Ристо Малчески
Самоил Малчески

МАТЕМАТИЧКИ ТАЛЕНТ П5
(збирка задачи за II и III одделение)

Скопје, 2021

Рецензенти
д-р Катерина Аневска
д-р Методи Главче

СОДРЖИНА

Предговор 5

I Пресметувања и бројни ребуси
I.1. Пресметувања 7
I.2. Бројни ребуси 13
I.3. Равенки и неравенства 14

II Текстуални задачи
II.1. Броеви и цифри 17
II.2. Купуваме и пресметуваме пари 18
II.3. Времето е важно 24
II.4. Задачи со мерни броеви 27
II.5. Разни задачи 29

III Геометриски фигури 35

IV Логика и комбинаторика
IV.1. Венови дијаграми 38
IV.2. Логички главоболки 39
IV.3. Дополнуваме што недостасува 47
IV.3. Занимливи броења 50

Решенија на задачите
I Пресметувања и бројни ребуси
I.1. Пресметувања 53
I.2. Бројни ребуси 64
I.3. Равенки и неравенства 67

II Текстуални задачи
II.1. Броеви и цифри 73

II.2. Купуваме и пресметуваме пари 76
II.3. Времето е важно 89
II.4. Задачи со мерни броеви 97
II.5. Разни задачи 100

III Геометриски фигури 113

IV Логика и комбинаторика
IV.1. Венови дијаграми 120
IV.2. Логички главоболки 122
IV.3. Дополнуваме што недостасува 139
IV.3. Занимливи броења 146

Литература 152

ПРЕДГОВОР

> Ниту едно истражување на човекот не може да се нарече вистинска наука ако не е поткрепено со математички доказ.
>
> Проблематична е веродостојноста на тврдењата во науките каде што нема примена на ниту една математичка дисциплина, т.е. кои не се поврзани со математиката.
>
> Леонардо да Винчи

Книгава *Математички талент* П5 е наменета за талентираните ученици по математика од второ и трето одделение и истата е на извесен начин дополнување на книгите *Математички талент* П1, П2, П3 и П4. Меѓутоа, сметаме дека таа ќе биде интересна и за наставниците кои дел од своето слободно време го посветуваат на математички надарените ученици, како и за бројните вљубеници во математиката. Книгата, всушност, е збирка од 275 решени задачи во која во четири одделни дела се обработени аритметички, текстуални, логички, комбинаторни и геометриски задачи, приспособени за учениците на возраст од шест до осум години.

Природата на задачите содржани во оваа книга е таква што тие се посебно интересни за комисиите кои ги спроведуваат математичките натпревари. Тоа значи дека изборот на задачите е направен со цел развој на квалитетите на мислењето, како и усвојување на методите на решавање задачи, што треба да биде примарна цел на наставата по математика. Притоа, задачите не се систематизирани според сте-

пенот на натпреварувањето, туку тие се распределени по области. Така, на пример, текстуалните задачи се поделени во пет дела, и тоа: *Броеви и цифри*, *Купуваме и пресметуваме пари*, *Задачи со мерни броеви*, *Времето е важно* и *Разни задачи*, а истото се однесува и на разработката на аритметичките, логичките и комбинаторните задачи.

Рецензентите, д-р Катерина Аневска и д-р Методи Главче, придонесоа со своите сугестии и забелешки да се подобри содржината на книгава, за што посебно им благодариме.

И покрај вложениот напор, не можеме да се ослободиме од впечатокот дека се можни значителни подобрувања на оваа збирка решени задачи, како и отстранување на евентуалните пропусти и грешки. Затоа, однапред сме благодарни на секоја добронамерна забелешка, критика и сугестија.

На крајот, ќе ни биде особена чест и задоволство ако оваа збирка придонесе учениците да навлезат во тајните на математиката, а посебно ако математиката им стане животна определба на некои од нив.

Скопје Авторите
мај, 2021 г.

I ПРЕСМЕТУВАЊА И БРОЈНИ РЕБУСИ

I.1. ПРЕСМЕТУВАЊА

1. Пресметај:
$$20-(17-5).$$

2. Пресметај:
$$20-1-(17-8).$$

3. Пресметај:
$$20-12+(14-8).$$

4. Пресметај:
$$20+1-6-2-0+1-6.$$

5. Пресметај:
$$20-2+10-1+18-8.$$

6. Пресметај:
$$18-17+16-15+14-13+12-11+10.$$

7. Пресметај:
$$18-16+14-12+10-8+6-4+2.$$

8. Пресметај:
   а) $20+11-20\cdot 1\cdot 1.$
   б) $21+21-2\cdot(1+12).$

9. Пресметај ја вредноста на изразот:
   а) $2-0+1\cdot 4$,
   б) $20-1+4$,
   в) $20:4+1$.

10. Пресметај:
   а) $20+12-(20-12)$,
   б) $20\cdot 12-(201+2)$,
   в) $20\cdot 12-201+2$.

11. Пресметај:
   а) $20-1\cdot 6+20\cdot 16$,
   б) $201\cdot 6+20-6:1$,
   в) $16-15+14-13+12-11+10-9+8-7$.

12. Пресметај:
$$70-(33-16)+2\cdot(12-2\cdot 6).$$

13. Определи го збирот на точките на ѕидовите на коцка за играње?

14. Броевите 17, 9, 13, 8, 5, 10, 3, 18 и 12 подреди ги по големина почнувајќи од најмалиот, а потоа определи за колку шестиот број е поголем од третиот.

15. Пресметај:
$$A=9+2+4,\ B=8+5+5,\ C=6+7+3,$$
$$D=4+7+7,\ E=5+7+5,$$
   и подреди ги броевите по големина почнувајќи од најмалиот.

16. Пресметај:
$$a=20-17,\quad b=2+0-1+7,\quad c=2-0+1+7,$$
$$d=20-1+7,\quad e=20-1-7$$
   и подреди ги добиените вредности по големина, почнувајќи од најмалата.

17. Во празните полиња запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.

18. На цртичката стави еден од знаците $=, <$ и $>$ за да биде точно:

$5+1\_\_\_4,$ $0+3+2\_\_\_5,$

$3-3\_\_\_2,$ $4+0+1\_\_\_6-2.$

19. На местото на цртичката стави еден од знаците $=, <$ или $>$, при што ќе добиеш точно равенство или неравенство:

а) $7+6\_\_\_19-6$, б) $32+2\_\_\_34-2$,

в) $60-40\_\_\_28-7$, г) $9+11\_\_\_16+4$.

20. На цртичката стави еден од знаците $<, =$ или $>$ така што добиеното равенство или неравенство ќе биде точно:

а) $4+5\_\_\_2+3+5$,

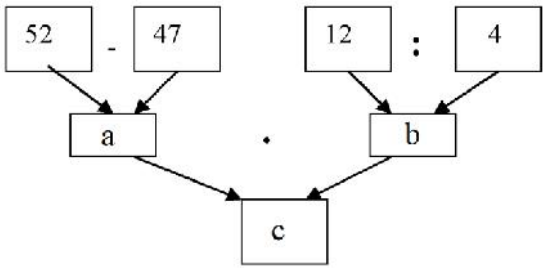
б) $2+3+4+5\_\_\_7+8$,

в) $3+4+5+6+7\_\_\_12+13$,

г) $3+4+5+6\_\_\_2+7+8$,

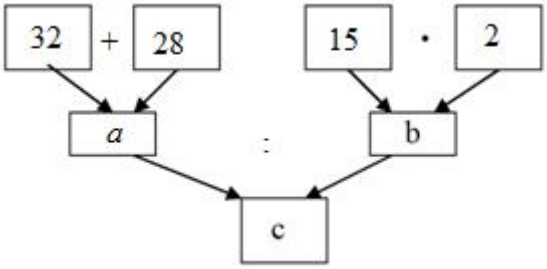
д) $2+3+4+5+6\_\_\_10+9$.

21. Кои броеви треба да се запишат на местата на a, b и c во шемата, за да пресметувањата се точни:

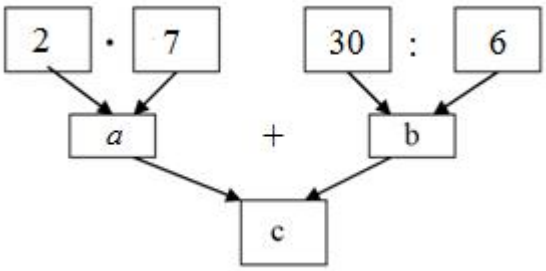


22. Кои броеви треба да се запишат на местата на a, b и c во шема-

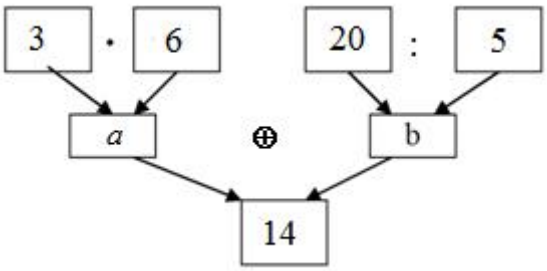
та, за да пресметувањата се точни:



23. Кои броеви треба да се запишат на местата на a, b и c во шемата, за да пресметувањата се точни:



24. Кои броеви треба да се запишат на местата на a и b, и кој знак треба да се стави на местото на $\oplus$ во шемата, за да пресметувањата се точни:



25. Кој знак треба да се стави на местото на * за да биде точно равенството

$$(12 * 2) : 2 = 5.$$

26. Кој знак треба да се стави на местото на ѕвездичката

$$(20 * 13) \cdot 2 = 51$$

за да се добие точно равенство.

27. Кои знаци за операциите треба да се постават на местата на симболите ♥ и ♠ за да биде точно равенството

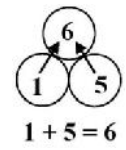
$$25 \heartsuit 15 \spadesuit 3 = 30 .$$

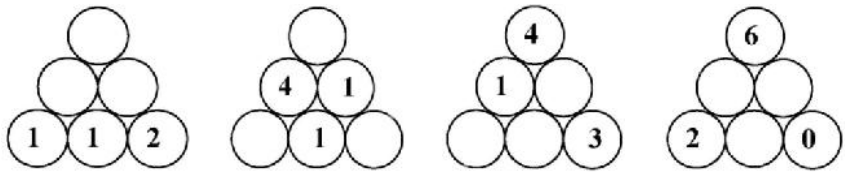
28. На линиите стави два од знаците $+, -$ или $=$ така што ќе биде точно:

$3 \_\_\_ 3 \_\_\_ 6$, $4 \_\_\_ 6 \_\_\_ 2$,
$1 \_\_\_ 4 \_\_\_ 5$, $3 \_\_\_ 4 \_\_\_ 1$.

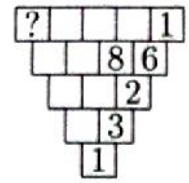
29. Имаме девет картончиња со цифите 0, 1, 2, 3, 4, 5 и знаците $+, -$ и $=$. Искористи ги сите девет картончиња и состави точно равенство. (Број не може да почнува со 0, ако самиот број не е 0.)

30. На цртежот десно е покажано правилото според кое се запишува бројот во кругчето кое се наоѓа на двете кругчиња. Искажи го правилото, а потоа запиши ги броевите кои недостасуваат во кругчињата на следните четири фигури:

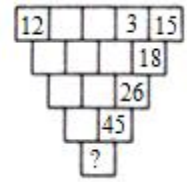




31. Во полињата на цртежот десно секој број е еднаков на разликата на броевите кои се непосредно над него (левиот минус десниот број). На пример бројот 2 од третиот ред е разлика на броевите 8 и 6. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

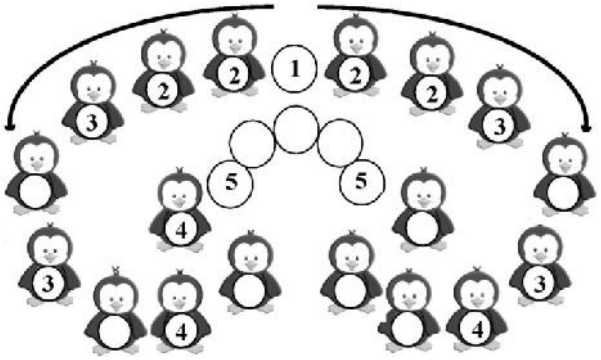


32. Во полињата на цртежот десно секој број е ед-



наков на збирот на броевите кои се непосредно над него (на пример бројот 18 во вториот ред е збир на 3 и 15). Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

33. На долниот цртеж броевите се запишани според определено правило. Откриј го правилото и во празните кругчиња запиши ги броевите кои недостасуваат.



34. Касичката на Филип има шифра, која се состои од 4 едноцифрени броја. Познато е дека:
    - првиот број е еднаков на бројот на десетките во збирот 5 дес. + 23 ед.
    - вториот број е еднаков на збирот на цифрите на најмалиот двоцифрен број,
    - третиот број покажува колку пати се сре-ќава цифрата 3 во записите на броевите од 1 заклучно до 34, и
    - четвртиот број е еднаков на разликата $17-9$.

    Откриј ја шифрата на касичката на Филип.

35. Замислив еден број. На бројот му додадов 8 и добив двоцифрен број помал од 16. Ги собрав двете цифри на добиениот број и на најдениот збир му додадов 1. Така го добив бројот кој го замислив на почетокот. Колку различни можности има за бројот кој го замислив на почетокот?

I.2. БРОЈНИ РЕБУСИ

36. Во даденото равенство замени ги различните букви со различни цифри, а истите букви со исти цифри така што равенството ќе биде точно:

$$A+13=\overline{BB},$$

а потоа пресметај ја вредноста на $\overline{BA}+A$.

37. Во даденото равенство замени ги различните букви со различни цифри, а истите букви со исти цифри така што равенството ќе биде точно:

$$A+5=\overline{BB},$$

а потоа пресметај ја вредноста на $\overline{BA}+A$.

38. Во равенствата

$$\overline{AB}+C+D=\overline{AE} \text{ и}$$
$$\overline{BB}+C-D=\overline{AE}$$

на различни букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри. Која цифра соодветствува на буквата D.

39. Во дадените равенства замени ги различните букви со различни цифри, а истите букви со исти цифри така што равенствата ќе бидат точни:

$$B+C+D=\overline{EE},$$
$$B+C-D=\overline{AE}.$$

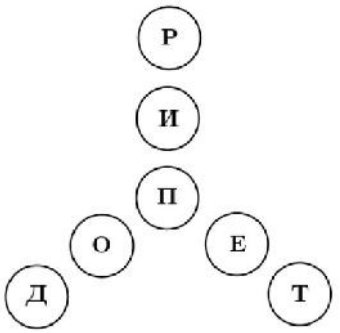
40. Во дадените равенства замени ги различните букви со различни цифри, а истите букви со исти цифри така што равенствата ќе бидат точни:

$$M+I=\overline{MA},$$
$$\overline{MI}+L=\overline{EE}.$$

41. Буквите во кругчињата на цртежот десно замени ги со броевите од 3 до 9 така што важи

$$П + О + Д = П + Е + Т$$
$$= П + И + Р$$
$$= Д + Т + Р$$
$$= О + Е + И.$$

Определи го збирот $Д + Т + Р + П$.



42. Во равенството на различните букви соодветствуваат различни цифри:

$$\overline{AB} + 4 = \overline{CDE}.$$

Кој е бројот: $\overline{EDCBA}$?

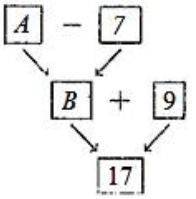
I.3. РАВЕНКИ И НЕРАВЕНСТВА

43. Определи ги непознатите броеви во шемата:

44. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот, за да збирот на броевите запишани во табелата десно е еднаков на 20.

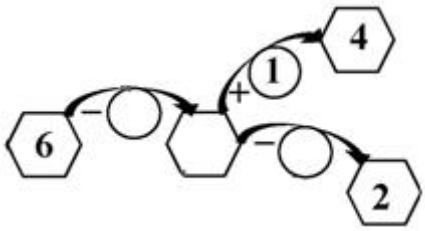
1	3	5	7	?

45. Употреби ги податоците дадени на шемата десно и определи колку е A.

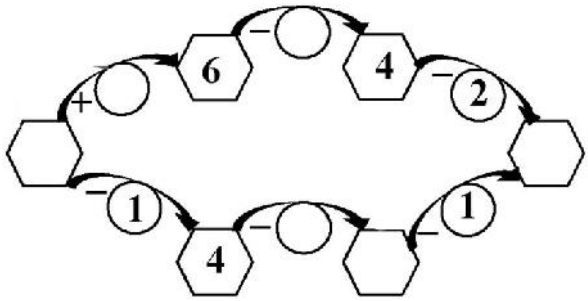


46. Определи ги броевите A и B, така што шемата е точна:

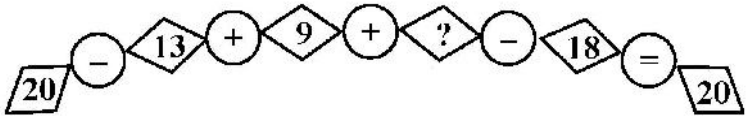
47. Во празните полиња запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



48. Во празните полиња запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



49. Кој број треба да се стави на местото на прашалникот за да е точно равенството:



50. Десно е дадена табела во која е прикажано собирањето на броевите a, b, c со броевите $d, e, 7$. Некои збирови се запишани. Определи го бројот кој треба да се запише на местото на прашалникот.

+	*a*	*b*	*c*
d	3		7
e	5	7	
7		10	?

51. Определи ги ♥ и ♦ ако

$$♥+♦=13$$
$$♦=♥+♥+1.$$

52. Ако

$$\blacklozenge+\blacklozenge+\blacklozenge=6,$$
$$\heartsuit+\heartsuit-\blacklozenge=\clubsuit-\clubsuit,$$
$$\clubsuit+\heartsuit=4,$$
$$\blacklozenge-\heartsuit+\spadesuit=6,$$

определи ги $\blacklozenge$, $\heartsuit$, $\clubsuit$ и $\spadesuit$.

53. Нека

$$\blacklozenge+\bullet+\bullet=\heartsuit+\blacklozenge$$
$$\blacklozenge+\heartsuit+\blacklozenge=\bullet+\heartsuit.$$

На колку $\blacklozenge$ е еднакво едно $\heartsuit$.

54. Определи ги броевите A и B така што пресметувањата во шемата

$$\boxed{A} \xrightarrow{+3} \boxed{B} \xrightarrow{\cdot 2} \boxed{12}$$

ќе бидат точни.

55. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот, за да пресметувањата се точни:

$$3 \xrightarrow{+7} \square \xrightarrow{\times 2} \square \xrightarrow{-3} \boxed{?}$$

56. Определи го најмалиот број кој може да се стави на местото на буквата x така што ќе биде точно неравенството:

$$20-x<9+6.$$

57. Пет пакувања шеќер со различна маса во некој редослед се означени со A, B, C, D и E. Ако D има поголема маса од A и E, масата на C е помала од масата на A, а збирот на масите на E и C е поголем од збирот на масите на A и B, кое пакување има најголема маса?

II ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

II.1. БРОЕВИ И ЦИФРИ

1. Ана пресметала $0+2+4+6+8$, а Јане пресметал $1+3+5+7+9$. Кој добил поголем број и за колку?

2. Збирот на два различни едноцифрени броја е 16. Определи ја нивната разлика.

3. Филип ги запишал броевите од 5 до 22. Колку цифри употребил Филип?

4. Мојата куќа е со број 9. Колку куќи има од нашата страна на улицата меѓу мојата и последната куќа која е со број 21, ако не ја броиме ниту мојата ниту последната куќа?

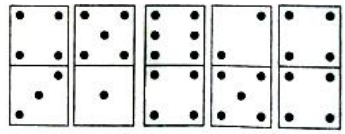
5. Андреј ја пресметал разликата $20-11$. Горјан го пресметал збирот $2+0+1+1$. Кој број е поголем и за колку?
   Решение. Андреј го добил бројот $20-11=9$, а Горјан го добил бројот $2+0+1+1=4$. Значи, бројот што го добил Андреј е за $9-4=5$ поголем од бројот што го добил Горјан.

6. Во нашата улица од една страна се куќите означени со броевите 1, 3, 5 итн. Наспроти $N^{\circ}1$ од другата страна на улицата е $N^{\circ}2$, наспроти $N^{\circ}3$ е $N^{\circ}4$ итн. Мојата куќа е $N^{\circ}9$ од неа ги гледам броевите на куќата која е наспроти мојата куќа и на двете соседни куќи на неа. Определи го збирот на броевите на трите куќи кои ги гледам.

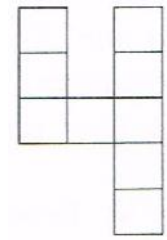
7. Од нашата страна на улицата куќите се нумерирани со броевите 1, 3, 5, ... до најголемиот број 19. Колку куќи има од нашата страна на улицата?

8. Броевите од 1 до 20 се запишани еден по друг:
   1234567891011...1920.
   Колку пати е запишана цифрата 1?

9. Која домино плочка треба да се заврти, за да збирот на точките во горните половини на сите плочки е еднаков на збирот на точките во долните половини на сите плочки?



10. Девет квадратчиња се наредени во форма на буквата Ч (цртеж десно). За две квадратчиња велиме дека се соседни ако имаат заедничко теме. Во секое квадратче е запишан бројот на квадратчињата кои му се соседни. Определи го збирот на сите запишани броеви.



11. Во равенството $2+2+...+2=18$ сите собирци се еднакви на 2. Колку собирци има во ова равенство?

12. Збирот на два едноцифрени броја е 12. Ако од поголемиот го одземеме помалиот, која е најголемата можна разлика што може да се добие?

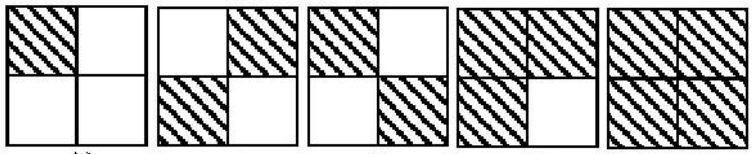
II.2. КУПУВАМЕ И ПРЕСМЕТУВАМЕ ПАРИ

13. Илина има 3 монети од 1 денар, 2 монети од 2 денари и 1 монета од 5 денари. Колку денари има Илина?

14. Иван има 5 монети од по 2 денари и 2 монети од по 5 денари. Колку пари има Иван?

15. Квадратот прикажан на цртежот десно е поделен на 4 помали квадрати, кои содржат пресметувања на цени во денари. Штрафирани се оние помали квадрати, во кои пресметувањата се еднакви на 11 денари. Кој од долните квадрати, кои се прикажани намалени е дадениот квадрат, без притоа истиот да е завртен?

1 + 4 − 5	19 – 8
6 + 4 + 1	7+3+1+8



16. Никола и Бојан сакаат да ја купат новата збирка по математика, која чини 10 евра. Никола забележал дека за да ја купи збирката му недостасуваат 3 евра, а Бојан забележал дека откако ќе ја купи збирката ќе му останат 2 евра. Колку пари имаат заедно Никола и Бојан?

17. Елена им дала на своите синови Горјан и Андреј една иста сума пари. Горјан потрошил 2 евра од парите, а Андреј добиените пари ги ставил во штедната касичка, во која до тој момент имало 5 евра. По колку евра Елена им дала на своите синови, ако тие двајцата сега имаат 13 евра?

18. Второодделенците Ване, Ратка и Цвета заедно имале 8 монети од по 1 денар. Секој од нив имал најмалку по 1 монета и тројцата имале различен број монети. Ване имал најмалку, а Цвета имала најмногу монети. Колку монети може најмногу да има Ратка?

19. Во книжарницата Андреј, Ване, Горјан и Дане купувале исти

пенкала, тетратки и збирки по математика. Андреј купил пенкало, тетратка и збирка и за нив платил 9 евра. Ване купил тетратка и збирка, а Горјан купил тетратка и пенкало, за што двајцата платиле 11 евра. Дане купил збирка и пенкало. Колку пари потрошил Дане?

20. Горјан купил еден колач од 12 денари и една гума за џвакање од 5 денари. На продавачот му дал 20 денари. Колку пари му вратил продавачот на Горјан?

21. Филип купил две банички од по 32 денари и на продавачот му дал банкнота од 100 денари. Колку пари му вратил продавачот на Филип?

22. Горјан вратил две шишиња и добил по 24 денари за секое шише, а сака да купи сладолед од 100 денари. Колку пари треба да додаде Горјан за да го купи сладоледот?

23. За да купи ученички прибор Горјан од родителите добил 11 евра, а за да купи топка Андреј добил 7 евра. Колку пари треба да му даде Горјан на Андреј, за да двајцата имаат еднакви суми пари?

24. Горјан има 13 евра и тој има 5 евра повеќе од Андреј. Андреј има 4 евра помалку од Пабло. Колку пари заедно имаат Андреј и Пабло?

25. Андреј и Пабло заедно имаат толку денари колку што е најмалиот двоцифрен број. Пабло има 2 денари повеќе од Андреј. Колку пари има Пабло, а колку Андреј?

26. Еден сок чини 55 денари и е за 27 денари поскап од еден еклер. Филип купил сок и еклер и на продавачот му дал банкнота од 100 денари. Колку пари му вратил продавачот?

27. Филип купил сок по цена од 56 денари и колач кој бил 24 денари поефтин од сокот. На продавачот му дал банкнота од 100 денари. Колку пари му вратил продавачот на Филип?

28. Гума и молив заедно чинат 35 денари, а две гуми чинат 40 денари. Колку денари една гума е поскапа од еден молив?

29. Купив 9 сладоледи, неколку мали и неколку големи, за што платив 13 евра. Цената на еден мал сладолед е 1 евро, а цената на еден голем сладолед е 2 евра. Колку мали и колку големи сладоледи купив?

30. Во понеделникот попладне во касата на Филип имало 8 евра. Секое утро Филип во касата ставал по 2 евра. Колку евра имал во неделата попладне истата седмица?

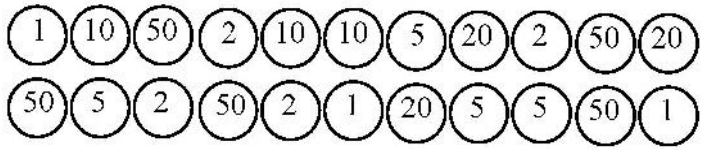
31. Гордана во касичката има 24 денари. На својот роденден таа ставила уште две монети од по 5 денари и 1 монета од 10 денари. Од заштедените пари Гордана купила сок кој чинел 15 денари. Колку пари останале во касичката на Гордана?

32. Горјан има 15 евра. Тој тренира тенис и на трениг оди со градски сообраќај, а картата во двата правци: од дома до тениското игралиште и од тениското игралиште до дома чини 2 евра. Колку пати Горјан може да отиде на тренинг и да се врати?

33. Во продавница за облека две исти кошули чинат 24 евра. За време на „Црниот петок“ сопственикот на продавницата истите две кошули ги продавал за 14 евра. Колку евра било намалувањето на цената на една кошула?

34. Во Европската Унија се користат монети од 1, 2, 5, 10, 20 и 50 евроценти. Пабло ја отворил својата касичка и пребројал дека во неа има 22 монети, кои ги наредил како што е прикажано на цртежот долу. Колку монети имал Пабло чија вредност е пого-

лема од 5 евроценти? Од кој вид монети најмногу имал Пабло?



35. Марио го одвел својот син Пабло да гледаат 3D филм. Тој на касата дал банкнота од 20 евра со која платил еден билет за возрасни кој чинел 8 евра, еден детски билет, кој чинел половина од цената на билетот за возрасни и два пара очила за 3D проекции од по 2 евра. Колку пари му вратил касиерот на Марио?

36. Топка, рекет за тенис и шах заедно чинат 32 евра. Топката и рекетот чинат 14 евра, а рекетот и шахот заедно чинат 23 евра. Колку евра е поскапа топката од рекетот?

37. При продажба на чоколадо кое чини 100 денари се плаќа данок од 5 денари. Колку данок ќе се плати за 3 пакувања од по 5 такви чоколади?

38. Пабло има 3 евра. Баба му му дала 5 евра, дедо му му дал 6 евра. Пабло сака да купи топка која чини 8 евра и книга која чини 7 евра. Колку пари му недостигаат на Пабло за да ги купи топката и книгата?

39. Домаќинот на едно училиште требало да купи 18 еднакви нотези и 1 дневник. Тој од касата на училиштето зел 50 евра и отишол во блиската книжарница. Се покажало дека предметите што требало домаќинот да ги купи вкупно чинат 68 евра, а со парите што ги подигнал од касата на училиштето можел да купи точно 1 дневник и 12 од потребните нотези. Колку чини дневникот?

40. Три тетратки чинат 100 денари. Првата чини 29 денари, а втората е за 19 денари поевтина од третата тетратка. Колку денари заедно чинат првата и третата тетратка?

41. Сума од 100 евра е исплатена во банкноти од 5 и 10 евра. Банкнотите од 5 евра се за 2 повеќе од банкнотите од 10 евра. Со колку банкноти е исплатена целата сума?

42. Пабло во паричникот има 25 евра, од кои 10 монети од 1 евро, 1 монета од 5 евра и неколку монети од 2 евра. На колку различни начини Пабло може, со парите во паричникот, да плати сума од 7 евра, без притоа продавачот да му враќа кусур?

43. Еден молив чини 15 денари, а една гума чини 20 денари. Кој е најмалиот број монети од по 10 денари кои се доволни за да купиш 3 моливи и 2 гуми?

44. На колку различни начини со помош на најмногу пет монети од 1, 2, 5, 10 и 20 евроценти може да се плати налепница која чини 20 евроценти?

45. Андреј има еден брат и две сестри. Родителите решиле да им купат по еден подарок на четирите деца. Тие разгледале 7 книги, чии цени се испишани на налепниците прикажани на цртежот десно. Родителите избрале 4 од книгите и вкупно платиле 50 евра. Определи го производот на цените на трите книги кои не ги купиле родителите на Андреј.

46. Горјан има 25 евра и сака да купи четири топки: сина, зелена, црвена и жолта, но му недостасуваат 4 евра. Ако ги купи зелената и сината топка ќе му останат 11 евра. Ако ги купи жолтата, црвената и сината топка ќе му недостасува 1 евро. Колку пари чини секоја топка, ако жолтата е 1 евро поскапа од сината?

47. Сума од 70 денари е добиена со монети од 5 денари и 10 денари. Вкупниот број монети е 9. Колку монети се од по 5, а колку од

по 10 денари?

48. Во спортска продавница имало по една топка од 5 евра, 6 евра, 8 евра, 9 евра, 10 евра и 21 евро. Пабло купил две од топките, а Филип купил три од топките и платил двојно повеќе од Пабло. Која топка останала непродадена?

49. Племето Маи-таи не знае што се тоа пари и неговите жители разменуваат тоа што произведуваат: животни, градинарски производи, жито, орудија за лов, земјоделски алатки итн. Така, една секира ја разменувале или за 10 стрели или за 2 копја, а 4 копја ги разменувале за 1 овца. Еден жител на племето одгледувал овци. Колку стрели тој ќе добие за 2 овци?

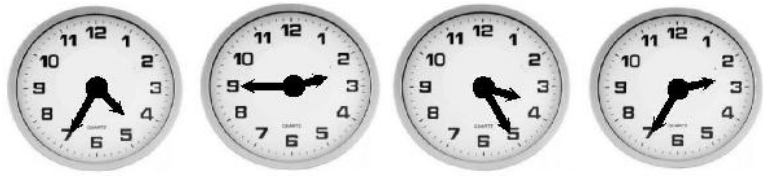
50. Четири сока и три колачи чинат колку три сока и пет колачи. Андреј купил два сока и седум колачи чинат, а Горјан купил пет сока и определен број колачи. Тие потрошиле еднакви суми пари. Колку колачи купил Горјан?

51. Филип купил три кутии со колачи:

Колачите од различните видови имаат различни цени, но цената на секоја од трите кутии е еднаква. Колку колачи од видот ♦ чини еден колач од видот ♠.

II.3. ВРЕМЕТО Е ВАЖНО

52. Во попладневните часови Пабло неколку пати погледнал во ѕидниот часовник и ги видел следниве четири положби на часовните стрелки:



Подреди ги по големина времињата во кои Пабло погледнал во часовникот?

53. Наместо во 17:00 часот една претстава нма куклениот театар започнала 15 минути покасно. Во колку часот завршила претставата, ако таа траела 50 минути?

54. Воз од Белград во Скопје пристигнал во осумнаесет часот без петнаесет минути, при што патувал 5 часа и 30 минути. Во колку часот возот тргнал од Белград?

55. Воз кој тргнал од Скопје и патувал 5 часа и 45 минути во Белград пристигнал во 18:15. Во колку часот возот тргнал од Скопје?

56. Брзиот воз тргнува од Скопје во 05:40 пристигнува во Битола во 08:15. Меѓународниот воз тргнува од Скопје во 06:30 и пристигнува во Гевгелија во 09:07. До кој град подолго се патува од Скопје и за колку минути?

57. Колку минути меѓу 10:00 и 11:00 на дисплејот на дигиталниот часовник ќе има барем една цифра 2:

58. Колку минути во времето меѓу 18:00 и 19:00 збирот на четирите цифри на дигитален часовник е еднаков на 20?

59. Дигиталниот часовник покажува 10:01. По колку минути часовникот првпат повторно ќе покажува број кој исто се чита однапред-наназад и одназад-нанапред:

60. Андреј секој ден почнува да вежба во 10 часот. Прво се загрева 6 минути, потоа вежба 4 минути и одмара 1 минута, па вежба 4 минути и одмара 1 минута и така се до 10 часот и 30 минути. Колку минути вежба Андреј?

61. Баба Јага го украде слаткото на Карлсон и избега кон дома. По 8 минути од кражбата, Карлсон забележа дека слаткото е украдено и потрча по Баба Јага. Во тој момент Баба Јага имаше уште 10 минути да трча до нејзината куќа, но Карлсон трча двапати побрзо од Баба Јага. Дали Карлсон ќе ја стигне Баба Јага?

62. Горјан во својата касичка секоја вечер става по 1 евро. Колку евра Горјан ќе стави во касичката од понеделник напладне до петок напладне следната седмица?

63. Катерина е родена во петок на 24 март. Никола е роден истата година на 28 март. Во кој ден од седмицата е роден Никола?

64. Ако денес е среда, кој ден ќе биде по 17 дена?

65. Горјан е роден на 23 јули 2014 година. Колку полни години ќе има Горјан во февруари 2050 година.

66. Три другарчиња имаат роденден во ист ден и заедно го слават. Тие прават една торта на која ставаат свеќички колку што е збирот на нивните години. Колку свеќички треба да стават на тортата сега, ако минатата година ставиле 29 свеќички?

67. Во еден месец има 5 петоци и 5 недели. На која дата е првата среда во тој месец?

68. Следната година збирот на годините на Пабло и Андреј ќе биде 21. Колкав е денес збирот на годините на Пабло и Андреј?

69. Пред две години браќата Горјан и Андреј заедно имале 21 година. Колку години заедно ќе имаат Горјан и Андреј по 2 години?

70. Збирот на годините на Пабло и Андреј е еднаков на 17. Колку е збирот на нивните години пред три години, ако и двајцата биле веќе родени?

71. Дара знаела колку години има учителката Илина и ѝ кажала на Елена. Елена многу ја сакала учителката, па затоа кога ѝ кажала на Жанета ги намалила годините за 10. Жанета не поверувала, па затоа од око ја зголемила возраста на учителката Илина за 3 години, кажувајќи ѝ ја на Иванка својата верзија. Дома Иванка кажала дека учителката Илина има 36 години, зголемувајќи ја по свое возраста на учителката за 2 години. Колку години има учителката Илина според информацијата која ја пренела Дара?

72. Збирот на годините на Јана и Ана е 25. Јана е три години постара од Ана. Колку години има секое од девојчињата?

73. Едно семејство се состои од татко, мајка и дете. Збирот на нивните години е 49, а пред 3 години бил 41. Колку години има секој член на ова семејство, ако мајката е 21 година постара од детето?

74. Збирот на годините на Андреј и Пабло е 15. Збирот на годините на Андреј и Горјан е 19. Следната година збирот на годините на Пабло и Горјан ќе биде 22. Колку години има секое дете?

75. Ако пролетта во Македонија почнува на 21 март, летото на 22 јуни, есента на 23 септември и зимата на 22 декември, кои две годишни времиња се најдолги?

76. Иван е 4 години помлад од Петар. Петар е постар од Ѓорѓи, Стефан е постар од Диме, Ѓорѓи е постар од Стефан, Иван е помлад од Диме. Колку години Диме е помлад од Ѓорѓи? (Се бројат само цели години.)

II.4. ЗАДАЧИ СО МЕРНИ БРОЕВИ

77. Од јаже долго $2\,m$ прво е исечен дел со должина $9\,dm$, а потоа друг дел со должина $57\,cm$. Колку е долг делот од јажето кој

преостанал?

78. Андреј е $5\,cm$ понизок од Бојан, а Војдан е $3\,cm$ повисок од Андреј. Како се подредени момчињата по височина, почнувајќи од највисокото?

79. Ана е за $2\,cm$ повисока од Билјана, која е за $3\,cm$ пониска од Вера. Ако Билјана порасне за $2\,cm$ ќе биде висока колку Калина. Кое девојче е највисоко?

80. Андреј е $3\,cm$ повисок од Филип, кој е $4\,cm$ понизок од Пабло. Ако Андреј порасне $6\,cm$, ќе биде висок $141\,cm$. Колку е висок Пабло?

81. Една жаба, по права патека, прави скокови со должина $1\,m$. Таа прави 5 скока напред, па 2 назад, потоа пак 5 скока напред, па 2 назад итн. Колку скокови ќе направи жабата кога за прв пат ќе се наде на $14\,m$ од почетната положба?

82. На некој семафор еден зад друг застанале два автобуси и три автомобили. Секој автобус е долг $12\,m$, а секој автомобил е долг $3\,m$. Меѓу секои две возила има растојание од $1\,m$. Колку е долга колоната на овој семафор?

83. Пред семафорот има колона во која има моторцикл, автомобил, моторцикл, автомобил итн. Секој автомобил е долг $3\,m$, секој моторцикл е долг $2\,m$ и меѓу секои две возила има растојание од $1\,m$. Пред семафорот има 7 моторни возила. Колку е долга колоната?

84. Минатата година Пабло беше $8\,cm$ повисок од Филип. Оваа година Пабло парасна $7\,cm$, а Филип порасна $12\,cm$. Кој е повисок и за колку сантиметри?

85. Две јаболки и три круши имаат маса колку три јаболки и една круша. Колку круши имаат маса како две јаболки? (Сите јаболки имаат иста маса. Сите круши имаат иста маса.)

86. Три банани имаат еднаква маса колку две јаболка. Ако 6 јаболка имаат маса $1\,kg$, колку банани имаат маса $2\,kg$. (Сите банани имаат еднаква маса. Сите јаболка имаат еднаква маса.)

87. Два ореви и три бадеми имаат маса $70\,g$. Еден орев и еден бадем имаат маса $30\,g$. Колкава е масата на два бадеми и три ореви? (Сите бадеми имаат еднаква маса и сите ореви имаат еднаква маса.)

88. Масата на една кутија со еден лешник во неа е $34\,g$, а масата на иста таква кутија со два лешника во неа е $43\,g$. Масата на иста таква кутија со 3 лешника и 1 бадем е еднаква на $60\,g$. Колкава е масата на еден бадем?

II.5. РАЗНИ ЗАДАЧИ

89. Ако поделам 20 јаболки на 13 деца, така што секое дете добие барем по едно јаболко, кој е најголемиот број јаболка што може да ги добие едно дете?

90. Горјан во понеделникот препливал две должини на базенот, во вторникот препливал три должини на базенот и така секој следен ден тој препливувал по една должина на базенот повеќе отколку претходниот ден. Колку вкупно должини на базенот препливал Горјан од понеделник заклучно до сабота истата седмица?

91. На едно дрво има 18 јаболки, а на друго има 7 јаболки повеќе. Колку јаболки вкупно има на двете дрвја?

92. За време на Новогодишните празници Андреј и Пабло треба да напишат домашна од по 11 задачи. Андреј засега решил 4 задачи и му останууваат за решавање толку задачи колку што решил Пабло. Колку задачи му останууваат на Пабло да реши?

93. Марија има две јагоди помалку од Ѓорѓи, а тој има една јагода помалку од Елеонора. Ако Марија има 9 јагоди, колку јагоди има Елеонора?

94. Горјан има 4 јаболки, 7 круши и 10 сливи. Андреј има 2 јаболки, 5 круши и 8 сливи. Кој има повеќе плодови, Горјан или Андреј и за колку?

95. Горјан изел 7 круши и 11 сливи, Пабло изел 4 круши и 6 сливи, а Андреј изел 2 круши и 3 сливи. Колку плодови помалку заедно изеле Пабло и Андреј од Горјан.

96. Горјан има два ореви повеќе од Андреј, кој пак има пет ореви помалку од Пабло. Колку ореви има Пабло, ако бројот на оревите на Горјан е најмалиот непарен двоцифрен број?

97. Пабло имал 12 бонбони. Тој на Филип му дал две бонбони повеќе отколку што зачувал за себе. Колку бонбони му дал Пабло на Филип?

98. Горјан и Андреј вкупно изеле 19 јаготки. Горјан изел 5 јаготки повеќе од Андреј. Колку јаготки изело секое дете?

99. Зајакот Ушко во понеделникот изел 1 морков, во вторникот изел 2 моркова, а потоа од средата до неделата секој ден јадел по 3 моркови. Колку моркови изел Ушко во текот на целата седмица?

100. Во училницата има 8 момчиња, а бројот на девојчињата е за 3 поголем од бројот на момчињата. Од училницата излегле 4 деца. Колку деца останале во училницата?

101. На игралиштето вкупно има 20 деца. Тие носат дресови со броевите од 1 до 20. Сите деца од број 8 до број 18, заклучно, имаат зелени балони, а преостанатите деца имаат сини балони. Колку деца имаат сини балони?

102. На почетната постојка во еден автобус се качиле возачот и 18 патници. На втората постојка слегле 7 и се качиле 11 луѓе, меѓу кои биле и двајца контролори. На следната постојка слегле контролорите и еден патник. Колку луѓе потоа имало во автобусот?

103. На болниот мачор Дивко треба да му се даваат лекарства: првите два дена по 3 таблети, а следните шест дена по 2 таблети. Колку таблети се потребни за лечење на мачорот?

104. На кинолошки натпревар (натпревар на кучиња) секој сопственик на куче водел по едно куче. Колку сопственици имало, ако кучињата имале вкупно 24 нозе?

105. Цветанка подготвила колачи и ги поделила подеднакво на Горјан, Андреј и Пабло. Андреј изел дел од своите колачи по што му преостанале 5 колачи. Пабло ги изел своите колачи и изел 2 од колачите на Андреј. На крајот Горјан изел 12 колачи, по што веќе немало колачи. Колку колачи направила Цветанка?

106. Меѓу секои два ката на една зграда има 22 стапала. Колку стапала треба да искачи Андреј за да од третиот кат отиде кај Пабло на седмиот кат?

107. Меѓу секои два ката на една зграда скалите имаат еднаков број стапала. За да се качи од првиот до третиот кат Андреј треба да искачи 36 стапала. Колку стапала треба да искачи Андреј за да

се искачи од првиот до шестиот кат?

108. Меѓу секои два ката на една зграда скалите имаат еднаков број стапала. Горјан за да се качи од првиот до четвртиот кат искачил 51 скалило. Колку стапала треба да искачи Горјан за да стаса од третиот до седмиот кат?

109. Алејата во паркот во „Ново Лисиче“ е осветлена со седум улични светилки. Меѓу секои две соседни светилки има по три клупи за седење. Колку клупи за седење има во алејата?

110. На една плажа покрај Охридското езеро има пет пунктови за спасување. Меѓу секои два пункта спасителите изградиле по два песочни замоци. Колку песочни замоци има меѓу првиот и последниот пункт за спасување?

111. На Охридското езеро во трка за големи едрилици учествуваат седум едрилици. Секоја едрилица има екипаж од три члена. Колку луѓе учествуваат во трката?

112. Марко купил 10 кутии во кои сакал да запакува поклони за 8-ми март. Во 5 од кутиите тој ставил по еден парфем, а во 4 кутии ставил по еден крем за раце. Притоа во 2 кутии тој ставил и парфем и крем за раце. Колку кутии останале празни?

113. Пабло има четири кутии со чоколади. Во секоја кутија има различен број чоколади, најмалку 3 и најмногу 6. Колку чоколади има Пабло?

114. Андреј има осум кутии со бонбони. Во секоја кутија има различен број бонбони, при што во секоја кутина има најмалку една и најмногу осум бонбони. Колку бонбони има Андреј?

115. Четири деца на излет понеле сендвичи. Секое дете понело најмалку два сендвичи и нема две деца кои понеле еднаков број

сендвичи. Кој е најмалиот можен број сендвичи кои децата го понеле на излет?

116. Во една куќа има пет соби и во секоја соба има барем по две столици. Во секоја соба има различен број столици. Определи го најмалиот можен број столици во куќата.

117. Во една спортска сала има шест шкафови и во секој шкаф има најмалку по три топки. Не постојат два шкафа во кои има еднаков број топки. Сите топки се сместени во шесте шкафови. Определи го најмалиот број топки кои може да ги има во салата.

118. Во една спортска сала има шест шкафови и во секој шкаф има најмалку по три топки. Не постојат три шкафови во кои има еднаков број топки. Сите топки се сместени во шесте шкафови. Определи го најмалиот број топки кои може да ги има во салата.

119. Пабло и 4 други деца имаат 18 топчиња за тенис. Ниту едно од другите деца нема помалку топчиња од Пабло. Кој е најголемиот број топчиња што може да ги има Пабло?

120. Елена нацртала повеќе цртежи од Марија, а Марија нацртала повеќе цртежи од Виолета. Трите заедно нацртале вкупно 12 цртежи. Ако Виолета нацрта уште три цртежи, тогаш таа ќе има повеќе цртежи од Елена. Колку цртежи нацртало секое девојче?

121. Горјан, Пабло и Андреј имаат вкупно 20 топчиња, при што секој има различен број топчиња. Секои две момчиња заедно имаат повеќе од 11 топчиња. Горјан има најмногу, а Андреј има најмалку топчиња. Колку топчиња има Андреј?

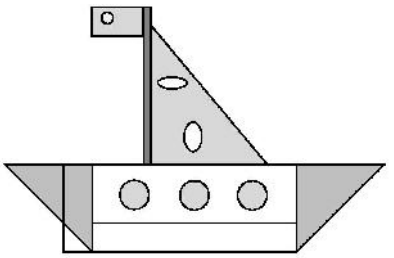
122. Во текот на четири последователнио дена Горјан решил 18 задачи. Притоа секој ден решавал по една задача повеќе од претходниот ден. Колку задачи решил Горјан првиот ден?

123. На еден математички натпревар биле зададени 6 задачи. За секој точен одговор се добивале по 5 поени, за нецелосен одговор се добивале по 2 поени и за неточен одговор се добивале по 0 поени. Марко освоил 19 поени. Колку точни и колку неточни одговори дал Марко?

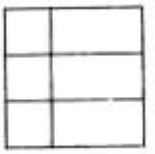
124. Една фудбалска екипа на шест натпревари освоила 11 бодови. Во фудбалот за победа се добиваат 3 бода, за нерешен резултат се добива 1 бод и за пораз се добиваат 0 бодови. Колку натпревари победила, а колку загубила оваа екипа?

III ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ

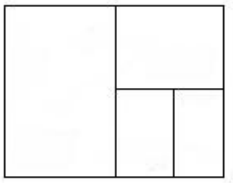
1. По колку кругчуња, триаголници и правоаголници се прикажани на цртежот десно?



2. Колку квадрати содржи фигурата прикажани на цртежот десно?

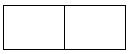


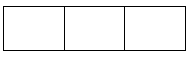
3. Колку правоаголници се прикажани на цртежот десно? (Квадратот е правоаголник.)



4. Колку квадрати се прикажани на цртежот десно?

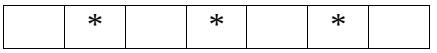
5. Фигурата прикажа на цртежот десно содржи девет отсечки со крајни точки во темињата на двете квадратчиња (седум единечни отсечки и две отсечки составени од по две единечни отсечки). Колку отсечки со крајни точки во темињата на трите квадратчиња содржи фигурата прикажана на левиот цртеж?



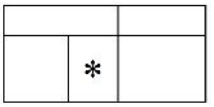


6. Во колку правоаголници на фигурата прикажана на цртежот десно го има знакот ♡? (Квадратот е правоаголник.)

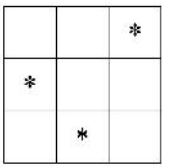
7. Колку правоаголници кои содржат само една ѕвездичка се прикажани на цртежот десно?



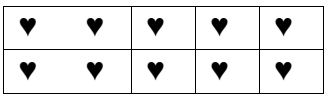
8. Определи го бројот на сите правоаголници во кои има ѕвездичка.



9. Во колку правоаголници претставени на цртежот десно има точно по една ѕвездичка? (Квадратот е правоаголник.)

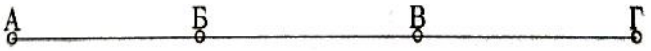


10. Колку правоаголницииима на цртежот, во кои има точно по два знаци ♥?



11. Селата А, Б, В и Г се подредени во тој редослед на патот (види цртеж). Растојанието од А до Г е $20\ km$, од А до В е $15\ km$, а од Б до Г е $14\ km$. По колку километри има меѓу секои две села?

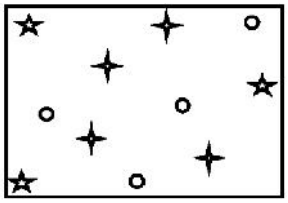
12. На долниот цртеж е дадена отсечка $АГ$ и на неа точки $Б$ и $В$ такви што $\overline{АГ} = 1\,m$, $\overline{АВ} = 7\ dm$ и $\overline{БГ} = 6\ dm$. Пресметај ја должината на отсечката $БВ$.



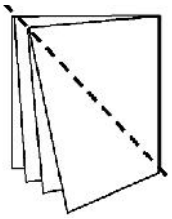
13. Триаголник и правоаголник имаат еднакви периметри. Должините на страните на правоаголникот се $21\,cm$ и $12\,cm$. Должините на две страни на триаголникот се по $20\,cm$. Определи ја должината на третата страна на триаголникот.

14. Квадрат со страна со должина $4\,cm$ е залепен за подолгата страна на правоаголник со должини на страни $3\,cm$ и $10\,cm$. Колкав е периметарот на добиената фигура?

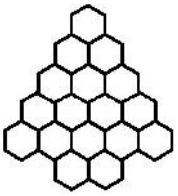
15. За роденден Филип добил торта со три вида украси. Тој сака тортата, со две прави, да ја подели тортата на четири дела така што секој дел е различно украсен. Помогни му на Филип тоа да го направи. Украсите не смее да се сечат.

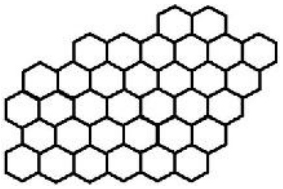


16. Бел магичен лист хартија ја менува својата боја во црна на местата каде бели страни ќе се најдат една наспроти друга. Квадратен магичен лист е превиткан два пати како на цртежот десно, а потоа е пресечен по испрекинатата линија. Колку од добиените делови се црни на двете страни?

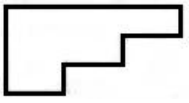


17. На часот по ликовно воспитување Пабло нацртал од исти полиња и изрежал две елки, со облик како што е прикажано на цртежот десно. Потоа тој ги залепил елките една до друга и ја добил фигурата прикажана на долниот цртеж. Оддели ги двете елки.





18. На колку начини фигурата прикажана на цртежот десно може да се расече на три правоаголници.



19. Горјан точно ги пребројал рабовите на една коцка, а Пабло точно ги пребројал темињата на коцката. Определи го збирот на броеви кои ги добиле Горјан и Пабло.

IV ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

IV.1. ВЕНОВИ ДИЈАГРАМИ

Секоја задача од овој дел се решава со помош на Венов дијаграм, за што пресметикте се дадени во решенијата на задачати. Нацртај ги дијаграмите.

1. Во еден вагон има десет купиња. Во осум купиња има мажи, а во пет има жени. Едно од купињата е празно. Во колку купиња има и мажи и жени:

2. Во едно одделение има 27 ученици. Од нив 19 тренираат пливање, 17 се членови на извидничката секција и 6 ниту тренираат пливање, ниту се членови на извидничката секција. Колку деца од ова одделение тренираат пливање и се членови на извидничката секција?

3. Транспортната компанија „Превозник“ има 24 автобуси. Од нив 17 се климатизирани, а 9 имаат видео. Притоа 5 автобуси имаат видео и се климатизирани. Колку автобуси не се климатизирани и немаат видео?

4. Во едно одделение има 26 ученици. Од нив 13 учат англиски јазик, 9 учат германски јазик, а 4 деца учат и англиски и германски јазик. Колку деца не учат ниту англиски, ниту германски јазик?

5. Во автобус иам 9 девојчиња и 11 момчиња, од кои 13 деца носат ранци. Ако 8 момчиња носат ранци, колку момчиња и колку девојчиња не носат ранци?

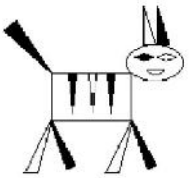
6. Во едно одделение има 11 девојчиња и 14 момчиња. Од нив 17 деца се со кафеава коса, а останатите се со руса коса. Ако шест девојчиња имаат руса коса, колку момчиња имаат кафеава коса?
Решение. Руса коса имаат $11+14-17=25-17=8$ деца. Од нив 6 се девојчиња, па затоа руса коса имаат $8-6=2$ момчиња. Конечно, $14-2=12$ момчиња имаат кафеава коса.

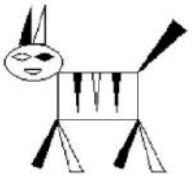
IV.2. ЛОГИЧКИ ГЛАВОБОЛКИ

7. На долните цртежи се прикажани пет чинии. Четири од нив се од еден сервис, но една не е од истиот сервис. Која е таа чинија?

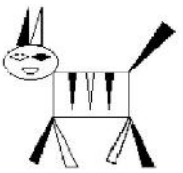
А Б В Г Д

8. Мачката на Пабло е прикажана на цртежот десно. Пабло ја гледал мачката во огледало. Што видел Пабло?

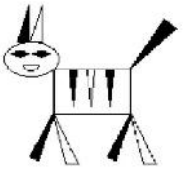




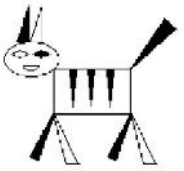
А)



Б)

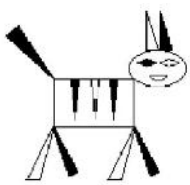


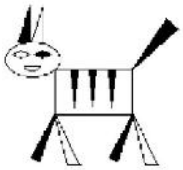
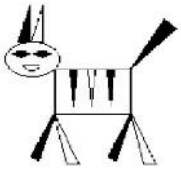
В)

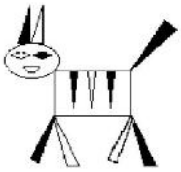
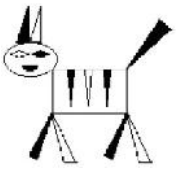


Г)

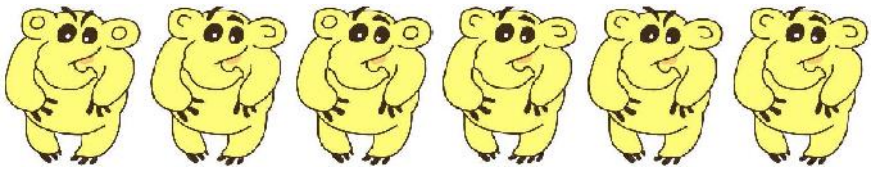
9. Мачката на Пабло е прикажана на цртежот десно. Пабло ја гледал мачката во огледало. Што видел Пабло?



А)  Б) 

В)  Г) 

10. Во марсовското семејство Зефирец има шест браќа, двајца од кои се близнаци, кои личат еден на друг како две капки вода. Како се викаат близнаците?



Макс Вакс Пакс Ракс Факс Какс

11. Чуварите на Смарагдниот град известиле дека над градот виделе вештерка како лета на метла (цртеж десно). Која вештерка ја виделе чуварите, ако тие ги имаат фотографиите на сите шест вештерки?

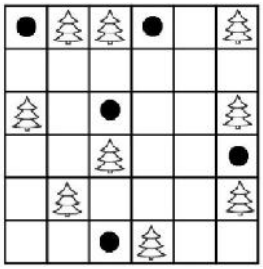
Анфиса Бастинда Риана

Данида Гингема Виолета

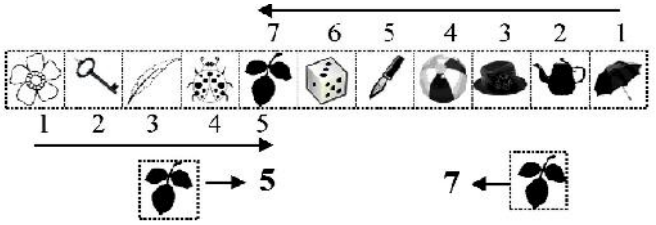
12. Пабло секоја од буквите во зборот МАТЕМАТИКА ја заменил со следната буква од азбуката. Што добил Пабло?

13. Маша од сиви и бели картончиња составила збор (види цртеж). Горазд забележал дека може да се заменат местата на две картончиња така што боите на картончињата непосредно ќе се менуваат. Кои се тие картончиња?

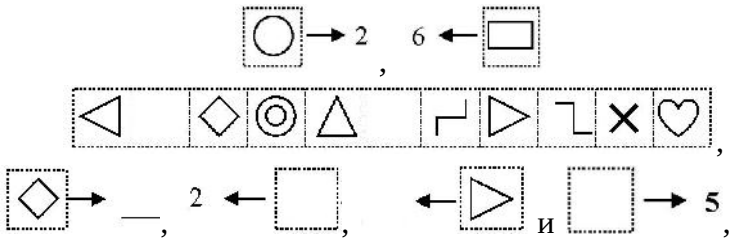
14. Во паркот има неколку елки и двострани рефлектори ●. Рефлекторите ги осветлуваат елките строго по хоризонтала (↔) и по вертикала (↕). Со X означи ги елките кои се осветлени точно од два рефлектори, а со 0 означи ги елките кои воопшто не се осветлени.



15. На долните цртежи е покажано правилото според кое на предметите им се придружуваат броевите:



Разледај ги следните цртежи:



а потоа според истото правило дополни што недостасува.

16. Поштарот Марко секогаш носи писмо од поштата до куќата на Филип за 20 минути. За колку минути поштарите Марко и Дарко заедно ќе го однесат писмото до куќата на Филип.

17. Курир пренесува писмо од градот А до градот Б за 3 часа. Колку време им е потребно на три курири да го пренесат писмото од А до Б, ако се движат со истата брзина?

18. На плажа на Охридското езеро има пет деца. Познато е дека, ако било кои две од децата влезат во езерото, тогаш барем едно од нив знае да плива. Кој е најголемиот можен број деца кои не знаат да пливаат?

19. На плажа на Охридското езеро има осум деца. Познато е дека, ако било кои три од децата влезат во езерото, тогаш барем едно од нив знае да плива. Кој е најмалиот можен број деца кои знаат да пливаат?

20. Ако поделиме 19 јаболки на 12 деца, така што секое дете ќе добие барем по едно јаболко, колку јаболки најмногу може да добие едно дете?

21. Горјан седи во шестиот вагон од возот, ако се брои однапред-наназад. Ако се брои одназад-нанапред, тој седи во осмиот вагон. Колку вагони има возот?

22. Воз има десет вагони. Горјан седи во петтиот вагон, ако броиме однапред-наназад. Филип седи еден вагон понапред од Горјан. Ако броиме одназад-нанапред, во кој вагон седи Филип?

23. На еден натпревар по математика учествувале 23 ученици. По Пабло се пласирале 18 ученици, а пред Андреј биле 9 ученици. Колку деца се пласирале меѓу Пабло и Андреј?

24. Во фрижидерот на семејството Јакопетрески има 4 свински паш-

тети, 6 кокошкини паштети и 8 детски паштети, но на нив нема етикети, па затоа сите изгледаат еднакво. Кој е најмалиот број паштети кои што треба да ги земе г-ѓата Јакопетреска, за да меѓу нив со сигурност има една детска паштета?

25. Во една кутија има две бели, три сини и четири црвени топчиња. Кој е најмалиот број топчиња што треба да го извадиме без да гледаме, за да сме сигурни дека сме извадиле топчиња од трите бои?

26. Во една торба има 1 жолто, 4 црвени и 4 зелени јаболка. Кој е најмалиот број јаболки, што треба да ги земеме без да гледаме, за да сме сигурни дека сме извадиле две јаболка со иста боја?

27. Горјан купил осум на изглед еднакви кутии со чоколатца. Во пет кутии има по 7 чоколатца, а во три кутии има по 6 чоколатца. Определи го најмалиот број кутии кои Горјан треба да ги отвори, за да е сигурен дека ќе има најмалку 20 чоколатца.

28. Во кутија има 4 карамелни, 6 ментол и 8 чоколадни бомбони, сите со исто пакување. Кој е најмалиот број бонбони кои треба да ги земеме, за да сме сигурни дека меѓу земените бонбони има бонбони од трите вида?

29. Секој ѕид на една коцка треба да се обои во една боја така што соседните ѕидови се разнобојни. Определи го најмалиот број бои со кои тоа може да се направи.

30. Еден возач ги извадил четирите гуми од автомобилот и потоа на произволен начин ги ставил на колата. Дали е можно
    а) ниту една гума да не е на старото место,
    б) точно една гума да е на старото место,
    в) точно две гуми да се на старите места,
    г) точно три гуми да се на старите места.

31. Во градината на принцезата Златокоса има јаболкница со 12 златни јаболка. Градината секоја ноќ ја посетува самовила. Ако самовилата е расположена, таа со волшебен прав ќе ја посипе јаболкницата, по што ќе пораснат три нови јаболки и самовилата си оди. Ако самовилата не е расположена, таа бере едно јаболко и си оди. Колку јаболки може да има на дрвото по три последователни посети на самовилата?

32. Четири деца требало да погодат колку џамлии има во една чинија. Едно од децата кажало 37, другото кажало 39, третото кажало 42 и последното кажало 45. Се покажало дека едно од децата не погодило за 1 џамлија, а другите не погодиле за 2, за 4 и за 6 џамлии. Колку џамлии имало во чинијата?

33. Ана, Бобан, Вики, Галина и Дана застанале во колона еден зад друг во некој редослед. Бобан е понапред од Ана, но е поназад од Дана. Галина е понапред од Бобан. Името на последниот започнува со согласка. Која по ред е Вики во колоната?

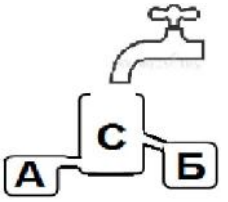
34. Дијана е повисока од Ана, но е пониска од Кате. Бојан е повисок од Ана, а Виктор е понизок од Ева. Дијана е повисока од Бојан и Кате е пониска од Виктор. Кое од шесте деца е највисоко?

35. Андреј, Пабло, Филип и Горјан знаат по еден виц. Четирите вицови се различни. Ако двајца разговараат по телефон, секој ги раскажува сите вицови кои до тогаш ги знае. Докажи дека се доволни четири разговори за секое дете да ги научи сите вицови?

36. На фудбалски турнир учествувале 4 екипи. Секоја екипа играла со секоја друга екипа по еден натпревар. За победа се освојуваат 3 бода, за нерешен резултат 1 бод и за пораз 0 бодови. Една екипа имала 6 бодови, а друга имала 5 бодови. На крајот од турнирот сите екипи имале различен број бодови. Колку бодови имале заедно четирите екипи?

37. На еден фудбалски турнир учествувале четири екипи. Во фудбалот за победа се добиваат 3 бода, за нерешен резултат 1 бод и за пораз 0 бодови. На крајот од турнирот сите екипи освоиле различен број бодови. Една екипа имала 9 бодови, а друга имала 2 бода. Колку бодови освоила второпласираната екипа на турнирот?

38. Горјан сака да наполни со вода од чешма чуден сад, прикажан на цртежот десно. По кој редослед ќе се наполнат деловите А, Б и Ц, кога Горјан ќе пушти водата од чешмата да тече во садот?



39. На десната страна на улицата има четири куќи – сина, жолта, зелена и црвена (во овој редослед). Ласте не живее во црвената куќа. Соседи на Зоран се Марко и Ема. Кој во која куќа живее ако Ласте не живее до Ема?

40. Марија, Ирина и Светлана имале три знаменца. На првото бело знаменце бил бројот 1, на второто зелено знаменце бил бројот 2 и на третото црвено знаменце бил бројот 3.
Марија рекла: Ирина не беше со зелено знаменце.
Ирина рекла: Светлана носеше бело знаменце.
Светлана рекла: Вие двете излагавте.
Кој е бројот на знаменцето кое го носела Марија, ако Светлана секогаш ја говори вистината?

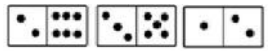
41. Во еден ред се наоѓаат 5 луѓе, секој од кои е или лажливец (секогаш лаже) или е витез (секогаш ја говори вистината). Секој од нив рекол: „Лево од мене има повеќе лажливци отколку десно.“ Колку од овие пет луѓе ја кажале вистината?

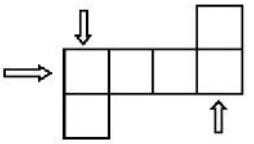
42. Седум витези и лажливци се наредени во колона еден зад друг. Витезите секогаш ја говорат вистината, а лажливците секогаш лажат. На прашањето: „Дали пред тебе е витез или лажливец?“

сите одговориле дека пред нив е лажливец. Колку лажливци има во колоната?

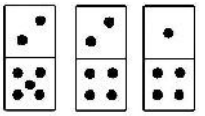
43. Во колона застанале витези и лажливци. Витезите секогаш ја говорат вистината, а лажливците секогаш лажат. На прашањето: „Што стои пред него, а што зад него, витез (В) или лажливец (Л)?“ сите одговориле дека пред него и зад него во колоната се наоѓа лажливец. Определи го најголемиот можен број лажливци во колоната?

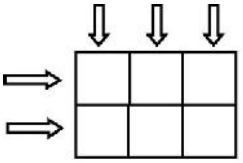
44. Андреј сака да дознае во кој ден од седмицата е роден Пабло. Андреј може да го прашува Пабло и тој ќе му одговара точно само со ДА или НЕ. Покажи дека со најмногу три прашања Андреј може да дознае во кој ден од седмицата е роден Пабло.

45. Андреј домината  ги наредил како што е покажано на цртежот десно. Се покажало дека збирот на точките во секоја од двете колони е еднаков на збирот на точките во редот, како што е прикажано на цртежот. Како Андреј ги наредил домината?

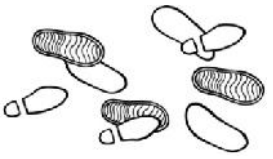


46. Пабло домината прикажани на цртежот десно ги наредил како што е покажано на цртежот лево. Се покажало дека збирот на точките во секоја од трите колони е еднаков и дека збирот на точките во секој од двата реда (цртеж лево). Како Андреј ги наредил домината?



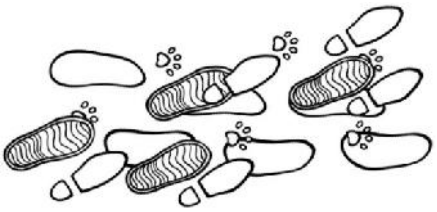


47. Ноќеска врнеше снег. Утринава Горјан по свежиот снег прошета во кожени чизми кои оставаат трага , Андреј прошета во чевли кои оставаат трага и Пабло прошета во гумени чизми кои ос-



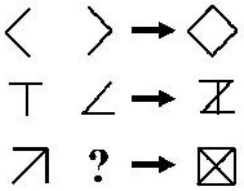
таваат трага . Тие во дворот ги направија трагите кои се прикажани на цртежот десно. Во кој редослед шетаа Горјан, Андре и Пабло?

48. Ноќеска врнеше снег. Утрина-ва Горјан по свежиот снег прошета во кожени чизми кои оставаат трага , Андреј прошета во чевли кои оставаат трага , Пабло прошета во гумени чизми кои оставаат трага и мачорот Дивко прошета при што остави трага . Тие во дворот ги направија трагите кои се прикажани на цртежот десно. Во кој редослед шетаа Горјан, Андре, Пабло и Дивко?

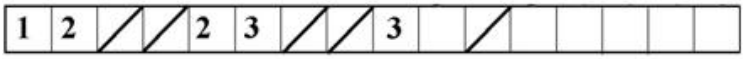


IV.3. ДОПОЛНУВАМЕ ШТО НЕДОСТАСУВА

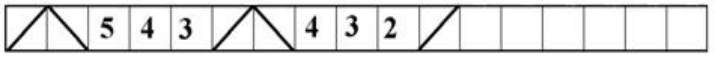
49. Каква фигура треба да се постави на местото на прашалникот на долниот цртеж?



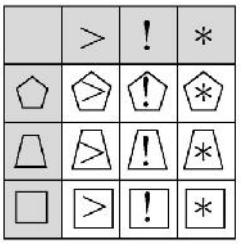
50. Фигурата прикажана на долниот цртеж е составен според опре-делено правило. Откриј го првилото и потоа пополни ги празни-те квадратчиња.



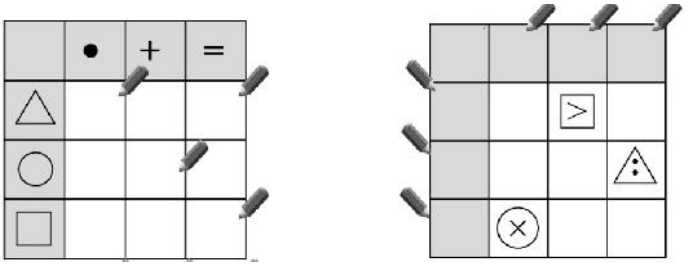
51. Фигурата прикажана на долниот цртеж е составен според опре-делено правило. Откриј го првилото и потоа пополни ги празни-те квадратчиња.



52. На долниот цртеж е дадена табела која е составена според определено правило.



Откриј го правилото и на долните две табели пополни ги полињата кои се покажани со моливчињата.



53. Броевите 1, 2, 3, 4 и 5 се запишани на пет картончиња (на секое картонче по еден број). Филип избрал четири картончиња и ги поставил во празните квадратчиња на цртежот десно, но така што во полињата со заедничко теме броевите се различни. Определи го збирот на четирите нови броеви кои ги поставил Филип.

1	2	3	1

54. Во секое квадратче од табелата прикажана на цртежот десно треба да се стави еден од броевите 1, 2, 3 или 4. Притоа во квадратчињата со заедничко теме броевите мора да се различни. Пресметај го збирот на броевите запишани во полињата во кои е запишан знакот прашалник.

3	2	1	4
	?	?	

55. Во табелата составена од девет квадратчиња Горјан запишал девет различни броеви, така што збировите на запишаните броеви во секој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала се еднакви. Потоа избришал четири од запишаните броеви. Определи го збирот на избришаните броеви.

5		
6		2
1	8	

56. Во секое квадратче на цртежот десно треба да се запише по една од мбуквите **С, М** и **Т** така што во секој ред и во секоја колона да нема две исти букви.

С		
	М	

57. Во секое од празните квадратчиња на цртежот десно запиши по еден од броевите 1, 2, 3 или 4, така што во секој ред, секоја колона и на двете дијагонали се запишани различни броеви. Колку е збирот на броевите запишани во сивите квадратчиња?

1			
			2
	3		
		4	

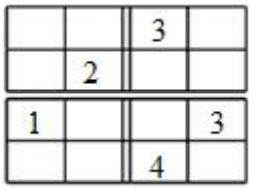
58. Табелата прикажана на цртежот десно треба да се дополни така што во секој ред, секоја колона и во секој аголен 2×2 квадрат треба да има по една од цифрите 1, 2, 3 и 4. Која цифра треба да се запише на местото на знакот X ?

			X
	3	2	
	1		
4			3

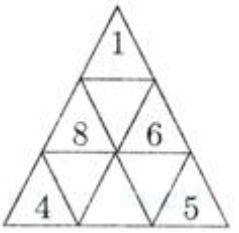
59. Во секое празно поле на табелата десно стави еден од броевите 1, 2, 3 или 4 така што во секој ред, во секоја колона и во секој 2×2 квадрат ограничен со две линии ќе запишеш различни броеви. Определи го збирот на броевите запишани во аголните полиња на пополнетата табела.

		1	
	4		
2			1
		2	

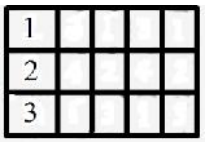
60. Во секое празно поле на табелата десно стави еден од броевите 1, 2, 3 или 4 така што во секој ред, во секоја колона и во секој 2×2 квадрат ограничен со две линии ќе запишеш различни броеви. Определи го збирот на броевите запишани во аголните полиња на пополнетата табела.



61. Во празните полиња на цртежот десно запиши ги броевите 2, 3, 7 и 9, така што во полињата со заедничка страна не се запишани последователни броеви.



62. На фигурата прикажана на цртежот десно во секое поле треба да се запише еден од броевите 1, 2, 3 или 4. Притоа во полињата кои имаат заедничко теме треба да бидат запишани различни броеви. Определи го збирот на сите 15 броја во табелата.



IV.4. ЗАНИМЛИВИ БРОЕЊА

63. Датата 1.4.2021 е во четврток. Запишани се деновите со дати од 1 до 13 април 2021 година. Колку пати е запишана буквата „в“?

64. Определи го бројот на двоцифрените броеви чиј збир на цифри е еднаков на 10.

65. Колку има двоцифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 12?

66. Колку двоцифрени броеви има во чие запишување учествува цифрата 1, но не учествува цифрата 2?

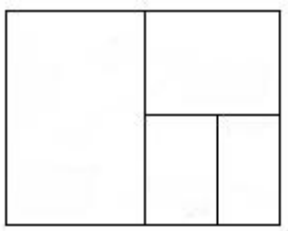
67. На пет картончиња се запишани броевите 2, 3, 5, 6 и 9. Се земаат три картончиња и се пресметува збирот на броевите запишани на нив. Колку различни можности има за добиениот резултат?

68. Марија направила торта и ја поделила на осум парчиња. Потоа пет од тие парчиња поделила на по три парчиња. За нејзиниот роденден имала 13 гости и на секој гостин му дала по едно парче торта. Колку парчиња торта и останале на Марија?

69. Пабло имал неколку дрвени летви. Земал една по една неколку од летвите и ги пресекол на две помали летви. Некои од добиените летви повторно една по една ги пресекол на два дела итн. Така Пабло петнаесет пати поголема летва поделил на две помали летви и добил 20 летви. Колку летви имал Пабло на почетокот?

70. Од едно бело, две црвени и две розови монистра е направен бисер. На колку различни начин може да се направи бисерот?

71. Една мравка тргнала од долниот лев агол на цртежот десно. Одејќи по линиите само нагоре или десно, таа сака да стигне до горнот десен агол. Колку различни патишта може да избере мравката?



72. На цртежот десно е дадена шема со шест полиња. Во горното лево поле се наоѓа мува (М), а во долното десно поле се наоѓа торта (Т). Од дадено поле мувата може да премине во полето под него, во полето десно од него или во дијагоналното-десно горно поле од него. На колку различни начини мувата може да стигне до тортата?

М		
		Т

73. На цртежот десно е дадена шема со шест полиња. Во горното лево поле се наоѓа мува (М), а во дол-

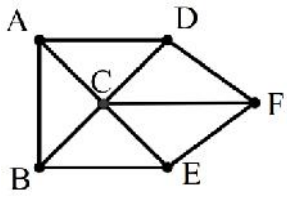
М		
		Т

ното десно поле се наоѓа торта (Т). Од дадено поле мувата може да премине во полето под него, во полето десно од него или во дијагоналното-десно долно поле од него. На колку различни начини мувата може да стигне до тортата?

74. Мравка застанала во полето со број 1 и започнала да се движи по полињата, при што може да преминува само во соседно поле (две полиња се соседни, ако имаат заедничка страна). Таа ги поминала сите полиња и излегла од полето со број 6, при што во секое поле од 1 до 5 била толку пати, колку што е бројот на полето. Колку пати мравката била во полето 6?

1	4	5
2	3	6

75. Горјан сака да стигне од точката F, при што тргнува од A или B, се движи по отсечки и не минува низ една иста отсечка повеќе од еднаш. Ако тргне од A тој не смее да оди преку D, а ако тргне од B, не смее да минува низ C и E. На колку различни начини може Горјан да стигне во точката F?



РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ

I ПРЕСМЕТУВАЊА И БРОЈНИ РЕБУСИ

I.1. ПРЕСМЕТУВАЊА

1. Пресметај:

$$20-(17-5).$$

Решение. Имаме:

$$20-(17-5)=20-12=8.$$

2. Пресметај:

$$20-1-(17-8).$$

Решение. Имаме:

$$20-1-(17-8)=20-1-9=19-9=10.$$

3. Пресметај:

$$20-12+(14-8).$$

Решение. Имаме:

$$20-12+(14-8)=8+14-8=14+8-8=14+0=14.$$

4. Пресметај:

$$20+1-6-2-0+1-6.$$

Решение. Имаме

$$\begin{aligned}20+1-6-2-0+1-6&=21-6-2+1-6=15-2+1-6\\&=13+1-6=14-6=8.\end{aligned}$$

5. Пресметај:

$$20-2+10-1+18-8.$$

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned}20-2+10-1+18-8&=(20-2)+(10-1)+(18-8)\\&=18+9+10=37.\end{aligned}$$

6. Пресметај:

$$18-17+16-15+14-13+12-11+10.$$

Решение. Имаме:

$$18-17+16-15+14-13+12-11+10=1+1+1+1+10=14.$$

7. Пресметај:

$$18-16+14-12+10-8+6-4+2.$$

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned}18-16+14-12+10-8+6-4+2 &= \\ &= (18-16)+(14-12)+(10-8)+(6-4)+2 \\ &= 2+2+2+2+2=5\cdot 2=10.\end{aligned}$$

8. Пресметај:

а) $20+11-20\cdot 1\cdot 1$.

б) $21+21-2\cdot(1+12)$.

Решение. а) Имаме:

$$20+11-20\cdot 1\cdot 1=20+11-20=11.$$

б) Имаме:

$$21+21-2\cdot(1+12)=42-2\cdot 13=42-26=16.$$

9. Пресметај ја вредноста на изразот:

а) $2-0+1\cdot 4$,

б) $20-1+4$,

в) $20:4+1$.

Решение. а) Имаме: $2-0+1\cdot 4=2+4=6$.

и) Имаме: $20-1+4=19+4=23$.

в) Имаме: $20:4+1=5+1=6$.

10. Пресметај:

а) $20+12-(20-12)$,

б) $20\cdot 12-(201+2)$,

в) $20\cdot 12-201+2$.

Решение. а) Имаме:

$$20+12-(20-12)=32-8=24.$$

б) Имаме:

$$20\cdot 12-(201+2)=240-203=37\,.$$

в) Имаме:

$$20\cdot 12-201+2=240-201+2=39+2=41.$$

11. Пресметај:

а) $20-1\cdot 6+20\cdot 16$,

б) $201\cdot 6+20-6:1$,

в) $16-15+14-13+12-11+10-9+8-7$.

Решение. а) Имаме:

$$20-1\cdot 6+20\cdot 16=20-6+320=14+320=334\,.$$

б) Имаме:

$$201\cdot 6+20-6:1=1206+20-6=1226-6=1220\,.$$

в) Имаме:

$$16-15+14-13+12-11+10-9+8-7=1+1+1+1+1=5\,.$$

12. Пресметај:

$$70-(33-16)+2\cdot(12-2\cdot 6)\,.$$

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned}70-(33-16)+2\cdot(12-2\cdot 6) &= 70-(33-16)+2\cdot(12-12)\\ &= 70-(33-16)+2\cdot 0\\ &= 70-(33-16)\\ &= 70-17\\ &= 53.\end{aligned}$$

13. Определи го збирот на точките на ѕидовите на коцка за играње?

Решение. На ѕидовите на коцка за играње има 1, 2, 3, 4, 5 и 6 точки. Според тоа, збирот на точките на ѕидовите на коцка за играње е еднаков на $1+2+3+4+5+6=21$.

14. Броевите 17, 9, 13, 8, 5, 10, 3, 18 и 12 подреди ги по големина почнувајќи од најмалиот, а потоа определи за колку шестиот број е поголем од третиот.

Решение. Имаме:

$$3<5<8<9<10<12<13<17<18\,.$$

Според тоа, шестиот број е 12, а третиот број е 8. Значи, шестиот број од третиот е поголем за $12-8=4$.

15. Пресметај:

$$A=9+2+4,\ B=8+5+5,\ C=6+7+3,$$
$$D=4+7+7,\ E=5+7+5,$$

и подреди ги броевите по големина почнувајќи од најмалиот.

Решение. Имаме:

$$A=9+2+4=15,$$
$$B=8+5+5=18,$$
$$C=6+7+3=16,$$
$$D=4+7+7=18,$$
$$E=5+7+5=17.$$

Според тоа, $A<C<E<B=D$.

16. Пресметај:

$$a=20-17,\quad b=2+0-1+7,\quad c=2-0+1+7,$$
$$d=20-1+7,\quad e=20-1-7$$

и подреди ги добиените вредности по големина, почнувајќи од најмалата.

Решение. Имаме:

$$a=20-17=3,$$
$$b=2+0-1+7=8,$$
$$c=2-0+1+7=10,$$
$$d=20-1+7=26,$$
$$e=20-1-7=12.$$

Значи, $a<b<e<c<d$.

17. Во празните полиња запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.

Решение. Имаме,

18. На цртичката стави еден од знаците $=, <$ и $>$ за да биде точно:

$5+1\_\_\_4,$ $0+3+2\_\_\_5,$

$3-3\_\_\_2,$ $4+0+1\_\_\_6-2.$

Решение. Имаме:

$5+1>4,$ $0+3+2=5,$

$3-3<2,$ $4+0+1>6-2.$

19. На местото на цртичката стави еден од знаците $=, <$ или $>$, при што ќе добиеш точно равенство или неравенство:

а) $7+6\_\_\_19-6$, б) $32+2\_\_\_34-2$,

в) $60-40\_\_\_28-7$, г) $9+11\_\_\_16+4$.

Решение. Имаме:

а) $7+6=19-6$, б) $32+2>34-2$,

в) $60-40<28-7$, г) $9+11=16+4$.

20. На цртичката стави еден од знаците $<, =$ или $>$ така што добиеното равенство или неравенство ќе биде точно:

а) $4+5\_\_\_2+3+5$,

б) $2+3+4+5\_\_\_7+8$,

в) $3+4+5+6+7\_\_\_12+13$,

г) $3+4+5+6\_\_\_2+7+8$,

д) $2+3+4+5+6\_\_\_10+9$.

Решение. Имаме:

а) $4+5<2+3+5$,

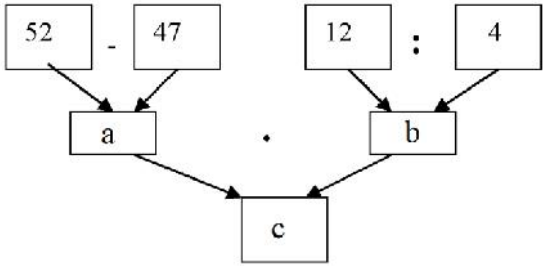
б) $2+3+4+5<7+8$,

в) $3+4+5+6+7=12+13$,

г) $3+4+5+6>2+7+8$,

д) $2+3+4+5+6>10+9$.

21. Кои броеви треба да се запишат на местата на a, b и c во шемата, за да пресметувањата се точни:

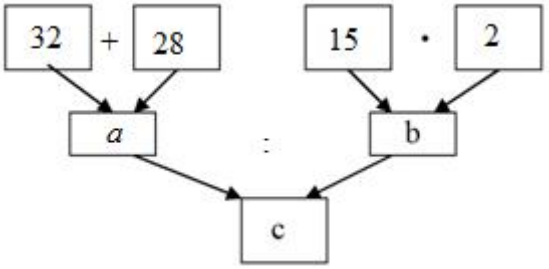


Решение. Имаме,

$$a = 52 - 47 = 5 \text{ и } b = 12 : 4 = 3,$$

па затоа $c = a \cdot b = 5 \cdot 3 = 15$.

22. Кои броеви треба да се запишат на местата на a, b и c во шемата, за да пресметувањата се точни:

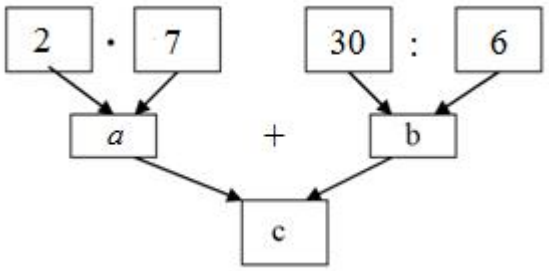


Решение. Имаме,

$$a = 32 + 28 = 60 \text{ и } b = 15 \cdot 2 = 30,$$

па затоа $c = a : b = 60 : 30 = 2$.

23. Кои броеви треба да се запишат на местата на a, b и c во шемата, за да пресметувањата се точни:

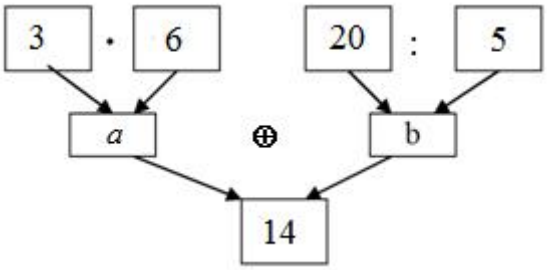


Решение. Имаме,

$$a = 2 \cdot 7 = 14 \text{ и } b = 30 : 6 = 5,$$

па затоа $c = a + b = 14 + 5 = 19$.

24. Кои броеви треба да се запишат на местата на a и b, и кој знак треба да се стави на местото на $\oplus$ во шемата, за да пресметувањата се точни:



Решение. Имаме, $a = 3 \cdot 6 = 18$ и $b = 20 : 5 = 4$. Сега, треба да важи $18 \oplus 4 = 14$, што значи дека на местото на $\oplus$ во шемата треба да се стави знакот за одземање.

25. Кој знак треба да се стави на местото на * за да биде точно равенството

$$(12 * 2) : 2 = 5.$$

Решение. Имаме:

$$(12 * 2) : 2 = 5,$$
$$12 * 2 = 5 \cdot 2$$
$$12 * 2 = 10,$$

па затоа на местото на * треба да се стави $-$.

26. Кој знак треба да се стави на местото на ѕвездичката

$$(20 * 13) \cdot 2 = 51$$

за да се добие точно равенство.

Решение. Производот на било кој број со бројот 2 е парен број, па затоа било кој знак да се стави на местото на ѕвездичката на левата страна ќе се добие парен број. Но, бројот 51 е непарен и како парен број не може да биде еднаков на непарен заклучува-

ме дека не постои знак кој може да се стави на местото на ѕвездичката така што ќе се добие точно равенство.

27. Кои знаци за операциите треба да се постават на местата на симболите ♥ и ♠ за да биде точно равенството

$$25 \heartsuit 15 \spadesuit 3 = 30 .$$

Решение. Бидејќи

$$25 + 15 : 3 = 25 + 5 = 30,$$

на местото на ♥ треба да се стави знакот за собирање $+$, а на местото на ♠ треба да се стави знакот за делење $:$, со што се добива точно равенство.

28. На линиите стави два од знаците $+, -$ или $=$ така што ќе биде точно:

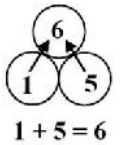
$$3 \_\_\_ 3 \_\_\_ 6, \qquad 4 \_\_\_ 6 \_\_\_ 2,$$
$$1 \_\_\_ 4 \_\_\_ 5, \qquad 3 \_\_\_ 4 \_\_\_ 1.$$

Решение. Имаме:

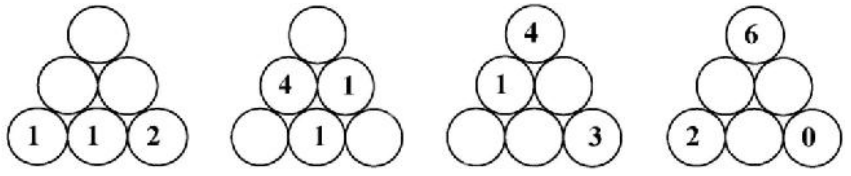
$$3 + 3 = 6, \qquad 4 = 6 - 2,$$
$$1 + 4 = 5, \qquad 3 = 4 - 1.$$

29. Имаме девет картончиња со цифите 0, 1, 2, 3, 4, 5 и знаците $+, -$ и $=$. Искористи ги сите девет картончиња и состави точно равенство. (Број не може да почнува со 0, ако самиот број не е 0.)
Решение. На пример, $30 - 21 = 4 + 5$.

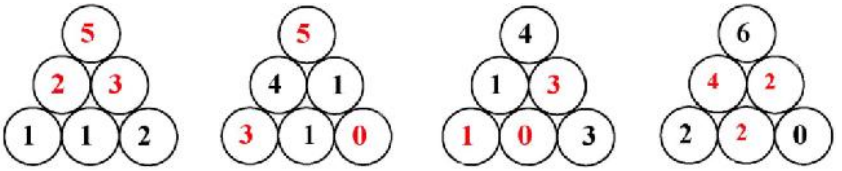
30. На цртежот десно е покажано правилото според кое се запишува бројот во кругчето кое се наоѓа на двете кругчиња. Искажи го правилото, а потоа запиши ги броевите кои недостасуваат во кругчињата на следните четири фигури:



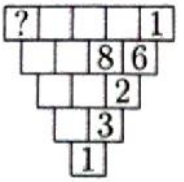
1 + 5 = 6



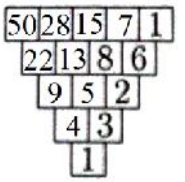
Решение. Од покажаниот пример се гледа дека правилото е:
Почнувајќи од вториот ред бројот кој е запишан во кругче кое е одма над други две кругчиња е еднаков на збирот на броевите запишани во двете кругчиња.
Имајќи го во предвид ова правило, ги запишуваме броевите кои недостасуваат во четирите фигури, што е прикажано на долните цртежи.



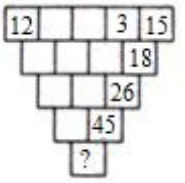
31. Во полињата на цртежот десно секој број е еднаков на разликата на броевите кои се непосредно над него (левиот минус десниот број). На пример бројот 2 од третиот ред е разлика на броевите 8 и 6. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?



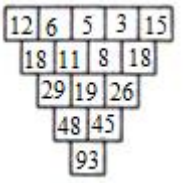
Решение. Броевите во празните полиња ги пополнуваме одејќи оддолу нагоре, при што бројот запишан во секое поле е еднаков на збирот на броевите запишани во полињата под него и десно од него. Така го добиваме цртежот десно.
Значи, на местото на прашалникот е бројот 50.



32. Во полињата на цртежот десно секој број е еднаков на збирот на броевите кои се непосредно над него (на пример бројот 18 во вториот ред е збир на 3 и 15). Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

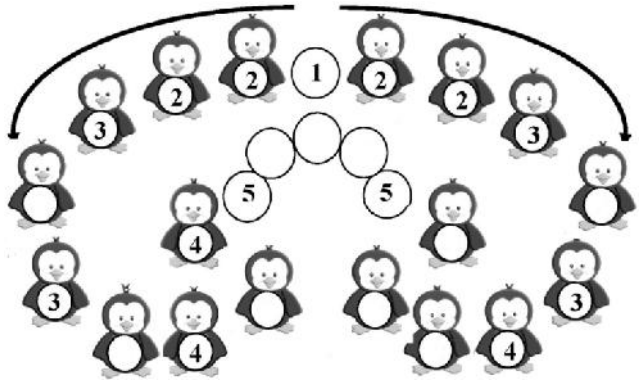


Решение. Вториот број над бројот 26 во вториот ред е $26-18=8$. Понатаму, во првиот ред вториот број над 8 е бројот $8-3=5$. Продолжувајќи ја постапката на сличен начин добиваме дека пополнувањето на полињата е како на

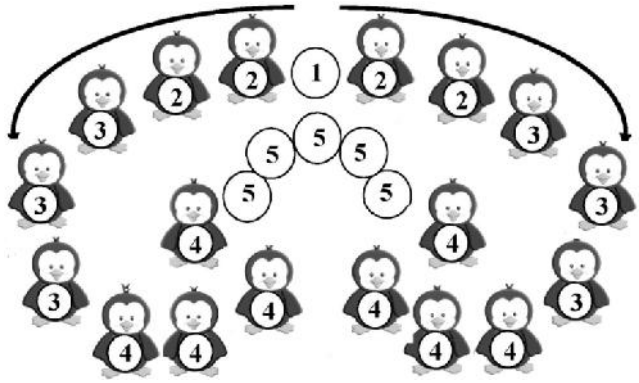


цртежот десно. Конечно, на местото на прашалникот треба да стои бројот 93.

33. На долниот цртеж броевите се запишани според определено правило. Откриј го правилото и во празните кругчиња запиши ги броевите кои недостасуваат.



Решение. Правилото е одејќи во едната и другата насока, кои ги покажуваат стрелките, секој од броевите 1, 2, 3, 4 5 се запишува онолку пати колку што е самиот број. Така добиваме:



34. Касичката на Филип има шифра, која се состои од 4 едноцифрени броја. Познато е дека:
    - првиот број е еднаков на бројот на десетките во збирот 5 дес. + 23 ед.
    - вториот број е еднаков на збирот на цифрите на најмалиот двоцифрен број,
    - третиот број покажува колку пати се сре-

ќава цифрата 3 во записите на броевите од 1 заклучно до 34, и
- четвртиот број е еднаков на разликата $17-9$.

Откриј ја шифрата на касичката на Филип.

Решение. Имаме,

5 дес. + 23 ед = 5 дес. + 2 дес. 3 ед. = 7 дес. 3 ед.

па затоа првата цифра на шифрата е 7. Понатаму, најмалиот двоцифрен број е 10 и збирот на неговите цифри е 1, што значи дека вториот број на шифрата е 1. Цифрата 3 се среќава во записите на броевите од 1 до 34 девет пати и тоа во: 3, 13, 23, 30, 31, 32, 33 и 34. Значи, третиот број на шифрата е 9. Конечно, од $17-9=8$ следува дека четвртиот број на шифрата е 8.

Значи, шифрата на касичката на Андреј е 7198.

35. Замислив еден број. На бројот му додадов 8 и добив двоцифрен број помал од 16. Ги собрав двете цифри на добиениот број и на најдениот збир му додадов 1. Така го добив бројот кој го замислив на почетокот. Колку различни можности има за бројот кој го замислив на почетокот?

Решение. Бидејќи збирот на замисленият број a и бројот 8 е двоцифрен број помал од 16, замисленият број е поголем од 1 и е помал од 8. Значи, тој може да биде еднаков на 2, 3, 4, 5, 6 или 7. Ќе ги испитаме сите можности:

a	$a+8$	збир на цифри	збир на цифри + 1	е решение
2	10	1	2	да
3	11	2	3	да
4	12	3	4	да
5	13	4	5	да
6	14	5	6	да
7	15	6	7	да

Значи, за бројот кој го замислив на почетокот има 6 различни можности.

I.2. БРОЈНИ РЕБУСИ

36. Во дадената равенство замени ги различните букви со различни цифри, а истите букви со исти цифри така што равенството ќе биде точно:

$$A+13=\overline{BB},$$

а потоа пресметај ја вредноста на $\overline{BA}+A$.

Решение. Бидејќи збир на едноцифрениот број A со бројот 13 е поголем од 11, а е помал од бројот 33 заклучуваме дека $\overline{BB}=22$, т.е. $B=2$. Според тоа, $A+13=22$, па затоа $A=9$. Сега, имаме

$$\overline{BA}+A=29+9=38.$$

37. Во дадената равенство замени ги различните букви со различни цифри, а истите букви со исти цифри така што равенството ќе биде точно:

$$A+5=\overline{BB},$$

а потоа пресметај ја вредноста на $\overline{BA}+A$.

Решение. Збир на два едноцифрени броја е помал од 20. Збирот $A+5$ е двоцифрен, па затоа тој мора да е еднаков на 11. Според тоа, $B=1$, па затоа $A+5=11$, т.е. $A=6$. Конечно,

$$\overline{BA}+A=16+6=22.$$

38. Во равенствата $\overline{AB}+C+D=\overline{AE}$ и $\overline{BB}+C-D=\overline{AE}$ на различни букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри. Која цифра соодветствува на буквата D.

Решение. Од равенствата $\overline{AB}+C+D=\overline{AE}$ и $\overline{BB}+C-D=\overline{AE}$ следува равенството

$$\overline{AB}+C+D=\overline{BB}+C-D,$$

т.е. равенството

$$2D=\overline{BB}-\overline{AB}.$$

Во последното равенство цифрата на единиците на разликата на десната страна е 0, па затоа $2D=0$ или $2D=10$. Ако $2D=0$,

тогаш $\overline{BB}=\overline{AB}$, т.е. $A=B$, што според условот не е можно. Затоа, $2D=10$, т.е. $D=5$.

39. Во дадените равенства замени ги различните букви со различни цифри, а истите букви со исти цифри така што равенствата ќе бидат точни:

$$B+C+D=\overline{EE},$$
$$B+C-D=\overline{AE}.$$

Решение. Бидејќи при одземање и додавање на D од еден ист број (збирот $B+C$) се добива иста цифра на единиците, заклучуваме дека D е 0 или 5. Ако $D=0$, тогаш $\overline{EE}=\overline{AE}$, тогаш $A=E$, што не е можно бидејќи цифрите се различни. Значи, $D=5$. Понатаму, $E>A\geq 1$, па како збир на три едноцифрени броја е помал од 30, заклучуваме дека $A=1$ и $E=2$. Според тоа, равенствата го добиваат обликот

$$B+C+5=22 \text{ и } B+C-5=12.$$

Значи, $B+C=17$ и како тоа се различни едноцифрени броеви добиваме $B=8, C=9$ или $B=9, C=8$. Значи, дадените равенства се

$$9+8+5=22 \text{ и } 9+8-5=12.$$

40. Во дадените равенства замени ги различните букви со различни цифри, а истите букви со исти цифри така што равенствата ќе бидат точни:

$$M+I=\overline{MA},$$
$$\overline{MI}+L=\overline{EE}.$$

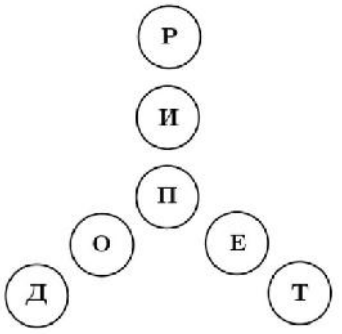
Решение. Збирот на два едноцифрени броја е помал од 20 и ако тој е двоцифрен број, тогаш цифрата на десетките е 1, од првото равенство следува дека $M=1$. Значи, равенствата го добиваат обликот

$$1+I=\overline{1A}, \qquad \overline{1I}+L=\overline{EE}.$$

Сега, од првото равенство следува дека $I=9$ и $A=0$, па затоа равенствата го добиваат обликот $1+9=10$ и $19+L=\overline{EE}$. Но,

збир на бројот 19 со едноцифрен број поголем од 0 е поголем од 20 и е помал од 30. Тоа значи дека $E=2$, па затоа $L=5$.
Конечно, равенствата се $1+9=10$ и $19+5=22$.

41. Буквите во кругчињата на цртежот десно замени ги со броевите од 3 до 9 така што важи



$$\begin{aligned} П+О+Д &= П+Е+Т \\ &= П+И+Р \\ &= Д+Т+Р \\ &= О+Е+И. \end{aligned}$$

Определи го збирот $Д+Т+Р+П$.

Решение. Забележуваме дека петте збирови всушност се трите збира на броевите на запишани на краците на дадената фигура, потоа на трите средни кругчиња на краците и на трите крајни кругчиња на краците. Во овие збирови секој број, освен бројот $П$ кој се јавува три пати, се јавува два пати. Бидејќи

$$2\cdot(3+4+5+6+7+8+9)=84,$$

кога ќе се додаде и бројот $П$ можен збир на петте дадени збирови е:

$$84+3=87,\ 84+4=88,\ 84+5=89,\ 84+6=90,$$
$$84+7=91,\ 84+8=92 \text{ и } 84+9=93.$$

Но, бидејќи имаме пет еднакви збирови, добиениот збир на петте броја мора да е делив со 5, а тоа е само бројот 90. Бидејќи $84+6=90$ заклучуиваме дека $П=6$.
Збирот на преостанатите шест броја е $3+4+5+7+8+9=36$. Овие шест броја се распоредени во трите средни и трите крајни кругчиња, кои имаат еднаков збир, па затоа секој од петте збирови е еднаков на $36:2=18$. Значи,

$$Д+Т+Р+П=(Д+Т+Р)+П=18+6=24.$$

42. Во равенството на различните букви соодветствуваат различни цифри:

$$\overline{AB}+4=\overline{CDE}.$$

Кој е бројот: $\overline{EDCBA}$?

Решение. Бидејќи збир на двоцифрен и едноцифре број е помал од 110, добиваме $C=1$ и $D=0$. Понатаму, за да збирот $\overline{AB}+4$ биде трицифрен број мора да е $\overline{AB}\geq 96$. Притоа, бидејќи $\overline{AB}\neq 99$, имаме:

- за $\overline{AB}=96$ се добива $\overline{AB}+4=100$, но бројот 100 има две исти цифри,
- за за $\overline{AB}=97$ се добива $\overline{AB}+4=101$, но бројот 101 има две исти цифри,
- за $\overline{AB}=98$ се добива $\overline{AB}+4=102$ и тоа е решение на задачата, т.е. $A=9$, $B=8$ и $E=2$.

Значи, $\overline{EDCBA}=20189$

I.3. РАВЕНКИ И НЕРАВЕНСТВА

43. Определи ги непознатите броеви во шемата:

$$\boxed{A} \xrightarrow{+3} \boxed{B} \xrightarrow{-2} \boxed{10}$$

Решение. Имаме: $B-2=10$, па затоа $B=12$. Сега, $A+3=B$, од каде добиваме $A=B-3=12-3=9$.

44. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот, за да збирот на броевите запишани во табелата десно е еднаков на 20.

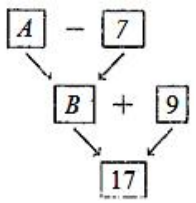
1	3	5	7	?

Решение. Збирот на преостанатите четири броја е

$$1+3+5+7=16.$$

Значи, на местото на прашалникот треба да се запише бројот $20-16=4$.

45. Употреби ги податоците дадени на шемата десно и определи колку е A.

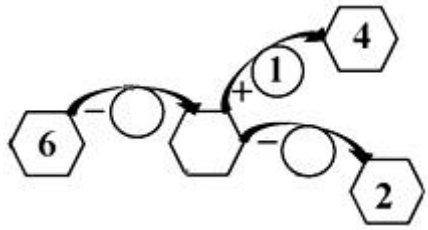


Решение. Според податоците дадени на шемата имаме $B+9=17$, од каде наоѓаме $B=8$. Понатаму, важи $A-7=B$, односно $A-7=8$, па затоа $A=15$.

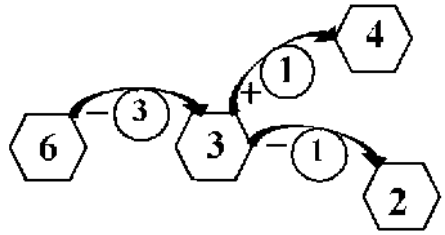
46. Определи ги броевите A и B, така што шемата е точна:

Решение. Имаме, $A+3=12$, од каде добиваме $A=9$. Понатаму, $12-5=B$, односно $B=7$.

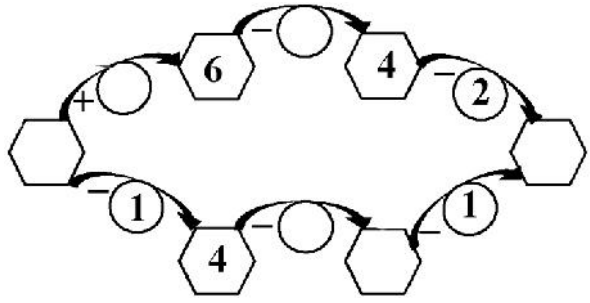
47. Во празните полиња запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



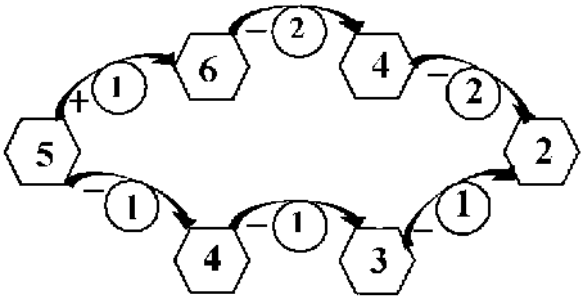
Решение. Имаме:



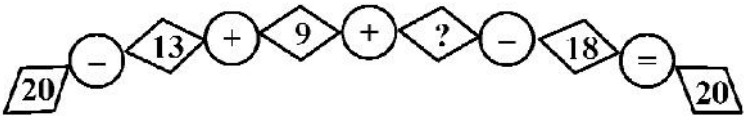
48. Во празните полиња запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



Решение. Имаме:



49. Кој број треба да се стави на местото на прашалникот за да е точно равенството:



Решение. Имаме, $20-13+9=16$ и $20+18=38$, па затоа на местото на прашалникот треба да се стави бројот $38-16=22$.

50. Десно е дадена табела во која е прикажано собирањето на броевите a,b,c со броевите $d,e,7$. Некои збирови се запишани. Определи го бројот кој треба да се запише на местото на прашалникот.

+	a	b	c
d	3		7
e	5	7	
7		10	?

Решение. Од $b+7=10$ добиваме $b=10-7=3$. Понатаму, од $b+e=7$ имаме $3+e=7$, па затоа $e=7-3=4$. Сега, од $e+a=5$ следува дека $4+a=5$, т.е. $a=1$, па затоа од $a+d=3$ добиваме $1+d=3$, т.е. $d=2$. Значи, $d+c=7$, од каде наоѓаме $c=5$. Конечно, на местото на прашалникот треба да се запише бројот $5+7=12$.

51. Определи ги ♥ и ♦ ако

$$♥+♦=13$$

$$♦=♥+♥+1.$$

Решение. Бидејќи $♥+♦=13$ и $♦=♥+♥+1$, добиваме

$$13=♥+♦=♥+♥+♥+1.$$

Значи,

$$♥+♥+♥=13-1=12,$$

па затоа $♥=4$. Според тоа,

$$♦=13-♥=13-4=9.$$

52. Ако

$$♦+♦+♦=6,$$
$$♥+♥-♦=♣-♣,$$
$$♣+♥=4,$$
$$♦-♥+♠=6,$$

определи ги ♦, ♥, ♣ и ♠.

Решение. Бидејќи три ♦ се 6 и $2+2+2=6$, добиваме $♦=2$. Понатаму, $♣-♣=0$, па затоа $♥+♥-♦=0$, т.е. $♥+♥-2=0$, од каде наоѓаме $♥=1$. Значи, $♣+1=4$, па затоа $♣=3$. Конечно, од $♦-♥+♠=6$ добиваме $2-1+♠=6$, од каде добиваме $♠=5$.

53. Нека

$$♦+●+●=♥+♦$$
$$♦+♥+♦=●+♥.$$

На колку ♦ е еднакво едно ♥.

Решение. Ако во првото равенство од двете страни избришеме по едно ♦, добиваме дека $♥=●+●$. Понатаму, ако од второто равенство избришеме едно ♥, добиваме дека $●=♦+♦$. Според тоа $♥=●+●=♦+♦+♦+♦$, т.е. едно ♥ е еднакво на четири ♦.

54. Определи ги броевите A и B така што пресметувањата во шемата

$$\boxed{A} \xrightarrow{+3} \boxed{B} \xrightarrow{\cdot 2} \boxed{12}$$

ќе бидат точни.

Решение. Имаме, $2B=12$, па затоа $B=12:2=6$. Понатаму, $A+3=B$, па затоа $A=B-3=6-3=3$.

55. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот, за да пресметувањата се точни:

$$3 \xrightarrow{+7} \square \xrightarrow{\times 2} \square \xrightarrow{-3} \boxed{?}$$

Решение. Според назначените операции последователно добиваме

$$3+7=10,$$
$$10\cdot 2=20,$$
$$20-3=17.$$

Според тоа, на местото на прашалникот треба да се запише бројот 17.

56. Определи го најмалиот број кој може да се стави на местото на буквата x така што ќе биде точно неравенството:

$$20-x<9+6.$$

Решение. *Прв начин*. Имаме, $20-x<15$. Сега, за да неравенството биде точно потребно е разликата на левата страна да е помала од 15. Првиот број кој е помал од 15 е бројот 14, па затоа треба да важи $20-x=14$, од каде наоѓаме $x=6$. Значи, најмалиот број кој може да се стави на местото на x е 6.

Втор начин. Имаме, $20-x<15$. Задачата ќе ја решиме со проба, заменувајќи ги последователно за x броевите 1, 2, 3, ... Имаме:

x	$20-x$	$20-x<15$
1	19	НЕ
2	18	НЕ
3	17	НЕ
4	16	НЕ
5	15	НЕ
6	14	ДА
7	13	ДА

Значи, најмалиот број кој може да се стави на местото на x е 6.

57. Пет пакувања шеќер со различна маса во некој редослед се означени со A, B, C, D и E. Ако D има поголема маса од A и E, масата на C е помала од масата на A, а збирот на масите на E и C е поголем од збирот на масите на A и B, кое пакување има

најголема маса?

Решение. Ако масите на пакетите A, B, C, D и E соодветно ги означиме со истите букви, тогаш од условот на задачата имаме $A < D$, $E < D$, $C < A$ и $A + B < E + C$.

Ако масата на B е поголема од масата на E, тогаш бидејќи масата на A е поголема од масата на C, ќе добиеме дека збирот на масите на A и B е поголем од збирот на масите на E и C, т.е. $A + B > E + C$. Последното не е можно, бидејќи според условот на задачата $A + B < E + C$. Според тоа, масата на B е помала од масата на E, т.е. $B < E$

Конечно, $C < A < D$, $B < E < D$, од каде што следува дека пакувањето D има најголема маса.

II ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

II.1. БРОЕВИ И ЦИФРИ

1. Ана пресметала $0+2+4+6+8$, а Јане пресметал $1+3+5+7+9$. Кој добил поголем број и за колку?
   Решение. Ана го добила бројот
   $$0+2+4+6+8=(2+8)+(4+6)=10+10=20,$$
   а Јане го добил бројот
   $$1+3+5+7+9=(1+9)+(3+7)+5=10+10+5=25.$$
   Значи, бројот кој го добил Јане е поголем од бројот кој го добила Ана и тоа за $25-20=5$.

2. Збирот на два различни едноцифрени броја е 16. Определи ја нивната разлика.
   Решение. Бидејќи $8+8=16$, а броевите треба да се различни мора едниот број да е 9. Тоа значи дека другиот број е $16-9=7$, па нивната разлика е $9-7=2$.

3. Филип ги запишал броевите од 5 до 22. Колку цифри употребил Филип?
   Решение. Филип запишал $9-4=5$ едноцифрени и $22-9=13$ двоцифрени броеви. Според тоа, тој употребил $5+13\cdot 2=31$ цифра.

4. Мојата куќа е со број 9. Колку куќи има од нашата страна на улицата меѓу мојата и последната куќа која е со број 21, ако не ја броиме ниту мојата ниту последната куќа?
   Решение. Од нашата страна се куќите кои се означени со непарни броеви. Мојата куќа е означена со бројот 9, а последната куќа е означена со бројот 21. Значи, меѓу мојата и последната куќа се куќите означени со броевите 11, 13, 15, 17 и 19. Според тоа, од нашата страна на улицата меѓу мојата и последната куќа има 5 куќи.

5. Андреј ја пресметал разликата $20-11$. Горјан го пресметал збирот $2+0+1+1$. Кој број е поголем и за колку?
Решение. Андреј го добил бројот $20-11=9$, а Горјан го добил бројот $2+0+1+1=4$. Значи, бројот што го добил Андреј е за $9-4=5$ поголем од бројот што го добил Горјан.

6. Во нашата улица од една страна се куќите означени со броевите 1, 3, 5 итн. Наспроти $N^{\circ}1$ од другата страна на улицата е $N^{\circ}2$, наспроти $N^{\circ}3$ е $N^{\circ}4$ итн. Мојата куќа е $N^{\circ}9$ од неа ги гледам броевите на куќата која е наспроти мојата куќа и на двете соседни куќи на неа. Определи го збирот на броевите на трите куќи кои ги гледам.

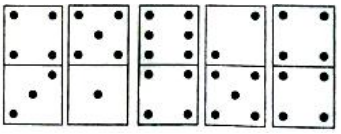
Решение. Наспроти мојата куќа е куќата $N^{\circ}10$. Пред неа е куќата $N^{\circ}8$, а по неа е куќата $N^{\circ}12$. Според тоа, збирот на броевите на трите куќи кои ги гледам е $8+10+12=30$.

7. Од нашата страна на улицата куќите се нумерирани со броевите 1, 3, 5, ... до најголемиот број 19. Колку куќи има од нашата страна на улицата?
Решение. Јасно, куќите се нумерирани со непарните броеви кои се помали од 20. Такви броеви има 10, што значи дека бројот на куќите е еднаков на 10.

8. Броевите од 1 до 20 се запишани еден по друг:
1234567891011...1920.
Колку пати е запишана цифрата 1?
Решение. Цифрата 1 меѓу броевите од 1 до 20 како цифра на единиците се јавува два пати и тоа во броевите 1 и 11. Понатаму, како цифра на десетките се јавува 10 пати и тоа во броевите од 10 до 19. Значи, при даденото запишување цифрата 1 се јавува $2+10=12$ пати.

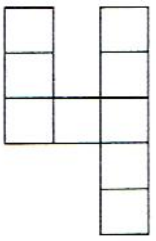
9. Која домино плочка треба да се заврти, за да збирот на точките во горните половини на сите плочки е еднаков на збирот на

точките во долните половини на сите плочки?

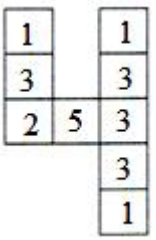


Решение. Збирот на точките во горните половини на сите плочки е $4+5+6+2+4=21$, а збирот на точките во долните половини на сите плочки е $3+1+4+5+4=17$. Значи разликата на збировите е $21-17=4$. За да збировите бидат еднакви, потребно е горниот збир да се намали за 2, а долниот да се зголеми за 2. Тоа единствено може да се направи со плочка каде разликата на точките е 2, а тоа е средната плочка бидејќи $6-4=2$.

10. Девет квадратчиња се наредени во форма на буквата Ч (цртеж десно). За две квадратчиња велиме дека се соседни ако имаат заедничко теме. Во секое квадратче е запишан бројот на квадратчињата кои му се соседни. Определи го збирот на сите запишани броеви.



Решение. На цртежот десно во секое квадратче е запишан бројот на квадратчињата кои му се соседни.



Според тоа, за збирот на сите запишани броеви добиваме:

$$1+3+2+5+1+3+3+3+1=22.$$

11. Во равенството $2+2+\ldots+2=18$ сите собирци се еднакви на 2. Колку собирци има во ова равенство?

Решение. Бидејќи $18=9\cdot 2$, заклучуваме дека во ова равенство има $18:2=9$ собирци.

12. Збирот на два едноцифрени броја е 12. Ако од поголемиот го одземеме помалиот, која е најголемата можна разлика што може да се добие?

Решение. Бројот 12 како збир на два различни едноцифрени броја може да се запише на еден од следниве начини:

$$9+3=12,\ 8+4=12,\ 7+5=12.$$

Притоа, разликата на поголемиот и помалиот број соодветно е

$$9-3=6,\ 8-4=4,\ 7-5=2.$$

Значи, најголемата можна разлика е 6.

II.2. КУПУВАМЕ И ПРЕСМЕТУВАМЕ ПАРИ

13. Илина има 3 монети од 1 денар, 2 монети од 2 денари и 1 монета од 5 денари. Колку денари има Илина?

Решение. Илина има:

$$(1+1+1)+(2+2)+5=3+4+5=12 \text{ денари.}$$

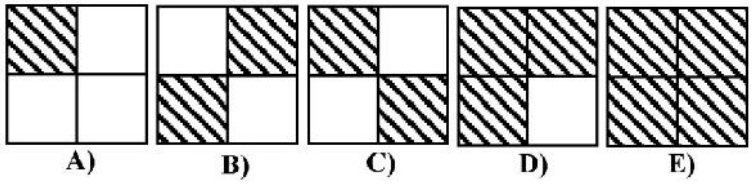
14. Иван има 5 монети од по 2 денари и 2 монети од по 5 денари. Колку пари има Иван?

Решение. Иван има:

$$(2+2+2+2+2)+(5+5)=10+10=20 \text{ денари}$$

15. Квадратот прикажан на цртежот десно е поделен на 4 помали квадрати, кои содржат пресметувања на цени во денари. Штрафирани се оние помали квадрати, во кои пресметувањата се еднакви на 11 денари. Кој од долните квадрати, кои се прикажани намалени е даденият квадрат, без притоа истиот да е завртен?

1 + 4 − 5	19 – 8
6 + 4 + 1	7+3+1+8



Решение. Имаме

$$1+4+5=10,\quad 19-8=11,\quad 6+4+1=11 \text{ и } 7+3+1+8=19.$$

Според тоа, пресметувањата се еднакви на 11 во горното десно и

долното лево квадратче. Значи, бараниот квадрат е B).

16. Никола и Бојан сакаат да ја купат новата збирка по математика, која чини 10 евра. Никола забележал дека за да ја купи збирката му недостасуваат 3 евра, а Бојан забележал дека откако ќе ја купи збирката ќе му останат 2 евра. Колку пари имаат заедно Никола и Бојан?
Решение. Збирката чини 10 евра, а на Никола му недостасуваат 3 евра, што значи дека тој има $10-3=7$ евра. На Бојан по купувањето на збирката ќе му останат 2 евра, па затоа тој има $10+2=12$ евра. Конечно, двајцата заедно имаат $7+12=19$ евра.

17. Елена им дала на своите синови Горјан и Андреј една иста сума пари. Горјан потрошил 2 евра од парите, а Андреј добиените пари ги ставил во штедната касичка, во која до тој момент имало 5 евра. По колку евра Елена им дала на своите синови, ако тие двајцата сега имаат 13 евра?
Решение. Задачата ќе ја решиме одејќи одназад-нанапред. Децата заедно имаат 13 евра и како Горјан потрошил 2 евра, тие пред тоа имале $13+2=15$ евра. Но, Андреј пред тоа во штедната касичка имал 5 евра, што значи дека двете деца заедно добиле $15-5=10$ евра. Конечно, бидејќи $5+5=10$ заклучуваме дека Елена на секое свое дете му дала по 5 евра.

18. Второодделенците Ване, Ратка и Цвета заедно имале 8 монети од по 1 денар. Секој од нив имал најмалку по 1 монета и тројцата имале различен број монети. Ване имал најмалку, а Цвета имала најмногу монети. Колку монети може најмногу да има Ратка?
Решение. Според условите на задачата бројот на монетите кои може да ги има секое од трите деца е даден во следната табела:

Ване	1	1	1	2	2
Ратка	1	2	3	2	3
Цвета	6	5	4	4	3

Според тоа, Ратка може да има најмногу 3 монети и тоа во

случај кога Ване има 1 монета, а Цвета има 4 монети и во случај кога Ване има 2 монети и Цвета има 3 монети.

19. Во книжарницата Андреј, Ване, Горјан и Дане купувале исти пенкала, тетратки и збирки по математика. Андреј купил пенкало, тетратка и збирка и за нив платил 9 евра. Ване купил тетратка и збирка, а Горјан купил тетратка и пенкало, за што двајцата платиле 11 евра. Дане купил збирка и пенкало. Колку пари потрошил Дане?
Решение. Андреј купил пенкало, тетратка и збирка, за што платил 9 евра. Според тоа, 2 пенкала, 2 тетратки и 2 збирки чинат $9+9=18$ евра. Од друга страна, Ване и Горјан купиле 1 пенкало, 2 тетратки и 1 збирка, за што платиле 11 евра. Значи, 1 пенкало и 1 збирка чинат $18-11=7$ евра, т.е. Дане потрошил 7 евра.

20. Горјан купил еден колач од 12 денари и една гума за џвакање од 5 денари. На продавачот му дал 20 денари. Колку пари му вратил продавачот на Горјан?
Решение. Колачот и гумата за џвакање заедно чинеле $12+5=17$ денари. Горјан на продавачот му дал 20 денари, што значи дека тој му вратил $20-17=3$ денари.

21. Филип купил две банички од по 32 денари и на продавачот му дал банкнота од 100 денари. Колку пари му вратил продавачот на Филип?
Решение. Двете банички чинеле $32+32=64$ денари. Филип на продавачот му дал банкнота од 100 денари, што значи дека добил кусур од $100-64=36$ денари.

22. Горјан вратил две шишиња и добил по 24 денари за секое шише, а сака да купи сладолед од 100 денари. Колку пари треба да додаде Горјан за да го купи сладоледот?
Решение. Горјан за вратените шишиња добил $24+24=48$ денари. Сладоледот чини 100 денари, што значи дека тој треба да додаде $100-48=52$ денари.

23. За да купи ученички прибор Горјан од родителите добил 11 евра, а за да купи топка Андреј добил 7 евра. Колку пари треба да му даде Горјан на Андреј, за да двајцата имаат еднакви суми пари?

Решение. Горјан имал $11-7=4$ евра повеќе од Андреј. Бидејќи $2+2=4$, Горјан на Андреј треба да му даде 2 евра. Сега, Горјан ќе има $11-2=9$ евра, а Андреј ќе има $7+2=9$ евра, т.е. тие ќе имаат еднакви суми пари.

24. Горјан има 13 евра и тој има 5 евра повеќе од Андреј. Андреј има 4 евра помалку од Пабло. Колку пари заедно имаат Андреј и Пабло?

Решение. Андреј има 5 евра помалку од Горјан, што значи дека тој има $13-5=8$ евра. Пабло има 4 евра повеќе од Андреј, што значи дека тој има $8+4=12$ евра. Значи, Андреј и Пабло заедно имаат $8+12=20$ евра.

25. Андреј и Пабло заедно имаат толку денари колку што е најмалиот двоцифрен број. Пабло има 2 денари повеќе од Андреј. Колку пари има Пабло, а колку Андреј?

Решение. Најмалиот двоцифрен број е 10. Значи, Андреј и Пабло заедно имаат 10 денари. Ако Пабло потроши 2 денари, тогаш Пабло и Андреј заедно ќе имаат $10-2=8$ денари и тие ќе имаат еднакви суми пари. Бидејќи $4+4=8$, заклучуваме дека Андреј има 4 денари. Тоа значи дека Пабло има $4+2=6$ денари. Навистина, $6+4=10$ денари.

26. Еден сок чини 55 денари и е за 27 денари поскап од еден еклер. Филип купил сок и еклер и на продавачот му дал банкнота од 100 денари. Колку пари му вратил продавачот?

Решение. Еден еклер чини $55-27=28$ денари. Според тоа, Филип треба да плати $55+28=83$ денари. Тој на продавачот му дал банкнота од 100 денари, што значи дека треба да добие кусур $100-83=17$ денари.

27. Филип купил сок по цена од 56 денари и колач кој бил 24 денари поефтин од сокот. На продавачот му дал банкнота од 100 денари. Колку пари му вратил продавачот на Филип?
Решение. Цената на колачот е $56-24=32$ денари. Според тоа, Филип требало да плати $56+32=88$ денари. Тој дал банкнота од 100 денари, па затоа продавачот му вратил $100-88=12$ денари.

28. Гума и молив заедно чинат 35 денари, а две гуми чинат 40 денари. Колку денари една гума е поскапа од еден молив?
Решение. Бидејќи две гуми чинат 40 денари, една гума чини $40:2=20$ денари. Значи, еден молив чини $35-20=15$ денари. Конечно, една гума од еден молив е поскапа $20-15=5$ денари.

29. Купив 9 сладоледи, неколку мали и неколку големи, за што платив 13 евра. Цената на еден мал сладолед е 1 евро, а цената на еден голем сладолед е 2 евра. Колку мали и колку големи сладоледи купив?
Решение. Ако сите сладоледи се мали, тогаш требаше да платам 9 евра. Но, јас платив $13-9=4$ евра повеќе и како еден голем сладолед е поскап 1 евро од еден мал сладолед, јас всушност купив $4:1=4$ големи сладоледи. Конечно, купив $9-4=5$ мали сладоледи.

30. Во понеделникот попладне во касата на Филип имало 8 евра. Секое утро Филип во касата ставал по 2 евра. Колку евра имал во неделата попладне истата седмица?
Решение. Филип во понеделникот попладне во касичката имал 8 евра, а потоа од вторникот до неделата, т.е. следните шест дена тој наутро во касичката ставал по 2 евра. Значи, попладнето во неделата Филип во касичката имал
$$8+2+2+2+2+2+2=8+6\cdot 2=20 \text{ евра.}$$

31. Гордана во касичката има 24 денари. На својот роденден таа ставила уште две монети од по 5 денари и 1 монета од 10 денари.

Од заштедените пари Гордана купила сок кој чинел 15 денари. Колку пари останале во касичката на Гордана?

Решение. По ставањето на парите во касичката имало

$$24+2\cdot 5+10=44 \text{ денари.}$$

Гордана потрошила 15 денари, што значи дека во касичката останале $44-15=29$ денари.

32. Горјан има 15 евра. Тој тренира тенис и на трениг оди со градски сообраќај, а картата во двата правци: од дома до тениското игралиште и од тениското игралиште до дома чини 2 евра. Колку пати Горјан може да отиде на тренинг и да се врати?

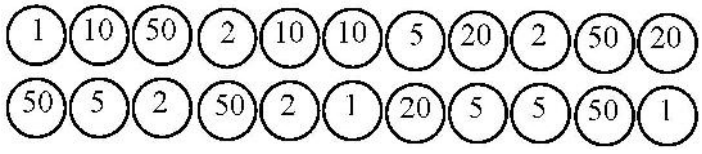
Решение. Бидејќи $15=7\cdot 2+1$ Горјан може да отиде на тренинг и да се врати 7 пати и ќе му преостане 1 евро.

33. Во продавница за облека две исти кошули чинат 24 евра. За време на „Црниот петок“ сопственикот на продавницата истите две кошули ги продавал за 14 евра. Колку евра било намалувањето на цената на една кошула?

Решение. *Прв начин*. Вкупното намалување на цената на двете кошули било $24-14=10$ евра. Според тоа, намалувањето на цената на една кошула било $10:2=5$ евра.

Втор начин. Пред намалувањето на цената една кошула се продавала за $24:2=12$ евра, а по намалувањето на цената една кошула се продавала за $14:2=7$ евра. Значи, намалувањето на цената на една кошула било $12-7=5$ евра.

34. Во Европската Унија се користат монети од 1, 2, 5, 10, 20 и 50 евроценти. Пабло ја отворил својата касичка и пребројал дека во неа има 22 монети, кои ги наредил како што е прикажано на цртежот долу. Колку монети имал Пабло чија вредност е поголема од 5 евроценти? Од кој вид монети најмногу имал Пабло?



Решение. Пабло имал 3 монети од 1 евроцент, 4 монети од 2 евроценти, 4 монети од 5 евроценти, 3 монети од 10 евроценти, 3 монети од 20 евроценти и 5 монети од 50 евроценти.
Поголема вредност од 5 евроценти имаат монетите од 10, 20 и 50 евроценти. Вакви монети Пабло имал $3+4+4=11$.
Бидејќи $3<4<5$, Пабло најмногу имал од монетитите од 50 евроценти, и тоа 5 монети.

35. Марио го одвел својот син Пабло да гледаат 3D филм. Тој на касата дал банкнота од 20 евра со која платил еден билет за возрасни кој чинел 8 евра, еден детски билет, кој чинел половина од цената на билетот за возрасни и два пара очила за 3D проекции од по 2 евра. Колку пари му вратил касиерот на Марио?
Решение. Два детски билета чинат колку еден билет за возрасни. Бидејќи $4+4=8$, заклучуваме дека цената на детскиот билет е 4 евра. Еден пар очила за 3D проекции чини 2 евра, што значи дека два пара чинат $2+2=4$ евра. Според тоа, еден билет за возрасни, еден детски билет и два пара очила за 3D проекции чинат $8+4+4=16$ евра. Марио дал банкнота од 20 евра, што значи дека касиерот му вратил $20-16=4$ евра.

36. Топка, рекет за тенис и шах заедно чинат 32 евра. Топката и рекетот чинат 14 евра, а рекетот и шахот заедно чинат 23 евра. Колку евра е поскапа топката од рекетот?
Решение. Шахот чини $32-14=18$ евра, а топката $32-23=9$ евра. Според тоа, рекетот за тенис чини $32-(18+9)=5$ евра. Конечно, топката од рекетот е поскапа за $9-5=4$ евра.

37. При продажба на чоколадо кое чини 100 денари се плаќа данок од 5 денари. Колку данок ќе се плати за 3 пакувања од по 5 такви чоколади?
Решение. Три пакувања од по 5 чоколади содржат $3\cdot 5=15$ чоколади. За секое чоколадо се плаќа данок од 5 денари, што значи дека за сите чоколади ќе се плати данок од $15\cdot 5=75$ денари.

38. Пабло има 3 евра. Баба му му дала 5 евра, дедо му му дал 6 евра. Пабло сака да купи топка која чини 8 евра и книга која чини 7 евра. Колку пари му недостигаат на Пабло за да ги купи топката и книгата?

Решение. Пабло има $3+5+6=14$ евра. Топката и книгата заедно чинат $8+7=15$ евра. Значи, за да ги купи топката и книгата на Пабло му недостига $15-14=1$ евро.

39. Домаќинот на едно училиште требало да купи 18 еднакви нотези и 1 дневник. Тој од касата на училиштето зел 50 евра и отишол во блиската книжарница. Се покажало дека предметите што требало домаќинот да ги купи вкупно чинат 68 евра, а со парите што ги подигнал од касата на училиштето можел да купи точно 1 дневник и 12 од потребните нотези. Колку чини дневникот?

Решение. Бидејќи 1 дневник и 18 нотези чинат 68 евра, а 1 дневник и 12 нотези чинат 50 евра, заклучуваме дека $18-12=6$ нотези чинат $68-50=18$ евра. Според тоа, 1 нотез чини $18:6=3$ евра. Конечно, 1 дневник чини $50-12\cdot 3=50-36=14$ евра.

40. Три тетратки чинат 100 денари. Првата чини 29 денари, а втората е за 19 денари поевтина од третата тетратка. Колку денари заедно чинат првата и третата тетратка?

Решение. *Прв начин*. Втората и третата тетратка заедно чинат $100-29=71$ денар. Бидејќи втората тетратка е за 19 денари поевтина од третата, заклучуваме дека втората тетратка чини $(71-19):2=52:2=26$ денари. Значи, третата тетратка чини $26+19=45$ денари. Значи, првата и третата тетратка заедно чинат $29+45=74$ денари.

Втор начин. Ако цената на втората тетратка е x денари, тогаш цената на третата тетратка е $x+19$ денари. Бидејќи првата тетратка чини 29 денари, а сите три заедно чинат 100 денари добиваме

$$x+(x+19)+29=100$$
$$2x+48=100$$
$$x=26.$$

Значи, втората тетратка чини $x=26$ денари, а третата тетратка

чини $x+19=26+19=45$ денари. Конечно, првата и третата тетратка заедно чинат $29+45=74$ денари.

41. Сума од 100 евра е исплатена во банкноти од 5 и 10 евра. Банкнотите од 5 евра се за 2 повеќе од банкнотите од 10 евра. Со колку банкноти е исплатена целата сума?
Решение. *Прв начин*. Ако за 2 го намалиме бројот на банкнотите од 5 евра, тогаш ќе имаме еднаков број банкноти од двата вида, со кои е исплатена сума помала за $2\cdot 5=10$ евра. Значи, за исплаќање на сума од $100-10=90$ евра е искористен еднаков број банкноти од 5 и 10 евра. Со 1 банкнота од 5 евра и 1 банкнота од 10 евра се исплаќа сума од $5+10=15$ евра. Значи, за исплаќање сума од 90 евра се употребени $90:15=6$ групи од по 2 банкноти, односно $6\cdot 2=12$ банкноти. Конечно, за исплаќање на целата сума се употребени $12+2=14$ банкноти.
Втор начин. Нека имаме x банкноти од 10 евра. Тогаш бројот на банкнотите од 5 евра е $x+2$, па затоа

$$\begin{aligned}
&5(x+2)+10x=100,\\
&5x+10+10x=100,\\
&15x=100-10,\\
&15x=90,\\
&x=90:15,\\
&x=6.
\end{aligned}$$

Значи, исплатата е извршена со 6 банкноти од 10 евра и $6+2=8$ банкноти од 5 евра. Според тоа, за исплаќање на целата сума се употребени $6+8=14$ банкноти.

42. Пабло во паричникот има 25 евра, од кои 10 монети од 1 евро, 1 монета од 5 евра и неколку монети од 2 евра. На колку различни начини Пабло може, со парите во паричникот, да плати сума од 7 евра, без притоа продавачот да му враќа кусур?
Решение. Со парите кои ги има, сумата од 7 евра Пабло може да ја плати на еден од следниве начини:

	I	II	III	IV	V	VI
5	1	1	-	-	-	-
2	1	-	3	2	1	-
1	-	2	1	3	5	7

Значи, со парите кои што ги има Пабло сумата од 7 евра може да ја плати на 6 начини, без притоа продавачот да му враќа кусур.

43. Еден молив чини 15 денари, а една гума чини 20 денари. Кој е најмалиот број монети од по 10 денари кои се доволни за да купиш 3 моливи и 2 гуми?

Решение. За 3 моливи и 2 гуми треба да платиме

$$3\cdot 15+2\cdot 20=45+40=85 \text{ денари.}$$

Бидејќи $8\cdot 10=80<85<90=9\cdot 10$, заклучуваме дека најмалку ни се потребни 9 монети од по 10 денари.

44. На колку различни начини со помош на најмногу пет монети од 1, 2, 5, 10 и 20 евроценти може да се плати налепница која чини 20 евроценти?

Решение. Бидејќи $20-15=5$, а 5 евроценти со монети од 1 и 2 евроценти може да се платат со најмалку три монети и тоа една од 1 евроцент и две од 2 евроцента, заклучуваме дека или целата сума ќе ја платиме со монети од 5, 10 и 20 евроценти, или 15 евроценти ќе платиме со две монети од 5 и 10 евроценти, а другите 5 евроценти ќе ги платиме со една монета од 1 евроцент и две монети од 2 евроцента.

Различните можности на плаќања на налепницата со најмногу пет монети се дадени во следнава табела:

Сума	20	20	20	20	20
1	-	-	-	1	-
2	-	-	-	2	-
5	-	-	2	1	4
10	-	2	1	1	-
20	1	-	-	-	-
	20	$10+10$	$10+5+5$	$10+5+2+2+1$	$5+5+5+5$

Конечно, сума од 20 евроценти со најмногу пет монети од 1, 2, 5, 10 и 20 евроценти може да се плати на 5 начини.

45. Андреј има еден брат и две сестри. Родителите решиле да им купат по еден подарок на четирите деца. Тие разгледале 7 книги, чии цени се испишани на налепниците прикажани на цртежот десно. Родителите избрале 4 од книгите и вкупно платиле 50 евра. Определи го производот на цените на трите книги кои не ги купиле родителите на Андреј.

Решение. Седумте книги чинат $12+4+14+9+13+2+11=65$ евра. За четирите книги родителите платиле 50 евра, што значи дека трите книги кои не биле купени чинеле $65-50=15$ евра. Ако цената на најскапата книга која не е купена е 11 или повеќе евра, тогаш три книги вкупно чинат најмалку $11+4+2=17$ евра, што не е можно. Според тоа, цените на трите книги кои не се купени се 2, 4 и 9 евра. Нивниот производ е еднаков на $2\cdot 4\cdot 9=8\cdot 9=72$.

46. Горјан има 25 евра и сака да купи четири топки: сина, зелена, црвена и жолта, но му недостасуваат 4 евра. Ако ги купи зелената и сината топка ќе му останат 11 евра. Ако ги купи жолтата, црвената и сината топка ќе му недостасува 1 евро. Колку пари чини секоја топка, ако жолтата е 1 евро поскапа од сината?

Решение. За сите четири топки му недостасуваат 4 евра, а ако не ја купи зелената му недостасува 1 евро. Значи, зелената топка чини $4-1=3$ евра. Понатаму, ако ги купи зелената и сината топка му останууваат 11 евра, што значи дека овие две топки чинат $25-11=14$ евра. Но, зелената топка чини 3 евра, па затоа сината чини $14-3=11$ евра. Сега, бидејќи жолтата топка е 1 евро поскапа од сината таа чини $11+1=12$ евра. Конечно, сите топки чинат $25+4=29$ евра, па како зелената, сината и жолтата чинат 3, 11 и 12 евра, соодветно, заклучуваме дека црвената

чини $29-(3+11+12)=3$ евра.

47. Сума од 70 денари е добиена со монети од 5 денари и 10 денари. Вкупниот број монети е 9. Колку монети се од по 5, а колку од по 10 денари?

Решение. *Прв начин.* Ако сите монети се од по 5 денари, тогаш сумата би била $9\cdot 5=45$ денари. Сега за да добиеме сума 70 денари, треба неколку монети од 5 денари да ги замениме со монети од 10 денари. Имаме, $70-45=25$ денари, а како при замена на монета од 5 со монета од 10 денари сумата се зголемува за $10-5=5$ денари, теба да земниме $25:5=5$ монети од по 5 денари.

Конечно, сумата од 70 денари е добиена со 5 монети од по 10 денари и $9-5=4$ монети од по 5 денари.

Втор начин. Задачата ќе ја решиме со помош на табела. Бидејќи може да има најмногу 7 монети од по 10 денари, треба да разгледаме седум случаи.

монети од 10 ден.	монети од 5 ден.	сума	е решение
1	8	$1\cdot 10+8\cdot 5=50$	НЕ
2	7	$2\cdot 10+7\cdot 5=55$	НЕ
3	6	$3\cdot 10+6\cdot 5=60$	НЕ
4	5	$4\cdot 10+5\cdot 5=65$	НЕ
5	4	$5\cdot 10+4\cdot 5=70$	ДА
6	3	$6\cdot 10+3\cdot 5=75$	НЕ
7	2	$7\cdot 10+2\cdot 5=80$	НЕ

Значи, имаме 5 монети од по 10 денари и 4 монети од по 5 денари.

48. Во спортска продавница имало по една топка од 5 евра, 6 евра, 8 евра, 9 евра, 10 евра и 21 евро. Пабло купил две од топките, а Филип купил три од топките и платил двојно повеќе од Пабло. Која топка останала непродадена?

Решение. Бидејќи Филип платил двојно повеќе од Пабло, двајцата заедно платиле три пати повеќе отколку што платил Филип. Значи, збирот на цените на петте топки кои ги купиле треба

да е делив со 3. Имаме,

$$5+6+8+9+10=38=3\cdot 12+2,$$
$$5+6+8+9+21=49=3\cdot 16+1,$$
$$5+6+8+10+21=50=3\cdot 16+2,$$
$$5+6+9+10+21=51=3\cdot 17,$$
$$5+8+9+10+21=53=3\cdot 17+2,$$
$$6+8+9+10+21=54=3\cdot 18.$$

Според тоа, можно е непродадена да останала топката која чини 8 евра или топката која чини 5 евра.

Ако непродадена останала топката од 8 евра, тогаш Пабло требало да плати 17 евра. Но, меѓу броевите 5, 6, 9, 10 и 21 нема два броја чиј збир е 17.

Ако непродадена останала топката која чини 5 евра, тогаш Пабло требало да плати 18 евра. Навистина, тој ги купил топките од 8 и 10 евра, а Филип ги купил топките од 6, 9 и 21 евро и платил 36 евра, т.е. двојно повеќе од Пабло.

49. Племето Маи-таи не знае што се тоа пари и неговите жители размонуваат тоа што произведуваат: животни, градинарски производи, жито, орудија за лов, земјоделски алатки итн. Така, една секира ја размонувале или за 10 стрели или за 2 копја, а 4 копја ги размонувале за 1 овца. Еден жител на племето одгледувал овци. Колку стрели тој ќе добие за 2 овци?

Решение. За 2 овци може да се добијат $2\cdot 4=8$ копја. Бидејќи една секира се размонува или за 10 стрели или за 2 копја, заклучуваме дека 10 стрели се размонуваат за 2 копја. Тоа значи дека 1 копје се размонува за $10:2=5$ стрели. Според тоа, 8 копја се размонуваат за $8\cdot 5=40$ стрели, па затоа жителот за 2 овци ќе добие 40 стрели.

50. Четири сока и три колачи чинат колку три сока и пет колачи. Андреј купил два сока и седум колачи, а Горјан купил пет сока и определен број колачи. Тие потрошиле еднакви суми пари. Колку колачи купил Горјан?

Решение. Бидејќи четири сока и три колачи чинат колку три сока и пет колачи, ако од двете страни отстраниме по три сока и три колачи, добиваме дека 1 сок чини колку 2 колачи.

Нека Горјан купил x колачи. Со парите што ги потрошил Андреј можел да купи $2\cdot 2+7=4+7=11$ колачи, а со паритse што ги потрошил Горјан можел да купи $5\cdot 2+x=10+x$ колачи. Бидејќи потрошиле еднакви суми пари, важи $11=10+x$, од каде наоѓаме $x=1$. Значи, Горјан купил 1 колач.

51. Филип купил три кутии со колачи:

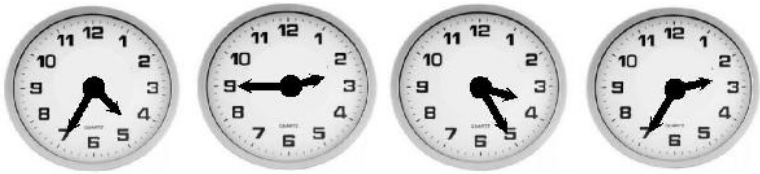
Колачите од различните видови имаат различни цени, но цената на секоја од трите кутии е еднаква. Колку колачи од видот ♦ чини еден колач од видот ♠.

Решение. Ако од втората и трета кутија извадиме по еден колач од видот ♦ и по два колачи од видот ♥, во втората кутија ќе остане еден колаш од видот ♥, а во третата кутија ќе останат два колачи од видот ♦. Според тоа, еден колач од видот ♥ чини колку два колачи од видот ♦.

Ако од првата и третата кутија извадиме по еден колач од видот ♥ добиваме дека еден колач од видот ♠ чини колку три колачи од видот ♦ и еден колачод видот ♥. Но, еден колач од видот ♥ чини колку два колачи од видот ♦, па затоа еден колач од видот ♠ чини колку $3+2=5$ колачи од видот ♦.

II.3. ВРЕМЕТО Е ВАЖНО

52. Во попладневните часови Пабло неколку пати погледнал во ѕидниот часовник и ги видел следниве четири положби на часовните стрелки:



Подреди ги по големина времињата во кои Пабло погледнал во часовникот?

Решение. Часовниците на горните цртежи ги покажуваат времињата: 16:35 часот, 14:45 часот, 15:25 часот и 14:35 часот. Времињата подредени по големина се:

14:35 часот, 14:45 часот, 15:25 часот и 16:35 часот.

53. Наместо во 17:00 часот една претстава на кукленият театар започнала 15 минути покасно. Во колку часот завршила претставата, ако таа траела 50 минути?

Решение. Претставата започнала во 17:15 часот. Понатаму, бидејќи таа траела 50 минути и

$$17\ h\,15\ \text{min} + 50\ \text{min} = 17\ h\,65\ \text{min} = 18\ h\,05\ \text{min},$$

Заклучуваме дека претставата завршила во 18:05 часот.

54. Воз од Белград во Скопје пристигнал во осумнаесет часот без петнаесет минути, при што патувал 5 часа и 30 минути. Во колку часот возот тргнал од Белград?

Решение. Возот во Скопје пристигнал во $17:45$. Тој патувал $5\ h\ 30\ \text{min}$, па затоа тој од Белград тргнал во

$$17\ h\ 45\ \text{min} - 5\ h\ 30\ \text{min} = 12\ h\,15\ \text{min} = 12:15.$$

55. Воз кој тргнал од Скопје и патувал 5 часа и 45 минути во Белград пристигнал во $18:15$. Во колку часот возот тргнал од Скопје?

Решение. Имаме, $18:15 = 18\ h\,15\ \text{min}$, па како

$$18\ h\,15\ \text{min} - 5\ h\ 45\ \text{min} = 17\ h\ 75\ \text{min} - 5\ h\ 45\ \text{min}$$
$$= 12\ h\ 30\ \text{min},$$

Заклучуваме дека возот од Скопје тргнал во $12:30$.

56. Брзиот воз тргнува од Скопје во 05:40 пристигнува во Битола во 08:15. Меѓународниот воз тргнува од Скопје во 06:30 и пристигнува во Гевгелија во 09:07. До кој град подолго се патува од Скопје и за колку минути?

Решение. Од Скопје до Битола се патува за

$$8\,h\,15\,\text{min} - 5\,h\,40\,\text{min} = 7\,h\,75\,\text{min} - 5\,h\,40\,\text{min} = 2\,h\,35\,\text{min},$$

а од Скопје до Гевгелија се патува за

$$9\,h\,7\,\text{min} - 6\,h\,30\,\text{min} = 8\,h\,67\,\text{min} - 6\,h\,30\,\text{min} = 2\,h\,37\,\text{min}.$$

Бидејќи

$$2\,h\,37\,\text{min} - 2\,h\,35\,\text{min} = 2\,\text{min},$$

заклучуваме дека од Скопје до Гевгелија се патува $2\,\text{min}$ подолго.

57. Колку минути меѓу $10:00$ и $11:00$ на дисплејот на дигиталниот часовник ќе има барем една цифра 2:

Решение. Барем една цифра 2 ќе има во случаите

$$10:02, 10:12, \text{од } 10:20 \text{ до } 10:29,\ 10:32, 10:42, 10:52,$$

а тоа се вкупно 15 минути.

58. Колку минути во времето меѓу $18:00$ и $19:00$ збирот на четирите цифри на дигитален часовник е еднаков на 20?

Решение. Во наведеното време, збирот на цифрите на дигиталниот часовни е еднаков на 20 кога часовникот покажува $18:29$, $18:38$, $18:47$ и $18:56$, односно тоа е четири пати по една минута, што значи 4 минути.

59. Дигиталниот часовник покажува $10:01$. По колку минути часовникот првпат повторно ќе покажува број кој исто се чита однапред-наназад и одназад-нанапред:

Решение. По $10:01$ часовникот за првпат ќе покажува број кој се чита исто однапред-наназад и одназад-нанапред во $11:11$. Од

$$11:11 - 10:01 = 11\,h\,11\,\text{min} - 10\,h\,1\,\text{min} = 1\,h\,10\,\text{min} = 70\,\text{min},$$

добиваме дека тоа е по 70 минути.

60. Андреј секој ден почнува да вежба во 10 часот. Прво се загрева 6 минути, потоа вежба 4 минути и одмара 1 минута, па вежба 4 минути и одмара 1 минута и така се до 10 часот и 30 минути. Колку минути вежба Андреј?

Решение. Од $10\,h$ до $10\,h\,30\,\text{min}$ има $30\,\text{min}$. Бидејќи Андреј се загрева $6\,\text{min}$, тој вежба и се одмара $30\,\text{min}-6\,\text{min}=24\,\text{min}$. Понатаму, $24=4\cdot 5+4=5+5+5+5+4$, што значи дека тој четири пати вежба по $4\,\text{min}$ и се одмара $1\,\text{min}$, па на крајот вежба уште $4\,\text{min}$. Според тоа, Андреј вежба пет пати по $4\,\text{min}$, т.е. вежба $4+4+4+4+4=5\cdot 4=20\,\text{min}$.

61. Баба Јага го украде слаткото на Карлсон и избега кон дома. По 8 минути од кражбата, Карлсон забележа дека слаткото е украдено и потрча по Баба Јага. Во тој момент Баба Јага имаше уште 10 минути да трча до нејзината куќа, но Карлсон трча двапати побрзо од Баба Јага. Дали Карлсон ќе ја стигне Баба Јага?
Решение. Баба Јага патот од домот на Карлсон до дома го минува за $10+8=18$ минути. Бидејќи Карлсон трча двапати побрзо за истиот пат нему му се потребни $18:2=9$ минути. Според тоа, од моментот кога Карлсон тргнал по Баба Јага тој за 9 минути стигнува до нејзиниот дома, а на Баба Јага ѝ требаат 10 минути. Значи, Карлсон ќе ја стигне Баба Јага.

62. Горјан во својата касичка секоја вечер става по 1 евро. Колку евра Горјан ќе стави во касичката од понеделник напладне до петок напладне следната седмица?
Решение. Од понеделник напладне до понеделник напладне следната седмица има седум полни дена. Потоа, од понеделник напладне следната седмица, до петок напладне следната седмица има четири полни дена. Според условот на задачата, Горјан всушност секој полн ден во касичката става по 1 евро. Бидејќи имаме $7+4=11$ полни денови, тој во касичката ќе стави 11 евра.

63. Катерина е родена во петок на 24 март. Никола е роден истата година на 28 март. Во кој ден од седмицата е роден Никола?
Решение. Никола е роден $28-24=4$ дена по Катерина. Четвртиот ден по петокот е вторник. Значи, Никола е роден во вторник.

64. Ако денес е среда, кој ден ќе биде по 17 дена?
Решение. По седум дена повторно ќе биде среда. По уште седум дена, т.е. по вкупно $7+7=14$ дена пак ќе биде среда. Остануваат уште $17-14=3$ дена. Третиот ден по средата е сабота. Значи, по 17 дена од денес ќе биде сабота.

65. Горјан е роден на 23 јули 2014 година. Колку полни години ќе има Горјан во февруари 2050 година.
Решение. Бидејќи $2050-2014=36$, Горјан на 23 јули 2050 година ќе наполни 36 години. Според тоа, во февруари 2050 година Горјан ќе има полни 35 години.

66. Три другарчиња имаат роденден во ист ден и заедно го слават. Тие прават една торта на која ставаат свеќички колку што е збирот на нивните години. Колку свеќички треба да стават на тортата сега, ако минатата година ставиле 29 свеќички?
Решение. Оваа година, во однос на минатата година, секое дете е постаро за 1 година. Значи збирот на нивните години се зголемил за $1+1+1=3$. Минатата година тие заедно имале 29 години, што значи дека оваа година тие заедно имаат $29+3=32$ години. Според тоа, на тортата треба да стават 32 свеќички.

67. Во еден месец има 5 петоци и 5 недели. На која дата е првата среда во тој месец?
Решение. Во месецот има 5 петоци, што значи дека меѓу првиот и петтиот петок (заедно со овие два дена) има 29 дена. Слично, меѓу првата е петтата недела (заедно со овие два дена) има 29 дена. Ова е можно само ако месецот има триесет и еден ден и 1. во тој месец е во петок. Според тоа, првата среда е шестиот ден во месецот, т.е. таа е на 6.

68. Следната година збирот на годините на Пабло и Андреј ќе биде 21. Колкав е денес збирот на годините на Пабло и Андреј?
Решение. Следната година Пабло ќе биде постар 1 година и Андреј ќе биде постар 1 година. Значи, следната година збирот на

нивните години ќе биде за $1+1=2$ поголем отколку што е збирот на нивните години денес. Конечно, денес збирот на годините на Андреј и Пабло е еднаков на $21-2=9$.

69. Пред две години браќата Горјан и Андреј заедно имале 21 година. Колку години заедно ќе имаат Горјан и Андреј по 2 години?
Решение. Од пред две години до денес секој од браќата ќе биде постар за по 2 години, па затоа тие денес имаат $21+2+2=25$ години. По две години повторно секој од браќата ќе биде постар за по 2 години, па затоа тие по две години заедно ќе имаат $25+2+2=29$ години.

70. Збирот на годините на Пабло и Андреј е еднаков на 17. Колку е збирот на нивните години пред три години, ако и двајцата биле веќе родени?
Решение. Бидејќи пред три години и двајцата биле родени, Пабло имал 3 години помалку и Андреј имал три години помалку. Значи, пред три години двајцата заедно имале $3+3=6$ години помалку, па збирот на нивните години бил $17-6=11$.

71. Дара знаела колку години има учителката Илина и ѝ кажала на Елена. Елена многу ја сакала учителката, па затоа кога ѝ кажала на Жанета ги намалила годините за 10. Жанета не поверувала, па затоа од око ја зголемила возраста на учителката Илина за 3 години, кажувајќи ѝ ја на Иванка својата верзија. Дома Иванка кажала дека учителката Илина има 36 години, зголемувајќи ја по свое возраста на учителката за 2 години. Колку години има учителката Илина според информацијата која ја пренела Дара?
Решение. *Прв начин*. Елена го намалила бројот на годините за 10, а Жанета и Иванка го зголемиле бројот на годините за 3 и 2 соодветно. Според тоа, бројот за годните на учителката Илина, кој дома го соопштила Иванка е за $10-(2+3)=5$ помал од возраста која ја соопштила Дара. Значи, Дара кажала дека учителката Илина има $36+5=41$ година.
Втор начин. Задачата ќе ја решиме одејќи одназад нанапред.

Иванка за 2 го зголемила бројот кој ѝ го кажала Жанета, заклучуваме дека Жанета на Иванка ѝ кажала дека учителката Илина има $36-2=34$ години. Понатаму, Жанета за 3 го зголемила бројот кој и го кажала Елена, па заклучуваме дека Елена на Жанета и го кажала бројот $34-3=31$. Конечно, Елена за 10 го намалила бројот кој и го кажала Дара, што значи дека Дара кажала дека учителката Илина има $31+10=41$ година.

72. Збирот на годините на Јана и Ана е 25. Јана е три години постара од Ана. Колку години има секое од девојчињата?
Решение. *Прв начин*. Ако од 25 ги одземеме три години за кои Јана е постара од Ана, тогаш го добиваме бројот $25-3=22$ кој е збир на два еднакви броја. Сега, од $22:2=11$ следува дека Ана има 11 години, а Јана има $11+3=14$ години.
Втор начин. Ако Ана има x години, тогаш Јана има $x+3$ години. Затоа $x+x+3=25$, од каде добиваме $2x=25-3$, односно $x=(25-3):2=11$.
Значи, Ана има 11 години, а Јана има $11+3=14$ години.

73. Едно семејство се состои од татко, мајка и дете. Збирот на нивните години е 49, а пред 3 години бил 41. Колку години има секој член на ова семејство, ако мајката е 21 година постара од детето?
Решение. Пред три години семејството имало $49-41=8$ години помалку. Тогаш таткото и мајката имале по 3 години помалку. Бидејќи $8-(3+3)=2$, заклучуваме дека пред три години детето не било родено, т.е. дека тоа денес има точно 2 години. Според тоа, денес мајката има $21+2=23$ години, а таткото има $49-23=26$ години.

74. Збирот на годините на Андреј и Пабло е 15. Збирот на годините на Андреј и Горјан е 19. Следната година збирот на годините на Пабло и Горјан ќе биде 22. Колку години има секое дете?
Решение. Бидејќи по една година секое дете е постаро точно за една година, сега Пабло и Горјан заедно ќе имаат $22-2=20$

години.

Во секој од дадените три збира на годините секое од трите деца Андреј, Пабло и Горјан се јавува по два пати. Според тоа, збирот $15+19+20=54$ е два пати поголем од збирот на годините на трите деца. Значи, збирот на годините на трите деца е еднаков на $54:2=27$. Сега, годините на Горјан ќе ги добиеме ако од збирот на годините на трите деца го одземеме збирот на годините на Андреј и Пабло. Значи, Горјан има $27-15=12$ години. Слично се добива дека Пабло има $27-19=8$ години, а Андреј има $27-20=7$ години.

75. Ако пролетта во Македонија почнува на 21 март, летото на 22 јуни, есента на 23 септември и зимата на 22 декември, кои две годишни времиња се најдолги?

Решение. Бројот на деновите во месеците во годината се дадени во долната табела.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
31	28 (29)	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

Според тоа, пролетта има 93 дена, летото има 93 дена, есента има 90 дена и зимата има 89 (90 ако годината е престапна) дена. Значи, најдолги се годишните времиња пролет и лето.

76. Иван е 4 години помлад од Петар. Петар е постар од Ѓорѓи, Стефан е постар од Диме, Ѓорѓи е постар од Стефан, Иван е помлад од Диме. Колку години Диме е помлад од Ѓорѓи? (Се бројат само цели години.)

Решение. Бројот на годините на секое дете ќе го означиме со првата буква од неговото име. Според условот на задачата важи: $И+4=П$, $Ѓ<П$, $Д<С$, $С<Ѓ$, $И<Д$. Според тоа,

$$И<Д<С<Ѓ<П=И+4.$$

Значи, имаме пет различни броја, при што разликата меѓу најмалиот и најголемиот е еднаква на 4. Последното е можно само ако тоа се пет последователни броеви. Последното значи дека

$$Ѓ=С+1=Д+1+1=Д+2,$$

т.е. Диме е 2 години помлад од Ѓорѓи.

II.4. ЗАДАЧИ СО МЕРНИ БРОЕВИ

77. Од јаже долго $2\,m$ прво е исечен дел со должина $9\,dm$,а потоа друг дел со должина $57\,cm$. Колку е долг делот од јажето кој преостанал?

Решение. Јажето е долго $2\,m = 200\,cm$, а исечните делови се со должини $9\,dm = 90\,cm$ и $57\,cm$. Според тоа, делот од јажето кој преостанал е со должина $200-(90+57)=200-147=53\,cm$.

78. Андреј е $5\,cm$ понизок од Бојан, а Војдан е $3\,cm$ повисок од Андреј. Како се подредени момчињата по височина, почнувајќи од највисокото?

Решение. Бојан е $5\,cm$ повисок од Андреј, а бидејќи Војдан е $3\,cm$ повисок од Андреј, заклучуваме дека Бојан е $5-3=2\,cm$ повисок од Војдан. Значи, Бојан е највисок, па потоа е Војдан и најнизок е Андреј.

79. Ана е за $2\,cm$ повисока од Билјана, која е за $3\,cm$ пониска од Вера. Ако Билјана порасне за $2\,cm$ ќе биде висока колку Калина. Кое девојче е највисоко?

Решение. Бидејќи Ана е $2\,cm$ повисока од Билјана, а ако Билјана порасне $2\,cm$ ќе биде висока колку Калина, заклучуваме дека Ана и Калина се со иста висина. Понатаму, Ана и Калина се по $2\,cm$ повисоки од Билјана, а Вера е $3\,cm$ повисока од Билјана, па значи Вера е $3-2=1\,cm$ повисока од Ана и Калина. Конечно, Вера е највисока.

80. Андреј е $3\,cm$ повисок од Филип, кој е $4\,cm$ понизок од Пабло. Ако Андреј порасне $6\,cm$, ќе биде висок $141\,cm$. Колку е висок Пабло?

Решение. Бидејќи кога ќе порасне $6\,cm$ Андреј ќе биде висок $141\,cm$, тој е висок $141-6=135\,cm$. Понатаму, Андреј е $3\,cm$

повисок од Филип, па затоа Филип е висок $135-3=132\,cm$. Конечно, Пабло е $4\,cm$ повисок од Филип, од каде добиваме дека Пабло е висок $132+4=136\,cm$.

81. Една жаба, по права патека, прави скокови со должина $1\,m$. Таа прави 5 скока напред, па 2 назад, потоа пак 5 скока напред, па 2 назад итн. Колку скокови ќе направи жабата кога за прв пат ќе се наде на $14\,m$ од почетната положба?

Решение. Со секои 5 скока напред и 2 скока назад жабата ќе се оддалечи $5-2=3\,m$. Бидејќи $14-5=3\cdot 3$, за да се оддалечи $14\,m$ од почетната положба, жабата треба да направи три серии по 5 скока напред и 2 назад, а потоа уште 5 скока напред. Значи, жабата ќе направи $3\cdot(5+2)+5=3\cdot 7+5=21+5=26$ скока.

82. На некој семафор еден зад друг застанале два автобуси и три автомобили. Секој автобус е долг $12\,m$, а секој автомобил е долг $3\,m$. Меѓу секои две возила има растојание од $1\,m$. Колку е долга колоната на овој семафор?

Решение. Во колоната има пет возила, што значи дека меѓу нив има четири растојанија од по $1\,m$, со вкупна должина $4\,m$. Според тоа, колоната е долга

$$12+12+3+3+3+4=37\,m.$$

83. Пред семафорот има колона во која има моторцикл, автомобил, моторцикл, автомобил итн. Секој автомобил е долг $3\,m$, секој моторцикл е долг $2\,m$ и меѓу секои две возила има растојание од $1\,m$. Пред семафорот има 7 моторни возила. Колку е долга колоната?

Решение. Пред семафорот има 7 моторни возила и тие во редот се: МАМАМАМ. Значи пред семафорот има 4 моротцикли и 3 автомобили. Понатаму, меѓу возилата има 6 растојанија од по $1\,m$, па затоа колоната е долга

$$4\cdot 2+3\cdot 3+6\cdot 1=23\,m.$$

84. Минатата година Пабло беше $8\,cm$ повисок од Филип. Оваа година Пабло парасна $7\,cm$, а Филип порасна $12\,cm$. Кој е повисок и за колку сантиметри?

Решение. Ако само Пабло порасне $7\,cm$, тогаш тој ќе биде повисок од Филип за $8+7=15\,cm$. Но, Филип пораснал $12\,cm$, па затоа Пабло е повисок од Филип за $15-12=3\,cm$.

85. Две јаболки и три круши имаат маса колку три јаболки и една круша. Колку круши имаат маса како две јаболки? (Сите јаболки имаат иста маса. Сите круши имаат иста маса.)

Решение. Ако од купчето со две јаболки и три круши и од купчето со три јаболки и една круша извадиме две јаболки и една круша, во првото купче ќе останат две круши, а во второто ќе остане едно јаболко. На почетокот купчињата имаат еднаква маси, па како вадиме исти плодови, заклучуваме дека и потоа ќе имаат еднакви маси. Значи, 1 јаболко има маса како 2 круши. Според тоа, 2 јаболка имаат маса како $2\cdot 2=4$ круши.

86. Три банани имаат еднаква маса колку две јаболка. Ако 6 јаболка имаат маса $1\,kg$, колку банани имаат маса $2\,kg$.

(Сите банани имаат еднаква маса. Сите јаболка имаат еднаква маса.)

Решение. Бидејќи 6 јаболка имаат маса $1\,kg$, заклучуваме дека $2\cdot 6=12$ јаболка имаат маса $2\cdot 1=2\,kg$. Понатаму, во 12 јаболка имаме $12:2=6$ групи од по 2 јаболка, кои имаат еднаква маса како 6 групи од по 3 банани, т.е. имаат маса $2\,kg$. Според тоа, $6\cdot 3=18$ банани имаат маса $2\,kg$.

87. Два ореви и три бадеми имаат маса $70\,g$. Еден орев и еден бадем имаат маса $30\,g$. Колкава е масата на два бадеми и три ореви? (Сите бадеми имаат еднаква маса и сите ореви имаат еднаква маса.)

Решение. Бидејќи еден орев и еден бадем имаат маса $30\,g$, заклучуваме дека два ореви и два бадем имаат два пати поголема маса, односно $30+30=60\,g$.Сега, два ореви и три бадем имаат маса $70\,g$, па ако ја одземеме масата на два ореви и два бадемеи ја добиваме масата на еден бадем, т.е. масата на еден бадем е еднаква на $70-60=10\,g$. Според тоа, масата на еден орев е еднаква на $30-10=20\,g$. Конечно, масата на два бадеми и три ореви е еднаква на $2\cdot 10+3\cdot 20=80\,g$.

88. Масата на една кутија со еден лешник во неа е $34\,g$, а масата на иста таква кутија со два лешника во неа е $43\,g$. Масата на иста таква кутија со 3 лешника и 1 бадем е еднаква на $60\,g$. Колкава е масата на еден бадем?

Решение. Бидејќи масата на кутијата со два лешника во неа е $43\,g$, а масата на кутијата со еден лешник во неа е $34\,g$, заклучуваме дека масата на еден лешник е $43-34=9\,g$. Значи, масата на празна кутија е еднаква на $34-9=25\,g$. Сега, бидејќи масата на кутија со 3 лешника и 1 бадем е $60\,g$, заклучуваме дека масата на 1 бадем е еднаква на $60-(25+3\cdot 9)=8\,g$.

II.5. РАЗНИ ЗАДАЧИ

89. Ако поделам 20 јаболки на 13 деца, така што секое дете добие барем по едно јаболко, кој е најголемиот број јаболка што може да ги добие едно дете?

Решение. Прво на секое дете ќе му дадеме по едно јаболко, по што преостануваат $20-13=7$ јаболки. Сега најголемиот број јаболки што може да ги добие едно дете се добива во случајот кога преостанатите 7 јаболки му ги дадеме на едно дете и тоа ќе има $1+7=8$ јаболки.

90. Горјан во понеделникот препливал две должини на базенот, во вторникот препливал три должини на базенот и така секој следен ден тој препливувал по една должина на базенот повеќе отколку претходниот ден. Колку вкупно должини на базенот препливал Горјан од понеделник заклучно до сабота истата седмица?
Решение. Во овие шест последователни дена Горјан препливувал 2, 3, 4, 5, 6 и 7 должини на базенот. Значи, тој вкупно препливал $2+3+4+5+6+7=27$ должини на базенот.

91. На едно дрво има 18 јаболки, а на друго има 7 јаболки повеќе. Колку јаболки вкупно има на двете дрвја?
Решение. На второто дрво има $18+7=25$ јаболки. Според тоа, на двете дрвја има $18+25=43$ јаболки.

92. За време на Новогодишните празници Андреј и Пабло треба да напишат домашна од по 11 задачи. Андреј засега решил 4 задачи и му останувааат за решавање толку задачи колку што решил Пабло. Колку задачи му останувааат на Пабло да реши?
Решение. На Андреј му останувааат да реши $11-4=7$ задачи. Според тоа, Пабло решил 7 задачи, па му останувааат да реши $11-7=4$ задачи.

93. Марија има две јагоди помалку од Ѓорѓи, а тој има една јагода помалку од Елеонора. Ако Марија има 9 јагоди, колку јагоди има Елеонора?
Решение. Ѓорѓи има две јагоди повеќе од Марија, па како Марија има 9 јагоди, добиваме дека Ѓорѓи има $9+2=11$ јагоди. Понатаму, Елеонора има 1 јагода повеќе од Ѓорѓи, па затоа Елеонора има $11+1=12$ јагоди.

94. Горјан има 4 јаболки, 7 круши и 10 сливи. Андреј има 2 јаболки, 5 круши и 8 сливи. Кој има повеќе плодови, Горјан или Андреј и за колку?
Решение. Горјан има $4+7+10=21$ овошни плодови, а Андреј

има $2+5+8=15$ овошни плодови. Имаме, $21>15$, што значи дека Горјан има повеќе плодови и тоа за $21-15=6$.

95. Горјан изел 7 круши и 11 сливи, Пабло изел 4 круши и 6 сливи, а Андреј изел 2 круши и 3 сливи. Колку плодови помалку заедно изеле Пабло и Андреј од Горјан.
Решение. Горјан изел $7+11=18$ плодови, Пабло изел $4+6=10$ плодови, а Андреј изел $2+3=5$ плодови. Пабло и Андреј заедно изеле $10+5=15$ плодови, што значи дека тие заедно изеле $18-15=3$ плодови помалку од Горјан.

96. Горјан има два ореви повеќе од Андреј, кој пак има пет ореви помалку од Пабло. Колку ореви има Пабло, ако бројот на оревите на Горјан е најмалиот непарен двоцифрен број?
Решение. Најмалиот непарен двоцифрен број е бројот 11. Значи, Горјан има 11 ореви. Андреј има 2 ореви помалку од Горјан, што значи дека Андреј има $11-2=9$ ореви. Конечно, Пабло има 5 ореви повеќе од Андреј, па затоа Пабло има $9+5=14$ ореви.

97. Пабло имал 12 бонбони. Тој на Филип му дал две бонбони повеќе отколку што зачувал за себе. Колку бонбони му дал Пабло на Филип?
Решение. Ако Пабло прво му даде 2 бонбони на Филип, тогаш преостанатите $12-2=10$ бонбони треба да ги подели подеднакво со Филип. Бидејќи $5+5=10$, заклучуваме дека Пабло за себе зачувал 5 бонбони, а на Филип му дал $5+2=7$ бонбони.
Навистина, $5+7=12$.

98. Горјан и Андреј вкупно изеле 19 јаготки. Горјан изел 5 јаготки повеќе од Андреј. Колку јаготки изело секое дете?
Решение. Од 19 јаготки Горјан изел 5 повеќе. Тоа значи дека преостанатите $19-5=14$ јаготки Горјан и Андреј ги поделиле подеднакво. Бидејќи $7+7=14$ заклучуваме дека Андреј изел 7 јаготки. Горјан изел 5 јаготки повеќе, што значи дека тој изел $7+5=12$ јаготки.

99. Зајакот Ушко во понеделникот изел 1 морков, во вторникот изел 2 моркова, а потоа од средата до неделата секој ден јадел по 3 моркови. Колку моркови изел Ушко во текот на целата седмица?
Решение. Од средата до неделата има 5 дена, во кои Ушко јадел по 3 моркови. Значи, во текот на целата седмица Ушко изел $1+2+5\cdot 3=1+2+15=18$ моркови.

100. Во училницата има 8 момчиња, а бројот на девојчињата е за 3 поголем од бројот на момчињата. Од училницата излегле 4 деца. Колку деца останале во училницата?
Решение. Во училницата има $8+3=11$ девојчиња. Значи, вкупниот број ученици е еднаков на $8+11=19$. Бидејќи излегле 4 деца, во училницата останале $19-4=15$ деца.

101. На игралиштето вкупно има 20 деца. Тие носат дресови со броевите од 1 до 20. Сите деца од број 8 до број 18, заклучно, имаат зелени балони, а преостанатите деца имаат сини балони. Колку деца имаат сини балони?
Решение. *Прв начин.* Сини балони имаат децата кои имаат број помал од 8 и децата кои имаат број поголем од 18. Значи, сини балони имаат 7 деца и $20-18=2$ деца. Конечно, сини балони имаат $7+2=9$ деца.
Втор начин. Зелени балони имаат децата со број од 8 до 18, заклучно, што значи дека зелени балони имаат $18-7=11$ деца. Значи, сини балони имаат $20-11=9$ деца.

102. На почетната постојка во еден автобус се качиле возачот и 18 патници. На втората постојка слегле 7 и се качиле 11 луѓе, меѓу кои биле и двајца контролори. На следната постојка слегле контролорите и еден патник. Колку луѓе потоа имало во автобусот?
Решение. На почетокот во автобусот имало $18+1=19$ луѓе. На втората постојка овој број се зголемил за $11-7=4$, а на третата се намалил за $2+1=3$ лица. Конечно, по третата постојка во автобусот имало $19+4-3=20$ луѓе.

103. На болниот мачор Дивко треба да му се даваат лекарства: првите два дена по 3 таблети, а следните шест дена по 2 таблети. Колку таблети се потребни за лечење на мачорот?

Решение. За лечење на мачорот се потребни

$$2 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 6 + 12 = 18 \text{ таблети.}$$

104. На кинолошки натпревар (натпревар на кучиња) секој сопственик на куче водел по едно куче. Колку сопственици имало, ако кучињата имале вкупно 24 нозе?

Решение. На натпреварот имало сопственици, колку што имало кучиња. Едно куче има 4 нозе, а како сите кучиња заедно имале 24 нозе, добиваме дека на натпреварот имало $24 : 4 = 6$ кучиња. Значи, на натпреварот имало 6 сопственици на кучиња.

105. Цветанка подготвила колачи и ги поделила подеднакво на Горјан, Андреј и Пабло. Андреј изел дел од своите колачи по што му преостанале 5 колачи. Пабло ги изел своите колачи и изел 2 од колачите на Андреј. На крајот Горјан изел 12 колачи, по што веќе немало колачи. Колку колачи направила Цветанка?

Решение. На Андреј му преостанале 5 колачи, од кои 2 изел Пабло. Значи, останале уште $5 - 2 = 3$ колачи на Андреј кои ги изел Горјан. Значи, Горјан ги изел своите колачи и 3 колачи на Андреј. Но, тој изел 12 колачи, што значи дека Горјан имал $12 - 3 = 9$ колачи.

Конечно, бидејќи секое дете добило еднаков број колачи, заклучуваме дека Цветанка направила $9 + 9 + 9 = 3 \cdot 9 = 27$ колачи.

106. Меѓу секои два ката на една зграда има 22 стапала. Колку стапала треба да искачи Андреј за да од третиот кат отиде кај Пабло на седмиот кат?

Решение. Имаме:

$$3 \to 4 \to 5 \to 6 \to 7,$$

што значи дека Андреј треба да искачи четири скали со по 22 стапала. Според тоа, за да отиде кај Пабло, тој треба да искачи $22 + 22 + 22 + 22 = 88$ стапала.

107. Меѓу секои два ката на една зграда скалите имаат еднаков број стапала. За да се качи од првиот до третиот кат Андреј треба да искачи 36 стапала. Колку стапала треба да искачи Андреј за да се искачи од првиот до шестиот кат?

Решение. За да се искачи од првиот до третиот кат Андреј треба да искачи две скали со еднаков број стапала. Тој искачува 36 стапала, што значи дека една скала има $36:2=18$ стапала. Понатаму, за да се искачи од првиот до шестиот кат, Андреј стасува во следниов редослед

$$1\to 2\to 3\to 4\to 5\to 6,$$

т.е. треба да искачи пет скали со по 18 стапала. Значи, Андреј треба да искачи $5\cdot 18=90$ стапала.

108. Меѓу секои два ката на една зграда скалите имаат еднаков број стапала. Горјан за да се качи од првиот до четвртиот кат искачил 51 скалило. Колку стапала треба да искачи Горјан за да стаса од третиот до седмиот кат?

Решение. За да се искачи од првиот до четвртиот кат Горјан искачува три скали со еднаков број стапала. Но, Горјан искачил 51 скалило, што значи дека една скала има $51:3=17$ стапала. Од третиот до седмиот кат Горјан стасува во следниов редослед

$$3\to 4\to 5\to 6\to 7,$$

т.е. треба да искачи 4 скали со по 17 стапала. Значи, Горјан треба да искачи $4\cdot 17=68$ стапала.

109. Алејата во паркот во „Ново Лисиче“ е осветлена со седум уличи светилки. Меѓу секои две соседни светилки има по три клупи за седење. Колку клупи за седење има во алејата?

Решение. Светилките во алејата се распоредени на следниов начин:

$$1-2-3-4-5-6-7.$$

Според тоа, меѓу светилките има шест места и во секое од нив се поставени по три клупи за седење. Значи, бројот на клупите за седење е еднаков на

$$3+3+3+3+3+3=6\cdot 3=18.$$

110. На една плажа покрај Охридското езеро има пет пунктови за спасување. Меѓу секои два пункта спасителите изградиле по два песочни замоци. Колку песочни замоци има меѓу првиот и последниот пункт за спасување?

Решение. *Прв начин*. Меѓу првиот и вториот пункт има 2 замоци, меѓу вториот и третиот пункт има 2 замоци, меѓу третиот и четвртиот пункт има 2 замоци и меѓу четвртиот и петтиот (последен) пункт има 2 замоци. Значи,вкупноот број замоци меѓу првиот и последниот пункт е $2+2+2+2=8$.

Втор начин. Меѓу првиот и петтиот пункт има 4 растојанија, во секое од кои се наоѓаат по 2 замоци. Според тоа, вкупниот број замоци меѓу првиот и последниот пункт е $4\cdot 2=8$ замоци.

111. На Охридското езеро во трка за големи едрилици учествуваат седум едрилици. Секоја едрилица има екипаж од три члена. Колку луѓе учествуваат во трката?

Решение. Имаме 7 екипи со по 3 члена, што занчи дека во трката учествуваат

$$3+3+3+3+3+3+3=7\cdot 3=21 \text{ луѓе.}$$

112. Марко купил 10 кутии во кои сакал да запакува поклони за 8-ми март. Во 5 од кутиите тој ставил по еден парфем, а во 4 кутии ставил по еден крем за раце. Притоа во 2 кутии тој ставил и парфем и крем за раце. Колку кутии останале празни?

Решение. Марко запакувал $5+4=9$ поклони. Бидејќи во 2 кутии ставил по 2 поклони, тој $9-2\cdot 2=5$ поклони ставил по еден поклон во кутија. Според тоа, тој поклоните ги запакувал во $2+5=7$ кутии, што значи дека празни останале $10-7=3$ кутии.

113. Пабло има четири кутии со чоколади. Во секоја кутија има различен број чоколади, најмалку 3 и најмногу 6. Колку чоколади има Пабло?

Решение. Во секоја кутија може да има 3, 4, 5 или 6 чоколади. Бидејќи имаме четири кутии, а само четири можности, при што

во секоја кутија има различен број чоколади, заклучуваме дека во кутиите има точно 3, 4, 5 и 6 чоколади. Значи, вкупниот број чоколади е $3+4+5+6=18$.

114. Андреј има осум кутии со бонбони. Во секоја кутија има различен број бонбони, при што во секоја кутина има најмалку една и најмногу осум бонбони. Колку бонбони има Андреј?

Решение. Броеви кои се поголеми или еднакви на 1 и се помали или еднакви на 8 се: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8. Значи, има осум такви броја и бидејќи има осум кутии и во секоја кутија има различен број бонбони од 1 од 8, заклучуваме дека во кутиите има: 1, 2, 3, 4, 5, 6,7 и 8. Значи, Андреј има

$$1+2+3+4+5+6+7+8=36 \text{ бонбони.}$$

115. Четири деца на излет понеле сендвичи. Секое дете понело најмалку два сендвичи и нема две деца кои понеле еднаков број сендвичи. Кој е најмалиот можен број сендвичи кои децата го понеле на излет?

Решение. Најмалиот можен број сендвичи се добива во случај кога секое дете, во некој редослед, понело најмал можен број сендвичи. Бидејќи секое дете понело барем два сендвичи, а нема две деца кои понеле еднаков број сендвичи, заклучуваме дека најмалите можни броеви сендвичи кои ги понеле четирите деца се 2, 3, 4 и 5. Според тоа, најмалиот можен број сендвичи кои децата ги понеле на излет е $2+3+4+5=14$ сендвичи.

116. Во една куќа има пет соби и во секоја соба има барем по две столици. Во секоја соба има различен број столици. Определи го најмалиот можен број столици во куќата.

Решение. Најмалиот можен број столици во куќата се добива кога во собите во некој редослед имаме најмали можни броеви столици. Бидејќи во секоја соба има најмалку 2 столици, а бројот на столиците во секоја соба е различен, тоа е случај кога во собите, во некој распоред, има 2, 3, 4, 5 и 6 столици. Значи, најмалиот можен број столици во куќата е еднаков на

$$2+3+4+5+6=20\,.$$

117. Во една спортска сала има шест шкафови и во секој шкаф има најмалку по три топки. Не постојат два шкафа во кои има еднаков број топки. Сите топки се сместени во шесте шкафови. Определи го најмалиот број топки кои може да ги има во салата.
Решение. Најмалиот број топки се добива кога во шкафовите во некој редослед имаме најмали можни броеви топки. Бидејќи во секој шкаф има барем три топки и не постојат два шкафа во кои има еднаков број топки, најмалите можни броеви топки во шкафовите се: 3, 4, 5, 6, 7 и 8. Според тоа, најмалиот може број топки во салата е: $3+4+5+6+7+8=33$.

118. Во една спортска сала има шест шкафови и во секој шкаф има најмалку по три топки. Не постојат три шкафови во кои има еднаков број топки. Сите топки се сместени во шесте шкафови. Определи го најмалиот број топки кои може да ги има во салата.
Решение. Најмалиот број топки се добива кога во шкафовите во некој редослед имаме најмали можни броеви топки. Бидејќи во секој шкаф има барем три топки и не постојат три шкафа во кои има еднаков број топки, најмалите можни броеви топки во шкафовите се: 3, 3, 4, 4, 5 и 5. Според тоа, најмалиот може број топки во салата е: $3+3+4+4+5+5=24$.

119. Пабло и 4 други деца имаат 18 топчиња за тенис. Ниту едно од другите деца нема помалку топчиња од Пабло. Кој е најголемиот број топчиња што може да ги има Пабло?
Решение. Нека Пабло има 4 или повеќе топчиња. Бидејќи ниту едно од другите деца нема помалку топчиња од Пабло, тие заедно треба да имаат најмалку $4+4+4+4+4=5\cdot 4=20$ топчиња. Но, децата заедно имаат 18 топчиња, па затоа Пабло мора да има помалку од 4 топчиња. Нека Пабло има три топчиња. Тогаш останатите четири деца заедно имаат $18-3=15$ топчиња. Овие 15 топчиња може да се поделат на четири деца така што секое од нив има најмалку 3 топчиња. На пример, една таква поделба е 3,

4, 4 и 4 топчиња. Значи, Пабло може да има најмногу 3 топчиња.
Коментар. Постојат уште две поделби на 15 топчиња на 4 деца така што е исполнет условот на задачата. Најди ги овие поделби.

120. Елена нацртала повеќе цртежи од Марија, а Марија нацртала повеќе цртежи од Виолета. Трите заедно нацртале вкупно 12 цртежи. Ако Виолета нацрта уште три цртежи, тогаш таа ќе има повеќе цртежи од Елена. Колку цртежи нацртало секое девојче?
Решение. Елена нацртала 5 или повеќе цртежи. Навистина, ако Елена нацртала 4 цртежи, тогаш Марија може да нацртала најмногу 3 цртежи, а Виолета може да нацртала најмногу 2 цртежи. Но, тогаш трите заедно нацртале најумногу $2+3+4=9<12$ цртежи, што противречи на условот на задачата.
Елена нацртала помалку од 6 цртежи. Навистина, ако Елена нацртала 6 или повеќе цртежи, тогаш Марија и Виолета заедно нацртале 6 или помалку цртежи. Но, Марија нацртала повеќе цртежи од Виолета, па затоа Виолета нацртала помалку од три цртежи. Ова не е можно, бидејќи тогаш Марија заедно со трите нови цртежи ќе има помалку од 6 цртежи, колку што нацртала Елена, а треба да има повеќе цртежи од Елена.
Значи, Елена нацртала точно 5 цртежи, а Марија и Виолета заедно нацртале $12-5=7$ цртежи. Сега лесно се добива дека Марија нацртала 4 цртежи, а Виолета нацртала 3 цртежи. Навистина, $3<4<5$ и $3+4+5=12$.

121. Горјан, Пабло и Андреј имаат вкупно 20 топчиња, при што секој има различен број топчиња. Секои две момчиња заедно имаат повеќе од 11 топчиња. Горјан има најмногу, а Андреј има најмалку топчиња. Колку топчиња има Андреј?
Решение. Трите момчиња заедно имаат 20 топчиња, а секои две заедно имаат повеќе од 11 топчиња. Затоа, секое момче има помалку од $20-11=9$ топчиња. Понатаму, секои две момчиња заедно имаат повеќе од 11 топчиња, а секое момче има помалку од 9 топчиња, па затоа секое момче мора да има повеќе од 3 топчиња. Значи, треба да определиме три различни броја поголеми

од 3, помали од 9 и чиј збир е еднаков на 20, при што збирот на секои два броја е поголем од 11. Јасно, тоа се три броја од броевите 4, 5, 6, 7 и 8. Збирот на било кои два од трите броја мора да е поголем од 11, па затоа меѓу избраните броеви може да е само еден од броевите 4, 5 или 6. Значи, двата броја се 7 и 8, па како $20-(7+8)=5$ заклучуваме дека Андреј има 5 топчиња.

122. Во текот на четири последователнио дена Горјан решил 18 задачи. Притоа секој ден решавал по една задача повеќе од претходниот ден. Колку задачи решил Горјан првиот ден?

Решение. *Прв начин*. Ако бројот на задачите кои Горјан ги решил првиот ден го одземеме од броевите на задачите кои Горјан ги решил првиот, вториот, третиот и четвртиот ден ги добиваме броевите 0, 1, 2 и 3. Збирот на овие броеви е $0+1+2+3=6$. Сега разликата $18-6=12$ е четири пати поголема од бројот на заадачите кои Горјан ги решил првиот ден. Значи, првиот ден Горјан решил $12:4=3$ задачи.

Втор начин. Со x да го означиме бројот на задачите кои Горјан ги решил првиот ден. Тогаш вториот ден тој решил $x+1$ задача, третиот ден решил $x+2$ и четвртиот ден решил $x+3$ задачи. Затоа

$$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)=18,$$
$$4x+6=18,$$
$$4x=12,$$
$$x=3.$$

Значи, Горјан првиот ден решил 3 задачи.

Трет начин. Задачата ќе ја решиме со проба. Така ја имаме следнава табела.

	прв ден	втор ден	трет ден	четврт ден	вкупно
Задачи	1	2	3	4	$10 < 18$
	2	3	4	5	$14 < 18$
	3	4	5	6	18
	4	5	6	7	$22 > 18$

Од горната табела заклучуваме дека Горјан првиот ден решил 3 задачи.

123. На еден математички натпревар биле зададени 6 задачи. За секој точен одговор се добивале по 5 поени, за нецолесен одговор се добивале по 2 поени и за неточен одговор се добивале по 0 поени. Марко освоил 19 поени. Колку точни и колку неточни одговори дал Марко?

Решение. Задачата ќе ја решиме со проба, при што ќе ги разгледаме сите можности. Бидејќи $4 \cdot 5 = 20 > 19$ доволно е да ги разгледаме само случаите кога Марко точно решил 1, 2 или 3 задачи.

задачи од 5 поени		остануваат поени	колку задачи од 2 поени треба да се решат
број	поени		
1	5	19 – 5 = 14	14 : 2 = 7 > 6
2	10	19 – 10 = 9	не е можно
3	15	19 – 15 = 4	4 : 2 = 2

Од податоците во табелата гледаме дека е можен само случајот кога Марко точно решил 3 задачи. Притоа тој нецелосен одговор дал на 2 задачи и неточно решил 1 задача.

124. Една фудбалска екипа на шест натпревари освоила 11 бодови. Во фудбалот за победа се добиваат 3 бода, за нерешен резултат се добива 1 бод и за пораз се добиваат 0 бодови. Колку натпревари победила, а колку загубила оваа екипа?

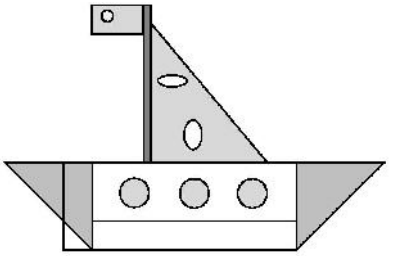
Решение. Задачата ќе ја решиме со проба, при што ќе ги разгледаме сите можности. Бидејќи $4 \cdot 3 = 12 > 11$ доволно е да ги разгледаме само случаите кога екипата победила 1, 2 или 3 натпревари.

победи		остануваат бодови	колку натпреваи треба да се нерешени
број	бодови		
1	3	11 – 3 = 8	8 : 1 = 8 > 5
2	6	11 – 6 = 5	5 : 1 = 5 > 4
3	9	11 – 9 = 2	2 : 1 = 2

Од податоците во табелата гледаме дека е можен само случајот кога екипата победила во 3 натпревари (во другите два случаја за да освои 11 бодови треба да одигра повеќе од 6 натпревари). Притоа таа нерешено одиграла 2 натпревари и загубила 1 натпревар.

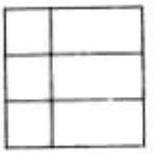
III ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ

1. По колку кругчуња, триаголници и правоаголници се прикажани на цртежот десно?



Решение. На дадениот цртеж се прикажани 4 кругчиња, 5 триаголници и 7 правоаголници.

2. Колку квадрати содржи фигурата прикажани на цртежот десно?



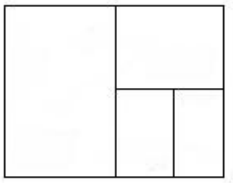
Решение. Малите квадратчиња и правоаголниците содржани на дадениот цртеж да ги означиме како на левиот цртеж.

Сега лесно се гледа дека на цртежот се прикажани квадратите:

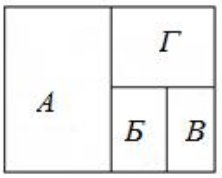
а, б, в, абгд, бвдѓ и абвгдѓ .

Значи на дадениот цртеж се прикажани 6 квадрати.

3. Колку правоаголници се прикажани на цртежот десно? (Квадратот е правоаголник.)



Решение. Да означиме како што е прикажано на долниот лев цртеж.



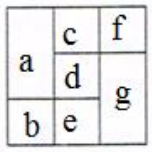
На дадениот цртеж правоаголници се:

$$А, Б, В, Г, БВ, БВГ \text{ и } АБВГ .$$

Според тоа, на цртежот се прикажани седум правоаголници,

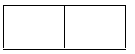
4. Колку квадрати се прикажани на цртежот десно?

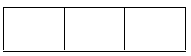
Решение. Малите квадратчиња и правоаголниците содржани на дадениот цртеж да ги означиме како на левиот цртеж.



Сега лесно се гледа дека на цртежот се прикажани квадратите: b, c, d, e, f, acd, deg и abcdefg. Значи на дадениот цртеж се прикажани 8 квадрати.

5. Фигурата прикажа на цртежот десно содржи девет отсечки со крајни точки во темињата на двете квадратчиња (седум единечни отсечки и две отсечки составени од по две единечни отсечки). Колку отсечки со крајни точки во темињата на трите квадратчиња содржи фигурата прикажана на левиот цртеж?



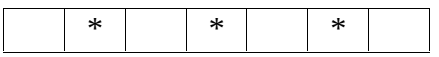


Решение. На легнатата горна линија се содржани 3 единечни отсечки, 2 отсечки составени од по две единечни отсечки и 1 отсечка составена од три единечни отсечки. Тоа се $3+2+1=6$ отсечки. Исто толку отсечки се содржани и на легнатата долна линија, а имаме уште 4 исправени отсечки. Конечно,дадената фигура содржи $6+6+4=16$ отсечки со крајни точки во темињата на трите квадратчиња.

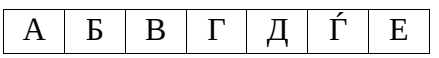
6. Во колку правоаголници на фигурата прикажана на цртежот десно го има знакот ♡? (Квадратот е правоаголник.)

Решение. Фигурата содржи 1 правоаголник со знакот ♡ составен од 1 квадратче, 2 правоаголници со знакот ♡ составени од по 2 квадратчиња, 3 правоаголници со знакот ♡ составени од 3 квадратчиња, 2 правоаголници со знакот ♡ составени од по 4 квадратчиња и 1 правоаголник со знакот ♡ составен од 5 квадратчиња. Значи, вкупниот број правоаголници кои го содржат знакот ♡ е еднаков на $1+2+3+2+1=9$.

7. Колку правоаголници кои содржат само една ѕвездичка се прикажани на цртежот десно?



Решение. Единечните полиња ќе ги означиме како на цртежот десно. При овие ознаки, правоаголници кои содржат само една

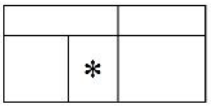


свездичка се:

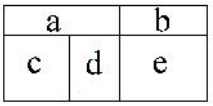
Б, Г, Ѓ, АБ, БВ, ВГ, ГД, ДЃ, ЃЕ, АБВ, ВГД, ДЃЕ.

Значи, вкупно има 12 правоаголници кои содржат само една свездичка.

8. Определи го бројот на сите правоаголници во кои има свездичка.



Решение. Правоаголниците на дадениот цртеж ќе ги означиме како на долниот цртеж лево.

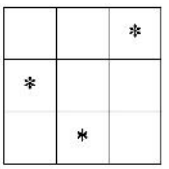


Сега, правоаголниците во кои има свездичка се всушност правоаголниците во кои е буквата d. Такви правоаголници се:

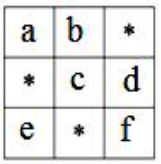
$$d, cd, de, cde, acd, abcde.$$

Значи, има 6 правоаголници во кои има свездичка.

9. Во колку правоаголници претставени на цртежот десно има точно по една свездичка? (Квадратот е правоаголник.)



Решение. Квадратчињата во кои нема свездичка да ги означиме како на долниот лев цртеж.



Според тоа, имаме 3 правоаголници со по една свездичка составени од едно квадратче, 8 правоаголници со по една свездичка составени од по две квадратчиња и тоа:

a*, b*, *c, c*, e*, *e, *d, *f ,

6 правоаголници со по една свездичка составени од по три квадратчиња и тоа:

ab*, a*e, bc*, *cd, e*f, *df ,

и 3 правоаголници со по една свездичка составени од по четири квадратчиња и тоа:

abc*, bcd*, cdf* .

Конечно, на цртежот има $3+8+6+3=20$ правоаголници со по една свездичка.

10. Колку правоаголницииима на цртежот, во кои има точно по два знаци ♥?

♥	♥	♥	♥	♥
♥	♥	♥	♥	♥

Решение. Правоаголниците ќе ги означиме како на цртежот десно. Значи, правоаголници во кои има точно по два знаци ♥ се:

А	*В*	*Д*	*Е*
Б	*Г*	*Ѓ*	*Ж*

$$А, Б, ВД, ДЕ, ГЃ, Ѓ Ж, ВГ, ДЃ \text{ и } ЕЖ .$$

Според тоа, има 7 правоаголници во кои има тоќно по два знака ♥.

11. Селата А, Б, В и Г се подредени во тој редослед на патот (види цртеж). Растојанието од А до Г е $20\,km$, од А до В е $15\,km$, а од Б до Г е $14\,km$. По колку километри има меѓу секои две села?

Решение. Растојанието меѓу А и Б го добиваме ако од растојанието меѓу А и Г го одземеме растојанието меѓу Б и Г. Значи тоа е еднакво на $20-14=6\,km$. Слично, растојанието од Б до В е еднаков на $15-6=9\,km$, а растојанието од В до Г е еднакво на $14-9=5\,km$.

12. На долниот цртеж е дадена отсечка $АГ$ и на неа точки $Б$ и $В$ такви што $\overline{АГ}=1\,m$, $\overline{АВ}=7\,dm$ и $\overline{БГ}=6\,dm$. Пресметај ја должината на отсечката $БВ$.

Решение. Имаме

$$\overline{АБ}=\overline{АГ}-\overline{БГ}=1\,m-6\,dm=10\,dm-6\,dm=4\,dm .$$

Според тоа,

$$\overline{БВ}=\overline{АВ}-\overline{АБ}=7\,dm-4\,dm=3\,dm .$$

13. Триаголник и правоаголник имаат еднакви периметри. Должините на страните на правоаголникот се $21\,cm$ и $12\,cm$. Должините на две страни на триаголникот се по $20\,cm$. Определи ја должината на третата страна на триаголникот.

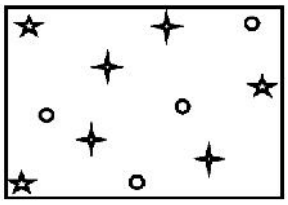
Решение. Нека должината на третата страна на триаголникот е c. Имаме,

$$c + 2 \cdot 20 = 2 \cdot (21 + 12),$$
$$c + 40 = 2 \cdot 33$$
$$c + 40 = 66$$
$$c - 66 - 40$$
$$c = 26\ cm.$$

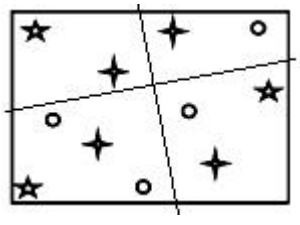
14. Квадрат со страна со должина $4\ cm$ е залепен за подолгата страна на правоаголник со должини на страни $3\ cm$ и $10\ cm$. Колкав е периметарот на добиената фигура?

Решение. Периметарот на квадратот е еднаков на $4 \cdot 4 = 16\ cm$, а периметарот на правоаголникот е еднаков на $2 \cdot (3 + 10) = 26\ cm$. Збирот на двата периметри е $16 + 26 = 42\ cm$. Кога квадратот ќе се залепи за поголема страна на правоаголникот, периметарот на добиената фигура е помал од збирот на периметрите на квадратот и правоаголникот за две должини на страната на квадратот (Зошто?). Според тоа, периметарот на добиената фигура е $42 - 2 \cdot 4 = 34\ cm$.

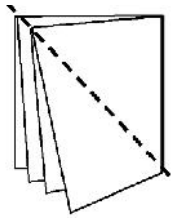
15. За роденден Филип добил торта со три вида украси. Тој сака тортата, со две прави, да ја подели тортата на четири дела така што секој дел е различно украсен. Помогни му на Филип тоа да го направи. Украсите не смее да се сечат.



Решение. Една поделба на која сите делови се различно украсени е дадена на цртежот десно. Навистина, два дела се украсени со по два украси и тоа едниот со две ѕвездички, а другиот со кругче и ѕвездичка, третиот дел е украсен со три украси, а чртвртиот дел е украсен со четири украси.

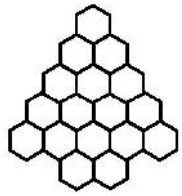


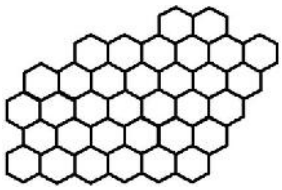
16. Бел магичен лист хартија ја менува својата боја во црна на местата каде бели страни ќе се најдат една наспроти друга. Квадратен магичен лист е превиткан два пати како на цртежот десно, а потоа е пресечен по испрекинатата линија. Колку од добиените делови се црни на двете страни?



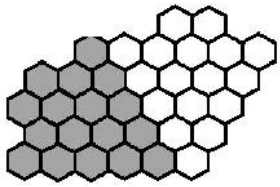
Решение. Кога листот ќе се превитка на половина, тогаш целиот лист станува црн на едната страна. Кога листот ќе се превитка по втор пат, половина од листот станува црн на двете страни, а половина е црн на едната страна и е бел на другата страна. Кога вака превиткаииот лист ќе се пресече по испрекинатата линија, ќе добиеме четири триаголници и тоа: два црни од двете страни и два црни од едната и бели од другата страна. Покрај тоа ќе добиеме и едно поголемо (квадратно) парче хартија кое е црно бело. Значи, ќе добиеме само 2 дела кои се црни на двете страни.

17. На часот по ликовно воспитување Пабло нацртал од исти полиња и изрежал две елки, со облик како што е прикажано на цртежот десно. Потоа тој ги залепил елките една до друга и ја добил фигурата прикажана на долниот цртеж. Оддели ги двете елки.

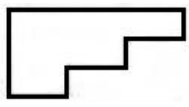




Решение. Секоја од двете елки долу има по две полиња над кои има по пет полиња. На цртежот на кој елките се залепени такви облици има на левата и на горната страна. Бараното одделување на елките е прикажано на цртежот десно.

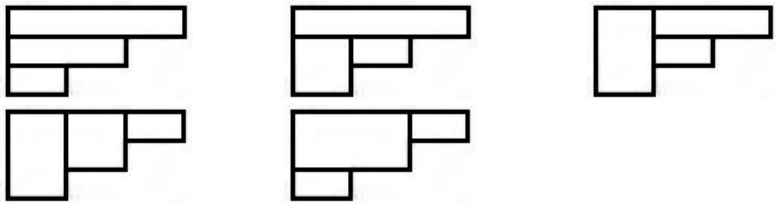


18. На колку начини фигурата прикажана на цртежот десно може да се расече на три право-



аголници.

Решение. Дадената фигура на три правоаголници може да се расече на пет начини. Можните расекувања се прикажани на долните цртежи.



19. Горјан точно ги пребројал рабовите на една коцка, а Пабло точно ги пребројал темињата на коцката. Определи го збирот на броеви кои ги добиле Горјан и Пабло.

Решение. Коцката има 12 рабови и 8 темиња. Значи Горјан го добил бројот 12, а Пабло го добил бројот 8. Според тоа, бараниот збир е $12+8=20$.

IV ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

IV.1. ВЕНОВИ ДИЈАГРАМИ

Секоја задача од овој дел се решава со помош на Венов дијаграм, за што пресметикте се дадени во решенијата на задачати. Нацртај ги дијаграмите.

1. Во еден вагон има десет купиња. Во осум купиња има мажи, а во пет има жени. Едно од купињата е празно. Во колку купиња има и мажи и жени:
   Решение. Луѓе има во $10-1=9$ купиња. Бидејќи во пет купиња има жени, заклучуваме дека во $9-5=4$ купиња нема жени, а бидејќи во осум купиња има мажи, заклучуваме дека во $9-8=1$ купе нема мажи. Според тоа, во $4+1=5$ купиња или нема мажи или нема жени. Конечно, бидејќи во 9 купиња има луѓе, заклучуваме дека во $9-5=4$ купиња има и мажи и жебни.

2. Во едно одделение има 27 ученици. Од нив 19 тренираат пливање, 17 се членови на извидничката секција и 6 ниту тренираат пливање, ниту се членови на извидничката секција. Колку деца од ова одделение тренираат пливање и се членови на извидничката секција?
   Решение. Јасно, $27-6=21$ дете или плива или е извидник. Бидејќи 19 деца пливаат, заклучуваме дека од овие 21 дете само извидници се $21-19=2$ деца. Но, извидници има 17, па затоа меѓу нив $17-2=15$ се и пливачи. Јасно, $19-15=4$ деца само пливаат. Значи, 15 деца од ова одделение тренираат пливање и се членови на извидничката секција.

3. Транспортната компанија „Превозник“ има 24 автобуси. Од нив 17 се климатизирани, а 9 имаат видео. Притоа 5 автобуси имаат видео и се климатизирани. Колку автобуси не се климатизирани и немаат видео?

Решение. Бидејќи 17 автобуси се климатизирани и од нив 5 имаат и видео, заклучуваме дека $17-5=12$ автобуси се само климатизирани. Слично, $9-5=4$ автобуси имаат само видео. Конечно, $24-(12+4+5)=24-21=3$ автобуси не се климатизирани и немаат видео.

4. Во едно одделение има 26 ученици. Од нив 13 учат англиски јазик, 9 учат германски јазик, а 4 деца учат и англиски и германски јазик. Колку деца не учат ниту англиски, ниту германски јазик?

   Решение. Само англиски јазик учат $13-4=9$ деца, а само германски јазик учат $9-4=5$ деца. Според тоа, барем еден од двата јазика го учат $9+5+4=18$ деца, а ниту еден од двата јазика не учат $16-18=8$ деца.

5. Во автобус има 9 девојчиња и 11 момчиња, од кои 13 деца носат ранци. Ако 8 момчиња носат ранци, колку момчиња и колку девојчиња не носат ранци?

   Решение. Од 11 момчиња 8 носат ранци. Значи, $11-8=3$ момчиња не носат ранци. Од 13 деца кои носат ранци 8 се момчиња, што значи дека $13-8=5$ девојчиња носат ранци. Вкупно има 9 девојчиња, од кои 5 носат ранци, па затоа $9-5=4$ девојчиња не носат ранци.

6. Во едно одделение има 11 девојчиња и 14 момчиња. Од нив 17 деца се со кафеава коса, а останатите се со руса коса. Ако шест девојчиња имаат руса коса, колку момчиња имаат кафеава коса?

   Решение. Руса коса имаат $11+14-17=25-17=8$ деца. Од нив 6 се девојчиња, па затоа руса коса имаат $8-6=2$ момчиња. Конечно, $14-2=12$ момчиња имаат кафеава коса.

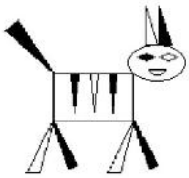
IV.2. ЛОГИЧКИ ГЛАВОБОЛКИ

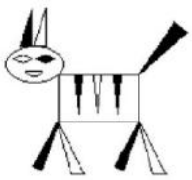
7. На долните цртежи се прикажани пет чинии. Четири од нив се од еден сервис, но една не е од истиот сервис. Која е таа чинија?

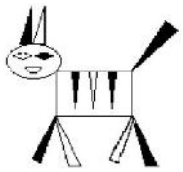
А Б В Г Д

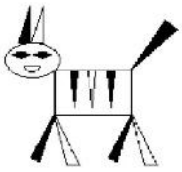
Решение. На четири чинии црните квадратчиња се групирани две по две и се одделени со едно и три бели квадратчиња. Но, тоа не е случај со чинијата А). Значи, чинијата А) не е од сервисот.

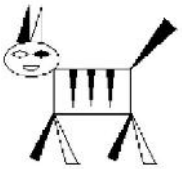
8. Мачката на Пабло е прикажана на цртежот десно. Пабло ја гледал мачката во огледало. Што видел Пабло?



А) 

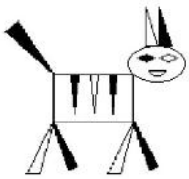
Б) 

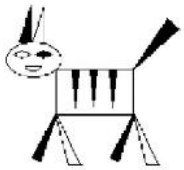
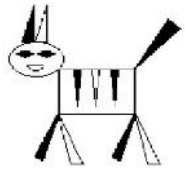
В) 

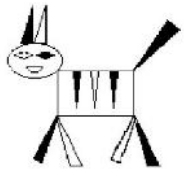
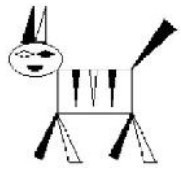
Г) 

Решение. Цртежот под А) огледално е идентичен со дадениот цртеж на мачката на Пабло, а додека во цртежот под Б) се заменети боите на задните нозе, во цртежот под В) двете очи се црни (кај мачката очите се црно и бело) и во цртежот под Г) средната шара е црна (кај мачката е бела). Значи, огледалниот одраз на мачката кој го видел Пабло е прикажан на цртежот под А).

9. Мачката на Пабло е прикажана на цртежот десно. Пабло ја гледал мачката во огледало. Што видел Пабло?

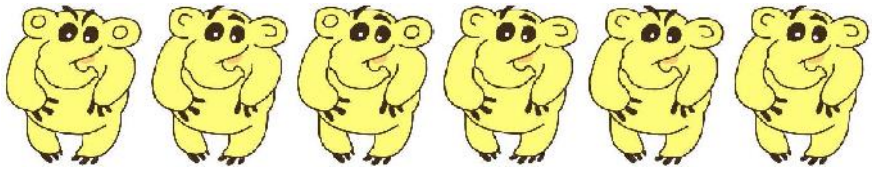


А)  Б) 

В)  Г) 

Решение. На цртежот А) средната шара е црна, а кај мачката на Пабло е бела. На цртежот Б) две очи се црни, а кај мачката на Пабло се бело и црно. На цртежот В) се заменети боите на задните нозе. На цртежот Г) устата на мачката е црна, а кај мачката на Пабло е бела. Значи, Пабло во огледалото не видел ниту еден од одразите А), Б), В) и Г).

10. Во марсовското семејство Зефирец има шест браќа, двајца од кои се близнаци, кои личат еден на друг како две капки вода. Како се викаат близнаците?



Макс Вакс Пакс Ракс Факс Какс

Решение. Макс и Факс имаат различни веѓи од другите браќа, но левите уши им се различни и тие не се близнаците. Другите четири браќа имаат исти веѓи, но само Вакс, Ракс и Какс имаат исти уши. Но, Ракс на десната нога има четири прсти, а другите двајца имаат по три прсти. Значи, идентични близнаци се Вакс и Какс, кои имаат исти веѓи, раце, нозе, уши, очи и сурла.

11. Чуварите на Смарагдниот град известиле дека над градот виделе вештерка како лета на метла (цртеж десно). Која вештерка ја виделе чуварите, ако тие ги имаат фотогра-

фиите на сите шест вештерки?

Анфиса Бастинда Риана

Данида Гингема Виолета

Решение. Анфиса не одговара, на капата на сенката нема туфна. Не е и Бастинда, нејзината метла е различна од онаа на сенката. Риана не соодветствува, на сенката нема плашт со кој е наметната Риана. Гингема има чевли со потпетици, а на сенката се чевли без потпетици, па значи не е Гингема. Исто и Виолета има чевли со потпетици, кои не се на сенката, но Виолета и мафта со рака. Значи, стражарите ја виделе Данида.

12. Пабло секоја од буквите во зборот МАТЕМАТИКА ја заменил со следната буква од азбуката. Што добил Пабло?

Решение. Имаме

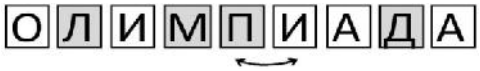
М → Н, А → Б, Т → У, Е → Ж, М → Н,
А → Б, Т → У, И → Ј, К → Л, А → Б.

Според тоа, Пабло ја добил следнава низа од букви

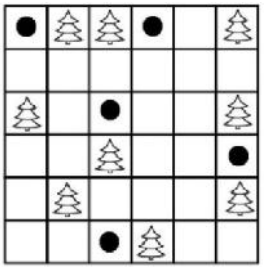
НБУЖНБУЈЛБ.

13. Маша од сиви и бели картончиња составила збор (види цртеж). Горазд забележал дека може да се заменат местата на две картончиња така што боите на картончињата непосредно ќе се менуваат. Кои се тие картончиња?

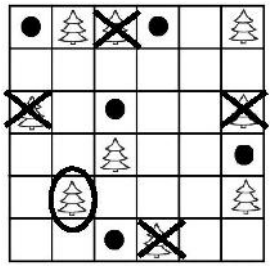
Решение. Тоа се соседните картончиња на кои се напишани буквите П и И, како што е прикажано на долниот цртеж.



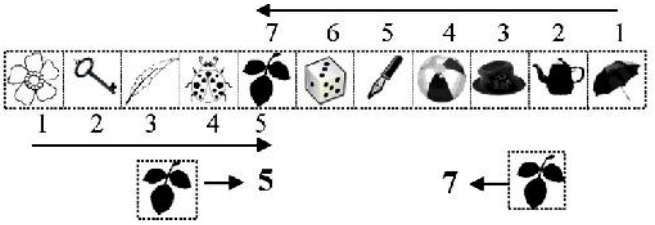
14. Во паркот има неколку елки и двострани рефлектори ●. Рефлекторите ги осветлуваат елките строго по хоризонтала (↔) и по вертикала (↕). Со X означи ги елките кои се осветлени точно од два рефлектори, а со 0 означи ги елките кои воопшто не се осветлени.



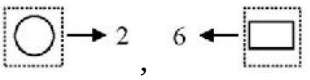
Решение. Во првиот ред само втората елка е осветлена од два рефлектори, а другите две се осветлени со по еден рефлектор. Во третиот ред двете елки се осветлени од два рефлектори. Во четвртиот ред елката е осветлена со три рефлектори. Во петтиот ред првата елка не е воопшто осветлена, а втората е осветлена од еден рефлектор и во шестиот ред елката е осветлена од два рефлектори. Бараното означување е дадено на цртежот десно.



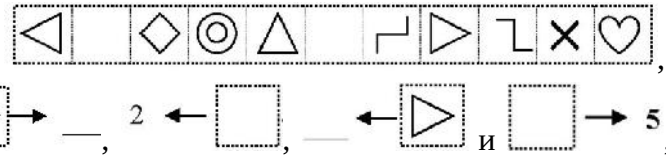
15. На долните цртежи е покажано правилото според кое на предметите им се придружуваат броевите:



Разледај ги следните цртежи:

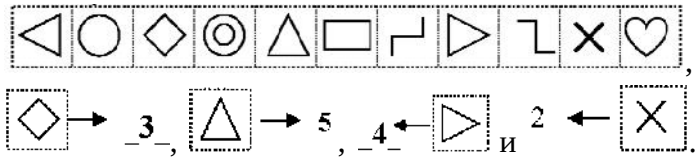


,



а потоа според истото правило дополни што недостасува.

Решение. Јасно, на определен предмет се придружува редниот број на предметот, во зависност од тоа дали броиме од лево кон десно или од десно кон лево. Така имаме:



16. Поштарот Марко секогаш носи писмо од поштата до куќата на Филип за 20 минути. За колку минути поштарите Марко и Дарко заедно ќе го однесат писмото до куќата на Филип.

    Решение. Поштарите Марко и Дарко заедно го носат писмото до куќата на Филип за исто време за кое поштарот Марко сам го носи писмото до куќата на Филип. Знаи, одговорот е 20 минути.

17. Курир пренесува писмо од градот А до градот Б за 3 часа. Колку време им е потребно на три курири да го пренесат писмото од А до Б, ако се движат со истата брзина?

    Решение. Бидејќи тројцата курири се движат со истата брзина како и првиот курир тие писмото од А до Б ќе го пренесат за 3 часа.

18. На плажа на Охридското езеро има пет деца. Познато е дека, ако било кои две од децата влезат во езерото, тогаш барем едно од нив знае да плива. Кој е најголемиот можен број деца кои не знаат да пливаат?

    Решение. Ако две или повеќе деца не знаат да пливаат, тогаш кога две од нив ќе влезат во езерото меѓу нив нема да има деца кои знаат да пливаат. Значи, може да има најмногу едно дете кое не знае да плива. Бараниот најголем можен број деца кои не знаат да пливаат е 1. Навистина, тогаш кога било кои две деца ќе

влезат во езерото едно сигурно ќе знае да плива.

19. На плажа на Охридското езеро има осум деца. Познато е дека, ако било кои три од децата влезат во езерото, тогаш барем едно од нив знае да плива. Кој е најмалиот можен број деца кои знаат да пливаат?
Решение. Ако знаат да пливаат најмногу пет деца, тогаш не знаат да пливаат најмалку $8-5=3$ деца. Но, тоа не е можно, бидејќи ако овие три деца влезат во езерото, тогаш меѓу нив нема да има дете што знае да плива. Според тоа, да пливаат знаат шест или повеќе деца, што значи дека најмалиот можен број деца кои знаат да пливаат е шест. Навистина, ако шест деца знаат да пливаат, тогаш две деца не знаат да пливаат. Затоа, меѓу секои три деца има најмногу две кои не знаат да пливаат, т.е. меѓу секои три деца барем едно дете знае да плива.

20. Ако поделиме 19 јаболки на 12 деца, така што секое дете ќе добие барем по едно јаболко, колку јаболки најмногу може да добие едно дете?
Решение. Бидејќи секое дете треба да добие барем по едно јаболко, едно дете ќе добие најмногу јаболки ако секое од преостанатите 11 деца добие точно по едно јаболко. Притоа ќе преостанат $19-11=8$ јаболки и сите ќе ги добие последното дванаесетто дете. Значи, едно дете може најмногу да добие 8 јаболки.

21. Горјан седи во шестиот вагон од возот, ако се брои однапред-наназад. Ако се брои одназад-нанапред, тој седи во осмиот вагон. Колку вагони има возот?
Решение. Пред вагонот во кој се наоѓа Горјан има $6-1=5$ вагони, а по вагонот во кој е Горјан има $8-1=7$ вагони. Според тоа, возот има $5+1+7=13$ вагони.

22. Воз има десет вагони. Горјан седи во петтиот вагон, ако броиме однапред-наназад. Филип седи еден вагон понапред од Горјан.

Ако броиме одназад-нанапред, во кој вагон седи Филип?

Решение. Ако броиме однапред-наназад, Горјан седи во петтиот вагон и бидејќи Филип седи еден вагон понапред, тој седи во четвртиот вагон, броено однапред-наназад. Возот има 10 вагони, па затоа по вагонот на Филип има $10-4=6$ вагони. Според тоа, ако броиме одназад-нанапред, тогаш Филип седи во седмиот вагон.

23. На еден натпревар по математика учествувале 23 ученици. По Пабло се пласирале 18 ученици, а пред Андреј биле 9 ученици. Колку деца се пласирале меѓу Пабло и Андреј?

Решение. Од 23 ученици, по Пабло се пласирале 18 ученици, па како $23-18=5$ добиваме дека Пабло го освоил $5-$тото место. Пред Андреј биле 9 ученици, што значи дека Андреј го освоил $10-$тото. Значи, меѓу Пабло и Андреј се пласирале $10-5=5$ ученици.

24. Во фрижидерот на семејството Јакопетрески има 4 свински паштети, 6 кокошкини паштети и 8 детски паштети, но на нив нема етикети, па затоа сите изгледаат еднакво. Кој е најмалиот број паштети кои што треба да ги земе г-ѓата Јакопетреска, за да меѓу нив со сигурност има една детска паштета?

Решение. Ако г-ѓата Јакопетреска земе 10 паштети, може да се случи таа да ги земе сите 4 свински и сите 6 кокошкини паштети, па така нема да има ниту една детска паштета. Но, ако земе 11 паштети, тогаш меѓу нив со сигурност ќе има барем една детска паштета.

25. Во една кутија има две бели, три сини и четири црвени топчиња. Кој е најмалиот број топчиња што треба да го извадиме без да гледаме, за да сме сигурни дека сме извадиле топчиња од трите бои?

Решение. Бидејќи имаме 3 сини и 4 црвени топчиња, ако без гледање извадиме 7 топчиња, од $3+4=7$ следува дека може да се случи сите извадени топчиња да се сини и црвени. Но, ако

извадиме 8 топчиња, тогаш сигурно ќе имаме топчиња од трите бои.

26. Во една торба има 1 жолто, 4 црвени и 4 зелени јаболка. Кој е најмалиот број јаболки, што треба да ги земеме без да гледаме, за да сме сигурни дека сме извадиле две јаболка со иста боја?
Решение. Ако извадиме 4 јаболка, тогаш може да се случи сите да бидат црвени или сите да бидат зелени. Но, ако извадиме 5 јаболка, тогаш најмногу 4 може да бидат со иста боја, а петтото јаболко ќе биде со друга боја. Значи, најмалиот број јаболка што треба да го извадиме е 5.

27. Горјан купил осум на изглед еднакви кутии со чоколатца. Во пет кутии има по 7 чоколатца, а во три кутии има по 6 чоколатца. Определи го најмалиот број кутии кои Горјан треба да ги отвори, за да е сигурен дека ќе има најмалку 20 чоколатца.
Решение. Ако Горјан отвори три кутии, тогаш тоа може да се кутиите кои содржат по 6 чоколатца, па во тој случај тој ќе има $6+6+6=3\cdot 6=18<20$ чоколатца, или две кутии кои содржат по 6 чоколатца и една кутија со 7 чоколатца, па во овој случај имаме $6+6+7=19<20$. Но, ако отвори четири кутии тогаш бројот на чоколатцата сигурно ќе биде поголем или еднаков на
$$6+6+6+7=3\cdot 6+7=18+7=25>20.$$
Значи, за да биде сигурен дека ќе има најмалку 20 чоколатца, Горјан треба да отвори 4 кутии.

28. Во кутија има 4 карамелни, 6 ментол и 8 чоколадни бомбони, сите со исто пакување. Кој е најмалиот број бонбони кои треба да ги земеме, за да сме сигурни дека меѓу земените бонбони има бонбони од трите вида?
Решение. Ако земеме 14 бонбони, бидејќи $6+8=14$, може да се случи сите да се ментол или чоколадни бонбони. Но, ако земеме 15 бонбони, тогаш меѓу нив со сигурност ќе има бонбони од трите вида. Значи, треба да земеме најмалку 15 бонбони.

29. Секој ѕид на една коцка треба да се обои во една боја така што соседните ѕидови се разнобојни. Определи го најмалиот број бои со кои тоа може да се направи.

Решение. Бидејќи во едно теме имаме три ѕидови и притоа секои два се соседни, заклучуваме дека за да се направи саканото боење потребни се најмалку три бои. Со три бои коцката може да се обои на саканиот начин, ако трите ѕидови кои имаат заедничко теме ги обоиме со три различни бои, а потоа спротивниот ѕид на секој обоен ѕид го обоиме со истата боја.

30. Еден возач ги извадил четирите гуми од автомобилот и потоа на произволен начин ги ставил на колата. Дали е можно

а) ниту една гума да не е на старото место,

б) точно една гума да е на старото место,

в) точно две гуми да се на старите места,

г) точно три гуми да се на старите места.

Решение. а) Можно е. На пример, предните и задните гуми да ги заменат местата, а потоа гумите на левата страна да ги заменат местата со гумите на десната стран.

б) Можно е. На пример, предната лева гума останува на старото место. Предната десна гума се става како задна лева гума, задната лева како задна десна и задната десна како предна десна.

в) Можно е. На пример, предните гуми се на старите места, а задните гуми ги менуваат местата.

г) Не е можно. Имено, ако три гуми се на старите места, тогаш за да се стави четвртата гума преостанува само местото на кое таа и пред тоа се наоѓала, т.е. мора сите гуми да се на старите места.

31. Во градината на принцезата Златокоса има јаболкница со 12 златни јаболка. Градината секоја ноќ ја посетува самовила. Ако самовилата е расположена, таа со волшебен прав ќе ја посипе јаболкницата, по што ќе пораснат три нови јаболки и самовилата си оди. Ако самовилата не е расположена, таа бере едно јаболко и си оди. Колку јаболки може да има на дрвото по три

последователни посети на самовилата?

Решение. Можни се следниве случаи:

1) При трите посети самовилата е расположена и тогаш бројот на јаболката на дрвото ќе биде $12+3+3+3=21$.
2) При две посети самовилата е расположена, а при една не е расположена и тогаш бројот на јаболката на дрвото ќе биде $12+3+3-1=17$.
3) При една посета самовилата е расположена, а при две не е расположена и тогаш бројот на јаболката на дрвото ќе биде $12+3-1-1=13$.
4) При три посети самовилата не е расположена и тогаш бројот на јаболката на дрвото ќе биде $12-1-1-1=9$.

32. Четири деца требало да погодат колку џамлии има во една чинија. Едно од децата кажало 37, другото кажало 39, третото кажало 42 и последното кажало 45. Се покажало дека едно од децата не погодило за 1 џамлија, а другите не погодиле за 2, за 4 и за 6 џамлии. Колку џамлии имало во чинијата?

Решение. Децата кажале три непарни броја и три деца не го погодиле бројот на џамлиите кажувајќи броеви кои од точниот број се разликуваат за парни броеви. Значи, точниот број џамлии е непарен број. Само едно дете кажало парен број и тоа бројот 42, па затоа ова дете згрешило за 1 џамлија. Значи бројот на џамлиите е $42-1=41$ или $42+1=43$.

Ако бројот на џамлиите е 41, тогаш $41-37=4$, $41-39=2$ и $45-41=4$, па немаме разлики 2, 4 и 6.

Ако бројот на џамлиите е 43, тогаш $43-37=6$, $43-39=4$ и $45-43=2$, што е точно. Значи бројот на џамлиите е 43.

33. Ана, Бобан, Вики, Галина и Дана застанале во колона еден зад друг во некој редослед. Бобан е понапред од Ана, но е поназад од Дана. Галина е понапред од Бобан. Името на последниот започнува со согласка. Која по ред е Вики во колоната?

Решение. На согласка започнуваат имињата Бобан, Вики, Галина и Дана. Бобан е понапред од Ана, па значи не е последен.

Галина е понапред од Бобан, па значи не е последна. Понатаму, Бобан е поназад од Дана, што значи дека Дана не е последна. Добивме дека Бобан, Галина и Дана не се последни, па како името на последниот во колоната почнува со согласка, заклучуваме дека Вики е последна во колоната. Значи, Вики е петта по ред во колоната.

34. Дијана е повисока од Ана, но е пониска од Кате. Бојан е повисок од Ана, а Виктор е понизок од Ева. Дијана е повисока од Бојан и Кате е пониска од Виктор. Кое од шесте деца е највисоко?

Решение. Децата да ги означиме со првите букви од нивните имиња. Ако детето X е пониско од детето Y ќе пишуваме $X \to Y$. Според условите на задачата имаме:

$$А \to Д,\ Д \to К,\ А \to Б,\ В \to Е,\ Б \to Д \text{ и } К \to В.$$

Ако горните врски, без првата, ги наредиме во ред така што втората буква од една врска е прва буква од следната врска добиваме:

$$А \to Б,\ Б \to Д,\ Д \to К,\ К \to В \text{ и } В \to Е,$$

односно

$$А \to Б \to Д \to К \to В \to Е.$$

Според тоа, од шесте деца највисока е Ева.

Забелешка. При решавањето на задачата податокот $А \to Д$ не го искористивме.

35. Андреј, Пабло, Филип и Горјан знаат по еден виц. Четирите вицови се различни. Ако двајца разговараат по телефон, секој ги раскажува сите вицови кои до тогаш ги знае. Докажи дека се доволни четири разговори за секое дете да ги научи сите вицови?

Решение. Вицовите ќе ги означиме со почетните букви на имињата на децата. Нека Андреј и Пабло разговараат меѓу себе, а Филип и Горјан разговараат меѓу себе. Тогаш Андреј и Пабло ги знаат вицовите $А$ и $П$, а Филип и Горјан ги знаат вицовите $Ф$ и $Г$.

Досега имаме два разговори. Сега, ако Андреј ($А$ и $П$) и Фи-

лип ($Ф$ и $Г$) разговараат меѓу себе, тогаш тие ги знаат вицовите $А$, $П$, $Ф$ и $Г$. Тоа е третиот разговор и четвртиот разговор е меѓу Пабло ($А$ и $П$) и Горјан ($Ф$ и $Г$) кога двајцата ги научуваат вицовите $А$, $П$, $Ф$ и $Г$.

Значи, доволни се четири разговори за сите деца да ги научат сите вицови.

36. На фудбалски турнир учествувале 4 екипи. Секоја екипа играла со секоја друга екипа по еден натпревар. За победа се освојуваат 3 бода, за нерешен резултат 1 бод и за пораз 0 бодови. Една екипа имала 6 бодови, а друга имала 5 бодови. На крајот од турнирот сите екипи имале различен број бодови. Колку бодови имале заедно четирите екипи?

Решение. Екипите да ги означиме со буквите А, Б, В и Г. Нека екипата А освоила 6 бодови, а екипата Б освоила 5 бодови. Јасно, екипата А имала 2 победи, а екипата Б имала 1 победа и два нерешени резултати. Бидејќи во трите натпревари екипата Б не загубила, а екипата А загубила 1 натпревар заклучуваме дека:

- Б ја победила А,
- Б со В и Г играла нерешено и
- А ги победила В и Г.

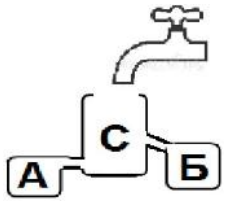
До сега В и Г освоиле по 1 бод, па како на крајот од турнирот сите екипи имале различен број бодови заклучуваме дека натпреварот меѓу В и Г завршил со победа на едната екипа, да кажеме В. Конечно, А освоила 6 бодови. Б освоила 5 бодови, В освоила 4 бодови и Г освоила 1 бод. Значи, четирите екипи заедно имале $6+5+4+1=16$ бодови.

37. На еден фудбалски турнир учествувале четири екипи. Во фудбалот за победа се добиваат 3 бода, за нерешен резултат 1 бод и за пораз 0 бодови. На крајот од турнирот сите екипи освоиле различен број бодови. Една екипа имала 9 бодови, а друга имала 2 бода. Колку бодови освоила второпласираната екипа на турнирот?

Решение. Нека екипите се А, Б, В и Г, при што екипата А

освоила 9 бодови, а екипата Б освоила 2 бода. Секоја екипа играла по 3 натпревари, па како екипата А освоила 9 бодови, а $3+3+3=9$ заклучуваме дека А победила во сите натпревари. Понатаму, екипата Б освоила 2 бода, но загубила од А, па заклучуваме дека таа играла нерешено со екипите В и Г. Конечно, бидејќи на крајот од турнирот сите екипи освоиле различен број бодови, натпреварот меѓу екипите В и Г не завршил нерешено (во спротивно екипите Б, Б и Г би имале по 2 бода). Нека во овој натпревар победила екипата Б. Тогаш Б има 4 бодови и таа е второпласирана, а Г има 1 бод.

38. Горјан сака да наполни со вода од чешма чуден сад, прикажан на цртежот десно. По кој редослед ќе се наполнат деловите А, Б и Ц, кога Горјан ќе пушти водата од чешмата да тече во садот?



Решение. Прво садот С ќе се наполни до определена висина, а потоа водата ќе почне да прелева во садот А, се додека тој не се наполни. Потоа ќе продолжи да се полни садот С и по определена висина водата ќе почне да прелева во садот Б, се додека тој не се наполни. Најпосле ќе се дополни садот С.
Значи, садовите се полнат во редослед А, Б и Ц.

39. На десната страна на улицата има четири куќи – сина, жолта, зелена и црвена (во овој редослед). Ласте не живее во црвената куќа. Соседи на Зоран се Марко и Ема. Кој во која куќа живее ако Ласте не живее до Ема?

Решение. Бидејќи Ласте не живее покрај Ема, а не е ниту покрај Зоран (Зоран веќе има два соседи), заклучуваме дека Ласте има еден сосед, а тоа е Марко. Значи, Ласте живее во крајна куќа и како тоа не е црвената куќа, заклучуваме дека Ласте живее во сината куќа. Потоа, во жолтата куќа живее неговиот сосед Марко. Конечно, до Марко во зелената куќа живее Зоран и во крајната црвена куќа живее Ема.

40. Марија, Ирина и Светлана имале три знаменца. На првото бело знаменце бил бројот 1, на второто зелено знаменце бил бројот 2 и на третото црвено знаменце бил бројот 3.
Марија рекла: Ирина не беше со зелено знаменце.
Ирина рекла: Светлана носеше бело знаменце.
Светлана рекла: Вие двете излагавте.
Кој е бројот на знаменцето кое го носела Марија, ако Светлана секогаш ја говори вистината?
Решение. Бидејќи Марија излагала, заклучуваме дека Ирина носела зелено знаменце и на него е бројот 2. Понатаму, бидејќи Ирина излагала, заклучуваме дека знаменцето кое го носела Светлана не е бело и како зеленото е кај Ирина, следува дека Светлана носела црвено знаменце и на него е бројот 3. Конечно, Марија го носела знаменцето со број 1 и тоа е белото знаменце.

41. Во еден ред се наоѓаат 5 луѓе, секој од кои е или лажливец (секогаш лаже) или е витез (секогаш ја говори вистината). Секој од нив рекол: „Лево од мене има повеќе лажливци отколку десно.“ Колку од овие пет луѓе ја кажале вистината?
Решение. Петте луѓе да ги означиме со A, B, C, D и E и нека тие свртени со лицето кон нас се наредени во следниот редослед $ABCDE$. Лево од E нема човек, па затоа лево не може да има повеќе лажливци отколку десно. Значи, E е лажливец.
Сега ако D е лажливец, тогаш десно од него треба да има најмалку два лажливци. Но, тогаш лево од едниот од овие лажливци ќе има два лажливци, а десно најмногу еден лажливец. Тоа значи дека изјавата на овој лажливец ќе биде вистинита, што не е можно бидејќи тој секогаш лаже.
Значи, D ја кажал вистината. Тогаш тој е витез и според неговата изјава и луѓето A, B и C мора да се витези, што значи дека и тие ја кажале вистината. Конечно, 4 од петте луѓе ја кажале вистината.

42. Седум витези и лажливци се наредени во колона еден зад друг. Витезите секогаш ја говорат вистината, а лажливците секогаш

лажат. На прашањето: „Дали пред тебе е витез или лажливец?“ сите одговориле дека пред нив е лажливец. Колку лажливци има во колоната?

Решение. Пред првиот нема ниту еден човек, па затоа тој излагал кога рекол дека пред него има лажливец. Јасно, вториот ја кажал вистината и тој е витез. Според тоа, третиот излагал и тој е лажливец. Значи, четвртиот ја кажал вистината и тој е витез, а петтиот излагал и тој е лажливец. Слични, шестиот е витез и седмиот е лажливец. Според тоа, во колоната има 4 лажливци и три витези.

43. Во колона застанале витези и лажливци. Витезите секогаш ја говорат вистината, а лажливците секогаш лажат. На прашањето: „Што стои пред него, а што зад него, витез (В) или лажливец (Л)?“ сите одговориле дека пред него и зад него во колоната се наоѓа лажливец. Определи го најголемиот можен број лажливци во колоната?

Решение. Бидејќи пред првиот во колоната нема друг човек, а тој рекол дека пред него има лажливец, заклучуваме дека тој е лажливец. Се бара најголемиот можен број лажливци во колоната, па затоа секогаш кога имаме избор земаме дека има лажливец. Вториот човек во колоната може да е лажливец бидејќи првиот лаже без разлика кој стои зад него. Сега, ако третиот во колоната е лажливец, тогаш вториот ја говори вистината, што не е можно бидејќи тој е лажливец. Значи тој е витез, па затоа четвртиот во колоната мора да е лажливец. Продолжувајќи на опишаниот начин добиваме дека најголем број лажливци во колоната има ако распоредот е ЛЛВЛЛВЛЛ. Тоа значи дека во колоната може да има најмногу 6 лажливци.

44. Андреј сака да дознае во кој ден од седмицата е роден Пабло. Андреј може да го прашува Пабло и тој ќе му одговара точно само со ДА или НЕ. Покажи дека со најмногу три прашања Андреј може да дознае во кој ден од седмицата е роден Пабло.

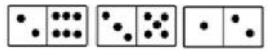
Решение. Ќе дадеме три прашања со кои Андреј може да дознае

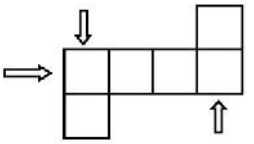
во кој ден од седмицата е роден Пабло.

Прво прашање. Дали си роден во непарен ден од седмицата?

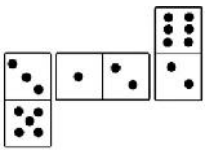
Ако одговорот е НЕ, тогаш, на пример, *второто прашање* може да биде: Дали си роден во вторник? Ако одговорот е НЕ, тогаш на пример, *третото прашање* може да биде: Дали си роден во четврток?, по што Андреј со сигурност ќе определи во кој ден од седмицата е роден Пабло.

Ако одговорот е ДА, тогаш *второто прашање* е: Дали името на денот во кој си роден започнува со буквата П? Ако одговорот е ДА, тогаш *третото прашање*, на пример, може да биде: Дали си роден во понеделник?, а ако одговорот е НЕ, тогаш *третото прашање*, на пример, може да биде: Дали си роден во среда? Јасно, во секој случај Андреј со сигурност ќе определи во кој ден од седмицата е роден Пабло.

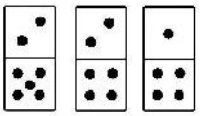
45. Андреј доминатa  ги наредил како што е покажано на цртежот десно. Се покажало дека збирот на точките во секоја од двете колони е еднаков на збирот на точките во редот, како што е прикажано на цртежот. Како Андреј ги наредил доминатa?

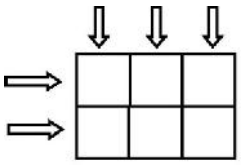


Решение. Од дадениот цртеж е јасно дека Андреј две домина ставил исправени и едно легнато. Бидејќи во две колони имаме еднаков збир, треба да се изберат две домина кои имаат еднаков збир на точките на нив. Во првото домино збирот на точките е 8, во второто тој е 8 и во третото е 3. Значи, првите две домина се ставени во колоните, а третото домино е во редот. Сега, за да збирот на точките во редот е 8, потребно е во редот да ги ставиме полињата со 3 и 2 точки. Бараното распоредување е прикажано на цртежот десно.



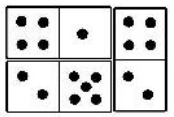
46. Пабло доминатa прикажани на цртежот десно ги наредил како што е покажано на цртежот лево. Се покажало дека збирот на точките во



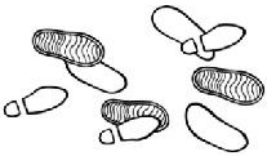


секоја од трите колони е еднаков и дека збирот на точките во секој од двата реда (цртеж лево). Како Андреј ги наредил домината?

Решение. Бидејќи имаме три колони и во секоја колона збирот на точките е еднаков, збирот на точките во секоја колона е еднаков на збирот на сите точки поделен со 3, т.е. тој е еднаков на $(5+6+7):3=6$. Доминото со 2 и 4 точки има збир на точки $2+4=6$, па затоа тоа ќе го поставиме исправено (вертикално), а доминото со 2 и 5 точки, и доминото со 1 и 4 точки ќе ги поставиме легнато (хоризонтално) така што во една колона ќе бидат точките 4 и 2, а во друга точките 1 и 5 (цртеж десно).



47. Ноќеска врнеше снег. Утринава Горјан по свежиот снег прошета во кожени чизми кои оставаат трага , Андреј прошета во чевли кои оставаат трага и Пабло прошета во гумени чизми кои оставаат трага . Тие во дворот ги направија трагите кои се прикажани на цртежот десно. Во кој редослед шетаа Горјан, Андре и Пабло?

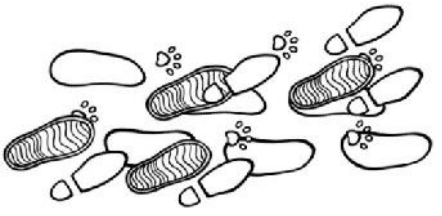


Решение. Последен поминал тој чии стапалки се над стапалките на другите. Од цртеж 1 следува дека Андреј прошетал по Горјан, а од цртеж 2 се гледа дека Горјан прошетал по Пабло. Според тоа, прв прошетал Пабло, потоа прошетал Горјан и на крајот прошетал Андреј.

Цртеж 1

Цртеж 2

48. Ноќеска врнеше снег. Утринава Горјан по свежиот снег прошета во кожени чизми кои оставаат трага , Андреј прошета во чевли кои оставаат



трага , Пабло прошета во гумени чизми кои оставаат трага и мачорот Дивко прошета при што остави трага . Тие во дворот ги направија трагите кои се прикажани на цртежот десно. Во кој редослед шетаа Горјан, Андре, Пабло и Дивко?

Решение. Последен поминал тој чии стапалки се над стапалките на другите. Од цртеж 1 следува дека прво шетал Пабло, потоа шетал Горјан, па шетал Андреј. Од цртежот 2 следува дека прво шетал Дивко, па потоа шетал Горјан, а од цртежот 3 следува дека прво шетал Пабло, па потоа шетал Дивко. Значи, Дивко шетал по Пабло, а пред Горјан.

Цртеж 1

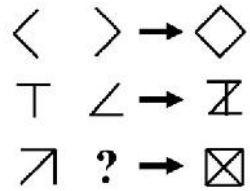
Цртеж 2

Цртеж 3

Конечно, прв шетал Пабло, втор Дивко, трет Горјан и четврт Андреј.

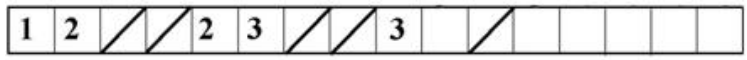
IV.3. ДОПОЛНУВАМЕ ШТО НЕДОСТАСУВА

49. Каква фигура треба да се постави на местото на прашалникот на долниот цртеж?

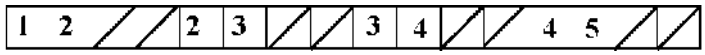


Решение. Забележуваме дека во првите два реда се составуваат две фигури кои немаат заеднички отсечки и се добива третата фигура. Ова треба да важи и за третиот ред, па затоа на местото на прашалникот треба да се стави фигурата .

50. Фигурата прикажана на долниот цртеж е составен според определено правило. Откриј го првилото и потоа пополни ги празните квадратчиња.



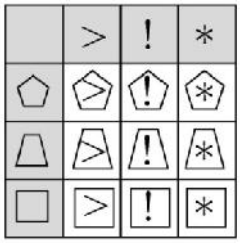
Решение. Јасно, во две полиња се запишуваат броеви, во следните две полиња коси црти, во следниоте две полиња броеви итн. Притоа во првата група се броевите 1, 2; во втората 2, 3; во третата 3, 4 итн. Бараното пополнување е прикажано на долниот цртеж.



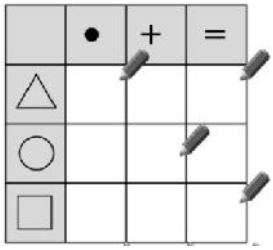
51. Фигурата прикажана на долниот цртеж е составен според определено правило. Откриј го првилото и потоа пополни ги празните квадратчиња.

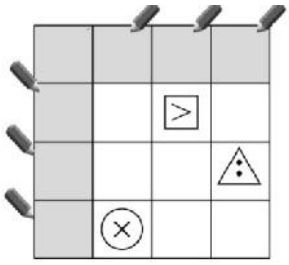
Решение. Јасно, во две полиња се запишуваат коси црти, па во три полиња се запишуавааат броеви, потоа во две коси црти итн. Притоа броевите кои се запишуваат се 5, 4, 3; па 4, 3, 2; па 3, 2, 1. Бараното пополнување е прикажано на долниот цртеж.

52. На долниот цртеж е дадена табела која е составена според определено правило.



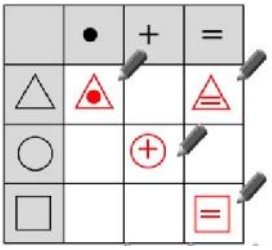
Откриј го правилото и на долните две табели пополни ги полињата кои се покажани со моливчињата.

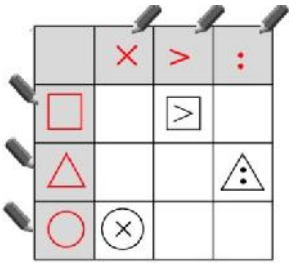




Решение. Фигурите во белите полиња на првата табела се доби-

ваат се добиваат, кога знакот кој се наоѓа во сивото поле на соодветната колона се става во фигурата која се наоѓа во сивото поле на соодветниот ред. Имајќи го предвид ова правило покажаните полиња во другите две табели се пополнуваат како што е прикажано на долните цртежи.





53. Броевите 1, 2, 3, 4 и 5 се запишани на пет картончиња (на секое картонче по еден број). Филип избрал четири картончиња и ги поставил во празните квадратчиња на цртежот десно, но така што во полињата со заедничко теме броевите се различни. Определи го збирот на четирите нови броеви кои ги поставил Филип.

1	2	3	1

Решение. Заради бројот 1 во првото поле во горниот ред картончето со бројот 1 не може да се постави во првите две полиња на долниот ред. Но, заради бројот 1 во четвртото поле на горниот ред, картончето со бројот 1 не може да се постави и во крајните две полиња на долниот ред. Значи, Филип ги поставил картончињата со броевите 2, 3, 4 и 5. Еден начин на поставување на броевите е прикажан на десниот цртеж. Конечно, бараниот збир е $2+3+4+5=14$.

1	2	3	1
3	4	5	2

54. Во секое квадратче од табелата прикажана на цртежот десно треба да се стави еден од броевите 1, 2, 3 или 4. Притоа во квадратчињата со заедничко теме броевите мора да се различни. Пресметај го збирот на броевите запишани во полињата во кои е запишан знакот прашалник.

3	2	1	4
	?	?	

Решение. Имајќи го предвид правилото според кое треба во празните квадратчиња да се запишуваат броевите 1, 2, 3 и 4, пополнетата табела е како на цртежот десно. Значи, збирот на броевите во полињата во кои е запишпан знакот прашалник е $4+3=7$.

3	2	1	4
1	4	3	2
3	2	1	4
1	4	3	2

55. Во табелата составена од девет квадратчиња Горјан запишал девет различни броеви, така што збировите на запишаните броеви во секој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала се еднакви. Потоа избришал четири од запишаните броеви. Определи го збирот на избришаните броеви.

5		
6		2
1	8	

Решение. Збирот на броевите запишани во првата колона е $5+6+1=12$. Бидејќи имаме три колони со еднакви збирови, заклучуваме дека збирот на сите запишани броеви е еднаков на $12+12+12=36$. Збирот на броевите кои останале е еднаков на $5+6+1+2+8=22$. Значи, збирот на четирите избршина броеви е еднаков на $36-22=14$.

Останува да провериме дали навистина во четирите полиња може да се запишат броеви кои го задоволуваат условот на задачата. Како што може да се види од цртежот десно, тоа е можно.

5	0	7
6	4	2
1	8	3

56. Во секое квадратче на цртежот десно треба да се запише по една од мбуквите **С, М** и **Т** така што во секој ред и во секоја колона да нема две исти букви.

С		
	М	

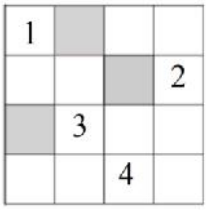
Решение. Бидејќи во секој ред и секоја колона не смее да има две исти букви, заклучуваме дека во вторите квадратчиња на првиот ред и првата колона мора да се наоѓа буквата **Т.**

Понатаму, во третите квадратчиња на првиот и вториот ред мора да се буквите **М** и **С,** соодветно, а исто важи и за третите квадратчиња на првата и втората колона. Конечно, во долното десно квад-

С	**Т**	**М**
Т	**М**	**С**
М	**С**	**Т**

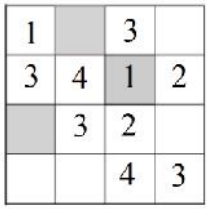
ратче мора да е буквата **Т**.

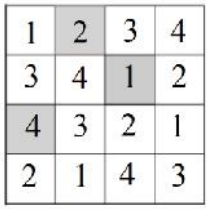
57. Во секое од празните квадратчиња на цртежот десно запиши по еден од броевите 1, 2, 3 или 4, така што во секој ред, секоја колона и на двете дијагонали се запишани различни броеви. Колку е збирот на броевите запишани во сивите квадратчиња?



Решение. Во ред квадратчињата ќе ги броиме одлево-надесно, а во колона одгоре-надолу.

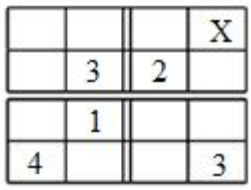
Заради втората колона и левата дијагонала во второто квадратче на вториот ред мора да е запишан бројот 4. Заради третата колона и левата дијагонала во третото квадратче на третиот ред мора да биде запишан бројот 2. Понатаму, е јасно дека во првото квадратче на вториот ред е бројот 3, во третото квадратче на вториот ред е бројот 1, во долното десно поле бројот 3 и во првото поле на третата колона бројот 3.





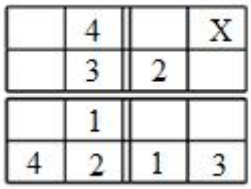
Сега, на потполно аналоген начин ги запишуваме броевите во останатите полиња и ја добиваме табелата прикажана на цртежот десно. Конечно, збирот на броевите запишани во сивите квадратчиња е $4+2+1=7$.

58. Табелата прикажана на цртежот десно треба да се дополни така што во секој ред, секоја колона и во секој аголен 2×2 квадрат треба да има по една од цифрите 1, 2, 3 и 4. Која цифра треба да се запише на местото на знакот X?



Решение. Полињата во редовите ќе ги броиме одлево-надесно, а во колоните одгоре-надолу.

Во четвртиот ред треба да се запишат уште



цифрите 1 и 2. Бидејќи втората колона ја содржи цифрата 1, во второто поле на четвртиот ред мора да е цифрата 2. Значи, во третото поле на четвртиот ред е цифрата 1 (цртеж десно).

	4	3	X
	3	2	4
	1	4	2
4	2	1	3

Понатаму, заради првиот ред, во третото поле на третата колона мора да е цифрата 4, а заради долниот десен аголен 2×2 квадрат во третото поле на четвртата колона мора да е цифрата 2. Значи, во првото поле на третата колона е цифрата 3, а заради првата колона во четвртото поле на вториот ред мора да е цифрата 4 (види цртеж).

Конечно, заради десниот горен аголен 2×2 квадрат на местото на знакот X мора да е цифрата 1.

59. Во секое празно поле на табелата десно стави еден од броевите 1, 2, 3 или 4 така што во секој ред, во секоја колона и во секој 2×2 квадрат ограничен со две линии ќе запишеш различни броеви. Определи го збирот на броевите запишани во аголните полиња на пополнетата табела.

		1	
	4		
2			1
		2	

Решение. Заради втората колона во третото поле на третиот ред треба да го запишеме бројот 4. Сега, во второто поле на третата колона е бројот 3, и во второто поле на третиот ред е бројот 3. Понатаму, заради долниот десен 2×2 квадрат во долното десно аголно поле е бројот 3 (цртеж десно).

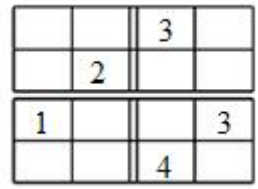
		1	
	4	3	
2	3	4	1
		2	3

Понатаму, имајќи ги предвид условите на задачата лесно се добива пополнетата табела, која е прикажана на десниот цртеж.

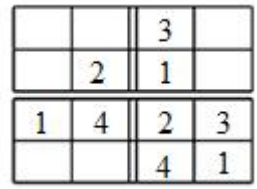
3	2	1	4
1	4	3	2
2	3	4	1
4	1	2	3

Конечно, збирот на броевите запишани во аголните полиња на пополнетата табела е еднаков на $3+4+3+4=14$.

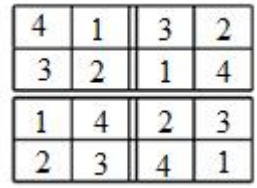
60. Во секое празно поле на табелата десно стави еден од броевите 1, 2, 3 или 4 така што во секој ред, во секоја колона и во секој 2×2 квадрат ограничен со две линии ќе запишеш различни броеви. Определи го збирот на броевите запишани во аголните полиња на пополнетата табела.



Решение. Заради втората колона во третото поле на третиот ред треба да го запишеме бројот 2. Сега, во второто поле на третата колона е бројот 1, а во второто поле на третиот ред е бројот 4. Понатаму, заради долниот десен 2×2 квадрат во долното десно аголно поле е бројот 1 (цртеж десно).

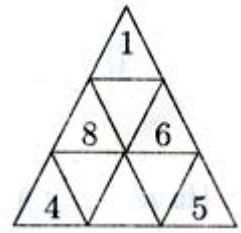


Понатаму, имајќи ги предвид условите на задачата лесно се добива пополнетата табела, која е прикажана на десниот цртеж.



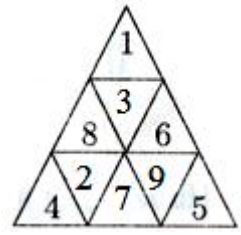
Конечно, збирот на броевите запишани во аголните полиња на пополнетата табела е еднаков на $1+2+2+4=9$.

61. Во празните полиња на цртежот десно запиши ги броевите 2, 3, 7 и 9, така што во полињата со заедничка страна не се запишани последователни броеви.



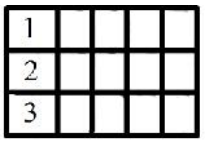
Решение. Јасно, бројот 7 не може да е запишан во празното поле на вториот ред, а ниту во полињата под броевите 8 и 6. Значи, тој е запишан во средното поле на првиот ред.

Понатаму, бројот 9 мора да е запишан во празно поле под бројот 8 и десно од бројот 8, па затоа тој мора да е запишан во празното поле под бројот 6. Конечно, бројот 2 мора да е во соседното празно поле на бројот 4, а бројот 3 мора да е во соседното празно



поле на бројот 1. Бараното пополнување е прикажано на цртежот десно.

62. На фигурата прикажана на цртежот десно во секое поле треба да се запише еден од броевите 1, 2, 3 или 4. Притоа во полињата кои имаат заедничко теме треба да бидат запишани различни броеви. Определи го збирот на сите 15 броја во табелата.



Решение. Ако се земе предвид правилото според кое треба да се пополни табелата, тогаш ја добиваме табелата прикажана на цртежот десно. Така имаме три колони чиј збир на броеви е $1+2+3=6$ и две колони чиј збир на броеви е $3+4+1=8$. Конечно, збирот на сите броеви во табелата е

1	3	1	3	1
2	4	2	4	2
3	1	3	1	3

$$6+6+6+8+8=3\cdot 6+2\cdot 8=18+16=34.$$

IV.4. ЗАНИМЛИВИ БРОЕЊА

63. Датата 1.4.2021 е во четврток. Запишани се деновите со дати од 1 до 13 април 2021 година. Колку пати е запишана буквата „в“?

Решение. Буквата „в“ се јавува по еднаш само во зборовите *вторник* и *четврток*. Меѓу запишаните зборови овие два збора се јавуваат по два пати. Значи, буквата „в“ е запишана $2+2=4$ пати.

64. Определи го бројот на двоцифрените броеви чиј збир на цифри е еднаков на 10.

Решение. Двоцифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 10 се: 19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82 и 91. Според тоа, има 9 такви броеви.

65. Колку има двоцифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 12?

Решение. Бројот 12 како збир на два ненулти броја можеме да го запишеме на еден од следниве

$$3+9=12,$$
$$4+8=12,$$
$$5+7=12,$$
$$6+6=12.$$

За секое од првите три запишувања имаме по два двоцифрени броја, а за третото запишување имаме еден двоцифрен број. Според тоа, имаме $3\cdot 2+1=7$ двоцифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 12. Навистина, тоа се броевите: 39, 93, 48, 84, 57, 75 и 66.

66. Колку двоцифрени броеви има во чие запишување учествува цифрата 1, но не учествува цифрата 2?

Решение. Во првата десетка има еден двоцифрен број во чиј запис учествува цифрата 1, а не учествува цифрата 2.

Во втората десетка има осум двоцифрени броја во чиј запис учествува цифрата 1 и не учествува цифрата 2.

Во третата десетка нема двоцифрен број во кој учествува цифрата 1 и не учествува цифрата 2.

Од четвртата до десеттата десетка има по еден двоцифрен број во чиј запис учествува цифрата 1 но не учествува цифрата 2, т.е. има седум такви броеви.

Конечно, постојат $1+8+0+7=16$ двоцифрени броеви во чиј запис учествува цифрата 1 и не учествува цифрата 2.

67. На пет картончиња се запишани броевите 2, 3, 5, 6 и 9. Се земаат три картончиња и се пресметува збирот на броевите запишани на нив. Колку различни можности има за добиениот резултат?

Решение. Задачата ќе ја решиме користејќи табела. Имаме:

Избрани броеви	Збир
2, 3, 5	10
2, 3, 6	11
2, 3, 9	14

2, 5, 6	13
2, 5, 9	16
2, 6, 9	17
3, 5, 6	14
3, 5, 9	18
3, 6, 9	19
5, 6, 9	20

Според тоа, можни збирови се: 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 19 и 20, што значи дека имаме девет можни збирови.

68. Марија направила торта и ја поделила на осум парчиња. Потоа пет од тие парчиња поделила на по три парчиња. За нејзиниот роденден имала 13 гости и на секој гостин му дала по едно парче торта. Колку парчиња торта и останале на Марија?

Решение. По второто делење на петте од осум парчиња торта на Марија и останале $8-5=3$ парчиња од првото делење кои не ги делела по втор пат. Од петте парчиња кои ги поделила на по три парчиња Марија добила $3+3+3+3+3=5\cdot 3=15$ парчиња торта. Значи, Марија вкупно имала $3+15=18$ парчиња торта. Таа на гостите им дала 13 парчиња торта, што значи дека и останале $18-13=5$ парчиња торта.

69. Пабло имал неколку дрвени летви. Земал една по една неколку од летвите и ги пресекол на две помали летви. Некои од добиените летви повторно една по една ги пресекол на два дела итн. Така Пабло петнаесет пати поголема летва поделил на две помали летви и добил 20 летви. Колку летви имал Пабло на почетокот?

Решение. При секое сечење на една поголема летва на две помали, бројот на летвите се зголемува за една летва. Пабло петнаесет пати поголема летва ја пресекол на две помали, што значи дека бројот летвите кои ги имал на почетокот се зголемил за 15. На крајот Пабло имал 20 летви, што значи дека на почетокот тој имал $20-15=5$ летви.

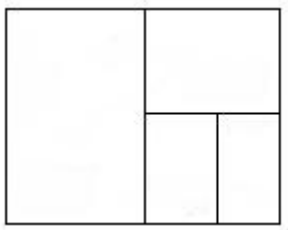
70. Од едно бело, две црвени и две розови монистра е направен бисер. На колку различни начин може да се направи бисерот?

Решение. Монистрата се бело (Б), црвено (Ц) и розово (Р). Ако белото монистро го ставиме на средина и околу него ги редиме преостанатите монистра, тогаш бисерот може да се направи на еден од следниве начини:

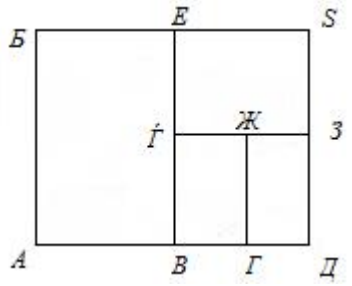
1) ЦРБРЦ, 2) РЦБЦР, 3) РРБЦЦ,
4) РЦБРЦ, 5) ЦРБЦР, 6) ЦЦБРР.

Но, третиот и шестиот бисер се исти (едниот се добива кога ќе се преврти другиот), а исто важи и за четвртиот и петтиот бисер. Според тоа, може да се направат 4 различни бисери.

71. Една мравка тргнала од долниот лев агол на цртежот десно. Одејќи по линиите само нагоре или десно, таа сака да стигне до горнот десен агол. Колку различни патишта може да избере мравката?



Решение. Да означиме како на цртежот десно. Ако мравката оди само нагоре или десно таа може да ги избере патиштата:



АБЕS, *АВЃЕS*, *АВЃЖЗS*,
АВГЗS, *АВГДЗS*.

Значи, мравката може да избере пет различни патишта.

72. На цртежот десно е дадена шема со шест полиња. Во горното лево поле се наоѓа мува (М), а во долното десно поле се наоѓа торта (Т). Од дадено поле мувата може да премине во полето под него, во полето десно од него или во дијагоналното-десно горно поле од него. На колку различни начини мувата може да стигне до тортата?

М		
		Т

Решение. Полињата да ги означиме како на цртежот десно. Од полето 1 во кое се наоѓа мувата, во

1	2	3
4	5	6

полето 6 во кое е тортата, на опишаниот начин мувата може да стигне по еден од следниве патишта:

$1 \to 2 \to 3 \to 6$, $1 \to 4 \to 2 \to 5 \to 6$,

$1 \to 2 \to 5 \to 6$, $1 \to 4 \to 2 \to 3 \to 6$,

$1 \to 4 \to 5 \to 6$, $1 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6$,

$1 \to 2 \to 5 \to 3 \to 6$, $1 \to 4 \to 2 \to 5 \to 3 \to 6$.

Значи, мувата до тортата може да стигне на 8 различни начини.

73. На цртежот десно е дадена шема со шест полиња. Во горното лево поле се наоѓа мува (М), а во долното десно поле се наоѓа торта (Т). Од дадено поле мувата може да премине во полето под него, во полето десно од него или во дијагоналното-десно долно поле од него. На колку различни начини мувата може да стигне до тортата?

М		
		Т

Решение. Полињата да ги означиме како на цртежот десно. Од полето 1 во кое се наоѓа мувата, во полето 6 во кое е тортата, на опишаниот начин мувата може да стигне по еден од следниве патишета:

1	2	3
4	5	6

$1 \to 2 \to 6$, $1 \to 5 \to 6$, $1 \to 2 \to 3 \to 6$,

$1 \to 2 \to 5 \to 6$, $1 \to 4 \to 5 \to 6$

Значи, мувата до тортата може да стигне на 5 различни начини.

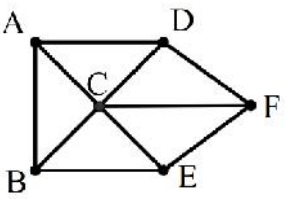
74. Мравка застанала во полето со број 1 и започнала да се движи по полињата, при што може да преминува само во соседно поле (две полиња се соседни, ако имаат заедничка страна). Таа ги поминала сите полиња и излегла од полето со број 6, при што во секое поле од 1 до 5 била толку пати, колку што е бројот на полето. Колку пати мравката била во полето 6?

1	4	5
2	3	6

Решение. Мравката може да премине само од поле со непарен број во поле со парен број и само од поле со парен број во поле со непарен број. За да излезе од полето 6 таа треба да заврши во полето 6. Притоа, бидејќи тргнува од полето 1 и во секое поле

претстојува онолку пати колку што е бројот на полето, бројот на излегувањата од непарните полиња мора да биде еднаков на бројот на влегувањата во парните полиња. Од полињата 1, 3 и 5 има $5+3+1=9$ излегувања, а во полињата 2 и 4 има $2+4=6$ влегувања. Значи, во полето 6 мравката влегла $9-6=3$ пати.

75. Горјан сака да стигне од точката F, при што тргнува од A или B, се движи по отсечки и не минува низ една иста отсечка повеќе од еднаш. Ако тргне од A тој не смее да оди преку D, а ако тргне од B, не смее да минува низ C и E. На колку различни начини може Горјан да стигне во точката F?



Решение. Ако тргнува од B, Горјан не смее да минува низ C и E, па затоа тој може да стигне до точката точката F на единствен начин:

$$B \to A \to D \to F .$$

Ако тргнува од A, Горјан не смее да оди преку D, па затоа до точката D може да стигне на еден од следниве начин:

$$A \to B \to E \to F,$$
$$A \to B \to C \to F,$$
$$A \to B \to C \to E \to F,$$
$$A \to C \to F,$$
$$A \to C \to E \to F,$$
$$A \to C \to B \to E \to F.$$

Значи, до точката F, Горјан може да стигне на $1+6=7$ дозволени начини.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andrić, V.: Pripremni zadaci za matematička takmičenja, DMS, Beograd, 1991
2. Andrić, V.; Ilić, V.; Lazarević, B.; Tomić, I.: Primpremni zadaci za matematička takmičenja za učenike osnovnih škola, DMS, Beograd, 1988
3. Ilić, N. V.: Odabrani zadaci sa matematičkih takmičenja 5. i 6. razred, DMS, Beograd, 1991
4. Stojanović, V.: Vodić za šampione (pripreme takmičenja za IV, V i VI razred), Matematiskop, Beograd, 1999
5. Андрић, В.: Математика X (приручник за припремање за такмичење ученика основних школа од IV до VIII разред), Круг, Београд, 1996
6. Аневска, К., Гоговска, В.: Пресметување плоштини со броење, Нумерус, Скопје, 2015
7. Аневска, К.: Кинеска игра танграм 1, Математилка искра 1, Скопје, 2020
8. Главче, М., Малчески, Р.: Движење по патеки и лавиринти, Нумерус, Скопје, 2015
9. Главче, М.: Забавни кибритчиња, Нумерус, Скопје, 2014
10. Главче, М.: Пет квадрати, а многу задачи, Нумерус, Скопје, 2016
11. Главче, М.: Пополнуваме тоа што недостасува, Нумерус, Скопје, 2014
12. Главче, М.: Пресметуваме збирови, Нумерус, Скопје, 2016
13. Главче, М.: Споредуваме и пресметуваме, Матеметичка искра 1, Скопје, 2021
14. Главче, М.: Цртаме без да го подигнеме моливот, Нумерус, Скопје, 2018
15. Златилов, В.; Тонова, Т.; Цветкова, И.; Пендалиева, В.: Математическа читанка (4 клас), Труд & прозорец, София, 2000

16. Косев, К.: Сборник от задачи по математика за изявени ученици в 4 клас, Модул, София, 1993
17. Косев, К.: Сборник от задачи по математика за изявени ученици в 5 клас, Модул, София, 1994
18. Лазаревић, Б.: Припремни задаци за математичка такмичења за ученике IV разреда основне школе, ДМС, Београд, 1990
19. Малчески, А.: Прошетка по лавиринти, Армаганка, Скопје
20. Малчески, Р., Главче, М.: Занимливи броења, Нумерус, Скопје, 2019
21. Малчески, Р., Главче, М.: Решаваме бројни ребуси, Нумерус, Скопје, 2017
22. Малчески, Р.: Да размислуваме со „здрав разум“, Армаганка, Скопје, 2021
23. Малчески, Р.: Дали добро забележуваш, Армаганка, Скопје, 2021
24. Малчески, Р.: Малку логика, Армаганка, Скопје, 2021
25. Малчески, Р.: Малку поинакви пресметувања, Армаганка, Скопје, 2021
26. Малчески, Р.: Нестандардни мерки за должина, Армаганка, Скопје, 2021
27. Малчески, Р.: Право, лево и десно, Армаганка, Скопје, 2021
28. Малчески, Р.: Редици од броеви, Армаганка, Скопје, 2021
29. Малчески, Р.: Редослед на настани, Математичка искра 1, Скопје, 2020
30. Малчески, Р.: Решаваме задачи со броење коцки, Нумерус, Скопје, 2016
31. Малчески, Р.: Решавање задачи со Венови дијаграми, Нумерус, Скопје, 2003
32. Малчески, Р.: Црвенкапа и загатките на волкот, Математичка искра 1, Скопје, 2020
33. Малчески, С.: Времето е важно, Армаганка, Скопје, 2021
34. Малчески, С.: Броиме коцки, Математичка искра, Скопје, 2021
35. Малчески, С., Малчески, А.: Броиме патишта, Армаганка, Скопје, 2021
36. Малчески, С.: Движење по лавиринти, Армаганка, Скопје

37. Малчески, С.: Дополнуваме што недостасува, Армаганка, Скопје, 2021
38. Малчески, С.: Математика во правоаголна мрежа, Армаганка, Скопје, 2021
39. Раковска, Д.; Тонов, И. и др.: Математически състезания 4-7 клас, Регалия 6, София, 1993
40. Раковска, Д.; Тонов, И. и др.: Математически състезания 4-7 клас, Втора част, Регалия 6, София, 1995
41. Тюфекчиев, И.; Лесов, Х.: Задачи за извънкласна работа по математика в VI и V клас, СМБ, София, 1985
42. Христова, М.; Витанов, Т.; Миланова, Д.; Лозанов, Ч.: Клуб математика за всеки (5. клас), Анубис, София, 1998