



XXVI ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

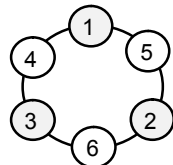
12 февраля 2023г

Младшая группа, 1 класс.

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Расставьте в кружки числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, чтобы у каждого числа соседи были либо оба меньше, либо оба больше. (Фольклор)

Ответ. Один из вариантов приведен на рисунке.



Решение. Условие должно выполняться в том числе для 1. Это значит, что рядом с 1 оба числа больше него. Тогда у соседей 1 оба числа, стоящих рядом, меньше. И так далее. Если раскрасить наши круги в шахматном порядке, то понятно, что числа 1,2,3 должны стоять в кружках одного цвета, а числа 4,5,6 – в кружках другого цвета.

Задача 2. Саше и Маше дали конфеты. Если у Саши забрать 2 конфеты, то у них будет поровну. А если у Маши забрать 1 конфету, то у Саши будет в 2 раза больше, чем у Маши. Сколько конфет у Саши и сколько у Маши? (Фольклор)

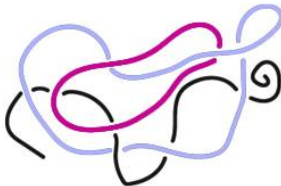
Комментарий: «В два раза больше» значит, что если у одного куча конфет, то у того, у кого больше, две такие же кучи конфет.

Ответ. У Саши 6 конфет, а у Маши 4 конфеты. Крышку Б.

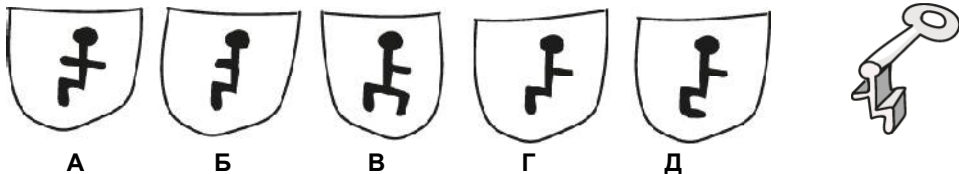
Решение. Из условия следует, что у Саши на 2 конфеты больше, чем у Маши. Заберем у него эти 2 конфеты и положим в отдельную кучу. Теперь если у Маши забрать конфету, то у Саши будет на 3 конфеты больше чем у Маши и при этом в два раза больше. Значит теперь у него две кучи по 3 конфеты, а у Маши одна.

Задача 3. Определите, сколько веревочек изображено на рисунке. (Е.Иванова)

Ответ. 3. На рисунке веревочки выделены разным цветом.



Задача 4. Волшебный ключ открывает замок, если его можно туда вставить. Какой или какие замки ключ открыть не сможет? (Е.Иванова)



Ответ. Не сможет открыть Б.

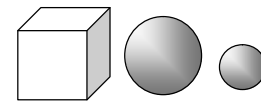
Решение. Можно заметить, что для того, чтобы ключ открывал замок, зеркальное изображение бородки ключа должно быть частью прорези замка, откуда получается ответ.

Задача 5. Замените буквы цифрами (разные буквы – разными цифрами), чтобы все равенства

стали верными: **О + Л + И + М = ПИ – А – ДА** (Е.Иванова)

Ответ. Один из возможных вариантов $9 + 8 + 6 + 7 = 56 - 3 - 23$

Задача 6. У фокусника есть три деревянные геометрические фигуры: куб и два шара (как на рисунке). Он поставил все три фигуры друг на друга и сфотографировал сверху. Изобразите, как выглядит эта конструкция спереди.

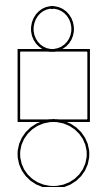


(Е.Иванова)

Комментарий: В конструкции использованы все три предмета..

Ответ. На рисунке

Решение. Заметим, что раз сверху большого шара не видно, то он скрыт кубом. Значит большой шар в самом низу, затем куб и маленький шар.

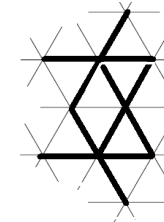


Задача 7. Разделите кусок чугуновой решетки на три одинаковых куска.

(В.Иванов)

Комментарий: Пруты, из которых сварена решетка, нельзя резать вдоль, все остальные разрезы допустимы.

Ответ. На рисунке



Задача 8. Саша, Коля и Петя учатся в 1, 2 и 3 классе. Петя сказал второкласснику:

«Коля раньше нас закончит школу!» Кто в каком классе учится? (Е.Иванова)

Ответ. Петя в 1 классе, Саша во 2 классе, Коля в 3 классе.

Решение. Так как Коля раньше всех закончит школу, то он учится в самом старшем классе. Так как Петя говорил со второклассником, то он не второклассник. Откуда получаем ответ.



XXVI ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

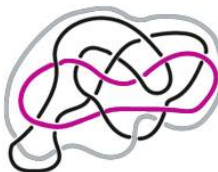
12 февраля 2023г

Младшая группа, 2 класс.

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Определите, сколько веревочек на рисунке слева (Е.Иванова)

Ответ. 3. На рисунке веревочки выделены разным цветом.



Задача 2. Три пчелы одновременно зашли в лабиринт и начали лететь к меду. Через две минуты они уже были в следующих частях лабиринта. В каком порядке пчелы доберутся до соты с медом? (А.Кашкарова)

Ответ. Майя, Бен, Флик.

Решение 1. За две минуты Майя преодолела 4 соты и находится в пятой (можно сказать, сделала 5 ходов), Бен – 7 и находится в 8 (8 ходов), а Флик преодолел 3 соты, и находится в 4 (4 хода). Майе осталось до меда 4 хода, Бену 8 ходов, а Флику – 5. Пока Бен делает 8 ходов, Майя делает 5, значит, 4 хода она сделает быстрее, чем Бен 8, а Флик за 8 ходов Бена успеет сделать только 4 хода.

Решение 2. Заметим, что Бену до соты столько же, сколько он уже пролетел. То есть ему до меда 2 минуты. Майе – меньше, чем она

пролетает за 2 минуты, а Флику – больше.

Задача 3. Гномы Глоин, Балин, Дори, Нори и Фили носят калоши размером 34, 35, 36, 37 и 38. Однажды после дождя они перепутали калоши. Глоин надел калоши 38 размера, а все остальные – на 2 размера больше или на 2 размера меньше. Кто какие калоши надел? (Е.Иванова)

Комментарий. Размеры калош указаны в той же последовательности, что и имена гномов.

Ответ. Глоин – 38, Балин – 37, Дори – 34, Нори – 35, Фили – 36.

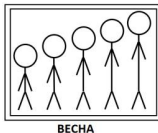
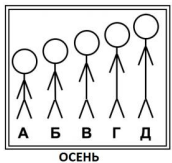
Решение. Так как у Фили самый большой размер, то надеть он мог только меньше, то есть 36. Тогда Дори, у которого 36 размер, мог надеть только 34, так как 38 уже занят. Остались размеры 35 и 37. Нет другого варианта, как только поменяться калошами.

Задача 4. Замените буквы цифрами (одинаковые – одинаковыми, разные – разными) так, чтобы суммы букв одного цвета были равны. (О.Парамонова)

Ответ. Один из возможных вариантов:

O = 4, Л = 6, И = 3, М = 2, П = 7, А = 8, Д = 1 Суммы O+M+A = Л+П+Д = И+И+A = 14

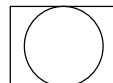
Задача 5. Братья Антон, Боря, Вова, Гриша и Дима выстроились по росту и сфотографировались весной. За лето каждый из них вырос по-своему: Гриша обогнал по росту ровно двоих братьев, Дима обогнал ровно одного брата, а остальные мальчики никого не переросли. Осенью мальчики ещё раз сфотографировались. Подпишите имена мальчиков на весенней фотографии. (А.Докукина)



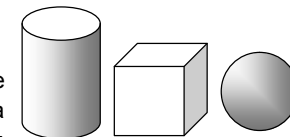
Комментарий. Фразу в условии «Гриша обогнал ровно одного брата» следует понимать как «Гриша осенью стал выше ещё одного из своих братьев». Взаимные обгоны, которые могли происходить летом, не учитываются.

Ответ. Антон – Гриша – Боря – Дима – Витя.:

Решение. Взаимное расположение Антона, Бори и Вити в ряду не менялось. Гриша обогнал двоих, это были Боря и Витя. Так как, если бы он обогнал Антона, то должен был обогнать и Бору, и Витю. Тогда Дима обогнал Витю. Так как если бы он обогнал Гришу, а Грише нужно было обогнать двоих, чтобы оказаться в этом месте, то Дима должен был бы обогнать всех тех, кого обогнал Гриша. Значит, расположение мальчиков весной было таким: АГБДВ.



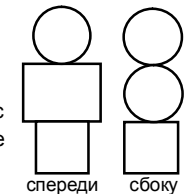
Задача 6. У фокусника есть три деревянные геометрические фигуры: цилиндр, куб и шар (как на рисунке). Он поставил фигуры друг на друга и сфотографировал сверху. Изобразите, как выглядит эта конструкция спереди. (Сторона куба и диаметры шара, цилиндра одинаковы) (Е.Иванова)



Комментарий. В конструкции использованы все три предмета..

Ответ. На рисунке

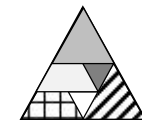
Решение. Заметим, что раз сверху виден не квадрат, прямоугольник с разными сторонами, то это цилиндр, положенный на бок. И границ куба тоже не видно, значит куб – самый нижний. На рисунке мы также изобразили вид сбоку.



Задача 7. Пять треугольников по очереди уложили в большую треугольную рамку. Какой треугольник положили третьим по счёту? (А.Докукина)



Ответ.



Решение. Заметим, что тёмно-серый треугольник был положен четвёртым или пятым – так как они покрывают три треугольника. Самый тёмный треугольник был положен самым первым или вторым, так как его покрывают три треугольника. Для любого из оставшихся существует вариант, что именно он будет третьим.

Задача 8. У Волка, Лисы и Зайца три яблока разных размеров. Заяц сказал: «У меня самое маленькое яблоко». Волк: «Моё яблоко больше, чем у Лисы» Лиса: «У Зайца самое большое яблоко». Оказалось, что тот, у кого самое большое яблоко, соврал, а остальные сказали правду. У кого какое яблоко? (Е.Иванова)

Ответ. У Зайца самое большое, у Волка среднее, у Лисы самое маленькое.

Решение. Заяц и Лиса не могут оба сказать правду. Значит, кто-то из них врёт, а Волк точно сказал правду. Значит яблоко Лисы меньше яблока Волка, следовательно, у Лисы не самое большое яблоко.



XXVI ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

12 февраля 2023г

Средняя группа, 3 класс.

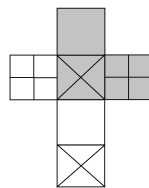
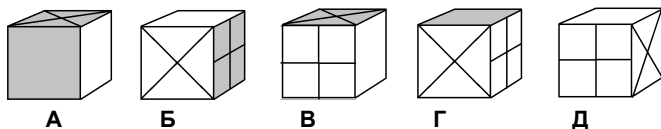
Ниже приведены краткие решения задач. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. На скамейке сидят: Аня, Яна, Оля (3 девочки), Петя, Вася и Толя (3 мальчика). Оля сидит рядом с Васей. Если поменять местами Толю и Яну, то все девочки будут сидеть слева, а все мальчики справа. Чтобы мальчики и девочки чередовались, нужно пересадить Яну на место слева от Пети. В каком порядке сидят дети? (А.Кашкарова)

Ответ. Аня, Толя, Оля, Вася, Петя, Яна

Решение. Пусть самое левое место имеет номер 1, а самое правое имеет номер 6. Так как Оля и Вася сидят рядом, и при перестановке Толи и Яны все мальчики оказываются справа, а девочки слева, значит Оля и Вася сидят на 3 и 4 местах соответственно. Причем Петя и Яна сидят справа от Васи, а Аня и Толя слева от Оли. Если Петя сидит на 6, то Яна на 5, но в таком случае при перемещении Яны на место слева от Пети ничего не поменяется, так как она и так находится на месте слева от Пети. Значит Петя сидит на 5, а Яна на 6. Чтобы после перемещении Яны было чередование Аня должна сидеть на 1-ом, а Толя на 2-ом месте.

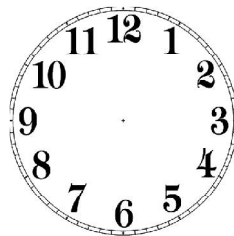
Задача 2. Петя 4 раза сфотографировал один и тот же кубик с разных сторон, но случайно добавил в стопку фотографию другого кубика. Определите, какая фотография другого кубика? (О.Парамонова)



Ответ. Фотография другого кубика под буквой А.

Решение. Можно решить задачу, нарисовав развертку кубика, которая подходит для четырех фотографий. Такая развертка изображена нами на рисунке.

Задача 3. На циферблате часов Чебурашка заменил все цифры буквами (одинаковые цифры одинаковыми буквами, разные – разными). Затем выписал все получившиеся буквы в строчку в том же порядке, что на циферблате, начав с какой-то цифры. Получилось: Х Х А Х А К О Н Ф Е Т Ы Х И Х. Чему равна $K + O + H + \Phi + E + T + A$? (И.Гришина)



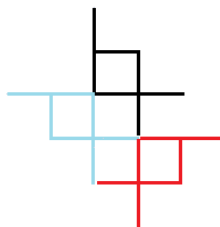
Ответ. 35.


Решение. Если сомкнуть запись Чебурашки в круг, то можно заметить, что подряд будет три буквы Х. Это значит, что на циферблате шли подряд три одинаковые цифры. Это может быть только 1. И, значит, начал он выписывать со второй единицы числа 11. Отсюда числам 12, 1 и 2 соответствуют буквы ХАХА. Следовательно буквами К,О,Н,Ф,Е,Т,Ы заменены цифры 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Получаем $K+O+H+\Phi+E+T+A = 3+4+5+6+7+8+2=35$.

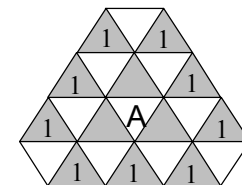
Задача 4. Разделите кусок чугунной решетки на три одинаковые части.

Комментарий: Пруты, из которых сварена решетка, нельзя резать вдоль, все остальные разрезы допустимы.

Ответ. приведен на рисунке.

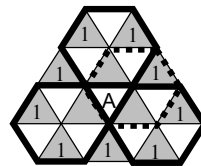


Задача 5. Из бумажных фигурок вида  выложили большую фигуру как на рисунке (фигурки можно класть друг на друга). Петя записал в некоторых местах, сколько слоев бумаги там получилось. Сколько слоев бумаги в точке А? (О.Парамонова)



Комментарий. Фигурки кладут только вдоль линий сетки.

Ответ. Три слоя.



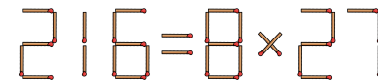
Решение. Единицы на границе большой фигуры дают нам количество маленьких фигурок, уложенных по границе, поскольку каждая такая фигурка имеет со стороной фигуры только один общий треугольник. То есть три фигурки лежат по углам, как на рисунке справа – они не включают в себя клетку А. И еще три лежат так, как пунктирная фигурка. Таким образом треугольник А накрывает три фигурки и там три слоя бумаги.

Задача 6. Петя выкладывает из спичек цифры как на рисунке.

Он выложил неверное равенство. Переложите в нем  ровно 2 спички, чтобы равенство стало верным. (В.Иванов)



Ответ. приведен на рисунке.



Задача 7. Когда маме будет столько лет, сколько папе сейчас, Вове будет 9. Когда папе было столько же лет, сколько маме сейчас, Вове был 1 год. Сколько лет Вове сейчас? (А.Докукина по мотивам фольклора)

Ответ. 5 лет.

Решение. Когда маме будет столько лет, сколько папе сейчас, пройдет сколько-то лет с нынешнего момента. Столько же лет назад папе было столько же лет, сколько маме сейчас. Между этими двумя моментами в прошлом и будущем проходит $9 - 1 = 8$ лет. То есть момент в прошлом был 4 года назад, а момент в будущем будет через 4 года. Значит сейчас Вове $1 + 4 = 9 - 4 = 5$ лет

Задача 8. Кто-то из сестёр: Маша, Даша или Глаша разбил чашку. Известно, что Маша всегда лжет, Даша всегда говорит правду, а Глаша лжет, если перед ней кто-то уже солгал. Иначе она говорит правду. На вопрос мамы, кто разбил чашку одна девочка сказала: «Это Даша!», вторая: «Нет, не Даша!», а третья: «Маша сказала неправду». Кто разбил чашку? (Е.Иванова)

Ответ. Даша. Решение. Третья девочка сказала правду, поскольку известно, что Маша всегда лжет. И это не может быть Глаша, так как тогда перед ней что-то сказала Маша, соврав, и Глаша должна соврать тоже. Значит, последняя – Даша. Поскольку первые две девочки говорят противоречивые утверждения, то одна из них лжет, а другая говорит правду. Поскольку если первая Маша, то Глаша второй должна тоже соврать, но это противоречит нашему выводу. Значит первая Глаша говорит правду, а Маша второй лжет.



XXVI ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

12 февраля 2023г

Старшая группа, 4 класс.

Ниже приведены краткие решения задач. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Лёшин будильник спешит на 30 мин, а часы отстают на 45 мин. Леша ошибся, думая, что это часы спешат, и подвёл их на 30 мин. Какая теперь разница между показаниями часов и будильника? (фольклор).

Ответ. 105 минут.

Решение. Теперь часы отстают на $45+30=75$ минут. Разница: $75+30=105$ минут.

Задача 2. У Вари есть красные, синие и белые шары. Она заметила, что если добавить 2 красных шара, то красных станет столько же, сколько белых и синих вместе. Если добавить 4 синих, то синих станет столько же, сколько красных и белых. Если добавить 6 белых, то белых станет столько же, сколько красных и синих. Сколько каких шаров? (Н. Михайловский)

Ответ. Белых – 3, синих – 4, красных – 5.

Решение. Перепишем решение символами: $C + B = K + 2$, $K + B = C + 4$, $K + C = B + 6$. Отсюда следует, что $C+B+K = 2+4+6$, то есть всего было 12 шаров. Из первого условия следует, что $C+B = 7$, $K = 5$. Из второго условия следует, что $C = 4$. Значит, $B = 3$.

Задача 3. Замените буквы цифрами (разные буквы – разными цифрами), чтобы все равенства стали верными: **ГОД + 9306 = ЭПОХА**. (К. Кноп)

Ответ. $928 + 9306 = 10234$.

Решение. Решение единственно, потому что 10234 – наименьшее пятизначное число с различными цифрами (т.е. такое, которое может быть ЭПОХА), а 928 – наибольшее трехзначное, которое может быть ему парным и означать ГОД. 9306 – наименьшее возможное значение их разности: при увеличении О разность ЭПОХА – ГОД растёт, при увеличении Э,П,Х,А тоже, равно как и при уменьшении Г или Д.

Задача 4. Никита и Кирилл учатся настраивать гитару. Для этого нужно сначала натянуть на гриф шесть струн разной толщины (от 1 до 6). Струны должны идти в порядке возрастания толщины от 1 до 6. Но оба мальчика натянули на свои гитары струны неправильно. У каждого из них

а) ни одна струна не попала на свое место и

б) никакие три струны, установленные подряд, не расположились в порядке возрастания толщины или в порядке убывания.

При этом у них расположение ни одной струны не совпало.

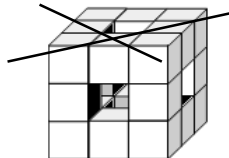
Как такое могло быть? (Е. Иванова)

Ответ. Один из возможных вариантов 435261 и 254613.

Задача 5. Из 27 кубиков склеили большой куб. Затем вынули «крест» из 7 кубиков.

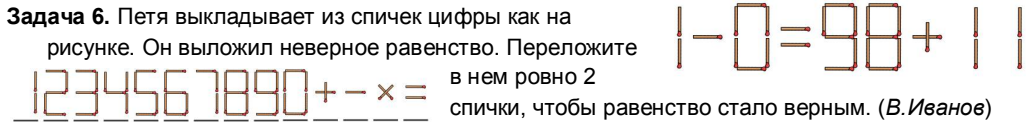
Получившуюся конструкцию распилили сверху донизу двумя прямыми разрезами, как на рисунке. На сколько кусков распалась получившаяся фигура? (Е. Иванова)

Ответ. 7 частей

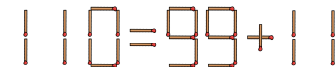


Решение. Заметим, что разрезы не затрагивают средний слой, точнее то, что от него осталось. То есть четыре кубика примыкают к тем кускам сверху и снизу, что получатся после разрезания верхнего и нижнего слоев. Верхний слой разрезан на 5 части, две из которых не связаны с нижним слоем и являются самостоятельными. Остальные три связаны с аналогичными нижнего слоя.

Задача 6. Петя выкладывает из спичек цифры как на рисунке. Он выложил неверное равенство. Переложите в нем ровно 2 спички, чтобы равенство стало верным. (В. Иванов)



Ответ. приведен на рисунке.



Задача 7. По кругу стоят 10 флажков (пронумерованы 1, 2, 3, ..., 10) на расстоянии 1 метр друг от друга. Коля стартовал от какого-то флажка и побегал по часовой стрелке, считая только флажки с чётным номером. Он насчитал 12 флажков. Затем сразу развернулся и побегал против часовой стрелки, считая только флажки с нечётным номером. Остановился он у 15-го по счёту нечётного флажка. Какое расстояние мог пробежать Коля? (К. Бондаренко)

Ответ. 52 или 53 метра.

Решение. В начале он пробежал $12 \cdot 2 = 24$ или $24 - 1 = 23$ метра, в зависимости от того, от столба с чётным номером или с нечётным он начал бежать. Остановится он в любом случае у чётного столба, а значит на «обратном» пути пробежит ещё $15 \cdot 2 - 1 = 29$ метров. Всего Коля пробежит $24 + 29 = 53$ или $23 + 29 = 52$ метра.

Задача 8. Путешественник обнаружил, что на острове Четом верность утверждений жителей зависит от чётности количества слов в этом утверждении. Если их чётное – правда, а если нечётное – ложь. Или наоборот. Как именно, он не понял. Два жителя острова высказали следующие утверждения:

А: «Чаули – столица острова. Я всегда говорю правду путешественникам»

Б: «Столица нашего острова – Наири. Но все наши утверждения ложны»

Как называется столица острова? (Е. Иванова)

Ответ. Наири.

Решение. Среди утверждений жителей встречаются предложения с разной четностью букв. Значит, они не могут быть все ложью. То есть второе утверждение жителя Б – ложь. Значит, в лживом утверждении нечетное число слов. В первом утверждении Б наоборот четное число слов, значит столица – Наири.

Краткие решения задач олимпиады 5 класса

29 января 2023

Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.

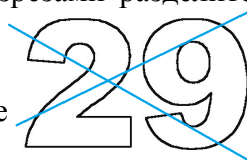
Решения приводить не требуется.

1. В дате 29 января Коля заменил все буквы числами – номером буквы в русском алфавите – и получил число 293315311833. Вычеркните в этом числе 5 цифр так, чтобы получилось
А) наибольшее из возможных; Б) наименьшее из возможных семизначных чисел. (Е.Иванова)

Ответ. А) 9531833; Б) 1311833

2. Сегодня 29 января. Петя вырезал из картона цифры 2 и 9 и наклеил их на лист, как на рисунке. Двумя прямыми разрезами разделите картонные цифры на 9 кусочков. (Е.Иванова)

Ответ. один из вариантов приведен на рисунке.



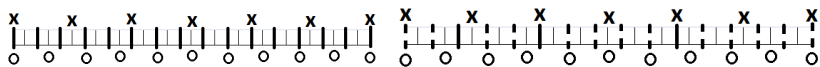
3. Федя разложил 20 орехов на три тарелки (не все на одну) так, что седьмая часть орехов на первой тарелке равна пятой части орехов на второй тарелке. Сколько орехов лежит на третьей тарелке? (Т.Антошкина)

Ответ. 8 орехов.

Решение. Если седьмая часть того, что на первой тарелке, равна пятой части того, что на второй, то на первой лежит 7 одинаковых частей, а на второй – 5 таких же частей. Итого 12 частей. Если в каждой части хотя бы 2 ореха, то орехов как минимум 24, а у нас только 20. Значит, одна часть = 1 ореху и на третьей тарелке лежит $20 - 12 = 8$ орехов.

4. Саша посылает в телеграм сообщения Маше каждые 2 минуты. Маша проверяет телефон каждые 5 минут. Папа написал и запустил на телефон Саши вирус, который запускается каждые 3 минуты и удаляет все сообщения Саши, которые есть в данный момент. Если вирус включается в тот же момент, что Саша пишет сообщение, то вирус не даёт его отправить. Ровно в полдень Саша начал писать сообщения, а Маша – проверять телефон. И в тот же момент первый раз включился вирус. Сколько сообщений получит Маша к 14:00? (Е.Иванова) **Ответ.** 12 смс

Решение. Поскольку $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, то ситуация повторяется каждые полчаса. Поэтому достаточно разобраться, что происходит за полчаса, а далее умножить на 4. Отметим на рисунке | – моменты, когда Саша пишет смс, х – моменты, когда Маша читает смс, а о – моменты включения вируса.



На второй картинке сообщения, которые Маша не успеет прочитать, отмечены пунктиром. Отсюда видно, что за полчаса Маша сможет прочитать 3 смс, соответственно за 2 часа – 12 смс

5. Расставьте в клетках таблицы 3×3 числа от 1 до 9 так, чтобы сумма чисел в каждом квадратике 2×2 давала при делении на 4 разные остатки. (К.Александров, В.Иванов)

3	2	5
1	4	6
7	8	9

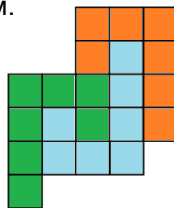
Ответ. один из вариантов на рисунке

6. У Буратино был блокнот, сшитый из 25 двойных листов в их середине. Все страницы пронумерованы числами от 1 до 100. Буратино вырвал 17 двойных листов и заново пронумеровал страницы получившегося блокнота, написав числа рядом с предыдущими. В результате на одной странице оказалось написано число 523. Какое число может быть написано на бывшей 94 странице, если известно, что она не вырвана? (Е.Иванова)

Ответ. 3094 или 3294.

Решение. Заметим, что номера на вырванных страницах имеют вид N , $N+1$, $100-N$ и $101-N$. То есть каждый двойной лист имеет две половинки: с нумерацией до 50 и после 50. Если вырвано 17 листов, то с каждой части (до 50 и после 50) осталось по 8 листов. Какие варианты дописывания числа могли быть? а) было 52, дописал в конце 3. Такого быть не могло, так как чётность имеющихся и дописываемых чисел одна и та же. б) было 5, дописал 23. Этого тоже не могло быть. Так как в новом блокноте листов меньше, значит новые числа не могут быть больше старых. в) аналогично не могло быть и было 3 дописал 52. г) остался вариант было 23, дописал 5. Этот вариант возможен. Тогда это бывшая 23 страница и она стала 5-ой. Значит, перед ней вырваны все листы, кроме двух. Следовательно бывшая страница 94 либо на последнем листе, либо на предпоследнем.

7. Разрежьте фигуру на рисунке на 3 равные части: (В.Иванов)

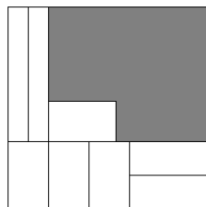


Ответ. на рисунке

8. У Кирилла есть 12 карточек: 3 желтых, 2 голубых, 2 синих, 1 оранжевая, белая карточка с цифрой 0, две карточки со знаком умножения и одна карточка со знаком равенства. Напишите на пустых карточках цифры (на каждой карточке одну цифру) и составьте из всех карточек верное равенство так, чтобы на карточках одного цвета были написаны одинаковые цифры, а на карточках разных цветов – разные (по мотивам фольклора Е.Иванова)

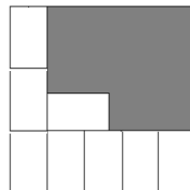
Ответ. один из вариантов: $2023 = 7 \times 17 \times 17$.

9. Гоша нарисовал квадрат, а потом разбил его на несколько прямоугольников одинаковой площади. Затем он закрасил целиком несколько прямоугольников так, что их границы стали не видны, а остальные прямоугольники на рисунке остались (см. рисунок). Сколько прямоугольников закрасил Гоша? (*Н. Михайловский*)

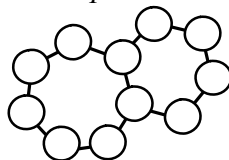


Ответ. 7 прямоугольников.

Решение. Рассмотрим три левых прямоугольника: два узких и один широкий. Поскольку по условию у них одинаковая площадь, то у длинного одна сторона короче одной стороны широкого, а вторая – в два раза шире второй стороны широкого. Аналогичные рассуждения справедливы и для крайних правых. Таким образом, исходная картинка эквивалентна той, что на втором рисунке. Значит, площадь исходного квадрата равна площади 15 маленьких прямоугольников, а площадь серой части: $15 - 8 = 7$.



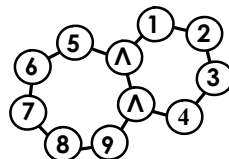
10. Однажды 11 жителей Острова рыцарей и лжецов встали в необычный хоровод, как на рисунке. Каждый заявил: «Среди моих соседей поровну рыцарей и лжецов!». Сколько могло быть рыцарей среди собравшихся? Укажите все возможные варианты. (Рыцарь всегда говорит правду, лжец всегда лжет)



(*К. Бондаренко*)

Ответ. 0 или 4.

Решение. У двух жителей на пересечении кругов по 3 соседа, значит, каждый из них не может иметь поровну соседей-рыцарей и соседей-лжецов. Значит, оба они лжецы. Рыцарей может не быть вообще, этот вариант подходит. Если рыцари есть, то можно заметить, что они обязаны стоять парами. Если рыцарь имеет в соседях двух лжецов, то он сказал ложь. Если есть три подряд идущих рыцаря, то средний рыцарь лжёт. Значит 1 2 3 4 все лжецы. Т.к. если на 1 2 пара рыцарей, то на 3 лжец скажет правду. Если на 2 3 пара рыцарей, то лжец на 4 скажет правду. Если на 3 4 пара рыцарей, то лжец на 2 скажет правду. С другим кругом. Если 7 рыцарь, то парный ему рыцарь находится на 6 или на 8. Если на 6, то тогда лжец на 5 скажет правду. Если на 8, то лжец на 9 скажет правду. Значит, 7 не может быть рыцарем. Рассмотрим пары 6-5 и 8-9. Если это две пары рыцарей, то этот вариант подходит. Если же в одной паре, например, в 6-5 есть лжец, то и второй из этой пары лжец. Аналогично для пары 8-9.



Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. У Васи есть одна большая свеча, которая сгорает за 9 минут и три маленьких свечки, каждая из которых сгорает за 5 минут. Свечи

горят неравномерно. Как Васе отмерить две минуты с помощью этих свечей? (А.Бронников)

Решение. Зажигаем одновременно большую свечу и одну маленькую. Когда маленькая полностью сгорит, зажигаем оставшиеся маленькие. Когда догорит большая, в них останется по 1 минуте. теперь обе тушим, а потом по очереди зажигаем.

2. Костя записал в строчку последовательность цифр 77007700770077. Потом разделил последовательность на фрагменты из двух или трёх цифр. а) Могло ли оказаться, что фрагментов, начинающихся с цифры 0, в 2 раза *меньше*, чем фрагментов, начинающихся с цифры 7? б) Могло ли оказаться, что фрагментов, начинающихся с цифры 0, в 2 раза *больше*, чем фрагментов, начинающихся с цифры 7? (К.Бондаренко)

Ответ. а) Да, могло. 770 07 700 77 00 7. б) Не могло.

Решение б). Предположим, такое возможно. В последовательности 14 цифр, значит всего фрагментов может быть 5, 6 или 7. Но количество фрагментов кратно 3. Откуда ясно, что их всего 6, а фрагментов, начинающихся с цифры 0, было 4. Рассмотрим две цифры 0, стоящие рядом: только одна из цифр может быть началом фрагмента. А так как в последовательности три пары нулей, то и фрагментов, которые начинаются с 0, не более 3. Противоречие.

Решение2. Групп из нулей, стоящих рядом, три. только одна из цифр может быть началом фрагмента. Значит, фрагментов, начинающихся с 0, не более трёх. Определяем, что их два, т.к. иначе всего фрагментов 9 и символов не менее $9 \cdot 2 = 18$. А у нас их только 14. Тогда фрагмент, начинающихся с 7, всего один. Такого не может быть, так как три фрагмента содержат не более $3 \cdot 3 = 9$ цифр, а их в последовательности 14.

3. У Деда Мороза есть мешок с конфетами для подарков к Новому 2024 году. Он хочет разложить их в одинаковые коробки. Сначала он складывал по 39 конфет в каждую коробку. У него получилось 37 полных коробок, а чтобы заполнить 38-ую коробку конфет не хватило. Тогда Дед Мороз решил складывать по 37 конфет в каждую коробку, у него получилось 40 коробок, но все конфеты всё равно не поместились. Сколько конфет всего у Деда Мороза? (Е.Фисенко)

Ответ. 1481 конфета .

Решение1. Пусть у Деда Мороза А конфет. Тогда при делении А на 39 получается в частном 37 и какой-то остаток x , а при делении А на 37 получается в частном 40 и какой-то остаток y .

$$A = 37 \cdot 40 + y = 37 \cdot 39 + 37 + y = 39 \cdot 37 + x$$

По свойству остатков $x < 39$, значит $y < 2$. По условию остатки ненулевые, значит, $y = 1$. Подставляя в любое выражение, находим ответ.

Решение2. В первый раз Дед Мороз смог упаковать $37 \cdot 39 = 1443$ конфеты и осталось меньше 39 конфет. Во второй раз он упаковал $37 \cdot 40 = 1480$ конфет и осталось меньше 37 конфет. Во второй раз было упаковано на 37 конфет больше, то есть разность оставшихся конфет после первого и второго раза – 37 штук, при этом в первый раз их осталось меньше 39, то есть хотя бы 38, а во второй раз остаток точно был, то есть хотя бы 1 одна конфета осталась. $38 - 1 = 37$. Значит количество конфет $39 \cdot 37 + 38 = 37 \cdot 40 + 1 = 1481$.

4. В 5Ю классе мальчиков столько же, сколько девочек. Известно, что у каждого школьника либо 6, либо 7 друзей в этом классе. Однажды все, у кого 6 друзей, подарили своим друзьям по шоколадке, а все, у кого 7 друзей, подарили всем своим друзьям по открытке. Маша сосчитала, что общее число подаренных шоколадок равно общему числу подаренных открыток. Сколько человек в классе, если все уместаются в кабинете с 20ю двойными партами? (Е.Иванова) **Ответ.** 26 человек.

Решение. Пусть тех, у кого ровно 6 друзей, x человек, тогда тех, у кого ровно 7 друзей, $N - x$ человек, где N – количество человек в классе. Тогда $6x = 7(N-x)$, откуда $13x = 7N$. Следовательно, число человек в классе кратно 13: 13, 26, 39, 52, Так как в классе мальчиков столько же, сколько девочек, то всего учеников чётное количество. Так как парт 20, то их не больше 40. Отсюда подходит ровно одно число: 26.

5. Мише, Андрею и Гоше подарили 19 яблок. Известно, что каждый из них говорит правду, когда имеет нечётное число яблок и лжёт – когда чётное. Миша сказал: «У меня на одно яблоко меньше, чем у взятых вместе Андрея и Гоши». Андрей сказал: «У меня 6 яблок». Гоша сказал: «У Андрея на 2 яблока меньше, чем у меня». Сколько яблок у Миши? (В.Иванов) **Ответ.** 9 яблок.

Решение. Андрей сказал, что у него 6 яблок. Если бы это была правда, то по условию он должен был бы соврать (так как 6 – чётное число), что приводит к противоречию. Значит, это ложь, поэтому у Андрея чётное число яблок, но не 6. Аналогично с Гошей: Если б у него было нечётное число яблок, то он должен был сказать правду. Но нечётное число не может отличаться от чётного на 2. Значит, Гоша солгал и у него тоже чётное число яблок. Всего всех яблок нечётное число. Значит, у Миши их количество нечётно. Поэтому утверждение Миши верно. То есть сумма яблок у Андрея с Гошей и количество яблок у Миши – два последовательных числа, дающие в сумме 19. То есть 9 и 10. И у Миши 9 яблок.

Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла. В некоторых задачах можно было получить 1 балл за неполный ответ.

В части Б оценивается решение – от 0 до 5 баллов.