бројот $2012 : 4 = 503$. Пред да го додаде бројот 3, тој го добил бројот $503 - 3 = 500$, а пред да помножи

со 10 го добил бројот $500:10=50$. Значи, пред да додаде 1, Мите го добил бројот $50-1=49$. Конечно, бидејќи $7 \cdot 7=49$, Мите го избрал бројот 7.

28. Збирот на три броја е 50. Милка, од секој од трите броја одзела еден таен број и како резултат ги добила броевите 24, 13 и 7. Кој од следниве броеви е еден од почетните собироци?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 17 E) 23

Решение. А). Збирот на добиените броеви е $24+13+7=44$. Значи, по одземањето на непознатиот број од секој од трите собирци, збирот се намалил за $50-44=6$. Бројот 6 е три пати поголем од бројот кој го одзела Милка, па затоа тој број е $6:3=2$. Според тоа, почетните броеви се $24+2=26$, $13+2=15$, $7+2=9$.

29. Ана има две карти. Таа запишала по еден број на двете страни на секоја од картите. Збирот на броевите од двете страни на едната карта е еднаков на збирот на броевите од двете страни на другата карта.

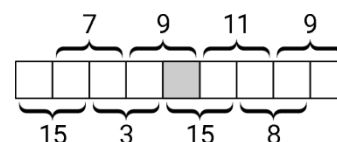


Збирот на четирите броеви е 32. Кои се броевите на страните кои не можеме да ги видиме?

A) 7 и 0 B) 8 и 1 C) 11 и 4 D) 9 и 2 E) 6 и 3

Решение. С). Бидејќи збирот на четирите броја на двете карти е 32, збирот на двата броја запишани на секоја карта е $32:2=16$. Значи, бројот за левата карта е $16-5=11$, а бројот запишан на десната карта е $16-12=4$.

30. Броевите од 1 до 9 се запишани во квадратчињата прикажани на цртежот десно, така што во



секое квадратче е запишан само еден број. Збирите на сите парови од соседни броеви се дадени на сликата. Кој број е запишан во сивото квадратче?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Решение. D). *Прв начин.* Збирот на сите броеви од 1 до 9 е еднаков на 45. Збирот на последните осум броеви, гледано од лево, е еднаков на збирот на горните четири збирови, т.е. на 36. Сега за броевите запишани во квадратчињата од лево кон десно последователно добиваме:

$$\begin{aligned} 45 - 36 &= 9, & 15 - 9 &= 6, & 7 - 6 &= 1, & 3 - 1 &= 2, & 9 - 2 &= 7, \\ 15 - 7 &= 8, & 11 - 8 &= 3, & 8 - 3 &= 5, & 9 - 5 &= 4. \end{aligned}$$

Според тоа, броевите од лево кон десно се: 9, 6, 1, 2, 7, 8, 3, 5, 4, па во сивото квадратче е запишан бројот 7.

Втор начин. Збирот на сите броеви од 1 до 9 е еднаков на 45. Збирот на првите осум броеви, гледано од лево, е еднаков на збирот на долните четири збирови, т.е. на 41. Сега за броевите запишани во квадратчињата од десно кон лево последователно добиваме:

$$\begin{aligned} 45 - 41 &= 4, & 9 - 4 &= 5, & 8 - 5 &= 3, & 11 - 3 &= 8, & 15 - 8 &= 7, \\ 9 - 7 &= 2, & 3 - 2 &= 1, & 7 - 1 &= 6, & 15 - 6 &= 9. \end{aligned}$$

Според тоа, броевите од десно кон лево се: 4, 5, 3, 8, 7, 2, 1, 6, 9, па во сивото квадратче е запишан бројот 7.

Трет начин. Единствено збирот на броевите 1 и 2 е еднаков на 3. Ако претпоставиме дека 2 е левиот, а 1 десниот број, тогаш лево од 2 треба да е бројот $7 - 2 = 5$, па затоа првиот број од лево треба да е $15 - 5 = 10 > 9$, што не е можно. Значи, 1 е левиот, а 2 е десниот број. Сега, лево од 1 е $7 - 1 = 6$ и лево од него е $15 - 6 = 9$, десно од 2 е $9 - 2 = 7$, десно од него е $15 - 7 = 8$, десно од него е $11 - 8 = 3$, па потоа е $8 - 3 = 5$ и на крајот е $9 - 5 = 4$.

Според тоа, броевите од лево кон десно се: 9, 6, 1, 2, 7, 8, 3, 5, 4, па во сивото квадратче е запишан бројот 7.

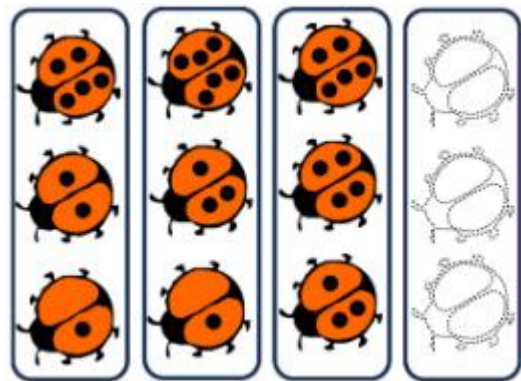
31. Седум карти се наредени како што е прикажано на цртежот десно. Секоја карта има два броја, од кои еден е напишан превртено. Андреј сака да ги прераспореди картите така што збирот на броевите во горниот ред е еднаков на збирот на броевите во долниот ред. Таа тоа може да го направи со превртување на една карта. Која карта треба да ја преврти?

7	5	4	2	8	3	2
7	8	9	9	7	7	7
A	B	C	D	E	F	G

A) A B) C C) D D) F E) G

Решение. Е). Збирот на сите запишани броеви на седумте карти е еднаков на 66. Според тоа, во двата реда збирот на броевите треба да биде $66 : 2 = 33$. Збирот на броевите во горниот ред е еднаков на 31, а во долниот ред е еднаков на 35. Според тоа, збирот во горниот ред треба да се зголеми за 2, а во долниот ред да се намали за 2. Единствени две карти на кои се запишани броеви кои се разликуваат за 2 се картите B и G. Но, збирот на горните броеви треба да се зголеми, па затоа бараната карта е G.

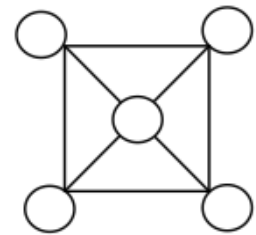
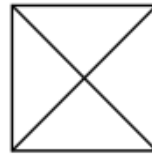
32. Шест бубамари имаат различен број точки: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Пабло направил 4 фотографии така што на секоја фотографија има по 3 бубамари. Секоја од шесте бубамари се наоѓа на еднаков број фотографии. Десно се прикажани четири фотографии, но последната не е јасна. Колку точки имаат бубамарите кои се на четвртата фотографија?



- А) 6 В) 9 С) 10 D) 11 Е) 12

Решение. Е). На фотографиите има $4 \cdot 3 = 12$ бубамари, што значи дека секоја бубамара се јавува $12 : 6 = 2$ пати. Збирот на точките на сите бубамари е $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$, па затоа збирот на точките на бубамарите на сите фотографии е $2 \cdot 21 = 42$. На првите три фотографии трите бубамарите заедно имаат по $1 + 2 + 5 = 8$, $1 + 3 + 6 = 10$ и $3 + 4 + 5 = 12$ точки. Значи, на четвртата фотографија бубамарите заедно имаат $42 - (8 + 10 + 12) = 12$ точки.

33. Дадениот квадрат е составен од 4 триаголници. Во темињата на квадратот и во централната точка на квадратот се запишани броевите 8, 10, 11, 12 и 13. Кој број е запишан во централното



поле, ако зборовите на броевите во темињата на четирите триаголника се 29, 30, 32 и 33?

- А) 8 В) 10 С) 11 D) 12 Е) 13

Решение. А). Во четирите збира на броевите запишани во темињата на четирите триаголници секој број запишан во темињата на квадратот се јавува два пати, а збројот запишан во средината на квадратот се јавува четири пати. Значи, разликата

$$29 + 30 + 32 + 33 - 2(8 + 10 + 11 + 12 + 13) = 124 - 108 = 16$$

е двапати поголема од бројот запишан во централното поле. Конечно, во централното поле е запишан бројот $16 : 2 = 8$.

34. Теодор, Борис, Ана, Дамјан, Елена и Филип фрлаат коцка за играње. Сите добиле различни броеви. Бројот на Теодор е два пати поголем од бројот на Борис и е три пати поголем од бројот на Ана. Бројот на

Дамјан е четири пати поголем од бројот на Елена. Кој број го добил Филип?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. D). Меѓу броевите 1, 2, 3, 4, 5 и 6 единствен број кој е два пати поголем од некој од другите броеви и три пати поголем од друг од овие броеви е бројот 6. Значи, Теодор го добил бројот 6, Борис го добил бројот 3 и Ана го добила бројот 2. Единствен број кој е четири пати поголем од друг број е бројот 4, па затоа Дамјан го добил бројот 4 и Елена го добила бројот 1. Останува Филип да го добил бројот 5.

35. Ана и Петар живеат во иста улица. Од една страна на куќата на Ана има 47, а од другата страна има 23 куќи. Петар живее во куќата која е точно на средината на улицата.



Колку куќи има меѓу куќите на Ана и Петар?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Решение. B). Во улицата во која живеат Ана и Петар вкупно има $47 + 1 + 23 = 71$ куќа. Петар живее во куќата која е на средина на улицата, а тоа е куќата која е 36-та од левата и десната страна на улицата. Сега е јасно дека меѓу куќите на Ана и Петар има $47 - 36 = 11$ куќи.

36. Матеа стрела во пет балони, за кои доколку ги погоди добива 3, 9, 13, 14 или 18 поени.



Таа добила вкупно 30 поени. Кој балон Матеа сигурно го погодила?

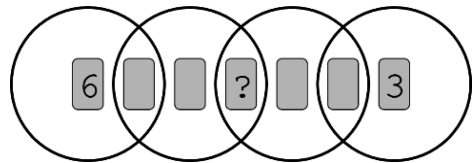
- A) 3 B) 9 C) 13 D) 14 E) 18

Решение. А). Бројот 30 како збир на броевите 3, 9, 13, 14 или 18 може да се запише на следниве два начина:

$$3 + 9 + 18 = 30 \text{ и } 3 + 13 + 14 = 30.$$

Тоа значи дека Матеа сигурно го погодила балонот со бројот 3.

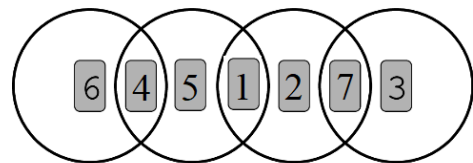
37. Седум карти, означени со броевите од 1 до 7, се сместени во 4 круга кои се преклопуваат како на цртежот десно.



Збирот на броевите на картите во секој круг е 10. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 7

Решение. А). Круговите ќе ги броиме од лево кон десно. Заради првиот круг бројот 4 мора да е запишан на втората



карта во овој круг. Заради четвртиот кру бројот 7 мора да е запишан на втората карта во овој круг. Сега, бидејќи од преостанатите броеви само 1 и 2 даваат збир 3, картите во третиот круг мора да се означени со броевите 1 и 2. Ако на местото на прашалникот е бројот 2, тогаш во вториот круг ќе бидат броевите 4, 5 и 2, што не е можно бидејќи нивниот збир е 11. Значи, на местото на прашалникот е бројот 1 и распоредот на броевите е прикажан на горниот цртеж.

38. Пабло четири пати фрлил коцка за играње и вкупно добил 23 точки. Колку пати паднале по 6 точки?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Решение. D). Ако четири пати паднале по 6 точки, тогаш Пабло ќе имал $6 \cdot 4 = 24$ точки. Но, тој имал 23 точки, што значи

$24 - 23 = 1$ точка помалку. Значи, три пати паднале по 6 точки и еднаш паднале 5 точки.

39. Ива, Соња и Тане избрале по еден број од табелата дадена на цртежот десно. Бројот на Ива бил точно над бројот на Соња, а бројот на Тане бил преку едно квадратче десно од бројот на Ива. Збирот на трите броја е 31. Кој е бројот на Соња?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 13 E) 14

Решение. D). Ако со a го означиме бројот на Ива, тогаш бројот на Соња е $a + 5$, а бројот на Тане е $a + 2$. Според тоа,

$$a + (a + 2) + (a + 5) = 31,$$

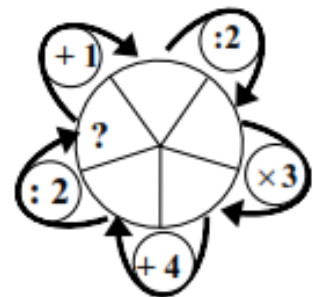
$$3a + 7 = 31,$$

$$a = 8.$$

Значи, бројот на Ива е 8, бројот на Соња е 13 и бројот на Тане е 10.

40. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот за да пресметувањата во шемата прикажана на цртежот десно се точни?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13



Решение. D). Нека на местото на прашалникот е запишан број a . Тогаш

$$(((a + 1) : 2) \cdot 3 + 4) : 2 = a,$$

$$((a + 1) : 2) \cdot 3 + 4 = 2a,$$

$$((a + 1) : 2) \cdot 3 = 2a - 4,$$

$$(a + 1) : 2 = (2a - 4) : 3,$$

$$3(a + 1) = 2(2a - 4),$$

$$3a + 3 = 4a - 8,$$

$$a = 11.$$

Значи, на местото на прашалникот треба да се запише бројот 11.

41. Пабло треба да избере 5-цифрена шифра за својот лаптоп, така што се исполнети следниве услови: ако користи три парни цифри, ниту една од другите цифри не смее да е 7 или 9, ако ја користи цифрата 2, цифрата 4 не смее да се појавува повеќе од еднаш во шифрата, во шифрата не може да има три исти цифри. Кој од следниве броеви може Пабло да го употреби за шифра на неговиот лаптоп?

A) 45872 B) 83574 C) 65855 D) 42354 E) 652432

Решение. B). Бројот 652432 е шестцифрен, па овој број не може да е шифра. Бројот 45872 има три парни цифри и ја содржи цифрата 7, па и овој број не може да е шифра, а бројот 65855 има три исти цифри, па и овој број не може да е шифра. Во бројот 42354 цифрата 4 се појавува двапати, па и овој број не може да е шифра. Единствено бројот 83574 ги задоволува сите услови, па значи одговорот е B.

42. Илија има клуч со шифра од шест цифри. Тој ја заборавил шифрата, но се сетил дека збирот на цифрите на парните места е еднаков на збирот на цифрите на непарните места. Кој од следниве броеви може да е шифрата за клучот на Илија?

A) 81**61 B) 7*727* C) 4*4141 D) 12*9*8 E) 181*2*

Решение. D). Нека x и y се цифрите кои недостасуваат во A, B, D, E.

За A имаме $8+6+x=1+1+y$, т.е. $12+x=y$, што не е можно бидејќи x и y се цифри.

За B имаме $7+7+7=2+x+y$, т.е. $19=x+y$, што не е можно бидејќи x и y се цифри.

За D имаме $9+8+2=1+x+y$, т.е. $18=x+y$, па затоа $x=y=9$, па ова може да е шифрата на Илија.

За Е имаме $1+1+2=8+x+y$, т.е. $4+x+y=0$, што не е можно бидејќи x и y се цифри.

Ако x е цифрата која недостасува во С добиваме $4+4+4=1+1+x$ т.е. $10=x$, што не е можно бидејќи x е цифра.

43. Иван запишал пет цели броеви на таблата, а Симон точно ги пресметал збирите на сите парови запишани броеви. Меѓу десетте збирови имало само три различни: 57, 70 и 83. Кој е најголемиот број запишан од Иван?

A) 35 B) 42 C) 48 D) 53 E) 82

Решение. C). Нека запишаните броеви се $a \leq b \leq c \leq d \leq e$. Јасно е дека $a+b=57$ и $d+e=83$. Бидејќи збирот на првиот и вториот број е непарен број, мора да важи $a < b$. Од исти причини мора да важи и $d < e$. Значи, $a < b \leq c \leq d < e$. Понатаму, ако $b < c$, тогаш добиваме $a+b < a+c < b+c < c+e$, што противречи на фактот дека Симон пресметал точно три различни збирови. Затоа важи $a < b=c=d < e$, од каде следува дека $2b=2c=2d=70$, односно $b=c=d=35$. Конечно,

$$a=57-b=57-35=22 \text{ и } e=83-d=83-35=48,$$

т.е. броевите кои ги запишал Иван се 22, 35, 35, 35 и 48, па бараниот број е 48.

2. ВРЕМЕТО Е ВАЖНО

1. Еден сиден часовник отчукува само на цел број часови и тоа толку пати колку што е часот. Колку пати отчукал часовникот од 6:30 до 11:00?

A) 57 B) 51 C) 45 D) 38 E) 36

Решение. C). Во периодот од 6:30 до 11:00 часот часовникот отчукал 7, 8, 9, 10 и 11 пати. Значи, вкупно отчукал $7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 45$ пати.



2. На секој цел час сидниот часовник на мојата баба отчукува толку пати колку што е часот. Потоа 15 минути по секој цел час часовникот отчукува еднаш, половина час по секој цел час отчукува двапати и 45 минути по секој цел час отчукува трипати. Колку пати ќе отчука часовникот на мојата баба од 6:50 до 11:20?

A) 45 B) 56 C) 70 D) 82 E) 90

Решение. C). Часовникот ќе отчукува во: 7:00, 7:15, 7:30, 7:45, 8:00, 8:15, 8:30, 8:45, 9:00, 9:15, 9:30, 9:45, 10:00, 10:15, 10:30, 10:45, 11:00 и 11:15. Според тоа, часовникот е отчука:

$$7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 4 \cdot (1 + 2 + 3) + 1 = 70 \text{ пати.}$$

3. Градскиот часовник го означува времето на секој час (на пример во 08:00, во 09:00, во 10:00 итн.) со онолку удари колку што во тој момент е часот. Исто така тој удира еднаш на секој половина час (на пример 08:30, во 09:30, во 10:30 итн.).

Колку удари ќе направи часовникот од 07:35 до 10:45 часот?

A) 6 B) 18 C) 27 D) 30 E) 33

Решение. D). Почнувајќи од 07:35 до 10:45 следуваат 08:00, 09:00, 10:00 и 08:30, 09:30 и 10:30 часот.

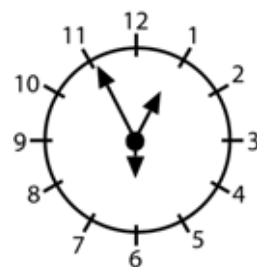
Според тоа, часовникот ќе направи $8 + 9 + 10 + 1 + 1 + 1 = 30$ удари.

4. Го погледнав дигиталниот часовник и забележав дека една од цифрите во тој момент се појавува истовремено на три од четирите позиции. Која од дадените цифри може да е таа цифра?

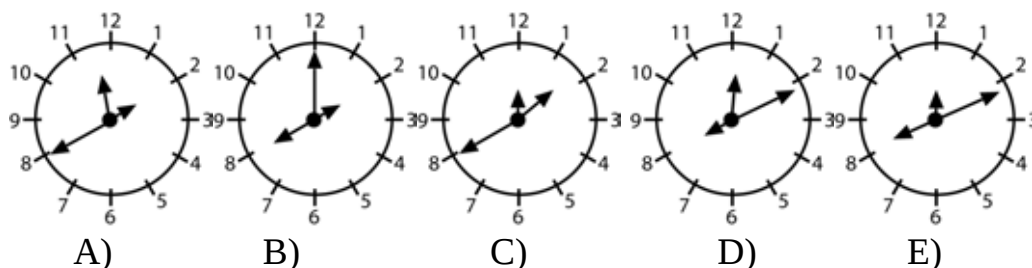
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Решение. А). Нека во моментот часовникот покажува $XY:ZT$. Јасно, цифрата X може да биде само 0, 1 и 2. Значи, бараната цифра се појавува на местата на буквите Y, Z, T . Понатаму, ниту една од цифрите 7, 8 и 9 не може да е на местата на буквата Z , па остануваат цифрите 5 и 6. Сега, цифрата 6 не може да е истовремено на местата на буквите Z, T , па останува цифрата 5. Конечно, во кога го погледнав часовникот тој покажуваше 05:55 или 15:55.

5. Еден специјален часовник има 3 стрелки со различна должина (за покажување часови, минути и секунди). Не знаеме која стрелка што покажува, но знаеме дека тој работи правилно. Во 12:55:30 стрелките на часовникот се прикажани на цртежот.

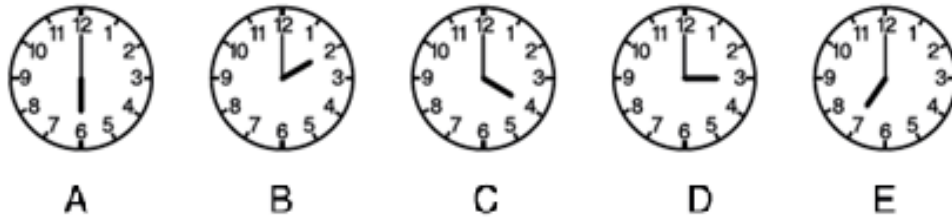


Како овој часовник ќе изгледа во 08:11:00?



Решение. Е). Бидејќи на цртежот часовникот покажува 12:55:30 добиваме дека средната стрелка покажува часови, големата минути, а малата стрелка секунди. Според тоа под Е) е часовникот кој ќе покажува 08:11:00.

6. На сидот се наоѓаат пет часовници. Едниот од нив задоцнува 1 час, едниот точно работи, едниот оди понапред еден час, а два часовника стојат.

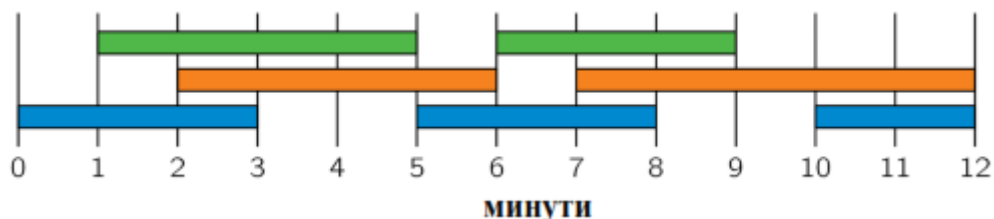


Кој часовник покажува точно време?

- A) A B) B C) C D) D E) E

Решение. D). Времињата кои ги покажуваат часовниците се 2, 3, 4, 6 и 7. Трите часовници од кои едниот доцни 1 час, другиот точно работи и третиот оди побрзо 1 час покажуваат три последователни броеви. Тоа се броевите 2, 3 и 4. Средниот број е точното време и тоа е часовникот D).

7. Мајсторот за расветло на една театарска претстава ги вклучувал светлата во текот на 12 минути според следниов распоред.



Колку минути во овој период се запалени точно две светла?

- A) 2 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. C). Точно две светла се запалени во 2., 4., 5., 6., 7., 9., 11. и 12. минута. Според тоа, 8 минути во дадениот период се запалени точно две светла.

8. Еден филм траел 90 минути. Во текот на прикажувањето на филмот се пуштени две реклами и тоа една во траење од 8 минути, а друга во

траење од 5 минути. Филмот почнал да се прикажува во 17:10. Кога завршил филмот?

- A) 18:13 B) 18:27 C) 18:47 D) 18:53 E) 19:13

Решение. D). Филмот заедно со рекламите траел $90 + 8 + 5 = 103$ минути, односно 1 час и 43 минути. Филмот почнал да се прикажува во 17 часот и 10 минути, што значи дека завршил во $17 + 1 = 18$ часот и $10 + 43 = 53$ минути.

9. На едно CD има три песни. Првата трае 6 минути и 25 секунди, втората трае 12 минути и 25 секунди и третата трае 10 минути и 13 секунди. Колку траат трите песни заедно?

- A) 28 минути и 30 секунди B) 29 минути и 3 секунди
C) 30 минути и 10 секунди D) 31 минута и 13 секунди
E) 31 минута и 23 секунди.

Решение. B). Сите три песни заедно траат $6 + 12 + 10 = 28$ минути и $25 + 25 + 13 = 63$ секунди, односно 29 минути и 3 секунди.

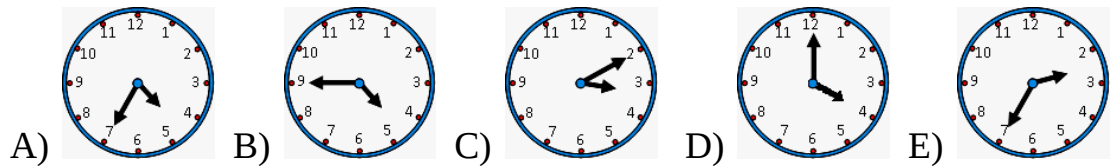
10. Школскиот час трае 40 минути. Часот почнал во 11:50 и точно на средина од часот низ прозорецот во училницата влегла ластовица. Во колку часот ластовицата влегла во училницата?

- A) 11:30 B) 12:00 C) 12:20 D) 12:10 E) 12:30

Решение. D). Бидејќи школскиот час трае 40 минути половина час трае $40 : 2 = 20$ минути. Часот почнал во 11:50, па ако додадеме 20 минути, добиваме дека ластовицата во училницата влегла во 12:10 часот.

11. Матео почнува со тренинг во 5 часот попладне. За да стигне од дома до автобуската постојка му се потребни 5 минути. Со автобусот патува 15 минути. Потоа му требаат 5 минути да оди од автобуската

постојка до тркачката патеката. Автобус доаѓа на секои 10 минути, почнувајќи од 6 часот наутро. Кога најдоцна Матео може да замине од дома за да не задоцни на тренинг?



Решение. А). Патувањето од автобуската станица до тркачката патека трае $15 + 5 = 20$ минути. Автобусите поаѓаат на полн час, 10, 20, 30, 40 и 50 минути по полн час. Значи, Матео во автобус може да се качи во 16:40, па затоа од дома треба да тргне во 16:35.

12. Јане се разбудил пред час и половина. По три и пол часа тој се качил на воз да оди кај баба му. Колку часа пред да се качи на воз се разбудил Јане?

A) два часа B) три и пол часа C) четири часа
D) четири и пол часа E) пет часа

Решение. Е). Од времето на разбудување до времето на качување на воз поминале $1\text{h } 30\text{ min} + 3\text{h } 30\text{ min} = 5\text{h}$. Значи, Јане се разбудил пред 5 часа.

13. Ако јадеме по три оброци на ден, колку оброци јадеме во текот на една седмица?

A) 7 B) 18 C) 21 D) 28 E) 37

Решение. С). Една седмица има 7 дена, па затоа во текот на една седмица вкупно јадиме $7 \cdot 3 = 21$ оброк.

14. Малото кенгурче Канга е старо 7 недели и 2 дена. По колку денови Канга ќе биде стар 8 недели?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. Е). Седмицата има 7 дена. До полна седмица недостасуваат $7 - 2 = 5$ дена.

15. Во декември мачорот Спанко преспал точно три седмици. Колку минути Спанко бил буден во тој месец?

A) $(31 - 7) \cdot 3 \cdot 24 \cdot 60$ B) $(31 - 7 \cdot 3) \cdot 24 \cdot 60$ C) $(30 - 7 \cdot 3) \cdot 24 \cdot 60$
D) $(31 - 7) \cdot 24 \cdot 60$ E) $(31 - 7 \cdot 3) \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$

Решение. В). Декември има 31 ден. Седмицата има 7 дена, па како Спанко преспал три седмици тој бил буден $31 - 7 \cdot 3$ дена. Секој ден има 24 часа, а секој час има 60 минути. Според тоа, Спанко бил буден $(31 - 7 \cdot 3) \cdot 24 \cdot 60$ минути.

16. По шест и половина часа ќе биде четири часот по полноќ. Колку часот е сега.

A) 21:30 B) 04:00 C) 20:00 D) 02:30 E) 10:30

Решение. А). Шест и половина часа се *четири часа* по полноќ и *два и половина часа* пред полноќ. Значи, сега е 21:30.

17. Кралицата Косара има 91 година. Таа управувала со кралството Не-дојдија во период од 55 години, а пред 5 години власта му ја предала на синот Арон. Колку години имала Косара кога ја превзела власта?

A) 31 B) 36 C) 41 D) 47 E) 57

Решение. А). Косара ја превзела власта пред $5 + 55 = 60$ години. Според тоа, таа тогаш имала $91 - 60 = 31$ година.

18. Елена има 6 години. Нејзината сестра е една година помлада од неа, а нејзиниот брат е една година постар од неа. Колку години имаат сите тројца заедно?

- A) 10 B) 15 C) 18 D) 21 E) 30

Решение. С). Сестрата на Елена има 5 години, а братот има 7 години. Тројцата заедно имаат $5 + 6 + 7 = 18$.

19. Васе е 2 години помала од Цане, а збирот на годините им е 18. Колку години има Лена, ако таа е 2 години постара од Цане?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 12 E) 14

Решение. С). Ако на 18 додадеме 2, тогаш добиениот збир е двапати поголем од бројот на годините на Цане. Според тоа, Цане има $(18 + 2) : 2 = 10$ години. Но, Лена е 2 години постара од Цане, па затоа таа има $10 + 2 = 12$ години.

20. Сестрите Лена и Кирјана пред две години заедно имале 15 години. Сега Лена има 13 години. По колку години Кирјана ќе има 9 години?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. С). Пред две години Лена имала $13 - 2 = 11$ години. Тогаш Кирјана имала $15 - 11 = 4$ години. Денес Кирјана има $4 + 2 = 6$ години. Таа ќе има 9 години по $9 - 6 = 3$ години.

21. Горјан имал 8 години кога се родиле неговите две сестри близначки. Колку години ќе има Горјан кога збирот на неговите години ќе биде еднаков на збирот на годините на неговите сестри?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Решение. С). *Прв начин.* Со секоја измината година збирот на годините на сестрите се зголемува за 2, а бројот на годините на Горјан се зголемува за 1. Значи, со секоја измината година разликата меѓу годините на Горјан и збирот на неговите сестри се намалува за $2 - 1 = 1$. Според тоа, по 8 години таа разлика е биде еднаква на 0, т.е. збирот

на годините на сестрите ќе биде еднаков на годините на Горјан. Тогаш Горјан ќе има $8 + 8 = 16$ години.

Втор начин. Нека по x години збирот на годините на сестрите е еднаков на бројот на годините на Горјан. Тоа значи $2x = x + 8$, од каде добиваме $x = 8$. Тогаш Горјан ќе има $8 + 8 = 16$ години.

22. Г-ѓата Евдокија има 3 ќерки, средната е 3 години постара од најмладата и е 3 години помлада од најстарата. Денес г-ѓата Евдокија има 48 години, а по 3 години таа ќе има толку години колку што ќе биде збирот на годините на нејзините ќерки.



Колку е збирот на цифрите на бројот на годините на најмалата ќерка на г-ѓата Евдокија?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. А). По 3 години г-ѓата Евдокија ќе има $48 + 3 = 51$ година. Ако тогаш средната ќерка има a години, тогаш најмладата ќерка ќе има $a - 3$ години, а најстарата ќе има $a + 3$ години. Значи,

$$a - 3 + a + a + 3 = 51, \text{ т.е. } a = 17.$$

Значи, по 3 години најмладата ќерка ќе има $17 - 3 = 14$ години, па затоа таа сега има $14 - 3 = 11$. Конечно, збирот на цифрите на годините на најмладата ќерка е 2.

23. Збирот на годините на трите деца во едно семејство Ана, Бојан и Вангел е 22. По неколку години Ана ќе има толку години колку што има Бојан сега, а збирот на годините на тројцата е биде 28. По уште неколку години Ана ќе има толку години, колку што има Вангел сега, а збирот на годините на тројцата ќе биде 37. Колку години има Ана сега?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. C). Од $28 - 22 = 6$ и фактот дека бројот 6 го дава зголемувањето на збирот на годините на трите деца заклучуваме дека по $6 : 3 = 2$ години Ана ќе има толку години колку што има Бојан сега. Значи, Бојан е постар од Ана 2 години. На потполно ист начин од $37 - 22 = 15$ и $15 : 3 = 5$ заклучуваме дека Вангел е 5 години постар од Ана. Нека Ана има a години. Тогаш Бојан има $a + 2$ и Вангел има $a + 5$ години. Затоа $a + a + 2 + a + 5 = 22$, од каде добиваме $3a = 15$, односно $a = 5$. Значи, во моментот Ана има 5 години.

24. По 9 години Маја ќе има четири пати повеќе години отколку што имала пред 3 години. Колку години имала Маја пред 3 години?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. B). Ако Маја сега има a години, тогаш по 9 години таа ќе има $a + 9$, а пред 3 години имала $a - 3$ години. Од условот на задачата следува $a + 9 = 4(a - 3)$, од каде добиваме $a + 9 = 4a - 12$, односно $a = 7$. Значи, Маја пред 3 години имала $a - 3 = 7 - 3 = 4$ години.

25. Во 2021 година 12 април бил во понеделник. Во кој ден од седмицата бил 17 април 2021 година?

- A) среда B) четврток C) петок D) сабота E) недела

Решение. D). Бидејќи 17 април 2021 година е петтиот ден по понеделник, заклучуваме дека бараниот ден е сабота.

26. Оваа година 2012 е престапна, и тоа значи дека месец февруари има 29 дена. Денеска е 15. март, и пилињата на мојот дедо имаат 20 дена. Кога тие се извеле од нивните јајца?

- A) на 19. февруари B) на 21. февруари
C) на 23. февруари D) на 24. февруари

Е) на 26. февруари

Решение. D). До денес во март има 15 дена, па за да пилињата имаат 20 дена, тие мора да се извеле 5 дена пред крајот на февруари, односно на 24. февруари.

27. Десно е прикажана страница на месец од календар, на кој датите се избришани. Збирот на броевите кои биле запишани во двата затемнети правоаголници е 29. Кој ден е првиот ден во тој месец?

Пон	Вто	Сре	Чет	Пет	Саб	Нед

А) понеделник В) вторник С) среда D) четврток Е) петок

Решение. D). Ако во сивото поле од вториот ред е запишан бројот a , тогаш во сивото поле од четвртиот ред е запишан бројот $a + 13$. Значи, $a + a + 13 = 29$, од каде следува $a = 8$. Значи, во четврток е осмиот ден од месецот, па затоа и првиот ден од месецот е во четврток.

28. Во понеделник, 1 февруари 2021 година, Илина купила 3 саксии со цвеќе. Таа ги навадила веднаш штом стигнала дома. Ако Илина ги наводнува цвеќињата секои 5 дена, кога е следниот пат кога ќе ги навади во понеделник?



А) 24 февруари В) 28 февруари С) 4 март
D) 8 март Е) 12 март

Решение. D). Понеделници се на 8 февруари, 15 февруари, 22 февруари, 1 март, 8 март, 15 март итн. До овие датуми се поминати 7, 14, 21, 28, 35, 42 итн. денови. Бидејќи полевањето е секои 5 дена, бројот

на поминатите денови треба да е делив со 5, што значи дека првото полевање во понеделник ќе биде по 35 дена, односно на 8 март.

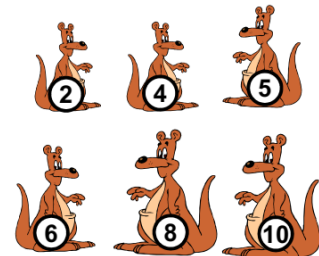
29. На планетата Кенгур секоја кенгур-година има по 20 кенгур-месеци и секој кенгур-месец има по 6 кенгур-недели. Колку кенгур-недели има во една четвртина од кенгур-година?

A) 9 B) 30 C) 60 D) 90 E) 120

Решение. В). *Прв начин.* Четвртина кенгур-година има $20 : 4 = 5$ кенгур месеци. Значи, четвртина кенгур-година има $5 \cdot 6 = 30$ кенгур-недели.

Втор начин. Една кенгур-година има $20 \cdot 6 = 120$ кенгур-недели. Значи, четвртина кенгур-година има $120 : 4 = 30$ кенгур-недели.

30. Кенгурите во една дружина имаат 2, 4, 5, 6, 8 и 10 години. Збирот на годините на четири од нив е 22. Колку години имаат преостанатите два кенгура?



A) 2 и 8 B) 4 и 5 C) 5 и 8
D) 6 и 8 E) 6 и 10

Решение. С). *Прв начин.* Збирот на годините на сите шест кенгури е $2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 = 35$. Според тоа, збирот на годините на преостанатите два кенгура е $35 - 22 = 13$. Бројот 13 е непарен број, па како сите броеви освен 5 се парни едниот кенгур има 5, а другиот кенгур има $13 - 5 = 8$ години.

Втор начин. Само еден кенгур има непарен број години. Бидејќи збир на еден непарен и три парни броја е непарен број, а 22 е парен број добиваме дека кенгурот кој има 5 години не е меѓу кенгурите чиј збир на години е 22. Значи, едниот кенгур има 5 години, а другиот кенгур има $2 + 4 + 6 + 8 + 10 - 22 = 8$ години.

31. Баба Ката има 8 внуци, секој од кои има различен број години. Збирот на годините на внуците на баба Ката е 88. Колку најмногу години може да има најмладиот внук на баба Ката?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. В). Збирот на првите осум последователни природни броја е $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$. Сега, збирот на годините на внуците е 88, па како $36 + 8 \cdot 6 = 84 < 88$ заклучуваме дека бројот на годините на секој внук може да биде поголем за 6. Според тоа, најмладиот внук може да има 7 години и еден распоред на годините на внуците е:

$$7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 \text{ и } 18. \quad (1)$$

Ако најмладиот внук има 8 години, тогаш бидејќи сите внуци имаат различен број години, најмалиот збир на нивните години ќе биде

$$8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 92 > 88.$$

Значи, најмладиот внук може да има најмногу 7 години. Обиди се да најдеш и други распореди на годините на внуците кои го задоволуваат условот на задачата.

32. Колку години треба да поминат по 01.01.2013 за да се случи следниот настан: производот на цифрите на годината да е поголем од збирот на цифрите на годината?

A) 87 B) 98 C) 101 D) 102 E) 103

Решение. D). Годаината не смее да ја има цифрата 0, бидејќи тогаш производот на цифрите ќе биде 0. Значи, мора да е бројот поголем од 2110. Производот на цифрите на 2111 е 2, а нивниот збир е 5. Производот на цифрите на 2112 е 4, а нивниот збир е 6. Производот на цифрите на 2113 е 6, а нивниот збир е 7, Производот и збирот на цифрите на 2114 е 8. Производот на цифрите на 2115 е 10, а нивниот збир е 9 и за прв пат е помал од производот на цифрите. Значи, треба да поминат $2115 - 2013 = 102$ години.

33. Во 6:15 духот Каспер се скрил, а неговиот часовник, кој до тогаш работел точно, тргнал наназад без притоа да ја менува брзината на движење на стрелките. Каспер повторно се појавил во 19:30 по точно време. Кое време го покажувал неговиот часовник во тој момент?
А) 17:00 В) 17:45 С) 18:30 Д) 19:00 Е) 19:15

Решение. А). Од 6:15 до 19:30 има $19 - 6 = 13$ часа и $30 - 15 = 15$ минути. Бидејќи од 6:15 часовникот тргнал наназад, времето кое го бараме е 13 часа и 15 минути пред 6:15. Бидејќи 12 часа пред 6:15 е 18:15, нашето време е 1 час и 15 минути пред 18:15, односно 17:00.

34. Марко треба да зготви 5 различни видови јадења, при што користи фурна во која одеднаш собира два вида јадења. Времињата потребни да се зготват петте јадења се 40 min, 15 min, 35 min, 10 min и 45 min. Кое е најкраткото време за кое Марко може да ги зготви јадењата? (Притоа, Марко може да извади јадење од фурната само кога тоа е зготвено).

А) 60 min В) 70 min С) 75 min Д) 80 min Е) 85 min

Решение. С). Времето потребно да се зготват сите пет јадења е $40 + 15 + 35 + 10 + 45 = 145$ min. Бидејќи јадење може да се извади само кога тоа е зготвено, а $145 = 75 + 70$, заклучуваме дека времето да се зготват сите пет јадења не може да е помало од 75 min.

Јадењата може да се зготват за 75 min на следниов начин:

- јадењата за кои се потребни 40 min и 35 min ги ставаме едно-подруго во фурната,
- како второ јадење во фурната едно-подруго ги ставаме јадењата за кои се потребни 15 min, 10 min и 45 min.

За првите јадења се потребни 75 min, а за вторите 70 min, па така сите јадења ќе се зготват за 75 min.

35. Филип избрал еден месец од календарот и ги собрал сите денови од датите кои паѓаат во среда. Добил збир кој е поголем од 63 и е помал од 70. На кој датум е последниот понеделник во овој месец?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 29 E) 30

Решение. А). Нека првата среда е на денот a во тој месец. Можни се два случаја:

- 1) во месецот има 4 среди и тогаш соодветните денови во датите се $a, a + 7, a + 14$ и $a + 21$, па затоа $63 < 4a + 42 < 70$, од каде добиваме $21 < 4a < 28$. Но, a е природен број, па од горните неравенства следува $a = 6$. Значи, средите во овој месец се на 6, 13, 20 и 27, па затоа понеделниците се на 4, 11, 18 и 25.
- 2) Во месецот има 5 среди и тогаш соодветните денови во датите се $a, a + 7, a + 14, a + 21$ и $a + 28$, што не е можно, бидејќи тогаш збирот на деновите во датите ќе биде $5a + 70 > 70$, што противречи на условот дека овој збир треба да е помал од 70.

36. Во две складишта А и В има по повеќе од 100 сандаци. Заради безбедност секој ден се префрлаат сандаци од едното во другото складиште. Првиот ден се префрлиле 100 сандаци од А во В, вториот ден се префрлиле 101 сандак од В во А, третиот ден се префрлиле 100 сандаци од А во В, четвртиот ден се префрлиле 101 сандак од В во А итн. во истиот редослед. По колку денови за прв пат ќе има во секое од двете складишта толку сандаци колку што имало на почетокот?



A) 201 B) 200 C) 101 D) 100
E) никогаш нема да се случи

Решение. А). Промената на бројот на сандаците по денови е дадена во следнава табела:

Ден	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
А	-100	+1	-99	+2	-98	+3	-97	+4	-96	...
В	+100	-1	+99	-2	+98	-3	+97	-4	+96	...

Според тоа, по $2a$ денови во складиштето А ќе има повеќе a сандачи.

Бидејќи следниот ден бројот на сандаците во А се намалува за 100, за да во А има еднаков број сандачи како на почетокот треба да е $a = 100$.

Според тоа, по $2 \cdot 100 = 200$ денови во А ќе има 100 сандачи повеќе, а по 201 денови за прв пат во двете складишта ќе има еднаков број сандачи како на почетокот.

3. КУПУВАМЕ И ПРЕСМЕТУВАМЕ ПАРИ

1. Во Охридска продавница за сувенири се продаваат охриски бисери и бисерни школки. Една бисерна школка чини 6 евра, а еден охриски бисер чини 1 евро. Која група школки и бисери чини 16 евра?



Решение. Е). Група А чини $2 \cdot 6 + 1 = 13$ евра. Групата В чини $6 + 9 \cdot 1 = 15$ евра. Групата С чини $3 \cdot 6 = 18$ евра. Групата D чини $6 + 5 \cdot 1 = 11$ евра. Конечно, групата Е чини $2 \cdot 6 + 4 \cdot 1 = 16$ евра и тоа е бараната група.

2. Три балони се поскапи за 12 денари од еден балон. Колку чини еден балон?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Решение. В). *Прв начин.* Ако еден балон чини x денари, тогаш $3x = x + 12$. Сега имаме $2x = 12$, т.е. $x = 6$. Значи, еден балон чини 6 денари.

Втор начин. Три балони се два балони повеќе од еден балон. Овие два балони чинат 12 денари. Значи, еден балон чини $12 : 2 = 6$ денари.

3. Ангела платила 7 евра за 3 хемиски пенкала. Цените на пенкалата изразени во евра се различни природни броеви. Колку чини најскапото пенкало?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



Решение. С). Бројот 7 како збир на три различни природни броеви може да се запише на единствен начин и тоа $1 + 2 + 4 = 7$. Значи, најскапото пенкало чини 4 евра.

4. Ана платила 12 евра за 3 чоколада, чии цени се различни природни броеви. Најскапо било чоколадото со лешници. Колку евра најмалку може да чини ова чоколадо?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

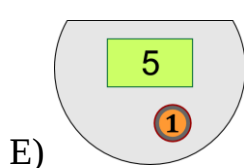
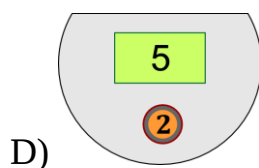
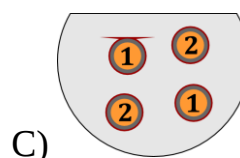
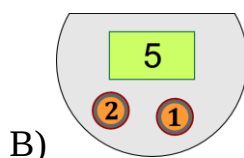
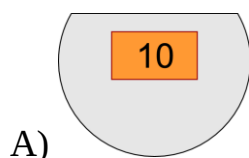
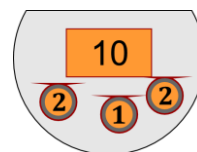
Решение. B). Најниска цена на чоколадото со лешници се добива ако е најмал разликата меѓу цените на најевтиното и најскапото чоколадо. Сега, од $3 + 4 + 5 = 12$ заклучуваме дека најниската цена на скапото чоколадо е 5 евра.

5. Влезница за возрасен при посета на зоолошката градина чини 40 денари, а влезницата за дете е 10 денари поефтина. Колку ќе плати за влез во зоолошката градина мајка со две деца?

A) 50 B) 60 C) 70 D) 100 E) 120

Решение. D). Влезницата за дете чини $40 - 10 = 30$ денари. Според тоа, мајка со две деца ќе плати $40 + 2 \cdot 30 = 100$ денари.

6. На цртежот десно е прикажан паричникот на Ана, заедно со парите кои таа ги имала. Ана влегла во продавница и купила топка за која платила 7 евра. Колку пари имала Ана откако излегла од продавницата?



Решение. B). Ана имала $10 + 2 + 1 + 2 = 15$ евра. Таа потрошила 7 евра, што значи дека и преостанале $15 - 7 = 8 = 5 + 2 + 1$ евра.

7. Во еден ресторан цената на предјадењето е 5 евра, на главното јадење е 9 евра и на десертот е 4 евра. Цената на мени кое опфаќа предјадење, главно јадење и десерт е 15 евра. Колку може да се заштеди ако се порача мени, наместо да се прават три одделни порачки?

A) 3 евра B) 4 евра C) 5 евра D) 6 евра E) 7 евра

Решение. А). Ако се прават три одделни порачки, тогаш ќе се плати $5 + 9 + 4 = 18$ евра. Значи, ако се порача едно мени се заштедуваат $18 - 15 = 3$ евра.

8. Во касата на продавницата за сладолед има одредена сума на пари. По продавање на 6 сладоледи, во касата имало 70 евра. По продавање на вкупно 16 сладоледи (сметајќи ги и претходните 6 сладоледи), во касата имало 120 евра. Колку евра имало во касата на почетокот?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Решение. С). Од условот на задачата следува дека $16 - 6 = 10$ сладоледи чинат $120 - 70 = 50$ евра. Според тоа, еден сладолед чини $50 : 10 = 5$ евра. Сега 6 сладоледи чинат $6 \cdot 5 = 30$ евра, што значи дека во касата на почетокот имало $70 - 30 = 40$ евра.

9. Мирјана платила 1 евро и 50 центи за три топки сладолед. Јане платил 2 евра и 40 центи за два колачи. Колку треба да плати Давор за една топка сладолед и еден колач?

A) 1 евро и 70 центи B) 1 евро и 90 центи C) 2 евра и 20 центи
D) 2 евра и 70 центи E) 3 евра и 90 центи

Решение. А). Ако за три топки сладолед Мирјана платила 1 евро и 50 центи, тогаш една топка е 50 центи. Ако Јане за два колачи платил 2 евра и 40 центи, тогаш цената на еден колач е 1 евро и 20 центи. Значи, за една топка сладолед и еден колач Давор ќе плати

$$1 \text{ евро и } 20 \text{ центи} + 50 \text{ центи} = 1 \text{ евро и } 70 \text{ центи.}$$

10. Ангела сака да купи три топчиња сладолед, но и недостасуваат 20 денари. Затоа купи две топчиња сладолед и ѝ преостанале 40 денари. Колку пари чини едно топче сладолед.

A) 30 ден B) 50 ден C) 60 ден D) 70 ден E) 80

Решение. C). *Прв начин.* Збирот на парите што и недостасуваат да купи три топчиња сладолед и парите кои и преостанале по купувањето на две топчиња сладолед е еднаков на цената на едно топче сладолед. Значи, едно топче сладолед чини $20 + 40 = 60$ денари.

Втор начин. Нека цената на едно топче сладолед е x . Од условот на задачата следува $3x - 20 = 2x + 40$, од каде добиваме $x = 60$. Значи, едно топче сладолед чини 60 денари.

11. Разгледај ги долните цртежи и одговори:



A) 8 денари B) 9 денари C) 10 денари
D) 11 денари E) 12 денари

Решение. D). Од првите три цртежи добиваме дека 2 јаболка, 2 банани и 2 круши заедно чинат $5 + 7 + 10 = 22$ денари. Според тоа, 1 јаболко, 1 банана и 1 круша заедно чинат $22 : 2 = 11$ денари.

12. Филип купил играчки и на продавачот му дал 150 евра. Продавачот му вратил кусур 20 евра. Тогаш Филип се премислил и заменил една од



играчките со друга. Притоа, продавачот му вратил дополнителни 5 евра. Со кои играчки Филип излегол од продавницата за играчки?

- А) кочија и авион
 В) кочија и автобус
 С) кочија и трамвај
 Д) моторцикл и трамвај
 Е) автобус, моторцикл и трамвај

Решение. А). Филип платил $150 - 20 = 130$ евра. Трите најевтини играчки чинат $40 + 48 + 52 = 140$ евра. Значи, Филип купил две играчки кои чинат 130 евра. Но, од дадените цени само $73 + 57 = 130$, што значи дека Филип прво зел кочија и трамвај. По замената на една играчка со друга продавачот на Филип му вратил 5 евра, што значи дека тој една од играчките ја заменил за играчка која чини 5 евра помалку. Единствено $57 - 52 = 5$, што значи дека Филип трамвајот го заменил за авионот. Значи, Филип од продавницата излегол со кочија и авион.

13. Елена продава цреши во книжни кеси по цена од 13 евра за голема кеса и 8 евра за мала кеса. Денес таа продала цреши точно за 79 евра. Колку вкупно кеси со цреши продала Елена?



- А) 8 В) 9 С) 10 Д) 11 Е) 12

Решение. А). Бидејќи 79 не е делив со 8 заклучуваме дека Елена продала најмалку една кеса по цена од 13 евра. Задачата ќе ја решиме со помош на табела.

13 евра	1	2	3	4	5	6
Цена	13	26	39	52	65	78
Остаток	66	53	40	27	14	1
8 евра	$8 \nmid 66$	$8 \nmid 53$	$40 = 5 \cdot 8$	$8 \nmid 27$	$8 \nmid 14$	$8 \nmid 1$

Од табелата гледаме дека единствена можност Елена да заработи 79 евра е да продаде 3 кеси од 13 евар и 5 кеси од 8 евра. Значи, таа вкупно продала $3 + 5 = 8$ кеси цреши.

14. Во три кутии десно има златни предмети со три различни форми: топчиња, правоаголни плочки и квадратни плочки. Златото во се-



која кутија вреди 40 дукати (дукат е златна монета со маса 3,5 g).

Колку дукати чини една квадратна плочка?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Решение. D). Во првата кутија има 5 топчиња, па затоа едно топче чини $40:5=8$ дукати. Во втората кутија има 2 топчиња и 2 правоаголни плочки, па затоа една правоаголна плочка чини $\frac{40-2\cdot 8}{2}=12$ дукати. Во третата кутија има 1 топче, 1 правоаголна плчка и 5 квадратни плочки, па затоа една квадратна плочка чини $\frac{40-8-12}{5}=4$ дукати.

15. Пабло, Филип и Матео купиле по неколку исти сладоледи и исти шишиња со вода. Филип платил 21 евра за 3 сладоледи и 6 шишиња вода, а Пабло платил 16 евра за 2 сладоледи и 5 шишиња вода. Колку евра Платил Матео за 2 сладоледа и 2 шишиња вода?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Решение. D). Филип за 3 сладоледи и 6 шишња вода плати 21 евра. Но, 1 сладолед и 2 шишиња вода чинат три пати помалку, па затоа чинат $21:3=7$ евра. Сега, 2 сладоледа и 4 шишња вода чинат два пати повеќе, односно чинат $2\cdot 7=14$ евра. Но, за 2 сладоледа и 5 шишиња вода Пабло платил 16 евра, па затоа 1 шише вода чини $16-14=2$

евра. Сега 1 сладолед чини $7 - 2 \cdot 2 = 3$ евра. Конечно, Матео за 2 сладоледа и 2 шишиња вода платил $2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 10$ евра.

16. Велимир во џебот има 13 монети од по 5 или 10 денари. Која од дадените суми денари не може да ја има Велимир?

A) 80 B) 60 C) 70 D) 115 E) 125

Решение. В). Бидејќи $13 \cdot 5 = 65 > 60$ Велимир сигурно не може да има 60 денари. За другите суми е можно, бидејќи

$$10 \cdot 5 + 3 \cdot 10 = 80, \quad 12 \cdot 5 + 1 \cdot 10 = 70,$$

$$3 \cdot 5 + 10 \cdot 10 = 115, \quad 1 \cdot 5 + 12 \cdot 10 = 125.$$

17. Секоја вечер кралскиот јасновидец претскажувал дали следниот ден ќе врне или нема да врне дожд. Ако погоди, кралот му дава 4 златници, а ако не погоди, кралот го казнува со 3 златници. Се покажало дека по 35 дена јасновидецот ниту загубил, ниту заработил. Колку пати во тие 35 дена јасновидецот погодил дека ќе врне дожд?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Решение. D). Ако јасновидецот x пати погодил дека ќе врне дожд, тогаш $35 - x$ пати погодил дека нема да врне дожд. Според условот на задачата колку златници што добил од кралот, толку златници бил казнет од кралот. Затоа $4x = 3(35 - x)$, па затоа $4x = 105 - 3x$, односно $x = 15$. Значи, јасновидецот 15 пати погодил дека ќе врне дожд.

18. Ана и Бојан отишле на пазар. Ана купила 2 лубеници, а Бојан купил 3 лубеници, по цени, прикажани на табелата десно. Колку пари ќе заштедат ако ги здружат парите и заедно купат 5 лубеници?

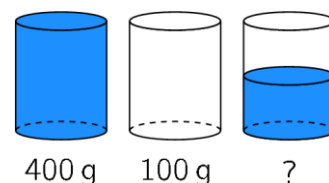
1 лубеница	3 евра
2 лубеници	5 евра
3 лубеници	8 евра
Над 3 лубеници по 2 евра за секоја дополнителна лубеница	

A) 1 евро B) 2 евра C) 3 евра D) 4 евра E) 5 евра

Решение. А). За купените 5 лубеници Ана и Бојан потрошиле $5 + 8 = 13$ евра. Но, ако заедно купат 5 лубеници, тие ќе платат 8 евра за 3 лубеници и $2 \cdot 2 = 4$ евра за 2 лубеници. Значи, ќе плата $8 + 4 = 12$ евра и ќе заштедат $13 - 12 = 1$ евро.

4. МЕРИМЕ И СПОРЕДУВАМЕ МАСИ

1. Полна чаша со вода има маса 400 грама, а празна чаша има маса 100 грама (цртеж десно). Колкава маса има чаша која е до половина полна со вода?

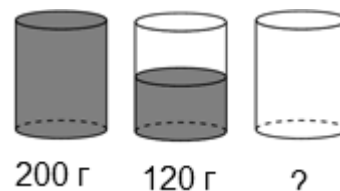


A) 150 g B) 200 g C) 225 g D) 250 g E) 300 g

Решение. D). *Прв начин.* Полна и празна чаша имаат вкупна маса $400 + 100 = 500 \text{ g}$. Според тоа, масата на до половина полна чаша е $500 : 2 = 250 \text{ g}$.

Втор начин. Масата на водата во полната чаша е $400 - 100 = 300 \text{ g}$. Масата на водата во до половина полна чаша е $300 : 2 = 150 \text{ g}$. Според тоа, масата на до половина полна чаша е $150 + 100 = 250 \text{ g}$.

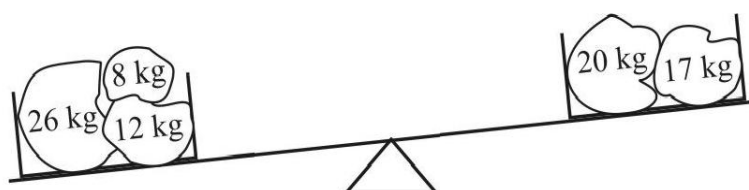
2. Полна чаша има маса 200 грама. Кога чашата е наполнета до половина таа има маса 120 грама. Колку е масата на празна чаша?



A) 40 B) 50 C) 60 D) 80 E) 100

Решение. A). Масата на половината вода е $200 - 120 = 80 \text{ g}$. Според тоа, масата на празната чаша е $120 - 80 = 40 \text{ g}$.

3. На двата таса на вагата Доротеј ставил по неколку вреќи компири.



Која вреќа со компири треба да ја стави на вагата за да на двете страни има еднакви маси?



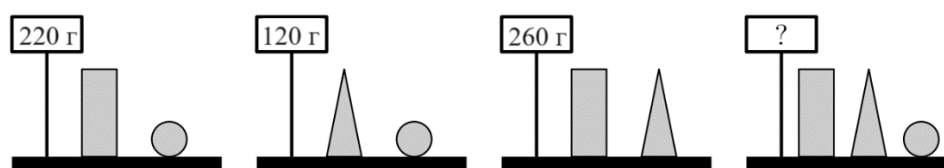
Решение. Е). На левата страна на вагата има $26 + 12 + 8 = 46 \text{ kg}$, а на десната страна има $20 + 17 = 37 \text{ kg}$ компири. За да на двете страни има еднакви маси, треба да се стави вреќата од $46 - 37 = 9 \text{ kg}$.

4. Мечката Мецана има грне кое собира 30 килограми мед. Во грнето имало 26 килограми мед. Мецана и нејзините гости изеле 17 килограми од медот во грнето. Колку килограми мед треба да тури Мецана во грнето, за да го наполни?

A) 18 B) 20 C) 21 D) 24 E) 26

Решение. С). Во грнето останале $26 - 17 = 9$ килограми мед. Значи, за да го дополни Мецана треба да тури $30 - 9 = 21$ килограм мед.

5. На првите три цртежи се дадени масите на паровите фигури изразени во грамови.

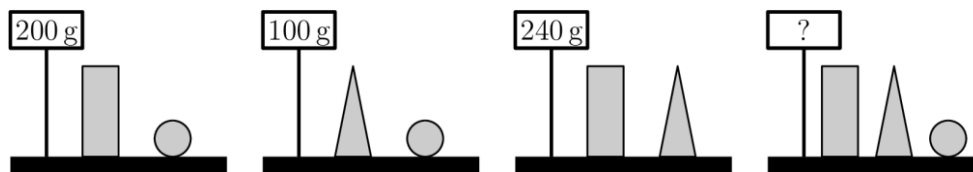


Колку е масата на трите фигури, т.е. кој број треба да стои на местото на прашалникот?

A) 300 g B) 310 g C) 320 g D) 330 g E) 340 g

Решение. А). Вкупната маса на фигурите кои се прикажани на првите три цртежи е еднаква на $220 + 120 + 260 = 600 \text{ g}$. Меѓу нив има по две фигури од секој вид, па затоа на местото на прашалникот треба да стои $600 : 2 = 300 \text{ g}$

6. Лена мерела три вида блокови. Таа мерела по два различни вида блокови и ги добила масите прикажани на долните цртежи.

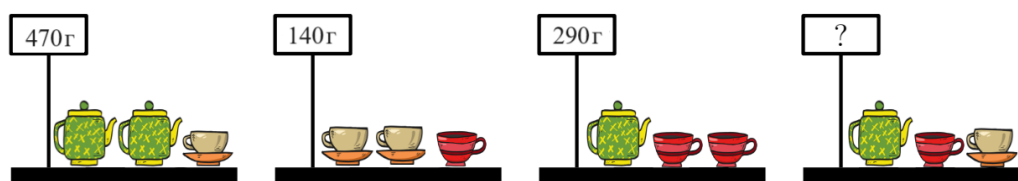


Колкава е масата на сите три блока?

- A) 270 g B) 280 g C) 290 g D) 300 g E) 310 g

Решение. A). Во трите мерења секој од блоковите се појавува по два пати. Затоа збирот на измедрените маси е двапати поголем од масата на трите блока заедно. Според тоа, масата на трите блока заедно е $(200 + 100 + 240) : 2 = 270 \text{ g}$.

7. Лејла измерила неколку исти чајници и по неколку од двата вида филцани за кафе. Резултати од првите три мерења се дадени на долните цртежи. Кокава е масата која ја добила при четвртото мерење?



- A) 250 g B) 280 g C) 300 g D) 330 g E) 450 g

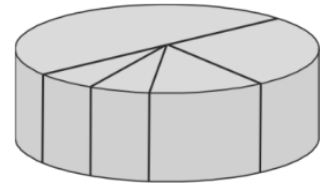
Решение. C). Во првите три мерења таа измерила 3 чајници и по 3 филцани од двата вида и добила маса $470 + 140 + 290 = 900 \text{ g}$. Сега, 1 чајник и по еден од двата вида филцани имаат три пати помала маса, па затоа при четвртото мерење таа добила $900 : 3 = 300 \text{ g}$.

8. Компир, морков и краставица заедно имаат маса 800 грама. Масата на морковот и краставицата е 595 грама, а масата на компирот и морковот е 405 грама. Колкава е масата на морковот?

- A) 100 B) 190 C) 200 D) 205 E) 395

Решение. С). Во збирот $595 + 405 = 1000$ се собрани масите на компирот, краставицата и на два моркови. Значи, масата на еден морков е $1000 - 800 = 200$ грама.

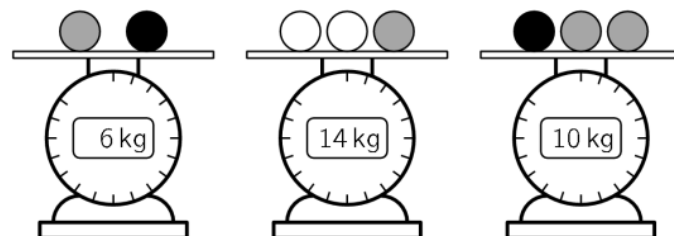
9. Мама ја подели роденденската торта на две половини, потоа ја подели едната половина на два еднакви дела, секој од тие делови на два помали дела и на крајот го подели едниот од овие делови на две половини. Секое од најмалите парчиња има маса 50 g . Колку е масата на целата торта?



- A) 300 g B) 400 g C) 600 g D) 800 g E) 1000 g

Решение. D). Имаме четири делења на тортата и по четвртото делење најмалото парче има маса 50 g . Значи, по третото делење најмалото парче има маса $2 \cdot 50 = 100\text{ g}$. По второто делење најмалото парче има маса $2 \cdot 100 = 200\text{ g}$. По првото делење добиените парчиња имаат маса $2 \cdot 200 = 400\text{ g}$, што значи дека целата торта има маса $2 \cdot 400 = 800\text{ g}$.

10. Рајна има топките со три различни бои. Топките со иста боја имаат иста маса. Таа направила три мерења. Колкава е масата на една бела топка ○?

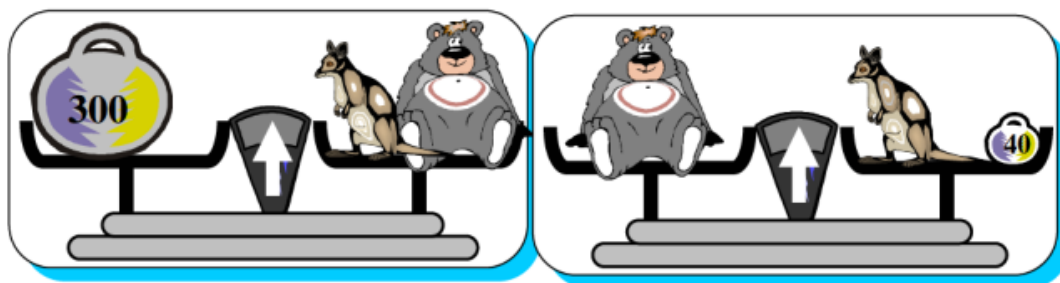


- A) 3 kg B) 4 kg C) 5 kg D) 6 kg E) 7 kg

Решение. C). На првата вага има сива и црна топка, а на третата вага има една сива топка повеќе. Според тоа, масата на една сива топка е $10 - 6 = 4\text{ kg}$. Сега, од втората вага заклучуваме дека масата на две

бели топки е $14 - 4 = 10 \text{ kg}$, па затоа масата на една бела топка е $10 : 2 = 5 \text{ kg}$.

11. Колку килограми има кенгурот ако заедно со мечката има 300 kg и има 40 kg помалку од мечката?



- A) 150 B) 130 C) 260 D) 174 E) 184

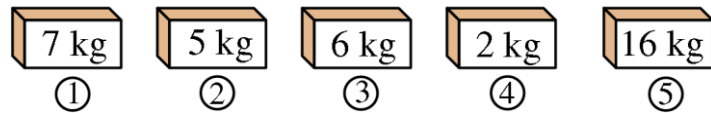
Решение. D). Ако кенгурот има a килограми, тогаш мечката има $a + 40$ килограми. Затоа $a + a + 40 = 300$, од каде добиваме $2a = 260$ односно $a = 130 \text{ kg}$.

12. Две свињи, бела и црна, заедно имаат 320 kg . Масата на црната свиња е 32 kg поголема од масата на белата свиња. Колкава е масата на белата свиња?

- A) 128 kg B) 144 kg C) 160 kg D) 176 kg E) 192 kg

Решение. B). Ако од вкупната масата одземеме колку е поголема масата на црната од масата на белата свиња, добиваме два пати поголема маса од масата на белата свиња. Значи, масата на белата свиња е $(320 - 32) : 2 = 288 : 2 = 144 \text{ kg}$.

13. Секоја од петте кутии содржи само јаболки или само банани. Вкупната маса на кутиите со банани е трипати поголема од вкупната маса на кутиите со јаболки. Кои од кутиите содржат јаболки?

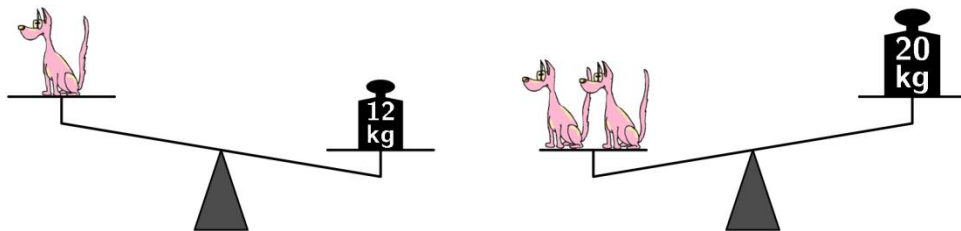


- A) 1 и 2 B) 2 и 3 C) 2 и 4 D) 3 и 4 E) 1 и 4

Решение. Е). Вкупната маса на сите кутии е $7 + 5 + 6 + 2 + 16 = 36 \text{ kg}$.

Бидејќи вкупната маса на кутиите со банани е трипати поголема од вкупната маса на кутиите со јаболки, заклучуваме дека вкупната маса на сите кутии и четири пати поголема од вкупната маса на кутиите со јаболки. Значи, вкупната маса на кутиите со јаболки е $36 : 4 = 9 \text{ kg}$. Сега, бидејќи $7 + 2 = 9 \text{ kg}$ заклучуваме дека јаболките се во кутиите 1 и 4.

14. Кучињата на долните ваги имаат еднакви маси. Масата на едно куче е природен број. Колкава е масата на едно куче?



- A) 7 kg B) 8 kg C) 9 kg D) 10 kg E) 11 kg

Решение. Е). Од левата вага заклучуваме дека масата на едно куче е помала од 12 kg. Од десната вага заклучуваме дека масата на едно куче е поголема од $20 : 2 = 10 \text{ kg}$. Но, масите на кучињата се природен број, па затоа единствена можност е масата на едно куче да е 11 kg.

15. Кога коалата Коко не спие, таа јаде 50 грама листови за еден час. Вчера, тој спиел 20 часа. Колку грама листови изел Коко вчера?

- A) 0 B) 50 C) 100 D) 200 E) 400

Решение. D). Коко не спиел $24 - 20 = 4$ часа. Тоа значи дека изел $4 \cdot 50 = 200$ грама листови.

16. Кои два тега треба да ги заменат местата, за да вагата биде во рамнотежа?

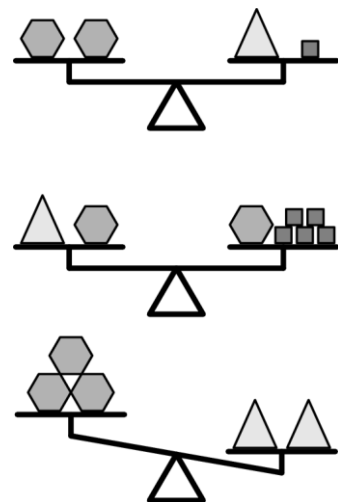
A) 2 и 8 B) 4 и 9 C) 4 и 8
D) 8 и 3 E) 1 и 5



Решение. B). На левата страна имаме маса $1 + 2 + 4 + 8 = 15$, а на десната страна имаме маса $3 + 5 + 8 + 9 = 25$. Разликата во масите е $25 - 15 = 10$, па затоа местата треба да ги заменат два тега чија разлика во масите е $10 : 2 = 5$, при што масата на левата страна ќе се зголеми за 5, а на десната страна ќе се намали за 5. Јасно, тоа е можно само со теговите со маси 4 и 9.

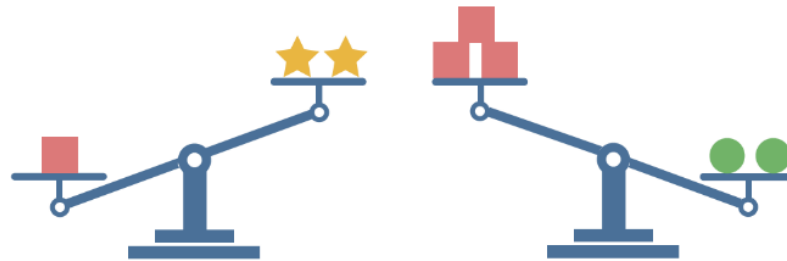
17. Пабло на три ваги без тегови поставил 3 различни фигури: шестаголници , квадрати  и триаголници  (цртежи десно). Што треба Пабло да постави на левата страна на третата вага за да оваа вага биде во рамно-тежа?

A) 1  B) 2  C) 1 
D) 1  E) 2 



Решение. A). Од двата таса на средната вага ги отстрануваме шестаголниците и добиваме дека 1 триаголник има маса колку 5 квадрати. Сега од горната вага заклучуваме дека два шестаголници имаат маса колку 6 квадрати, што значи дека еден шестаголник има маса колку $6 : 2 = 3$ квадрати. На долната вага лево имаме 3 шестаголници кои имаат маса колку $3 \cdot 3 = 9$ квадрати, а на десната страна имаме 2 триаголници кои имаат маса колку $2 \cdot 5 = 10$ квадрати. Значи, на тасот на левата страна треба да поставиме 1 квадрат, по што вагата ќе биде во рамнотежа.

18. На вагите прикажани на долните цртежи сите коцки се со една иста маса, сите топчиња се со една иста маса и сите ѕвездички се со една иста маса. Масите на една ѕвездичка, едно топче и една коцка се различни и се еднакви на некоја од масите 1, 2, 3, 4 или 5kg . Колку е масата на една коцка?



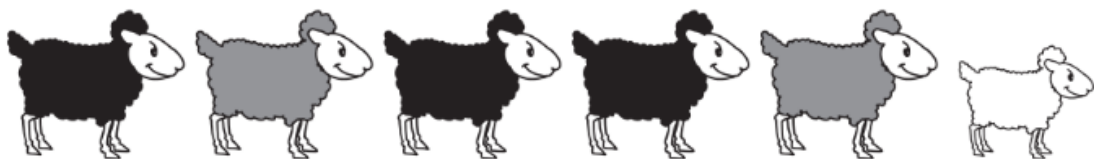
- A) 1kg B) 2kg C) 3kg D) 4kg E) 5kg

Решение. C). Масата на една ѕвездичка е помала од 2kg , бидејќи во спротивно масата на коцката мора да е 5kg , па затоа две топчиња треба да имаат маса поголема од 15kg , што не е можно.

Значи, масата на една коцка е поголема или еднаква на 3kg . Ако масата на коцката е поголема од 3kg , тогаш две топчиња треба да имаат маса поголема од 12kg , што не е можно. Значи, масата на една коцка е 3kg .

Забелешка. Од горните разгледувања следува дека масата на една ѕвездичка е 1kg , на една коцка е 3kg и на една точка е 5kg .

19. Рампо дал вкупно 210 грама трици на 6 овци. На најмалата овца тој и дал двапати повеќе трици отколку на секоја од другите пет овци. Колку грама трици добила најмалата овца?



- A) 55 g B) 60 g C) 65 g D) 70 g E) 75 g

Решение. В). Ако секоја од другите пет овци добила a g трици, тогаш најмалата овца добила $2a$ g трици. Значи, $2a + 5a = 210$, од каде добиваме $a = 30$ g. Конечно, најмалата овца добила $2 \cdot 30 = 60$ g трици.

20. Кенгурот Скокалко забележал дека секоја зима се zdeбелува 5 kg, а секое лето слабее 4 kg. Неговата маса не се менува во пролет и во есен. Пролетта 2008. година тој имал 100 kg. Колкава била неговата маса на почетокот на есента 2004. година?

A) 92 kg B) 93 kg C) 94 kg D) 96 kg E) 98 kg

Решение. А). Во пролетта 2008-та и на крајот од зимата 2008-та година Скокалко имал 100 kg. На почетокот на есента 2007-та, т.е. на крајот на летото 2007-та тој имал 5 kg помалку, односно 95 kg. Сега, бидејќи од почетокот на есента на тековната година до почетокот на есента претходната година Скокалко се zdeбелува $5 - 4 = 1$ kg, тој на почетокот на есента 2004-тата година, т.е. три години пред тоа имал $95 - 3 = 92$ kg.

21. Филип има пет играчки кои имаат различна маса, како што е прикажано на цртежот десно. Тој ги ставил играчките во две кутии, така што масите на играчките во двете кутии биле еднакви. Кои од дадените парови играчки не се во иста кутија?



22



23



34



25



36

A) и

B) и

C) и

D) и

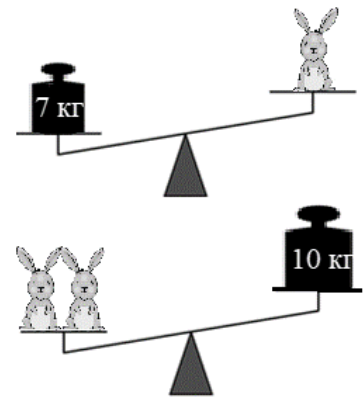
E) и

Решение. Е). Вкупната маса на играчките е

$$22 + 23 + 34 + 25 + 36 = 140.$$

Значи, масата на играчките во секоја од кутиите е $140 : 2 = 70$. Тоа значи дека хеликоптерот и авионот кои имаат маси 34 и 36, соодветно, се во иста кутија. Конечно, балонот и авионот не се во иста кутија, т.е. одговорот е Е.

22. Зајациите на цртежите десно имаат еднакви маси, кои се изразени со цел број килограми. При мерењето се употребени тегови од 7 kg и 10 kg. Колку е масата изразена во килограми на еден зајак?



А) 4 В) 5 С) 6 Д) 7 Е) 10

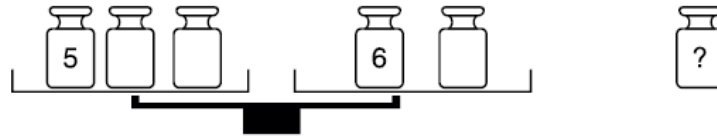
Решение. С). Ако масата на еден зајак е a kg, тогаш од цртежите следува дека $a < 7$ и $2a > 10$. Според тоа, $5 < a < 7$ и како масата на зајакот и цел број килограми заклучуваме дека $a = 6$.

23. Дамјан има мали, средни и големи топчиња. Тој констатирал дека 9 мали и 3 средни топчиња имаат маса колку 5 големи, а 1 средно и 1 големо топче има маса колку 5 мали. Колку мали топчиња имаат маса колку 5 големи топчиња?

А) 10 В) 15 С) 20 Д) 25 Е) 30

Решение. В). Бидејќи 1 средно и 1 големо топче имаат маса колку 5 мали, заклучуваме дека 5 средни и 5 големи топчиња имаат маса колку 25 мали топчиња. Но, 5 големи имаат маса колку 9 мали и 3 средни топчиња, па затоа 9 мали и $5 + 3 = 8$ средни топчиња имаат маса колку 25 мали топчиња. Според тоа, 8 средни топчиња имаат маса колку 16 мали топчиња, па затоа 1 средно топче има маса колку 2 мали топчиња. Конечно, 5 големи топчиња имаат маса колку $9 + 3 \cdot 2 = 15$ мали топчиња.

24. Калина има 6 тегови со маси 1 kg , 2 kg , 3 kg , 4 kg , 5 kg и 6 kg . Пет од дадените тегови ги поставила на вагата како што е прикажано на цртежот, при што вагата е во рамнотежа. Кој тег не е ставен на вагата?



- A) 1 kg B) 2 kg C) 3 kg D) 4 kg E) Не може да се определи

Решение. А). *Прв начин.* На вагата се ставени теговите од 5 kg и 6 kg , па преостануваат теговите од 1 kg , 2 kg , 3 kg , 4 kg . Збирот на масите на двата тег на левиот тас треба да е 1 kg поголем од масата на тегот на левиот тас. Тоа е можно само ако на левиот тас се теговите од 2 kg и 3 kg , а на десниот тас е тегот од 4 kg . Значи на вагата не е поставен тегот од 1 kg .

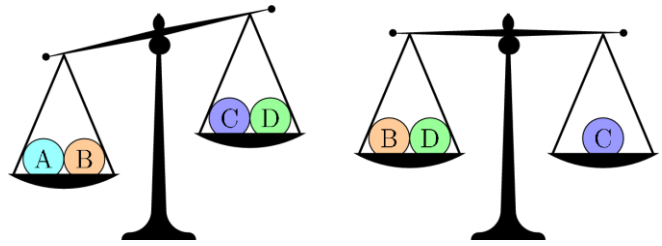
Втор начин. Збирот на масите на сите тегови е

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21\text{ kg}.$$

Бидејќи вагата е во рамнотежа, збирот на масите на теговите кои се поставени на вагата мора да е парен број. Значи, на вагата не е поставен тег чија маса е непарен број. Бидејќи тегот од 5 kg е поставен на вагата, имаме две можности:

- на вагата не е поставен тегот со маса од 1 kg , што е можно ако десно се постави тегот од 4 kg , а лево теговите 2 kg и 3 kg ,
- на вагата не е поставен тегот од 3 kg , што не е можно бидејќи тогаш вкупната маса на поставените тегови на секој тас треба да биде $(21 - 3) : 2 = 9\text{ kg}$, а меѓу теговите од 1 kg , 2 kg , 4 kg не постои тег чија маса собрана со 6 kg дава 9 kg .

25. Цане има четири топки кои тежат 10 g , 20 g , 30 g и 40 g . Тој два пати ставил топки на вага со тасови и ги добил состојбите при-



кажани на цртежот десно. Која топка тежи 30 g ?

- A) A B) B C) C D) D E) може да е A или B

Решение. C). Заради рсмотежата на десната вага топчето C може да има маса 30 g и 40 g , бидејќи само 30 и 40 може да се запишат како збир на два помали броја ($30 = 10 + 20$ и $40 = 10 + 30$).

Нека претпоставиме дека C има маса 40 g . Тогаш топчињаата B и D имаат маси 10 g и 30 g , а топчето A има маса 20 g .

а) Нека масата на B е 30 g , а масата на D е 10 g . Тогаш збирот на масите на A и B е 50 g и збирот на масите на C и D е 50 g , што не е можно заради левата вага.

б) Нека масата на B е 10 g , а масата на D е 30 g . Тогаш збирот на масите на A и B е 30 g , а збирот на масите на C и D е 70 g , што не е можно заради левата вага.

Нека претпоставиме дека C има маса 30 g . Тогаш топчињаата B и D имаат маси 10 g и 20 g , а топчето A има маса 40 g .

а) Нека масата на B е 20 g , а масата на D е 10 g . Тогаш збирот на масите на A и B е 60 g и збирот на масите на C и D е 40 g , што соодветствува на положбата на левата вага.

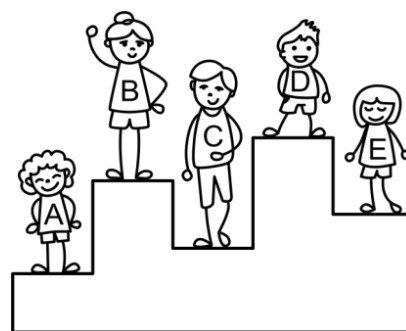
б) Нека масата на B е 10 g , а масата на D е 20 g . Тогаш збирот на масите на A и B е 50 g и збирот на масите на C и D е 50 g , што не е можно заради левата вага.

Според тоа, масата на A е 40 g , масата на B е 20 g , масата на C е 30 g и масата на D 10 g .

5. МЕРИМЕ И СПОРЕДУВАМЕ ДОЛЖИНИ

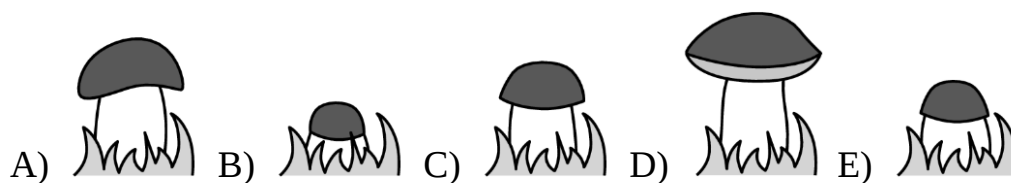
1. На колку повисоко скалило се наоѓа тркачот на цртежот десно, толку подобар резултат има потигнато. Кој пристигнал трет на целта?

A) A B) B C) C D) D E) E

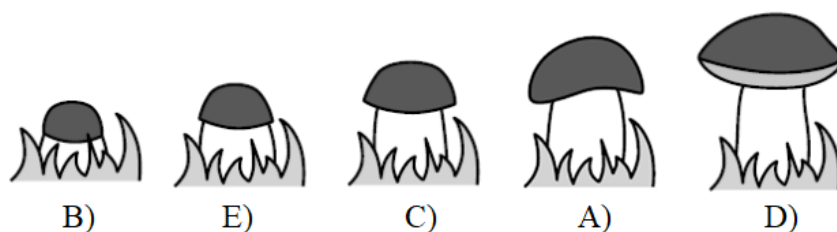


Решение. E). Подредувањето на децата според височината на постоњето на кое се наоѓаат е D, B, E, C, A. Според тоа, трето на целта стигнало детето E.

2. Една печурка расте секој ден. Маја ја фотографирала печурката секој ден од понеделник до петок. Која од следниве фотографии е направена во вторник?



Решение. E). Ако ги подредиме печурките на фотографиите по големина почнувајќи од најмалата, добиваме



Втората фотографија во низата е направена во вторник, а тоа е фотографијата E).

3. Секогаш кога вилењакот Вили ќе изеде волшебна смоква, ушите му растат по 5 сантиметри, а секогаш кога ќе изеде волшебна урма, ушите му се намалуваат по 3 сантиметри. Вили изел 6 волшебни смок-

ви. Колку волшебни урми треба да изеде, за да ушите имаат иста должина како пред јадењето на смоквите?

- A) 3 B) 5 C) 10 D) 15 E) 30

Решение. C). Откако изел 6 волшебни смокви ушите на Вили му пораснале $6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}$. Значи, за да ушите на Вили имаат иста должина како пред јадењето на смоквите тој треба да изеде $30 : 3 = 10$ волшебни урми.

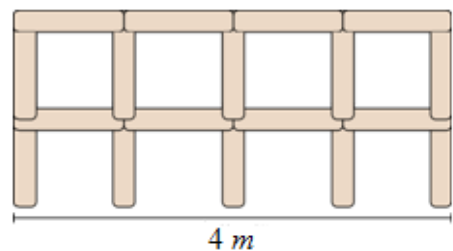
4. Кога Пинокио ќе изговори лага, неговиот нос расте 6 cm , а кога ќе изговори вистина се намалува 2 cm . Во еден момент носот на Пинокио бил дол 9 cm , по што тој трипати излагал и двапати изговорил вистинити реченици. Колку бил долг носот на Пинокио потоа?

- A) 14 cm B) 15 cm C) 19 cm D) 23 cm E) 31 cm

Решение. D). На крајот носот на Пинокио бил долг

$$9 + 3 \cdot 6 - 2 \cdot 2 = 9 + 18 - 4 = 23 \text{ cm}.$$

5. Филип гради ограда користејќи штици од облик  со должина од 1 метар. На цртежот е прикажана ограда со должина 4 метри. Колки штици му се потребни на Филип за да изгради ограда со должина 10 метри?



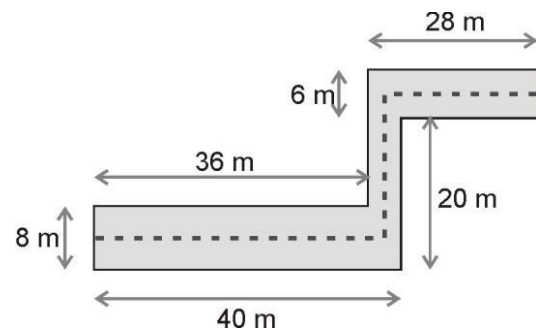
- A) 22 B) 30 C) 33 D) 40 E) 42

Решение. E). *Прв начин.* За првиот метар од оградата се потребни 6 штици, а потоа за секој следен метар се потребни уште по 4 штици. Според тоа, на Филип за 10 метри ограда вкупно му се потребни $6 + 9 \cdot 4 = 42$ штици.

Втор начин. При изработка на 10 метри ограда имаме два хоризонтални реда при што во секој ред има по 10 штици и 11 вертикални реда при што во секој ред има по 2 штици. Тоа значи дека се по-ребни $2 \cdot 10 + 11 \cdot 2 = 42$ штици.

6. Еден ходник има димензии како на цртежот десно. Мачка се движи по непрекинатите линии кои се наоѓаат на средината на ходникот. Колку метри ќе изоди мачката?

A) 63 B) 68 C) 69
D) 71 E) 83



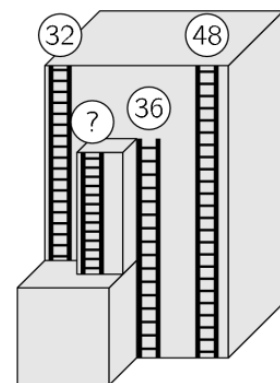
Решение. Е). Во најширокиот дел ходникот е широк 8 m , во најтесниот дел е широк 4 m , а во преостанатиот дел е широк 6 m . Во најширокиот дел мачката изодела $40 - 4 : 2 = 40 - 2 = 38\text{ m}$. Во најтесниот дел мачката изодела $(20 + 6) - 8 : 2 - 6 : 2 = 26 - 4 - 3 = 19\text{ m}$. Во преостанатиот дел мачката изодела $28 - 4 : 2 = 28 - 2 = 26\text{ m}$. Конечно, мачката изодела $38 + 19 + 26 = 83\text{ m}$.

7. На една висока зграда се поставени четири противпожарни скали (цртеж десно). Височините на три од тие скали се прикажани на нивните врвови. Колку е висока најкратката скала?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 22

Решение. Д). *Прв начин.* Разликата на височините на највисоката скала и првата скала од лево е

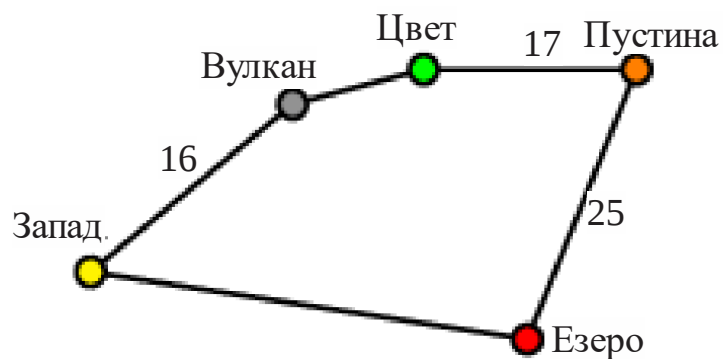
$48 - 32 = 16$ и оваа висчина е еднаква на височината на делот од зградата на кој се наоѓа најкратката скала. Покрај овој најнизок дел на



зградата се наоѓа скала со височина 36, која на врвот е на исто рамниште со најкратката скала. Значи, височината на најкратката скала е $36 - 16 = 20$.

Втор начин. Разликата на височините на двете најдолги скали е $48 - 36 = 12$. Оваа разлика е днаква на разликата на височините на двете преостанати скали, па затоа височината на најкратката скала е $32 - 12 = 20$.

8. Капетанот Климе испловил од островот наречен Запад, ги посетил по еднаш островите прикажани на картата десно и се вратил на островот Запад. Тој

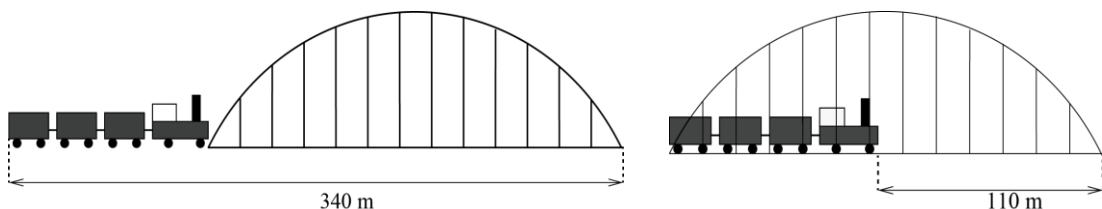


поминал пат долг 100 km . Растојанието од островот Пустина до островот Езеро е еднакво со растојанието од островот Запад, преку островот Вулкан, до островот Цвет. Колкаво е растојанието меѓу островите Запад и Езеро?

- A) 17 km B) 23 km C) 26 km D) 33 km E) 35 km

Решение. D). Според условот на задачата растојанието меѓу островите Вулкан и Цвет е еднакво на $25 - 16 = 9 \text{ km}$. Значи, растојанието меѓу островите Запад и Езеро е $100 - (16 + 9 + 17 + 25) = 33 \text{ km}$.

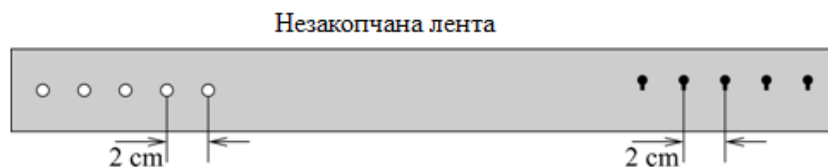
9. На долните цртежи се прикажани воз и мост. Колку е долг возот?



- A) 55 m B) 115 m C) 170 m D) 220 m E) 230 m

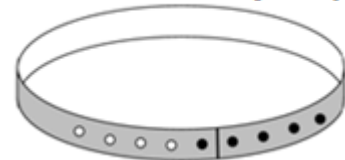
Решение. В). Нека со x ја означиме должината на возот. Тогаш од сликата десно следува дека должината на мостот е $340 - x$, а од сликата лево следува дека должината на мостот е $x + 110$. Значи, $x + 110 = 340 - x$, од каде добиваме $2x = 230$, односно $x = 115$ m. Значи, возот е долг 115 m.

10. На долните цртежи се прикажани незакопчана лента и истата таа лента закопчана на една дупка.



Колкава е разликата на должината на лентата кога таа е закопчана на една дупка и кога лентата е закопчана на сите 5 дупки?

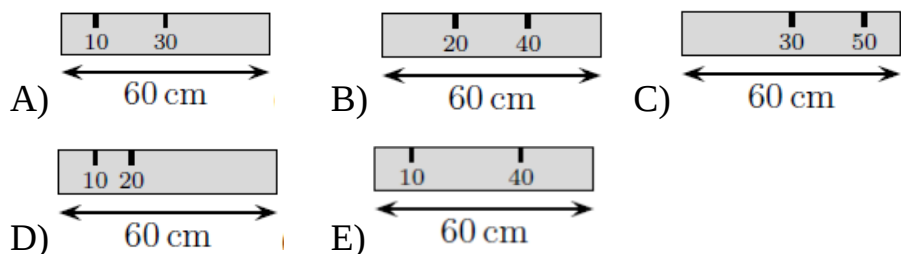
Лента закопчана на првата дупка



- A) 4 cm B) 8 cm C) 10 cm
D) 16 cm E) 20 cm

Решение. В). Лентата закопчана на сите пет дупки е пократка од лентата закопчана на првата дупка за должина од 4 растојанија меѓу две соседни дупки. Бидејќи должината на растојанието меѓу две соседни дупки е 2 cm, добиваме дека лентата закопчана на првата дупка е подолга за 8 cm од лентата закопчана на сите 5 дупки.

11. Матео има линијар со должина од 60 cm. За жал некои ознаки на линијарот се избришани. Сепак, Матео само со едно мерење со линијарот може да измери должини од 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm, 50 cm и 60 cm. На кој цртеж е прикажан линијарот на Матео?



Решение. Е). Со линијарот А) не може да се измери должина од 40 cm. Со линијарот В) не може да се измерат должини од 10 cm, 30 cm и 50 cm.

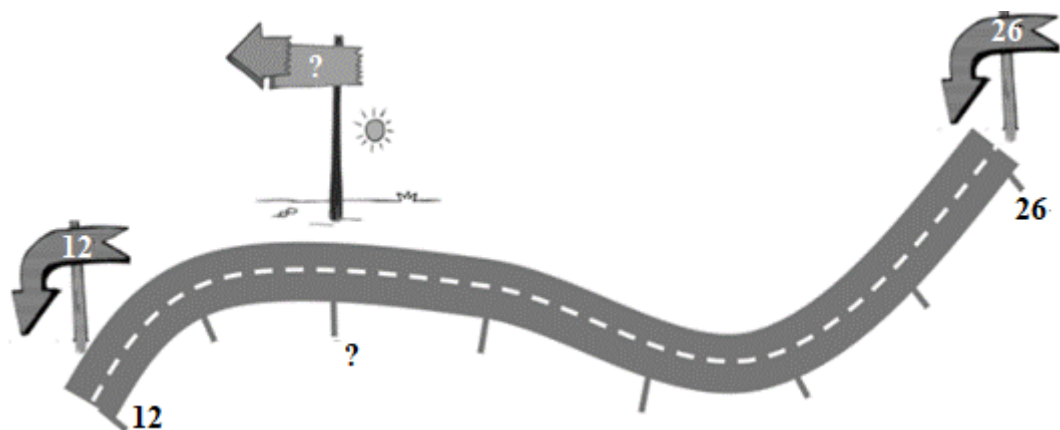
Со линијарот С) не може да се измери должина од 40 cm.

Со линијарот D) не може да се измери должина од 30 cm.

Имаме,

10 cm, 40 cm, 60 cm, $60 - 40 = 20$ cm, $40 - 10 = 30$ cm и $60 - 10 = 50$ cm, што значи дека со линијарот Е) може да се измерат сите должини.

12. На картата е прикажан дел од пат меѓу два града. На патот на еднакви растојанија се поставени знаци кои го покажуваат растојанието до едниот од градовите. На картата се гледаат знаците кои покажуваат 26 и 12 километри. Кој број треба да е запишана на местото на прашалникот?

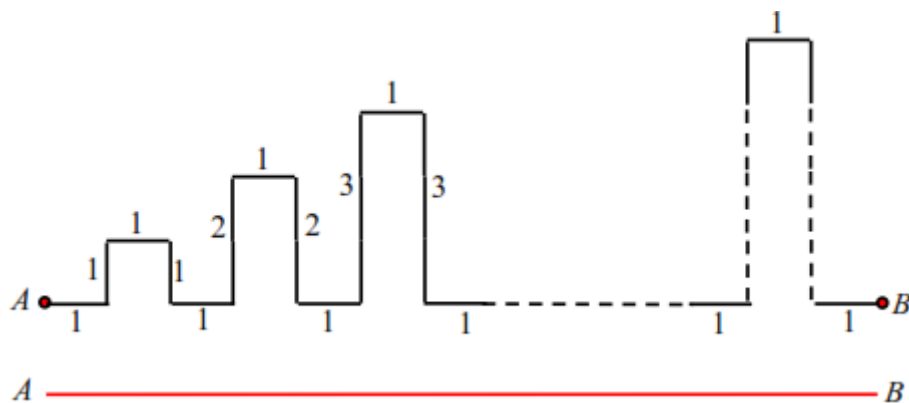


- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 19

Решение. D). Според податоците од картата растојанието од $26 - 12 = 14$ km километри е поделено на 7 еднакви дела. Значи, еден

дел има должина $14:7 = 2 \text{ km}$. Знакот на кој е прашаникот е на две еднакви растојанија пред знакот на кој е бројот 12, па затоа на местото на прашалникот треба да е бројот $12 + 2 \cdot 2 = 16$.

13. Од A до B едниот е прав хоризонтален пат, а другиот е составен од хоризонтални и вертикални делови. Хоризонталните делови на вториот пат се отсечки со должина 1 cm , а вертикалниот дел се парови линии, при што линиите на првиот пар се со должина 1 cm , на вториот пар линиите се со должина 2 cm , на третиот пар линиите се со должина 3 cm и линиите на секој следен пар се со должина поголема за 1 cm од линиите на претходниот пар. Колку парови вертикални линии има вториот пат, ако должината на првиот пат е 13 cm , а на вториот пат е 55 cm :



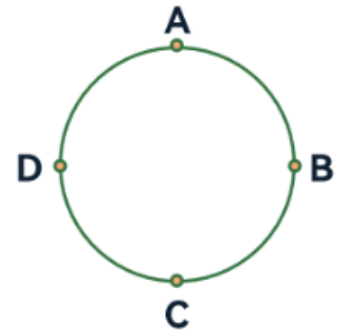
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Решение. C). Разликата во патиштата е $55 - 13 = 42 \text{ cm}$. Оваа должина е еднаква на вкупната должина на вертикалните линии на вториот пат. Затоа ако од вториот пат земеме по една линија, тогаш нивната вкупна должина ќе биде $42:2 = 21 \text{ cm}$. Сега, бидејќи должините на вертикалните линии последователно се $1 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 3 \text{ cm}, \dots$ и

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

заклучуваме дека вториот пат има 6 парови вертикални линии.

14. Климе и Дима тргнуваат истовремено од точката А и трчаат по кружна патека во спротивни насоки: Климе во насока на движењето на стрелките на часовникот, а Дима спротивно од насоката на движењето на стрелките на часовникот. Тие се среќаваат прв пат во точката В,



втор пат во точката С, трет пат во точката D и конечно четврт пат во точката А. Колку круга има направено Дима вкупно до четвртата средба?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. С). До првата средба Дима истрчала $\frac{3}{4}$ од кругот. До втората средба таа истрчала нови $\frac{3}{4}$ од кругот и исто по $\frac{3}{4}$ од кругот Дима истрчала до третата и до четвртата средба. Значи, Дима вкупно истрчала $4 \cdot \frac{3}{4} = 3$ круга.

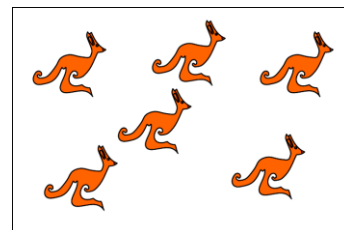
6. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

1. Баба Јана поделила 15 колачи подеднакво на тројцата свои внуци. Едниот од нив изел два од колачите кои ги добил. Колку колачи му останале?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Решение. D). Секој внук добил $15:3=5$. Кога едниот внук изел 2 колачи, му останале $5-2=3$ колачи.

2. Кога Марко ќе погледне низ прозорецот, тој гледа само половина од бројот на кенгурите во паркот (види цртеж). Колку вкупно кенгури има во паркот?



A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Решение. A). Марко гледа два пати повеќе кенгури отколку што се прикажани на цртежот. На цртежот има 6 кенгури. Значи, Марко гледа $2 \cdot 6 = 12$ кенгури.

3. Галина, Татијана и Ирина подготвиле колачи во форма на кенгурчиња и решиле да ги поделат подеднакво. Тие ставиле колачиња во своите чинии (цртеж десно), а преостанатите 15 колачиња ги ставиле на послужавникот. Колку колачиња уште треба да добие Галина?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

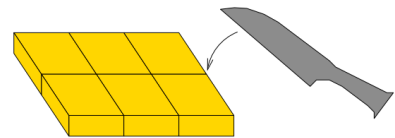
Решение. С). Вкупно имало $3 + 4 + 5 + 15 = 27$ колачиња. Значи, секое девојче требало да добие по $27 : 3 = 9$ колачиња. Галина во чинијата има 3 колачиња, па затоа таа треба да добие уште $9 - 3 = 6$ колачиња.

4. Филип има 9 листови хартија: 4 бели, 3 црни и 2 сини. Тој ги расекол на половина сите листови кои не биле црни. Потоа ги расекол на половина сите листови кои не биле бели. Колку вкупно листови добил Филип?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) повеќе од 22

Решение. D). По првото расекување Филип имал 8 бели, 3 црни и 4 сини. По второто расекување тој имал 8 бели, 6 црни и 8 сини. Значи, на крајот Филип имал $8 + 6 + 8 = 22$ листови.

5. Ако расечеме парче сирење по должина и потоа, без да ги поместуваме парчињата, двапати по ширина, ќе добиеме 6 парчиња. Колку парчиња ќе добиеме, ако сирењето го расечеме двапати по должина и потоа трипати по ширина?



A) 15 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

Решение. B). Кога сирењето ќе го расечеме двапати по должина ќе добиеме три парчиња. Сега со расекувањето трипати по ширина секое од добиените три парчиња го расекуваме на по четири дела. Значи, вкупно ќе добиеме $3 \cdot 4 = 12$ парчиња.

6. Во еден парк се наоѓаат 15 животни: крави, мачки и кенгури. Се знае дека точно 10 животни не се крави и точно 8 животни не се мачки. Колку кенгури има во паркот?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 10

Решение. В). Од условот на задачата следува дека $15 - 10 = 5$ животни се крави и $15 - 8 = 7$ животни се мачки. Според тоа, во паркот има $15 - (5 + 7) = 3$ кенгури.

7. Една коала изела листови од 3 гранки. Секоја гранка имала по 20 листови. Коалата изела неколку листови од првата гранка, а потоа изела онолку листови од втората гранка колку што останале на првата гранка. На крајот, коалата изела 2 листа од третата гранка. Колку вкупно листови останале на трите гранки?

A) 20 B) 22 C) 28 D) 32 E) 38

Решение. Е). Коалата од првите две гранки вкупно изел онолку листови колку што има на една гранка, т.е. 20 листови, по што на првите две гранки останале 20 листови. На третата гранка останале 18 листови. Значи, на гранките вкупно останале $20 + 18 = 38$ листови.

8. Мајката Илина наполнила една голема кошница со 37 јаболка. Таа на секое од своите деца им дала по еднаков број јаболка, но и останале 2 јаболка. Колку најмалку деца има Илина, ако меѓу нив има ученици од четврто и петто одделение?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Решение. D). Илина на своите деца им поделила $37 - 2 = 35$ јаболка. Бидејќи меѓу децата има ученици од четврто и петто одделение, таа има повеќе од едно дете. Илина на секое дете му дала еднаков број јаболка, па како бројот 35 како производ на два броја поголеми од 1 може да се запише на единствен начин и тоа $35 = 5 \cdot 7$, заклучуваме дека Илина може да има 5 или 7 деца. Значи, најмалиот број деца е 5 и секое од нив добило по 7 јаболка.

9. Темјана простира крпи на жицата во дворот. За три крпи таа употребила 4 штипки. Таа сака да употреби што е можно

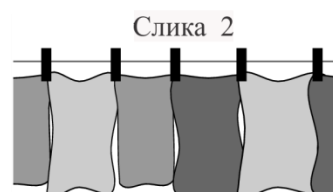


помалку штипки. Колку штипки и се потребни за да продолжувајќи на ист начин спростри 9 крпи?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

Решение. В). За секоја следна крпа на Темјана ѝ треба дополнително по една штипка. Бидејќи треба да стави уште $9 - 3 = 6$ крпи, Темјана ќе употреби $4 + 6 = 10$ штипки.

10. Емилија почнала да закачува крпи и притоа користел по две штипки за секоја крпа, како што е прикажано на сликата 1.



Таа заклучила дека нема да има доволно штипки и продолжила да ги закачува крпите како што е прикажано на сликата 2. Емилија вкупно закачила 35 крпи и искористила 58 штипки.

Колку крпи закачил Емил на начинот прикажан на слика 1?

- A) 12 B) 13 C) 21 D) 22 E) 23

Решение. D). Нека Емилја на првиот начин закачила x крпи. Тогаш на вториот начин закачила $35 - x$ крпи. Притоа за првиот начин Емилија употребила $2x$ штипки, а за вториот начин употребила $35 - x + 1 = 36 - x$ штипки. Значи, $2x + 36 - x = 58$, од каде добиваме $x = 22$.

11. Данчо во тетратката ја запишал низата букви:

АБВААББВВВАААБББВВВ

Ема ги препишала овие букви во својата тетратка, при што секоја буква А ја заменила со 2 букви Б. Потоа Зоран во својата тетратка ги препишал буквите од тетратката на Ема, при што секоја буква Б ја заменил со три букви В. Колку букви запишал Зоран во својата тетратка?

- A) 36 B) 48 C) 51 D) 60 E) 72

Решение. D). На почетокот имаме 6 букви А, 6 букви Б и 6 букви В. По пишувањето на Ема ќе имаме: 12 букви Б, 6 букви Б и 6 букви В, т.е. 18 букви Б и 6 букви В. По пишувањето на Зоран ќе имаме 54 букви В и 6 букви В, односно 60 букви В.

12. Дамјан испукал златна и сребрена ракета во исто време. Ракетите експлодирале вкупно на 20 ѕвезди. Златната ракета експлодирала на 6 ѕвезди повеќе отколку сребрената ракета. На колку ѕвезди експлодирала златната ракета?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

Решение. D). *Прв начин.* Разликата на вкупниот број ѕвезди и бројот на ѕвездите на кои повеќе експлодирала златната ракета е два пати поголема од бројот на ѕвездите на кои експлодирала сребрената ракета. Значи, сребрената ракета експлодирала на $(20 - 6) : 2 = 7$ ѕвезди. Според тоа, златната ракета експлодирала на $7 + 6 = 13$ ѕвезди.

Втор начин. Нека сребрената ракета експлодирала на x ѕвезди. Тогаш златната ракета експлодирала на $x + 6$ ѕвезди. Значи, $x + x + 6 = 20$ од каде следува $2x = 14$, т.е. $x = 7$. Конечно, златната ракета експлодирала на $x + 6 = 13$ ѕвезди.

13. Четири браќа изеле вкупно 11 колачиња. Секој од нив изел барем едно колаче и било кои двајца браќа не изеле еднаков број колачиња. Тројца од браќата изеле вкупно 9 колачиња и еден од нив изел точно 3 колачиња. Колку колачиња изел братот кој изел најмногу колачиња?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. C). Еден од браќата изел $11 - 9 = 2$ колачиња. Друг брат изел 3 колачиња, па за третиот и четвртиот брат останале $9 - 3 = 6$ колачиња. Бројот 6 како збир на два различни собирци може да се запише на два начина и тоа $2 + 4 = 6$ и $1 + 5 = 6$. Но, еден од браќата веќе изел 2 колачиња, па затоа точен е случајот $1 + 5 = 6$, т.е. третиот брат изел 1 колаче, а четвртиот брат изел најмногу колачиња, а тоа се 5.

14. Имаме десет пакетчиња со различен број на бонбони. Секое пакетче содржи најмалку 1, а најмногу 10 бонбони. Пет момчиња зеле по две пакетчиња со бонбони. Марко добил 5 бонбони, Бојан добил 7 бонбони, Никола 9, Дејан 15. Иван ги зел последните две пакетчиња. Колку бонбони добил Иван?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 17 E) 19

Решение. E). Бројот на бомбоните во десетте пакетчиња е еднаков на

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55.$$

Марко, Бојан, Никола и Дејан добиле $5 + 7 + 9 + 15 = 36$ бомбони. Значи, Иван добил $55 - 36 = 19$ бомбони.

15. Бабата на Илија направила 20 колачиња за своите внуци. Таа ги украсила со суво грозје и со лешници. Прво таа украсила 15 колачи со суво грозје а потоа 15 колачи со лешници. Кој е најмалиот број на колачи кои мора да се украсени и со лешници и со суво грозје?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

Решение. Е). Нека 15 од колачите се веќе украсени со суво грозје. Бројот на колачи кои се украсени и со лешници и со суво грозје ќе биде најмал, ако бројот на колачи кои се украсени само со лешници биде најголем. Значи, 5 од колачите кои не се веќе украсени треба да се украсат само со лешници и тогаш бројот на колачи кои ќе бидат украсени и со лешници и со суво грозје ќе биде најмал.

Според тоа, 10 од колачите кои се веќе украсени со суво грозје таа ќе ги украси и со лешници, и тоа е бараниот број.

16. Во еден сад се наоѓале бонбони. Митра зела половина од бонбоните. Потоа Никола зел половина на бонбоните кои останале во садот. Потоа Ана зела половина од преостанатите бонбони. На крајот во садот останале уште 6 бонбони. Колку бонбони имало во садот на почетокот?

- A) 12 B) 18 C) 20 D) 24 E) 48

Решение. Е). *Прв начин.* Пред да земе Ана во садот имало $2 \cdot 6 = 12$ бонбони. Пред да земе Никола во садот имало $2 \cdot 12 = 24$ бонбони. Пред да земе Митра, т.е. на почетокот во садот имало $2 \cdot 24 = 48$ бонбони.

Втор начин. Откако Митра зела половина од бонбоните во садот останале половина од бонбоните. Кога Никола зел половина од преостанатите бонбони во садот останале четвртина од бонбоните, а откако Ана зела половина од преостанатите бонбони во садот останале осмина од бонбоните. Значи, на почетокот во садот имало $8 \cdot 6 = 48$ бонбони.

17. Во играорна група имало 25 девојчиња и 19 момчиња. Секоја седмица на групата и се придружувале по 2 девојчиња и 3 момчиња. По колку седмици во групата ќе има еднаков број момчиња и девојчиња?
А) 6 В) 5 С) 4 D) 3 Е) 2

Решение. А). Во групата на почетокот имало $25 - 19 = 6$ девојчиња повеќе. Секој седмица на групата се придружувало по $3 - 2 = 1$ момче повеќе. Значи, бројот на девојчињата и момчињата ќе се изедначи за 6 седмици.

18. Во хотелот стигнале 21 гостин. За нивното сместување рецепционерот Ѓорѓи употребил 5 трикреветни соби, а преостанатите гости ги сместил во двокреветни соби. Колку двокреветни соби пополнил Ѓорѓи со гости од оваа група?
А) 1 В) 2 С) 3 D) 5 Е) 6

Решение. С). Во 5 трикреветни соби Ѓорѓи сместил $5 \cdot 3 = 15$ гости. Преостанатите $21 - 15 = 6$ гости тој ги сместил во $6 : 2 = 3$ двокреветни соби.

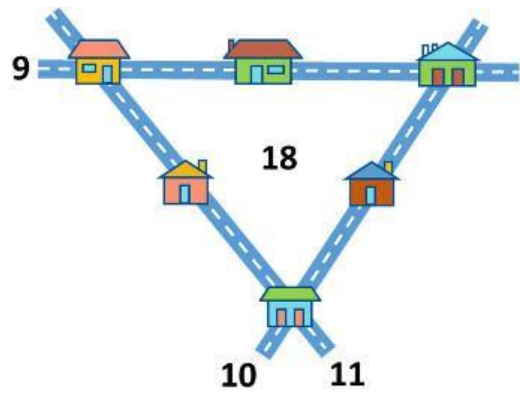
19. Играта криенка ја играат 13 деца. По некое време 9 од децата се пронајдени. Уште колку од нив се скриени?
А) 3 В) 4 С) 5 D) 9 Е) 12

Решение. А). Ако играта ја играат 13 деца, тогаш еден од нив ги бара останатите. Значи, 12 од нив се кријат. Бидејќи 9 од нив се пронајдени тогаш скриени останале $12 - 9 = 3$ деца.

20. Горјан и Андреј береле печурки. Тие заедно набрале 18 печурки. Горјан набрал двапати повеќе печурки од Анадреј. Колку печурки набрал Андреј?
А) 5 В) 6 С) 7 D) 8 Е) 10

Решение. В). Нека Андреј набрал x печурки. Тогаш Горјан набрал $2x$ печурки. Двајцата заедно набрале 18 печурки, од каде добиваме $x + 2x = 18$, односно $x = 6$. Значи, Андреј набрал 6 печурки.

21. Во едно село има 6 куќи, во кои живеат точно 18 луѓе (види цртеж). На една улица има 3 куќи во кои живеат 9 луѓе, на втората улица со 3 куќи живеат вкупно 10 луѓе и на третата улица со 3 куќи вкупно живеат 11 луѓе. Колку луѓе вкупно живеат во трите куќи кои се во темињата на триаголникот?



- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Решение. Д). Ако ги собереме жителите на сите три улици, тогаш во добиениот збир по еднаш се собрани жителите кои живеат во средните куќи и по двапати се собрани жителите кои живеат во куќите во темињата на триаголникот. Според тоа, ако од добиениот збир го одземеме вкупниот број жители во селото, добиваме

$$9 + 10 + 11 - 18 = 30 - 18 = 12$$

и тоа е бројот на луѓето кои живеат во трите куќи кои се во темињата на триаголникот.

22. На два острова живеат само птици, секоја од кои има по 2 нозе и на секоја нога има по 5 прсти. Птиците на едниот остров се 5 пати помалку од птиците на вториот остров. Ако птиците на првиот остров имаат 72 прста повеќе од нозе, колку е збирот на цифрите на бројот на птиците на вториот остров?



- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. В). Секоја птица има 8 прсти повеќе од нозе, па затоа на првиот остров има $72:8=9$ птици. Според тоа, на вториот остров има $5 \cdot 9 = 45$ птици. Конечно, збирот на цифрите на бројот на птиците на вториот остров е $4 + 5 = 9$.

23. Неколку врапчиња и ластовици застанале на жица.

Ако долетаат 5 ластовици, тогаш ластовиците ќе бидт двапати повеќе од врапчињата. Но, ако долета едно врапче, тогаш ќе има еднаков број врапчиња и ластовици. Колку врапчиња и ластовици има на жицата?



- A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 18

Решение. С). Ако на жицата има a врапчиња, тогаш од вториот услов следува дека на жицата има $a+1$ ластовица. Сега, од првиот услов добиваме дека $a+1+5=2a$. Од добиената равенка наоѓаме $a=6$. Значи, на жицата има 6 врапчиња и 7 ластовици, односно вкупно 13 врапчиња и ластовици.

24. Андреј, Бојан и Вангел јаделе палачинки. Андреј изел две палачинки повеќе од Бојан, а Бојан изел една помалку од Вангел. Од 20 палачинки на почетокот останале само 2 палачинки. Колку палачинки изел Андреј?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Решение. Д). Ако Бојан изел a палачинки, тогаш Андреј изел $a+2$, а Вангел изел $a+1$ палачинка. Тие вкупно изеле $20-2=18$ палачинки, па затоа $a+a+1+a+2=18$, од каде добиваме $3a=15$, т.е. $a=5$. Значи, Андреј изел $5+2=7$ палачинки.

25. Лена има 4 пати повеќе налепници од Стефан, а Јана има 2 пати повеќе налепници од Лена. Стефан има 56 налепници помалку од Јана. Колку налепници имаат тројцата заедно?

A) 70 B) 84 C) 96 D) 98 E) 104

Решение. Е). Нека Стефан има a налепници. Тогаш Лена има $4a$ налепници, а Јана има $2 \cdot 4a = 8a$ налепници. Но Стефан има 56 налепници помалку од Јана, па затоа $8a = a + 56$, од каде добиваме $a = 8$. Значи, тројцата заедно имаат $a + 4a + 8a = 13a = 13 \cdot 8 = 104$ налепници.

26. Ване има толку браќа колку што има сестри. Неговата сестра Цветанка има двапати повеќе браќа од сестри. Колку деца има ова семејство?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. Е). Нека во семејството има x момчиња и y девојчиња. Бидејќи Ване има еднаков број браќа и сестри добиваме $x - 1 = y$, а како Цветанка има двапати повеќе браќа од сестри, добиваме $x = 2(y - 1)$. Значи, $2(y - 1) - 1 = y$, од каде добиваме $y = 3$. Според тоа, $x = 2 \cdot (3 - 1) = 4$, па семејството има $3 + 4 = 7$ деца.

27. Располагаме со вкупно 15 бели и сини листови. Секој бел лист го делиме на два дела, а секој син лист го делиме на три дела. Притоа добиваме вкупно 38 помали листови. Колку од помалите листови се бели?

A) 7 B) 8 C) 10 D) 14 E) 16

Решение. D). Нека имаме x бели и y сини листови. Значи,

$$x + y = 15 \text{ и } 2x + 3y = 38.$$

Според тоа,

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 38, \\ 2(x + y) + y &= 38, \\ 2 \cdot 15 + y &= 38, \\ 30 + y &= 38, \\ y &= 8.\end{aligned}$$

Значи, на почетокот имаме $x = 15 - y = 15 - 8 = 7$ бели листови, па затоа на крајот е имаме $2 \cdot 7 = 14$ бели листови.

28. Андреј купил неколку исти моливи и ги потрошил парите кои ги имал. Ако Андреј имал три пати повеќе пари, тој ќе купел 12 моливи повеќе. Колку моливи купил Андреј?

A) 4 B) 3 C) 12 D) 6 E) 8

Решение. D). Ако Андреј за a денари купил x моливи, тогаш тој за $3a$ денари ќе купел $3x$ моливи. Тој купил $x + 12$ моливи, па затоа $3x = x + 12$, од каде добиваме $x = 6$.

29. На натпревар во скијање, 10 скијачи го завршиле натпреварот. Милан победил 3 скијачи повеќе отколку што него го победиле. Кое место го освоил Милан?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

Решение. C). Нека Милан загубил од a скијачи. Тогаш, тој победил $a + 3$ скијачи, па затоа $a + a + 3 = 10 - 1$, од каде добиваме $a = 3$. Според тоа, Милан го завзел четвртото место.

30. Во тркачки маратон учествувале 29 луѓе. На крајот од трката Кирил завршил на 15-то место, Борјан бил побрз од 24 натпреварувачи, а Живко се пласирал точно на средината меѓу Кирил и Борјан. Кое место го освоил Живко?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. С). Бидејќи Борјан бил побрз од 24 натпреварувачи и $29 - 24 = 5$, тој се пласирал на 5-тото место. Понатаму, Кирил бил 15-ти, па како Живко се пласирал на средина меѓу Кирил и Борјан и $\frac{5+15}{2} = 10$, тој го освоил 10-тото место.

31. Во ред за утовар на траект се наоѓаат 8 автомобили. Во секој автомобил има 2 или 3 патника. Во автомобилите вкупно има 19 патници. Во колку автомобили има точно 2 патника?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. D). Ако во секој автомобил има по 2 патника, тогаш вкупно ќе има $8 \cdot 2 = 16$ патници. Значи, нераспределени ќе бидат $19 - 16 = 3$ патници. Овие 3 патници по 1 ќе бидат распределени во 3 автомобили, што значи дека по 2 патници ќе има во $8 - 3 = 5$ автомобили.

32. Неколку тимови дошле на летниот камп „Кенгур“. Секој тим има 5 или 6 членови. Вкупно, на кампот дошле 43 луѓе. Колку тима има во кампот „Кенгур“?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4

Решение. B). *Прв начин.* Секоја екипа има 5 или 6 члена. Ако сите екипи имаат најмал можен број членови, т.е. 5 членови, тогаш од $9 \cdot 5 = 45 > 43$ следува дека на кампот има помалку од 9 екипи. Ако сите екипи имаат најголем можен број членови, т.е. 6 членови, тогаш од $7 \cdot 6 = 42 < 43$ следува дека на кампот има повеќе од 7 екипи.

Бидејќи бројот на екипите е поголем од 7 и е помал од 9, добиваме дека на кампот има 8 екипи. Сега, ако секоја екипа има по 5 члена, на кампот ќе има $8 \cdot 5 = 40$ луѓе. Но, на кампот има $43 - 40 = 3$ луѓе повеќе и по еден од нив е во екипа со 6 члена. Значи, на кампот има 3 екипи со 6 члена и $8 - 3 = 5$ екипи со 5 члена.

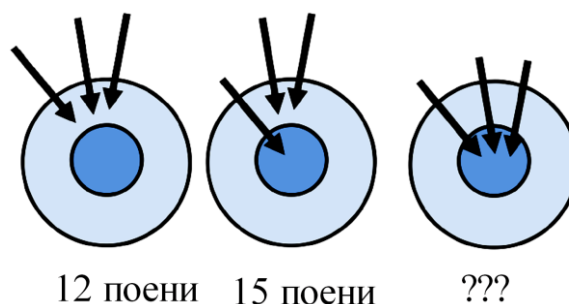
Втор начин. Шестчлени екипи има најмногу 7, бидејќи ако има повеќе, тогаш бројот на учесниците на кампот ќе биде поголем од 43.

Правиме табела:

Број екипи со 6 члена	7	6	5	4	3	2	1	0
Број учесници во екипи со 6 члена	42	36	30	24	18	12	6	0
Преостанат број учесници	1	7	13	19	25	31	37	43

Преостанатиот број учесници е распределен во екипи со по 5 члена, па затоа тој треба да е делив со 5. Тоа е можно само ако преостануваат 25 учесници и во тој случај имаме 3 екипи со по 6 члена и $25:5=5$ екипи со по 5 члена. Значи, на кампот вкупно има $3+5=8$ екипи.

33. Дијана изиграла три игри пикадо, при што во секоја игра фрлала по три стрелички. Нејзините погодоци во секоја од трите игри се прикажани на цртежот десно. Во првата



игра освоила 12, а во втората 15 поени. Колку поени освоила Дијана во третата игра?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

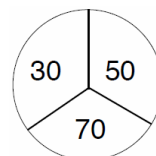
Решение. D). *Прв начин.* Во првата игра Дијана освоила 12 поени, што значи дека секој погодок во прстенот на метата носи $12:3=4$ поени. Во втората игра освоила 15 поени, што значи дека погодокот во малиот круг на метата носи $15-2\cdot 4=7$ поени, Значи, во третата игра Михаела освоила $3\cdot 7=21$ поен.

Втор начин. Ако со a го означиме погодокот во внатрешниот круг на метата, а со b погодокот во прстенот на метата, тогаш бидејќи $3b = 12$ и $a + 2b = 15$ за бројот на поените во третата игра обиваме

$$\begin{aligned} 3a &= 3a + 6b - 6b = 3(a + 2b) - 2 \cdot 3b \\ &= 3 \cdot 15 - 2 \cdot 12 = 21. \end{aligned}$$

34. Матео гаѓа со стрели кон дадената мета (види цртеж).

Кога ја промашува метата, тој добива нула поени. Матео стрела два пати и го собира бројот на добиени поени. Кој од следните броеви не може да се добие како резултат по двете гаѓања?



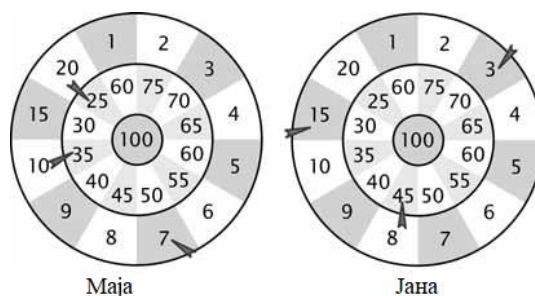
- A) 160 B) 70 C) 80 D) 90 E) 10

Решение. D). Имаме:

$$60 = 30 + 30, 70 = 70 + 0, 80 = 30 + 50, 100 = 30 + 70.$$

Единствено бројот 90 не дава збир на поени од две стрелања кон метата.

35. Маја и Јана играле пикадо. Секоја од нив гаѓала во пикадото трипати (види цртеж). Која од нив победила и колку повеќе поени освоила?



- A) Маја и таа освоила 3 поени повеќе;
B) Јана и таа освоила 4 поени повеќе;
C) Маја и таа освоила 2 поени повеќе;
D) Јана и таа освоила 2 поени повеќе;
E) Маја и таа освоила 4 поени повеќе.

Решение. E). Од цртежот добиваме дека Маја освоила

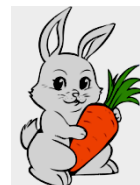
$$25 + 35 + 7 = 67,$$

а Јана освоила

$$15 + 45 + 3 = 63$$

поени. Според тоа, победила Маја со $67 - 63 = 4$ поени разлика.

36. Зајчето Ушко има 20 моркови. Таа јаде секој ден по 2 моркови. Ушко го изел 12-тиот морков во среда. Во кој ден од неделата Ушко почнал да ги јаде морковите?



- A) Понеделник B) Вторник C) Среда
D) Четврток E) Петок

Решение. Е). *Прв начин.* Дванаесет моркови зајакот Ушко изедува за $12 : 2 = 6$ дена. Бидејќи 12-тиот морков го изел во среда, тој почнал да ги јаде морковите пет дена порано, односно во петок.

Втор начин. Ја составуваме табелата:

Моркови	12. и 11.	10. и 9.	8. и 7.	6. и 5.	4. и 3.	2. и 1.
Ден	Среда	Вторник	Понеделник	Недела	Сабота	Петок

Според тоа, Ушко почнал да ги јаде морковите во петок.

37. Зајакот Борја јаде само зелки и моркови. Во еден ден тој јаде или 9 моркови, или 2 зелки, или пак 1 зелка и 4 моркови. Во текот на една седмица зајакот Борја изел 30 моркови. Колку зелки изел Борја во текот на истата седмица?

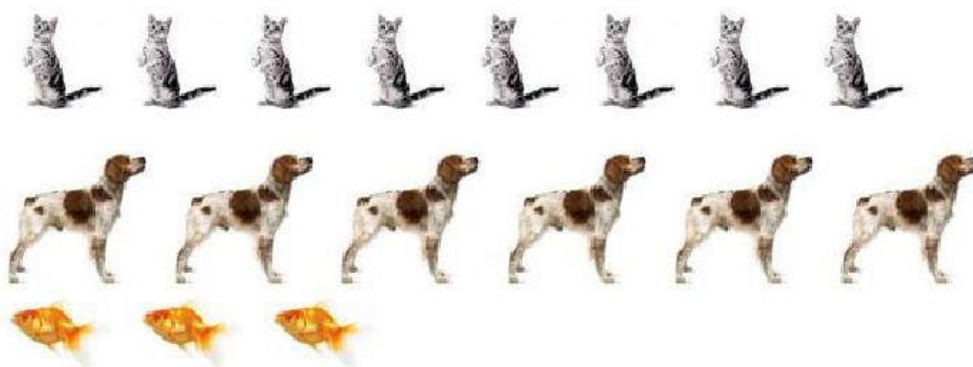
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. В). *Прв начин.* Во деновите кога јаде само зелки Борја може да изеде 9, 18 и 27 моркови, а во деновите кога јаде и зела и моркови може да изеде 4, 8, 12, 16, 20, 24 и 28. Од двете низи збир на два броја е 30 само во случајот $18 + 12 = 30$. Значи, Борја 2 дена јаде само зелки и 3 дена јаде зелки и моркови. Според тоа, само зелки јаде 2 дена. Значи, Борја во текот на една седмица ќе изеде $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 7$ зелки.

Втор начин. Ако Броја x дена јадел само моркови и y дена јадел моркови и зелки, тогаш $9x + 4y = 30$. Сега, 30 и 4у се парни броеви, па затоа мора да е $9x$ парен, од каде следува дека x е парен. За, $x = 0$ добиваме $4y = 30$, што не е можно бидејќи левата страна на последното равенство е делива со 4, а десната страна не е делива со 4. За $x = 2$ добиваме $18 + 4y = 30$, од каде наоѓаме $y = 3$. За $x \geq 4$ добиваме $36 + 4y > 30$ што значи дека равенката нема решение во множеството природни броеви.

Значи, Борја 2 дена јадел само моркови и 3 дена јадел моркови и зелка. Според тој Долгоушко 2 дена јадел само зелка и таа седмица тој изел $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 7$ зелки.

38. Сите ученици во одделението на Максим имаат најмалку едно, а најмногу две домашни миленичиња: маче, куче и риба. Вкупниот број миленичиња е прикажан на долниот цртеж.



Разговарајќи меѓусебно, тие заклучиле дека два ученика имаат куче и риба, а три ученика имаат куче и мачка. Другите деца имаат по едно милениче. Колку ученици има во одделението на Максим?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 17

Решение. В). Децата имаат 8 мачки, 6 кучиња и 3 риби. Значи, вкупниот број миленичиња е $8 + 6 + 3 = 17$. Но, $2 + 3 = 5$ деца имаат по две миленичиња. Значи, $17 - 5 = 12$ миленичиња се распоредени така

што секое дете има точно по едно милениче, што значи дека во одделението на Максим им 12 деца.

39. Ефтим има 30 крави, неколку кокошки и нема други животни. Вкупниот број на нозете на кокошките е еднаков на вкупниот број на нозете на кравите. Колку животни има Ефтим?

А) 60 В) 90 С) 120 D) 180 Е) 240

Решение. В). *Прв начин.* Бидејќи кравата има два пати повеќе нозе од кокошката, за да бројот на нозете е еднаков Ефтим треба да има два пати повеќе кокошки од крави. Значи, Ефтим има $2 \cdot 30 = 60$ кокошки. Конечно, вкупниот број животни е $30 + 60 = 90$.

Втор начин. Кравите заедно имаат $4 \cdot 30 = 120$ нозе. Значи, кокошките заедно имаат 120 нозе, па затоа Ефтим има $120 : 2 = 60$ кокошки.

Конечно, Ефтим има $30 + 60 = 90$ животни.

40. Во дворот на Стојан има кози, кокошки и овци, од секој вид еднаков број животни. Сите животни заедно имаат 180 нозе. Колку кози има во дворот на Стојан?

А) 15 В) 16 С) 18 D) 21 Е) 60

Решение. С). *Прв начин.* Една кокошка, една коза и една овца заедно имаат $2 + 4 + 4 = 10$ нозе. Бидејќи од секој вид има еднаков број животни, а група од по едно животно има 10 нозе, во дворот има $180 : 10 = 18$ групи од по едно животно, што значи има 18 кокошки, 18 овци и 18 кози.

Втор начин. Нека x е бројот на козите (кокошките и овците) во дворот на Стојан. Козите и овците имаат по $4x$ нозе, а кокошките имаат $2x$ нозе, па затоа $4x + 4x + 2x = 180$. Значи, $10x = 180$, т.е. $x = 18$. Значи, во дворот на Стојан од секој вид има по 18 животни.

41. Моите кучиња имаат 18 нозе повеќе од глави. Колку кучиња имам?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

Решение. C). *Прв начин.* Секое куче има 4 нозе и 1 глава, што значи дека има $4 - 1 = 3$ нозе повеќе. Сите кучиња имаат 18 нозе повеќе од глави, па затоа бројот на кучињата е $18 : 3 = 6$.

Втор начин. Нека јас имам x кучиња. Тие имаат $4x$ нозе и x глави, па затоа $4x - x = 18$, од каде добиваме $x = 18 : 3 = 6$.

42. Андреј има 5 колички и камиончиња, кои вкупно имаат 24 тркала. Количките имаат по 4 тркала, а камиончињата имаат по 8 тркала. Колку камиончиња има Андреј?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Решение. B). Ако Андреј вкупно има 5 колички, тогаш бројот на тркалата е биде $5 \cdot 4 = 20$. Но, бројот на тркалата е 24, што значи дека има $24 - 20 = 4$ тркала повеќе. Бидејќи секое камионче има по 2 тркала повеќе, заклучуваме дека Андреј има $4 : 2 = 2$ камиончиња.

43. Еден брод може да пренесе преку река 10 автомобили или 6 ципови. Во средата тој ја преминал реката пет пати целосно натоварен и пренел 42 возила. Колку автомобили тој пренел преку реката?
A) 10 B) 12 C) 20 D) 22 E) 30

Решение. E). *Прв начин.* Ако бродот секогаш пренесувал ципови, тој ќе пренесел $5 \cdot 6 = 30$ возила. Но, тој пренесол $42 - 30 = 12$ возила повеќе. Бидејќи при пренесување на автомобили бродот пренесува 4 автомобили повеќе од ципови, тој автомобили пренесувал $12 : 4 = 3$ пати. Значи, бродот пренесол $3 \cdot 10 = 30$ автомобили.

Втор начин. Ако бродот x пати пренесувал автомобили, тогаш $5 - x$ пати пренесувал ципови. Затоа $10x + 6 \cdot (5 - x) = 42$, од каде добиваме $x = 3$. Значи, бродот пренесол $10 \cdot 3 = 30$ автомобили.

44. Мувата има 6 нозе, а пајакот има 8 нозе. Во дворот на дедо Стојан има 10 кокошки и неколку овци. Јован пресметал дека вкупниот број нозе на животните на дедо Стојан е еднаков на бројот на нозете на две муви и три пајаци. Колку овци има дедо Стојан?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. C). Две муви и три пајаци имаа $2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 = 36$ нозе. Десетте кокошки имаат $10 \cdot 2 = 20$ нозе. Значи, овците на дедо Стојан имаат $36 - 20 = 16$ нозе. Но, една овца има 4 нозе, па затоа дедо Стојан има $16 : 4 = 4$ овци.

45. На Зимскиот бал гостите пристигнуваат во санки чии бои наизменично се црвена и зелена: црвена, зелена, црвена, зелена, ... Секоја црвена санка ја влече по еден елен, а секоја зелена санка ја влечат по две кучиња. Вкупно 15 животни ги влечат сите санки. Колку кучиња има меѓу нив?
- A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

Решение. E). За една црвена и една зелена санка потребна е група од $1 + 2 = 3$ животни. Во 15 животни имаме $15 : 3 = 5$ вакви групи. Во секоја група има по 2 кучиња, што значи дека меѓу животните има $5 \cdot 2 = 10$ кучиња.

46. На Снежниот бал гостите пристигнале со неколку црвени и уште толку зелени санки. Секоја црвена санка ја влечеле два елена, а секоја зелена санка ја влечеле три коњи. Вкупно имало 35 животни. Колку од нив биле коњи?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

Решение. В). Ској пар зелена и црвена санка ја влечеле по $2 + 3 = 5$ животни, Бидејќи имало 35 животни, бројот на паровите санки (зелена-црвена) бил $35 : 5 = 7$. Според тоа, имало 7 зелени санки, па значи вкупно биле $3 \cdot 7 = 21$ коњ.

47. Ана и нејзините пет другарки поделиле неколку јаболки. Секоја од нив добила по половина јаболко. Колку јаболки поделиле Ана и другарките?

- A) 2 и половина B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. В). Ана поделила шест половинки јаболка. Бидејќи две половинки прават цело јаболка, а $6 : 2 = 3$ Ана поделила 3 јаболки.

48. Марко има 7 јаболки и 2 банани. Тој на Дарко му дал 2 јаболки, а од Дарко добил банани. Тогаш, Марко имал исто толку јаболки колку и банани. Колку банани Марко добил од Дарко?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Решение. В). Кога Марко на Дарко му дал 2 јаболки, му останале $7 - 2 = 5$ јаболки. Тој имал 2 банани, па затоа од Дарко добил $5 - 2 = 3$ банани.

49. Мајката купила 16 мандарини. Кирјана изела половина од сите мандарини, Евгенија изела две мандарини, а Доротеа ги изела преостанатите мандарини. Колку мандарини изела Доротеа?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Решение. В). Кирјана изела $16 : 2 = 8$ мандарини. Бидејќи Евгенија изела 2 мандарини, за Доротеа останале $16 - (8 + 2) = 6$ мандарини.

50. Мајката на Филип прави сендвичи, секој сендвич со по две кришки леб. Во едно пакување има 24 кришки леб.

Колку сендвичи може да направи со две и пол пакувања?

- A) 24 B) 30 C) 48 D) 34 E) 26

Решение. В). *Прв начин.* Во половина пакување има $24 : 2 = 12$ кришки леб. Значи, мајката на Филип употребила $24 + 24 + 12 = 60$ кришки леб. Според тоа, таа направила $60 : 2 = 30$ сендвичи.

Втор начин. Од едно пакување мајката прави $24 : 2 = 12$ сендвичи.

Според тоа, од половина пакување таа прави $12 : 2 = 6$ сендвичи.

Конечно, од две и пол пакувања мајката на Филип ќе направи $2 \cdot 12 + 6 = 30$ сендвичи.

51. Во продавница може да се купат сокови во кутии со различни пакувања: во кутија со 5 сока, во кутија со 9 сока и во кутија со 10 сока.

Петар сака да купи 48 сока. Колку најмалку кутии треба да купи?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Решение. D). Петар треба да купи најголем можен број кутии со 10 сока во кутија, па кутии со 9 сока во кутија и на крајот ако треба кутии со 5 сока во кутија. Ако купи 5 кутии со по 10 сока, тој ќе купи $5 \cdot 10 = 50$ сока, односно $50 - 48 = 2$ сока повеќе. Затоа тој ќе замени 2 кутии со по 10 сока за 2 кутии со по 9 сока и ќе купи $3 \cdot 10 + 2 \cdot 9 = 48$ сока. Значи, Петар треба да купи 5 кутии со сок.

52. Секој ден пингвинот Пепо лови риби се додека не улови 9

риби за своите две пингвинчиња. Првото пингвинче кое ќе го види добива 5 риби, а второто добива 4 риби. Во не-



колко последователни денови едното пингвинче изело 26 риби. Колку риби изело второто пингвинче во тој период?

- A) 19 B) 22 C) 25 D) 28 E) 31

Решение. D). Пингвинчето дневно јадело по 5 или 4 риби. Ако секој ден пингвинчето јадело по 5 риби, тогаш бидејќи $5 \cdot 5 = 25 < 26$, тоа не можело 26 риби да изеде за 5 дена. Понатаму, ако јадело риби 7 дена, тоа ќе изедело најмалку $7 \cdot 4 = 28 > 26$ риби, што не е можно. Значи, пингвинчето овие 26 риби ги изело за 6 дена. Според тоа, второто пингвинче изело $6 \cdot 9 - 26 = 28$ риби.

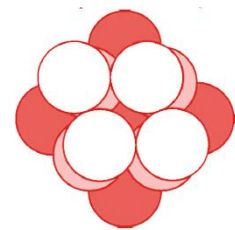
Навистина, ако првото пингвинче секој ден јадело по 4 риби, тоа за шест дена ќе изедело 24 риби. Но, тоа изело две риби повеќе, што значи дека 4 дена јадело по 4 риби, а два дена јадело по 5 риби. Второто пингвинче 4 дена јадело по 5 риби и 2 дена јадело по 4 риби. Притоа имаме: $2 \cdot 5 + 4 \cdot 4 = 26$ и $4 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 28$.

53. Четири стапчиња имаат 8 краеви. Колку краеви имаат шест и пол стапчиња?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 13 E) 14

Решение. E). Половина стапче има два краја, што значи колку и едно цело стапче. Значи, шест и пол стапчиња имаат исто краеви колку и седум стапчиња, односно $7 \cdot 2 = 14$ краеви.

54. Мартина има еднаков број бели, сиви и кафеави жетони. Таа на купче ставила определен број жетони (види цртеж). Надвор од купчето и останале 5 жетони. Ако сите жетони на купчето се видливи, колку кафеави жетони има Мартина?



A) 15 B) 6 C) 7 D) 15 E) 18

Решение. B). На купчето има 4 бели, 4 сиви и 5 кафеави жетони. Значи, на купчето има $4 + 4 + 5 = 13$ жетони. Според тоа, Мартина

вкупно има $5 + 13 = 18$ жетони, па како од секоја боја има еднаков број жетони, таа има $18 : 3 = 6$ кафеави жетони.

55. На цртежот се дадени пет бубамари. Две бубамари се сметаат за другарки ако бројот на точки кои ги имаат им се разликува точно за 1. На Денот на пролетта секоја бубамара пратила SMS порака на секоја од своите другарки. Колку SMS пораки биле пратени?



A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

Решение. C). Бубамарите имаат 2, 3, 3, 5 и 6 точки. Бубамарата со 2 точки е пријателка со двете бубамари кои имаат по 3 точки и таа испратила 2, а примила 2 честитки. Пријателки се и бубамарите кои имаат 5 и 6 точки, па тие измениле 2 честитки. Значи, биле испратени $2 + 2 + 2 = 6$ честитки.

56. На божиќната забава на секоја од 15-те маси имало по еден свеќник. На 6 маси имало свеќници со по 5 гранки, а на останатите свеќници имало по 3 гранки. Колку свеќи треба да се купат за да на сите гранки, на сите свеќници има свеќа?

A) 45 B) 50 C) 57 D) 60 E) 75

Решение. C). Ако шест маси имаат свеќници со по пет гранки, тогаш $15 - 6 = 9$ маси имаат свеќници со по 3 гранки. Според тоа вкупно потребни се $6 \cdot 5 + 9 \cdot 3 = 57$ свеќи.

57. На олимпијадата во Лондон во 2012 година САД освои 46 златни, 29 сребрени и 29 бронзени медали. Кина освои 38 златни, 27 сребрени и 23 бронзени медали. Колку медали освои САД повеќе од Кина?

A) 6 B) 14 C) 16 D) 24 E) 26

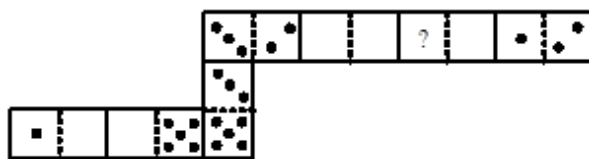
Решение. С). САД освоиле $46 + 29 + 29 = 104$ медали, а Кина освоила $38 + 27 + 23 = 88$ медали. Значи, САД освоил $104 - 88 = 16$ медали повеќе од Кина.

58. Во еден дрворед има 48 стебла. Меѓу првото и второто стебло има две грмушки цвеќиња, меѓу второто и третото дрво има една грмушка цвеќиња, меѓу третото и четвртото дрво има две грмушки цвеќиња, меѓу четвртото и петтото дрво има една грмушка цвеќиња итн. по ред две, па една, па две грмушки цвеќиња. Колку грмушки цвеќиња има во овој дрворед.

A) 69 B) 70 C) 71 D) 72 E) 73

Решение. С). Меѓу првото и 48-то стебло има 47 растојанија. Во овие растојанија има 2, 1, 2, 1, 2, ... грмушки цвеќиња. Бидејќи броевите наизменично се менуваат имаме 24 пати по 2 грмушки цвеќиња и 23 пати по 1 грмушка цвеќиња. Според тоа, во дрворедот вкупно има $2 \cdot 24 + 1 \cdot 23 = 71$ грмушка цвеќиња.

59. Димитар направил домино-змија од седум домино плочки. Тој ставал плочки една до друга така што две плочки што се допираат имаат ист број на точки (според правилата за играње на домино). Направената змија имала на својот грб 33 точки. Неговиот брат Илија зел две плочки од змијата (види цртеж). Колку точки имало на местото на прашалникот?

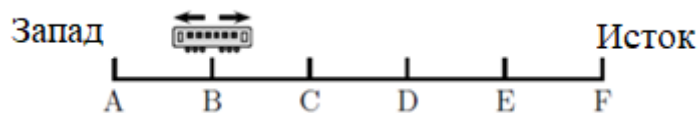


A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. С). Од плочките кои Илија ги зел, на едната имало една, а на другата 2 точки. Ако x е бројот на точки што е на местото на

прашалникот, тогаш $2x + 25 = 33$, т.е. $x = 4$. Значи, на местото на прашалникот имало 4 точки.

60. Трамвајската линија има 6 постојки: А, В, С, D, Е, F. Трамвајот застанува на секоја постојка. Кога трамвајот ќе дојде до една од последните постојки, А или F, ја менува насоката. Возачот на трамвајот тргнал од постојката В па следната негова постојка бола С. Која е 96-тата постојка на која застанал?



- A) А B) В C) С D) D E) Е

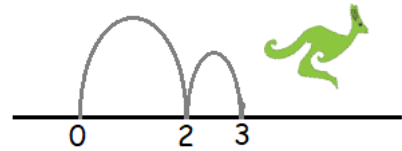
Решение. D). При едно завртување на трасата исток-запад-исток трамвајот застанува: CDEFEDCBAB, што значи застанува 10 пати. Сега, од $96 = 9 \cdot 10 + 6$ добиваме дека постојката на која ќе застане трамвајот во 96-то застанување е истата постојка на која застанува по 6-тото застанување. Имаме CDEFED, што значи дека тоа е постојката D.

61. Матео и Пабло имаат по 9 џамлии. Заедно имаат 8 црвени и 10 сини џамлии. Матео има двапати повеќе сини од црвени џамлии. Колку сини џамлии има Пабло?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 0

Решение. B). Матео има 9 џамлии. Бидејќи тој има двапати повеќе сини од црвени џамлии, бројот на сите џамлии на Матео е трипати поголем од бројот на неговите црвените џамлии. Значи, Матео има $9:3=3$ црвени и $9-3=6$ сини џамлии. Според тоа, Пабло има $10-6=4$ сини џамлии.

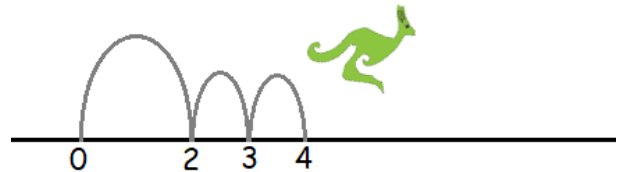
62. Кенгурот Скокалко последователно прави еден голем и еден мал скок, па еден голем и еден мал скок итн. Колку скокови вкупно направил Скокалко, ако тргнал од бројот 0 и застанал на бројот 12?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

Решение. C). Скокалко вкупно помила 12 единици. Бидејќи со секои 2 скока тој поминува растојание од 3 единици, за да помине растојание од 12 единици тој треба да направи $12:3=4$ групи од по 2 скока. Значи, Скокалко вкупно направил $4 \cdot 2=8$ скока.

63. Кенгурот Скокалко скока на бројната права така што прво ќе направи еден голем скок, потоа следуваат два мали скока, па ја повторува постапката. Скокалко почнал од бројот 0 и завршил на бројот 16. Колку скока направил Скокалко?



A) 4 B) 47 C) 8 D) 9 E) 12

Решение. E). *Прв начин.* Скокалко скокнал на секој од броевите 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 16 и само на нив. Во низата имаме 12 броја. Тоа значи дека Скокалко направил 12 скока.

Втор начин. По секои три скока, еден голем и два мала, Скокалко прескокнува 4 еднакви должини. За да дојде до местото на бројот 16 тој треба да скокне 16 должини. Тоа значи дека треба да направи $16:4=4$ серии од по 3 скока. Конечно, Скокалко направил $4 \cdot 3=12$ скока.

64. Филип неколку години собира слики од познат спортист. Секоја година бројот на новите слики е еднаков на збирот на сликите кои Фи-

лип ги имал претходните две години. Тој во 2024 година имал 60 слики, а во 2025 година имал 96 слики. Колку слики имал Филип во 2022 година?

- A) 20 B) 24 C) 36 D) 40 E) 48

Решение. В). Ако Филип во 2025 година имал 96 слики, а во 2024 година имал 60 слики, тој во 2023 година имал $96 - 60 = 36$ слики. Според тоа, Филип во 2022 година Филип имал $60 - 36 = 24$ слики.

65. Тереза има 37 каранфили. Нејзината пријателка Катерина и рекла: „Ако ми дадеш 10 од твоите каранфили, тогаш ќе имаме еднаков број каранфили. Колку каранфили има Катерина?“

- A) 10 B) 17 C) 22 D) 27 E) 32

Решение. В). Бројот на каранфилите на Катерина да го означиме со a . Кога Тереза ќе и даде на Катерина 10 каранфили, тие ќе имаат еднаков број каранфили, па затоа $a + 10 = 37 - 10$, од каде добиваме $a = 17$.

66. Стоногалката Брзка има 100 нозе. Вчера купила и облекла 16 пара нови чевли. Сепак, 14 нејзини нозе уште се боси. На колку нозе Брзка имала чевли пред купувањето?

- A) 27 B) 48 C) 54 D) 70 E) 77

Решение. С). Брзка има $100 - 14 = 86$ обуени нозе. Таа купила 16 пара нови чевли и со нив обула $16 \cdot 2 = 32$ нозе.

Конечно, пред купувањето Брзка имала $86 - 32 = 54$ боси нозе.

67. Марко и Кирјана живеат во повеќекатница. Кирјана живее 12 ката над Марко. Еден ден Марко тргнал пешки до станот на Кирјана. На половина од патот тој бил на 8-от кат. На кој кат живее Кирјана?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 24

Решение. В). Бидејќи $12 = 6 + 6$, половина од патот од станот на Марко до станот на Кирјана е 6 ката. Кога Марко е на 8-от кат му преостанува уште половина пат до станот на Кирјана, а тоа се 6 ката. Значи, Кирјана живее на $8 + 6 = 14$ кат.

68. Иван пакува јајца во кутии од по 6 и кутии од по 12 јајца. Кој е најмалиот број кутии во кои може да се спакуваат 66 јајца?

A) 5 B) 6 C) 9 D) 11 E) 13

Решение. В). *Прв начин.* Ако сите јајца се спакувани во кутии од по 6 јајца, тогаш се потребни $66 : 6 = 11$ кутии. Сега, бидејќи $11 = 2 \cdot 5 + 1$, ако 2 кутии од по 6 јајца замениме со 1 кутија од по 12 јајца, заклучуваме дека ни се потребни 5 кутии од по 12 јајца и 1 кутија од по 6 јајца. Значи, најмалиот број кутии е $5 + 1 = 6$.

Втор начин. Најмал број кутии се добива ако се искористат најмногу кутии во кои се пакуваат по 12 јајца. Така во 5 вакви кутии Иван ќе запакува $5 \cdot 12 = 60$ јајца, а преостанатите $66 - 60 = 6$ јајца ќе ги запакува во шестата кутија.

69. Балоните се продаваат во пакети од по 5, 10 и 25 балони. Марко купил точно 70 балони. Кој е најмалиот број на пакети кои тој може да ги купи?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. В). Марко ќе купи најмал број пакети, ако први купи најголем можен број најголеми пакети, потоа за преостанатите балони купи најголем можен број најголеми пакети итн. Бидејќи

$$70 = 2 \cdot 25 + 20 = 2 \cdot 25 + 2 \cdot 10$$

заклучуваме дека најмалиот можен број пакети кои ќе ги купи Марко е $2 + 2 = 4$.

70. Во десет пакетчиња има различен број бонбони и тоа од 1 до 10. Пет пријатели: Алекс, Бојан, Ване, Гоце и Диме, поделиле по 2 пакетчиња. Алекс добил 4 бонбони, Бојан добил 18 бонбони, Ване добил 6, а Гоце добил 15 бонбони. Од своите бонбони Диме ги изел бонбоните од пакетчето со помалку бонбони. Колку бонбони му останале на Диме?

А) 10 В) 9 С) 8 D) 7 Е) 6

Решение. D). Бидејќи збир на два различни природни броја е еднаков на 4 само ако броевите се 1 и 3, Алекс ги добил пакетчињата со 1 и 3 бонбони. Слично, бидејќи 18 како збир на два различни природни броја помали или еднакви на 10 може да се запише само со броевите 8 и 10, Бојан ги добил пакетчињата со 8 и 10 бонбони. Понатаму, од броевите 2, 4, 5, 6, 7 и 9 само броевите 2 и 4 даваат збир 6, па заклучуваме дека Ване ги добил пакетчињата со 2 и 4 бонбони. Остануваат пакетчињата со 5, 6, 7 и 9 бонбони, па како $6 + 9 = 15$ добиваме дека Гоце ги добил пакетчињата со 6 и 9 бонбони. Значи, Диме ги добил пакетчињата со 5 и 7 бонбони, па откако ги изел бонбоните во помалото пакетче, му останале 7 бонбони.

71. Сашо со камион превезува телевизори, кои ги носи кај четири трговци на следниот начин: половината од телевизорите ги остава во магацинот на првиот трговец и определен број телевизори остава во неговата продавница, од преостанатите телевизори половината ги остава во магацинот на вториот трговец и во неговата продавница остава еднаков број телевизор колку што оставил во продавницата на првиот трговец, половина од преостанатите телевизор ги остава во магацинот на третиот трговец и во неговата продавница остава еднаков број телевизор колку што оставил во продавницата на првиот трговец, половина од преостанатите телевизор ги остава во магацинот на

четвртиот трговец и во неговата продавница остава еднаков број телевизор колку што оставил во продавницата на првиот трговец. На крајот камионот бил празен. Колку телевизори Сашко оставил во продавниците на четирите телевизори, ако на почетокот имало повеќе од 100 и помалку од 150 телевизори?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. D). Нека Сашко во секоја продавница оставал по a телевизори. Тогаш пред да дојде чај четвртиот трговец тој имал $a + a = 2a$ телевизор. Понатаму, пред да дојде кај третиот трговец Сашко имал $2(2a + a) = 6a$ телевизори, пред да дојде кај вториот трговец тој имал $2(6a + a) = 14a$ телевизори и на почетокот имал $2(14a + a) = 30a$ телевизори. Според тоа, $100 < 30a < 150$ и како a е природен број, добиваме $a = 4$. Значи, Сашко во секоја продавница оставал по 4 телевизори. Притоа имало $4 \cdot 30 = 120$ телевизори.

72. Училишната библиотека има голем број книги. Ана, Бојан и Климе од библиотекарката добиле информација дека библиотеката има околу 2010 книги. Тие се обиделе да погодат колку книги има во библиотеката. Ана рекла 2010, Бојан рекол 1998 и Климе рекол 2015. Библиотекарката им соопштила дека разликите на нивните броеви од точниот број книги се 5, 7 и 12, но не задолжително во тој редослед. Колку книги има во библиотеката?

- A) 2003 B) 2005 C) 2008 D) 2020 E) 2022

Решение. A). Јасно, бројот на книгите не може да е помал од 1998 и поголем од 2015, бидејќи во тој случај една од разликите ќе биде поголема од 12, што не е можно. Нека x е бројот на книгите. Тогаш $1998 < x < 2015$ и како

$$2015 - x + x - 1998 = 2015 - 1998 = 17 = 5 + 12,$$

заклучуваме дека $2010 - x = 7$ или $x - 2010 = 7$, односно $x = 2003$ или $x = 2017$. Вториот случај не е можен, бидејќи бројот на книгите е помал од 2015. Значи, $x = 2003$, т.е. во библиотеката имало 2003 книги.

73. Во кутија вкупно има 44 бели, сиви и розови топчиња. Белите топчиња се 9 пати повеќе од сивите, а розовите се помалку од белите, но се повеќе од сивите. Колку е разликата меѓу сивите и розевите топчиња?

A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

Решение. C). Нека во кутијата има a сиви топчиња. Значи има $9a$ бели топчиња и b розови топчиња, при што важи $a < b < 9a$. Според тоа, $10a + b = 44$, па затоа $44 = 10a + b > 11a$ и $44 = 10a + b < 19a$. Под овие неравенства следува $\frac{44}{19} < a < 4$, па како a е природен број добиваме $a = 3$. Според тоа, имаме 3 сиви, 27 бели и 14 розови топчиња. Конечно, разликата меѓу сивите и розевите топчиња е 11.

74. Во една кутија има определен број топчиња. Во еден чекор е допуштено од кутијата да се извадат половина од топчињата, да се додадат 2 топчиња и да се удвои добиениот збир. По 35 чекори во кутијата има 148 топчиња. Колку топчиња имало на почетокот?

A) 16 B) 12 C) 8 D) 20 E) 24

Решение. C). Ако во еден момент имаме $2a$ топчиња, тогаш прво имаме a топчиња, потоа $a + 2$ топчиња и на крајот од чекорот имаме $2(a + 2) = 2a + 4$ топчиња. Значи, во еден чекор бројот на топчињата се зголемува за 4. Според тоа, по 35 чекори бројот на топчињата ќе се зголеми за $4 \cdot 35 = 140$ топчиња, што значи дека на почетокот имало $148 - 140 = 8$ топчиња.

75. Темјана направила список на бројот на овошните плодови кои ги има во нејзината остава. Меѓутоа на списокот истурила мастило и дел од броевите не се гледаат. Таа се сеќава дека од два вида овошје има еднаков број плодови, а од еден вид има двапати повеќе отколку од вториот вид. Исто така, знае дека од секој вид има повеќе од 10 плодови. На списокот се гледа дека сите плодови се вкуп-но 106. Колку банани има Темјана?



2	мандарини
0	јаболка
1	круши
3	банани
30	портокали
106	

A) 13 B) 23 C) 43 D) 53 E) 63

Решение. А). Само две цени завршуваат на иста цифра и тоа на 0. Значи, јаболки има колку и портокали, т.е. 30. Понатаму, еден вид плодови има двапати повеќе од друг, а како другите цифри на единиците се 1, 2 и 3, тоа е можно само ако цифрите на единиците на двата броја се 1 и 2. Значи, мандарини има двапати повеќе од круши. Сега, ако има m, k, b мандарини, круши, банани, соодветно, тогаш бидејќи бројот на секој вид овошје е поголем од 10, добиваме дека

$$m + k + b \geq 22 + 11 + 13 = 46.$$

Од друга страна

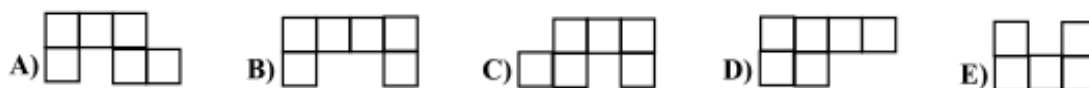
$$m + k + b = 106 - 2 \cdot 30 = 46.$$

Сега, од добиените неравенство и равенство следува $m = 22, k = 11$ и $b = 13$. Значи, банани има 13.

III ГЕОМЕТРСКИ ФИГУРИ

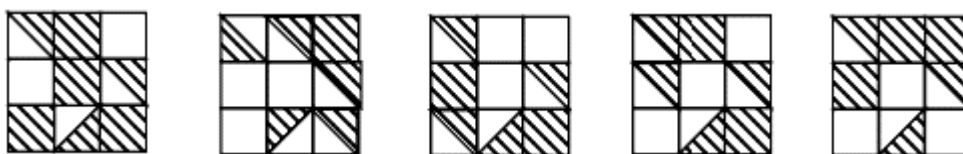
1. ТРИАГОЛНИК, КВАДРАТ, ПРАВОАГОЛНИК И КРУГ

1. На кој цртеж има најмалку квадратчиња?



Решение. Е). На А има 6 квадратчиња, на В има 6 квадратчиња, на С има 6 квадратчиња, на D 6 квадратчиња и на Е има 5 квадратчиња. Значи, одговорот е Е.

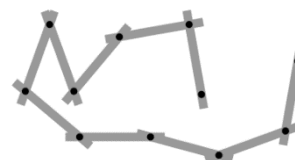
2. Колку вкупно квадратчиња се штрафирани во квадратите во кои има точно по три штрафирани триаголничкиња?



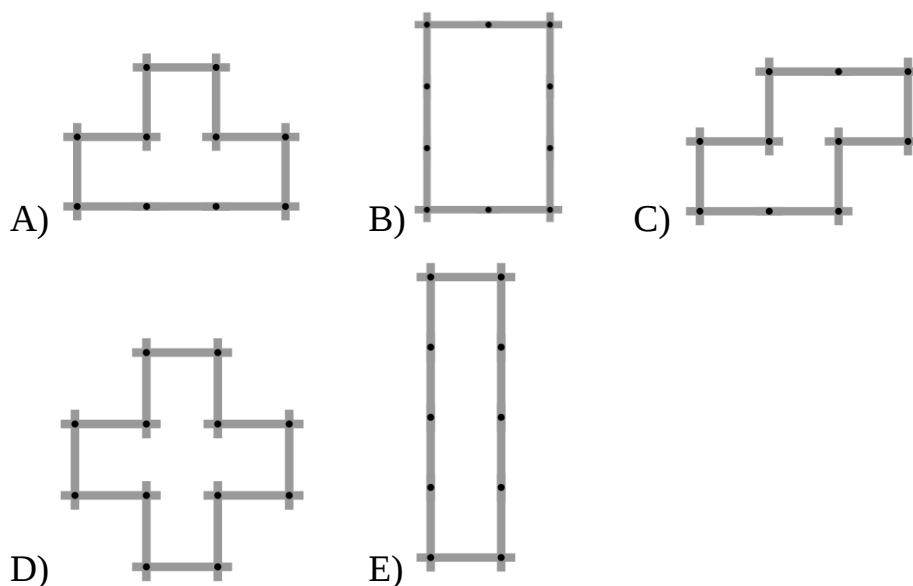
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. В). По три штрафирани триаголничкиња има во првиот и во последниот од дадените пет квадрати. Гледајќи од лево кон десно во првиот квадрат има 4 штрафирани квадратчиња, а во последниот има 3 штрафирани квадратчиња. Значи, во квадратите во кои има точно по три штрафирани триаголничкиња вкупно имаме $4 + 3 = 7$ штрафирани квадратчиња.

3. Костадинка прави форми со поврзување на сите стапчиња што ги има, како што е прика-



жано на цртежот десно. За која од дадените форми на Костадинка и требаат повеќе стапчиња отколку што има?



Решение. D). За сите форми, освен за D), на Костадинка и требаат 10 поврзани стапчиња, а толку таа има. За формата D) и требаат 12 поврзани стапчиња.

4. Во својата градина Антонио направил патека

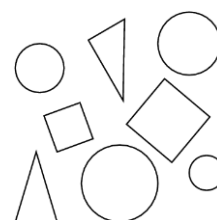


како на цртежот, користејќи 18 правоаголници со должини на страни 4 dm и 6 dm . Тој нацртал црна линија последователно поврзувајќи ги средините на правоаголниците. Колкава е должината на црната линија?

- A) 80 dm B) 86 dm C) 90 dm D) 96 dm E) 100 dm

Решение. B). Црната линија се состои од $18:2=9$ отсечки со должина 6 dm и $9-1=8$ отсечки со должина 4 dm . Според тоа, нејзината должина е $9 \cdot 6 + 8 \cdot 4 = 54 + 32 = 86\text{ dm}$.

5. Која од следниве реченици точно ја опишува ситуацијата на цртежот десно?



- А) Има исто толку кружници колку и квадрати.
- В) Има помалку кружници од триаголници.
- С) Има два пати повеќе кружници од триаголници.
- Д) Има повеќе квадрати од триаголници.
- Е) Има два триаголника повеќе од кружници.

Решение. С). На цртежот има 4 кружници, два триаголници и два квадрати.

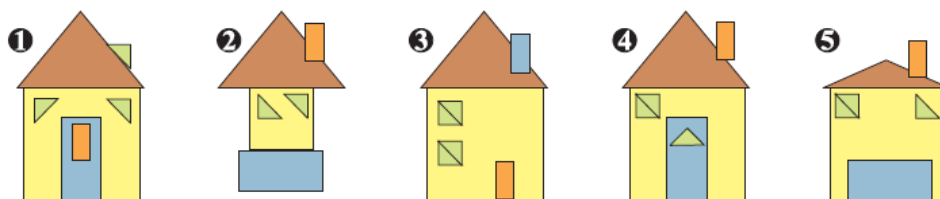
6. Со користење на шесте фигури прикажани на цртежот десно може да се направат посложени фигури. Која од долните фигури може да се направи со помош на сите шест фигури?



- А) В) С) Д) Е)

Решение. Е). За да се употребат сите делови, сложената фигура мора да има два круга, три различни триаголници и правоаголник. Тоа не се фигурите А) и Д) бидејќи тие содржат по два исти триаголника. Понатаму, не се ниту фигурите В) и С) бидејќи истите содржат само по два триаголника. Фигурата Е) ги задоволува условите на задачата.

7. Кои куќи се направени од потполно исти делови во форма на триаголник и правоаголник?



- А) 1, 4 В) 3, 4 С) 1, 4, 5 Д) 3, 4, 5 Е) 1, 2, 4, 5

Решение. А). Куќите 2 и 3 содржат правоаголник кој е различен од синиот правоаголник на куќите 1 и 4, а куќата 3 воопшто нема таков син правоаголник. Куќите 1 и 4 имаат исти делови и тоа по: 1 црвен триаголник, 1 жолт правоаголник, 1 син правоаголник, 1 кафеав правоаголник и 3 зелени триаголници.

8. Калина избрала неколку фигури од цртежот и рекла: Меѓу фигурите кои ги избрав има 2



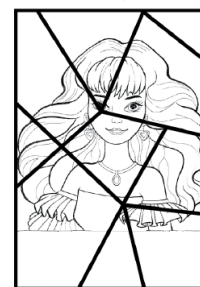
бели, 2 големи и 2 триаголника. Кој е најмалиот можен број фигури што го избрала Калина?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. В). Меѓу избраните фигури има 2 триаголника, па како треба да има две големи и две бели доволно е Калина да го земе белиот круг. Значи, најмалиот можен број фигури е $2 + 1 = 3$.

9. Марија на неколку делови скршила слика нацртана на стакло (види цртеж десно). Колку делови имаат по четири страни?

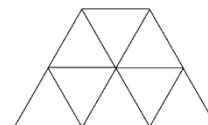
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



Решение. С). На цртежот има 4 триаголници, 4 четириаголници и 2 петаголници.

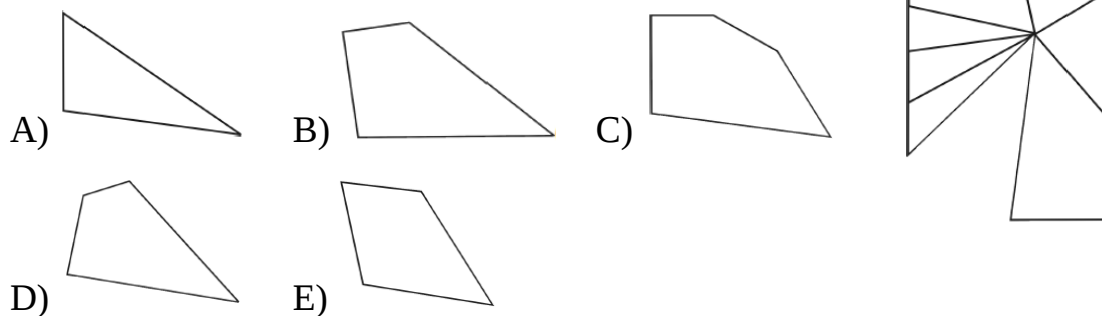
10. Колку триаголници се прикажани на цртежот десно?

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13



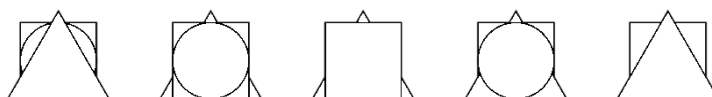
Решение. В). На цртежот имаме 8 мали триаголници и 2 големи триаголници кои се составени од по 4 мали триаголници. Значи, вкупно 10 триаголници.

11. Огледалото се скршило и еден негов дел недостасува. Кој дел недостасува?



Решение. В). Делот што недостасува е четириаголник со еден прав агол на кој му се соседни два тапи агли, а наспроти правиот агол е остар агол.

12. На час по математика пет ученици добиле по

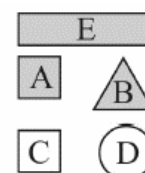


еден квадрат, триаголник и круг, исечени од хартија. Потоа, секој од нив добиените трите фигури ги поставил една врз друга, како што е прикажано на горниот цртеж. Колку ученици го поставиле триаголникот над квадратот?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Решение. D). Триаголникот над квадратот се наоѓа на првиот, четвртиот петтиот цртеж,

13. Мирјана нацрнала една од фигурите прикажани на цртежот. Таа не нацрнала квадрат. Нацртаната фигура е сива. Таа е или круг или триаголник. Која геометриска фигура ја нацрнала Мирјана?



- A) A B) B C) C D) D E) E

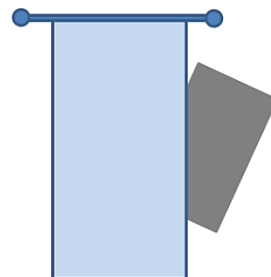
Решение. B). Фигурата не е квадрат, па остануваат фигурите B, C, D и E. Бидејќи нацртаната фигура е сива остануваат фигурите E и B.

Нацртаната фигура е круг или триаголник, што значи таа фигура е триаголник.

14. Дел од правоаголникот е сокриен зад завесата.

Кој е обликот на скриениот дел?

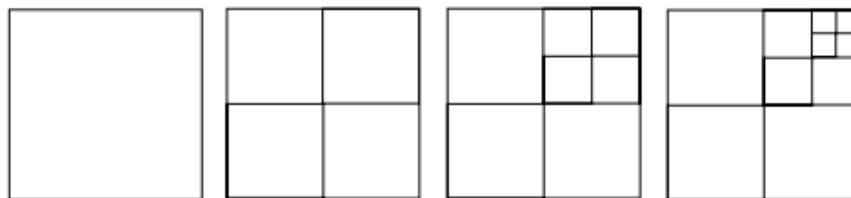
- А) триаголник В) квадрат С) шестоаголник
Д) кружница Е) правоаголник



Решение. А). Со завесата е покриено едно теме

на правоаголникот и делови од краците на аголот во тоа теме. Значи недостасува триаголник.

15. На долните цртежи се прикажани квадрати кои се поделени на делови. Првиот има 1 дел, вториот има 4 дела, третиот има 7 дела итн.



Колку делови ќе има петтиот квадрат?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Решение. С). Секој следен квадрат се добива со делење на горниот десен квадрат на четири дела. Значи од 1 добиваме 4 нови квадрати, т.е. деловите се зголемуваат за $4-1=3$. Така ја добиваме низата: 1, 4, 7, 10, 13, 16, ... Значи, петтиот квадрат ќе има 13 делови.

16. Дадена е низата фигури:

[illegible]

Која од следниве фигури се појавува најчесто во низата?

- A) $\bigcirc$ B) $\triangle$ C) $\square$ D) $\bigcirc$ и $\triangle$

Е) Сите фигури се појавуваат еднаков број пати.

Решение. D). Во низата последователно се појавува тројката фигури $\bigcirc \triangle \square$ (во овој редослед). Низата завршува со $\bigcirc \triangle$, што значи дека $\bigcirc$ и $\triangle$ се појавуваат еднаш повеќе.

17. Еден правоаголен лист хартија има димензии 192 mm и 84 mm . По една права линија го сечиме листот (на два дела) така што да се добие (едниот дел да биде) квадрат. Остатокот на листот го сечиме на ист начин итн. Колку е должината на страната на најмалиот квадрат што ќе се добие на крајот на оваа постапка?

A) 1 mm B) 4 mm C) 6 mm D) 10 mm E) 12 mm

Решение. E). Задачата ќе ја решиме со последователно сечење според условите кои ги имаме.

I чекор. Ако со едно сечење го поделиме правоаголникот на два дела од кои едниот е квадрат, тогаш ќе добиеме квадрат со страна 84 mm и правоаголник со димензии 108 mm и 84 mm .

II чекор. Ако со едно сечење го поделиме правоаголникот што сме го добиле на два дела од кои едниот е квадрат, тогаш ќе добиеме квадрат со страна 84 mm и правоаголник со димензии 24 mm и 84 mm .

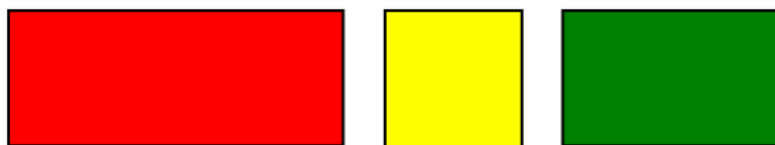
III чекор. Ако со едно сечење го поделиме правоаголникот што сме го добиле на два дела од кои едниот е квадрат, тогаш ќе добиеме квадрат со страна 24 mm и правоаголник со димензии 24 mm и 60 mm .

IV чекор. Ако со едно сечење го поделиме правоаголникот што сме го добиле на два дела од кои едниот е квадрат, тогаш ќе добиеме квадрат со страна 24 mm и правоаголник со димензии 24 mm и 36 mm .

V чекор. Ако со едно сечење го поделиме правоаголникот што сме го добиле на два дела од кои едниот е квадрат, тогаш ќе добиеме квадрат со страна 24 mm и правоаголник со димензии 24 mm и 12 mm .

VI чекор. Ако со едно сечење го поделиме правоаголникот што сме го добиле на два дела од кои едниот е квадрат, тогаш ќе добиеме два квадрати со страна 12 mm .

18. Еден правоаголен лист хартија има димензии 192 mm и 84 mm . По една права линија го сечиме листот (на два дела) така што да се добие (барем едниот дел да биде) квадрат. Продолжуваме понатаму, при што при секое сечење треба да се добие квадрат. Колку се сите добиени квадрати?



- A) 11 B) 12 C) 8 D) 6 E) 7

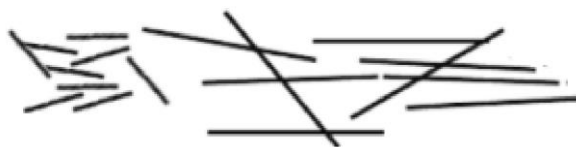
Решение. Е). Од решението на претходната задача следува дека вкупно ќе се добијат 7 квадрати.

19. Катерина има 38 чкорчиња. Таа со нив сака да направи еден триаголник и еден квадрат, употребувајќи ги сите чкорчиња. Таа направила триаголник во кој секоја страна има по 6 чкорчиња. Колку чкорчиња ќе има страната на квадратот?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Решение. В). За изработка на триаголникот катерина употребила $3 \cdot 6 = 18$ чкорчиња. Значи, квадратот го направила од $38 - 18 = 20$ чкорчиња. Според тоа, на страната на квадратот има по $20 : 4 = 5$ чкорчиња.

20. Пабло има два вида стапчиња: кратки, со должина од 1 cm и долги, со должина од 3 cm



ст. Со која од понудените комбинации Пабло може да направи квадрат без притоа да ги крши или преклопува стапчињата?

- А) 5 кратки и 2 долги В) 3 кратки и 3 долги С) 6 кратки
Д) 4 кратки и 2 долги Е) 6 долги

Решение. В). Периметарот на квадратот е четири пати поголем од должината на страната. Значи, ако должината на страната е 1, 2, 3, 4, ..., тогаш периметарот соодветно е 4, 8, 12, 16, ..., т.е. тоа се броеви деливи со 4.

Ако со некоја комбинација може да се направи квадрат, тогаш збирот на должините на сите стапчиња во таа комбинација е еднаква на периметарот на квадратот. Збирот на должините на сите стапчиња во комбинациите А), В), С), Д), Е) редоследно е 11 cm, 12 cm, 6 cm, 10 cm, 18 cm. Само во комбинацијата В) е должина која може да е периметар на квадрат. Притоа навистина може да се направи квадрат така што трите страни ќе се од по едно долго стапче, а четвртата страна ќе биде од три кратки стапчиња.

Според тоа, без кршења на стапчињата или нивно преклопување квадрат може да се направи само од комбинацијата В).

21. Горјан има дрвца со должини 4 cm и 6 cm. Кој е најмалиот број дрвца кои ќе ги употреби Горјан за да состави правоаголник со должина 46 cm и ширина 32 cm, без притоа дрвцата да ги крши?

- А) 14 В) 26 С) 28 Д) 32 Е) 38

Решение. С). Ако за должината употреби m дрвца со должина 4 cm и n дрвца со должина 6 cm, тогаш важи $4m + 6n = 46$, од каде добиваме $2m + 3n = 23$. Притоа најмалку дрвца е бидат употребени ако $n = 7$, при што $m = 1$.

Слично за ширината добиваме $4x + 6y = 32$, односно $2x + 3y = 16$.

Јасно, најмалку дрвца ќе бидат употребени ако $y = 4$, при што $x = 2$.

Конечно, најмалиот број дрвца е еднаков на

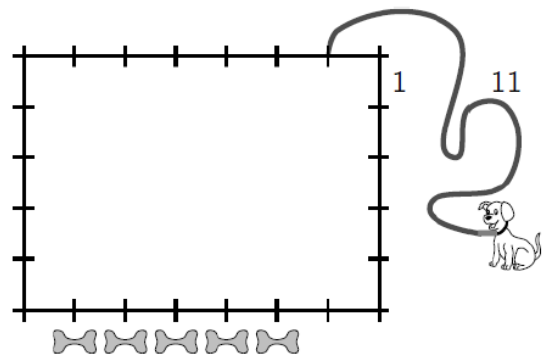
$$2(m + n + x + y) = 2 \cdot (7 + 1 + 4 + 2) = 28.$$

22. Едната страна на правоаголникот е долга 8 cm , а должината на другата е половина од неа. Колку е долга страната на квадратот кој има еднаков периметар со правоаголникот?

A) 4 cm B) 6 cm C) 8 cm D) 12 cm E) 24 cm

Решение. B). Должината на другата страна на правоаголникот е $8 : 2 = 4\text{ cm}$. Значи, неговиот периметар е $2 \cdot (8 + 4) = 24\text{ cm}$. Според тоа, должината на страната на квадратот кој има еднаков периметар како правоаголникот е $24 : 4 = 6\text{ cm}$.

23. Пабло го врзал своето куче 1 метар од темето на една правоаголна ограда со должини на страни 7 и 5 метри, како на цртежот десно, и притоа употребил јаже со должина од 11 метри (како на цртежот десно). На спротивната страна од оградениот дел тој поставил 5 коски. Колку коски може да достигне кучето?

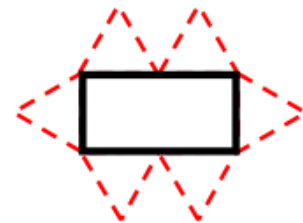


A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. D). Ако коските ги гледаме од десната страна, тогаш најблиската коска од местото за кое е врзано кучето е оддалечена $1 + 5 + 2 = 8\text{ m}$, следната коска е оддалечена $1 + 5 + 3 = 9\text{ m}$, следната е оддалечена $1 + 5 + 4 = 10\text{ m}$, следната е оддалечена $1 + 5 + 5 = 11\text{ m}$ и

последната е оддалечена $1 + 5 + 6 = 12 \text{ m}$. Ако гледаме од лево кон десно, тогаш најблиската коска е оддалечена $6 + 5 + 1 = 12 \text{ m}$. Значи, во првиот случај кучето може да достигне 4 коски, а во вториот случај не може да достигне ниту една коска. Според тоа, кучето вкупно може да достигне 4 коски.

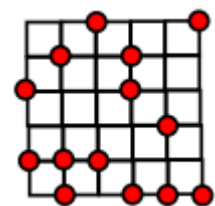
24. На цртежот десно е прикажана патека за трчање, која се наоѓа во градскиот парк. Внатрешниот дел на патеката (црните линии) е во форма на правоаголник, а надворешниот дел (испрекинатите кафеави линии) се состои од 6 еднакви рамнострани триаголници, кои се залепени до правоаголникот. Мирјана направила 18 обиколки на внатрешниот дел од патеката. Колку обиколки по надворешниот дел на патеката треба да направи Матео, за да истрча исто растојание со Мирјана?



- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

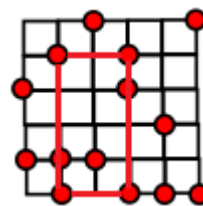
Решение. C). Внатрешната патека всушност се состои од 6 делови кои се страни на рамностраниите триаголници, од кои е составена надворешната патека. Над секоја од овие 6 делови имаме по две страни од триаголниците на надворешната патека. Тоа значи дека надворешната патека е двапати подолга од внатрешната патека. Според тоа, Матео треба надворешната патека да ја обиколи двапати помалку, односно $18 : 2 = 9$ пати.

25. Страната на едно квадратче од мрежата е 1 cm . Пабло означил неколку точки во мрежата и открил дека четири од нив се темиња на правоаголник. Колку е периметарот на правоаголникот?

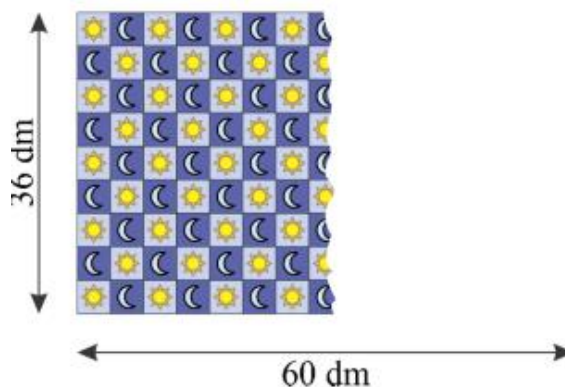


- A) 12 *cm* B) 13 *cm* C) 14 *cm* D) 15 *cm* E) 16 *cm*

Решение. А). Лесно се гледа дека означените точки се темиња само на еден правоаголник кој е прикажан на цртежот десно. Должините на страните на правоаголникот се 2 *cm* и 4 *cm*, па затоа неговиот периметар е еднаков на $2 \cdot (2 + 4) = 12 \text{ cm}$.



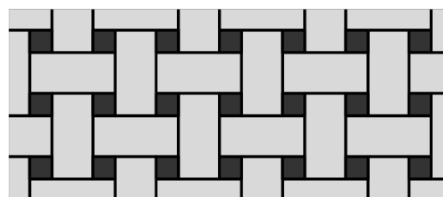
26. Маргарита купила тепих широк 36 *dm* и долг 60 *dm* (цртеж десно). На површината на тепихот се видливи квадрати или со сонце или со месечина. Колку квадрати со месечина има на тепихот кога целосно ќе се рашири?



- A) 68 B) 67 C) 65 D) 63 E) 60

Решение. В). На ширината има 9 квадрати, па од ширината добиваме дека должината на страната на еден квадрат е $36:9 = 4 \text{ dm}$. Тоа значи дека по должината на тепихот имаме $60:4 = 15$ квадрати. Сега, првиот, третиот, петтиот, седмиот и деветтиот ред на тепихот имаат по 7 квадрати со месечина, а вториот, четвртиот, шестиот и осмиот ред на тепихот имаат по 8 квадрати со месечина. Значи, на тепихот има $5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 = 67$ квадрати со месечина.

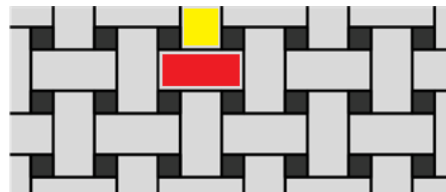
27. Подот е поплочен со два вида плочки  и . Плочката во вид на правоаголник има димензии 23 *cm* × 11 *cm*. На



цртежот десно е прикажан дел од подот. Колкава е должината на страната на квадратната плочка?

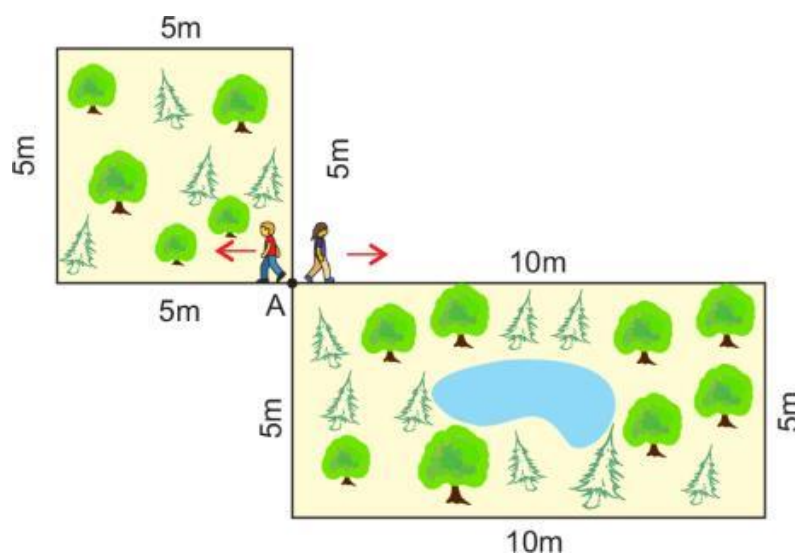
- A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm D) 6 cm E) 7 cm

Решение. D). Должината на поголема-та страна страна на правоаголната плочка е еднаква на збирот на должината на нејзината помала страна и две должини



на страната на квадратната плочка (црвената плочка на цртежот). Значи, две должини на страната на квадратната плочка се еднакви на $23 - 11 = 12 \text{ cm}$. Конечно, должината на страната на квадратната плочка е $12 : 2 = 6 \text{ cm}$.

28. Пабло и Матео тргнале од точката А со еднаква брзина, секој во своја насока, како на цртежот. Пабло обиколува квадратна градина, а Матео обиколува правоаголна градина. Тие одат се додека повторно не се сретнат во точката А. Кој е најмалиот број обиколки кои треба да ги направи Пабло за да со Матео за прв пат се сретне во точката А?

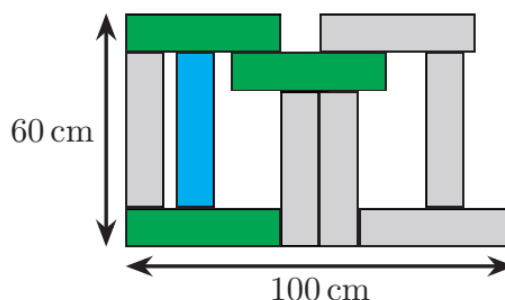


- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. C). Патот кој во едно обиколување ќе го помине Пабло е еднаков на периметарот на квадратот со должина на страна 5 m , а

патот кој во едно обиколување ќе го помине Матео е еднаков на периметарот на правоаголникот со страни 5 m и 10 m . Значи, во едно обиколување Пабло ќе помине $4 \cdot 5 = 20\text{ m}$, а Матео во едно обиколување ќе помине $2 \cdot (5 + 10) = 30\text{ m}$. Според тоа, во точката А Пабло може да стигне по $20\text{ m}, 40\text{ m}, 60\text{ m}, 80\text{ m}, \dots$, а Матео може да стигне по $30\text{ m}, 60\text{ m}, 90\text{ m}, \dots$. Прв пат ќе се сретнат откако секој од нив ќе измине 60 m , т.е. откако Пабло три пати ќе ја обиколи градината.

29. Конструкцијата прикажана на цртежот десно е со должина 100 cm и со височина 60 cm . Таа е составена од 10 еднакви правоаголници. Определи ги димензиите на еден правоаголник.



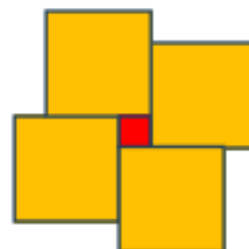
- A) $8\text{ cm}, 40\text{ cm}$ B) $10\text{ cm}, 40\text{ cm}$ C) $12\text{ cm}, 40\text{ cm}$
D) $8\text{ cm}, 44\text{ cm}$ E) $20\text{ cm}, 50\text{ cm}$

Решение. В). Ако должините на страните на правоаголникот се a и b , тогаш

$$a + 2b = 60 \text{ и } 2a + 2b = 100.$$

Од втората равенка наоѓаме $a + b = 50$. Сега, првата равенка ја запишуваме во видот $(a + b) + b = 60$, од каде добиваме $50 + b = 60$, т.е. $b = 10\text{ cm}$. Конечно, $a + 10 = 50$, односно $a = 40\text{ cm}$.

30. Колку е периметарот изразен во сантиметри, на фигурата прикажана на цртежот десно, која е составена од четири квадрати секој со периметар

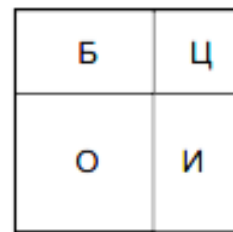


12 cm и еден квадрат со периметар 4 cm.

- A) 16 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

Решение. В). Дадената фигура има 8 страни еднакви на страните на големите квадрати и 4 страни еднакви на страните на малиот квадрат. Според тоа, нејзиниот периметар е еднаков на збирот на два периметри на голем квадрат и еден периметар на мал квадрат, односно на $2 \cdot 12 + 4 = 28 \text{ cm}$.

31. Дворот на Матео е во форма на квадрат и е поделен на базен (Б), цветна градина (Ц), овошна градина (О) и игралиште (И). Овошната и цветната градина имаат форма на квадрат. Периметарот на овошната градина е 20 m, а периметарот на цветната градина е 12 m. Колку е периметарот на базенот?

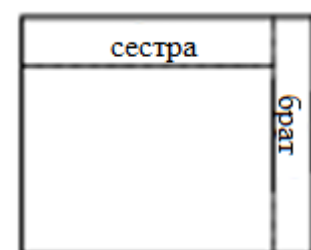


- A) 10 m B) 12 m C) 14 m D) 16 m E) 18 m

Решение. D). *Прв начин.* Должината на страната на овошната градина е $20 : 4 = 5 \text{ m}$, а должината на страната на цветната градина е $12 : 4 = 3 \text{ m}$. Значи, периметарот на базенот е $2 \cdot (5 + 3) = 18 \text{ m}$.

Втор начин. Две страни на базенот се со иста должина како две страни на овошната градина, а другите две страни се со иста должина како две страни на цветната градина. Затоа периметарот на базенот е половина од збирот на периметрите на овошната и цветната градина, т.е. тој е еднаков на $(20 + 12) : 2 = 16 \text{ m}$.

32. Павел има чоколада. Тој на својот брат му скршил еден ред кој содржел 5 коцки, а потоа на својата сестра од преостанатиот дел и скр-

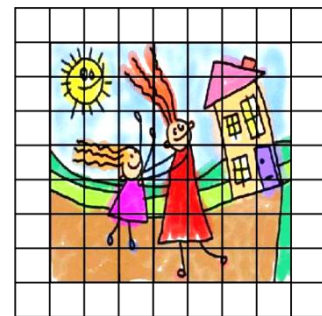


шил една ред кој содржел 7 коцки (цртеж десно). Колку коцки имала чоколадата на Павел на почетокот?

- A) 28 B) 32 C) 35 D) 40 E) 54

Решение. D). Од начинот на кршење на чоколадото добиваме дека на едната страна тоа има 5 коцки, а на другата страна има $7 + 1 = 8$ коцки. Значи, чоколадото на Павел на почетокот имало $8 \cdot 5 = 40$ коцки.

33. За да урами слика со димензии 7×7 Ана иско-
ристила 32 мали квадратчиња (цртеж десно).
Колку мали квадрати е се потребни на Ана за
да урами слика со димензии 10×10 ?



- A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52

Решение. C). *Прв начин.* Над секоја страна на сликата Ана треба да стави по 10 мали квадратчиња, а потоа да стави по 1 мало квадратче во четирите добиени ќоша. Значи, потребни се $4 \cdot 10 + 4 \cdot 1 = 44$ мали квадратчиња.

Втор начин. Над и под сликата Ана треба да постави по 10 мали квадратчиња, па за да добие квадратна рамка лево и десно од сликата треба да постави по 12 мали квадратчиња. Значи, потребни се $2 \cdot 10 + 2 \cdot 12 = 44$ мали квадратчиња.

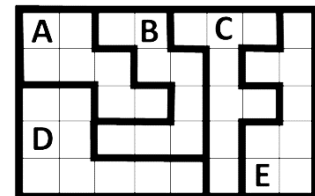
34. Два еднакви правоаголника се поставени еден до друг, како на цртежот десно. Периметарот на добиената фигура е еднаков на 128 cm . Колку е периметарот на едниот правоаголник, ако едната страна е за 5 cm подолга од другата.



- A) 72 cm B) 76 cm C) 80 cm D) 82 cm E) 86 cm

Решение. D). Нека a е должината на пократката страна на правоаголниците. Тогаш должината на подолгата страна е $a + 5$, па како периметарот на фигурата е 128 cm добиваме $2a + 4(a + 5) = 128$, од каде наоѓаме $6a = 108$, односно $a = 18\text{ cm}$. Значи, должините на страните на правоаголниците се 18 cm и 23 cm , па затоа периметарот на едниот правоаголник е $2 \cdot (18 + 23) = 82\text{ cm}$.

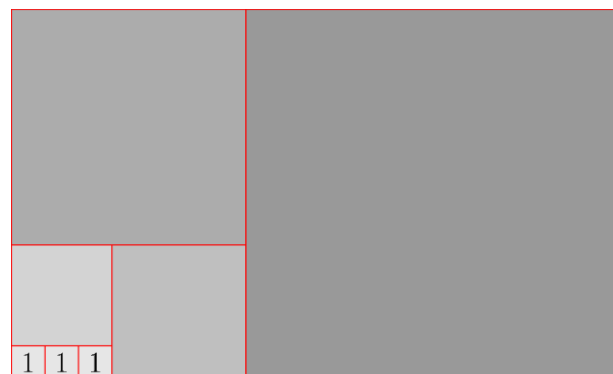
35. Дедо Стојан својата градина ја поделил на пет дела (цртеж десно). Кој дел има најголема плоштина?



- A) A B) B C) C D) D E) E

Решение. D). Делот А има 7 квадрати, делот В има 8 квадрати, делот С има 8 квадрати, делот D има 9 квадрати и делот Е има 8 квадрати.

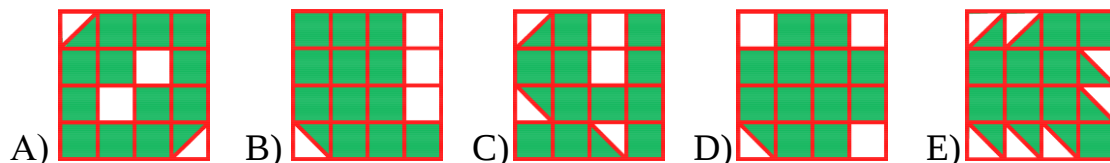
36. На цртежот десно големиот правоаголник е составен од квадрати со различна големина. Плоштината на секој од трите мали квадрати е еднаква на 1 cm^2 . Колкава е плоштината на големиот правоаголникот?



- A) 165 B) 176 C) 187 D) 198 E) 200

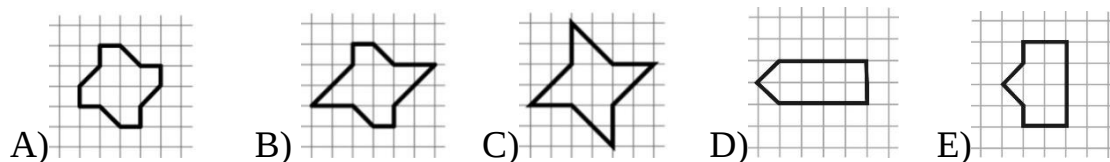
Решение. D). Имаме пет квадрати со различни должини на страни и тоа 1 cm , 3 cm , 4 cm , 7 cm , 11 cm . Според тоа, должините на страните на правоаголникот се 11 cm и 18 cm . Конечно, плоштината на правоаголникот е $11 \cdot 18 = 198\text{ cm}^2$.

37. На кој од долните цртежи е обоен со зелено најголем дел од квадратот?



Решение. А). Две бели триаголнициња формираат едно бело квадратче. Во квадратот А) имаме три бели квадратчиња, а во останатите четири квадрати имаме три бели квадратчиња и едно бело триаголниче. Најмал бел дел има квадратот А), што значи дека тој има најголем обоен дел во зелено.

38. Која фигура има најголема плоштина?



Решение. С). Ако плоштината на едно единечно квадратче од квадратната шема е 1, тогаш плоштината на едно триаголниче е $\frac{1}{2}$. Сега

А) плоштината е $8 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 8 + 2 = 10$

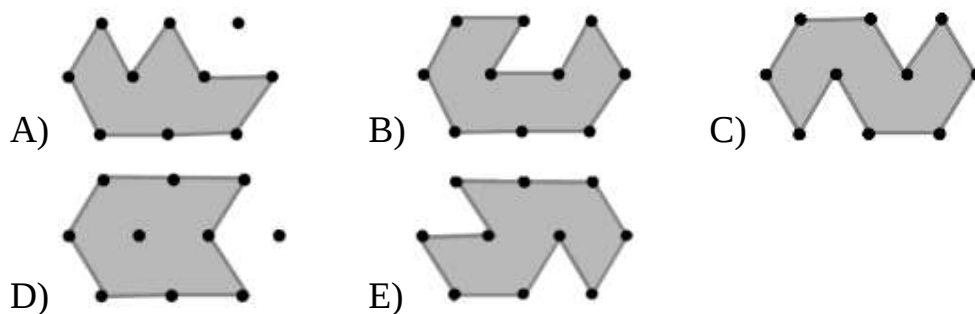
В) плоштината е $8 \cdot 1 + 6 \cdot \frac{1}{2} = 8 + 3 = 11$

С) плоштината е $8 \cdot 1 + 8 \cdot \frac{1}{2} = 8 + 4 = 12$

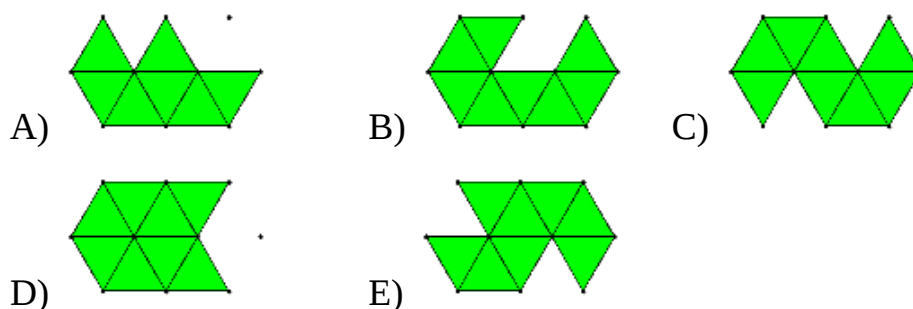
Д) плоштината е $8 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 8 + 1 = 9$

Е) плоштината е $8 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 8 + 1 = 9$.

39. Која од фигурите прикажани на долните цртежи има најмала плоштина?

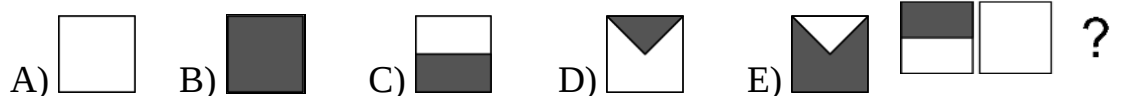


Решение. А). Ако фигурите ги поделиме на рамнострани триаголници, добиваме



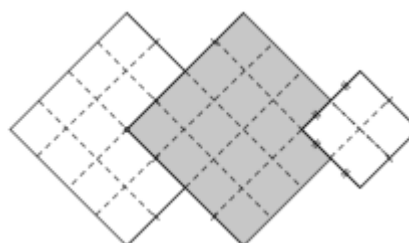
Сите фигури, освен А, имаат по 8 рамнострани триаголници, а А има 7 рамнострани триаголници. Значи, А има најмала плоштина.

40. Која плочка треба да се додаде на цртежот на местото на прашалникот, така што вкупните плоштини на белиот и црниот дел ќе бидат еднакви?



Решение. В). Имаме 3 квадратчиња кои се половина бели, половина црни, потоа 3 бели и 2 црни квадратчиња. За да вкупната плоштини на белиот и црниот се еднакви треба да се додаде црно квадратче, т.е. плочката В).

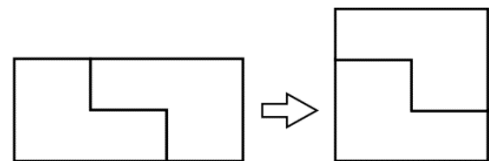
41. Плоштината на сивиот дел од фигурата е еднаква на 60 cm^2 . Колкава е плоштината на целата фигура?



- A) 120 cm^2 B) 124 cm^2
 C) 132 cm^2 D) 148 cm^2 E) 164 cm^2

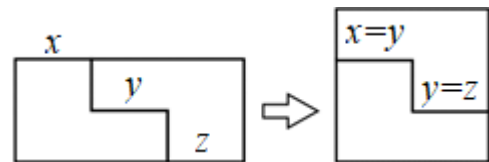
Решение. В). Сивиот дел на фигурата има $4 \cdot 4 - 1 = 15$ квадратчиња, па затоа плоштината на едно квадратче е еднаква на $60 : 15 = 4 \text{ cm}^2$. Целата фигура има $12 + 15 + 4 = 31$ квадратче, па затоа нејзината плоштина е $31 \cdot 4 = 124 \text{ cm}^2$.

42. Правоаголник е расечен на два дела од кои може да се формира квадрат (цртеж десно). Ако должината на подолгата страна на правоаголникот е 27, колку е неговиот периметар?

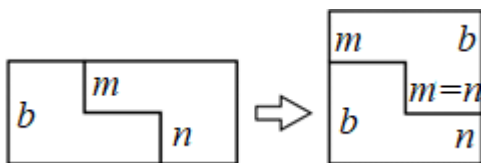


- A) 72 B) 74 C) 76 D) 78 E) 80

Решение. D). При ознаки како на цртежот десно имаме $x = y = z$, па затоа од $x + y + z = 27$ следува дека



$3x = 27$, т.е. $x = 9$. Значи, должината на страната на квадратот е $9 + 9 = 18$.

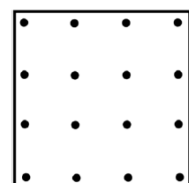


Понатаму, при ознаки како на цртежот лево добиваме $b = m + n = 2n$ и затоа $b + n = 18$, од каде добиваме

$3n = 18$, односно $n = 6$.

Конечно, должината на пократката страна на правоаголникот е $b = 2n = 12$, па затоа неговиот периметар е $2 \cdot (27 + 12) = 78$.

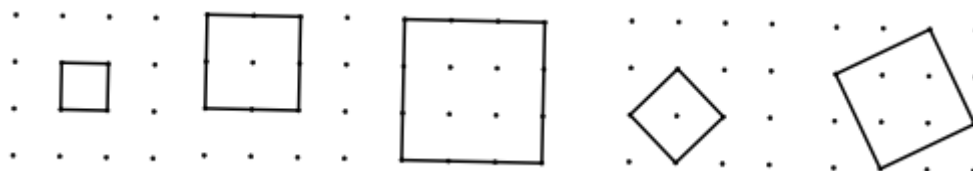
43. На цртежот десно е даден лист со точки. Притоа, растојанието помеѓу точките и во хоризонтална и во вертикална линија е исто. Четири од точките се темиња на



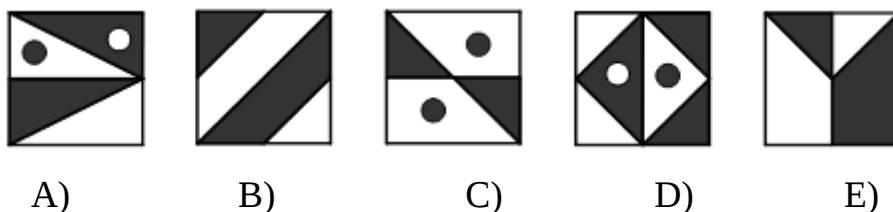
квадрат. Колку различни вредности може да има плоштината на вака добиен квадрат?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. D). Изборот на четири точки кои може да се темиња на квадрати со различни плоштини може да се направи на пет начини, види ги долните цртежи.

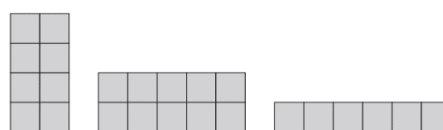


44. Во четири од петте цртежи плоштината на белата и плоштината на црната површина се еднакви. На кој од дадените цртежи плоштините на белата и црната површина не се еднакви?



Решение. C). На секој од цртежите A), B), D) и E) имаме симетрија или по делови симетрија на белите и црните површини. Тоа значи дека овие површини имаат еднакви плоштини. Тоа не важи за цртежот C), каде меѓу себе симетрични се црните површини и меѓу себе симетрични се белите површини, а црна и бела површина имаат различни плоштини.

45. Бојан составил квадрат со помош на 4 правоаголници. Три од правоаголниците се прикажани на цртежот десно.



Кој е четвртиот правоаголник.



A) B) C) D) E)

Решение. Е). Должината на едната страна на големиот правоаголник е поголема или еднаква на 6. Трите дадени правоаголници содржат $6 + 8 + 10 = 24$ квадратчиња. Најмалиот можен четврт правоаголник има 6, а најголемиот можен четврт правоаголник има 15 квадратчиња. Сега, ако x е бројот на квадратчињата на големиот правоаголник, тогаш $24 + 6 \leq x \leq 24 + 15$, односно $30 \leq x \leq 39$. Притоа, едната страна на правоаголникот е поголема или еднаква на 6, па затоа бидејќи $30 \leq x \leq 39$ за бројот на квадратчињата можни се следниве случаи: $x = 6a, x = 7a, x = 8a, x = 9a, x = 10a$.

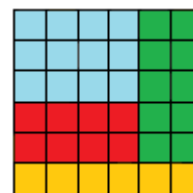
Случајот $x = 10a$ не е можен, бидејќи тогаш правоаголникот треба да има 30 квадратчиња, па не е можно од дадените правоаголници и правоаголникот D да се состави нов правоаголник (Зошто?).

Случајот $x = 9a$ не е можен бидејќи тогаш големиот правоаголник треба да има 36 квадратчиња, но од дадените правоаголници и еден од правоаголниците C и E не може да се состави правоаголник со страна 9.

Случајот $x = 8a$ не е можен бидејќи тогаш правоаголникот треба да има 32 квадратчиња, а меѓу понудените правоаголници не постои правоаголник со 8 квадратчиња.

Случајот $x = 7a$ не е можен бидејќи тогаш правоаголникот треба да има 35 квадратчиња, а меѓу понудените правоаголници не постои правоаголник со 11 квадратчиња.

Ако $x = 6a$, тогаш имаме квадрат со должина на страна 6, кој треба да се состави со трите дадени правоаголници и еден од правоаголниците C и E. Лесно се



гледа дека тоа е можно само со правоаголникот Е. Распоредот е прикажан на цртежот горе десно.

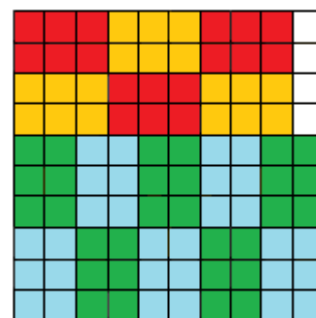
46. Од квадратен хартиен лист со страна 100 cm Андреј сече правоаголници со страни 20 cm и 30 cm . Колку најмногу правоаголници може да исече Андреј?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Решение. Е). Плоштината на целиот лист е $100 \cdot 100 = 10000\text{ cm}^2$, а плоштината на еден правоаголник е $20 \cdot 30 = 600\text{ cm}^2$. Бидејќи

$$10000 = 16 \cdot 600 + 400,$$

заклучуваме дека Андреј може да исече најмногу 16 правоаголници. На цртежот десно е прикажано како Андреј може да исече 16 правоаголници (квадратчињата се со должина на страна 10 cm).

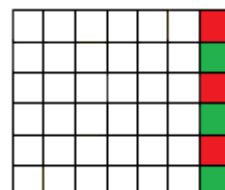


47. Правоаголник 7×6 е составен од 42 единечни квадратчиња. Кој е најмалиот број квадрати на кои може да се расече правоаголникот, така што секој од добиените делови е составен од цели квадратчиња?

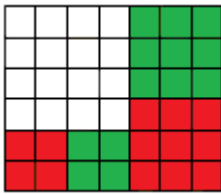
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. С). Ако најголемиот квадрат е со страна 6, тогаш при расекувањето се добиваат $1 + 6 = 7$ квадрати (на цртежот десно 1 квадрат со страна 6 и 6 квадрати со страна 1).

Ако најголемиот квадрат е со страна 5, тогаш најмалиот број квадрати на кои може да се расече пра-

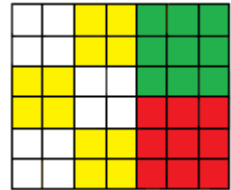


воаголникот е $1+3+5=9$ (на цртежот десно 1 квадрат со страна 5, 3 квадрати со страна 2 и 5 квадрати со страна 1).



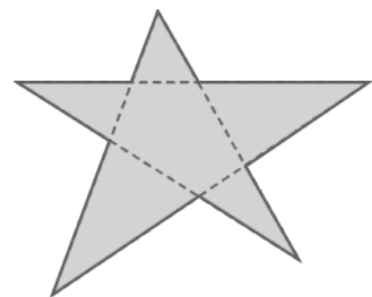
Ако најголемиот квадрат е со страна 4, тогаш најмалиот број квадрати на кои може да се расече правоаголникот е $1+2+2=5$ (на цртежот лево 1 квадрат со страна 4 и по 2 квадрати со страни 2 и 3).

Ако најголемиот квадрат е со страна 3, тогаш за да има најмал број квадрати мора да има парен број квадрати со страна 3. Значи, мора да има 2 или 4 квадрати со страна 3. Ако има 2 квадрати со страна 3, тогаш најмалиот број квадрати се добива кога преостаниот дел се покрие со 6 квадрати со страна 2, па имаме $2+6=8$ квадрати (на цртежот десно има 2 квадрати со страна 3 и 6 квадрати со страна 2).



Ако има 4 квадрати со страна 3, тогаш преостануваат 6 квадрати со страна 1 од кои не може да се состави квадрат со страна 2. Значи, во овој случај имаме $4+6=10$ квадрати (цртеж лево).

48. Матеа со неколку триаголници ја направила ѕвездата прикажана на цртежот десно. Кој е најмалиот број триаголници кои ги употребила Матеа? (Триаголниците смее да се преклопуваат.)

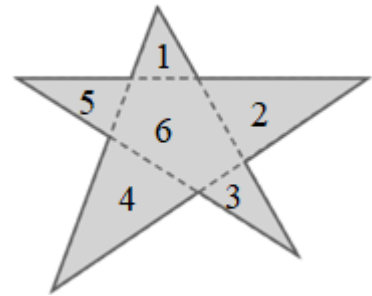


- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. В). При правењето на ѕвездата најмногу два агли на еден триаголник може да се агли на ѕвездата. Бидејќи $5=2 \cdot 2+1$, за да ја направи ѕвездата на Матеа и се потребни повеќе од 2 триаголника. Ако делбените делови на ѕвездата ги означиме како на долниот цр-

теж десно, тогаш ѕвездата може да се направи со три триаголници и тоа:

- 1) првиот триаголник со деловите 1, 3 и 6,
- 2) вториот триаголник со деловите 2, 4 и 6,
- 3) третиот триаголник со деловите 3, 5 и 6.

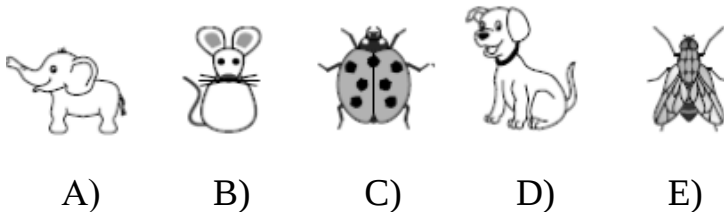
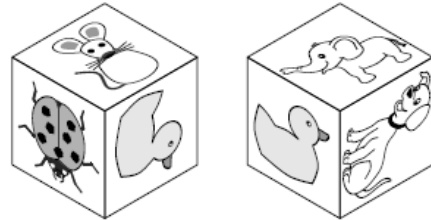


2. КОЦКА И КВАДАР

1. Марко ги залепил следниве шест налепници:

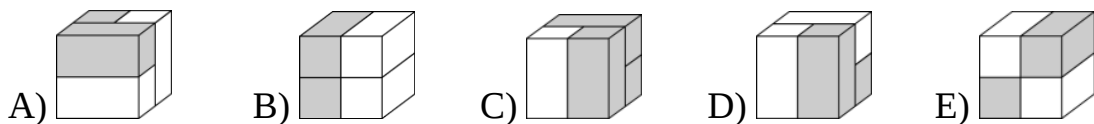
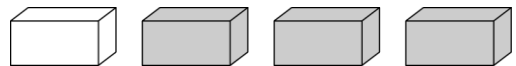


по една на секој сид на една коцка. На цртежите десно е прикажана коцката во две различни положби. Која налепница се наоѓа на спротивниот сид од сидот на кој е залепена пајката?



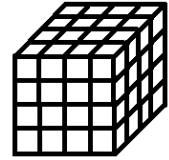
Решение. Е). Лево од пајката односно од нејзината опашка е глушецот, а десно од пајката односно пред пред нејзиниот клун е кучето. Од долната страна на пајката е бубамарата, а од горната страна е слончето. Значи, налепницата со мувата останува да е наспроти пајката, т.е. одговорот е Е).

2. Горјан има четири цигли. Која од следниве коцки дадени подолу може да ја направи со овие четири цигли?



Решение. С). Само коцката С е направена од три сиви и една бела цигла.

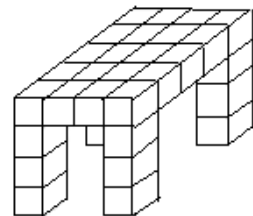
3. Една голема коцка е составена од 64 еднакви мали бели коцки (види цртеж). Пет сидови на големата коцка се обоени со зелена боја. Колку мали коцки имаат три зелени зида?



A) 4 B) 8 C) 16 D) 20 E) 24

Решение. А). Мали коцки кои имаат три зида кои се дел од сидовите на големата коцка има 8 и тоа се коцките во темињата на големата коцка. Од овие коцки немаат три обоени зида коцките кои лежат на необоениот сид на големата коцка, а тоа се 4 коцки. Значи, 4 мали коцки имаат три обоени зида.

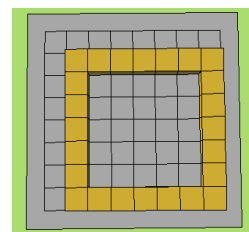
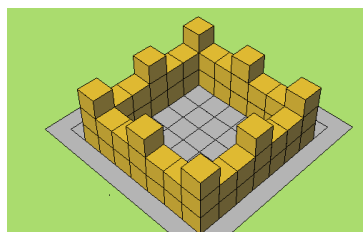
4. Пабло направил маса од мали коцки (цртеж десно). Колку мали коцки употребил Пабло за правење на масата?



A) 24 B) 26 C) 28 D) 32 E) 36

Решение. D). За правење на четирите ногалки од по 3 коцки Пабло употребил $4 \cdot 3 = 12$ мали коцки. За правење на горниот дел од масата на која на едната страна има 4, а на другата страна има 5 коцки, Пабло употребил $4 \cdot 5 = 20$ коцки. Според тоа, Пабло употребил вкупно $12 + 20 = 32$ мали коцки.

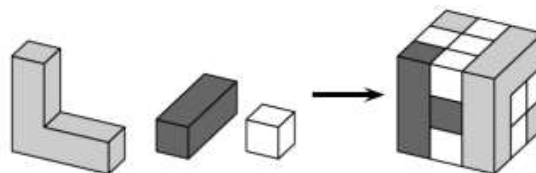
5. На цртежот лево е прикажан замок направен од коцкички. На цртежот десно е прикажан поглед на замокот од горе. Од колку коцкички е изграден замокот?



A) 56 B) 60 C) 64 D) 68 E) 72

Решение. А). Во најгорниот ред има 8 коцки, а во другите два реда има по $8 + 16 = 24$ коцкички. Значи, вкупно има $2 \cdot 24 + 8 = 48 + 8 = 56$ коцки.

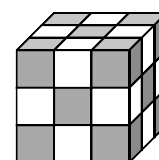
6. Коцката на цртежот е составена од три вида делови. Колку бели делови се употребени за составување на коцката?



- A) 8 B) 11 C) 13 D) 16 E) 19

Решение. В). Целата коцка е со големина од $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ бели коцки. Еден сив дел е со големина од 5 мали бели коцки, а еден црн дел е со големина од 3 мали бели коцки. За составување на големата коцка се употребени 2 сиви и 2 црни дела. Според тоа, бројот на малите бели коцки е $27 - (2 \cdot 5 + 2 \cdot 3) = 11$.

7. Андреј направил голема коцка користејќи мали бели и сиви коцки (види цртеж). Малите коцки со иста боја не се допираат. Колку бели коцки употребил Андреј?



- A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Решение. С). *Прв начин.* Во првите два реда над секоја сива коцка се наоѓа бела коцка и обратно, над секоја бела коцка се наоѓа сива коцка. Затоа бројот на белите и сивите коцки во првите два реда е еднаков на 9. Во третиот ред имаме 5 сиви и 4 бели коцки. Според тоа, бројот на белите коцки е $9 + 4 = 13$.

Втор начин. Големата коцка има:

- 5 колони со по 2 сиви и 1 бела коцка,
- 4 колони со по 2 бели и 1 сива коцка.

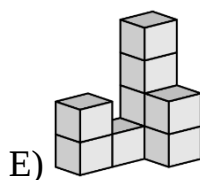
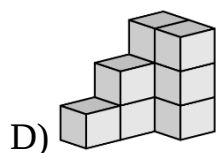
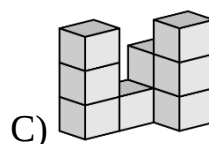
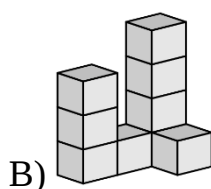
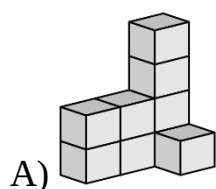
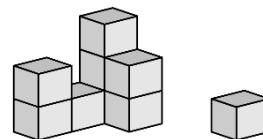
Значи, бројот на сивите коцки е

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 14,$$

а бројот на белите коцки е

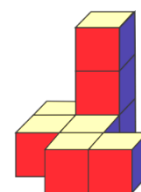
$$1+1+1+1+1+2+2+2+2=13.$$

8. Мачката на Андреј турнала една коцка од неговата конструкција која е направена од еднакви коцки (цртеж десно). Како изгледале конструкцијата пред мачката да ја турни коцката? Сите конструкции се гледаат од предната страна.



Решение. Е). Мачката турнала една коцка. Кога ќе го погледнеме делот од конструкцијата на Андреј кој преостанал, гледаме дека во случаите А, В, С и D конструкциите од неа се разликуваат за две или повеќе коцки (Образложи!). Единствено конструкцијата Е) се разликува само за една коцка.

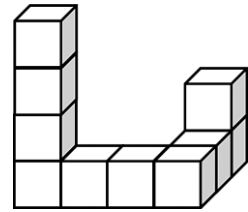
9. Елена прави коцка која е составена од мали коцки. Но таа не ја завршила работата. Уште колку најмалку мали коцки треба Елена да стави за да направи поголема коцка?



- A) 10 B) 17 C) 19 D) 12 E) 15

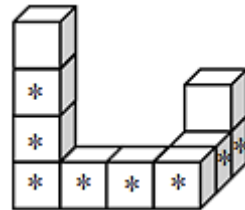
Решение. С). Најмалата коцка ќе има три коцки во ширина, три во висина и три во должина. Во првиот ред недостасуваат $1+2=3$ коцки. Во вториот ред недостасуваат $3+2+3=8$ коцки и исто толку коцки недостасуваат во третиот ред. Значи, Елена треба да стави $3+8+8=19$ коцки.

10. Од 10 исти коцки Ангел ја составил фигурата прикажана на цртежот десно. Потоа тој ја обоил целата фигура, вклучувајќи ја и долната страна. Колку коцки имаат 4 обоени сидови?

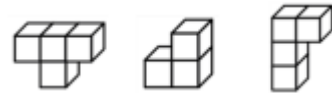


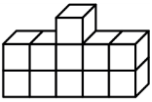
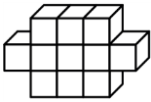
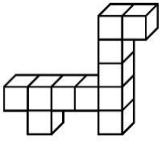
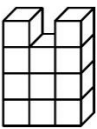
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. C). На цртежот десно со * се означени коцките кај кои се обоени точно 4 зида. На цртежот имаме 8 знаци *, што значи дека имаме 8 коцки со по 4 обоени сидови.

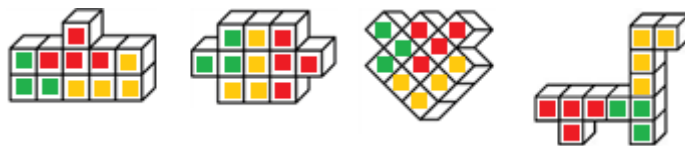


11. Која од дадените фигури не може да се состави од трите дадени фигури прикажани на цртежите десно? Дадените фигури може да се вртат и превртуваат.

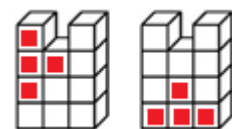


A)  B)  C)  D)  E) 

Решение. E). Фигурите A, B, C и D може да се состават како што е прикажано на долните цртежи.



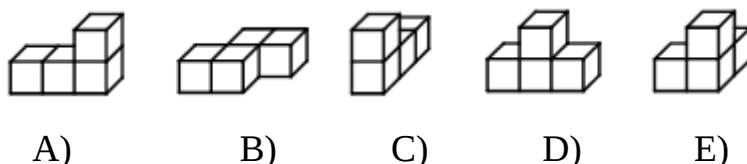
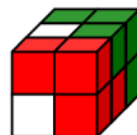
За да се состави фигурата E мора фигурата во видот на буквата T да се постави на еден од двата начина прикажани на цртежите десно. Понатаму, во двата случаја другата фигура составена од четири коцки може да се постави на во првиот случај на два начина, а во вториот случај на два начина како што е прикажано на долните цртежи.





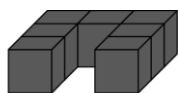
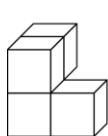
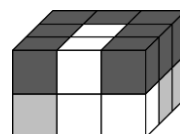
Сега е јасно дека во сите случаи третата фигура не може да се постави.

12. Еден квадар е направен од три парчиња (види цртеж). Секое парче се состои од 4 коцки, и е обоено со една иста боја. Како изгледа парчето обоено во бела боја?

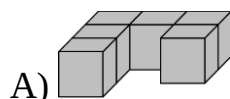


Решение. D). На десната страна сите коцки се обоени во сива или во црна боја. На левата страна во сиво или црно се обоени две коцки од горниот ред. Според тоа, од левата страна во долниот ред сите коцки се бели, а во горниот ред само средната е бела. Значи, точен одговор е под D).

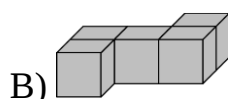
13. Осумнаесет коцки се обоени бело или сиво или црно и од нив е направен квадар (цртеж десно). На цртежите



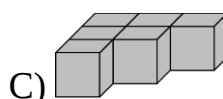
лево се прикажани белиот и црниот дел на добиениот квадар. На кој од наведени-
ве цртежи е прикажан сивиот дел на квадарот?



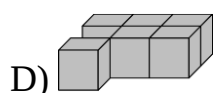
A)



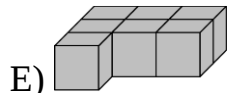
B)



C)



D)

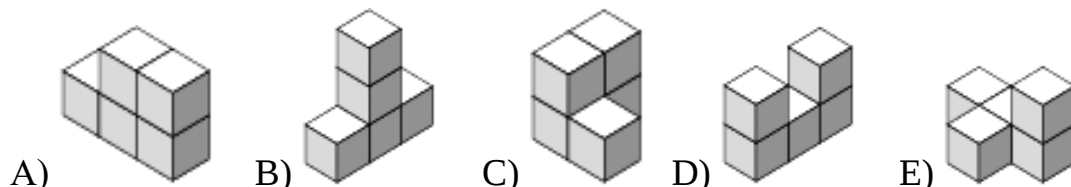


E)

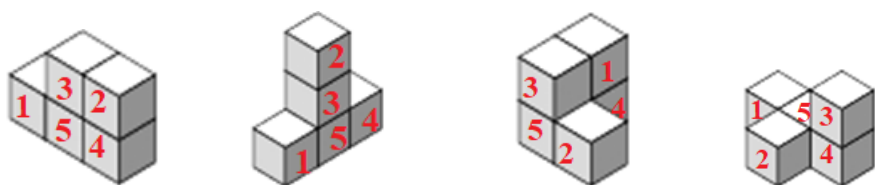
Решение. E). Сивиот дел е поставен во долниот ред на квадарот, при што со двете долни коцки на белиот дел (средната и десната) го пополнува долниот ред на квадарот. Сега е јасно дека тоа е делот E).

Уште да забележиме дека белиот дел се состои од 4 коцки, а црниот дел од 7 коцки. Според тоа, сивиот дел мора да има $18 - (4 + 7) = 7$ коцки. Седум коцки има само делот Е), додека деловите А), С), D) имаат по 6 коцки, а делот В) има 5 коцки.

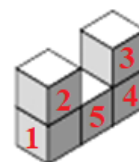
14. Која од фигурите од А) до Е) не може да се добие од дадената фигура со преместување на само една коцка?



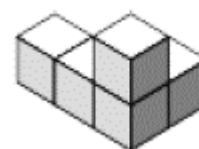
Решение. D). Да ги означиме коцките на дадената фигура како на цртежот десно (со бројот 5 е означена коцката која не се гледа). Со поместување на една коцка фигурите А, В, С, Е може да се добијат како што е покажано на долните цртежи:

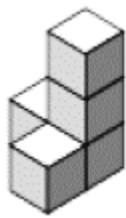


За да ја добиеме фигурата D) не смееме да ги поместуваме коцките 1, 5 и 4. Значи, горниот ред на оваа фигура го добиваме со коцките 2 и 3, но тоа се две поместувања (цртеж десно).

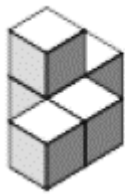


15. На цртежот десно е дадена фигура составена од пет еднакви коцки. Со поместување само на една коцна се добива нова фигура. Која од дадените фигури не може да се добие на овој начин?

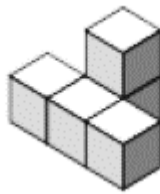




A)



B)



C)



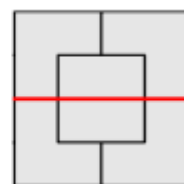
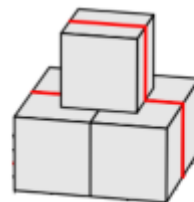
D)



E)

Решение. C. Аналогно како во претходната задача заклучуваме дека од дадената фигура со поместување на само една коцка не може да се добие фигурата C. Деталите ги оставаме на читателот за вежба.

16. На левиот цртеж е дадена е прикажана конструкција составена од 5 еднакви коцки со должина на раб 10 cm . Со црвената линија е означена патеката по која

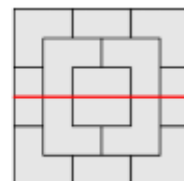


по конструкцијата поминала мравка. На десниот цртеж е прикажано како изгледаат конструкцијата и патеката гледано од горе. Колку сантиметри поминала мравката по конструкцијата?

A) 20 cm B) 30 cm C) 40 cm D) 50 cm E) 60 cm

Решение. E). Конструкцијата е со основа квадрат со должина на страна 20 cm и таа е висока 20 cm . Понатаму, мравката поминала пат кој е еднаков на една должина на основата и две висини на конструкцијата. Значи, мравката поминала пат долг $3 \cdot 20 = 60\text{ cm}$.

17. На левиот цртеж е дадена е прикажана конструкција составена од 14 еднакви коцки со должина на раб 10 cm . Со црвената линија е означена патеката по која по



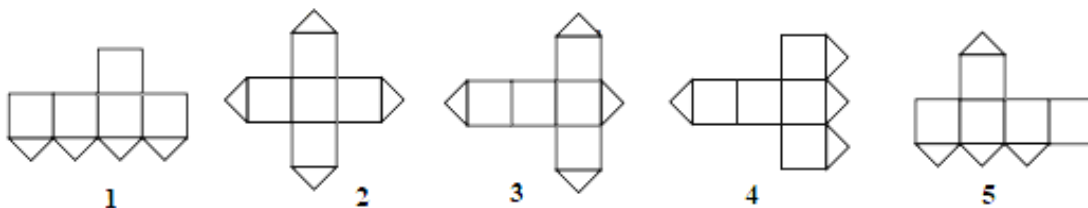
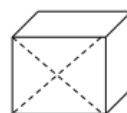
конструкцијата поминала мравка. На десниот цртеж е прикажано како

изгледаат конструкцијата и патеката гледано од горе. Колку сантиметри поминала мравката по конструкцијата?

- A) 30 cm B) 60 cm C) 70 cm D) 80 cm E) 90 cm

Решение. Е). Конструкцијата е со основа квадрат со должина на страна 30 cm и таа е висока 30 cm. Понатаму, мравката поминала пат кој е еднаков на една должина на основата и две висини на конструкцијата. Значи, мравката поминала пат долг $3 \cdot 30 = 90 \text{ cm}$.

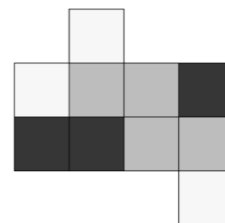
18. Еден сид на коцката е пресечен со неговите дијагонали. Кои од долните цртежи не може да се мрежа на оваа коцка?



- A) 1 и 3 B) 1 и 5 C) 3 и 4 D) 3 и 5 E) 2 и 4

Решение. D). Триаголниците на цртежот 3 припаѓаат на два соседни зида на мрежа на коцка, а истото важи и за триаголниците на цртежот 5. За другите три цртежи лесно се гледа дека се мрежи на дадената коцка.

19. Од парчето картон прикажано на цртежот десно со превиткување е направена кутија $2 \times 1 \times 1$. На кој цртеж е прикажана оваа кутија?

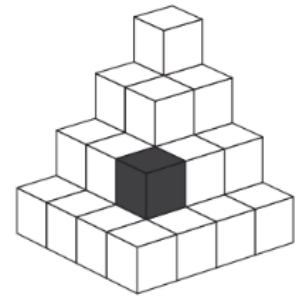


- A) B) C)
D) E)

Решение. B). Картонот мора да се превитка по вертикалните линии и по горната и долната хоризонтална линија. Тоа значи дека левиот и

десниот сид на петте прикажани кутии мора да е бел квадрат, а на останатите сидови има точно еден бел квадрат. Затоа кутиите А, С и Е отпаѓаат. Понатаму, ниту еден вертикален 2×1 правоаголник не е составен од 1 бело и 1 сиво поле, па затоа отпаѓа и кутијата D. Значи, бараната кутија е В.

20. Фигурата прикажана на цртежот десно треба да се направи со помош на црни и сиви единечни коцки, така што коцките кои имаат заеднички сид да се различно обоени. На цртежот е прикажана една црна единечна коцка. Кој од посочените одговори го прикажува изгледот на фигурата гледано од горе?



A)



B)



C)



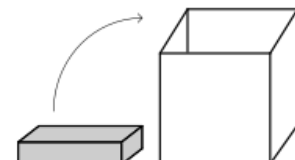
D)



E)

Решение. D). Сите коцки кои со црната коцка имаат заеднички сид се сиви, па затоа квадратите кои се наоѓаат во вториот ред и третата колона и во третиот ред е втората колона мора да се сиви. Тоа значи дека квадратите В и Е отпаѓаат. Под црната коцка е сива коцка, па затоа првата коцка во вториот долен ред и првата коцка во втората долна колона се црни. Тоа значи дека првите квадрати во вториот ред и втората колона се црни, што значи дека квадратите А и С отпаѓаат. Останува само квадратот D и тоа е бараниот квадрат.

21. Имаме квадрати со димензии $1\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 4\text{ cm}$.
Вакви квадрати сакаме да ставиме во кутија со



димензии $4\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 4\text{ cm}$. Кој е најголемиот можен број квадрати што можеме да ги ставиме?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. C). Бидејќи $4:2=2$ најдолу во кутијата можеме да ставиме ред во кој ќе има два квадрати кои лежат на сидот со димензии $2\text{ cm} \times 4\text{ cm}$. Понатаму, од $4:1=4$ добиваме дека во кутијата можеме да ставиме 4 вакви реда, по што кутијата ќе биде полна. Значи, најмногу можеме да ставиме $4 \cdot 2 = 8$ квадрати (цртеж десно).

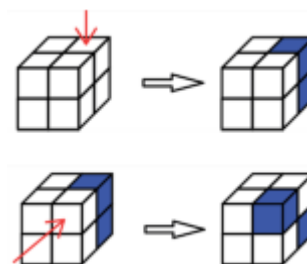


22. Располагаме со доволно количество блокови со еднаква големина со димензии $1 \times 2 \times 4$ изразени во сантиметри. Колку најмногу вакви блокови може да се стават во кутија со димензии $4 \times 5 \times 6$ изразени во сантиметри.

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

Решение. E). Нека кутијата ја поставиме да лежи на сидот со димензии 6×4 . Тогаш во првиот ред на кутијата моеме да наредиме 3 блокови со димензии $1 \times 2 \times 4$. Но, кутијата има 5 реда, па затоа во неа можеме да наредиме $3 \cdot 5 = 15$ блокови. Овој број блокови е најголем бидејќи волуменот на кутијата е 120 cm^3 , а волуменот на еден блок е 8 cm^3 .

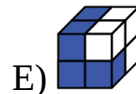
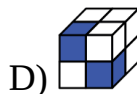
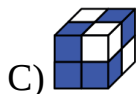
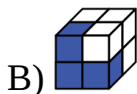
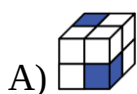
23. Коцка е составена од осум мали коцки. Кога е се допре сид на мала коцка, целата колона или ред од коцката во правец на допирот ја менува бојата: белите коцки стануваат сиви, а сивите коцки стануваат бели. На цртежите десно се покажа-



ни примери со две последователни допирања. Како ќе изгледа коцката која е составена само од бели коцки по трите допирања покажани на

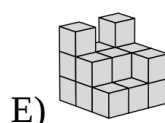
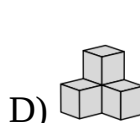
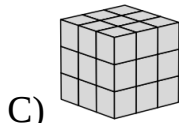
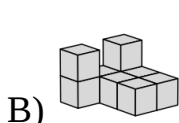
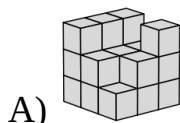


цртежот лево. (Редоследот на допирањата не влијае на резултатот.)



Решение. А). Кога одгоре ќе ја допреме горната лева коцка ќе добиеме две сиви коцки во првата предна колона (цртеж  десно). Понатаму, по допирот од страна на коцката долу десно  таа ќе стане сива, а сивата коцка во првата колона е стане бела (цртеж лево). Конечно, по допирот на предната лева горна коцка таа ќе стане бела, а коцката зад неа ќе стане сива, па така ќе се  добие коцката А (цртеж десно).

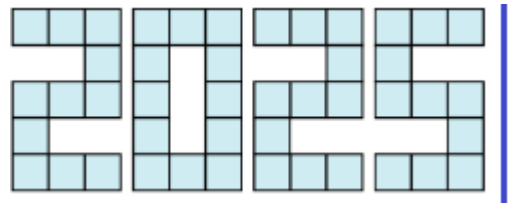
24. Маја со еднакви мали коцки направила коцка со димензии $3 \times 3 \times 3$, при што малите коцки ги додавала едно до друго. Додека ја правела коцката, таа направила 5 различни фотографии. Која е по ред четвртата направена фотографија?



Решение. А). На фотографијата D има 3 мали коцки, на фотографијата B има 7 мали коцки, на фотографијата E има 18 мали коцки, на фотографијата A има 21 мала коцка и на фотографијата C има 27 мали коцки. Бидејќи при секоја следна фотографија бројот на малите коцки се зголемува, заклучуваме дека четврта е фотографијата А.

3. ДОПОЛНИТЕЛ И ЗАДАЧИ

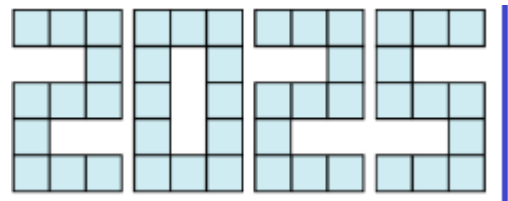
1. Годиinata 2025 е запишана на голем лист и десно од листот е поставено огледало. Кој број се гледа во огледалото?



- A) 2505 B) 2502 C) 5025 D) 2025 E) 5202

Решение. А). На секоја цифра во огледалото ја гледаме нејзината симетрична слика. Така 2 се пресликува во 5, 0 се пресликува во 0, 2 се пресликува во 5 и 5 се пресликува во 2. Понатаму, сликите се во обратен редослед, па затоа бројот кој го гледаме е 2505.

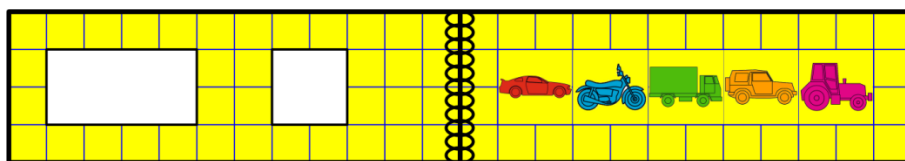
2. Годиinata 2025 е запишана на голем лист и десно од него е поставено огледало. Колку е разликата меѓу бројот кој се гледа во огледалото и бројот 2025?



- A) 477 B) 480 C) 2840 D) 2997 E) 3020

Решение. В). Според претходната задача во огледалото се гледа бројот 2505. Значи, бараната разлика е $2505 - 2025 = 480$.

3. На корицата на една книга се направени два отвори. Кога е отворена, книгата озгледа како на долниот цртеж.



Кои слики ги гледа Огнен кога ќе ја затвори книгата?

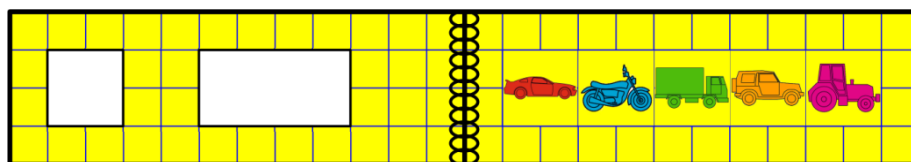
- A) , ,  B) , , 

C)  ,  ,  D)  ,  , 

E)  ,  , 

Решение. D). Кога ќе се затвори сликовницата Огнен ги гледа сликите кои се наоѓаат во квадратчето и правоаголникот кои се симетрични на белото квадратче и правоаголник кога корицата е отворена. Редоследно тоа се  ,  ,  , па значи одговорот е D).

4. На корицата на една книга се направени два отвори. Кога е отворена, книгата озгледа како на долниот цртеж.



Кои сликички ќе се видат кога книгата ќе се затвори?

A)  ,  ,  B)  ,  , 

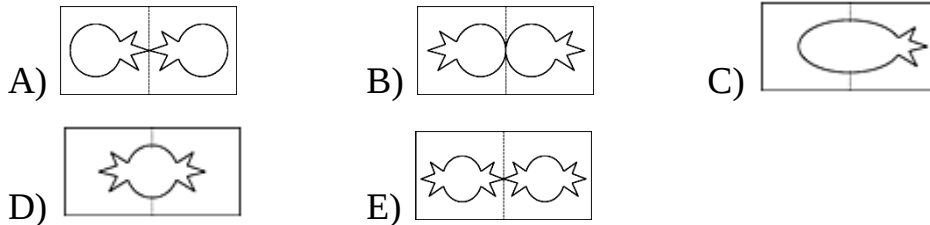
C)  ,  ,  D)  ,  , 

E)  ,  , 

Решение. C). Кога корицата ќе се затвори ќе се видат сликичките кои со осна симетрија во однос правата по која затвораме се пресликуваат во белите квадрат и правоаголник. Во квадратот се пресликува тракторот во правоаголникот се пресликуваат моторот и камионот. Значи, тоа се сликичките C.

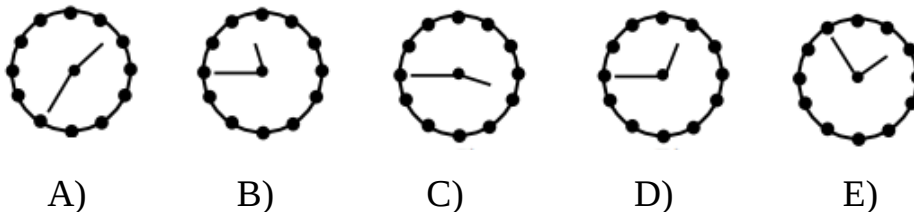
5. Михаела превиткала парче хартија на половина. Потоа пресекла дел од хартијата како што е прикажано на цртежот десно. Што ќе види Михаела откако ќе ја одвитка хартијата?



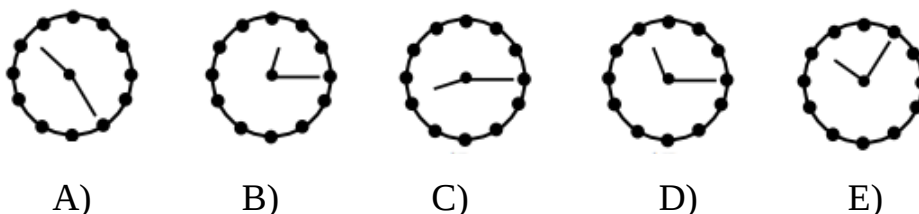


Решение. D). Михаела ќе види фигура која е составена од дадениот дел и од симетричноот на него дел во однос на линијата на превиткување.

6. Горјан стои пред огледало и го гледа часовникот кој е закачен на ѕидот зад него. Ликот што Горјан го гледа во огледалото е прикажан на цртежот десно. Кога по еден час е погледне во огледалото, што ќе види Горјан во огледалото.

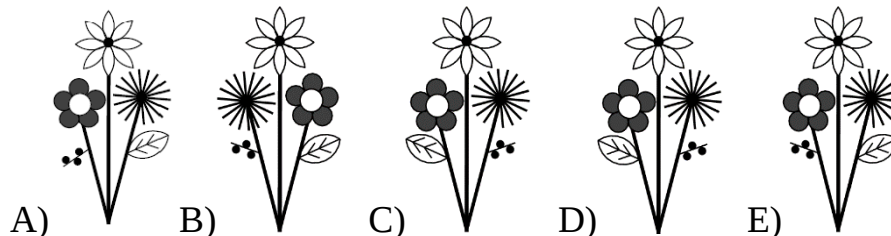


Решение. D). Горјан во огледалото ја гледа симетричната слика на часовникот во однос на вертикалната лева права. Според тоа, тој во точното време се добива кога ќе се најде симетричната слика на сликата во огледалото. Истата е дадена на цртежот десно. Значи, при првото гледање е 10:15. Кога по еден час Горјан ќе погледне во огледалото ќе биде 11:15. Според тоа, треба да го најдеме цртежот на која е прикажана симетричната слика во однос на вертикалната права на часовник кој покажува 11:15. Симетричните слики на петте понудени одговори се дадени на долните цртежи:



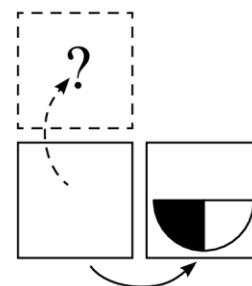
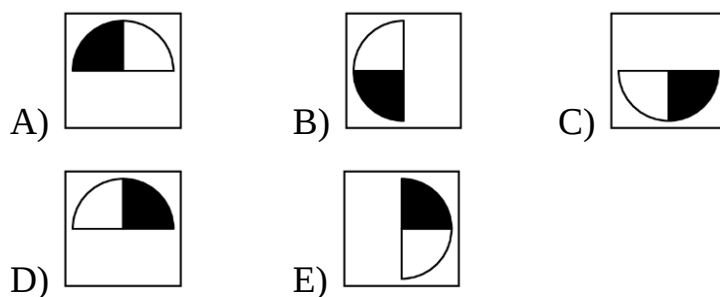
па одговорот е цртежот D.

7. Иванка насликала цвеќиња на прозорецот од својата продавница од внатре (види цртеж). Како изгледаат овие цвеќиња однадвор?

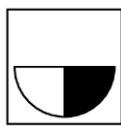


Решение. E). Кога цвеќето го гледаме од другата страна на прозорот ние всушност ја гледаме неговата симетрична слика во однос на вертикалната права (Зошто?). Сега е јасно дека тоа е сликата E).

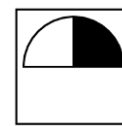
8. Кога цртежот ќе се преврти на десно, може да се види што е нацртано на него. Што ќе се види ако цртежот се преврти нагоре?



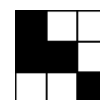
Решение. D). Со превртување се добива цртеж кој е симетричен на страната преку која се врши превртувањето. Затоа почетниот цртеж е



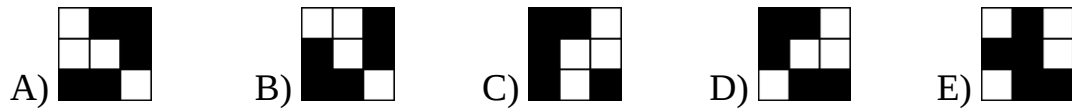
, а цртежот на местото на прашалникот е



9. На внатрешната страна на прозорското стакло на училищата се залепени црни и бели листови, како што е прикажано



на цртежот десно. Секој лист на едната страна е бел, а на другата е црн. Што гледа Филип кога прозорот ќе го погледне однадвор?



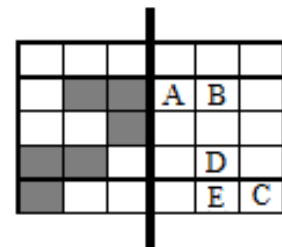
Решение. D). Кога од другата страна на прозорот ние всушност ја гледаме неговата симетрична слика во однос на вертикалната права.

Тоа значи, ако листовите се од двете страни со иста бола,

тогаш го гледаме квадратот прикажан на цртежот десно. Но, листовите од едната страна се бели, а од другата се црни, па затоа го гледаме квадратот прикажан на цртежот на левата страна.

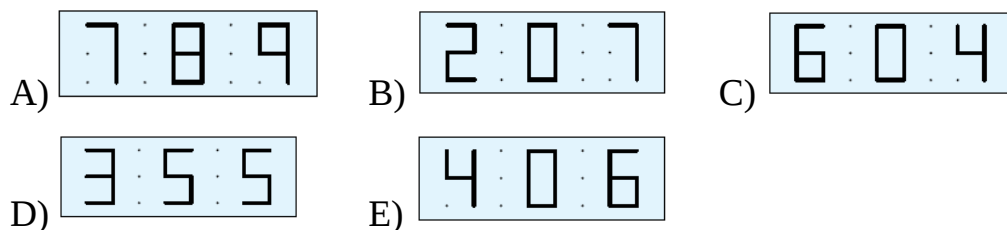
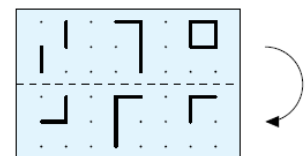
10. Правоаголникот прикажан на цртежот десно е превиткан долж црната линија. Која буква нема да биде покриена со сиво квадратче?

A) A B) B C) C D) D E) E

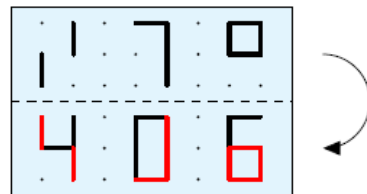


Решение. E). Заради осната симетрија во првиот ред од долу со сиво квадратче ќе биде покриено крајното десно квадратче, т.е. буквата C, а квадратчето до него нема да биде покриено со сиво квадратче, а тоа е буквата E. Слично се гледа дека со сиво квадратче ќе бидат покриени и буквите A, B и D.

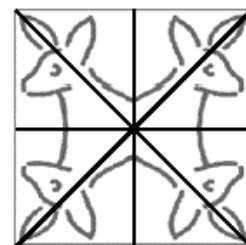
11. Филип ја превиткал прозирната хартија долж непрекинатата линија, како што е покажано на цртежот десно. Што можел да види потоа?



Решение. Е). При превиткувањето на листот хартија горните фигури симетрично се пресликуваат на долниот дел од листот, како што е прикажано на цртежот десно. Затоа Филип го видел ликот Е).



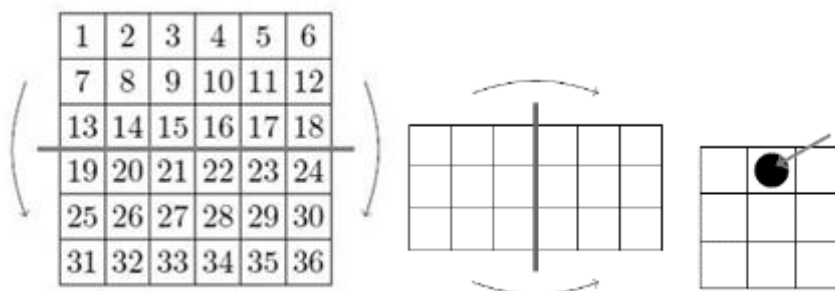
12. Горјан го превиткал листот хартија четири пати по линиите прикажани на цртежот. При колку превиткувања кенгурите прикажани на листот се поклопуваат?



- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Решение. С). Листот е квадрат, па тој е симетричен во однос на двете дијагонали и двете линии кои ги поврзуваат средините на спротивните страни. За да нацртани кенгури се поклопуваат при превиткување по една линија цртежот треба да е симетричен во однос на таа линија. Очигледно цртежот не е симетричен во однос на дијагоналите, но е симетричен во однос на линиите кои ги поврзуваат средините на спротивните страни. Значи, имаме две поклопувања.

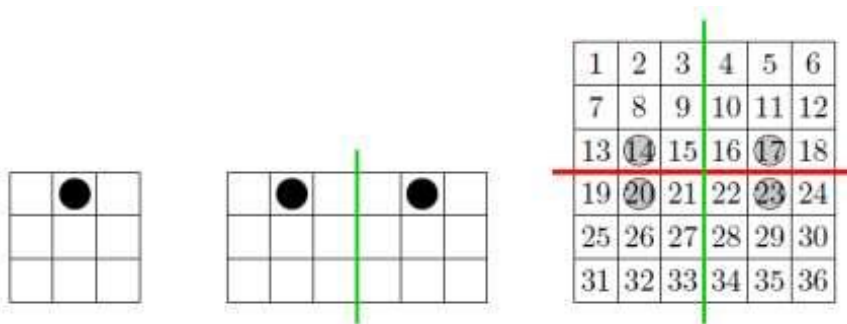
13. Квадратот од хартија пополнет со броеви Јана прво го свиткала двапати: прво како што е прикажано на цртежот лево, а потоа како што е прикажано на средниот цртеж. После тоа Јана ја продупила хартијата на местото означено со црната точка на десниот цртеж.



Кои броеви се наоѓаат во дупнатите полиња?

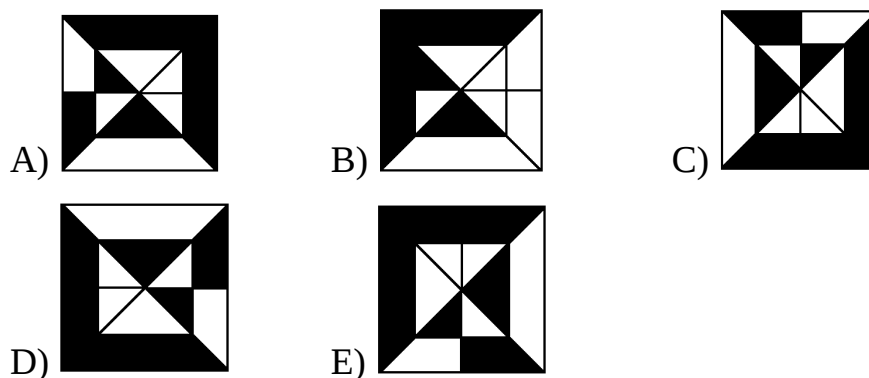
- A) 8, 11, 26, 29 B) 14, 17, 20, 23 C) 15, 16, 21, 22
D) 14, 16, 21, 23 E) 15, 17, 20, 22

Решение. B). На долните цртежи е прикажана обратната постапка, која се добива со осни симетрии прво во однос на левата страна на квадратот, а потоа во однос на горната страна на добиениот правоаголник.



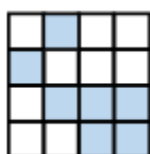
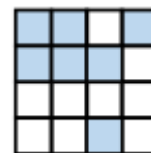
Сега е јасно дека тоа се броевите 14, 17, 20, 23.

14. Кој од дадените квадрати се разликува од преостанатите?

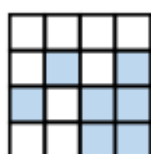


Решение. B). Квадратот В има две страни на кои немаме ниту една црна фигура, па затоа тој сигурно е различен од другите четири квадрат. Сега, ако квадратот С го превртиме во лево еднаш, квадратот D го превртиме двапати во лево и квадратот Е го превртиме еднаш во десно добиваме, во трите случаи го добиваме квадратот А. Значи, квадратите А, С, D и Е се исти.

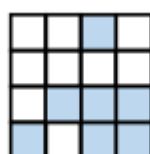
15. Влезниците за еден театар се кодирани со посебни кодови. Секој код е квадрат 4×4 со во него различно обоени мали квадратчиња. Ако еден код се добива од друг код со вртење, тогаш двата кодови се сметаат за еднакви. Десно е прикажан кодот влезницата на Матео. Кој од подолу дадените кодови е кодот на Матео?



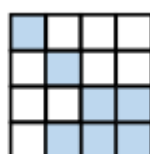
A)



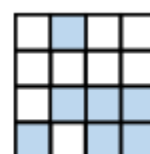
B)



C)

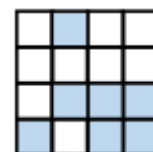


D)

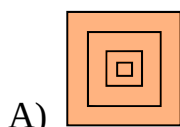
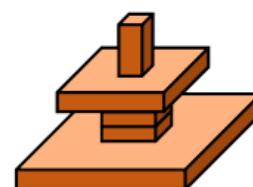


E)

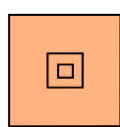
Решение. Е). Кодот на влезницата на Матео има во горниот лев агол обоен 2×2 квадрат, а на понудените одговори сите такви квадрати се наоѓаат во долниот десен агол. Затоа влезницата на Матео два пати ќе ја превртиме во десно. Притоа го добиваме цртежот прикажан десно. Сега лесно се гледа дека влезницата на Матео е прикажана на цртежот Е.



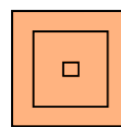
16. Андреј направил кула како на цртежот десно. Што ќе види Андреј кога кулата ќе ја погледне од горе?



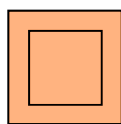
A)



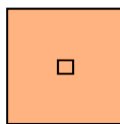
B)



C)



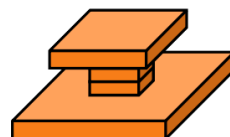
D)

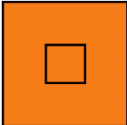
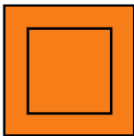
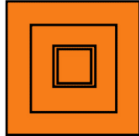


E)

Решение. С). Кога кулата ќе ја погледне од горе Андреј ќе го види најмалото квадратче, потоа големиот квадрат, па најголемиот квадрат. Имено, броејќи оддолу кон горе вториот и третиот дел ќе бидат покриени од четвртиот дел. Значи, Андреј ќе ја види фигурата С.

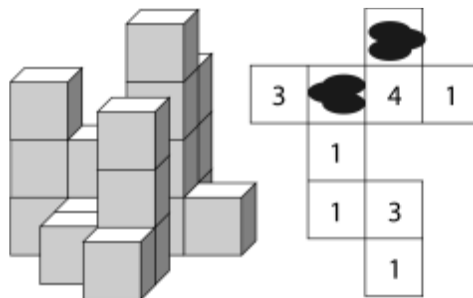
17. Илина ја направила конструкцијата прикажана на цртежот десно. Што ќе види Илина кога ќе погледне од горе?



- A)  B)  C)  D)  E) 

Решение. C). Кога ќе погленеме од горе најгорната плочка ги покрива двете мали плочки кои се под неа. Затоа Илина ги гледа квадратот на најгорната (средна) плочка и квадратот на најдолната (најголема) плочка. Значи таа ја гледа сликата C.

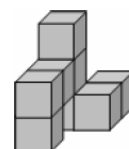
18. На цртежите десно е прикажана конструкција од коцки и е даден планот на конструкцијата. Врз планот се истурило мастило. Разгледај го планот и определи го збирот на броевите кои не се гледаат.

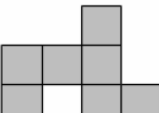
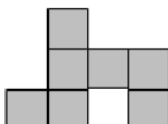


- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Решение. A). Третата кула во втоарата колона има 2 коцки, а четвртата кула во четвртата колона има 3 коцки. Значи, збирот на броевите кои не се гледаат е $2 + 3 = 5$.

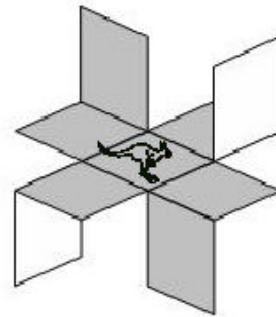
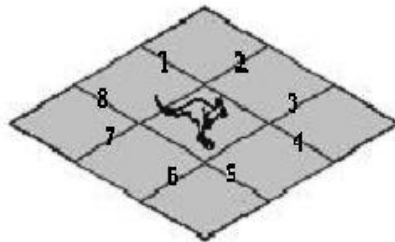
19. Телото на цртежот десно е направено со редување на осум еднакви единечни коцки. Како изгледа добиеното тело ако се гледа одозгора?



- A)  B)  C)  D)  E) 

Решение. С). Левата колона на делот што се гледа од горе има три квадрати, а десната има два квадрати и е поместена за два квадрати нагоре во однос на левата колона. Тоа е фигурата С).

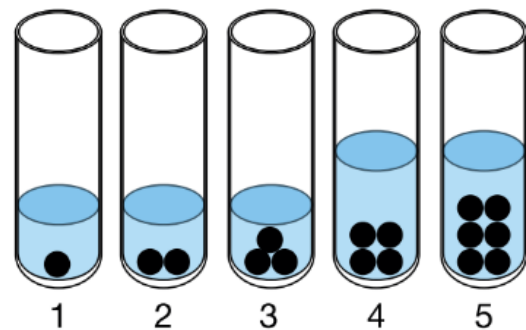
20. Некои отсечки се означени со броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, како што е прикажано на долниот цртеж десно. Доротеја расекла четири од овие отсечки и ја добила фигурата прикажана на долниот цртеж лево (положбата на кенгурот не се менува). Колку е збирот на броевите со кои се означени отсечките кои ги расекла Доротеја?



- A) 16 B) 17 C) 18 D) 20 E) 21

Решение. D). Очигледно Доротеј ги расекла отсечките означени со броевите 2, 4, 6 и 8. Нивниот збир е $2 + 4 + 6 + 8 = 20$.

21. Во пет епрувети се ставени еднакви метални топчиња и потоа во епруветите е турена вода. Нивото на водата во епруветите 1, 2 и 3 е еднакво. Нивото на водата во епруветите 4 и 5 е еднакво, но е двапати повисоко од нивото на водата во првите три епрувети. Во која епрувета нивото на водата ќе биде најниско откако ќе се извадат сите топчиња?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. С). Нека волуменот на водата и топчињата во првите три епрувети е A , а волуменот на едно топче е a . Тогаш

$$A - a > A - 2a > A - 3a > 0,$$

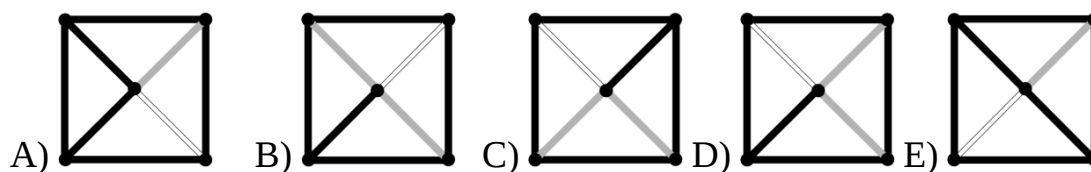
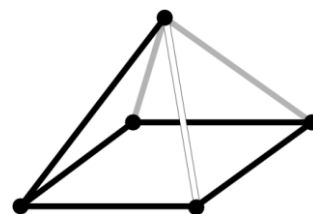
од што следува дека по вадењето на топчињата меѓу првите епрувети најниско е биде нивото на водата во третата епрувета. Понатаму, волуменот на водата и топчињата во четвртата и петтата епрувета е $2A$, па затоа по вадењето на топчињата во овие епрувети волуменот на водата е биде $2A - 4a$ и $2A - 6a$. Сега, бидејќи $A - 2a > 0$ и $A - 3a > 0$ добиваме

$$2A - 4a = 2(A - 2a) > A - 2a > A - 3a \text{ и}$$

$$2A - 6a = 2(A - 3a) > A - 3a,$$

од што следува дека по вадењето на топчињата нивото на водата во четвртата и петтата епрувета ќе биде повисоко од нивото на водата во третата епрувета.

22. На цртежот десно е прикажана пирамида која е која е направена од три различно обоени жици. Илија од горе ја гледа пирамидата. Што гледа Илија?

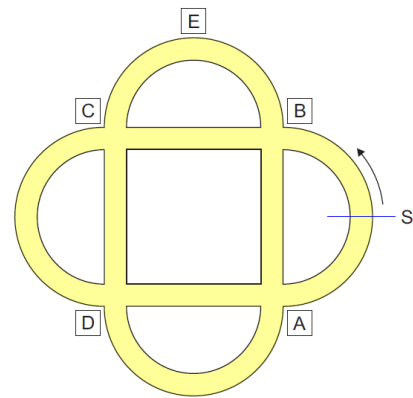


Решение. С). Илија гледа квадрат во кој се повлечени дијагонали. При тоа квадратот е црн, едната дијагонала половина е црна, а половина е сива, а другата дијагонала половина е сива, а половина е бела. Значи тоа е цртежот С).

IV ПАТЕКИ И ЛАВИРИНТИ

1. ПАТЕКИ

1. Пабло се вози на велосипед во парк кој има облик како на цртежот. Тој тргнува од точката S во насока на стрелката. На првата раскрсница Пабло свртува десно, потоа на следната лево, потоа на следната десно, па пак лево, и така натаму по тој редослед. Покрај кое од означените места нема да помине Пабло?

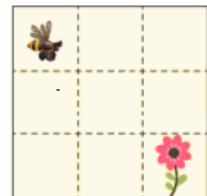


A) A B) B C) C D) D E) E

Решение. D). Пабло редоследно ќе поминува покрај местата: B, E, C, B, A, S и понатаму заради истите правила на движење поминува покрај истите места. Значи, тој нема да помине покрај местото D).

2. Кои стрелки треба да ги употреби пчелата, за да стигне до цветот?

A) $\downarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \rightarrow$ B) $\downarrow \downarrow \rightarrow \downarrow$ C) $\rightarrow \downarrow \downarrow \rightarrow$
D) $\rightarrow \rightarrow \downarrow \rightarrow$ E) $\rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow$



Решение. C). За да стигне до цветот пчетата мора точно два пати да оди десно и точно два пати да оди долу. Тоа значи дека таа мора да ги употреби стрелките под C.

3. Пчеличката Маја сака да дојде до цветот. По кој пат треба Маја да оди?

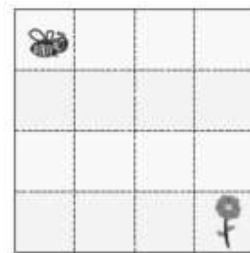
A) $\rightarrow \downarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \rightarrow$

B) $\downarrow \downarrow \rightarrow \downarrow \downarrow$

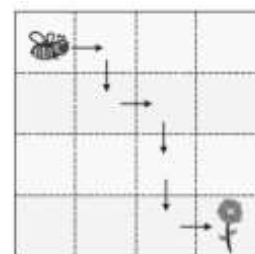
C) $\rightarrow \downarrow \rightarrow \downarrow \rightarrow$

D) $\rightarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow$

E) $\downarrow \rightarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow$



Решение. A). За да Маја стигне до цветот таа треба да направи шест чекори. Патишта со шест чекори се A) и E). Со непосредна проверка на дадените патишта добиваме дека единствено со патот A) Маја може да стигне до цветот. Ова е покажано на цртежот десно.

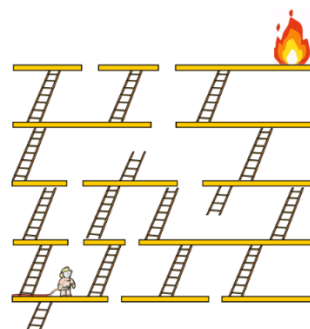


Забелешка. Слично како во претходната задача пчелата треба да оди трипати десно и трипати лево, па тоа е патот A).

4. Пожарникарот треба да стигне до огнот, при што е дозволено да се движи само по склаите и платформите.

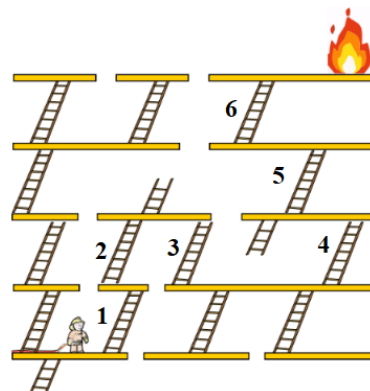
Колку најмалку скали треба да употреби пожарникарот?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

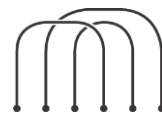


Решение. C). Најмалиот број скали кои треба да ги искористи пожарникарот за да стигне до огнот е 6.

На цртежот десно редоследно се означени скалите по кои треба да оди пожарникарот за да стигне до огнот со помош на 6 скали.

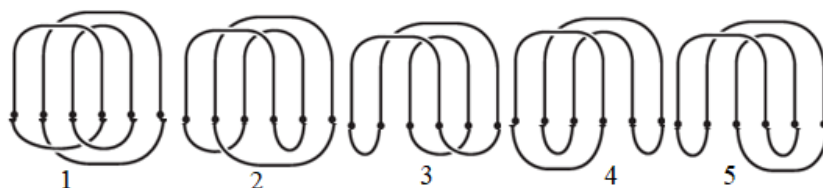


5. Три јажиња се поставени на земја како што е дадено на цртежот десно. Со помош на други три јажиња може да се направат една или повеќе затворени патеки. Со кои од дадените јажиња може да се добие една затворена патека?



- A) B) C) D) E)

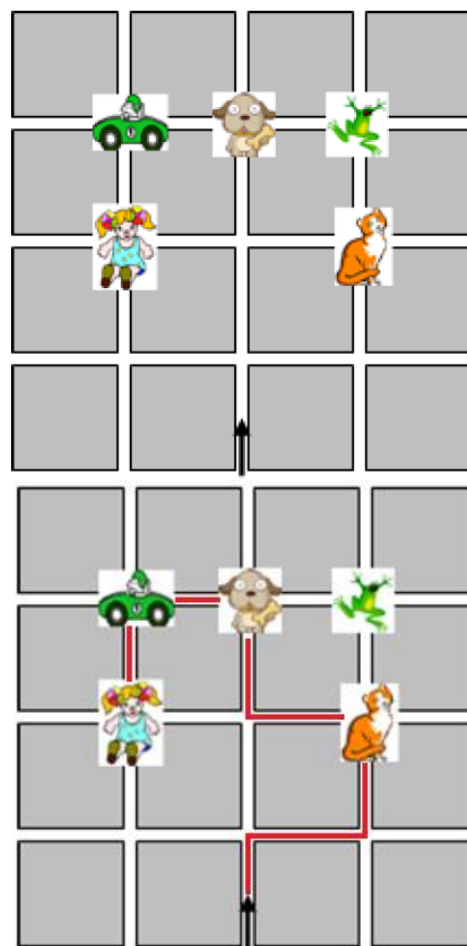
Решение. C). Тројката B) ќе даде три затворени патеки (цртеж 1), тројките A), D) и E) ќе дадат две затворени патеки (цртежи 2, 3 и 4), тројката C) ќе даде една затворена патека (цртеж 5).



6. Филип влегол во трговски центар на местото каде што покажува стрелката. На секоја раскрсница тој свртува лево или десно. Тој последователно свртувал: десно, лево, лево, десно, лево и лево. До која играчка застанал Филип?

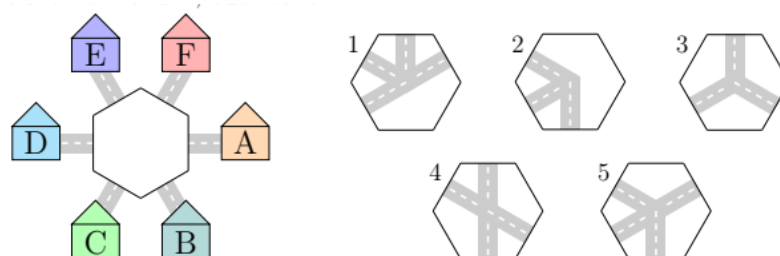
- A) B) C) D) E)

Решение. A). На опишаниот начин Филип ќе се движи по патеката која е прикажана на цртежот десно. Спо-



ред тој поминал покрај мачката, кучето и автомобилот, по што заста-
нал кај куклата.

7. Доротеј сака во средината на шемата прикажана на долниот цртеж да постави еден од деловите 1, 2, 3, 4 или 5 така што од куќата А може да стигне до куќите В и Е, но не и до куќата D. Деловите може да се вртат, но не и да се превртуваат.

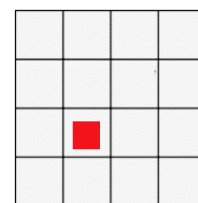


Кој дел Доротеј може да го употреби?

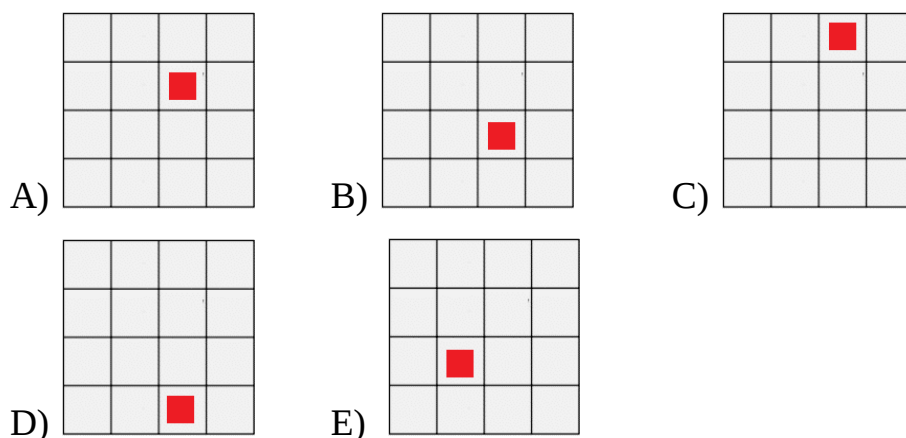
- A) 1 и 2 B) 2 и 3 C) 1 и 4 D) 4 и 5 E) 1 и 5

Решение. E). Бидејќи куќите В и Е се една спроти друга, со поставување на деловите 2 и 3 овие куќи нема да се поврзани со пат со куќата А, па затоа овие два дела ги отфрламе. Делот 4 поврзува по две спротивни куќи, па ако го поставиме така што ги поврзува А со В и Е, тогаш А ќе биде поврзана и со D, што е спротивно на условот на задачата. Затоа и овој дел го отфрламе. Ако делот 1 го поставиме така што ги поврзува А со Е и В, тогаш ќе биде поврзана уште F, па затоа овој дел ги исполнува условите на задачата. Ако делот 5 го поставиме така што е поврзана А со В и Е, тогаш ќе биде поврзана уште C, па затоа овој дел ги исполнува условите на задачата.

8. Црвената плочка е поставена во квадратот како на цртежот десно. Матео ја поместува плочката според следниов редослед: десно, горе, лево, долу и пак десно. На кој цртеж е прикажана положбата во која се наоѓа

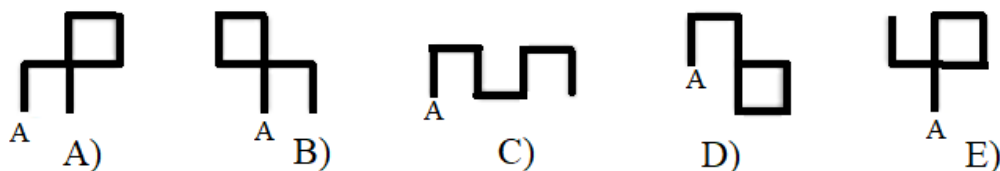


црвената плочка?



Решение. В). Со првите четири потези плочката завртува круг во насока обратно од насоката на движењето на стрелките на часов-никот. Со последниот потез таа доаѓа на десното поле од полето во кое била на почетокот.

9. Ана црта патека составен од отсечки со должина 1. На крајот на секоја отсечка таа свртува со моливот лево или десно под прав агол. Секое свртување со моливот таа на посебен лист го бележи со симболот ☺ или ♠. Еден ден Ана нацртала фигура и ја запишала следнава низа симболи ☺♠♠♠☺☺. Ист симбол означува исто свртување. Која од следниве патеки ја нацртала Ана, ако почетокот на цртањето е во точката А?

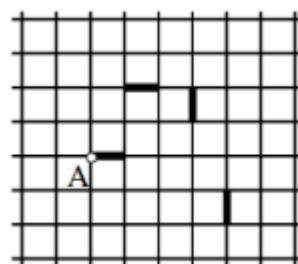
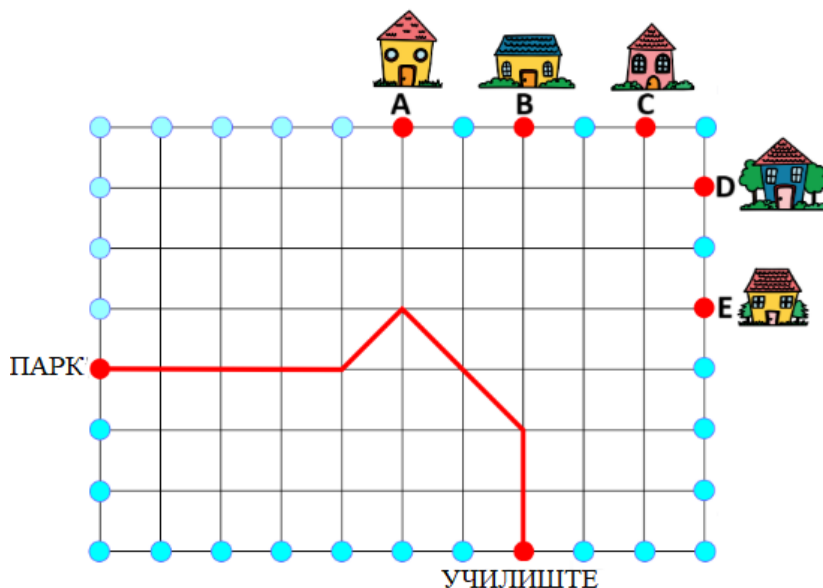


Решение. Е). За патеката А симболот ☺ е свртување десно, па низата е ☺♠☺☺☺♠.

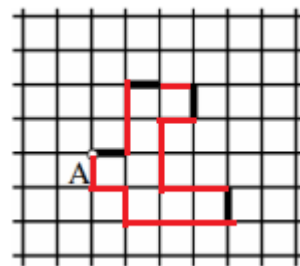
За патеката В) симболот ☺ мора да е лево, па низата е ☺♠♠♠☺♠.

За патеката С) симболот ☺ мора да е десно, па низата е ☺☺♠♠☺☺.

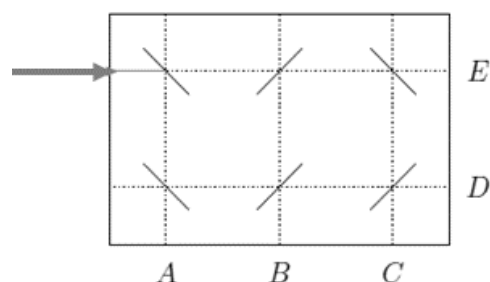
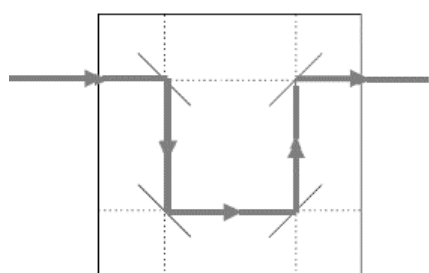
За патеката D) симболот ☺ е десно, па низата е ☺☺♠☺☺☺.



Решение. В). Маршрутата која го задоволува условот на задачата е прикажана на цртежот десно. Според тоа, најмалиот број квадратчиња кои ги ограничува маршрутата е 8.

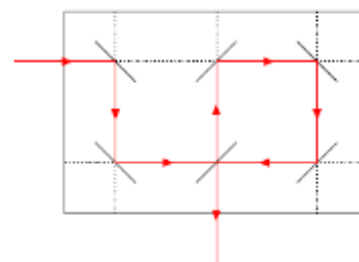


12. Зрак се одбива од огледало како што е прикажано на цртежот лево. На кое место A, B, C, D, или E ќе го заврши зракот својот пат на цртежот десно?

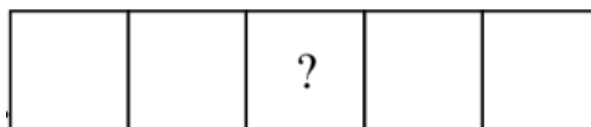


- A) A B) B C) C D) D E) E

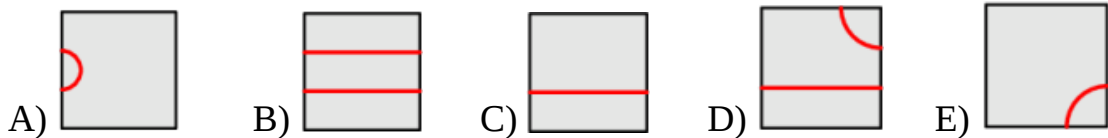
Решение. В). На цртежот десно зракот оди прво право, потоа долу, потоа десно, па горе, па десно, па долу, па лево и на крајот долу. Овој пат е прикажан на цртежот десно, што значи дека зракот ќе заврши во точката B.



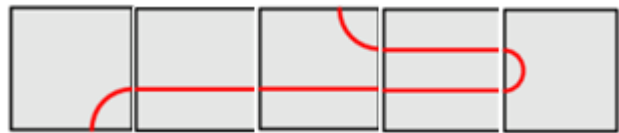
13. Правоаголникот прикажан на цртежот десно е составен од 5 квадрати, на местата на кои



треба да се наредат петте квадратни плочки прикажани подолу, така што ќе се добие црвена непрекината патека. Која плочка треба да се стави на средината?



Решение. D). Единствено плочките А, В и D имаат по два краја кои се на вертикалните страни на квадратите. Притоа само плочката В може да биде поврзана со двете плочки, а плочката А може да биде поврзана само со една плочка. Затоа плочката В е на средината меѓу овие три плочки, а плочката А мора да е на десната страна. Сега лесно се гледа положбата на плочките С и Е. Поставувањето е прикажано на цртежот десно.

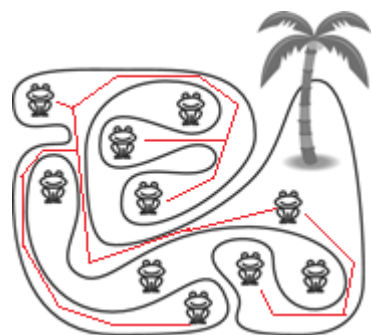
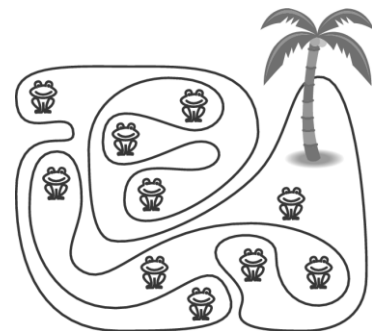


14. На цртежот десно се дадени остров кој има интересно крајбрежје и неколку жаби. Колку од овие жаби се наоѓаат на островот?

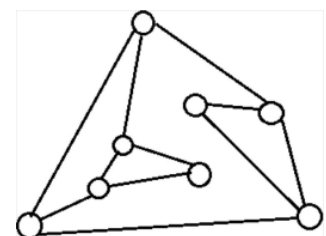
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Решение. B). Жабата која е непосредно до палмата се наоѓа на островот.

За да го определиме бројот на жабите кои се наоѓаат на островот ќе ги повлечеме патиштата од оваа жаба до се други жаби кои не го сечат брегот на островот. Овие патишта се прикажани на цртежот десно. Значи, на островот има 6 жаби.

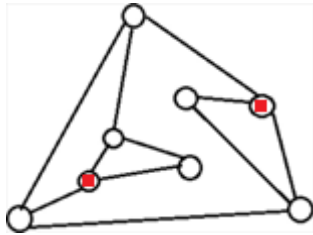


15. Со кругчињата се означени светилки, кои меѓу себе се поврзани со проводници. Ако доприш некоја светилка таа свети. Светат и сите све-



тилки кои се непосредно поврзани со неа. Колку најмалку светилки треба да се допрат, за да светат сите светилки?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Решение. В). Ниту една светилка не е поврзана со сите преостанати светилки, па затоа треба да допреме 2 или повеќе светилки. На цртежот лево е прикажано како со допирање на две светилки ќе светнат сите светилки. Значи, треба да допреме најмалку 2 светилки.

16. На цртежот десно е прикажан план на кука со балкон и пет соби, кои се означени со броевите од 1 до 5. Со сивите квадратчиња се означени вратите во куќата. Матео ја обиколил куќата така што поминал низ секоја врата точно по еднаш. Од која соба тргнал Матео, ако излегол на терасата?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. D). Собата од која тргнал Матео мора да има непарен број врати. Имено, кога Матео, тргнувајќи од почетокот, влегува во една соба, тој од неа мора да излезе, што значи таа соба мора да има парен број врати. Единствена соба со непарен број врати е собата 2. На пример, обиколката на куќата Матео може да ја направи по следниот редослед: 2-3-4-2-1-5-балкон.

17. Секогаш кога кенгурот Скокалко се наоѓа во некое квадратче тој скока нанапред онолку полиња колку што е бројот запишан во тоа квадратче. Ако Скокалко се најде во сиво поле, тој не може пона-

таму да скока. Кое по ред е најблиското квадратче во кое Скокалко треба да скокне за да може да стигне во полето со знакот X ?



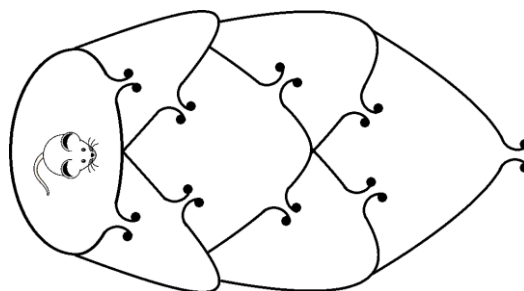
А) првото В) второто С) третото D) четвртото Е) петтото

Решение. В). Ако скокне во првото квадратче, тогаш Скокалко ќе скокне во квадратчето со број 1, па потоа ќе скокне во првото од лево сиво квадратче и ќе заглави. Ако скокне во второто квадратче, тогаш тој ќе ја направи низата скокови прикажана на долниот цртеж и ќе стигне безбедно на целта:



2. ЛАВИРИНТИ

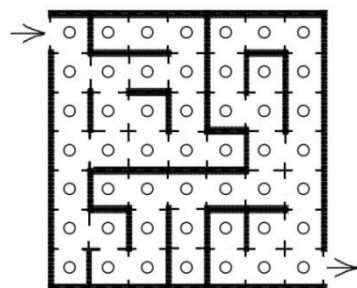
1. Глувчето сака да излезе од лавиринтот (цртеж десно). Колку различни патишта постојат такви што глувчето да не помине низ една иста врата повеќе од еднаш?



A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

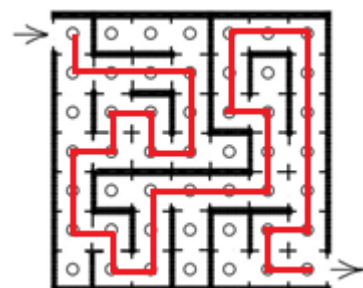
Решение. В). За првиот премин имаме 2 можности, за вториот 1 можност, за третиот 2 можности, за четвртиот 1 можност и за петтиот 1 можност. Значи, бројот на патиштата е $2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 4$.

2. На цртежот е прикажан лавиринт. Во секој квадрат од лавиринтот се наоѓа парче сирење. Глувчето Били влегува во лавиринтот и сака да излезе (како што е прикажано на цртежот, во правец на стрелките) со што поголем број парчиња на сирење. Тоа не може да влезе и излезе во еден квадрат двапати. Кој е најголемиот број на парчиња сирење со кој Били може да излезе од лавиринтот?



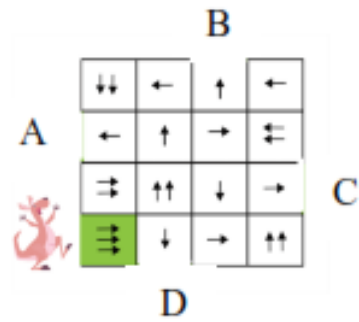
A) 17 B) 13 C) 37 D) 41 E) 39

Решение. С). Најголемиот број на парчиња сирење кои може да ги собере Били е еднаков на бројот на квадрати кои може да ги посети. Притоа Били треба да свртува во лавиринтот така што кога ќе оди надолу да оди



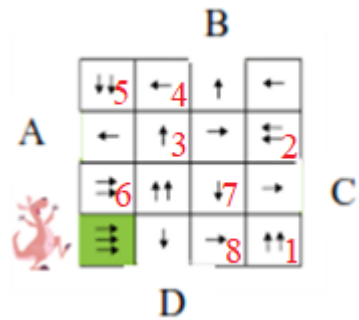
и максимално можно надесно, а кога ќе оди нагоре да оди и максимално можно налево. Таква патека е прикажана на цртежот десно. Значи, Били ќе собере 37 парчиња сирење.

3. Кенгурот Скокалко прво оди во обоеното квадратче на лабиринтот, а потоа скока во насока која ја покажуваат стрелките во квадратчето во кое се наоѓа и тоа за онолку квадратчиња колку што има стрелки во квадратчето во кое се наоѓа. Од кој излез ќе излезе Скокалко?

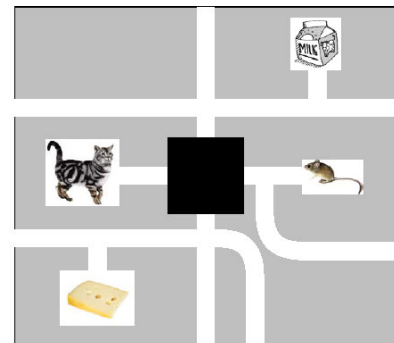


- A) A B) B C) C D) D E) нема излез

Решение. Е). Квадратчињата во кои Скокалко ќе се најде по првите осум скока се означени на цртежот десно. Значи по деветтиот скок тој повторно ќе се најде во квадратчето означено со бројот 1, па затоа постојано ќе се движи по означената патека. Според тоа, нема излез од лабиринтот.



4. На цртежот се дадени мачка и глумче кои се наоѓаат во лабиринт. Мачката треба да стигне до чинијата со млеко, глумчето треба да стигне до сирењето, а притоа да не се сретнат. Како изгледа затемнетиот дел од лабиринтот?



- A) B) C) D) E)

Решение. D). За да стигне до млекото мачката треба да врти лево. За да стигне до сирењето глумчето треба да врти лево. Тоа е можно само во случаите C) и D), но како тие не треба да се сретнат, останува само патеката D).

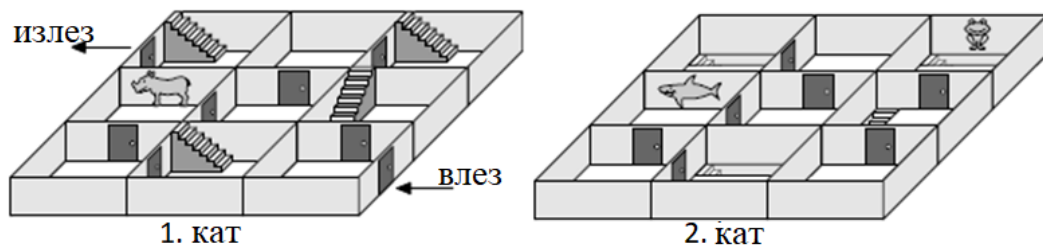
5. Собите во куќата на Стојан се нумерирани како на цртежот десно. Тој влегол на главната врата, а потоа минувајќи низ неколку соби излегол од куќата. Броевите со кои се означени собите низ кои минувал Стојан се во растечки редослед. Од која врата Стојан ја напуштил куќата?

4	3	1	2	4
6	5	9	10	6
5	6	7	8	9
9	5	8	9	12
12	14	6	10	9
A	B	C	D	E

A) A B) B C) C D) D E) E

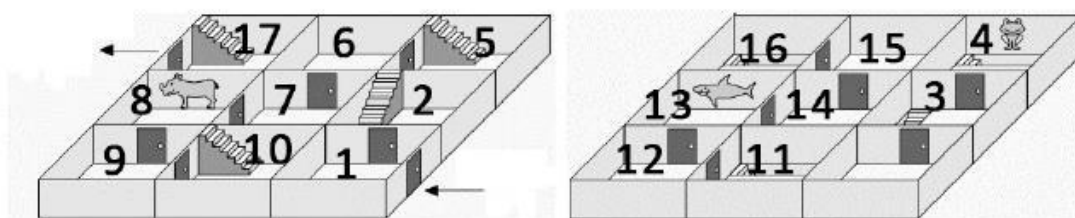
Решение. D). Ако оди од 1 кон 2, тогаш бидејќи од 10 не може да оди понатаму мора да оди кон 4, па кон 6 и сега не може да премине во следната соба. Значи, по 1 Стојан мора да оди во 3. На сличен начин се добива дека Стојан редоследно поминувал по собите 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 и 10.

6. Темјана минува низ лавиринт кој е на два ката, а влезот и излезот се на првиот кат. Во кој редослед Темјана ќе ги види трите налепници-те?



- A) B) C)
D) E)

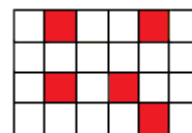
Решение. A). Темјана просториите во лавиринтот ќе ги поминува во редоследот прикажан на долните цртежи. Значи таа налепниците ќе ги види во редоследот .



V БОЕЊА, ПОКРИВАЊА И РАСПОРЕДУВАЊА

1. БОЕЊЕ И ПОКРИВАЊЕ

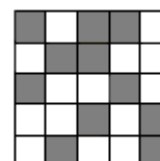
1. Колку бели квадратчиња, во правоаголникот десно, треба да се обојат во црно за да имаме два пати повеќе бели од црни квадратчиња.



A) 3 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

Решение. А). Правоаголникот има $4 \cdot 6 = 24$ квадратчиња, од кои 5 се црни и 19 се бели. Ако имаме x црни треба да имаме $2x$ бели квадратчиња. Затоа $x + 2x = 24$, од каде добиваме дека треба да имаме $x = 8$ црни квадратчиња. Според тоа, треба да пребоиме $8 - 5 = 3$ бели квадратчиња.

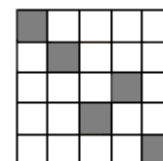
2. Колку од сивите квадратчиња на квадратот прикажан на цртежот десно треба да се обојат во бело, за да може во секој ред и секоја колона да има точно по едно сиво квадратче?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

E) одговорот не е еднозначен

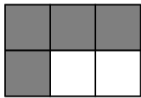
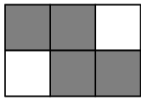
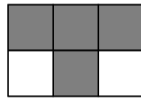
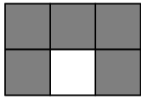
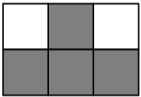
Решение. С). За да во секој ред и секоја колона има по едно сиво квадратче треба вкупно да има 5 сиви квадратчиња. Квадратот има 11 сиви квадратчиња, па затоа



во бело треба да се обојат $11 - 5 = 6$ сиви квадратчиња. Едно пребојување е прикажано на цртежот десно.

3. Горјан, со сива боја, ги обоил оние квадратчиња кај кои вредноста на изразот е еднаква на 20. Кое боење го добил Горјан?

$16 + 4$	$19 + 1$	$28 - 8$
$2 \cdot 10$	$16 - 4$	$7 \cdot 3$

- A)  B)  C) 
D)  E) 

Решение. А). На цртежот десно се означени квадратчињата кај кои вредноста на изразот е еднаква на 20. Значи, Горјан го добил боењето прикажано на цртежот А).

$16 + 4$	$19 + 1$	$28 - 8$
$2 \cdot 10$	$16 - 4$	$7 \cdot 3$

4. Табела се состои од 28 квадрати распоредени во 4 реда и 7 колони. Ивана обоила 2 реда и 1 колона. Колку квадрати останале необоени?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 17

Решение. С). Без разлика кои два реда и една колона ќе ги обоиме секогаш остануваат еднаков број необоени квадратчиња. Едно вакво боење е прикажано на цртежот десно. Значи, необоени остануваат 12 квадратчиња.

	1	2	3	4	5	6
	7	8	9	10	11	12

5. Темјана 3 пати избира ред или колона во табелата прикажана на цртежот десно и ги бои квадратчињата во избраниот ред или колона. Секој ред и секоја колона се избираат најмногу по еднаш.

Колку квадратчиња НЕ е можно да останат необоени?

- A) 7 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

Решение. В). Ако Темјана избере 3 реда, тогаш необоен ќе остане 1 ред, и тоа се 7 квадратчиња. Ако избере е 2 реда и 1 колона, тогаш необоени ќе останат 12 квадратчиња. Ако избере 1 ред и 2 колони, тогаш необоени ќе останат 15 квадратчиња. Ако избере 3 колони, тогаш необоени ќе останат 16 квадратчиња. Други избори на три реда и колони не може да се направат, па затоа необоени не може да останат 10 квадратчиња.

6. Иван има табела со колони A, B, C, D и редови 1, 2, 3, 4 во која ги обоил полињата $A2, B1, B2, B3, B4, C3, D3$ и $D4$. Која од табелите тој ја добил?

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

A)

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

B)

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

C)

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

D)

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

E)

Решение. C). Според условот од задачата Илија ги обоил сите полиња од колоната B. Единствено тоа е во случајот C), во кој се поклопуваат и останатите обоени полиња.

7. Даден е квадрат 3×3 . Кој е најмалиот број бои потребен да се обои квадратот така што трите квадратчиња во се-кој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала се обоени со различна боја?

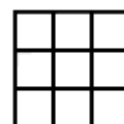
A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7



Решение. D). За да ја обоиме едната дијагонала потребни се три бои и нека истата ја обоиме со црвена, жолта и портокалова боја (види цртеж).



Сега, за долното лево аголно поле ни е потребна нова боја и нека тоа е обоено сино. Јасно, за горното десно аголно

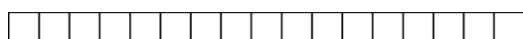
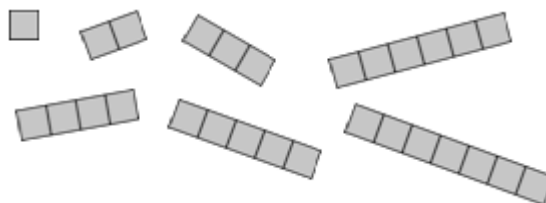


поле ни е потребна нова боја и нека тоа е зелено.

Значи, досега ни беа потребни 5 бои, а дека се доволни покажува боењето прикажано на цртежот десно.



8. Матео има 7 налепници прикажани на цртежот десно. Со нив, тој ја покрива следнава мрежа



без притоа да има препокривање на налепниците. Матео користи онолку различни налепници колку што има потреба. Колку најмногу налепници може да искористи Матео?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

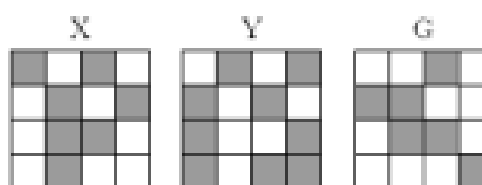
Решение. C). Квадратната мрежа која треба да ја покриеме има 17 квадратчиња. Матео не може да ги употреби сите седумналепници, бидејќи истите содржат $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ квадратчиња. Понатаму, бидејќи

$$\begin{aligned} 28 - 1 &= 27, \quad 28 - 2 = 26, \quad 28 - 3 = 25, \quad 28 - 4 = 24, \\ 28 - 5 &= 23, \quad 28 - 6 = 22, \quad 28 - 7 = 21 \end{aligned}$$

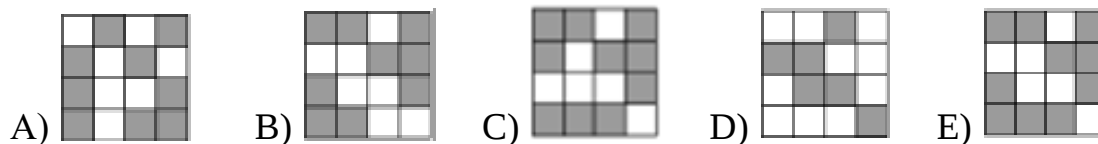
Матео не може да искористи ниту 6 налепници, за да според условот на задачата ја покрие мрежата која има 17 квадратчиња. Матео може да употреби 5 налепници и тоа налепниците со 1, 2, 3, 5 и 6 квадратчиња, или налепниците со 1, 2, 3, 4 и 7 квадратчиња (види ги цртежите десно).



9. Фигурата X е партнер со фигурата Y (цртеж десно). Која од наведените фигури е партнер со фигу-

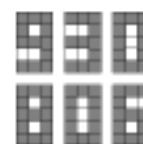


рата G ?



Решение. Е). Полињата на фигурите X и Y се спротивно обоени. Според тоа, фигурата партнер на фигурата G треба да е со спротивно обоени полиња од фигурата G . Јасно, тоа е фигурата E .

10. На екранот на дигитронот на Филип е бројот 930 (цртеж десно). Колку мали квадратчиња треба да го променат осветлувањето за да на екранот се појави бројот 806?

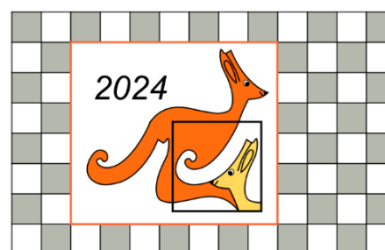


- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Решение. В). За цифрата 9 да премине во цифрата 8 треба 1 квадратче да го промени осветлувањето. За цифрата 3 да премине во цифрата 0 потребни се 3 промени и за цифрата 0 да премине во цифрата 6 потребни се 2 промени. Значи, вкупниот број промени е $1 + 3 + 2 = 6$.

11. Во кујната Пабло има постер од натпреварот Кенгур 2024. Колку сиви плочки се покриени со постерот?

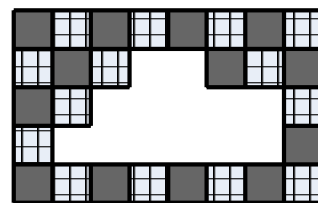
- A) 15 B) 21 C) 25 D) 30 E) 35



Решение. В). *Прв начин.* Со постерот се покриени 7 колони. Во секоја колона има по 6 плочки, од кои половината се бели, а половината сиви. Значи, покриени се $(6 \cdot 7) : 2 = 21$ сиви плочки.

Втор начин. Со постерот се покриени шест реда, на кои гледајќи оддолу нагоре има 4, 3, 4, 3, 4, 3 сиви плочки. Значи, со постерот се покриени $4 + 3 + 4 + 3 + 4 + 3 = 21$ сива плочка.

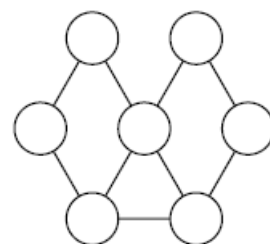
12. Еден сид е поплочен со два вида плочки: сиви плочки и плочки со шара (види цртеж). Неколку плочки се паднати од сидот. Колку сиви плочки се паднати?



A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

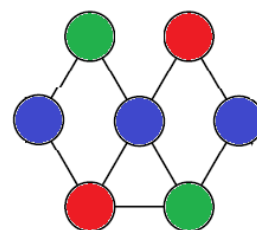
Решение. C). Во секој ред има по 8 плочки, од кои 4 се сиви плочки, а 4 се плочки со линии (шара). Според тоа, на сидот имало 20 сиви плочки. Бидејќи на сидот останале 13 сиви плочки, од сидот паднале $20 - 13 = 7$ сиви плочки.

13. Петра сака да ги обои круговите прикажани на цртежот десно. Било кои два два круга кои се поврзани со линија треба да ги обои со различни бои. Кој е најмалиот број бои со кои тоа може да го направи?



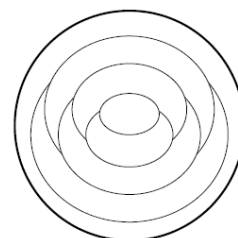
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. B). Дадената фигура содржи три кругчиња кои се наоѓаат во темиња на триаголник. Бидејќи секои две од овие три кругчиња се соседни, на Петра и се потребни најмалку 3 бои за да ја обои фигурата на саканиот начин. Боење со три бои е прикажано на цртежот десно.



Забелешка. Дадена фигура може и на други начини да се обои со помош на три бои. Обиди се да најдеш некои од нив.

14. Мирјана ја обоила секоја област на фигурата прикажана на цртежот десно или со црвена, или со сина или со жолта боја. Соседните области ги обои-



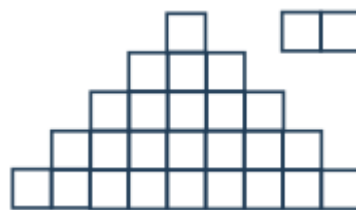
ла со различни бои, а надворешниот прстен го обоила со црвена боја. Колку области обоила со црвена боја?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. C). Боењето го започнуваме од надворешниот прстен. Бидејќи прстенот допира точно два дела, истите ги боиме со жолта и сина боја. Сега, овие делови го допираат поголемиот внатрешен дел, па затоа него го боиме со црвена боја итн. (види цртеж). Според тоа, три дела се обоени со црвена боја. На цртежот сините и жолтите делови можеме да ги боиме во спротивните бои.



15. Колку најмногу домина (правоаголник составен од две квадратчиња) може да се постават на големата фигура прикажана на цртежот десно, така што домината нема да излегуваат од фигурата, нема да се преклопуваат и покриените квадратчиња од фигурата се покриваат со цели квадратчиња од домината?



та?

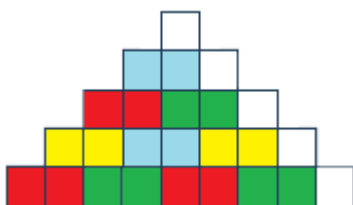
- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Решение. B). Дадената фигура да ја боиме црно-бело како што е обоена шаховската табла (види цртеж).



Тогаш било како на фигурата и да постави-

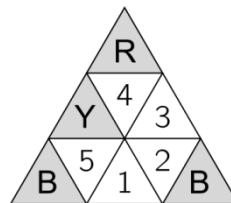
ме домино кое ги задоволува условите на задачата, тоа ќе покрива едно бело и едно црно квадратче.



Фигурата содржи 10 црни квадратчиња, па затоа на неа не може да поставиме повеќе од 10 домина. Поставувањето на точно 10 до-

мина е прикажано на цртежот лево.

16. Маја има 9 мали триаголници: 3 од нив се црвени (R), 3 се жолти (Y) и 3 се сини (B). Маја, со составување на овие 9 триаголници, сака да формира голем триаголник така што било кои два триаголника кои што имаат заедничка страна се со различни бои. Маја поставила неколку триаголниците како на цртежот десно.



Кое од следниве тврдења е точно, откако Маја ќе го заврши составувањето на големиот триаголник?

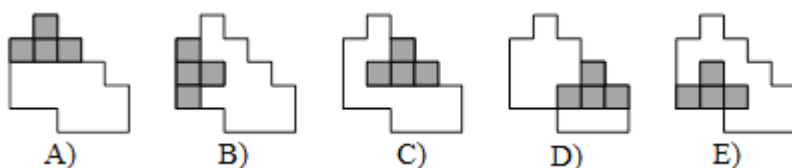
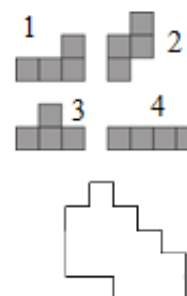
- A) 1 е жолт и 3 е црвен B) 1 е син и 2 е црвен
C) 1 и 3 се црвени D) 5 е црвен и 2 е жолт
E) 1 и 3 се жолти

Решение. E). Триаголникот 4 е син, а триаголникот 5 е црвен. Сега, бидејќи имаме веќе три сини триаголници, а триаголникот 1 не може да е црвен, добиваме дека 1 е жолт. Понатаму е јасно дека 2 е црвен и 1 е жолт.



На цртежот десно е прикажан големиот триаголник кој се добива откако Маја истиот ќе го состави. Значи, точно е тврдењето E).

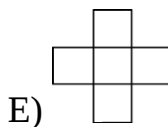
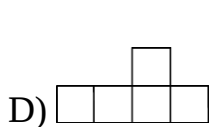
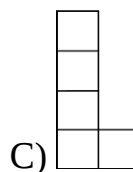
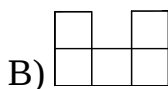
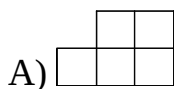
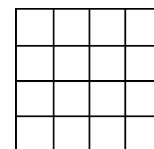
17. Ана има четири делчиња (тетрамина) прикажани на цртежот. Со овие делчиња таа треба да покрие фигурата прикажана на цртежот десно. Каде треба да стои делчето 3?



Решение. С). Редовите ќе ги броиме-оддолу нагоре, а колоните одлево-надесно. Меѓу фигурите 1, 2 и 4 нема фигура со три квадратчиња па затоа не може да се покрие првиот ред на D), т.е. овој случај отпаѓа. Понатаму, во E) не може да се постави делот 4, па и овој случај отпаѓа. Во B) делот 2 мора да се постави најгоре во втората и третата колона, по што делот 4 мора да се постави во вториот ред и тогаш не може да се покрие првиот ред. Во A) делот 4 мора да се постави хоризонтално во вториот или третиот ред, но тогаш по поставувањето на делот 1 остануваат непокриени четири полиња кои во најдобар случај формираат или квадрат или правоаголник, па не може да се постави делот 2. За C) бараното покривање постои (види цртеж).



18. Фигурата на цртежот е поделена на три еднакви дела. Како може да изгледаат тие делови?

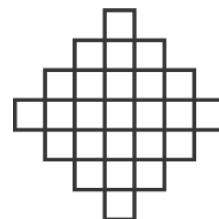


Решение. A). На дадената фигура може да се постават само по два од деловите C) и D), па затоа овие делови отпаѓаат. Понатаму, со делот E) не може да се покрие ниту едно од горните аголни полиња на дадената фигура, па затоа и овој дел отпаѓа. Што се однесува до делот B) тој мора да се постави најдолу во истата положба, па над него може да се постави само уште еден ваков дел (цртеж горе десно). Јасно, преостанатите пет полиња не можат да се покријат со фигура од истиот вид.



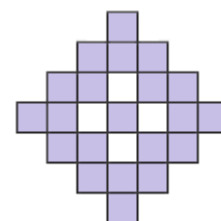
Дадена фигура може да се покрие со делот А). На цртежот десно се прикажани две вакви покривања.

19. Кој е најголемиот број на мали квадрати кои може да бидат обоени, така што на цртежот да нема квадрати направени од четири обоени мали квадратчиња

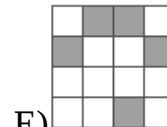
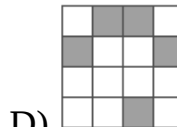
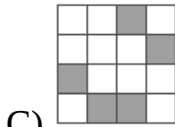
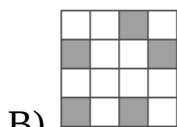
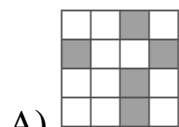


- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

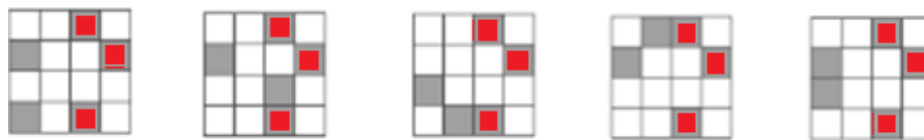
Решение. D). Јасно во горните три реда може да се обоени сите квадратчиња освен средното квадратче во третиот ред. Слично, освен средното квадратче во петтиот ред може да се обоени сите квадратчиња во долните три реда. Аналогно важи за левите три колони и десните три колони. Јасно, во случајов може да се обои и централното квадратче. Според тоа, најголемиот број обоени полиња е $25 - 4 = 21$, цртеж десно.



20. Филип обоил точно 5 квадратчиња во 4×4 мрежа. Тој замолил пет негови другарчиња да погодат кои квадратчиња ги обоил. Мрежите кои тие ги нацртале се прикажани на долните цртежи. Филип ги погледнал сите мрежи и рекол: „Еден од вас ги погоди сите пет квадратчиња, а останатите четворица погодија точно по 4 квадратчиња.“ Кој цртеж е точен?

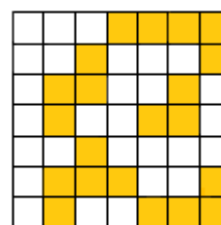


Решение. E). Три квадратчиња се обоени на исти места на сите 5 мрежи.



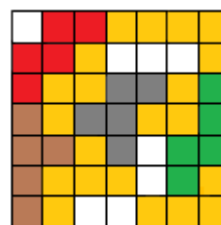
Разгледуваме во што се разликуваат мрежите и забележуваме дека само мрежата Е) од преостанатите четири мрежи се разликува во по едно обоено квадратче. Значи, точниот цртеж е Е).

21. На квадратна табла со димензии 7×7 се наредени неколку фигури (цртеж десно). Која од дадените фигури НЕ може да се постави на белите полиња на таблата?



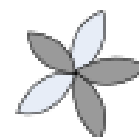
Решение. В). На цртежот десно е покажано како може да се постават фигурите А, С, D и Е.

За да се постави фигурата В потребно е да имаме 3 квадратчиња во ист ред и нормално на средното



квадратче да имаме уште две други квадратчиња. Забележуваме дека така поставени пет бели квадратчиња нема на дадената табла. Значи, оваа фигура не може да се постави на таблата.

22. Ивана нацртала шара како што е прикажано на цртежот десно. Таа сака да ја обои шарата, но има само две бои жолта и црвена. Боењата кои се добиваат со вртење на шарата околу нејзината средина ги сметаме за исти. На колку начини тоа може да го направи?



- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. С). Целата шара може да се обои со една боја и во овој случај имаме 2 боења. Еден лист од шарата да се обои со една боја, а другите четири со другата боја и во овој случај имаме 2 боења. Два соседни листа да се обојат со една боја, а другите три листа со друга боја и во овој случај имаме 2 боења. Два несо-



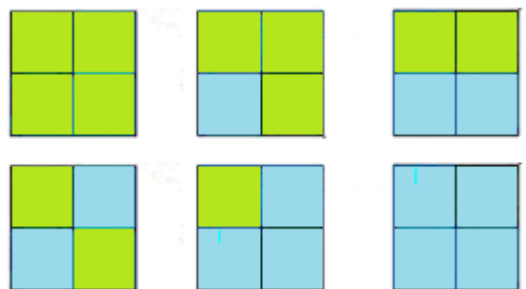
23. Квадрат е поделен на четири мали еднакви квадрати. Секој од малите квадрати е обоен во сина или зелена боја. За две боења ќе сметаме дека се еднакви ако едното може да се добие од другото со вртење на квадратите. На долните цртежи е даден пример на четири исти боења.



На колку различни начини може да се обои квадратот?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Решение. В). Со З да означиме зелена боја, а со С сина боја. Ако полињата ги боиме почнувајќи од горното лево поле и одејќи во насока на вртењето на стрелките на часовникот, тогаш сите други исти боења се добиваат со вртење на квадратот. Значи, при вакво боење различни се боењата: ЗЗЗЗ, ЗЗЗС, ЗЗСС, ЗСЗС, ЗССС, СССС, т.е. имаме шест различни боења.



24. Маја сака да ги обои главата, телото и опашката на папагалот со три различни бои: црвена, сина и зелена. Таа на еден папагал му ја обоила главата црвена, крилата зелени и опашката сина. Уште колку папагали може да обои Марија, така што секој папагал е обоен различно?



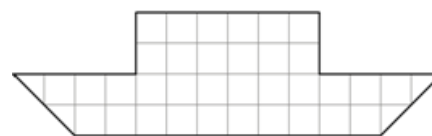
A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 9

Решение. D). Нека црвената боја ја означиме со Ц, сината со С и зелената со З. Тогаш можни се следниве боења:

Глава	Ц	Ц	С	С	З	З
Тело	С	З	Ц	З	С	Ц
Опашка	З	С	З	Ц	Ц	С

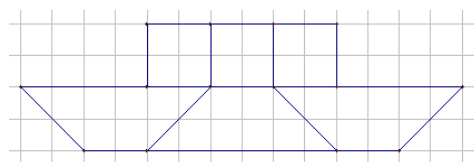
Вкупно имаме 6 различни боења на папагалот, па како едно е веќе направено, остануваат уште 5 различни боења.

25. Од лист хартија поделен на мали квадратчиња Јована прави два различни вида фигури кои се прикажани на горните цртежи. Кој е најмалиот број фигури кои треба да ги направи Јована за целосно да го покрие бродот прикажан на цртежот десно?

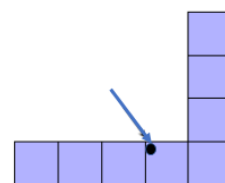


A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

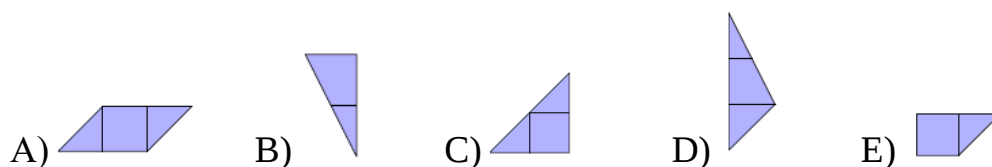
Решение. B). На цртежот десно е прикажано покривање на бродот со помош на 6 фигури (од секој вид по 3 фигури).



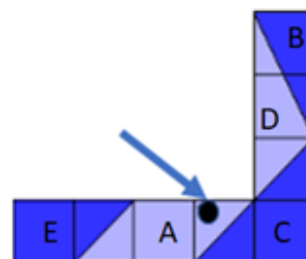
26. Фигурата прикажана на цртежот десно е покриена со дадените пет дела. Деловите може да се вртат,



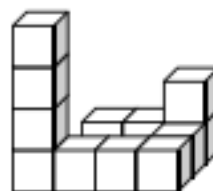
но не смее да се превртуваат. Кој дел ја покрил црната точка?



Решение. А). Вертикалниот дел на дадената фигура може да се покрие само со користење на деловите C, B и D, така што најдолу се поставува делот C, над него D и потоа B. Сега е јасно покривањето прикажано на цртежот десно.



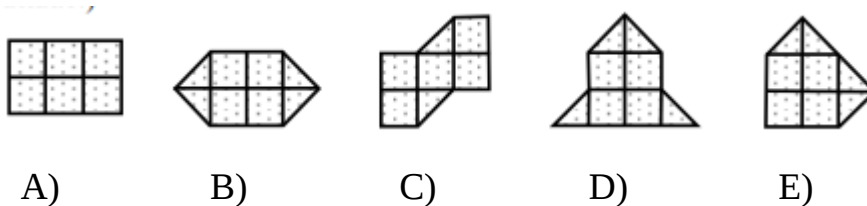
27. Од 12 исти коцки Михаил ја составил фигурата прикажана на цртежот десно. Потоа фигурата ја обоил вклучувајќи ја и долната страна. Колку коцки имаат обоено точно четири сида?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

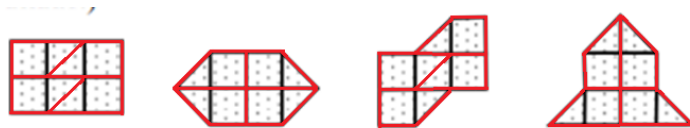
Решение. В). Лесно се гледа дека три коцки имаат по 5 обоени сида, една коцка има 3 обоени сида, а другите коцки имаат по 4 обоени сидови. Значи, $12 - (3 + 1) = 8$ коцки имаат по четири обоени сидови.

28. Која од дадените фигури не може да се покрие со неколку фигури од видот прикажан на цртежот десно? (Фигурите може да се вртат и превртуваат, но не смее да се преклопуваат и сечат.)



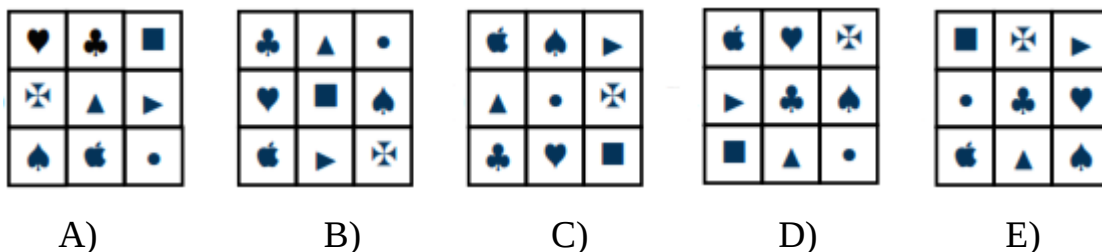
Решение. Е). За да е можно бараното покривање мора секое квадратче да има заедничка страна со триаголничке. Тоа не е случај со фи-

гурата Е, па затоа истата не може да се покрие на саканиот начин. Покривањето на другите четити фигури е прикажано на долните цртежи.



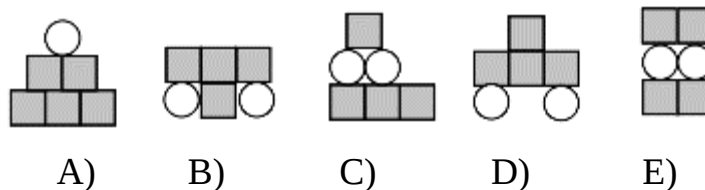
2. РАСПОРЕДУВАЊЕ БРОЕВИ И ФИГУРИ

1. Квадрат е поделен на 9 еднакви квадрати и во секој делбен квадрат е нацртана по една фигура. Во кој од квадратите трилисната детелинка ♣ е над триаголникот ▲ и е лево од срцето ♥?



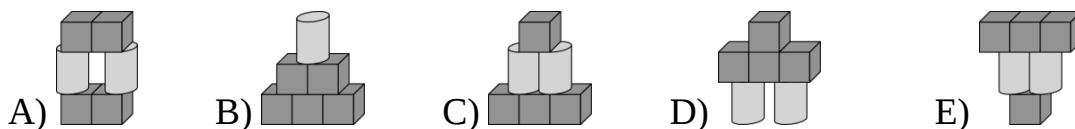
Решение. Е). Трилисната детелинка ♣ над триаголникот е во цртежите А, D и Е. Во А и D не е во ист ред со срцето, а во Е е лево од срцето.

2. Светлана наредила еден до друг три квадрати, над нив ставила два круга, а над круговите уште еден квадрат. На кој цртеж е прикажана конструкцијата на Светлана?



Решение. С). Во првиот ред три квадрати имаат само конструкциите А и С, па затоа другите конструкции отпаѓаат. Од А и С во вториот ред два круга има само конструкцијата С, па како најгоре има само еден квадрат тоа е бараната конструкција.

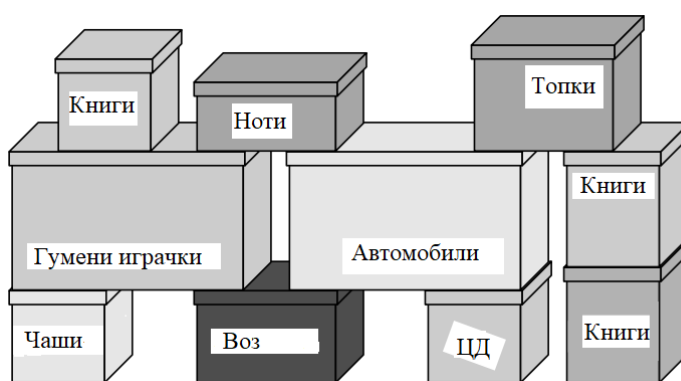
3. Светлана на масата ставила една до друга три коцки. Врз нив ставила два цилиндри и врз цилиндрите ставила една коцка. Која конструкција ја добила Светлана?



Решение. D). Три коцки најдолу имаме само на конструкциите В и С, па затоа другите конструкции отпаѓаат. Понатаму, над коцките два цилиндри имаме сако на конструкцијата С, па затоа конструкцијата В отпаѓа. Навистина, тоа е конструкцијата С бидејќи над цилиндрите имаме една коцка.

4. Колку кутии најмалку треба да тргне Горјан од купчето десно, за да може да ја отвори кутијата со возот?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7



Решение. C). Треба да ги тргнеме горната кутија со Книги, кутијата со Ноти, кутијата со Топки, кутијата со Гумени играчки и кутијата со Автомобили. Значи, треба да се тргнат 5 кутии.

5. На цртежот десно се подредени пет карти. Две од картите отстрануваме, а останатите ги доближуваме една до друга, без да го менуваме редоследот. Како може да изгледа новиот распоред?



A) B) C)
D) E)

Решение. E). Новото подредување не е А бидејќи кругот треба да е десно од ромбот.

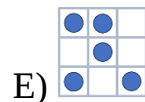
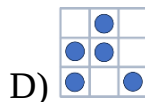
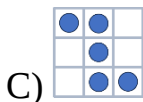
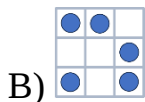
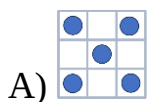
Новото подредување не е В бидејќи ромбот треба да е лево од детелинката.

Новото подредување не е С бидејќи кругот треба да е десно од детелинката.

Новото подредување не е D бидејќи детелинката треба да е лево од плусот.

Новото подредување е Е, бидејќи знаците ромб, детелинка и круг се во ист редослед како и кај почетното подредување.

6. Дадени се пет кутии со чоколадни бомбони. Една кутија е на Марија. Сите останати се разликуваат од неа според местото на само една бомбона. Која е таа кутија?



Решение. Е). Кутиите А и В меѓусебно се разликуваа според местата на две бомбони, па затоа ниту една од овие кутии не е на Марија. Понатаму, кутиите С и D меѓусебно се разликуваат според местата на две бомбони, па затоа ниту една од овие кутии не е на Марија. Останува кутијата Е која од А се разликува според втората бомбона во првиот ред, од В се разликува според втората бомбона во вториот ред, од С се разликува според првата бомбона во четвртиот ред и од D се разликува според првата бомбона во првиот ред.

7. Анита трча со својата играчка вртелешка, која се врти на ветерот. Која од подолу прикажаните вртелешки е на Анита?



Решение. Е). Секое триаголниче ќе го означиме со првата буква од неговата боја. Вртелешката на Анита, тргнувајќи од сивото триаголниче и движејќи се во насока на движењето на стрелките на часовникот има распоред СБЦББЦ.

Соодветниот редослед за вртелешката А е СББЦБЦ и тоа не е вртелешката на Анита.

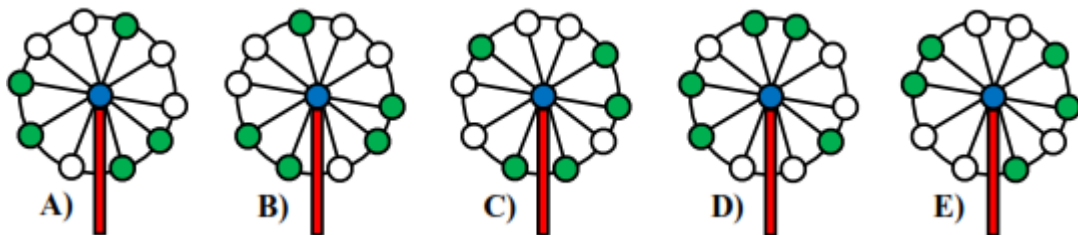
Соодветниот редослед за вртелешката В е СББЦБЦ и тоа не е вртелешката на Анита.

Соодветниот редослед за вртелешката С е СЦББЦБ и тоа не е вртелешката на Анита.

Соодветниот редослед за вртелешката D е СЦББЦБ и тоа не е вртелешката на Анита.

Соодветниот редослед за вртелешката Е е СБЦББЦ и тоа е вртелешката на Анита.

8. Која вртелешка е различна од останатите три?



Решение. Е). Ситре вртелешки имаат црвени дршки, зелено средно топче и на тркалата по 5 бели и 5 зелени топчиња.. Значи разликата е во распоредот на топчињата на тркалата. Притоа

- за А имаме ББЗББЗЗБЗЗ,
- за В имаме ББЗББЗЗБЗЗ,
- за С имаме ББЗББЗЗБЗЗ,
- за D имаме ББЗББЗЗБЗЗ и
- за Е имаме ББЗЗББЗЗБЗ.

Значи, различна е вртелешката Е.

9. Матео фрлил топка на пирамида направена од конзерви на кои се запишани броевите од 1 до 6. Тој ја растурил пирамидата, а потоа

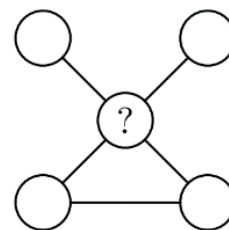


ги наредил конзервите. Кулку конзерви се поставени на различни места во споредба со распоредот пред фрлањето на топката?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. B). На истите места се поставени кутиите 3, 4 и 5, а на различни места се поставени кутиите 1, 2 и 6. Значи, 3 кутии се поставени на различни места.

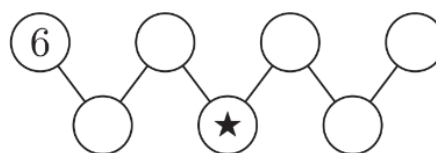
10. Во кругчињата на фигурата прикажана на цртежот десно запиши ги броевите 1, 2, 4, 5 и 6, така што збирот на броевите на секоја линија ќе биде еднаков на 11. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот?



- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. C). Во долните две кругчиња се броевите 5 и 6, во некој редослед. Сега имаме $5 + 6 = 5 + 4 + 2 = 6 + 4 + 1 = 11$, па затоа на местото на прашалникот треба да се запише бројот 4.

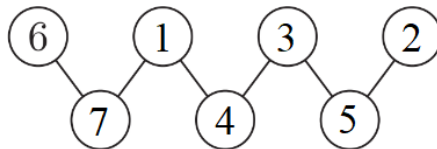
11. Броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 запиши ги по еден во секое од кругчињата, така што бројот во секое кругче од долниот ред



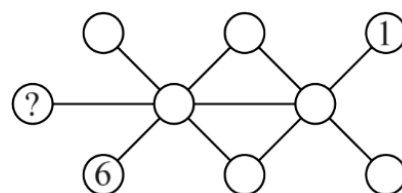
ќе биде еднаков на збирот на двата броја во кругчињата над него, со кои е сврзано. Кој број е запишан во кругчето со знакот *?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Решение. С). Во првото кругче од лево во долниот ред мора да е бројот 7, па затоа во второто кругче од лево во горниот ред е бројот 1. Јасно, другите два броја во долниот ред мора да се 4 и 5. Притоа, во кругчето со знакот * не може да биде бројот 5, бидејќи тогаш во третото по ред кругче од лево во горниот ред треба да е бројот 4. Значи, во кругчето со знакот * е бројот 4. Распоредот на сите броеви е даден на цртежот десно.



12. Во секое кругче запиши по еден од природните броеви од 1 до 9 без притоа броеви да се повторуваат, така што збирот на секои три броја на една линија е еднаков

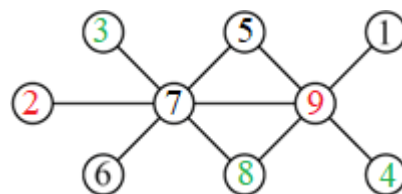


на 18. Броевите 1 и 6 се веќе запишани. Кој број треба да се запише во кругчето во кое е прашалниот знак?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

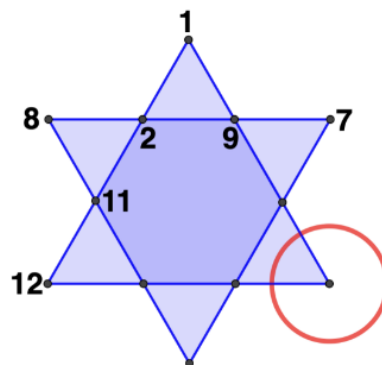
Решение. А). Единствени два броја кои заедно со бројот 1 даваат збир 18 се броевите 9 и 8. Затоа на линијата на која е бројот 1 во кругчињата мора да се запишани броевите 8 и 9, во некој распоред. Сега, од преостанатите броеви единствени два броја кои заедно со бројот 6 даваат збир 18 се броевите 5 и 7, па затоа тие во соодветните кругчиња мора да се запишани во некој редослед.

Понатаму, ако во кругчето до прашалникот е бројот 5, тогаш на линијата на која е заедно со бројот 8 во третото кругче мора да е бројот 5, што не е можно (бројот 5 ќе биде двапати запишан). Значи, во кругчето до прашалниот знак е бројот 7 и во третото кругче заедно со бројот 6 е бројот 5. Сега, на втората линија на која е бројот 5 мора да е бројот 9, па затоа на местото на



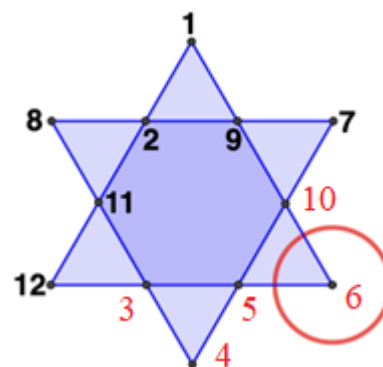
прашалникот е бројот 2. Пополнетата фигура е прикажана на цртежот десно.

13. Свездата прикажана на цртежот десно е добиена со пресек на два рамнострани триаголника. Во темињата на свездата и во пресеците на страните се запишани броевите од 1 до 12, во секоја точка по еден различен број, така што збирот на четирите броја запишани на секоја страна на двата триаголника е еднаков. Некои броеви се веќе запишани. Кој е бројот што се наоѓа во кругчето?



- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

Решение. D). Збирот на броевите запишани на секоја страна на триаголниците е еднаков на $1 + 2 + 11 + 12 = 8 + 2 + 9 + 7 = 26$. На страната на која се запишани броевите 1 и 9 треба да запишеме броеви чиј збир е еднаков на 26, што значи дека збирот на двата броја кои недостасуваат е еднаков на $26 - (1 + 9) = 16$. Од броевите 3, 4, 5, 6 и 10, кои уште треба да се запишат збир 16 даваат само броевите 6 и 10. Според тоа, во кругчето треба да се запише еден од броевите 6 или 10. Ако тоа е бројот 10, тогаш треба збирот на броевите 10 и 12, собран со уште два од броевите 3, 4 или 5 да дава 26, што не е можно. Значи, во кругчето е запишан бројот 6. Пополнетата свезда е прикажана на цртежот десно.



14. Во еден вид СУДОКУ броевите 1, 2, 3 и 4 треба да се запишат во секоја колона и секоја редица по еднаш. Во математичкото Судоку Илија прво мора да ги запише резултатите од алгебарските операции, а потоа да го дополни СУДОКУТО. Кој број Илија ќе го запише во зеленото квадратче?

1x1		1x3	
2x2	6-3		6-5
4-1	1+3	8-7	
9-7	2-1		?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 1 или 2

Решение. C). Постоечките броеви кои Илија треба да ги запише во дадените полиња, а се резултат на алгебарските операции се дадени во Судоку табелата десно.

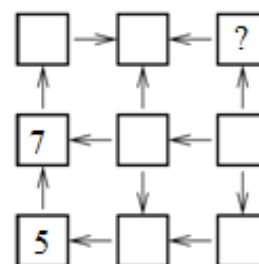
1	2	3	4
4	3	2	1
3	4	1	2
2	1	4	3

Во првата колона се запишани сите броеви. Во втората колона недостасува бројот 2 кој го запишуваме во најгорното поле. Сега во првата редица недостасува бројот 4 кој го запишуваме во четвртото поле.

Во втората редица недостасува бројот 2 кој го запишуваме во третото поле.

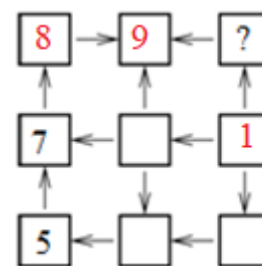
Во третата колона недостасува бројот 4 кој го запишуваме во четвртото поле и конечно во сивото поле е бројот 3.

15. Дамјан сака да ги запише броевите од 1 до 9 во квадратчињата прикажани на цртежот десно. Стрелките секогаш покажуваат од помал број кон поголем број. Тој веќе ги има запишано броевите 5 и 7. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот?

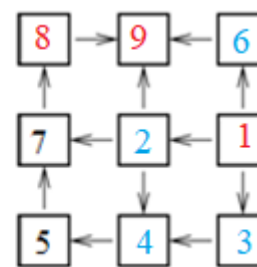
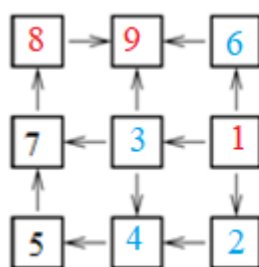


A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

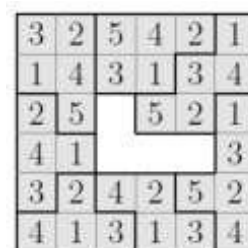
Решение. D). Одејќи нагоре и десно по бројот 7 треба да има два поголеми броја, па затоа тоа мора редоследно да се броевите 8 и 9. Понатаму, бројот кој треба да е запишан во крајното квадратче на средниот ред не е помал од ниту еден друг број, па затоа мора да е бројот 1 (цртеж десно).



Бројот запишан во средното квадратче на долниот ред мора да е помал од 5 и да е поголем од три броја, па тоа мора да е бројот 4, а во преостанатите квадратчиња на долните два реда мора да се броевите 2 и 3. Сега е јасно дека на местото на прашал-никот е бројот 6. Можните распореди на броевите се дадени на претходните два цртежи.

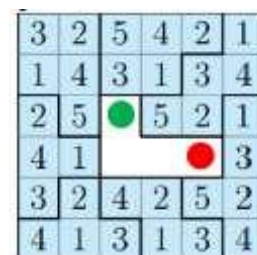


16. Горјан прави сложувалка во која соседните броеви не смее да се еднакви (соседни се броевите кои се наоѓаат во полиња кои имаат заедничка страна). Кој дел треба да го употреби Горјан за да ја доврши сложувалката:



- A) B) C)
D) E)

Решение. D). На местото на црвеното кругче може да е бројот 1 или 4. Ниту еден од понудените делови го нема бројот 1 на тоа место. Но, дело-



вите D и E на тоа место го имаат бројот 4. На местото на зеленото кругче може да биде бројот 1, 2 или 4. Од деловите D и E само кај делот D бројот 2 е на саканото место.

17. Илија, со фигури од облиците: ,

, ,  и  ја пополнува

мрежата прикажана на цртежот десно.

Притоа, во секој ред и во секоја колона од мрежата тој може да стави само една фигура од даден облик. Која фигура треба да ја стави Илија во квадратчето кое го содржи прашалникот?

				
				
				
			?	
				

- A)  B)  C)  D)  E) 

Решение. A). Во едно од двете празни полиња на четвртиот ред мора да е знакот . Но, овој знак не може да се постави во третото поле броено од лево, бидејќи веќе го има во најгорното поле на третата колона. Значи, на местото на прашалникот треба да стои знакот . Пополнетата табела е прикажана на цртежт десно.

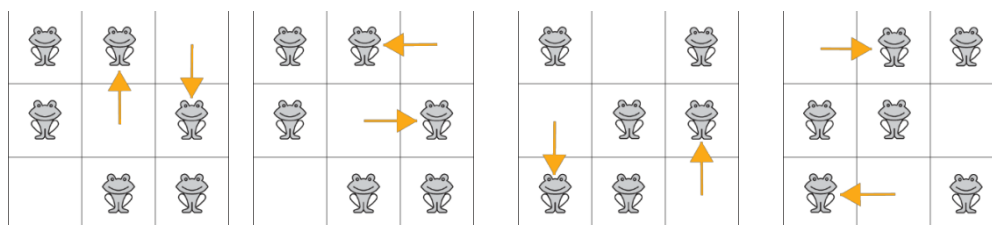
18. Во секој ред и во секоја колона на квадратната табела прикажана на цртежот десно се наоѓаат точно по две жаби. Жабите решиле две од нив да скокнат во соседни слободни полиња (соседни полиња се оние кои има-

ат заедничка страна). По преместувањето на две жаби во соседните слободни полиња повторно во секој ред и секоја колона ќе има по две жаби. На колку начини може да се направи преместувањето?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

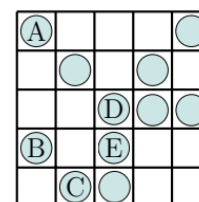
Решение. D). Можните преместувања на две жаби во нивни соседни полиња, по што повторно ќе биде исполнет почетниот услов се дадени на долните цртежи.



Значи, имаме четири можни преместувања.

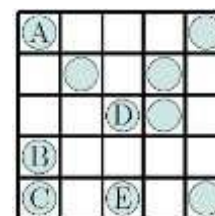
19. Која монета треба да се отстрани за да во секој ред и во секоја колона има точно по 2 монети?

- A) A B) B C) C D) D E) E



Решение. D). Во третиот ред и во третата колона имаме по 3 монети, а во сите други редови и колони имаме по 2 монети. Затоа треба да ја отстраниме монетата која е во пресекот на третиот ред и третата колона, а тоа е монетата D.

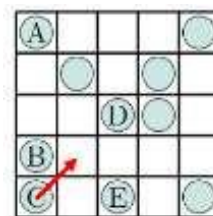
20. Рајна треба да постави монети во табелата прикажана на цртежот десно така што во секој ред и во секоја колона ќе има по две монети. Која од монетите A, B, C, D или E треба да ја премести воедно од празните полиња за да биде исполнет бараниот услов.



- A) A B) B C) C D) D E) E

Решение. C). Во првата колона и петтиот ред има по три монети.

Рајна треба да ја премести нивната заедничка монета. Тоа е монетата С. Понатаму, единствено во втората колона и четвртиот ред има по една монета, па затоа монетата С треба да ја стави во нивното заедничко поле (цртеж десно).



21. Андреј наредил картички во линија како што е прикажано на цртежот десно. Во еден потег на Андреј му е дозволено да ги размени местата на било кои две картички. Кој е најмалиот број на потези со кои Андреј може да го добие зборот KANGAROO ?

O A R G O N K A

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. B). *Прв начин.* Ги заменува прво од лево O и K со што добива KARGONOA, ги заменува R и N и добива KANGOROA, ги заменува првото од лево O и последното A и добива KANGAROO.

Втор начин. Ги заменува второто од лево O и A со што добива OARGANKO, ги заменува првото од лево O и K со што добива KARGANOO, ги заменува R и N и добива KANGAROO.

22. Матео има 3 различни видови карти: јаболко , цреши  и грозд . Од низа од 5 карти (како на долните цртежи) тој зема само еден пар карти и на тие карти им ги менува местата. Сака да ги нареди картите така што сите карти од ист вид ќе бидат една до друга. За која низа карти тоа не може да го направи?

A)     

B)     

C)     



Решение. А). Во низата В) доволно е местата да ги заменат крајно левото јаболко и гроздот. Во низата С) доволно е местата да ги заменат крајно левиот грозд и црешите. Во низата D) треба да ги заменат местата јаболкото и крајно десните цреши. Во низата Е) доволно е да ги заменат местата левите цреши и десниот грозд.

Во низата А) одделени се две јаболка и два грозда. Ќе ги разгледаме сите можности во кои двете јаболка може да се наредат едно до друго.

- Местата ги заменуваат левото јаболко и левиот грозд, но тогаш гроздовите не се еден до друг.
- Местата ги заменуваат левото јаболко и десниот грозд, но тогаш гроздовите не се еден до друг.
- Местата ги заменуваат десното јаболко и црешите, но тогаш гроздовите не се еден до друг.

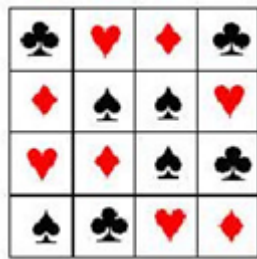
Според тоа, во сите случаи кога јаболката ги редиме едно до друго, гроздовите останиуваат разделени, што значи дека за низата А) целта не може да се постигне.

23. Секое поле содржи по еден знак. Со еден потез е дозволено да ги променат местата знаците во било кои две полиња. Кој е потребниот најмал број потези за да во секој ред и секоја колона има по еден од сите четири знаци (срце, каро, пик и треф)?

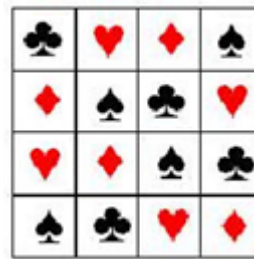
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. В). Доволни се два потеза. На пример, во првата колона да ги заменат местата срце и треф, па во третата и четвртата колона по

дијагонала да ги заменат местата пик и треф (пикот од вториот ред и трефот од вториот ред).

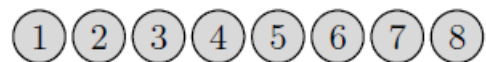


Прв чекор



Втор чекор

24. Шест момчиња и две девојчиња означени со броеви од 1 до 8 стојат во



редица. Меѓу било кои три деца означени со последователни броеви точно едно е девојче. Со кој од понудените броеви е означено девојче?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. C). Ако 1 е девојче, тогаш 2 и 3 се момчиња, 4 е девојче, па 5 и 6 се момчиња и 7 е девојче. Но, тоа не е можно бидејќи имаме само 2 девојчиња.

Ако 2 е девојче, тогаш 3 и 4 се момчиња, 5 е девојче, па 6 и 7 се момчиња и 8 е девојче. Ова не е можно бидејќи имаме само 2 девојчиња.

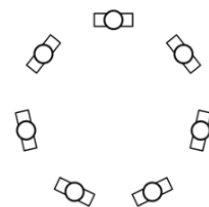
Ако 3 е девојче, тогаш 4 и 5 се момчиња, па 6 е девојче и 7 и 8 се момчиња и ова е можно.

Ако 4 е девојче, тогаш 3 и 2 се момчиња и 1 е девојче, па тоа е првиот случај, кој не е можен.

Аналогно се добива дека не е можно 5 да е девојче.

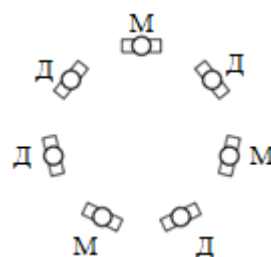
Значи, при наведените услови само 3 и 6 може да се девојчиња.

25. Седум деца стојат во круг (како на цртежот). Нема две момчиња кои стојат едно до друго, и нема три девојчиња кои стојат едно до друго. Кој е можниот број на девојчиња кои стојат во кругот?



А) само 3 В) 3 или 4 С) само 4 Д) 4 или 5 Е) само 5

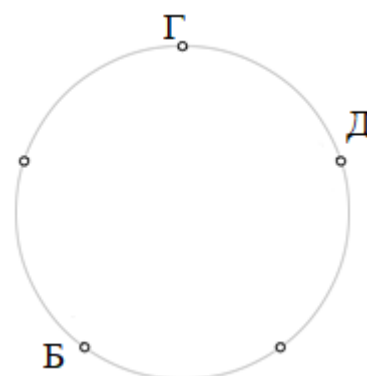
Решение. С). Ако се само 2 момчиња, тогаш ќе има најмалку 3 девојчиња кои стојат едно до друго, што е противречност. Ако се 4 момчиња, тогаш ќе има 2 момчиња кои стојат едно до друго, што повторно е противречност. Значи, има 3 момчиња и 4 девојчиња. Еден распоред е даден на цртежот десно.



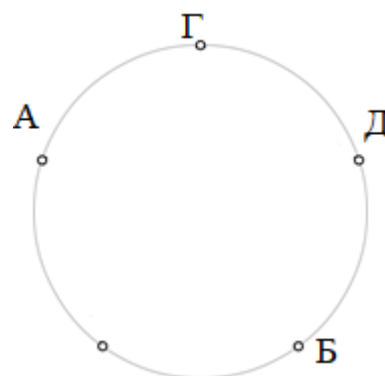
26. Андреј, Борис, Васко, Горјан и Даниел седат околу тркалезна маса во некој редослед. Андреј не е до Борис, Горјан е до Даниел, а Борис не е до Горјан. Меѓу кои двајца се наоѓа Васко?

А) Андреј и Даниел В) Борис и Горјан С) Андреј и Борис
Д) Горјан и Андреј Е) Даниел и Борис

Решение. С). Без ограничување на општоста можеме да земеме дека Даниел е десно од Горјан (види цртеж). Сега, Борис е на едното од трите преостанати места, па како не е до Горјан тој е до Даниел или преку едно место од Даниел. Ако Борис е преку едно место од Даниел, тогаш Андреј мора да е на едно од преостанатите две места, па тој ќе биде до Борис, што противречи на условот на задачата.

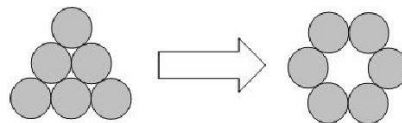


Останува Борис да е до Даниел. Сега, бидејќи Андреј не е до Борис, добиваме дека тој



е до Горјан (види цртеж). Конечно, на местото кое останува мора да е Васко, па значи Васко е меѓу Андреј и Борис.

27. Шест исти монети формираат триаголник. Неколку монети треба да се поместат за да се добие круг како на цртежот десно. Кој е најмалиот број монети што треба да се поместат?

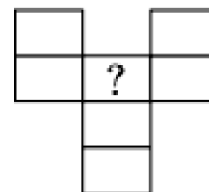


A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Решение. D). Јасно, со поместување на една монета целта не може да се постигне. Понатаму, доволно е најгорната монета и средната монета во најдолниот ред на триаголникот да ги поместиме и под триаголникот да ги поставиме како што се поставени монетите во средниот ред на триаголникот. Тоа се монетите 1 и 5. Значи, треба е да поместиме најмалку две монети.



28. Илина сака да ги запише броевите од 1 до 7 во мрежата прикажана на цртежот десно. Притоа два последователни броја не смее да бидат запишани во соседни полиња. Соседни се полињата кои имаат заедничка страна или заедничко теме.



Кој број Илина може да го запише во полето во кое е прашалникот?

A) сите седум броеви B) само непарните броеви
C) само парните броеви D) само бројот 4
E) само броевите 1 или 7

Решение. E). Секој од броевите 2, 3, 4, 5, 6 има по два броја со кои е соседен – неговиот претходник и неговиот следбеник. Ако некој од нив го запишеме во полето во кое е прашалникот, ни преостанува само едно поле кое не е соседно на запишаниот број, па затоа некој од

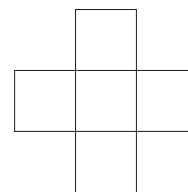
двата соседни броја на запишаниот број ќе биде запишан во со-седно поле.

Броевите 1 и 7 имаат само по еден број со кој формираат последователни броеви (1 со 2 и 7 со 6), па затоа двата може да се запишат во полето во кое е прашалникот. Некои од решенијата се дадени на цртежите десно. Обиди се да најдеш барем уште пет распоредувања.

2		3
4	7	5
	1	
	6	

5		3
2	7	1
	4	
	6	

29. Броевите 2, 3, 5, 6 и 7 се запишани во квадратчињата на цртежот десно, така што збирот на броевите во редите е еднаков со збирот на броевите во колоната. Кој од дадените броеви може да стои во квадратчето кое се наоѓа во центарот?



A) 3 B) 5 C) 7 D) 5 или 7 E) 3, 5 или 7

Решение. D). Бидејќи збиравите на броевите запишани во редот и броевите запишани во колоната треба да се еднакви, заклучуваме дека збирот на овие два броја е парен број.

Ако во централното поле е запишан бројот a , тогаш збирот на двата збира се добива така што бројот a се собира

	3	
2	5	7
	6	

	3	
2	7	6
	5	

два пати, а сите други броеви по еднаш. Затоа тој е еднаков на $2 + 3 + 5 + 6 + 7 + a = 23 + a$. Но, овој збир е парен број, па затоа бројот a мора да е непарен број, т.е. a може да е 3, 5 или 7. Ако $a = 3$, тогаш преостануваат броевите 2, 5, 6 и 7, кои не може да се поделат така што ќе дадат два еднакви збира. Во другите два случаја можни распореди се дадени на цртежите десно.

30. Никола ги напишал броевите од 1 до 9 во квадратчињата на една 3×3 квадратна шема. Притоа, само четири од овие броеви може да се видат на цртежот. Никола забележал дека за бројот 5 збирот на броевите во квадратчињата со кои има само заедничко теме е 13. Тој забележал дека истото важи и за бројот 6. Кој број го напишал Никола во сивото квадратче?

1		2
4		3

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Решение. Е). Броевите 5 и 6 не може да се запишани во сивото квадратче. Понатаму, тие не може да се запишани и во спротивни квадратчиња, бидејќи тогаш најмалиот можен збир на броевите во квадратчињата со кои имаат заедничко теме е $8 + 7 = 15$. Значи, броевите 5 и 6 се во квадратчиња со заедничко теме. Тогаш во нивните спротивни квадратчиња се броевите 8 и 7, па во сивото квадратче е бројот 9 (цртеж десно).

1	5	2
6	9	7
4	8	3

31. Марко треба да ја дополни табелата дадена на цртежот десно, но така што во секоја редица и секоја колона точно по еднаш да се содржат броевите 1, 2 и 3. Колку изнесува збирот на двата броја кои Марко треба да ги запише во квадратчињата означени со буквите А и В?

1		
	2	A
		B

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. С). Во првото поле на вториот ред не може да се запише бројот 1, па затоа во ова поле е бројот 3, а во полето А е бројот 1. Сега во првото поле на третиот ред мора да е бројот 2, па затоа во полето В е бројот 3. Пополнетата табела е прикажана на цртежот десно, а бараниот збир е $1 + 3 = 4$.

1	3	2
3	2	1
2	1	3

32. Велимир има 9 вреќи компири, како што е прикажано на цртежот десно. На секоја вреќа е бројот на ки-лограмите компири кои се во

неа. Тој сака да ги распореди вреќите на три групи така што во секоја група ќе има по три вреќи и во секоја група ќе има еднаква маса компири. Која од следниве вреќи ќе биде во групата со вреќата од 6 kg ?



- A) B) C) D) E)

Решение. D). Во вреќите има

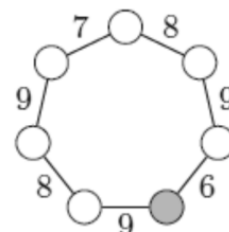
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 9 + 13 + 17 = 60 \text{ kg}$$

компири. Според тоа, во секоја група треба да има по 3 вреќи и по $60 : 3 = 20 \text{ kg}$ компири. Сега, лесно се гледа дека групите од по 3 вреќи клои даваат по 20 kg се:

$$17 \text{ kg}, 1 \text{ kg}, 2 \text{ kg} ; 13 \text{ kg}, 4 \text{ kg}, 3 \text{ kg} \text{ и } 9 \text{ kg}, 6 \text{ kg}, 5 \text{ kg} .$$

Значи, во групата со вреќата од 6 kg е вреќата од 9 kg .

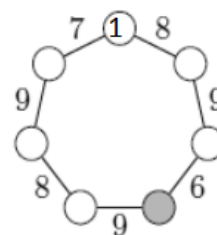
33. Филип сака во круговите прикажани на цртежот десно да ги запише броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7, во секој круг по еден број, но така што збирот на броевите во соседните кругови да е еднаков на бројот запишан на линијата која ги поврзува двата круга.



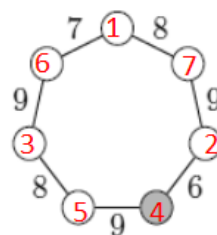
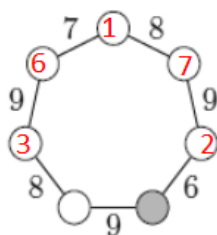
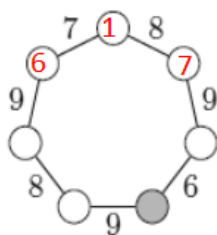
Кој број треба да го запише во сивиот круг?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. D). Прво треба да го запише бројот 1. Тој не може да е во круг кој е поврзан со бројот 9, бидејќи $1 + 8 = 9$, а најголемиот број е 7. Бројот 1 може да биде запишан само во горниот круг од кои излегуваат црти со броевите 7 и 8. Сега лесно се добива дека последователното запишување на броевите е како што е покажано на долните цртежи од лево кон десно:

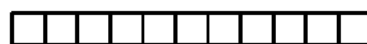


$$7 - 1 = 6, 8 - 1 = 7, \text{ па } 9 - 6 = 3, 9 - 7 = 2 \text{ и } 8 - 3 = 5, 6 - 2 = 4.$$



Значи, во сивиот квадрат е запишан бројот 4.

34. Матео има 8 монети и лента составена од 11



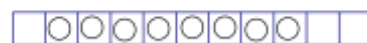
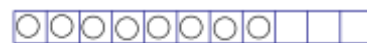
квадратчиња. Тој ги става сите монети на квадратчињата. Притоа, на едно квадратче



става по една монета и меѓу две квадратчиња со монети нема празно квадратче. Кој е најголемиот број квадратчиња за кои сме сигурни дека на нив е поставена монета?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. D). Матео може да ги стави монетите на еден од следниве начини. Значи, монета сигурно се поставува на 4., 5., 6., 7., 8. Квадратче. Според тоа, монета сигурно ќе биде поставена на пет квадратчиња.



35. Во секое квадратче на табелата прикажана на цртежот десно е запишан по еден од броевите 1, 2 и 3, така што трите броја се наоѓаат во секој ред и секоја колона. Со црвени линии се означени деловите од табелата во секој од кои збирот

4		
9		
A	B	C

на броевите кои се во нив е еднаков на бројот запишан во левиот горен агол. Кои броеви соодветно се запишани во полињата во кои се буквите A, B, C?

- A) 1, 2, 3 B) 1, 3, 2 C) 2, 1, 3 D) 2, 3, 1 E) 3, 1, 2

Решение. С). Од $A + B + C = 6$ следува дека во полето во кое е означен збирот 9 е бројот 3. Понатаму, бидејќи збирот на броевите во првите две квадратчиња на првиот ред е 4, а во првото квадратче не смее да е бројот 3 заклучуваме редоследно се запишани броевите 1 и 3, па затоа во третото квадратче е бројот 2.

Сега, добиваме дека $A = 2$, па како во второто квадратче на третиот ред не смее да е бројот 3, заклучуваме дека $B = 1$. Значи, $C = 3$. Пополнетата табела е прикажана на цртежот десно.

1	3	2
3	2	1
2	1	3

36. Во секое поле во дадениот квадрат се запишува еден од броевите 1, 2, 3, 4 или 5, но така што секој ред и секоја колона содржи точно еден од овие броеви. Збиравите на броевите во трите означени области се еднакви. Кој број е запишан во горното десно поле, т.е. во полето во кое е прашалниот знак?

				?
2				

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. С). Збирот на сите запишани броеви е еднаков на

$$5 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 75.$$

Според тоа, во секој од заградените делови збирот на броевите е $75:3 = 25$. Најмалите можни зборови на броевите запишани во вториот, третиот, четвртиот и петтиот ред на централниот заграден дел е

$$3 \cdot (1 + 2 + 3) + 1 + 3 = 22,$$

па затоа збирот на броевите во првиот ред на централното поле мора да е $25 - 22 = 3$. Тоа значи дека во првите две квадратчиња на првиот ред мора да се запишани броевите 1 и 2, а во петтиот ред се броевите 1 и 3. На потполно идентичен начин заклучуваме дека најмалиот збир

на броевите во првата, втората, третата и четвртата колона на централниот дел е еднаков на

$$3 \cdot (1 + 2 + 3) + 1 + 3 = 22,$$

па затоа збирот на броевите во петтата колона на централното поле мора да е 3. Тоа значи дека во последните две квадратчиња на петтата колона се броевите 1 и 2, а во првата колона се броевите 1 и 3. Сега е јасно дека во горното лево и долното десно поле е бројот 1, па го добиваме пополнувањето прикажано на цртежот десно.

1	2			
3				
				2
2			3	1

Освен тоа, во вториот третиот и четвртиот на централниот дел мора да се броевите 1, 2 и 3, а истите броеви мора да се во втората, третата и четвртата колона на централниот дел. Оттука следува пополнувањето на централниот дел на квадратот.

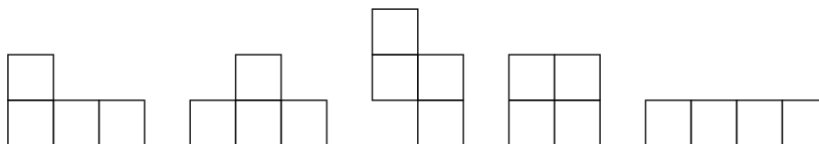
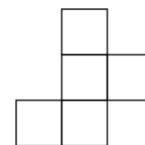
1	2			
3	1	2		
	3	1	2	
		3	1	2
2			3	1

Сега е јасно дека во горното десно аголно поле мора да е бројот 3. Пополнетата табела е прикажана на цртежот десно.

1	2	4	5	3
3	1	2	4	5
5	3	1	2	4
4	5	3	1	2
2	4	5	3	1

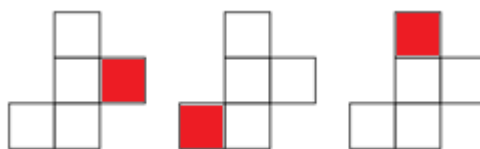
3. РАСЕКУВАЊЕ И СОСТАВУВАЊЕ ФИГУРИ

1. Ласте сака да отстрани едно квадратче од фигурата прикажана на цртежот десно. Колку од следниве фигури може да добие Ласте?



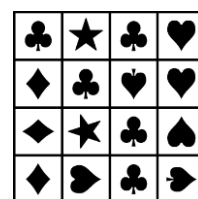
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. C). Дадената фигура не содржи квадрат составен од 4 мали квадратчиња и не содржи правоаголник составен од четири мали квадратчиња, па затоа последните две од дадените пет фигури не може да се добијат од дадената фигура со исекување на едно квадратче. За другите три фигури тоа може да се направи како на цртежите десно (се сечат црвените квадратчиња).



2. Маргарита од листот прикажан на цртежот десно сака да исече делче кое има облик .

Кое од подолу прикажаните делчиња може да го добие Маргарита?

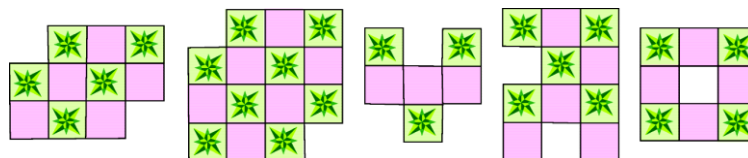


A) B) C) D) E)

Решение. A). Ако ги исече второто и третото квадратче во првиот ред Маргарита е го добие делчето A). Делчето B) не може да го добие бидејќи ѕвездата и листот не се соседни на дадениот цртеж, а истото важи и за делчето C) кое е составено од две ѕвезди. Срцето и ромбот се соседни во четвртиот ред, но не се во иста положба како на делчето D), па не може да се добие и ова делче. Две срца се соседни во

четвртата колона, но ако го завртиме делчето Е) не ги добиваме срцата во иста положба, па затоа и ова делче не може да се добие.

3. Марко прави шари при што користи цели плочки од видот . Колку од следниве пет шари може да формира Марко?

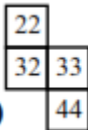
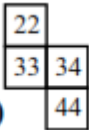
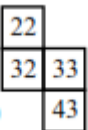
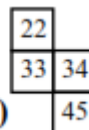
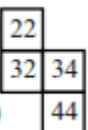


- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. D). Секоја шара која што Марко може да ја формира мора да има еднаков број празни полиња и полиња со зелена шара. Тоа не е случај со втората шара броејќи од лево, па затоа Марко не може да ја формира оваа шара. Преостанатите четири шари може да бидат формирани. Провери!

4. Матеа го пополнила преостанатиот дел од табелата со броевите до 50 на покажаниот начин. Која од петте фигури може да се исече од табелата?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22								

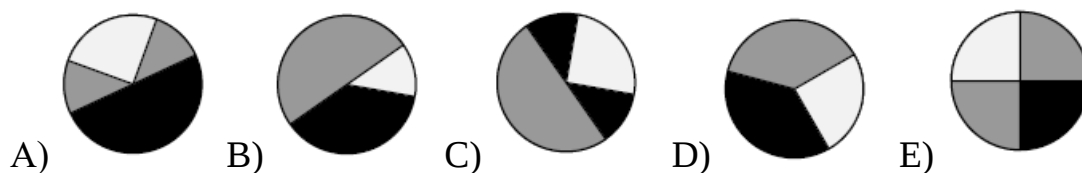
- A)  B)  C)  D)  E) 

Решение. C). Во секоја колона соседните броеви се разликуваат за 10, а во секој ред соседните броеви се разликуваат за 1. Ова е исполнето само за фигурата C, па затоа само таа може да се исече од табелата.

5. Даниел залепил две парчиња хартија  на црниот круг прикажан на цртежот десно. Било кое парче може да го залепи преку другото така што парчињата делумно



или целосно ќе се покриваат. Која фигура не може да ја добие со лепењето на опишаниот начин?



Решение. Е). Фигурата А) ја добива со лепење на сивиот дел, а потоа преку него го лепи белиот дел.

Фигурата В) ја добива со лепење на белиот дел, а потоа го лепи сивиот дел така да покрие половина од белиот дел.

Фигурата С) ја добива со лепење на сивиот дел, а потоа на преостанатиот црн дел од кругот го лепи белиот дел.

Фигурата D) ја добива со лепење на сивиот дел, а потоа белиот дел го лепи така што половина од него го покрива сивиот дел, а половина на го покрива преостанатиот дел од црниот круг.

Фигурата Е) не може да се добие, бидејќи нема како да се подели сивиот дел на два еднакви дела.

6. Располагаш со плочки како што е прикажано на цртежот десно. Плочките можеш да ги вртиш и превртуваш. Колку од мозаиците прикажани на долните цртежи можеш да составиш со вакви плочки?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. С). Мозаикот А не може да се состави, бидејќи бел триаголник ставен во агол на големиот триаголник не може да има соседен бел триаголник. Слично не може да се состави и



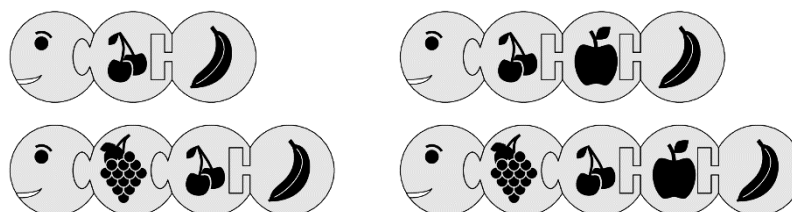
мозаикот В, бидејќи долниот централен бел триаголник мора да има соседен син триаголник, што не е случај. Останатите три мозаици може да се состават, на пример на начините прикажани на цртежите десно (средната линија на секоја плочка е означена со црвено квадратче).

7. Ласте сака да состави гасеница од делови прикажани на цртежот десно. Колку различни гасеници може да состави Ласте од овие делови?

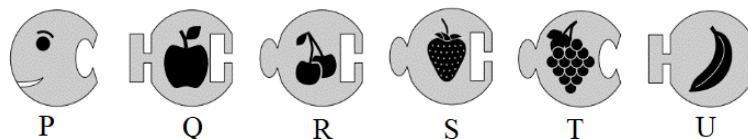


- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. В). Јасно, делот Р мора да е на почетокот, а делот V мора да е на крајот од секоја гасеница која може да ја состави Ласте. Лесно се добива дека Ласте може да ги состави следниве гасеници:

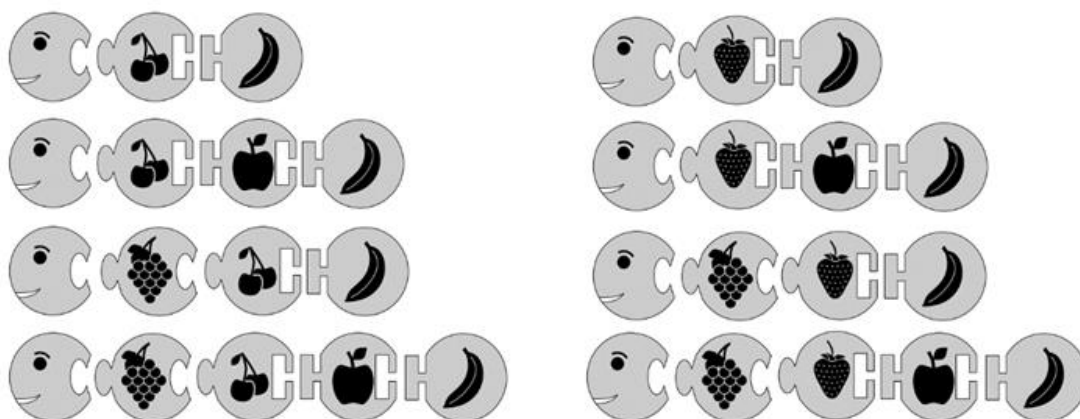


8. Кирил сака да состави гасеница од делови прикажани на цртежот. Колку различни гасеници може да состави Кирил од овие делови?



- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. С). Јасно, делот Р мора да е на почетокот, а делот U мора да е на крајот од секоја гасеница која може да ја состави Кирил. Лесно се добива дека Кирил може да ги состави само следниве осум гасеници:



9. Која од следниве фигури ја надополнува фигурата на десната страна така што со двете фигури може да се состави правоаголник?



A) B) C) D) E)

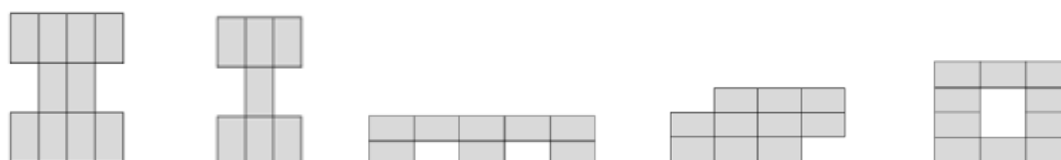
Решение. C). Ако ги завртиме дадените фигури така што правите делови ќе бидат од горната страна, добиваме:



A) B) C) D) E)

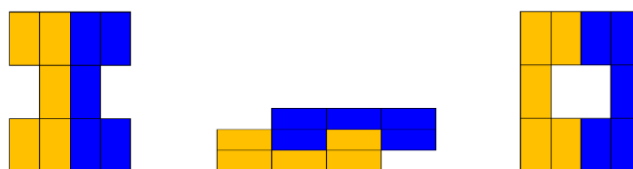
Сега е јасно дека бараната фигура е C).

10. Основната фигура прикажана на цртежот десно е составена од 5 еднакви правоаголници. Колку од долните фигури можат да се состават од две основни фигури, кои не смее да се преклопуваат?

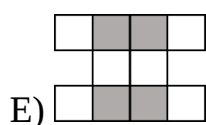
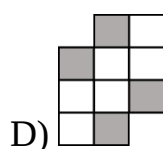
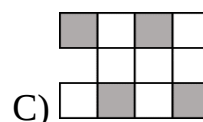
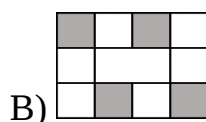
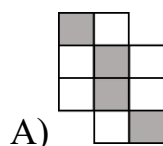
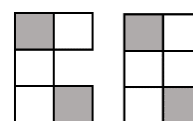


- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

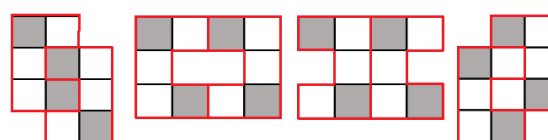
Решение. C). Две основни фигури имаат вкупно 10 правоаголници. Втората фигура има 7, а третата 8 правоаголници, па затоа тие не може да се состават. Составувањето на преостанатите три фигури е прикажано на долните цртежи.



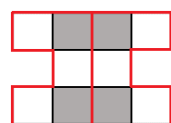
11. Симона треба да ги состави двете парчиња хартија прикажани на цртежот десно. При составувањето таа смее да ги ги врти, но не смее едното парче да се преклопува со другото. Која од следниве фигури Симона не може да ја добие?



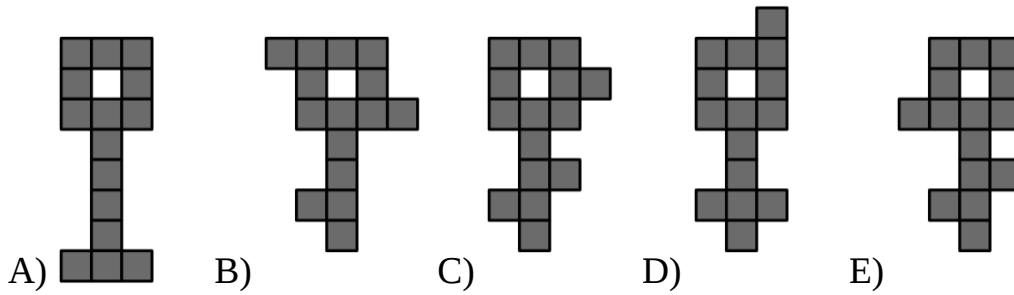
Решение. E). Симона може да ги добие фигурите A, B, C, D како што е прикажано на цртежите десно.



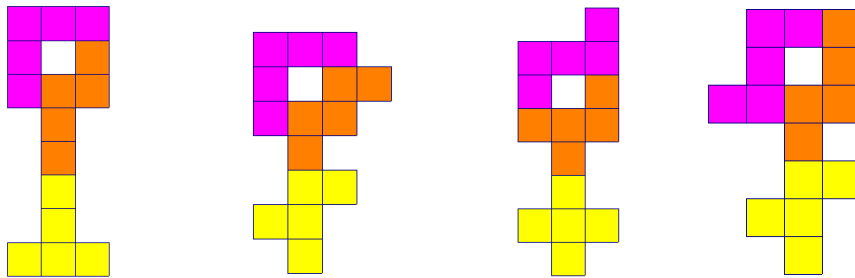
Меѓутоа фигурата E) не може да се состави од дадените парчиња хартија. Имено, единствена поделба да се добијат две парчиња со дадената форма е прикажана на цртежот лево, но притоа не соодветствува распоредот на белите и сивите квадратчиња.



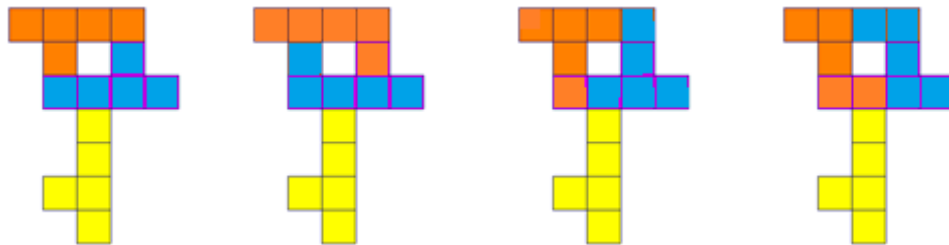
12. Кој клуч не може да се расече на три различни фигури од по пет квадратчиња?



Решение. В). За клучевите А), С), D), Е) расекувања на три различни фигури од по пет квадратчиња се прикажани на долните цртежи:

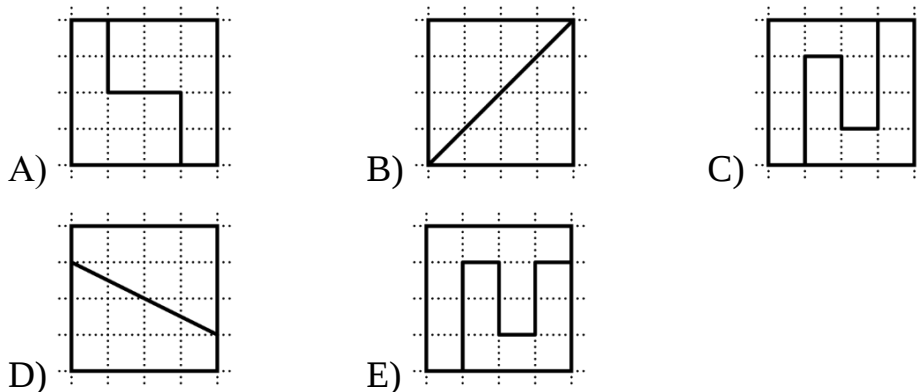


За клучот В) имаме четири расекувања на фигури од по пет квадратчиња и тоа:



Забележуваме дека во сите четири расекувања имаме две или повеќе исти фигури од по пет квадратчиња.

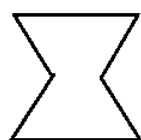
13. Кој квадрат е поделен на два различни дела?



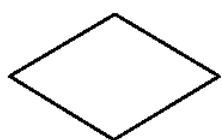
Решение. Е). Очиглено квадратите А), В), С) и D) се поделени на два еднакви дела. Но, тоа не е случај со квадратот Е), што може да се види од цртежот десно.

4	5	6	7
3	1	8	7
2	2	9	6
1	3	4	5

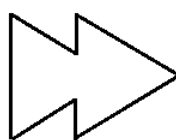
14. Стојмен прави фигури од два еднакви рамно-страни триаголници (цртеж десно). Која од дадените фигури не може да ја состави?



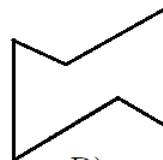
A)



B)



C)



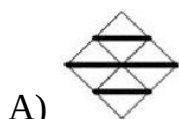
D)



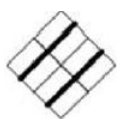
E)

Решение. Е). Фигурата Е има четири прави агли, кои не може да се добијат при било какво поставување на двата рамнострани триаголници. Сите други фигури може да се формираат. Провери!

15. Користејќи фигури од видот  се составува мозаик. Кој од следниве пет мозаици не може да се состави?



A)



B)



C)



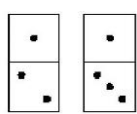
D)

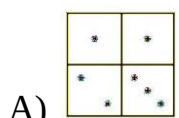


E)

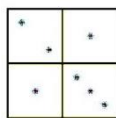
Решение. В). Во сите делови на мозаикот квадратите кои ги користиме мора да се такви што се повлечени нивните дијагонали. Тоа не е случај со вториот мозаик.

16. Која фигура од дадените пет фигури не можеме да ја направиме од

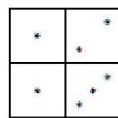
следните две домина  ?



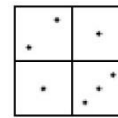
A)



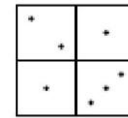
B)



C)



D)



E)

Решение. Е). Фигурите А ја составуваме со допирање на домината во положбата како што се дадени, фигурата В се добива со вртење на првото домино два пати во десно и доближување до второто, С се добива ако двете домина се завртат по еднаш во лево и се доближат едно до друго, а D се добива ако првото домино се еднаш во десно, второт домино се заврти еднаш во лево и се доближат. За да се добие фигурата Е мора второто домино да се заврти еднаш во лево, но тогаш првото домино мора да се постави хоризонтално, а тоа е можно само во положбите:

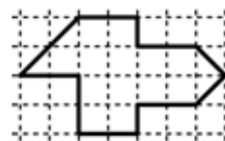


На долните цртежи се прикажани поставувањата на домината при добивањата на првите четири фигури:



17. Филип ја исекол целата фигура од цртеж 1 на исти триаголници како на цртеж 2. Колку триаголници добил Филип?

A) 8 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16



Цртеж 1

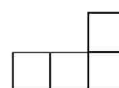


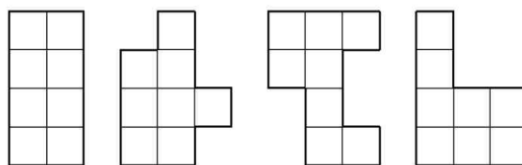
Цртеж 2

Решение. D). Квадрат кој е составен од четири квадратчиња се расекува на четири од дадените триаголници. Имаме 3 такви квадрати, еден триаголник еднаков на даденото триаголниче и еден триаголник кој може да се расече на две триаголнички еднакви на даденото триаголниче. Значи, Филип добил $3 \cdot 4 + 2 + 1 = 15$ триаголнички.



18. Горјан има на неколку исти фигури L, како на цртежот десно. Колку од следниве фигури

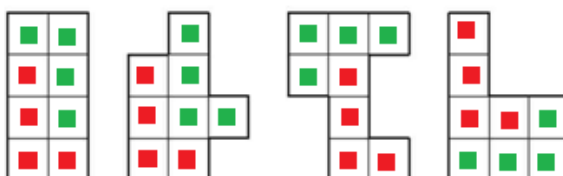




може да состави со помош на фигурите L?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Решение. Е). Начините на составување на четирите фигури е прикажан на долните цртежи.



19. Малина има неколку еднакви фигури како на цртежот десно. Колку најмалку такви делови ѝ се потребни за да состави квадрат (целосно исполнет со мали квадратчиња, а деловите не смее да се преклопуваат)?



- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

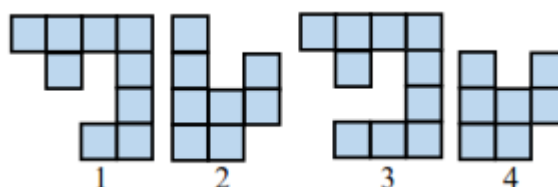
Решение. В). Делот има 9 квадратчиња. Тогаш ја имаме следнава состојба:

Делови	1	2	3	4	5	6	7	...
Квадрати	9	18	27	36	45	54	63	...

Најмалиот број кој е производ на два исти броја е $36 = 6 \cdot 6$, па затоа треба да провериме дали со 4 од дадените фигури може да се состави квадрат. Дека тоа може да се постигне е прикажано на цртежот десно.

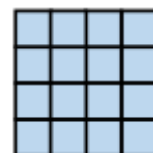


20. Располагаме со четирите фигури прикажани на цртежите десно.

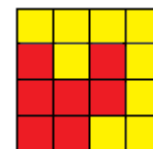


Со кои две од овие фигури може да се состави квадратот прикажан на цртежот лево?

- A) 1 и 2 B) 1 и 3 C) 1 и 4 D) 2 и 3 E) 2 и 4



Решение. C). Квадратот има 16 мали квадратчиња. Фигурата 1 има 9 квадратчиња, фигурата 2 има 8 квадратчиња, фигурата 3 има 10 квадратчиња и фигурата 4 има 7 квадратчиња. Единствено $9 + 7 = 16$, па затоа предвид доаѓаат само фигурите 1 и 4.

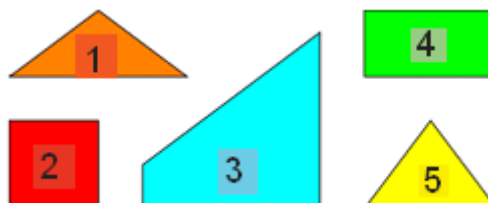


Начин на составување е прикажан на цртежот десно.

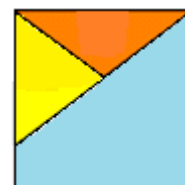
21. На цртежот десно се дадени пет фигури. Со кои три фигури може да се состави квадрат?

- A) 1, 3, 5 B) 1, 2, 5 C) 1, 4, 5

- D) 3, 4, 5 E) 2, 3, 5

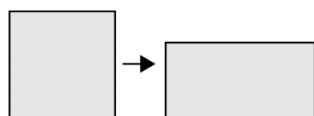
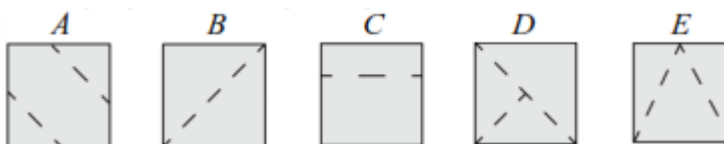


Решение. A). Ако го употребиме квадратот или правоаголникот, тогаш со било кои два други дела не можеме да дополниме до квадрат. Останува да се обидеме тоа да го направиме со деловите 1, 3 и 5. Како со овие



делови да се состави квадрат е прикажано на десниот цртеж.

22. Пет квадратни листови се расечени по непрекинатите линии



(види цртеж). Од кое расекување може да се добие правоаголникот прикажан на цртежот лево?

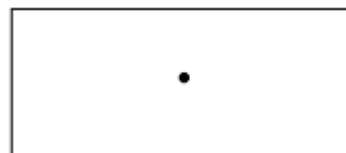
- A) A B) B C) C D) D E) E

Решение. D). Ако двата рамнокраки правоаголни триаголници добиени со расекувањето D ги поставиме со хипотенузите над катетите на

големиот триаголник, добиваме правоаголник чија една страна е еднаква на дијагоналата на квадратот, а другата страна е еднаква на половината од дијагоналата на квадратот.

Лесно се гледа дека од другите расекувања не може да се добие четириаголник со прави агли, освен ако тоа не е дадениот квадрат. Обиди се ова да го објасниш.

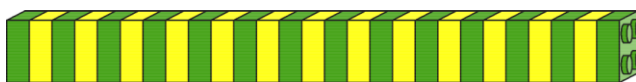
23. Филип нацртал точка на листот хартија, а потоа нацртал четири прави кои минуваат низ таа точка. На колку делови тие прави ја делат хартијата?



- A) 4 B) 6 C) 5 D) 8 E) 12

Решение. D). Првата права хартијата ја дели на 2 дела. Потоа втората права секој од овие 2 дела го дели на по два дела, па добиваме 4 дела. Понатаму, третата права два од добиените 4 дела дели на по два дела, па добиваме $4 + 2 = 6$ дела. На крајот четвртата права дели два од добиените 6 дела на по два дела, па добиваме $6 + 2 = 8$ дела.

24. Андреј направил греда од 27
лего коцки (види цртеж).



Тој ја поделил гредата на два дела така што едниот дел е два пати подолг од другиот. Потоа, Андреј избрал еден од двата дела и го поделил на истиот начин. Продолжувајќи на истиот начин, која од следниве греди не може да ја добие Андреј?

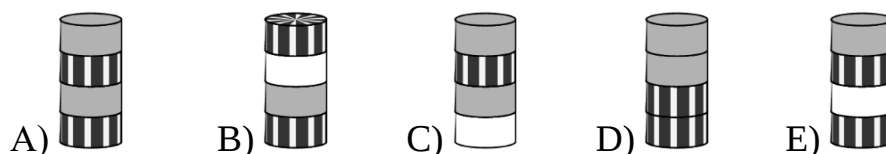
- A)  2 B)  4 C)  6 D)  8 E)  10

Решение. E). По првото делење Андреј добил греди со 9 и 18 коцки. Гредата од 9 коцки може да се подели на греди од 3 и 6 коцки, а потоа гредата од 3 коцки може да се подели на греди од 1 и 2 коцки, а

гредата од 6 коцки може да се подели на греди од 2 и 4 коцки, по што не е можна натамошна поделба. Гредата од 12 коцки може да се подели на греди од 4 и 8 коцки, по што овие греди натаму не може да се делат.

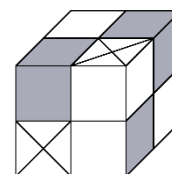
Значи, на опишаниот начин не може да се добие греда од 10 коцки.

25. Пабло прво изградил кула од 8 цилиндри како на цртежот десно. Потоа постапно изградил нова, помала кула, така што вадел цилиндри од големата кула. Го извадил вториот цилиндар оддолу од големата кула, па третиот цилиндар оддолу од новонастаната кула. Од така добиената кула го извадил четвртиот цилиндар оддолу, па потоа петтиот цилиндар од новодобиената кула. Како на крајот изгледала кулата на Пабло?



Решение. В). Нека цилиндрите ги означиме Б – бел, С – сив и Г – шарен. Гледајќи оддолу редоследот на цилиндрите во кулата е ШБСШБСШС. По првиот чекор редоследот е ШСШБСШС. По вториот чекор редоследот е ШСБСШС. По третиот чекор редоследот е ШСБШС. По четвртиот чекор редоследот е ШСБШ и тиа е кулата В).

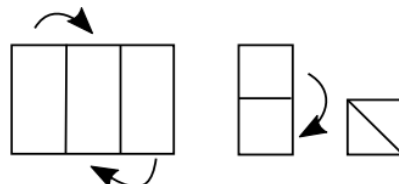
26. Имаме два вида блокови: бел  и сив . Мала коцка може да се направи од 4 бели или од 1 бел и 1 сив блок. Големата коцка на цртежот десно е составена од мали коцки. Кој е најмалиот број бели блокови потребен за да се направи големата коцка?



- A) 8 B) 11 C) 13 D) 14 E) 23

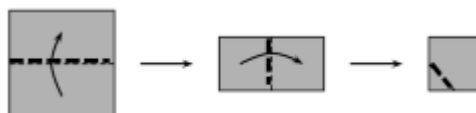
Решение. D). Големата коцка е составена од 9 мали коцки. Малите коцки во предниот ред долу лево и горе десно се составени од по 4 бели блокови. За секоја од другите 6 мали коцки е потребен барем по еден бел блок. Според тоа, потребни се најмалку $6 + 4 + 4 = 14$ бели блокови.

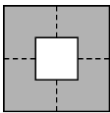
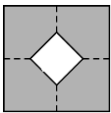
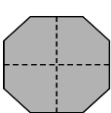
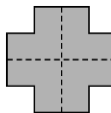
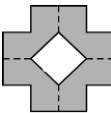
27. Матео превиткал правоаголен лист хартија прво на три еднакви правоаголници, а потоа добиениот правоаголник го превиткал по хоризонтална линија и добил квадрат. Тој квадратот го пресекол по означената дијагонала. Колку парчиња хартија добил Матео?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



Решение. C). При сечењето ќе бидат отсечени четири триаголници од секој од четирите агли на листот. Понатаму, целиот лист ќе остане во едно парче кое ќе биде пресечено на два дела. Значи, Матео ќе добие $2 + 4 = 6$ парчиња хартија.

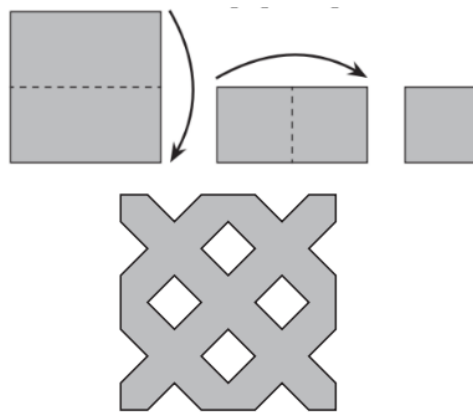
28. Невена превиткува квадратен лист хартија како што е покажано на цртежот десно и го отсекува долниот лев агол. Потоа го одвиткува листот. Како изгледа одвитканиот лист?



- A)  B)  C)  D)  E) 

Решение. B). Според начинот на виткањето на листот во долниот лев агол е центарот на квадратот. Затоа одвитканиот лист е прикажан на цртежот B.

29. Квадратен лист хартија е преевиткан на половина по средината. Добиениот правоаголник е превиткан на половина по средината на неговата должина (види цртеж десно). Од добиениот квадрат се исечени неколку делови и листот е развиткан по што е



добиена фигурата прикажана на цртежот десно. На кој од понудените одговори е прикажан начинот на сечење на листот.



A)



B)



C)



D)



E)

Решение. D). Левиот горен агол на добиената фигура и левот горен агол на фигурата која го покажува сечењето на квадратот мора да се идентични. Според тоа, сечењето е направено на начин како што е прикажан на понудениот одговор по В.

VI ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

1. ЛОГИЧКИ ГЛАВОБОЛКИ

1. Вчера беше недела? Кој ден е утре?

А) вторник В) четврток С) среда Д) понеделник Е) сабота

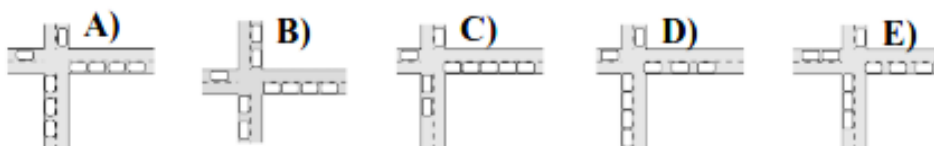
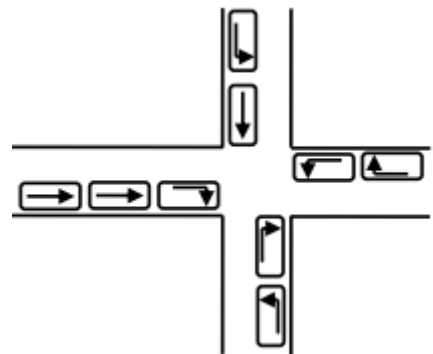
Решение. А). Денес е понеделник. Утре е вторник.

2. Вчера беше недела, а утре е 30 мај. Кој ден ќе биде на 30 јуни?

А) понеделник В) вторник С) среда Д) четврток Е) петок

Решение. Е). Денес е понеделник, утре 30 мај е вторник. Бидејќи месецот мај има 31 ден, заклучуваме дека 1 јуни ќе биде во четврток. Според тоа, 29 јуни ќе биде во четврток, па затоа 30 јуни ќе биде во петок.

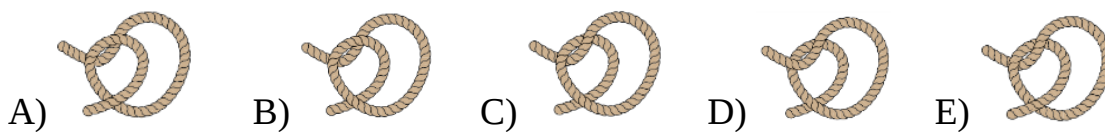
3. На цртежот десно се прикажани 9 автомобили пред да ја поминат раскрсницата. Со стрелките се означени насоките на движењата на автомобилите. На кој од понудените одговори е точно прикажана положбата на автомобилите по поминувањето на раскрсницата?



Решение. А). Според насоките на движењето на автомобилите на исток треба да имаме $2+1+1=4$ автомобили, на југ $1+1+1=3$ авто-

мобили и на запад и север по 1 автомобил. Ова соодветствува на цртежот А.

4. Со кое јаже при повлекување на двата краја ќе се врзи јазол?



Решение. Е). Кога одиме од едниот до другиот крај на јажињата А, В, С и D немаме прекрстување на јажето, па затоа во овие случаи при повлекување на краевите на јажето нема да се добие јазол. Прекрстување имаме кај јажето Е и во овој случја се добива јазол.

5. Милан гледа фотографија. Павел го прашал: „Кој е на таа фотографија?“, на што Милан одговорил: „Немам браќа и сестри, но таткото на тој маж е син на татко ми.“ Кој е на фотографијата?

A) братот на Милан B) Милан C) таткото на Милан
D) синот на Милан E) не може да се определи

Решение. D). Бидејќи Милан нема браќа и сестри, единствен син на неговиот татко е Милан. Тоа значи дека Милан е татко на човекот кој е на фотографијата. Значи, на фотографијата е синот на Милан.

6. Во едно семејство секој од петте браќа има една сестра. Колку деца има во ова семејство?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

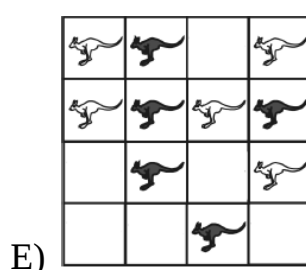
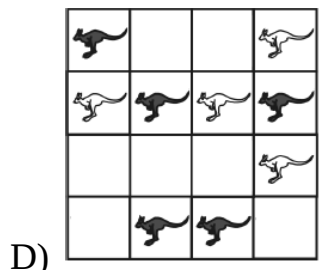
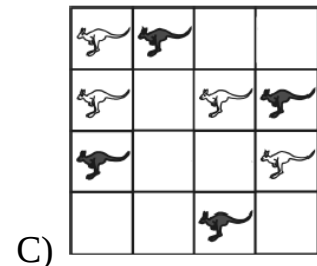
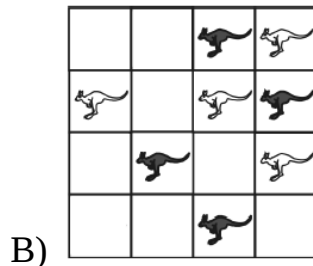
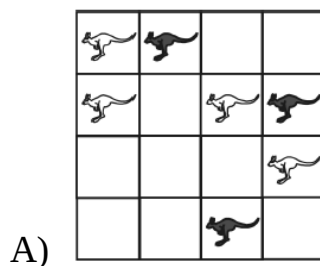
Решение. A). Во семејството има 5 момчиња и 1 девојче, што значи 6 деца.

7. Во едно семејство секое од децата има брат и сестра. Колку најмалку деца има во ова семејство?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. С). Секое девојче има сестра, па затоа има најмалку 2 девојчиња. Секое момче има брат, па затоа има најмалку 2 момчиња. Значи, во семејството има најмалку $2 + 2 = 4$ деца и во овој случај се исполнети условите на задачата.

8. На кој цртеж бројот на црните кенгури е поголем од бројот на белите кенгури?



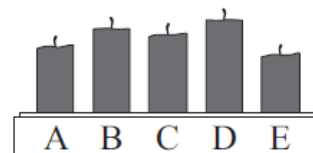
Решение. D). На цртежот A) имаме повеќе бели од црни кенгури, на цртежите B), C) и E) имаме еднаков број бели и црни кенгури, а на цртежот D) имаме 5 црни и 4 бели кенгури.

9. Јане сака да ја обои секоја буква од зборот КЕНГУРЧЕ. Тој бои точно по една буква дневно. Јане почнал да бои во среда. Кој ден тој ќе заврши со боењето?

- A) понеделник B) вторник C) среда
D) четврток E) петок

Решение. С). Зборот кенгурче има 8 букви. Ако тој почнал да бои во среда и бои последователно осум дена, со боењето ќе заврши пак во среда.

10. Филип запалил пет еднакви свеќи. Свеќите престанале да горат во различни моменти и сега изгледаат како на цртежот десно. Која свеќа прва престанала да гори?



A) A B) B C) C D) D E) E

Решение. D). Прва престанала да гори свеќата која најмалку изгорела, т.е. која е најдолга. Тоа е свеќата D.

11. Елена има пет налепници: , , , , . Секоја од нив ја залепила во еден од петте квадратчиња на таблата прикажа на цртежот десно на след-

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

ниот начин: не е во квадратчето 5, е во квадратчето 1, на соседи се и . На кое квадратче Елена ја залепила налепницата ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. D). На соседи се и , па затоа можни се распоредите или . Понатаму, е во квадратчето 1, па како не е во квадратчето 5 можни се следниве два

случаја:

--	--	--	--	--

 или

--	--	--	--	--

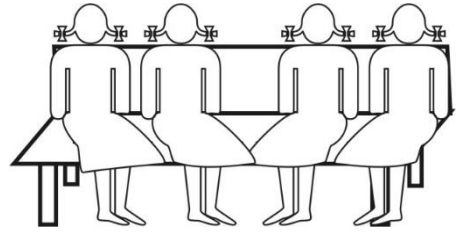
. Значи,

Елена налепницата ја залепила во квадратчето 4.

12. Четири другарки Мики, Сики, Дики и Кики седат на една клупа. На почетокот Мики и Дики си ги замениле местата. Потоа Дики и Кики си ги замениле местата. На крајот, гледајќи од лево кон десно се

распоредени во редослед: Мики, Сики, Дики и Кики. Во кој редослед гледајќи од лево кон десно тие седеле на почетокот.

- А) Мики, Сики, Дики, Кики
- В) Дики, Сики, Кики, Мики
- Ц) Кики, Мики, Сики, Дики
- Д) Мики, Дики, Кики, Сики
- Е) Сики, Мики, Дики, Кики



Решение. В). Бидејќи крајниот распоред е Мики, Сики, Дики и Кики, пред тоа седеле во распоред Мики, Сики, Кики и Дики. Според тоа, на почетокот седеле во распоред Дики, Сики, Кики и Мики.

13. Каде е смешкото?

- А) во кругот и во триаголникот, но не и во квадратот,
- В) во кругот и во квадратот, но не и во триаголникот,
- С) во триаголникот и во квадратот, но не и во кругот,
- Д) во кругот, но ниту во квадратот, ниту во триаголникот,
- Е) во квадратот, но ниту во кругот, ниту во триаголникот.



Решение. В). Смешкот е надвор од триаголникот, а е внатре во кругот и е внатре во квадратот.

14. Во еден камп има 30 деца. Секое од нив или знае да плива или знае да вози велосипед. Ако 15 деца знаат да пливаат, а 20 знаат да возат велосипед, колку деца знаат и да пливаат и да возат велосипед?

- А) 25 В) 15 С) 30 Д) 10 Е) 5

Решение. Е). Ако x деца знаат и да пливаат и да возат велосипед, тогаш $15 - x$ знаат само да пливаат, а $20 - x$ знаат само да возат ве-

лосипед. Оттука следува дека $x + 15 - x + 20 - x = 30$, од каде добиваме $x = 5$.

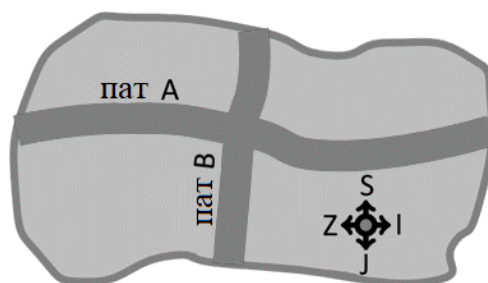
15. Пица е поделена на 12 парчиња. Три парчиња се само со печурки, во седум има шунка и во пет има сирење. Колку парчиња се со шунка и сирење?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. C). Шунка и сирење има во $12 - 3 = 9$ парчиња. Бидејќи шунка има во 7 парчиња, заклучуваме дека само сирење има во $9 - 7 = 2$ парчиња. Но, сирење има во 5 парчиња, па затоа шунка и сирење има во $5 - 2 = 3$ парчиња.

16. Северно од патот А има 7 куќи, источно од патот В има 8 куќи, а 5 куќи се јужно од патот А. Колку куќи се западно од патот В?

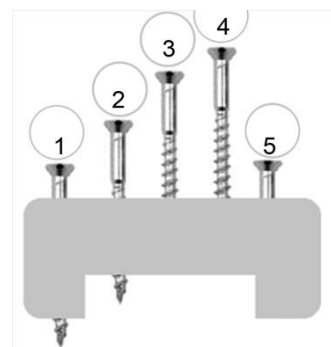
A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8



Решение. A). Бројот на сите куќи е еднаков на збирот на куќите кои се северно и јужно од патот А. Значи, вкупно има $7 + 5 = 12$ куќи. Источно од патот В има 8 куќи, па западно од патот В има $12 - 8 = 4$ куќи.

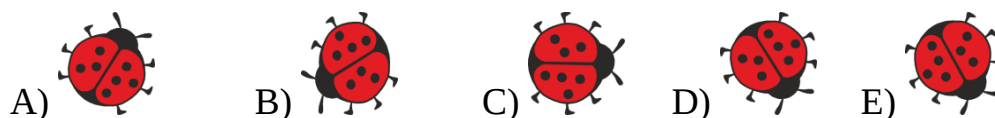
17. На цртежот десно се прикажани пет навртки во парче дрво. Четири од навртките имаат иста должина, а една е пократка од другите. Која е пократката навртка?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Решение. Е). Навртката 5 е пократка од навртката 1, па како четири навртки се со иста должина, заклучуваме дека пократката навртката е навртката 5.

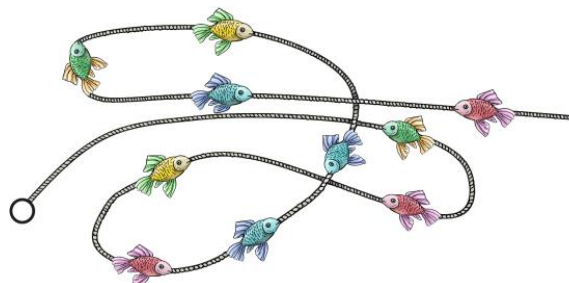
18. Ова е слика од бубамарата Софија . Таа во некој момент се свртела. Која од следниве слики не може да е од бубамарата Софија?



Решение. D). На десната половина Софија има 4 точки, а на левата има 3 точки. На цртежот D) е обратно.

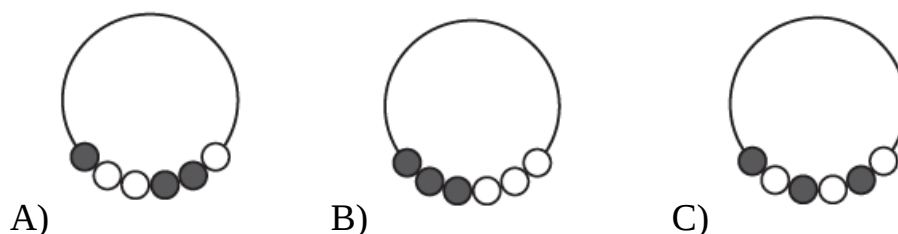
19. Колку риби ќе ги имаат свртено главите кон прстенот ако се исправи конечот?

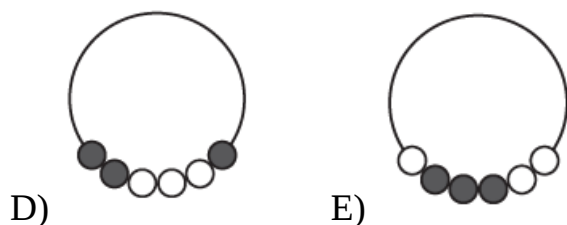
A) 3 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8



Решение. C). Тргувајќи од алката тоа се: првата, третата, шестата, седмата, осмата и десеттата риба, т.е. вкупно 6 риби.

20. На цртежот лево е прикажан ѓердан со шест мониста. Кој од следниве ѓердани е идентичен со дадениот?



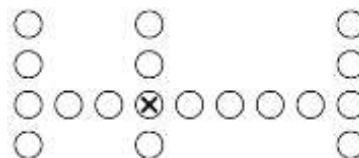


Решение. А). Ако тргнеме од лево по крајот на герданот добиваме дека монистата по ред се: црно, бело, бело, црно, црно и бело. Тоа е герданот А).

21. Во училницата учениците седат во редови. Во секој ред има еднаков број ученици. Пред Горјан има два реда, а зад него има еден ред. Во редот на Горјан десно од него има 5 ученици, а лево од него има 3 ученици. Колку ученици има во училницата?

A) 10 B) 17 C) 18 D) 27 E) 36

Решение. Е). Пред Горјан има 2 реда, а зад него има 1 ред. Значи, во училницата има $2+1+1=4$ реда. Во редот на Горјан десно од него има 5 ученици, а лево од него има 3 ученици. Значи, во редот има $5+3+1=9$ ученици. Значи, во училницата има $4 \cdot 9 = 36$ ученици.



22. Во еден двор се наредени деца во редови и колони. Во секој ред има еднаков број деца и во секоја колона има еднаков број деца. Пред Марко има 2 деца, а зад него има 3 деца. Лево од Марко има 4 деца, а десно има 2 деца. Колку деца има во дворот?

A) 12 B) 17 C) 18 D) 30 E) 42

Решение. Е). Бидејќи пред Марко има 2 деца, а зад него има 3 деца, сите деца се наредени во $2+1+3=6$ реда. Понатаму, на ист начин заклучуваме дека сите деца се наредени во $4+1+2=7$ колони. Значи, во дворот има $6 \cdot 7 = 42$ деца.

23. Што ја продолжува низата?



Решение. Е). Имаме 1 црно, па 1 бело кругче, потоа 3 црни па 3 бели кругчиња. Значи, по секоја група црни кругчиња следува истобројна група бели кругчиња. Сега имаме 4 црни кругчиња, па значи низата ја продолжуваат 4 бели кругчиња.

24. Во чинија се наоѓаат пет различни видови овошје . На долниот цртеж е прикажано овошјето кое секое од петте деца го сака. Кое овошје го добил Бојан?

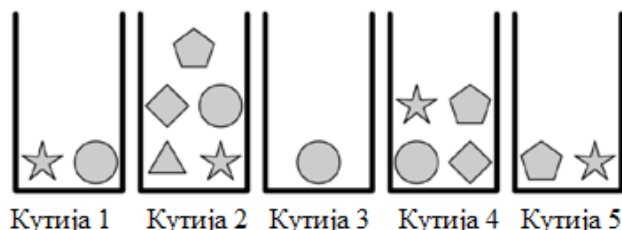
Ана	
Бојан	
Кате	
Дејан	
Ема	



Решение. А). *Прв начин.* Имаме 5 деца и 5 вида овошје, што значи дека секое овошје припаднало на едно дете. Јаболка сака само Бојан, па затоа Бојан добил јаболко.

Втор начин. Ана добила грозје, бидејќи таа сака само едно овошје. Понатаму, Дејан сака грозје и банана, па затоа тој добил банана. Сега, Кате сака грозје, банана и јаготка, што значи дека Кате добила јаготка. Јасно, Ема добила цреша, па останува Бојан да добил јаболко.

25. Софија сака да избере 5 различни форми од кутиите. Таа од секоја кутија може да избере само една форма. Која форма Софија мора да ја земе од кутијата 4?



- A) ☆ B) ● C) ⬠ D) ▲ E) ◆

Решение. Е). Софија мора од кутијата 3 да земе ● (топка). Потоа од кутијата 1 мора да земе ☆ (свезда), па од кутијата 5 мора да земе ⬠ (пентаголник). Но ▲ (триаголник) го има само во кутијата 2, па затоа Софија мора да го земе од оваа кутија и конечно ◆ (квадратот) мора да го земе од кутијата 4.

26. Три девојчиња, едно по друго, отишле до масата на која имало чинија со колачи (види цртеж) и зеле по неколку колачи.



Едно од девојчињата ги зеле сите срца кои во тој момент биле во чинијата. Друго девојче ги зело сите бели колачи кои во тој момент биле во чинијата, а третото ги зело сите големи колачи. Но, не се земени колачите во овој редослед. Понатаму, едното девојче зело 3 колачи, другото 6 и третото 7 колачи. Која од следниве групи колачи зело некое од девојчињата?

- A) ○ ○ ♥ B) ♥ ○ ○ ○ ○ ○ ♥ C) ○ ○ ○ ○ ○ ♥
D) ♥ ♥ ♥ ♥ ♥ ♥ E) ○ ○ ○

Решение. Е). Девојчето кои ги зело сите срца кои во тој момент биле во чинијата не зело прво, бидејќи во спротивно тоа треба да земе 11

колачи, а никое девојче не зело 11 колачи. Девојчето кое ги зело сите бели колачи кои во тој момент биле во чинијата исто така не зело прво, бидејќи тогаш ќе останат 9 срца: 4 големи и 5 мали, па не е можно едно од другите две девојчиња да земе 6, а другото 3 колачи. Значи, прво зело девојчето со сите големи колачи и тоа зело 7 колачи. Останале 6 срца и 3 други бели колачи. Потоа зело девојчето кое ги зело сите срца кои во тој момент биле на масата и тоа зело 6 колачи, по што третото девојче зело 3 бели колачи.

27. На една полица се наоѓаат книги со различна големина. Лево од најголемата книга има 20 книги. Десно од најмалата книга има 22 книги. Најголемата и најмалата книга се соседни со најстарата книга. Кој е најмалиот може број книги на полицата?

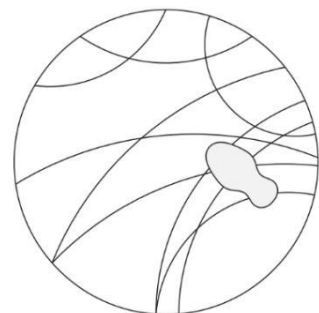
A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 45

Решение. В). Најголемата (Г) и најмалата (М) се соседни на најстарата (С) книга, па затоа се наоѓаат лево и десно од неа, т.е. ГСМ или МСГ.

Во случајот ГСМ лево од најголемата книга се наоѓаат 20 книги, а десно од најмалата 22 книги, па затоа на полицата вкупно има $20 + 3 + 22 = 45$ книги.

Во случајот МСГ лево од најголемата книга има 20 книги, што значи дека лево од најмалата книга има 18 книги. Но десно од најмалата книга имаме 22 книги, па вкупниот број книги е $18 + 1 + 22 = 41$.

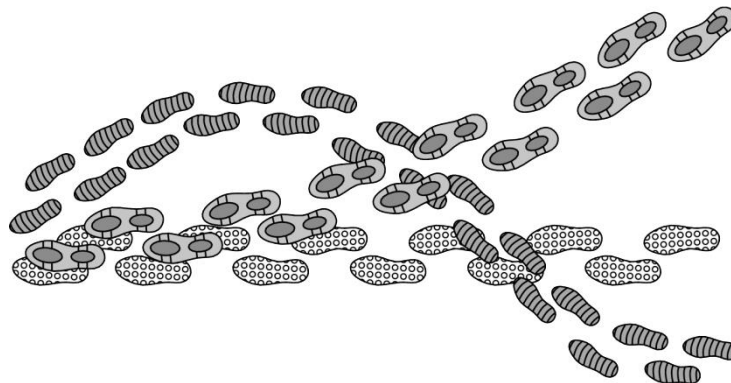
28. Филип згазнал на тепих, украсен со линии. Како изгледа делот од тепихот под неговиот чевел?





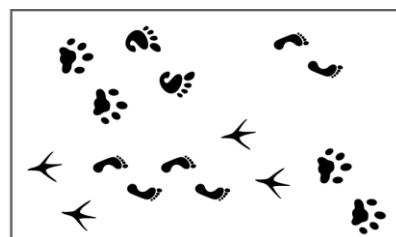
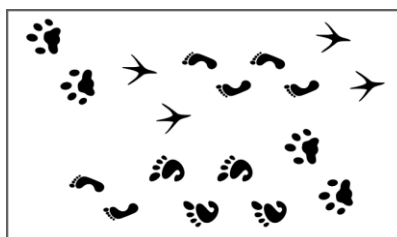
Решение. В). Со предниот дел од чевелот Филип згазнал две испакнати линии кои се преселени со испакнати линии, а една линија згазнал со левиот заден дел од чевелот. Ваков отисок е прикажан на цртежот В,

29. Три лица поминале низ поле покриено со снег. На следниот цртеж се прикажани трагите од стапалките кои лицата ги оставиле во снегот. Во кој редослед тие поминале по снежното поле?



Решение. А). Ако ги споредиме долните две патеки добиваме дека лицето со трага на стапалките  поминало пред лицето со трага на стапалките . Слично, добиваме дека лицето со трага на стапалките  поминало пред лицето со трага на стапалките . Значи, одговорот е А).

30. Слика од стапалки е превртена наопаку. Кои стапалки недостигаат?



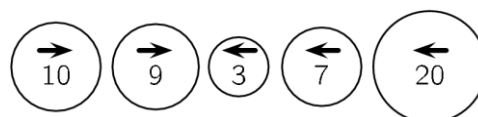


Решение. C). На горниот ред на левата слика и долниот ред на десната слика имаме по 5 пара стапалки, па затоа ниту еден од нив не недостига. На долниот ред на левата слика имаме 4 пара стапалки, а на горниот ред на десната слика имаме 3 пара стапалки и тука недостига еден пар стапалки. Јасно, тоа се стапалките C), кои на левата

слика изгледаат како  (се добиваат по две симетрии – во однос на долната и десната страна).

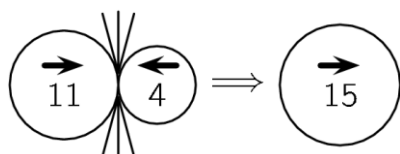
31. Пет топки почнуваат истовремено да

се движат во насоките на стрелките кои се на нив (цртеж десно). Кога



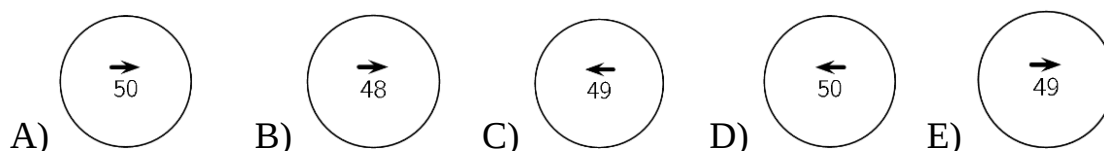
две топки кои се движат во спротивни насоки ќе се судрат, поголемата топка ја проголкува помалата топка, ја зголемува својата вред-

ност за вредноста на помалата топка и по-



големата топка продолжува да се движи по нејзината почетна насока (цртеж лево).

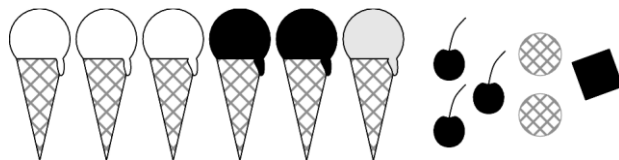
Кој е конечниот резултат од судирите на дадените пет топки?



Решение. C). Во првиот судир топката со вредност 9 ќе ја проголта топката со вредност 3, со што ќе се добие топка со вредност 12 која оди во десно. Во вториот судар топката со вредност 12 ќе ја проголта топката со вредност 7, со што ќе се добие топка со вредност 19 која оди во десно. Во третиот судар топката со вредност 20 ќе ја проголта топката со вредност 19, со што ќе се добие топка со вредност

39 која оди во лево. Конечно, со последниот судир топката со вредност 39 ќе ја проголта топката со вредност 10 и ќе се добие топка со вредност 49 која оди во лево, а тоа е топката C).

32. Шест луѓе порачале по една топка сладолед. Тие порачале 3 топки ванила, 2 топки

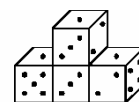


чоколадо и една топка сладолед од лимон. Врз топките сладолед одозгора ставиле вкупно 3 цреши, 2 вафли и една коцка чоколадо, по еден украс на секој сладолед. По украсувањето никои двајца немале ист сладолед. Која од следниве комбинации не е можна?

- А) чоколадо со цреша
В) ванила со цреша
С) лимон со вафла
Д) чоколадо со вафла
Е) ванила со коцка чоколада

Решение. С). За да нема исти сладоледи, трите цреши мора да се ставени на три различни вкусови: цреша и ванила, цреша и чоколадо, цреша и лимон. Двете вафли мора да се на два различни вкуса: вафла и чоколадо, вафла и ванила. Значи, шестиот сладолед е ванила и чоколадо. Конечно, не е можна комбинацијата вафла и лимон.

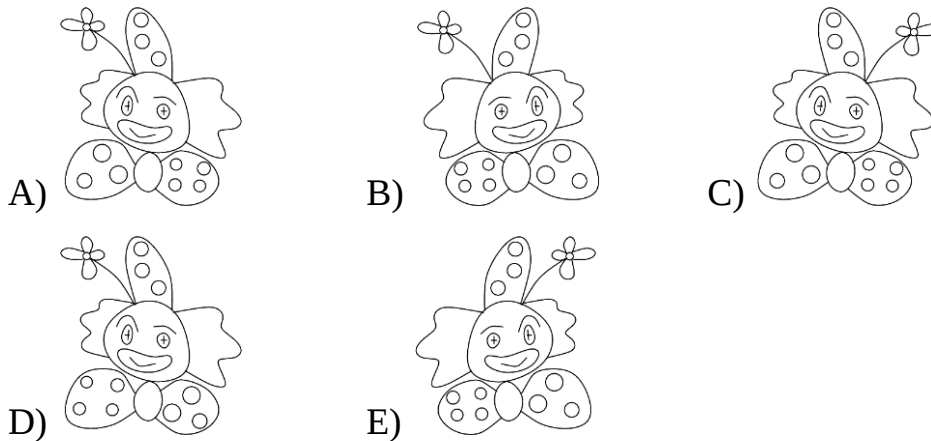
33. На цртежот се прикажани четири идентични коцки. На секоја коцка збирот на бројот на две спротивни страни е 7. Што се гледа на истите коцки од назад:



- А) В) С) Д) Е)

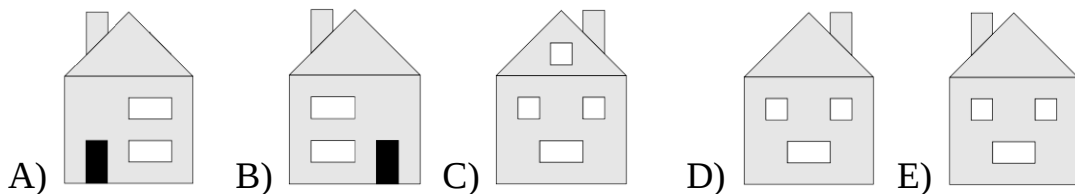
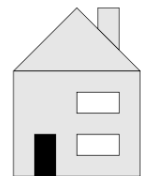
Решение. Е). Од лево на десно во долниот ред на коцки се распоредени броевите 5, 3, 2. На истите коцки од задната страна се броевите 2, 4, 5 и тоа во спротивен редослед, т.е. 5, 4, 2. На горната коцка е бројот 4, но од страната на бројот 2 е бројот 5.

34. Кловнот Пипо се подготвил за вечерната циркуска претстава (цртеж десно). Пред да почне со својот настап, тој се погледнал во огледало. Што видел Пипо во огледалото?



Решение. А). Кога човек ќе се погледне во огледало тој својата десна страна ја гледа на десниот дел од огледалото, а својата лева страна ја гледа на левиот дел од огледалото. Тоа значи дека човекот гледа слика која е симетрична во однос на вертикалната страна на рамката на огледалото. Значи, Пипо ја видел сликата А).

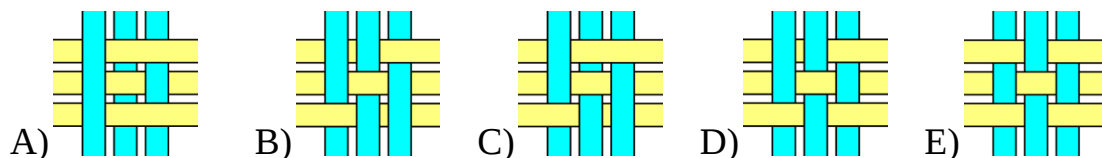
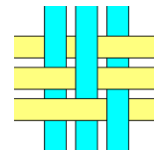
35. На цртежот десно е прикажан погледот на Матео кога тој неговата кука ја гледа од предната страна. Задната страна на кука на Матео има три прозорци и нема врата. Што ќе види Матео кога тој неговата кука ја гледа од задната страна?



Решение. Е). Куките А) и В) имаат врата, а кука на Матео има четири прозорци, па затоа тие отпаѓаат. Кога Матео ја гледа кука од предната страна оцакот е на десната страна, па затоа кога ја гледа од

задната страна оџакот е на левата страна. Значи, Матео ќе ја види куќата E).

36. Шест ленти се преплетени во шара како што е прикажано на цртежот десно. Како изгледа шарата ако се гледа од задната страна?



Решение. C). Со вртење на шарата десната зелена лента станува лева и мора да биде над двете горни жолти ленти, а под најдолната жолта лента. Овој услов го исполнуваат шарите B, C, D. Потоа средната зелена лента останува средна и таа мора да е под горните две жолти ленти и под најдолната жолта лента. Овој услов го исполнува лентата C. Левата зелена лента станува десна и таа мора да е под горната жолта лента и над долните две жолти ленти, што е исполнето.

37. За бројот 325 момчињата Андреј, Борис, Цане, Дамјан и Фидан ги дале следните изјави:

Андреј: Тоа е трицифрен број.

Борис: Сите цифри на овој број се различни.

Цане: Збирот на цифрите на бројот е 10.

Дамјан: Цифрата на единиците на овој број е 5.

Фидан: Сите цифри на овој број се непарни.

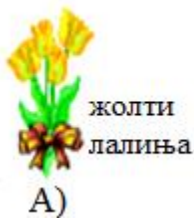
Кое момче згрешило?

A) Андреј B) Борис C) Цане D) Дамјан E) Дамјан

Решение. E). Дамјан згрешил, бидејќи цифрата 2 е парна. Другите момчиња дале точни изјави.

38. Маја на мајката, бабата, тетката и двете сестри им поклонила по еден букет цвеќе. Кој букет го добила мајката, ако се знае:

- цвеќето за тетката и сестрите било со иста боја,
- бабата не добила ружи.



Решение. B). Бидејќи тетката и сестрите добиле цвеќе со иста боја, а имаме три жолти цвеќиња заклучуваме дека тие добиле жолто цвеќе. Значи, мајката и бабата добиле розеви ружи и црвени каранфили. Бидејќи бабата не добила ружи, заклучуваме дека мајката добила розеви ружи.

39. Во кутија се наоѓаат седум карти на кои се запишани броевите од 1 до 7 (на секоја карта по еден број). Марко од кутијата случајно зел три карти, а Ласте случајно зел 2 карти (две карти останале во кутијата). Тогаш Марко му рекол на Ласте: „Знам дека збирот на броевите на твоите карти е парен број.“ Колку е збирот на броевите на картите на Марко?

- A) 10 B) 12 C) 6 D) 9 E) 15

Решение. B). Ласте има два броја, па за да Марко знае дека нивниот збир е парен, тие два броја мора да се со иста парност. Од броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 четирите броја со иста парност се 1, 3, 5 и 7, што значи дека картите на Ласте се со броевите 2, 4 и 6. Збирот на овие броеви е 12.

40. Павел, Стефан, Роберт и Марко се сретнале на концерт во Скопје. Стигнале од различни градови: Париз, Охрид, Рим и Берлин. Павел и момчето од Берлин во Скопје стигнале рано наутро на денот на концертот. Ниту еден од нив никогаш не бил ниту во Париз ниту во Рим. Роберт не е од Берлин, но во Скопје стигнал во исто време како и момчето од Париз. На Марко и на момчето од Париз концертот многу му се допаднал. Од каде допатувал Марко?

А) Париз В) Рим С) Скопје D) Берлин Е) Охрид

Решение. D). Бидејќи Павел и момчето од Берлин заедно допатувале, а никој од нив никогаш не бил во Париз и Рим, заклучуваме дека Павел допатувал од Охрид. Сега Роберт не е од Берлин и од Охрид, а не е ниту од Париз бидејќи во Скопје стигнал во исто време со момчето од Париз. Значи, Роберт е од Рим. Според тоа, Марко не е од Охрид и од Рим, па како нему и на момчето од Париз концертот им се допаднал, останува тој да е од Берлин. Конечно, Стефан е од Париз.

41. Едно од петте деца: Алек, Бојан, Ведран, Горан и Дејан изело колаче.

Алек рекол: „Јас не го изедов колачето.“

Бојан рекол: „Јас го изедов колачето.“

Ведран рекол: „Дејан не го изеде колачето.“

Горан рекол: „Јас не го изедов колачето.“

Дејан рекол: „Алек го изеде колачето.“

Само едно од децата излагало. Кој го изел колачето?

А) Алек В) Бојан С) Ведран D) Горан Е) Дејан

Решение. B). Изјавите на Алек и Дејан се противречни, па мора едната да е вистинита, а другата лажна. Затоа доволно е да утврдиме кој од овие двајца излагал.

Нека претпоставиме дека Алек излагал. Тогаш тој го изел колачето. Но, тогаш излагал и Бојан, што е противречност, бидејќи само едно дете излагало. Значи, Алек не излагал.

Нека претпоставиме дека Дејан излагал, а сите други деца дале точни изјави. Тоа значи дека Алек не го изел колачето, Бојан го изел колачето, Дејан не го изел колачето и Горан не го изел колачето. Во случајот немаме противречни изјави, па заклучуваме дека Бојан го изел колачето.

42. Марко пробал да го погоди името на девојчето со три имиња. Прашал трипати по ред:

„Дали твоето име е Ана Марија Катарина?“

„Дали твоето име е Ана Мара Клара?“

„Дали твоето име е Астрид Мара Катарина?“

Секој пат точно едно име и неговата позиција во низата се точни. Како се вика девојчето со три имиња?

А) Астрид Марија Клара

В) Астрид Мара Клара

С) Ана Мара Катарина

Д) Ана Марија Клара

Е) Астрид Мара Катарина

Решение. А). Единствено првото име Астрид Марија Клара го задоволува условот дека во секое прашање едно име и неговото место во низата било точно. Другите имиња тоа не го задоволуваат. Навистина, во името Астрид Мара Клара имињата Астрид и Мара во третото прашање се на вистинското место, во името Ана Мара Катарина тоа е случај со имињата Ана и Мара во второто прашање, во името Ана Марија Клара тоа е случај со имињата Ана и Марија во првото прашање и во името Астрид Мара Катарина тоа е случај со трите имиња во третото прашање.

2. ПРЕБРОЈУВАЊЕ

1. Колку линии се прикажани на цртежот десно?

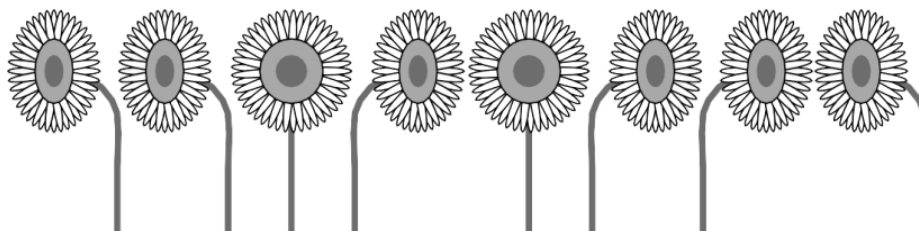
A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. B). На цртежот се прикажани една затворена линија и 6 краеви на линии.

Значи, на цртежот се прикажани $1 + 6 : 2 = 4$ линии.



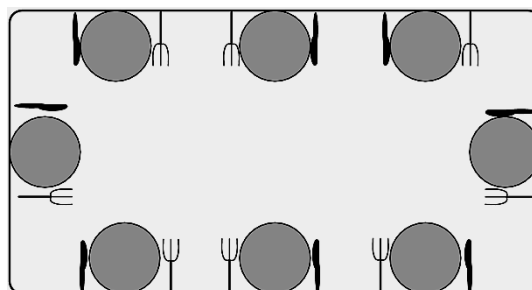
2. Колку сончогледи се поставени на ист начин како и еден од неговите соседи?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

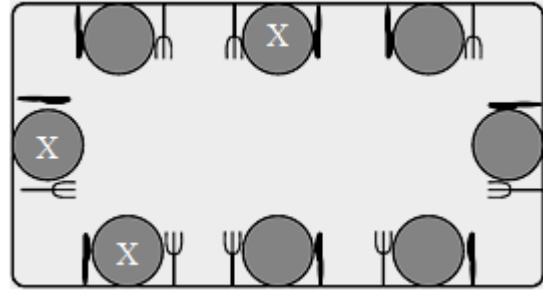
Решение. C). Одејќи од лево кон десно како еден од неговите соседи се поставени првиот, вториот, шестиот и седмиот сончоглед. Значи, на саканиот начин се поставени 4 сончогледи.

3. На масата Илина поставила прибор за јадење за 8 лица. Приборот за јадење е правилно поставен ако вилушката се наоѓа лево од чинијата, а ножот се наоѓа десно од чинијата. За колку лица Илина правилно го поставила приборот за јадење?



A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Решение. В). На трите места каде во чиниите е запишана буквата Х виљушката и ножот не се правилно поставени.



4. Пет врапчиња стојат на гранка како што е прикажано на цртежот.



Секое врапче свирнува онолку пати колку што е бројот на врапчиња кои ги гледа. На пример, Ангел свирнал четири пати. Потоа, едно од врапчињата се свртело на спротивната страна. Повторно секое врапче свирнало онолку пати колку што е бројот на врапчињата кои ги гледа. Овој пат, бројот на свирежи бил поголем од првиот пат. Кое врапче се сртело?

- А) Ангел В) Берта С) Чарли Д) Давид Е) Его

Решение. В). Во почетната положба врапчињата свирнале

$$4 + 1 + 2 + 3 + 4 = 14 \text{ пати.}$$

Ако Ангел се заврти, врапчињата ќе свирнат

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10 \text{ пати.}$$

Ако Берта се заврти, врапчињата ќе свирнат

$$4 + 3 + 2 + 3 + 4 = 16 \text{ пати.}$$

Ако Чарли се заврти, врапчињата ќе свирнат

$$4 + 1 + 2 + 3 + 4 = 14 \text{ пати.}$$

Ако Давид се заврти, врапчињата ќе свирнат

$$4 + 1 + 2 + 1 + 4 = 12 \text{ пати.}$$

Ако Его се заврти, врапчињата ќе свирнат

$$4 + 1 + 2 + 3 + 0 = 10 \text{ пати.}$$

Само во случајот кога се завртува Берта имаме поголем број свирнувања.

5. Од цифрите 0, 1, 2, 5 и 8 се избираат две цифри и се формира двоцифрен број. Колку такви броеви, поголеми од 12 и помали од 58, може да се формираат?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

Решение. Е). Бараните броеви се: 15, 18, 20, 21, 25, 28, 50, 51 и 52. Значи, вкупно имаме 9 броеви кои ги задоволуваат условите на задачата.

6. Ако ги поврземе средините на страните на триаголникот прикажан десно добиваме помали триаголници. Со овие помали триаголници уште еднаш ја повторуваме оваа постапка. Колку триаголници ќе добиеме?



A) 5 B) 8 C) 10 D) 16 E) 32

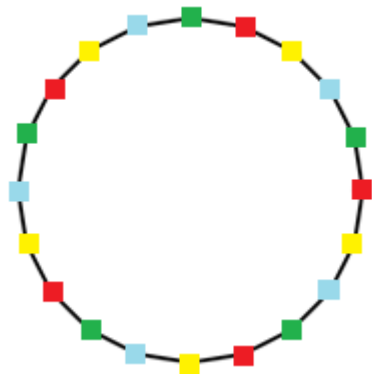
Решение. D). Ако двапати ја примениме опишаната постапка го добиваме цртежот десно. Во долниот ред имаме 7, во редот над него 5, во редот над него 3 и најгоре 1 триаголник. Значи, вкупно имаме $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ триаголници.



7. Анита има 5 зелени, 5 жолти и 5 сини столици. Таа ги наредила околу тркалезна маса по овој редослед: зелена, жолта, сина и понатаму во истиот редослед. Откако ги наредила сака да стави црвена столица. Црвената столица треба да биде до зелената, но никако до сината. На колку места околу масата може да ја стави црвената столица.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. С) 5. Бидејќи црвената столица може да е до зелената, но не смее да е до сината, таа мора да е меѓу зелена и жолта. Тоа е исто како да распоредуваме по 5 столици од сите четири бои во редослед: зелена, црвена, жолта, сина и понатаму во истиот редослед. Значи, црвената столица може да се постави на 5 начини (види цртеж).

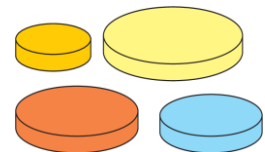


8. Хермиона, Хари и Рон во заедничката соба секогаш влегуваат еден по друг. Хермиона никогаш не влегува прва, Хари никогаш не влегува втор, а Рон никогаш не влегува трет. На колку различни начини тројцата може да влезат во собата?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 5

Решение. В). Ако Хермиона е втора, Хари е трет и Рон е прв. Ако Хермиона е трета, Хари е прв и Рон е втор.

9. Андреј има 4 плочки со кружен облик со различни големини. Тој сака да состави кула која има три плочки така да секоја горна плочка е помала од плочката под неа. Колку различни кули може да состави Андреј?



A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

Решение. С). Ако од четирите плочки Андреј извади една плочка, тогаш му преостануваат 3 плочки. На ваков начин Андреј избрал три плочки од дадените четири плочки. Тоа може да го направи на 4 начини. Сега со избраните три плочки на единствен начин може да направи кула со саканите својства: прво ја става најголемата плочка, па средната по големина и на крајот најмалата плочка. Значи, Андреј може да направи 4 кули.

10. На четири картички се запишани цифрите на бројот 2025. Колку различни двоцифрени броја може да се формираат од нив?

2025

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Решение. В). Ако цифрата 2 е цифра на десетките, тогаш ги добиваме броевите: 20, 22 и 25. Ако цифрата 5 е цифра на десетките, тогаш ги добиваме броевите 50 и 52. Значи, бараниот број броеви е $3 + 2 = 5$.

11. Една мала зоолошка градина има жирафа, слон, лав и тигар. При посетата на зоолошката градина Невена планира да види две различни животни. Притоа, таа не сака првото животно кое ќе го види да биде лавот. На колку различни начини може Невена да ја испланира прошетката во зоолошката градина?

A) 3 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

Решение. D). Ако животните ги означиме со нивните први букви, тогаш можните разгледувања се: ЖС, ЖЛ, ЖТ, СЖ, СЛ, СТ, ТЖ, ТС, ТЛ. Значи, Невена разгледувањето може да го испланира на 9 различни начин.

12. Во едно езеро има 4 острови. Од секој остров излегуваат 3 мостови, едниот кој го поврзува островот со копното, а другите два го поврзува соодветниот остров со 2 од другите острови. Колку вкупно мостови има?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

Решение. В). Вкупно 4 мостови ги поврзуваат островите со копното. Понатаму, имаме 4 острови и меѓу нив имаме $4 \cdot 2 = 8$ мостови, при што секој мост се брои двапати, па затоа меѓу островите имаме $8 : 2 = 4$ мостови. Конечно, вкупниот број мостови е $4 + 4 = 8$.

13. Пет екипи учествуваат во фудбалски турнир, при што секоја екипа игра по еден натпревар со секоја друга екипа. Во текот на еден ден се играат по два натпревари и турнирот завршил во сабота. Во кој ден почнал турнирот?

А) понеделник В) вторник С) среда Д) четврток Е) недела

Решение. В). Бидејќи секоја екипа игра по еден натпревар со секоја друга екипа, една екипа ќе одигра 4 натпревари. Имаме 5 екипи, и како натпреварот меѓу две екипи се брои двапати: $X - Y$ и $Y - X$, заклучуваме дека на турнирот се поидиграле $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ натпревари. Сега, бидејќи секој ден се играле по два натпревари турнирот траел $10 : 2 = 5$ дена, па како последниот натпревар се одиграл во сабота, турнирот почнал во вторник.

14. На четири картички се запишани цифрите на бројот 2025. Колку различни трицифрени броеви може да се формираат од нив?

2025

А) 6 В) 8 С) 9 Д) 15 Е) 18

Решение. С). Ако цифрата 2 е цифра на стотките, тогаш ги добиваме броевите: 202, 205, 220, 225, 250 и 252. Ако цифрата 5 е цифра на стотките, тогаш ги добиваме броевите 502, 520 и 522. Значи, бараниот број броеви е $6 + 3 = 9$.

15. Томе сака да запише два природни броја во празните полиња на квадратот прикажан на цртежот десно така што збирот на сите четири броја ќе биде еднаков на 20. На колку начини тоа може да го направи?

3	
	9

А) 5 В) 6 С) 7 Д) 8 Е) 9

Решение. С). Збирот на двата запишани броја е еднаков на $9 + 3 = 12$. Значи, збирот на другите два броја треба да е $20 - 12 = 8$. Тоа може да се направи на 7 начини: 1 и 7, 2 и 6, 3 и 5, 4 и 4, 5 и 3, 6 и 2, 7 и 1.

16. Елена има 4 играчки: автомобил, кукла, топка и брод. Таа сака да ги подреди играчките на полица така што бродот да е до автомобилот и куклата да е до автомобилот. На колку начини Елена може да ги подреди играчките?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Решение. В). При дадените услови задолжително имаме БАК или КАБ, па сега за секоја од овие две можности топката може да е лево или десно, односно ТБАК, БАКТ, ТКАБ и КАБТ. Значи, имаме 4 можни распореди.

17. Во еден букет има 1 црвен, 1 син, 1 жолт и 1 бел цвет. Пчеличката Маја го посетува секој цвет точно по еднаш. Таа тргнува од црвениот цвет и не оди директно од жолтиот на белиот цвет. На колку начини Маја може да ги посети цветовите?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Решение. D). Според условот на задачата посетувањето на цветовите може да е само на следниве начини:

Ц-С-Б-Ж, Ц-Б-С-Ж, Ц-Б-Ж-С, Ц-Ж-С-Б.

18. Дадени се три карти како што е покажано на цртежот.

Од нив може да се формираат трицифрени броеви, како на пример 989, 986,....



Колку различни трицифрени броеви може да се формираат?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

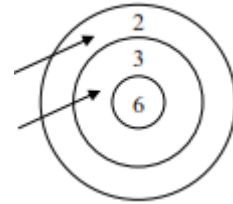
Решение. Е). Броеви кои може да се формираат се

998, 989, 899, 668, 686, 866, 689, 698, 968, 986, 689, 698.

Значи, може да се формираат 12 различни трицифрени броеви.

19. Јана стрела во метата прикажана на цртежот десно.

На цртежот е прикажан нејзиниот резултат при две нејзини стрелања. Ако двете стрелички ја погодат метата, колку различни зборови на поени може да добие Јана?



- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. B). Јана може да ја погоди метата на девет различни начини, и тоа: 2 и 2, 2 и 3, 3 и 2, 2 и 6, 6 и 2, 3 и 3, 3 и 6, 6 и 3, 6 и 6. Притоа зборовите на освоени поени се: 4, 5, 5, 8, 8, 6, 9, 9 и 12. Според тоа, Јана може да добие шест различни зборови.

20. Пин-кодот на една кредитна картичка е четирицифрен број со четири различни цифри, чиј збир е 7. Колку такви пин-кодови постојат?



- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

Решение. E). Бројот 7 како збир на четири различни ненегативни броја може да се запише на единствен начин и тоа: $7 = 4 + 2 + 1 + 0$. Бидејќи пинот е четирицифрен број, можни се следниве случаи:

1024, 1042, 1204, 1240, 1402, 1420,

2014, 2041, 2104, 2140, 2401, 2410,

4021, 4012, 4201, 4210, 4102, 4120.

Значи, постојат 18 пин-кодови кои го задоволуваат условот на задачата.

21. Колку двоцифрени броеви има кај кои цифрата на единиците е поголема од цифрата на десетките?

A) 26 B) 18 C) 9 D) 30 E) 36

Решение. Е). Такви двоцифрени броеви се:

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
34, 35, 36, 37, 38, 39,
45, 46, 47, 48, 49,
56, 57, 58, 59,
67, 68, 69,
78, 79,
89.

Значи, имаме $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$ двоцифрени броеви кај кои цифрата на единиците е поголема од цифрата на десетките.

22. Со помош на цифрите 1, 2, 3, 4 и 5 се формирани сите четирицифрени броеви со различни цифри. За еден број ќе велиме дека е убав, ако секоја негова цифра не е соседна на две цифри кои се поголеми од неа. На пример, бројот 3451 е убав, бидејќи тројката и единицата имаат по една соседна цифра, меѓу соседните цифри на четворката само едната е поголема од неа, а петката нема соседни цифри поголеми од неа. Но, бројот 3145 не е убав, бидејќи двете цифри на единицата се поголеми од неа. Колку убави цифри има меѓу формираните цифри?

A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52

Решение. В). Ако цифрата 1 учествува во записот на четирицифрен убав број, тогаш таа мора да е или цифра на единиците или цифра на илјадитите. Притоа секој убав број кај кој цифрата 1 е цифра на еди-

ниците може да се добие од убав број кај кој цифрата 1 е цифра на илјадитите, при што цифрите се запишуваат во обратен редослед.

Слично, ако цифрата 1 не учествува во записот на четирицифрен убав број, тогаш тој е запишан со цифрите 2, 3, 4 и 5, па затоа цифрата 2 мора да е цифра на единиците или цифра на илјадитите. Притоа секој убав број кај кој цифрата 2 е цифра на единиците може да се добие од убав број кај кој цифрата 2 е цифра на илјадитите, при што цифрите се запишуваат во обратен редослед.

Според тоа, доволно е да ги изброиме убавите броеви кај кои цифрата 1 е цифра на илјадитите и убавите броеви запишани со цифрите 2, 3, 4 и 5, кај кои цифрата 2 е цифра на илјадитите, па добиениот збир да го помножимо со 2.

Убави броеви кај кои цифрата 1 е цифра на илјадитите има 16 и тоа:

1234, 1235, 1243, 1245, 1254, 1253, 1342, 1345, 1354, 1352,
1432, 1453, 1452, 1543, 1542, 1532.

Убави броеви кај кои цифрата 2 е цифра на илјадитите има 4 и тоа:

2345, 2354, 2453, 2543.

Конечно, има $2 \cdot (16 + 4) = 40$ убави броеви запишани со цифрите 1, 2, 3, 4 и 5.

23. Нека A е трицифрен број и B е збирот на неговите цифри. За бројот A ќе велиме дека е убав ако броевите $A+B$ и $A-B$ завршуваат на нула. Определи го бројот на убавите трицифрени броеви?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Решение. B). Ако x, y, z се цифрите на единиците, десетките и стотките на трицифрениот број A , тогаш

$$A = 100x + 10y + z \text{ и } B = x + y + z.$$

Според тоа,

$$A - B = 100x + 10y + z - x - y - z = 99x + 9y,$$

$$A + B = 100x + 10y + z + x + y + z = 101x + 11y + 2z.$$

Значи, за да $A - B$ завршува на 0, потребно е збирот $x + y$ да завршува на 0, а за да $A + B$ завршува на 0 потребно е збирот $x + y + 2z$ да завршува на 0. Но, $x + y$ завршува на нула, па затоа $x + y + 2z$ завршува на нула ако и само ако $2z$ завршува на 0.

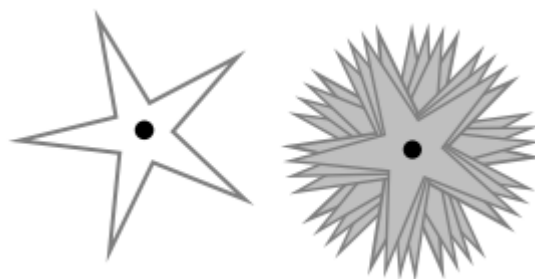
Понатаму, $x + y$ завршува на нула ако и само ако

$$(x, y) \in \{(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1)\},$$

т.е. имаме 9 можности и $2z$ завршува на 0 ако и само ако $z \in \{0, 5\}$,

т.е. имаме 2 можности. Последното значи дека има $9 \cdot 2 = 18$ убави трицифрени броеви.

24. Неколку ѕвездички со по пет врвови (цртеж лево) се поставуваат една врз друга и потоа се завртуваат околу центарот (црната точка) така, што никои два врва не се



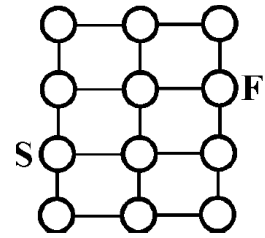
совпаѓаат. Колку ѕвездички се прикажани на цртежот десно?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. А). *Прв начин.* Бидејќи никои два врва не се совпаѓаат, бројот на ѕвездичките е еднаков на бројот на врвовите од еден до друг врв на најгорната ѕвездичка, при што броиме еден од врвовите на најгорната ѕвездичка. Значи, имаме $2 + 4 + 2 = 8$ ѕвездички.

Втор начин. На цртежот се прикажани вкупно $10 \cdot 4 = 40$ врвови. Бидејќи една ѕвездичка има 5 врвови, на цртежот има $40 : 5 = 8$ ѕвездички.

25. Кенгурот Скокалко во еден скок скока од кругот во кој се наоѓа до соседниот круг горе, долу или десно. На колку начини Скокалко може со 5 скока да отиде од полето S до полето F?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

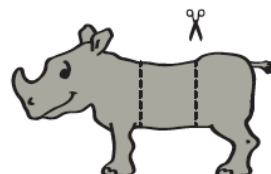
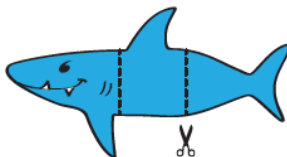
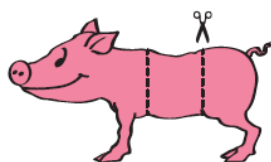
Решение. C). Ако означиме горе со G, долу со D и десно со R, тогаш со 5 скока Скокалко може да отиде од полето S до полето F на следниве начини: GRGRD, GRDRG, DRRGG, DRGRG, RGGRD, RDRGG, GGRRD, DRGGR и GGRDR. Значи, тоа се 9 начини.

26. Маја, Сања, Кате и Петар сакаат да направат заедничка фотографија. Притоа Маја и Сања сакаат да стојат една до друга бидејќи се најдобри пријателки. Петар сака да стои до Маја бидејќи е заљубен во неа. На колку различни начини можат тие да се распоредат за фотографирањето?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Решение. B). Во секој случај Маја мора да е меѓу Сања и Петар. Според тоа, во распоредот имаме една од следните две ситуации: СМП и ПМС. Сега во секоја од двете ситуации Кате може да стои од десно или лево. Значи, вкупно се можни 4 различни распореди на фотографијата и тоа: КСМП, СМПК, КПМС и ПМСК.

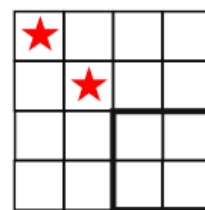
27. Пабло нацртал прасе, ајкула и носорог и секој од цртежите го исекол на три дела како што е покажано на цртежите. Потоа, тој може да формира ново животно со комбинирање на една глава, еден среден и еден заден дел. Колку различни чудни и вистински животни може да состави Пабло?



- A) 3 B) 9 C) 15 D) 27 E) 30

Решение. D). При составување на вистинско или чудно животно Пабло треба да избере глава, среден и заден дел. За избор на главата има 3 можности. Потоа за секој избор на главата за избор на среден дел има три можности, што значи дека изборот на главата и средниот дел може да се направи на $3 \cdot 3 = 9$. Сега, за секој од овие 9 избори задниот дел може да се избере на 3 начини. Тоа значи дека Пабло вкупно може да направи $3 \cdot 9 = 27$ вистински и чудни животи.

28. Во две мали квадратчиња на квадрат 4×4 има по една ѕвездичка. Колку мали квадратчиња и квадрати, составени од мали квадратчиња, содржат точно по една ѕвездичка? Пример на 2×2 квадрат кој не содржи ѕвездичка е квадратот со задебелени страни.



- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. C). Имаме 2 мали квадратчиња со по една ѕвездичка, 3 квадрати 2×2 со по една ѕвездичка и 3 квадрати 3×3 со по една ѕвездичка. Значи, вкупно се $2 + 3 + 3 = 8$ квадрати со по една ѕвездичка.

29. Колку квадрати има на цртежот десно, кои се формирани од малите квадратчиња и се такви што содржат барем една ѕвездичка?

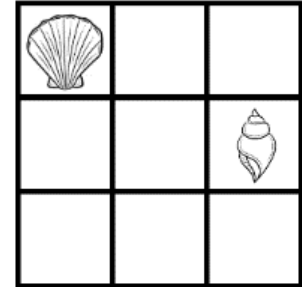


- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Решение. D). Имаме 2 квадрати формирани од 1 квадратче, 7 квадрати формирани од 4 квадратчиња и 2 квадрати формирани од 9 квад-

ратчиња. Значи, вкупно имаме $2 + 7 + 2 = 11$ квадрати кои го задоволуваат условот на задачата.

30. Дадениот квадрат е составен од 9 мали квадратчиња. Две квадратчиња се соседни, ако имаат заедничка страна. На колку различни начини на квадратчињата може да се постават по една школка и еден морски полжав, така што тие не се во соседни квадратчиња?



A) 44 B) 48 C) 88 D) 98 E) 72

Решение. В). За секое аголно квадратче имаме 6 несоседни квадратчиња. Секое средно рабно квадратче има 5 несоседни квадратчиња. Централното поле на квадратот има 4 несоседни квадратчиња. Сега, ако школката ја поставиме во секое поле од квадратот ќе добиеме $4 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 4 = 48$ поставувања. Слично се добиваат 48 поставувања кога полжавот се става во секое поле, а потоа се разместува школката. Но, притоа секое поставување се брои двапати, па затоа има точно 48 поставувања.

3. СПОРЕДУВАЊА И ПОДРЕДУВАЊА

1. Дејан, Јане, Александар, Петар и Здравко ја мереле должината на училницата. Дејан измерил 15 чекори, Јане 17 чекори, Александар 14 чекори, Петар 12 чекори и Здравко измерил 18 чекори. Кој има најдолг чекор?

А) Александар В) Јане С) Петар Д) Здравко Е) Дејан

Решение. С). Од две деца помалку чекори прави детето што има подолг чекор. Според тоа, најдолг чекор има детето што направило најмалку чекори, а тоа е Петар.

2. Габриела е повисока од Андријана и пониска од Тамара. Ивица е повисок од Кирјана и е понизок од Габриела. Кој е највисок?

А) Габриела В) Андријана С) Кирјана Д) Ивица Е) Тамара

Решение. Е). Габриела е повисока од Андријана, Ивица и Кирјана, а е пониска од Тамара. Значи, Тамара е највисока.

3. Пет деца Андреј, Борис, Венцислав, Горјан и Димитар се наредиле во колона по височина. Меѓу нив нема двајца кои се со еднаква височина. Андреј е точно на средината. Димитар е меѓу Борис и Андреј, но е повисок од Горјан. Венцислав не е најнизок. Кое дете е најниско?

А) Андреј В) Борис С) Венцислав Д) Горјан Е) Димитар

Решение. Д). Бидејќи Андреј е на средина, а Димитар е меѓу Борис и Андреј, но е повисок од Горјан заклучуваме дека редоследот на првите тројца е Борис, Димитар, Андреј. Но, Венцислав не е најнизок, па затоа тој е четврт и најнизок е Горјан. Конечно, редоследот е Борис, Димитар, Андреј, Венцислав, Горјан.

4. Пет деца одат во колона, наредени по години, од најстарото до најмладото. Меѓу Дима и Биба нема други деца. Мане е во редот зад Лена, но пред Биба. Биба е одма пред Павел. Како се вика најмладото дете?
- А) Дима В) Павел С) Биба Д) Лена Е) Мане

Решение. В). Биба е одма пред Павел, а меѓу Дима и Биба нема други деца, па редоследот на овие тројца е Дима, Биба, Павел. Мане е во редот зад Лена, но пред Биба, па редоследот на овие тројца е Лена, Мане, Биба. Мане е пред Биба, но не одма пред Биба. Значи, редоследот на петте деца е Лена, Мане, Дима, Биба, Павел. Конечно, Павел е најмладото дете.

5. Ангел, Бојан, Владо и Гане ги освоиле првите четири места на училишниот кроз. Збирот на броевите на местата кои ги освоиле Ангел, Бојан и Гане е еднаков на 6. Толку е и збирот на броевите на местата кои ги освоиле Бојан и Владо. Кој победил во натпреварот, ако Бојан се пласирал пред Ангел?
- А) Ангел В) Бојан С) Владо Д) Гане
- Е) Не може да се определи

Решение. Д). Бројот 6 како збир на три различни природни броја може да се запише на единствен начин и тоа $1 + 2 + 3 = 6$. Значи, Ангел, Бојан и Гане ги освоиле првите три места. Според тоа, Владо го освоил четвртото место. Но, бидејќи $2 + 4 = 6$, заклучуваме дека Бојан бил втор. Но, Бојан се пласирал пред Ангел, па значи Ангел е трет и останува дека Гане победил на натпреварот.

6. Сите дваесет фудбалери на една екипа имаат дресови нумерирани со броевите од 1 до 20. Еден ден тие на случаен начин се наредиле во колона. Бојан има дрес со број 13 и пред него има пет фудбалери со

поголем број на дресот, а зад него има осум фудбалери со помал број на дресот. Кој е по ред Бојан во колоната?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Решение. В). Бојан има дрес со поголем број од 12 фудбалери и како 8 фудбалери со помал број на дресот се зад него, пред него се $12 - 8 = 4$ фудбалери со помал број на дресот. Но, пред Бојан има 5 фудбалери со поголем број на дресот, па затоа пред него има $4 + 5 = 9$ фудбалери. Според тоа, Бојан е 10-ти во колоната.

7. Четири пријатели јаделе сладолед. Мирослав изел повеќе од Богдан, Јован изел повеќе од Вангел, а помалку од Богдан. Подреди ги четворицата пријатели според количеството сладолед кое го изеле, од најголемото кон најмалото количество.

- A) Мирослав, Јован, Вангел, Богдан
B) Вангел, Мирослав, Богдан, Јован
C) Јован, Мирослав, Вангел, Богдан
D) Јован, Вангел, Мирослав, Богдан
E) Мирослав, Богдан, Јован, Вангел

Решение. Е). Бидејќи Јован изел повеќе од Вангел, а помалку од Богдан, редоследот кај овие тројца е Богдан, Јован, Вангел. Но, Мирослав изел повеќе од Богдан, па затоа бараниот редослед е Мирослав, Богдан, Јован, Вангел.

8. Пет девојчиња изеле по неколку сливи. Лена изела две сливи повеќе од Сирма. Тена изела три сливи помалку од Лена. Ема изела една слива повеќе од Тена и три помалку од Ана. Кои две девојчиња изеле еднаков број сливи?

- A) Ема и Лена B) Ема и Сирма C) Лена и Ана
D) Сена и Ана E) Ана и Тена

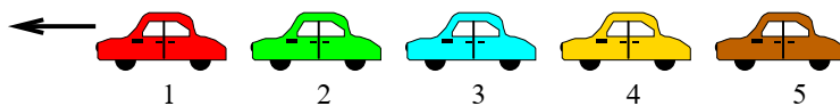
Решение. В). Тена изела три сливи помалку од Лена, па ако бројот на сливите кои ги изела Тена го означиме со x , добиваме дека Лена изела $x+3$ сливи. Сега добиваме дека Сирма изела $x+3-2=x+1$ слива, Ема изела $x+1$ слива и Ана изела $x+1+3=x+4$ сливи. Конечно, Тена изела x , Сирма и Ема изеле по $x+1$, Лена изела $x+3$ и Ана изела $x+4$ сливи.

9. Алекса изградил помалку замоци од песок од Мартин, но повеќе од Сузана. Лена изградила повеќе замоци од песок од Алекса и повеќе од Мартин. Дијана изградила повеќе замоци од песок од Мартин, но помалку од Ана. Кој од нив изградил најмногу замоци од песок?

А) Мартин В) Алекса С) Сузана Д) Дијана Е) Лена

Решение. Е). Имињата да ги означиме според почетните букви. Имаме: $S < A < M$, $A < L$, $M < L$, $M < D < L$. Сега, од првата и третата низа неравенства добиваме $S < A < M < D < L$, што значи дека Лена изградила најмногу песочни замоци.

10. Пет автомобили 1, 2, 3, 4 и 5 се движат во иста насока.

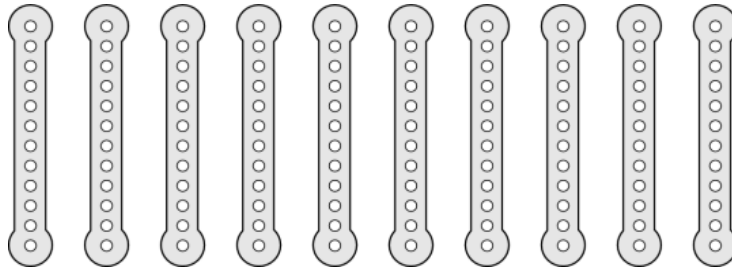


Прво последниот автомобил ги прстигнал двата кои биле одма пред него. Потоа, по новиот редослед, претпоследниот автомобил ги прстигнал двата кои биле одма пред него. И на крајот, по најновиот редослед, средниот автомобил ги прстигнал двата кои ниле одма пред него. Во кој редослед биле автомобилите по трите прстигнувања?

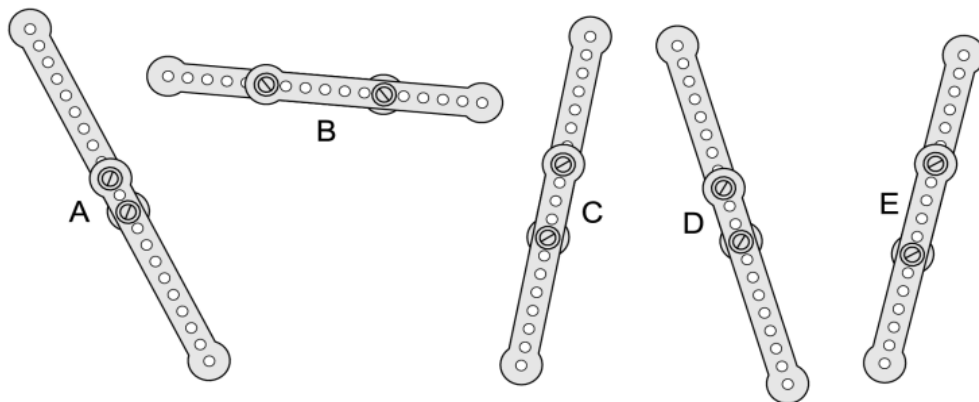
- А) 1, 2, 3, 5, 4 В) 2, 1, 3, 5, 4 С) 2, 1, 5, 3, 4
 Д) 3, 1, 4, 2, 5 Е) 4, 1, 2, 5, 3

Решение. В). По првото престигнување редоследот бил 1, 2, 5, 3, 4. По второто престигнување редоследот бил 1, 3, 2, 5, 4. Конечно, по третото престигнување редоследот бил 2, 1, 3, 5, 4.

11. Марко има 10 еднакви метални прачки. Тој заштрафил по две од прачките и направил пет подолги прачки.



Која прачка е најдолга?

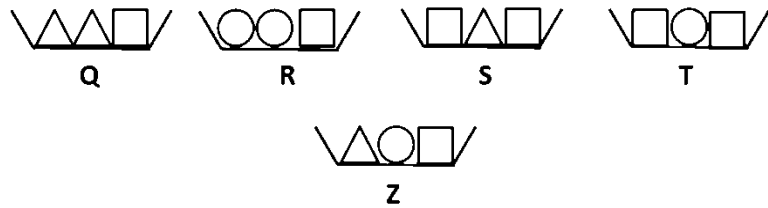


- A) A B) B C) C D) D E) E

Решение. В). *Прв начин.* Прачката А има 21 кругче, прачката В има 17 кругчиња, прачката С 19 кругчиња, прачката D 20 кругчиња и прачката Е има 18 кругчиња. Значи најдолга е прачката А.

Втор начин. Кај прачката А имаме преклопување на 3 кругчиња, кај прачката В преклопување на 7 кругчиња, кај прачката С на 5 кругчиња, кај прачката D на 4 кругчиња и кај прачката Е на 6 кругчиња. Значи најдолга е прачката А.

12. Горјан сака да подреди пет садови според нивната маса. Тој веќе ги подредил садите Q , R , S и T , при што садот T имал најголема маса (види цртеж).



Каде треба да биде стави садот Z ?

- A) лево од садот Q B) меѓу садот Q и садот R
 C) меѓу садот R и садот S D) меѓу садот S и садот T
 E) десно од садот T

Решение. B). Ако од садите Q и R извадиме по еден квадрат добиваме дека два триаголника имаат помала маса од два круга, што значи дека еден триаголникот има помала маса од еден круг. Но тоа значи дека масата на два триаголника и еден квадрат е помала од масата на триаголник, круг и квадрат, па затоа садот Z е десно од садот Q . Понатаму, масата на триаголник, круг и квадрат е помала од масата на два круга и квадрат, што значи дека садот Z е лево од садот R .
 Значи, садот Z е помеѓу садот Q и садот R

13. Четири другарки Ана, Билјана, Цвета и Даница се родени во иста година. Нивните родендени се 20.02, 12.04, 12.05 и 25.05 но не задолжително во овој редослед. Ана и Билјана се родени во ист месец, а Билјана и Цвета се родени во ист ден, но во различни месеци. Која од четирите другарки е најстара?
- A) Ана B) Билјана C) Цвета D) Даница
 E) Не може да се определи

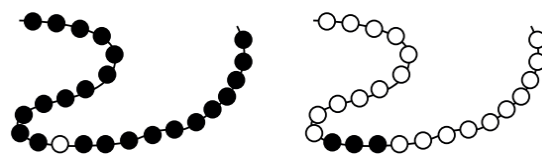
Решение. D). Ана и Билјана се родени мај, а Билјана и Цвета се родени на 12.04 и 12.05. Значи, Даница е родена на 20.02 и таа е најстара.

14. Телефоните на пет членови на едно семејство биле еден ист модел. Тие се означени со броевите 1, 2, 3, 4 и 5. Едно утро телефоните биле целосно наполнети, а состојбите на батериите вечерта се прикажани на цртежот десно. Борис го користел телефонот колку што заедно своите телефони ги користеле Ана и Коста. Батеријата на Борис е наполно празна. Кој е телефонот на Ема, ако Дима воопшто не го користела телефонот?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Решение. B). Телефонот 1 е на Дима, а телефонот 3 е на Борис. Од цртежот е јасно дека телефоните 2 и 4 заедно се полни повеќе од едно полнење на телефон, телефоните 2 и 5 заедно се полни помалку од едно полнење на телефон, а телефоните 4 и 5 се полни колку едно полнење на телефон, што значи дека се испразнети колку еден цел телефон. Значи, овие телефони се на Ана и Коста. Конечно, останува телефонот 2 да е на Ема.

15. Два гердани имаат еднаков број бисери. Во првиот сите, освен еден, се црни, а во вториот сите, освен три, се бели (види цртеж). Што може да се каже за вкупниот број бисери во двата гердани?



- A) Има еднаков број црни и бели бисери
B) Црните бисери се за 2 повеќе од белите
C) Црните бисери се за 3 повеќе од белите
D) Белите бисери се за 4 помалку од црните

Е) Белите бисери се за 2 повеќе од црните

Решение. D). Нека во секој гердан има a бисери. Тогаш вкупниот број црни бисери е $a - 1 + 3 = a + 2$, а вкупниот број бели бисери е $1 + a - 3 = a - 2$. Според тоа, има $a + 2 - (a - 2) = 4$ црни бисери повеќе. Значи, може да се каже дека *белите бисери се за 4 помалку од црните.*

4. ИГРИ И СТРАТЕГИИ

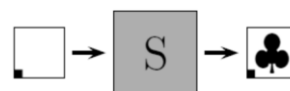
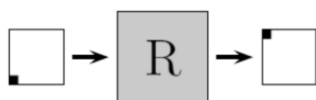
1. Андреј и Горјан фрлале коцка за играње (коцка со 1 до 6 точки на сидовите). Ако Андреј коцката ја фрлил двапати, колку пати треба Горјан да ја фрли коцката за да е сигурен дека ќе има поголем збир на паднатите броеви точки од збирот кој го добил Андреј?



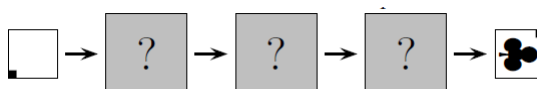
A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 13

Решение. Е). Андреј најголем збир на паднатите точки може да има ако двапати му паднале по 6 точки, при што најголемиот збир ќе биде 12. Сега, на Горјан во најлош случај може 12 пати да му падне по 1 точка, па затоа за да е сигурен дека добил поголем збир од Андреј, тој мора коцката да ја фрли барем 13 пати.

2. Ема има две машини. Кога хартијата ќе ја стави во машината R, таа ја врти еднаш во насока на движењето на стрелката на часовникот, како што е показано на цртежот десно. Кога хартијата ќе ја стави во машината S, таа на неа црта детелинка како што е прикажано на цртежот лево.

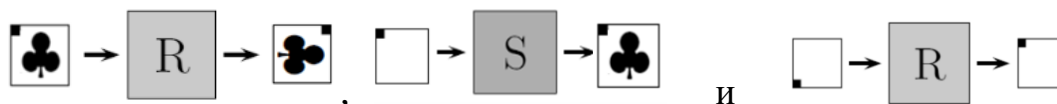


Во кој редослед се користени машините R и S за да се добие производ како на долниот цртеж?



A) SRR B) RSR C) RSS D) RRS E) SRS

Решение. В). Одејќи одназад нанапред користењето на машините е:



Значи, машините се користени во редослед RSR.

3. На масата Јасмина си игра со три филцани за кафе. Таа го зема најлевиот филцан, го превртува и го става најдесно. На цртежот е даден првиот потег. Во која положба ќе бидат филцаните по десетиот потег?



- A) B) C)
D) E)

Решение. В). По првиот потег распоредот на филцаните ќе биде



. По вториот потег распоредот на филцаните ќе биде



. По третиот потег распоредот на филцаните ќе биде



. Значи, по првите три потези сите филцани се превртуваат кон долу, по следните три потези сите филцани се превртуваат кон горе, па по новите три потези (7., 8., 9.), филцаните ќе бидат

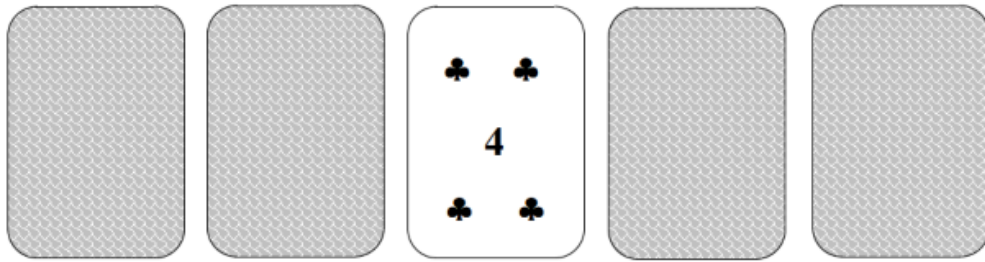
завртени кон долу, т.е. ќе бидат во положба .

Конечно, по десетиот потег положбата на филцаните ќе биде



, а тоа е положбата В).

4. Располагаме со пет карти, четири од кои се завртени надолу, а петтата е завртена нагоре (види цртеж). Ја играме следнава игра: во еден чекор избираме две произволни карти и ги превртуваме. Кој е потребниот најмал број чекори за сите карти да ги превртиме со надолу?

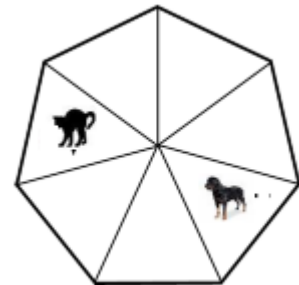


- A) 4 B) 5 C) 8 D) 13

Е) целта не може да се постигне

Решение. Е). На почетокот имаме една карта завртена нагоре. Во секој чекор или бројот на картите завртени нагоре останува ист или се менува за 2. Според тоа, по секој чекор бројот на картите завртени нагоре е непарен, па затоа не може да е еднаков на 0, т.е. не е можно сите карти да се завртат надолу.

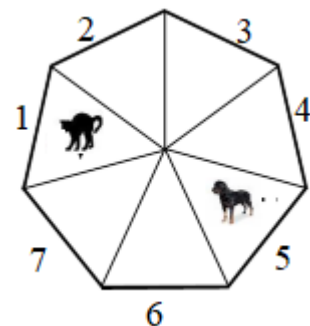
5. Во еден потег мачето се преместува во третиот триаголник во насока на движење на стрелките на часовникот, а кучето во еден потег се преместува четвртиот триаголник, но во обратната насока. По колку потези кучето и мачето ќе се најдат првпат во ист триаголник?



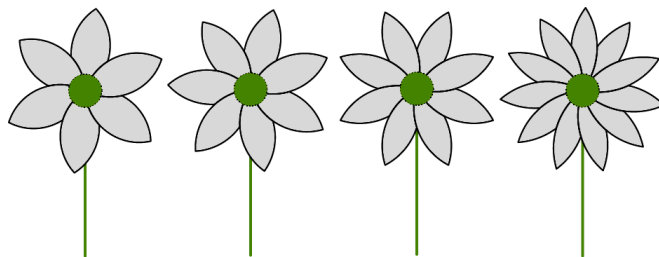
- A) 7 B) 22 C) 37 D) 59

Е) не може да се случи

Решение. Е). При ознаки како на цртежот десно, во првите седум потези мачето последователно е биде во триаголниците: 4, 7, 3, 6, 2, 5 и 1, а кучето во триаголниците: 1, 4, 7, 3, 6, 2 и 5. Значи, во првите седум потези тие нема да се најдат во ист триаголник, а како по седумте потези се наоѓаат во почетната положба заклучуваме дека не може да се случи тие да бидат во ист триаголник.



6. Катерина има 4 цветови и тоа: еден со 6 ливчиња, еден со 7 ливчиња, еден со 8 ливчиња и еден со 11 ливчиња.



Катерина кине по едно лив-

че од три различни цветови. Ова постапка ја повторува неколку пати, при што секогаш прави избор од кои три цветови ќе скине по едно ливче. Катерина престанува кога не може да скине по едно ливче од три различни цветови. Кој е вкупниот најмал број на ливчиња кои на крајот може да останат на цветовите?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. В). Најмалиот број цветови ќе остане ако Катерина во секој чекор кине по едно ливче од трите цвета кои во тој момент имаат најмногу ливчиња. На овој начин последователно добиваме:

Прв цвет	Втор цвет	Трет цвет	Четврт цвет
6	7	8	11
6	6	7	10
6	5	6	9
5	5	5	8
5	4	4	7
4	4	3	6
3	3	3	5
3	2	2	4
2	1	2	3
1	1	1	2
1	0	0	1

Постојат и други начини да останат 2 цвета. Обиди се да најдеш некој од нив.

7. Роза има четири цвета: еден со 6, втор со 7, трет со 8 и четврт со 11 ливчиња. Таа избира три од цветовите и откинува по едно ливче од

секој. Продолжува на опишаниот начин се додека се додека може да избира по три цвета со ливчиња. Целта на Роза е да добие три цвета без ливчиња. На колку различни начини може Роза да ја постигне целта? (Два начина се различни, ако искористуваат различен број чекори за постигнување на целта.)

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. C). Вкупниот број на ливчиња е $6 + 7 + 8 + 11 = 32$. Бидејќи во секој чекор кинеме по три ливчиња, бројот на скинатите ливчиња е делив со 3, па затоа не е можно на крајот сите четири цветови да се без ливчиња. Од четири цветови можеме три цвета да избереме да се без ливчиња, а на едниот цвет мора да останат ливчиња.

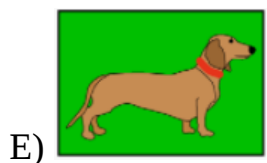
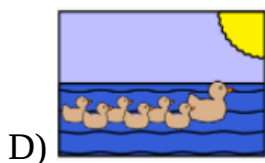
Нека претпоставиме дека меѓу цветовите без ливчиња е цветот со 11 ливчиња. Тогаш од овој цвет мораме да кинеме по едно ливче 11 пати, т.е. имаме 11 чекори, па бидејќи во секој чекор од останатите три цвета кинеме по 2 ливчиња, на овие цветови мора да има најмалку $2 \cdot 11 = 22$ ливчиња. Но, на овие цветови вкупно има $6 + 7 + 8 = 21$ ливче, па затоа цветот со 11 ливчиња не може да биде меѓу цветовите без ливчиња.

За да цветовите со 6, 7 и 8 останат без ливчиња, мора да имаме најмалку 8 чекори (од третиот цвет кинеме 8 ливчиња). Ако имаме вкупно 8 чекори, вкупниот број скинати ливчиња ќе биде 24, па затоа на четвртиот цвет ќе останат 8 ливчиња. Ако имаме 9 чекори, тогаш вкупно ќе бидат скинати 27 ливчиња, па на четвртиот цвет ќе останат 5 ливчиња, а во случај на 10 чекори на четвртиот цвет ќе останат 2 ливчиња. Јасно, бидејќи $33 > 32$ не е можно да се реализираат повеќе од 10 чекори. Трите случаи се дадени во долната табела.

Постапка со 8 чекори					Постапка со 10 чекори					Постапка со 9 чекори			
6	7	8	11		6	7	8	11		6	7	8	11
6	6	7	10		6	6	7	10		6	6	7	10
6	5	6	9		6	5	6	9		6	5	6	9
5	5	5	8		5	5	5	8		5	5	5	8
4	4	4	8		5	4	4	7		5	4	4	7
3	3	3	8		4	4	3	6		4	4	3	6
2	2	2	8		3	3	3	5		3	3	3	5
1	1	1	8		3	2	2	4		2	2	2	5
0	0	0	8		2	1	2	3		1	1	1	5
					1	1	1	2		0	0	0	5
					0	0	0	2					

5. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

1. Во текот на летниот распуст испратив пет разгледници на пет мои пријатели. На разгледницата на Мишо нема птици, на разгледницата на Сања има сонце, на разгледницата на Павел има точно две живи суштества, разгледницата на Лена е со куче, а на разгледницата до Ристо има кенгури. Која разгледница му ја испратив на Мишо?



Решение. А). Само на разгледницата В има кенгури, па затоа таа е разгледницата до Ристо. Понатаму, разгледницата до Лена е Е, а како две живи суштества има уште само на разгледницата С, таа е разгледницата до Павел. Остануваат две разгледници со сонце и како на разгледницата на Мишо нема птици, заклучуваме дека разгледницата на Сања е Д, а разгледницата на Мишо е А.

2. Три верверички Ана, Жана и Ема заедно собрале 7 ореви. Секоја од нив собрала различен број ореви и секоја собрала најмалку еден орех. Ана собрала најмалку, а Ема најмногу ореви. Колку ореви собрала Жана?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) не може да се определи

Решение. В). Не е можно Ана да собрала 2 лешника, бидејќи тогаш верверичките вкупно собрале најмалку $2 + 3 + 4 = 9$ лешници. Значи, Ана собрала 1 лешник, а Жана и Ема собрале вкупно 6 лешници. Би-

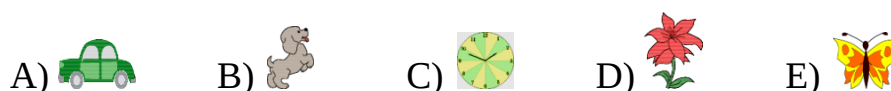
дејќи секоја од нив собрала различни број лешници, заклучуваме дека Жана собрала 2, а Ема собрала 4 лешници.

3. На горниот дел од мојот чадор е запишан зборот KANGAROO (види цртеж). На кој од дадените цртежи исто така е прикажан мојот чадор?



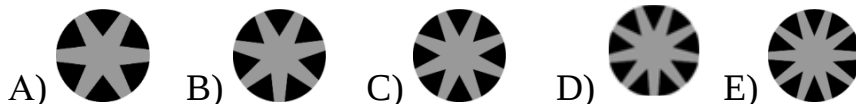
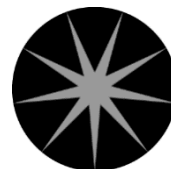
Решение. В). Меѓу петте чадори за трите последователни букви кои се нив можеме да видиме дека само буквите NGA се последователни во зборот KANGAROO. Значи, чадорот В) е мојот чадор.

4. На два стаклени квадрати се обоени црни квадратчиња на различен начин, види цртеж. И двата квадрати се ставени врз сликата која се наоѓа на средина и која е составена од девет мали слики. Притоа, слика која е под црно квадратче не може да се види. Само една слика може да се види. Која е таа слика?



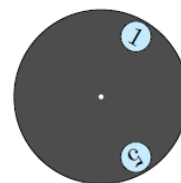
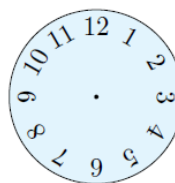
Решение. Е). Кога ќе ги преклопиме двата стаклени квадрати целосно се обоени двете крајни колони и се обоени долните две квадратчиња од средната колона. Значи, може да се види само сликата во горното квадратче на средната колона, т.е. само .

5. Кој од дадените цртежи е централниот дел на дадената слика со ѕвезда?



Решение. D) Свездата има 9 краци, па затоа деловите A), B), C) и E) кои имаат 6, 7, 8 и 10 краци отпаѓаат. Останува делот D) кој има 9 краци.

6. Кругот со две мали кругчиња е поставен преку сиден часовник како што е прикажано на цртежите десно. Потоа кругот е завртен околу неговиот центар. Кои два броја може да се видат во исто време?



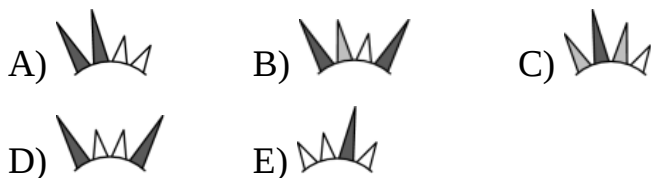
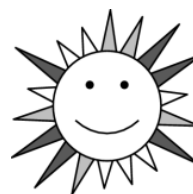
A) 4 и 9 B) 5 и 9 C) 5 и 10 D) 6 и 9 E) 7 и 12

Решение. B). Разликата на броевите во двете кручиња е $5 - 1 = 4$ и таа се запазува при вртењето на кругот околу неговиот центар. Имаме

$$9 - 4 = 5, 9 - 5 = 4, 10 - 5 = 5, 9 - 6 = 3, 12 - 7 = 5,$$

па значи само во случајот B) разликата е 4.

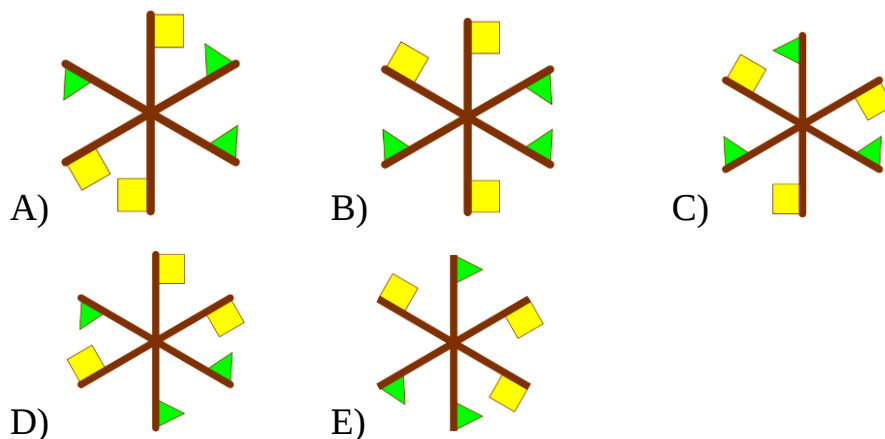
7. Ангела нацртала сонцето кое е прикажано десно. Кој од долните цртежи е дел од нацртаното сонце?



Решение. B). По двата црни зрака на сонцето нема два мали бели зрака, па тоа не е цртежот A). Црн зрак не се наоѓа меѓу два сиви зрака, па тоа не е цртежот C). Меѓу два црни знака на сонцето нема два мали бели зрака, па тоа не е делот D). Црн зрак на сонцето нема од лево два бели зрака, па не е ниру делот E).

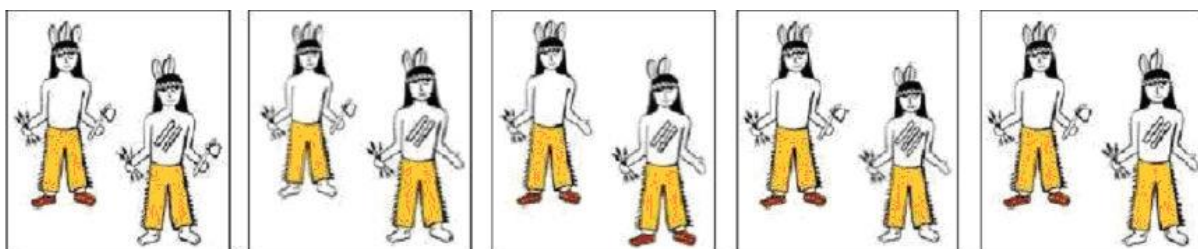
Единствено соодветствува делот В), кој е на левата страна на сонцето.

8. Која од дадените вртелешки е составена од елементите прикажани на цртежот десно?



Решение. Е). Кај вртелешките А, В и D триаголниците кај елементот составен од два триаголници се на различни страни, па затоа тие отпаѓаат. Вртелешката С нема елемент составен од два триаголници, па и таа отпаѓа. Останува вртелешката Е која ги содржи сите три дадени елементи.

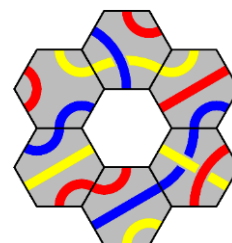
9. Индијанскиот поглавица Големата Мечка има три пердуви, тома-хавк, стрели и мокасини на нозете. Неговиот син Белиот Гавран има два пердува, стрели, нема томахавк, тој е бос и има две линии нацртани на градите. Кој цртеж ги покажува Големата Мечка и Белиот Гавран?



A) B) C) D) E)

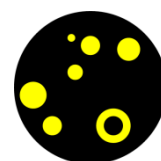
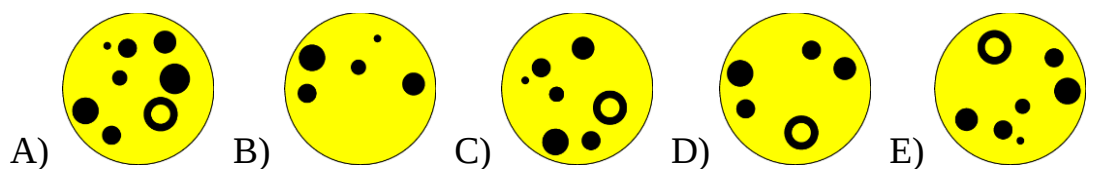
Решение. Е). На цртежот А) двајцата имаат томаховки. На цртежот В) двајцата се боси. На цртежот С) двајцата немаат томаховки и двајцата имаат мокасини, на цртежот D) синот има три линии на градите. Единствено цртежот Е) ги задоволува сите услови на задачата, па само на него се нацртани поглавицата Големата Мечка и неговиот син Белиот Гавран.

10. Која од дадените мали фигури треба да ја поставиме во средината на големата фигура така што линиите со иста боја да се допираат?



Решение. В). Одејќи во насоката на движењето на стрелките на часовникот распоредот на крајните точки на линиите треба да биде: сина, сина, црвена, жолта, црвена и жолта. Овие услови ги исполнува само делчето В).

11. Која фигура ќе се добие ако се заменат боите на фигурата дадена на цртежот десно, т.е. ако црната се замени со жолта и жолтата се замени со црна боја?

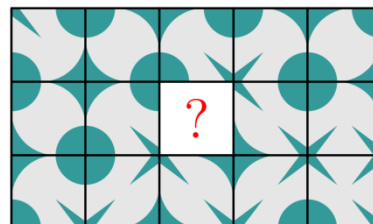


Решение. Е). Фигурата која ќе се добие во внатрешноста треба да има црн прстен и шест црни кругови. Затоа ниту една од фигурите А), В) и D) не е фигурата која ќе се добие. Понатаму, тоа не е ниту фигурата С) бидејќи распоредот на четирите црни кругови десно од прстенот не е ист со распоредот на четирите жолти кругови десно од прстенот кај дадената фигура. Останува фигурата Е),



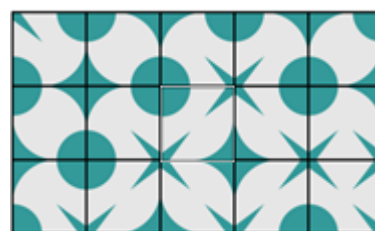
од која со вртење се добива фигурата прикажана на десниот цртеж, што значи дека тоа е бараната фигура.

12. Од сложувалката прикажана на цртежот десно е извадено едно делче. Кое делче е извадено?

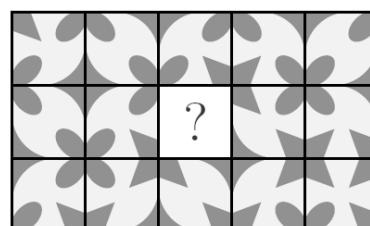


- A) B) C)
D) E)

Решение. Е). Во два спротивни агли делчето мора да има делови од четирикраката звезда, а во другите два агли по четвртина од кругот и третиот вид шара. Единствено такво делче е Е), види цртеж.

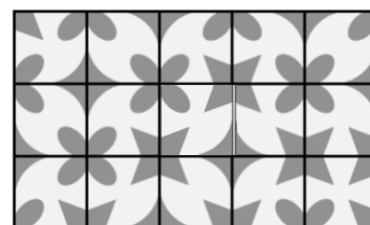


13. Од сложувалката прикажана на цртежот десно е извадено едно делче. Кое делче е извадено?



- A) B) C) D) E)

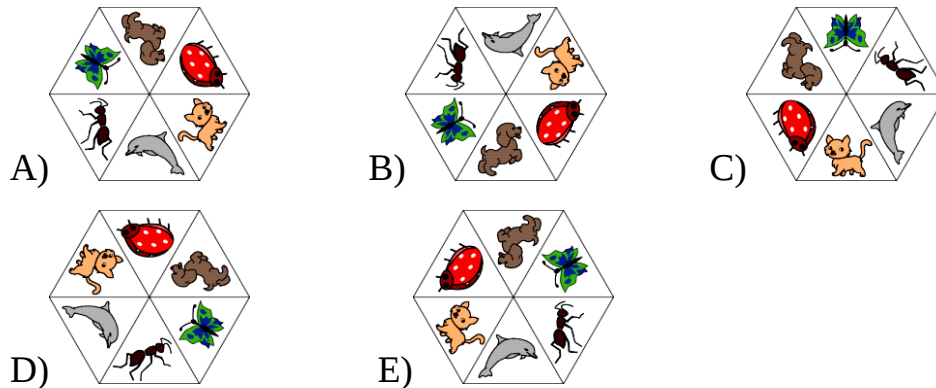
Решение. Е). Во два спротивни агли делчето мора да има делови од четирикраката звезда, а во другите два агли по четвртина од детелинката и третиот вид шара. Единствено такво делче е Е), види цртеж.



14. Стаклена плочка на која има шест слики е превртена три пати. Првото превртување е прикажано на цртежот десно.



Што ќе се гледа по третото превртување?



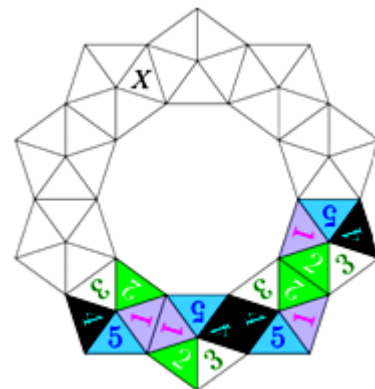
Решение. В). По секое ветење ќе се гледа слика која е симетрична на сликата во однос на страната на која се прави вртењето. Според тоа, при второто вртење ќе се гледа сликата прикажана десно, а при третото вртење ќе се гледа сликата В).



15. Магде сака да направи круна со користе-



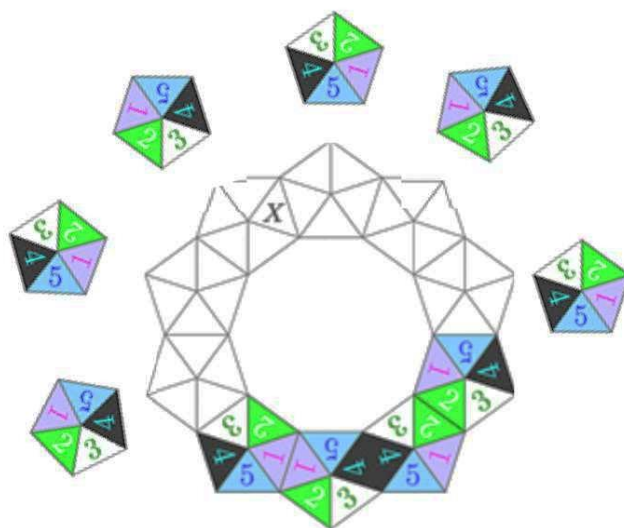
ње на форми од видот . Кога две форми имаат заедничка страна, соодветните броеви се совпаѓаат. Четири форми веќе се наместени како на цртежот дес-но. Кој број е запишан во триаголникот означен со буквата X?



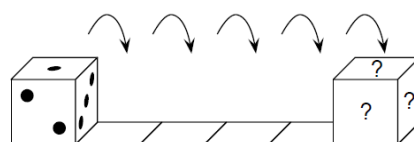
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. D). Јасно, четвртата и петтата форма се допираа со триаголниците во кои е бројот 3. Понатаму, петтата и шестата форма се

допираа со триаголниците во кои е запишан бројот 5, а шестата и седмата со триаголниците во кои е запишан бројот 2. Сега е јасно, дека во триаголникот означен со буквата X е запишан бројот 4. На долниот цртеж редоследно е прикажано како Магде треба да ги поставува петаголниците за да ја добие саканата круна.



16. Кај стандардната коцка за играње збирот на точките запишани на спротивните страни е еднаков на 7. Коцката е



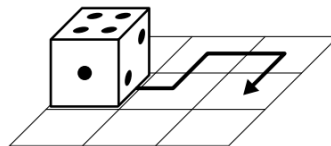
поставена на првото квадратче, како што е прикажано на цртежот десно, и потоа 5 пати се врти надесно. Кога коцката ќе се најде на последното квадратче, кој е вкупниот број на точки кои се гледаат на трите сида означени со знакот прашалник?

- A) 6 B) 7 C) 9 D) 11 E) 12

Решение. В). Кога коцката пет пати ќе се врти надесно на сидовите со кои коцката ја допира подлогата редоследно ќе се појават броевите 3, 1, 4, 6 и 3. На предната и задната страна на коцката секогаш ќе бидат броевите 2 и 5 (2 е видлив и 5 е невидлив). По петтото завртување долу ќе биде бројот 3, горе ќе биде бројот 4, десно ќе биде бројот 1 и

на предниот сид ќе биде бројот 2. Значи збирот на броевите запишани на сидовите на кои е знакот прашалник ќе биде $4 + 1 + 2 = 7$.

17. Коцката за играње прикажана на цртежот десно е стандардна, т.е. збирот на точките на два спротивни зида е 7. Коцката се превртува



како што е прикажано на цртежот. Колку точки ќе има на горниот сид по четири превртувања?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Решение. E). По првото превртување на горниот сид ќе има 5 точки, на предниот сид ќе има 1 точка и на десната сид ќе има 4 точки.. По второто превртување на горниот сид ќе има 1 точка, на предниот сид ќе има 2 точки и на десниот сид ќе има 4 точки. По третото превртување на горниот сид ќе има 3 точки, на предниот сид ќе има 2 точки и на десниот сид ќе има 1 точка. По четвртото превртување на горниот сид ќе има 5 точки, на десниот сид ќе има 1 точка и на предниот сид ќе има 3 точки. Значи, по четири превртувања на горниот сид ќе има 5 точки.

18. Магде на подот со креда нацртала голем квадрат со броеви како на цртежот десно. Таа почнала да скока од полето со број 1 и продолжува со скокањето така што од полето на кое се наоѓа скока на полето во кое

1	5	8	11
4	7	10	14
24	23	13	18
21	19	16	20

запишаниот број е за 3 поголем од бројот на полето во кое се наоѓа. Кој е најголемиот број на кој при ваквото скокање може скокне Магде?

- A) 11 B) 14 C) 18 D) 19 E) 24

Решение. D). Магде редоследно ќе скока на полињата на кои се запишани броевите: 1, 4, 7, 10, 13, 16 и 19. Следен број кој е за 3 поголем

е бројот 22, но тој не е запишан на квадратот. Значи, најголемиот број на кој Магде може да скокне е 19.

19. Мартин му испратил писмо на својот другар Петар. Петар треба да го испрати истото писмо до двајца нови свои другари. Секој од нив треба да испрати писмо на двајца нови свои другари итн. По три чекори писмото го примиле $1 + 2 + 4 = 7$ луѓе. Колку луѓе го имаат писмото по 4 чекори?

A) 15 B) 16 C) 31 D) 33 E) 63

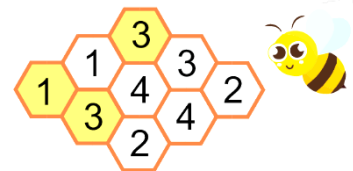
Решение. B). Во четвртиот чекор писмото го примиле $4 \cdot 2 = 8$ луѓе. Значи, писмото го добиле $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ луѓе. Но, писмото го има и Мартин, што значи дека го имаат $1 + 15 = 16$ луѓе.

20. На цртежот десно е пчелно саќе со 9 шестокраки клетки во кои пчелите ставаат мед. Во некои од нив има мед. Бројот во секоја клетка покажува колку соседни клетки содржат мед. Соседни се клетките кои имаат заедничка страна. Колку клетки содржат мед?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Решение. C). Бројот 3 во најгорната клетка покажува дека во сите три клетки кои и се соседни има мед. Сега горната клетката во која е бројот 1 веќе има една соседна клетка



во која има мед, а тоа е нејзината соседна клетка во која е бројот 4. Затоа во клетките кои и се соседни и во кои се броевите 1, 3 и 3 нема мед и истите се обоени со жолто. Во сите преостанати клетки има мед. Навистиа, двете клетки во кои е бројот 4 имаат по четири бели соседни клетки, трите клетки во кои е бројот 3 имаат по три соседни

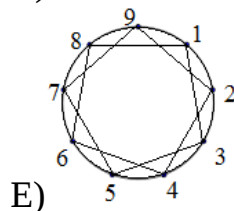
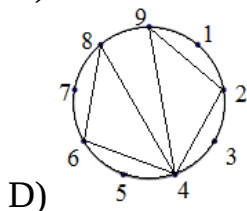
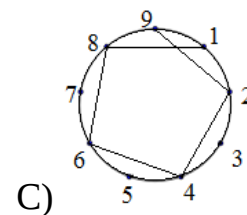
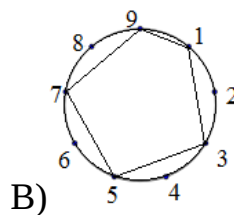
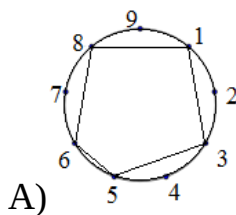
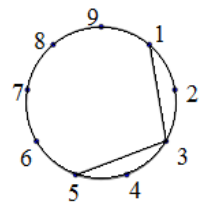
бели клетки, двете клетки во кои е бројот 2 имаат по две соседни бели клетки.

21. На еден фудбалски натпревар победникот добива 3, а губитникот (екипата што изгубила) добива 0 поени. Ако натпреварот заврши нерешено двете екипи добиваат по 1 поен. Една екипа одиграла 38 натпревари и освоила 80 бода. Кој е најголемиот број на натпревари што таа ги изгубила?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

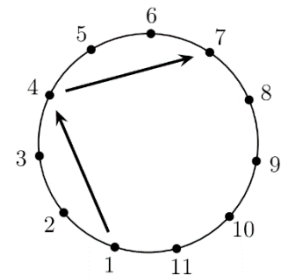
Решение. C). Најголемиот број порази кои екипата ги доживеала се добива кога таа освоила најголем можен број со победа. Бидејќи $80 = 3 \cdot 26 + 2 \cdot 1$ заклучуваме дека најголемиот можен број победи е 26 и притоа екипата освоила 2 бода играјќи нерешено. Според тоа, екипата не била поразена во $26 + 2 = 28$ натпревари, што значи дека најголемиот можен број порази е $38 - 28 = 10$.

22. Ги поврзуваме точките на дадениот круг според следново правило: почнуваме од точката означена со 1, ја поврзуваме секоја втора точка од кругот, се додека повторно не дојдеме до точката означена со 1. На цртежот е поврзана точката означена со 1 во првите два чекора. Која фигура ќе се добие со ваквото поврзување?



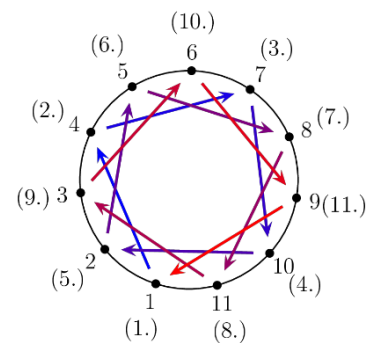
Решение. Е). На опишаниот начин ќе се добие линијата $1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 2 - 4 - 6 - 8 - 1$, што значи се добива фигурата Е).

23. Фудбалери означени со броевите од 1 до 11 се распоредени во круг. Секој играч му ја додава топката на третиот по ред играч од неговата лева страна. Додавањето почнува од играчот со број 1 и продолжува додека некој играч по втор пат не ја добил топката. Кој играч последен ја додал топката?

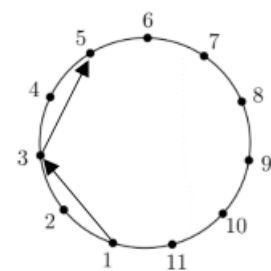


A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Решение. С). Редоследот на додавањето на топката е прикажан на цртежот десно. Значи, единаесеттото додавање го направил играчот со број 9, а потоа топката ја добил играчот со број 1. Тоа е прв пат кај некој играч по втор пат да е топката.



24. Единаесет фудбалери, нумерирани со броевите од 1 до 11, застанале во круг. Секој играч точно еднаш ја подава топката на вториот играч лево од него. На почетокот топката е кај играчот со број 1. Кој е бројот на играчот кој последен ќе ја подаде топката?

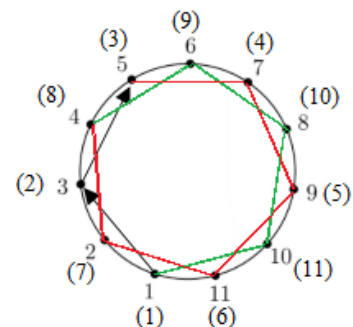


A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Решение. Д). Редоследот на подавањето на топката е

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 2 \\ \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 1.$$

Значи, топката последен ќе ја подаде играчот со број 10.



25. Во земјата Смешно стапало, левото стапало на секој маж е за два броја поголемо од неговото десно стапало, а левото стапало на секоја жена е за еден број поголемо од нејзиното десно стапало. Мажите и жените носеле ист модел чевли и чевлите се продавале во парови со иста големина. За да заштедат, група пријатели заедно купиле чевли. Откако меѓу себе ги поделиле купените чевли, ним им останале два чевла: еден со број 36 и еден со број 45. Кој е најмалиот број луѓе кои купувале заедно?
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Решение. А). За да добиеме најмал можен број луѓе кои купувале заедно треба да направиме најголем можен број парови со разлика 2 при што ќе останат броевите 36 и 45. Тоа може да се направи на два начина:

Прв начин. (45, 43), (43, 41), (41, 39), (39, 37) и (37, 36),

Втор начин: (36, 38), (38, 40), (40, 42), (42, 44) и (44, 45).

26. Група од 24 ученици се на екскурзија. Кога е се наредат во колона по еде, боите на нивните елеци се менуваат по ред: жолт, зелен, жолт, зелен итн. Исто така се минуваат и боите на нивните ранци и тоа: црвен, кафеав, портокалов, црвен, кафеав, портокалов итн. Колку ученици имаат жолт елек и портокалов ранец? Колку ученици имаат жолт елек и портокалов ранец?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

Решение. С). Во следната табела се дадени распоредите на боите на елеците и ранците.

Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен	Жолт	Зелен
Црвен	Кафеав	Портокалов	Црвен	Кафеав	Портокалов	Црвен	Кафеав	Портокалов	Црвен	Кафеав	Портокалов	Црвен	Кафеав	Портокалов	Црвен	Кафеав	Портокалов	Црвен	Кафеав	Портокалов	Црвен	Кафеав	Портокалов

Според тоа, жолт елек и портокалов ранец имаат 3, 9, 15 и 21 ученик, односно 4 ученици.

27. На излет биле 60 ученици. Кога застанале во ред еден зад друг, боите на нивните рефлектирачки елеци биле: жолт, зелен, жолт, зелен, Боите на нивните ранци биле: црвен, син, портокалов, црвен, син, портокалов, Колку ученици имале жолт елек и портокалов ранец?
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

Решение. B). Имаме:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	...
Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	...

Саканата комбинација ја имале учениците: 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51 и 57, односно 10 ученици.

28. Во низа се засадени 95 хризантеми во различни бои во следниот редослед: жолта (Ж), портокалова (П), црвена (Ц), жолта (Ж), портокалова (П), црвена (Ц) итн. На нив слетале последователно: бубамара (1), бумбар (2), пеперутка (3), пчела (4), бубамара (1), бумбар (2), пеперутка (3), пчела (4) итн. Колку пчели слетале врз портокалови хризантеми?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. C). Да ги испишеме првите 24 колони на табелата која се добива на ист начин како табелата во формулацијата на задачата. Имаме:

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	Ж	П	Ц

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	Ж	П	Ц	Ж	П	Ц

Како што можеме да видиме за прв пат во осмата колона се бројот 4 и буквата П, а следното совпаѓање е во дваесетта колона. Но делот од осмата до дваесетата колона се повторува, па затоа на секои

$20 - 8 = 12$ колони ќе имаме совпаѓање на бројот 4 и буквата П. Конечно, бидејќи $95 - 8 = 87 = 12 \cdot 7 + 3$ по првото совпаѓање ќе имаме уште 7 совпаѓања, што значи дека $1 + 7 = 8$ пчели слетале на портокалови хризантеми.

29. Во една кутија има 1 црвена, 2 сини и 4 зелени топки. На колку различни начини можат да се извадат 4 топки, така што меѓу извадените да има топки со различни бои и топките од една боја да се точно двапати повеќе од топките од друга боја?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) повеќе од 4

Решение. B). Секоја извлечена топка да ја означиме со првата буква од нејзината боја. Можни се следниве случаи: ЦССЗ и ЦСЗЗ, т.е. можни се две извлекувања.

30. Во три кутии се ставени по 2 топки: во првата кутија топките се бели, во втората се црвени и во третата се наоѓаат бела и црвена топка. На секоја кутија на капакот е запишано каква боја се топките во не, но ниту на една кутија запишаното не е точно. Имаш право од кутијата со затворени очи да извлечеш една топка и да ја видиш нејзината боја, но притоа не смееш да ја видиш бојата на втората топка во таа кутија. Со колку најмалку извлекувања може да ја определиш бојата на топките во секоја кутија?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 1 или 2 E) 2 или 3

Решение. A). Доволно е едно извлекување. Ако извлечеме топка од кутијата на која пишува бела и црвена топка, тогаш можни се два случаја:

- 1) Извлечената топка е бела. Тогаш бидејќи натписот на капакот не е точен, во оваа кутија мора да се двете топки бели. Сега во кутијата на која пишува дека топките се бели мора да се црните топки,

а во кутијата во која пишува дека топките се црни мора да е една бела и една црна топка.

- 2) Извлечената топка е црна. Тогаш бидејќи натписот на капакот не е точен, во оваа кутија мора да се двете топки црни. Сега во кутијата на која пишува дека топките се црни мора да се белите топки, а во кутијата во која пишува дека топките се бели мора да е една бела и една црна топка.

31. Во три исти кутии има по 10 еднакви по големина и маса топчиња. Во едната кутија топчињата се бели, во втората се црвени и во третата кутија половината се бели, а другата половина се црвени. Ана ја знае распределбата на топчињата, но не знае во која кутија кави топчиња има. Во еден потег таа избира кутија и од кутијата со затворени очи вади едно топче. Го погледнува топчето и го остава настрана. Потоа прави втор потег: избира кутија и од кутијата со затворени очи вади едно топче. Го погледнува топчето и го става настрана. Ан продолжува на истиот начин да прави потези. Колку најмалку потези и се потребни на Ана, за да со сигурност извади 6 црвени топчиња?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Решение. C). Кутиите да ги означиме со P, Q, R , а боите на топињата на ги означиме бело со Б и црвено со Ц.

Прво извлекуваме топче од кутијата P .

- 1) Нека извлеченото топче е Б. Сега извлекуваме топче од кутијата Q и ако извлеченото топче е Б, тогаш во кутијата R сите топчиња се Ц. Сега со шест извлекувања добиваме 6 црвени топчиња. Значи, во овој случај ни се потребни $1+1+6=8$ извлекувања. Ако извлеченото топче од кутијата Q е Ц, тогаш продолжуваме да извлекуваме топчиња од кутијата Q . Притоа или ќе извлечеме 6 топчиња

Ц (целта ја постигнуваме со 7 потези) или во некој потег извлекуваме топче Б. Нека, на пример, третото извлечено топче е Б. Досега имаме БЦЦБ, па како во кутијата R сите топчиња се Ц, со уште четири извлекувања добиваме 6 топчиња Ц. Значи и во овој случај ни се потребни најмалку 8 потези.

- 2) Нека извлеченото топче од кутијата P е Ц, тогаш продолжуваме да извлекуваме топчиња од кутијата P . По шест извлекувања или сите извлечени топиња се Ц (целта е постигната со 6 потези) или во некое извлекување ќе имаме топче Б. Нека, на пример, во четвртото извлекување имаме топче Б, т.е. по ред имаме извлекувања ЦЦЦБ. Сега извлекуваме топче од кутијата Q и ако извлеченото топче е Ц, тогаш од оваа кутија извлекуваме уште две топчиња и добиваме низа ЦЦЦБЦЦЦ, т.е. целта е постигната во 7 потези. Но, ако извлеченото топче е Б, тогаш во кутијата R сите топчиња се Ц, па од неа извлекуваме три топчиња и добиваме низа ЦЦЦББЦЦЦ, т.е. целта е постигната во 8 потези.

Конечно, постапувајќи на опишаниот начин со најмалку 8 потези сигурно ќе извлечеме 6 црвени топчиња.