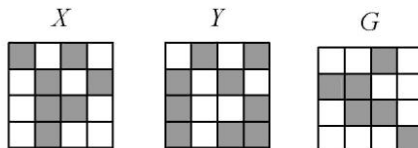


Мартин Лукаревски, Скопје

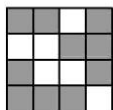
## БОИМЕ И ПРЕБОЈУВАМЕ ФИГУРИ

Проблемите со боене и пребојување на рамнински фигури се посебно интересни и разновидни. Во следните разгледувања ќе разгледаме неколку задачи од овој вид.

1. На цртежот десно фигурата  $X$  е партнер со фигурата  $Y$ . Како изгледа фигурата која е партнер со фигурата  $G$ ?

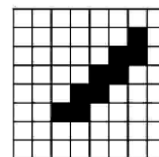


**Решение.** За да определиме како изгледа фигурата која е партнер на фигурата  $G$ , потребно е да го откриеме правилото кое го дефинира партнерството на две фигури. Ако внимателно ги погледнеме фигурите  $X$  и  $Y$  ќе



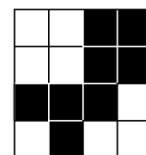
забележиме дека квадратчињата кои се обоени кај фигурата  $X$  не се обоени кај фигурата  $Y$  и обратно. Според тоа, фигурата која е партнер на фигура  $G$  е спротивно обоена од  $G$  и истата е прикажана на цртежот лево.

2. Ги разгледуваме периметарот и плоштината на фигурата составена од обоените квадратчиња на цртежот десно. Уште колку квадратчиња може да се обојат, но така да новодобиената фигура има ист периметар и најголема можна плоштина?



**Решение.** Ако обоиме квадратче кое со дадената фигура има две заеднички страни, тогаш новата фигура има ист периметар и поголема плоштина. На почетокот такви квадратчиња има  $4+3=7$ . Понатаму, на ист начин можеме последователно да обоиме  $3+2=5$ ,  $2+1=3$  и  $1$  квадратче, со што ќе добиеме квадрат со димензии  $5 \times 5$ . Сега боењето на било кое од преостанатите квадратчиња го зголемува периметарот на обоената фигура (зошто?). Конечно, можеме да обоиме  $1+3+5+7=16$  квадратчиња, при што новодобиената фигура има ист периметар и најголема можна плоштина.

3. Табла со димензии  $4 \times 4$  е обоена како на цртежот десно. Во еден чекор е дозволено било кои две полиња кои се наоѓаат во ист ред или во иста колона да си ги заменат местата. Со колку најмалку чекори таблата може шаховски да се обои?



**Решение.** Бидејќи ниту еден ред и ниту една колона на таблата не е шаховски обоена, заклучуваме дека за да ја постигнеме целта потребни ни се најмалку 4 чекори. Ќе покажеме дека целта може да се постигне со точно 4 чекори. Навистина, ако во првиот чекор броејќи од лево кон десно ги заменат местата првото и четвртото квадратче од првиот ред, во вториот – второто и третото квадратче од вториот ред, во третиот – второто и

четвртото квадратче од третиот ред и во четвртиот – третото и четвртото квадратче од четвртата колона, тогаш добиваме шаховско боење на таблата.

4. Ивана нацртала цвет со 5 ливчиња. Таа сака да го обои цветот, но има само две бои, црвена и жолта. На колку различни начини Ивана може да го обои цветот, ако секое ливче целосно го бои во една боја?

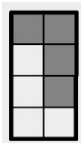
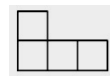


**Решение.** Ивана целиот цвет може да го обои само со жолта или само со црвена боја. Понатаму, едно ливче да обои со црвена боја, а другите со жолта и обратно. Кога бои две ливчиња со црвена боја, а точно три со жолта боја тоа може да го направи на два начина: двете црвени ливчиња да се соседни или меѓу нив да има жолто ливче. Ивана на ист начин постапува кога има две жолти и три црвени ливчења.



Бидејќи може да има ниту едно, едно, две, три, четири и пет црвени ливчиња и сите случаи се содржат во претходните разгледувања, заклучуваме дека Ивана цветот може да го обои на 8 различни начини.

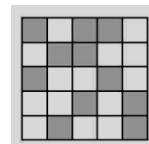
5. Марко сака да состави квадрат користејќи само фигури прикажани на цртежот десно. Определи го најмалиот број на фигури кои Марко мора да ги искористи за да го состави квадратот.



**Решение.** Ако искористи две фигури, тогаш Марко може да состави  $4 \times 2$  правоаголник (цртеж лево). Сега со помош на два вакви правоаголници Марко може да состави  $4 \times 4$  квадрат. Според тоа, најмалиот број фигури од дадениот вид кои Марко треба да ги искористи е 4.

### Задачи за самостојна работа

6. На цртежот десно е дадена табла со димензии  $5 \times 5$ . Колку црни единечни квадратчиња треба да се пребојат во бела боја за да секој ред и секоја колона содржи точно по едно црно квадратче? Дади пример на такво пребојување?



7. Квадрат со димензии  $2 \times 2$  е поделен на 4 единечни квадратчиња. Единечните квадратчиња се бојат во бела или сива боја. На колку различни начини може да се обои квадратот, (за две боења ќе сметаме дека се еднакви ако едното боење може да се добие од другото со ротација на квадратот).
8. Единечните полиња на  $4 \times 4$  квадратот прикажан на цртежот десно се обоени во бела или сива боја. Бројот во продолжение на секој ред и секоја колона го означува бројот на полињата обоени во сива боја во редот, односно колоната. Определи го бројот на различните боења на квадратот.

