Валентина Гоговска
Скопје

ДА ЗАПОЧНЕМЕ ОД “КРАЈОТ”

Честопати, раскажувајќи за своите успеси, планинарот Миле вели дека многу му е полесно да се искачи на врвот на некоја планина отколку да се симне од него. Но, во математиката не е секогаш така. Понекогаш, ако ја знаеме целта можеме многу поедноставно да го најдеме одговорот на некое прашање, т.е. поедноставно да решиме некоја задача. Идејата за решавање на ваков начин се базира на тоа да користејќи го крајниот услов последователно се враќаме station наназад до почетниот и на тој начин доаѓаме до решението на задачата. Во продолжение ќе наведеме неколку примери.

Пример 1. *На првата автобуска постојка во автобусот влегле неколку патници. На втората постојка слегле половина од нив и се качиле двајца. На третата постојка се симнале половината, а се качиле тројца. На четвртата постојка повторно се симнале половината од патниците и се качиле уште четворица и во тој момент бројот на патниците бил седум. Колку патници се качиле во автобусот на првата постојка?*

Решение. Ако оваа задача им ја зададеме на учениците од погорните одделенија тие сигурно ќе решаваат вака:

-Нека бројот на патниците што се качиле во автобусот на првата постојка го означиме со x. Тогаш, по втората постојка во автобусот ќе имаме $x:2+2$, а по третата $(x:2+2):2+3$ патници. Според тоа, после четвртата постојка ќе имаме $[(x:2+2):2+3]:2+4$ патници, од што ја добиваме равенката $[(x:2+2):2+3]:2+4=7$, чие решение е $x=8$.

Сложено, зарем не! Меѓутоа, задачата можеме да ја решиме и без користење на равенка, при што ќе тргнеме од бројот на патниците после четвртата постојка и ќе се враќаме наназад, со што последователно ќе определуваме колку патници имало во автобуасот после третата, втората и првата постојка.

На четвртата постојка се качиле 4 патници и како потоа имало седум патници, заклучуваме дека пред да се качат овие патници во автобусот имало 3 патници и тоа е половина од бројот на патниците кои патувале меѓу третата и четвртата постојка, што значи дека овој број е еднаков на 6. Според тоа имаме $7\to 3\to 6$.

На третата постојка слегле половината и се качиле тројца, па како имало шест патници добиваме $6\to 3\to 6$. Значи, пред третата постојка бројот на патниците бил 6.

На втората постојка слегле половината и се качиле двајца, па затоа имаме $6\to 4\to 8$. Конечно, бројот на патниците кои патувале меѓу првата и втората постојка е 8, што значи дека на првата постојка се качиле 8 патници.

Претходно изнесеното можеме да го запишеме со помош на следната шема

$$7 \to 3 \to 6 \to 3 \to 6 \to 4 \to 8.$$

Пример 2. *Јордан, Горјан и Андреја поделиле пакет со чоколади. Јордан зел едно чоколадо и половината од преостанатите. Потоа Горјан зел две чоколада и половина од преостанатите, за да на крајот Андреја земе три чоколади и половина од преостанатите. Се покажало дека во пакетот останале уште шест чоколади кои Јордан, Горјан и Андреја ги поделиле подеднакво меѓу себе. Колку чоколади имало во пакетот и по колку добил секој?*

Решение. Како и при решавањето на претходната задача можеме да тргнеме од последниот услов и последователно за секој чекор да определиме по колку чоколади имало. Ова можеме да го запишеме со следната шема

$$6 \to 12 \to 15 \to 30 \to 32 \to 64 \to 65.$$

Според тоа, во пакетот имало 65 чоколади. Сега, лесно може да се пресмета дека Јордан зел 1+32+2=35, Горјан 2+15+2=19 и Андреја зел 3+6+2=11 чоколади.

Пример 3. *Веселин разделил 48 кибритчиња на три нееднакви купчиња и забележал дека, ако од првото купче префрлил во второто онолку кибритчиња колку што имало во него претходно, потоа од второто во третото префрлил онолку кибритчиња колку што имало третото претходно и на крајот од третото префрлил онолку кибритчиња колку што останале во него после првото префрлање, тогаш во секое купче ќе има ист број на кибритчиња. Колку кибритчиња има во секое купче на почетокот?*

Решение. Повторно ќе решаваме "од назад-нанапред". Прво, Веселин разделил 48 кибритчиња на три купчиња и на крајот во секое имало ист број кибритчиња, при што нивниот број не се променил. Значи, на крајот во секое купче имало по 16 кибритчиња.

Непосредно пред тоа од третото во второто купче се префрлиле кибритчиња со што нивниот број во првото купче се удвоил. Бидејќи оваа постапка се повторила три пати, со враќање наназап последователно добиваме:

	пред III префрлање	пред II префрлање	пред I префрлање
I купче	$16 \to 8$	$8 \to 8$	$8 \to 22$
II купче	$16 \to 16$	$16 \to 28$	$28 \to 14$
III купче	$16 \to 24$	$24 \to 12$	$12 \to 12$

Значи, на почетокот во првото, второто и третото купче имало 22, 14, 12 кибритчиња соодветно.

Пример 4. *Билјана и Деспина ја играат следнава игра. Билјана кажува еден природен број кој не е поголем од 10. Деспина на овој број му додава природен број, кој не е поголем од 10 и го кажува добиениот збир. Така наизменично му додаваат на претходниот број броеви кои не се поголеми од 10. Победник е таа која ќе каже 100.*

Дали постои начин Билјана постојано да победува?

Решение: Јасно дека победник е оној што ќе го каже бројот 89, бидејќи противникот може на оној број да му додаде најмалку 1, а најмногу 10. Така се добива збир помеѓу 90 и 99. Сега оној кој кажал 89 додавајќи соодветен број добива збир 100. Враќајќи се наназад, гледаме дека играчот кој кажал 89 треба да го соопшти бројот 1, а по додавањето на број од страна на противникот, ако го дополнува збирот до 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78 и 89. Според тоа, ако Билјана игра прва, тогаш постои начин да ја добие секоја партија.

ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЈНА РАБОТА

На крајот ви препорачуваме самостојно да ги решите следните задачи.

Задача 1. Ана замислила број. Замислениот број го зголемила 3 пати, а потоа добиениот број го зголемила за 2. Новодобиениот број го намалила 4 пати, и откако новодобиениот број го зголемила за 2 добила 7. Кој број го замислила Ана?

Задача 2. Во три сада вкупно има 30 литри млеко. Ако од првиот сад одлееме 2 литри, од вториот 1 литар и последователно од првиот сад прелееме во вториот 4 литри и од вториот во третиот 3 литри ќе добиеме исто количество млеко во трите сада. Колку литри млеко има во секој сад на почетокот?

Задача 3. Марко, Милан, Дарко и Дамјан купиле извесен број на мастики од иста продавница. Марко купил една мастика, половина од останатите и уште две мастики, Милан купил две мастики половина од останатите и уште три, Дарко купил три мастики половина од останатите и уште четири мастики и Дамјан купил четири мастики половина од останатите и уште пет мастики. Колку мастики имало во продавницата на почетокот и по колку мастики купил секој од нив?

Задача 4. Борјан бил на еднодневна екскурзија во Скопје. Сакајќи подобро да се запознае со културниот живот на градот тој решил да посети шест музеи. При посетата на првиот музеј платил 10 денари за влезница и внатре за сувенири потрошил половина од преостанатите пари. Во вториот музеј платил 10 денари за влезница и повторно за сувенири ги потрошил половина од преостанатите пари. Истото го направил и при посетата на преостанатите четири музеи, за на крајот да констатира дека му останале само 20 денари. Колку пари имал Борјан пред да влезе во првиот музеј и колку пари потрошил во првите три музеи?

Задача 5. Надица на пазар отишла да продава јајца, на првиот купувач му ги продала половина од јајцата што ги донела и уште половина јајце. На вториот купувач му продала половина од преостанатите јајца и уште половина јајце. На ист начин биле услужени третиот, четвртиот и петтиот купувач, после што Надица ги продала сите јајца. Колку јајца продала Надица?

Задача 6. Душко отпил $\frac{1}{6}$ од чаша полна со кафе и ја дополнил со млеко правејќи бело кафе. Потоа отпил од филџанот $\frac{1}{3}$ и повторно ја дополнил со млеко, за потоа да отпие уште $\frac{1}{2}$ од филџанот, ја дополнил повторно со млеко и на крајот го испил целото бело кафе. Што испил Душко повеќе, кафе или млеко?

Статијата прв пат е објавена во списанието НУМЕРУС на СММ