

О ЖИВОТУ И ДЕЛУ ДАВИДА ХИЛБЕРТА

др Свјетислав М. Минчић, Ниш

У овом чланку се даје кратак приказ живота и рада једног од највећих математичара у свету, који је дао максималан допринос развоју математике при крају XIX и у првој половини XX века. Пратећи Хилбертов живот и рад, читалац сазнаје многе чињенице из историје математике у поменутом периоду.

Давид Хилберт, рођен 23. 1. 1862. године у месту Велау у околини Кенигсберга, у Источној Прусској, спада у ред највећих светских математичара. Источна Пруска је после II светског рата припала Совјетском Савезу, под називом Калињинградска област, а сам Кенигсберг је назван Калињинград по Калињину, једном од највиших совјетских вођа. Иначе, у периоду пре II светског рата Источна Пруска је од осталог дела Намачке била одвојена територијом Пољске, а данас је то део Русије, али територијално одвојен Летонијом и Литванијом, које су сада независне државе.

Када је Давид имао 10 година, у Кенигсберг се доселила породица Хермана Минковског, касније такође чувеног математичара.

Гимназија у коју се уписао Хилберт била је врло традиционална установа. У њој се посебна пажња посвећивала изучавању грчког и латинског језика. Д. Хилберт је имао слабе способности за учење напамет, а у његовој школи научити и запамтити било је једно те исто.

У то време, млади „вундеркинд“ Минковски, који је био две године млађи од Хилберта, завршио је пре њега, за 5,5 година, осмогодишњу гимназију и уписао се на универзитет.

Ипак, при крају школовања у гимназији више судило до изражаја Хилбертове склоности и способности да оно што учи проради у својој глави, а не да учи напамет. У том смислу долази до изражаја и његова склоност ка математици. На полеђини матурске дипломе Хилберта (како се тада чинило) поред осталог стоји: „Што се тиче математике, он је ту увек показивао живо и дубоко интересовање, он је на најбољи начин овладао школским градивом и научио да га примењује са сигурношћу и склоношћу за откривање новог.“ На овај начина се Хилберт први пут помиње као математичар.

За разлику од гимназије, на универзитету, када се Хилберт уписао, постојале су неограничене слободе у погледу школских обавеза. Ненавикнути на такву слободу, многи су реаговали тако што су им прве године пролазиле у свему другом, само не у студирању. Хилберту је универзитет омогућио дуго очекивану слободу да се сконцентрише на математику.

Своје студије Хилберт је почео у време када су Вајерштрас и други математичари дали строгу форму обимним открићима прве половине XIX века. Чинило се да је математика коначно достигла такав ниво логичке строгости, који није потребно и чак је немогуће превазићи. Међутим, у исто време тада непознати професор из Халеа, тј. из провинције, по имену Георг Кантор, је разрађивао оригиналну теорију скупова, у којој се бесконачност разматрала са нове и тешко прихватљиве тачке гледишта. У следећој деценији Канторово гледиште је постало повод оштрих и узбудљивих спорова међу математичарима.

Пошто је провео 3 семестра на универзитету у Берлину, Минковски се вратио у Кенигсберг да настави студије. Иако врло млад (18 година) учествује на конкурс Париске академије наука и осваја награду. Утисак који је то оставило у Кенисбергу, може се видети из чињенице што је отац, судија Хилберт, опомињао Давида да би било неумесно да се овај толико осмели да покуша да се упозна са „тако знаменитим човеком“.

И поред таквог става оца, Хилберт се ускоро спријатељио са бојажљивим и обдареним Минковским. Насупрот неким филозофским ставовима тога времена да су неки проблеми у принципу нерешиви, за Хилберта и Минковског такво сазнање је било апсолутно неприхватљиво. Они су делили уверење да је (како се касније изразио Хилберт) „сваки одређени математички проблем свакако доступан у тачном решењу: или у облику директног одговора на постављено питање или у облику доказа немогућности решења и самим тим неизбежности неуспеха свих покушаја решења“. Ова увереност у решивост сваког математичког проблема ускоро је добила очигледну потврду. Наиме, немачки математичар Линдеман је доказао трансцендентност броја π и тиме доказао немогућност остварења древног сна о „квдратури круга“.

Пошто је завршио студије на филозофском факултету, Хилберт је требало да полаже испит за добијање степена „доктор филозофије“, што је било нешто као дипломски, али се захтевало добијање оригиналних резултата. Од Линдемана је добио тему која се односила на особине инваријантности неких алгебарских форми. Показавши оригиналност, Хилберт је проблем решио методом који је био различит од оног који би по општем мишљењу водио ка решењу. Упознат са резултатом, Минковски је из Висбадена писао Хилберту: „Ја никада не бих могао помислити да је тако лепа теорема могла бити добијена у Кенигсбергу.“

У то време у Лајпцигу је са 36 година (13 година старији од Хилберта) на Универзитету већ био легендарна фигура Феликс Клајн. Његово приступно предавање на Универзитету у Ерлангену, познато као „*Ерланџенски програм*“ (1872. године), зацртало је епоху у развоју математике. У том раду је помоћу појмова теорије група успео да класификује и обједини на први поглед различите и међусобно неповезане геометрије, које су настале у XIX веку. На основу сугестије и препоруке Клајна, Хилберт у пролеће 1886. долази у Париз, који је у то време био центар математичких збивања у Европи. На једном заседању математичког друштва у Паризу, коме је председавао Хилберт, он је закључио да постоји директни доказ једне теореме, од оног који је извео референт. Он је то и показао, а када су тражили да то изложи у часопису „*Comptes Rendus*“, он то није приватно, јер, како је писао Клајну, да ни сама теорема ни њен доказ не заслужују да се публикују у овом часопису. Ово показује скромност и самокритичност Хилберта.

Вративши се у Кенигсберг, Хилберт се бацио на израду своје хабилитације, што је било услов за држање предавања студентима. Поставши доцент, Хилберт је одлучио да држи предавања из разних области, те је на тај начин образовао не само своје студенте, већ и себе.

Од Клајна из Гетингена Хилберт добија писмо у коме поред осталог стоји: „Ви сте човек који ми је потребан као моја научна допуна. То је због усмерења Вашег рада, снаге Вашег математичког мишљења и због чињенице да Ваш узраст улази у најпродуктивније године. Ја сматрам да бисте Ви унели свеже снаге у овдашњу математичку школу, која непрекидно расте. . . “ Велика научна традиција Гетингена потиче из времена Карла Фридриха Гауса. Хилберт је дошао у Гетинген у марту 1895. године.

Насупрот Клајну, Хилберт је држао своја предавања споро и са честим понављањем, да би био сигуран да су га сви разумели. Његова предавања су многим студентима привлачила пажњу. У добро припремљеном предавању једна теорема је следила из друге просто, природно и логично.

У Гетингену Хилберт завршава *монографију о пољима алгебарских бројева* („*Zahlberichte*“). Идеје, које је овде изложио, постале су један од извора за настанак хомолошке алгебре, која игра важну улогу у алгебарској геометрији и топологији.

Обавештење да ће Хилберт у зимском семестру 1898/99. године држати *предавања из геометрије*, било је неочекивано, нарочито за студенте, навикнуте да за све 3 године у Гетингену од Хилберта слушају о пољима бројева. Хилберт, први у историји математике, строго аксиоматски заснива и изграђује еуклидску геометрију. У свом делу „*Основи геометрије*“ („Grundlagen der Geometrie“) 1899. године, поред осталог, он строго прецизира и анализира појмове независности, непротивречности и потпуности система аксиома геометрије. Поред осталог, изграђује аналитички модел еуклидске геометрије и доказује да је она непротивречна, ако је непротивречна аритметика реалних бројева. Док су се математичари питали како је Хилберт успео да се изненада почне бавити облашћу геометрије и дао веома значајно дело, он је одмах почео да публикује радове из једне сасвим нове области – *варијационог рачуна* и у зимском семестру 1899/1900. године држи предавања о томе. Један од студената који је у то време посећивао Хилбертова предавања касније је писао: „Био сам задивљен када сам сазнао како се многе информације о природи могу добити математичким методама. . . нарочито у сјајним курсевима Д. Хилберта.“

За II међународни конгрес математичара у Паризу, који је требало да се одржи у лето 1900. године, Хилберт је позван да одржи главни реферат. Он је позив прихватио, али се колебао у погледу избора теме. 29. марта он пише Хурвицу: „Треба да почнем са припремом главног реферата, али се још колебам у избору теме. Најбоље би било бацити поглед у будућност. Шта мислиш о могућем усмерењу развоја математике у следећем веку?“ О одговору Хурвица није ништа познато. До 20. јуна реферат није био припремио и програм конгреса је послат учесницима без помињања о реферату Хилберта. Ипак, средином јула је послао реферат под насловом „*Математички проблеми*“. У овом реферату је Хилберт подвукао важност проблема у усмеравању развоја науке, истакао је важност његовог решавања. Посебно је формулисао 23 проблема чије ће решавање по њиховог мишљењу играти важну улогу у развоју математике у наступајућем веку. Првих 6 проблема се односе на основе математике, на оно што је по мишљењу Хилберта било велико достигнуће века који се завршавао: откриће нееуклидских геометрија и разјашњење појма аритметичког континуума или система реалних броја. Други проблеми су били специјани, делом стари и добро познати, делом нови, али сви су се они тицали ранијих, тадашњих и будућих интересовања Хилберта.

У реферату Хилберт каже: „Наведени проблеми представљају само примере проблема, али их је довољно да се покаже како је богата, разноврсна и широка математичка наука већ данас. Пред нама је питање . . . не распада ли се она на посебне науке, чији представници једва могу да разумеју један другог и веза међу њима постаје све слабија. Ја у то не верујем и не желим да верујем. . .“

Математичар који би решио неки од наведених проблема, у потпуности или делимично, самим тим би се уврстио у ред заслужних за развој математике. Неки од ових проблема су решени ускоро после постављања, други нису ни до данас.

Нова област којом Хилберт почиње да се бави је *теорија интегралних једначина*. У зимском семестру школске 1901/02. године он држи курс из теорије потенцијала, користећи своје прве резултате из интегралних једначина.

Са доласком Минковског окончана је извесна усамљеност Хилберта у Гетингену. Уместо Клајна, Хилберт је сада држао семинаре са Минковским. И у приватном животу су се дружили (укључујући породице), изводећи шетње по околини и организујући вечере.

Од 1904. године је професор са Универзитета у Гетингену и Карл Рунге, тако да сада тамо ради чувени квинтет: Клајн, Хилберт, Минковски и Рунге.

На почетку XX века студентима математике целог света је даван савет: „Пакујте се и идите у Гетинген.“ Понекад је изгледало као да се мали град састоји само од математичара. Постојало је огромно интересовање за предавања Хилберта. Понекад је било присутно више стотина људи. Ни састав ни број слушалаца није производио утисак на Хилберта. Како је говорио Хуго Штајнхауз, који је у то време дошао у Гетинген, „ако би и сам император ушао у салу, Хилберт не би реаговао“. По речима истог математичара, Хилберт је већи део часа посвећивао објашњењу суштине питања. Формални доказ, који је затим следио, изгледао је тако природан, да нам је преостало само да се чудимо, што до њега нисмо дошли сами.

Унеколико неочекивано, Хилберт је показивао доста значајно *интересовање за педагошкој*. Пошто није имао високо мишљење о способности просечног студента, он је сматрао да овај не може ништа да усвоји, ако не чује више пута. „Пет пута, Хермане, пет пута“, давао је савет Хилберт Вајлу, који је почињао своју педагошку каријеру. „Почињи са најпростијим примерима“, био је такође његов захтев. Разлику између утврђивања егзистенције и конкретне конструкције илустровао је тврђењем, које је изазивало смех међу слушаоцима: „Међу присутнима у овој слушаоници постоје они са најмањом количином косе.“

Осим својих предавања Хилберт је редовно држао семинар заједно са Минковским. 1905. године они су одлучили да свој семинар посвете једној од области физике – *електродинамици*.

Минковски се скоро потпуно посветио електродинамици. У исто време, независно од рада Хилберта и Минковског, појавила се серија радова из електродинамике и специјалне теорије релативности, патентног бироа из Берна – А. Ајнштајна. Када је његов рад постао познат у Гетингену, Минковски је, сећајући се свог бившег студента, говорио: „Ах, тај Ајнштајн, који је увек пропуштао предавања; ја никад не бих поверовао да је он способан за тако нешто.“

1905. године Мађарска академија наука је изненадила математички свет обавештењем да је установила велику награду од 10.000 златних круна, намењених математичару чија су достигнућа за последњих 25 година извршила највећи траг у развоју математике. Та награда је постала позната под називом награда „*Бољај*“, у част Јаноша Бољаја, мађарског математичара, који је уз Лобачевског проналазач хиперболичке неевклидске геометрије и његовог оца Фаркаша Бољаја, такође математичара и пријатеља Гауса из студентских дана. Било је јасно да за награду долазе у обзир два математичара: А. Поенкаре и Д. Хилберт. Комисија у којој су поред осталих били Г. Дарбу и Ф. Клајн, награду је доделила Поенкареу, чија је математичка каријера почела још док је Хилберт био ученик гимназије. Како је Клајн после објашњавао, одлучујући разлог што је награда додељена Поенкареу је то што је он својим резултатом додирнуо целокупну орбиту математичке науке (преко 1000 радова). „Али Хилберт ће обухватити исто тако опширну област“, прогнозирао је Клајн.

У то време Хилберт је стварао теорију која је позната под називом *Хилбертови простори*, а коју је Хилберт назвао *спектрална теорија*.

Под утицајем Рунгеа, који је био спортски настројен, Хилберт и неки млађи наставници су 1906. године одлучили да уче скијање, што у то време у Немачкој није било развијено, а није било ни опреме па су је наручили из Норвешке. Хилберт се одушевио овим спортом и дешавало се да на предавања дође на скијама, јер је терен између његове куће и факултета то дозвољавао. Када помињемо спортске склоности Хилберта напоменимо да је у истој школској години, у пролеће, са скоро 45 година, научио да вози бицикл, који је тада улазио у моду у Гетинген.

1908. године Хилберт и Минковски су обележили четврт века дружења. Хилберт је имао 46 година, а Минковски 44. Минковски је у то време наставио да се бави проблемима прос-

тора и времена, тј. математичком страном Ајнштајнове Специјалне теорије релативности. Он је говорио својим студентима у Гетингену: „Ајнштајн излаже своју дубоку теорију са математичке стране гледишта неспретно. Ја имам право да тако говорим, пошто је он своје математичко образовање добио у Цириху код мене.“

Изненада се Минковски разболео од слепог црева и после операције умро у јануару 1909. године. Један биши студент је касније причао: „Био сам у слушаоници када нам је Хилберт рекао о смрти Минковског. . . За нас је било потресније видети да Хилберт плаче, него чути да је умро Минковски.“

У јесен 1910. године је Мађарска академија наука доделила награду „Бољај“ по други пут и то Д. Хилберту, који је, како је стајало у образложењу, дубином мисли, оригиналношћу метода и строгом логиком доказа већ учинио значајан утицај на развој математичких наука. Поенкаре, у име комитета за награду припремио је општи преглед Хилбертових радова. Ту се у вези са резултатом Хилберта истиче: разноликост интересовања, важност проблема који су решавани, елегантност употребљених метода, јасноћа излагања и брига о апсолутној строгости. Наглашава се да утицај Хилберта на прогрес математике није ограничен само његовим личним истраживањем, већ такође његовом педагошком делатношћу. Подробно се описују достигнућа Хилберта у одређеним областима математике. Реферат Поенкаре се појавио касније у часопису *Acta Mathematica* 1911. године. Ту се на неки начин сводио рачун о достигнућима Хилберта на пољу математике. Следеће године Хилберт, који је пунио 50 година у име својих колега је постао *физичар*.

Монографија Хилберта из интегралних једначина, публикована 1912. године, одвела га је у граничну област између математике и физике. Ту је он размотрио са једне опште тачке гледишта разне теорије. У уводу своје књиге Хилберт изражава радост што постоји област физике, где физички појмови на природан начин воде ка интегралним једначинама, које представљају јединствен апарат за теоријску обраду експерименталних података. То је била *кинематичка теорија џасова*, а радови које је у пролеће 1912. године почео да публикује из ове теорије, значили су да је математичар Хилберт своју пажњу пребацио на физику.

Проблеме сличне онима које је решио у вези са аксиоматским заснивањем геометрије – проблеми потпуности, независности и непротивречности аксиома, сматрао је да сада треба решавати за физику и сродне науке, тесно повезане са математиком. Неке од фундаменталних физичких појава треба узети за аксиоме из којих би остале посматране појаве било могуће изводити помоћу строге математичке дедукције (ово је био један од 23 проблема). „Физика је сувише сложена за физичаре“, објавио је Хилберт.

У лето 1914. године је почео I светски рат, при чему је Немачка била на страни Аустроугарске, која је објавила рат Србији. Из САД су долазила писма Хилберту од његових бивших студената. У тим писмима су била уверавања о сталној љубави и уважавању.

Немачки непријатељ је у пропаганди Немачку поделио на два дела: милитаристичку Немачку кајзера и културну Немачку Гетеа, Бетовена, Канта и других великана науке и уметности. Немачка је на то одговорила *Декларацијом* својих знаменитих научника и уметника у којој се уверавало да они као цео немачки народ чврсто подржавају кајзера. Обраћајући се културном свету, Декларација је набрајала „све клевете и измишљотине непријатеља“ и почињући стврђењем да „није истина да је Немачка почела рат“, категорички је одбацивала све оптужбе. Хилберт је разгледао списак тврђења у Декларацији, од којих је свако почињало речима: „Није истина да. . .“ Пошто није био уверен да су сва ова тврђења истинита, он је ускратио потпис.

15. 10. 1914. године немачка влада је објавила Декларацију. Међу потписанима су били тако знаменити научници као Клајн, Планк, Рентген и др. Одсуство потписа Ајнштајна се објашњавало што је он био швајцарски грађанин. Хилберт није имао такво објашњење. Он не само да је био Немац, већ Прус. Када је у новембру обновљена школска година, многи су од Хилберта окретали главу, сматрајући га издајником. Но, већина колега математичара, макар не јавно саосећала је са његовим поступком.

У јуну 1917. године до Гетингена је допла вест о смрти великог француског математичара Дарбуа. Хилберт је одмах написао меморијални чланак за „Nachrichten“. Када је изашао из штампе, разјарена гомила студената се окупила пред Хилбертовом кућом, захтевајући да се он одрекне свога чланка, који је био посвећен „непријатељском математичару“, а сви примерци часописа су били уништени. Хилберт то није прихватио. Штавише, он је отишао до ректора Универзитета и, запретивши оставком, затражио званично извињење за држање студената. Извињење је одмах дошло.

Завршио се I светски рат. За то време Ајнштајн је изменио појмове простора, времена и материје и доказао неопходност потпуно нове геометрије (1916. ОТР, Риманова геометрија је одговарајућа геометрија).

Да би се превазишле тешкоће у основи математике, Хилберт је предложио да се математика посматра као формализовани систем, чији се објекти математичке теореме и њихови докази изражавају на језику симболичке логике у виду тврђења, која имају само логичку (формалну), а не и смисаону структуру. Непротивречност овог формализованог система, тј. математике, би се утврђивала методама које је Хилберт назвао „финитним“.

У јуну 1925. године је умро Феликс Клајн. Осим што је био велики научник, нарочито се истицао као организатор. Много тога што је било остварено на Универзитету у Гетинбергу, као чувена колекција математичких модела, одлични односи са министарством образовања, велики број утицајних људи у научном свету са којима је одржавао везе, све је то било дело Клајна. Његовом смрћу је завршена једна епоха.

У јесен 1926. године Хилберт држи прва предавања из *квантне механике*. Како је писао касније физичар Хајенберг, посебно срећна околност је била та што су математичке методе квантне механике непосредне примене Хилбертове теорије интегралних једначина.

За одлазак у пензију, услов је био 68 година живота, што је Хилберт достигао 23. 1. 1930. Тај догађај је у Немачкој обележен на разне начине. Једна улица у Гетингену је названа „Хилберт штрасе“, што је код Хилберта изазвало изразе посебног одушевљења. На место Хилберта је био позван Вајл, што је он после извесног колебања прихватио.

Од свих почести којима је био обасипан Хилберт поводом одласка у пензију, највише радости му је донела она која је дошла из његовог родног Кенигсберга, а састојала се у додели звања „почасни грађанин“. Церемонија у вези са тим је била заказана за јесен, када је требало да се одржи Конгрес Друштва немачких научника и лекара, за чије је место одржавања овога пута био предвиђен Кенигсберг. Хилберт је темељно размишљао о свом свечаном излагању. Тема је требало да буде таква да изазове широко интересовање, а са друге стране у Кенигсбергу, родном месту Канта, требало је да има филозофски карактер. Осим тога, његова реч је означавала окончање каријере, која је давно почела баш на Универзитету у Кенигсбергу. Изабрао је тему: „Упознавање природе и логика“. Ту, поред осталог, каже: „Средство које помаже да се сагледа разлика између теорије и праксе, између мишљења и експеримента, је математика. Она ствара повезујући мост и стално га учвршћује.“ Хилберт даље каже: „Покушавајући да нађе пример нерешивих проблема, филозоф Кант је једном

рекао да наука никада неће успети да упозна природу хемијских састава небеских тела. Али, после неколико година овај проблем је решен.“ Изражавајући уверење у могућност човековог откривања истине, Хилберт је на крају свог излагања изговорио: „Wir müssen wissen. Wir werden wissen.“ (Морамо знати. Знаћемо.)

70 година живота Д. Хилберта (1932) је свечано обележено. Х. Вајл је тим поводом у „Naturwissenschaften“ писао: „Без сумње име Хилберта у целом свету сада на најбољи начин оличава сав значај математике у систему објективног знања и животну способност математичког стваралаштва, која је једна од фундаменталних појава стваралачких активности човечанства.“

У години прославе 70. рођендана Хилберта, на изборима у Немачкој је победила нацистичка партија и Хитлер је у јануару 1933. године формирао владу. Одмах иза тога су следиле мере које су имале за циљ да зауставе „сатанску силу“, која је „узела у своје руке све кључне позиције у научном, интелектуалном, а такође у политичком и економском животу“. Универзитетима је било наређено да из редова свога особља удаље све пунокрвне Јевреје који се баве неком педагошком активношћу. Ово је имало за последицу да је највише страдала Хилбертова школа, који није имао никакве предрасуде у националном, верском и другом смислу сличног карактера. Пошто су многи од најпознатијих математичара и других научника били Јевреји (или полујевреји) или су им супруге то биле, они су напустили Немачку. Када је на једном банкету Хилберт седео поред новог (тј. нацистичког) министра образовања, на питање: „Па како је сада математика у Гетингену, пошто је ослобођен од јеврејског утицаја?“, Хилберт је одговорио: „Математика у Гетингену? Она просто више не постоји.“

У жеку рата, 1942. године, обележен је скромно 80-тогодишњи јубилеј живота Хилберта. На дан када је Берлинска академија наука одлучила да у част јубилеја штампа поново његово дело „Основи геометрије“, као дело које је имало највећи утицај на прогрес математике, Хилберт је пао на улици у Гетингену и сломио руку. Због неактивности која је дошла као последица тога, дошло је до компликација и он је, после нешто више од годину дана, умро 14. 2. 1943. године.

Када бацимо поглед на допринос Хилберта и утицај који је он извршио, сигурно можемо рећи да се једва може наћи у свету математичар, чији рад не би био у мањој или већој мери повезан са радовима и идејама Хилберта. Довољно је подсетити се математичких појмова као што су: Хилбертови простори, Хилбертова трансформација, Хилбертова теорема о бази, Хилбертове аксиоме геометрије, Хилбертова подгрупа, поље класа Хилберта, сингуларни интеграл Хилберта из интегралних једначина, Хилбертова теорија интегралних једначина, Хилбертово језгро и др. Као резултат Хилбертовог односа према проблемима математичке логике и основа математике, никла је читава нова област – метаматематика. По речима Вајла из 1950. године, историја математике у првој половини XX века се може сагледати пратећи резултате, који су произишли из рада на решавању Хилбертових париских проблема. Може се додати да је то случај до данас. И данас вреди поновити речи Куранта из 1962. године, поводом 100-годишњице рођења Хилберта: „Хилберт је показао својим упечатљивим примером да не постоји подела између чисте и примењене математике, а између математике и науке у целини може бити успостављена плодна сарадња. Зато сам ја уверен да заразни оптимизам Хилберта и сада одржава своју животну способност за математику, која ће цветати само следећи дух Хилберта.“

„Морамо знати. Знаћемо.“

**Статијата прв пат е објавена во списанието ТАНГЕНТА на
ДМ на Србија во 2011/12 година**