Ристо Малчески
Самоил Малчески
Катерина Аневска

МАТЕМАТИЧКИ ТАЛЕНТ 33

(збирка нерешени задачи за натпревари за учениците од VIII и IX одделение)

Скопје
8. март 2023

Рецензент
д-р Методи Главче

СОДРЖИНА

Предговор		5
I	Алгебра	7
II	Броеви	21
III	Текстуални задачи	27
IV	Геометрија	43
V	Логика и комбинаторика	69

ПРЕДГОВОР

Книгава *Математички талент* 33 е наменета за талентираните ученици по математика од осмо и деветто одделение. Меѓутоа, сметаме дека таа ќе биде интересна и за наставниците кои дел од своето слободно време го посветуваат на математички надарените ученици, како и за бројните вљубеници во математиката. Книгата, всушност, е збирка од 507 нерешени задачи, на повеќето од кои се дадени одговорите и во која во пет одделни дела се обработени аритметички, алгебарски, текстуални, логички, комбинаторни, геометриски и задачи од теорија на броеви, приспособени за учениците на возраст од четиринаесет до петнаесет години.

Природата на задачите содржани во оваа книга е таква што тие се посебно интересни за комисиите кои ги спроведуваат математичките натпревари на кои се даваат поголем број задачи со понудени одговори. Притоа, во петте глави задачите не се систематизирани според тежината, туку тие се распределени според подобластите содржани во секоја глава.

Рецензентот д-р Методи Главче, придонесе со своите сугестии и забелешки да се подобри содржината на книгава, за што посебно му благодариме.

И покрај вложениот напор, не можеме да се ослободиме од впечатокот дека се можни значителни подобрувања на оваа збирка решени задачи, како и отстранување на евентуалните пропусти и грешки. Затоа, однапред сме благодарни на секоја добронамерна забелешка, критика и сугестија.

На крајот, ќе ни биде особена чест и задоволство ако оваа збирка придонесе учениците да навлезат во тајните на математиката, а посебно ако на некои од нив математиката им стане животна определба.

Скопје — Авторите

8 март 2023 г.

I. АЛГЕБРА

1. Коце сака да помножи три различни броеви од следниве броеви: $-5, -3, -1, 2, 4$ и 6. Кој е најмалиот производ кој Коце може да го добие?

(Одговор: -120)

2. Колку е вредноста на изразот $\{20 \cdot 21\} : \{2 + 0 + 2 + 1\}$?

(Одговор: 84)

3. Која од дадените дропки има најголема вредност?

(A) $\frac{8+5}{3}$ (B) $\frac{8}{3+5}$ (C) $\frac{3+5}{8}$ (D) $\frac{8+3}{5}$ (E) $\frac{3}{8+5}$

(Одговор: A)

4. Ако петте прикажани фигури се постават правилно, т.е. правилно се поврзат, се добива правоаголник на кој е запишана броен израз.

Колку е вредноста на овој броен израз?

(Одговор: -100)

5. Еден ученик правилно ги собрал двоцифрените броеви дадени лево на таблата и добил резултат 137.

Кој број ќе го добие ако ги собере двата четирицифрени броја кои се запишани десно на таблата?

(Одговор: 13837)

6. Шестцифрениот број $\overline{2ABCDE}$ се множи со 3 и резултатот од множењето е шестцифрениот број $\overline{ABCDE2}$. Колку е збирот на цифрите на почетниот број?

(Одговор: 27)

7. Колку најмалку цифри може да се сретнат во децималниот запис на ирационален број?

(Одговор: 2)

8. Пресметај ја вредноста на изразот

$$(3,75:4\tfrac{1}{6}-2,7):(-0,6)\,.$$

9. Колку степени на бројот 2 имаат декаден запис со повеќе од една и најмногу три цифри?

10. Колку нули има по децималната запирка, но пред првата, различна од 0 цифра, на бројот еднаков на 1% од 2% од 3?

(Одговор: 3)

11. Пресметај ја разликата $a-b$, каде a е збирот на квадратите на сите непарни броеви од 1 до 101, а b е збирот на квадратите на сите парни броеви од 2 до 100.

(Одговор: 5151)

12. Нека $\frac{p}{q}=0,20(15)$, каде $\mathrm{NZD}(p,q)=1$. Колку е $p+q$?

(Одговор: 793)

13. Ако $\frac{p}{q}=(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{9})(1-\frac{1}{16})...(1-\frac{1}{100})$ и дропката $\frac{p}{q}$ е нескратлива, пресметај го збирот $p+q$.

(Одговор: 31)

14. Пресметај го збирот

$$\frac{2\cdot 20}{1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+...+\frac{1}{1+2+3+...+20}}\,.$$

15. Ако изразот $81\cdot 3^8$ се запише како степен со основа 9, колку е неговиот степенов показател?

(Одговор: 6)

16. Изразот $\sqrt{8^8 \cdot \sqrt{8^{88}}}$ е запишан како степен со основа 4. Које е степеновиот показател на тој степен?

(Одговор: 39)

17. Колку е разликата на степеновите показатели на најголемиот и најмалиот меѓу степените $2^{108}, 3^{72}, 5^{54}, 49^{18}$?

(Одговор: 36)

18. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$47^2 + 94 \cdot 53 + 53^2 - 1.$$

(Одговор: 9999)

19. Колку деветки има во записот на бројот кој е еднаков на вредноста на изразот

$$111^2 - 222 \cdot 11 + 11^2 - 111?$$

(Одговор: 2)

20. Пресметај ја вредноста на изразот

$$2009^3 - 6024 \cdot 2009^2 + 3 \cdot 2009 \cdot 2008^2 - 2008^3.$$

(Одговор: 1)

21. Вредноста на изразот $550^2 - 450^2$ е претставена како степен со основа 10. Колку е степеновиот показател на овој степен?

(Одговор: 5)

22. Колку цифри има бројот $2005^2 - 2004^2$?

(Одговор: 4)

23. Кој број е реципрочен на бројната вредност на изразот

$$x^3 - 8 - 6x(x-2)$$

за $x = \frac{7}{3}$?

(Одговор: 27)

24. Пресметај ја вредноста на изразот

$$\frac{20^3+12^3}{32}-20\cdot 12\,.$$

(Одговор: 64)

25. Пресметај ја вредноста на изразот

$$\frac{52^2+104\cdot 48+48^2}{52^2-48^2}\,.$$

(Одговор: 25)

26. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\frac{20{,}13^3+2{,}13^3}{20{,}13+2{,}13}-20{,}13\cdot 2{,}13\,.$$

(Одговор: 324)

27. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\frac{2016^3-8}{4036+2016^2}\,.$$

(Одговор: 2014)

28. Пресметај ја вредноста на изразот

$$(56,7^4+43,3^4-2(56,7\cdot 43,3)^2)\cdot 67^{-2}\,.$$

(Одговор: 400)

29. Пресметај ја вредноста на изразот

$$2016^3-2017^3+2017+3\cdot 2016\cdot 2017\,.$$

(Одговор: 2016)

30. Даден е изразот $\frac{(12x^2)^6}{(-2x)^5(-6x)^6}$. За која вредност на x вредноста на дадениот израз е еднаква на вредноста на изразот $\frac{2^{2014}-2^{2016}}{2^{2013}}$.

(Одговор: 3)

31. Колку пати цифрата 9 се среќава во записот на бројот кој е еднаков на вредноста на изразот

$$441^2+882\cdot 559+559^2-2010\,?$$

(Одговор: 4)

32. Дефинираме операција $*$ со $x*y=\max\{2x, x+y\}$. Пресметај ја вредноста на изразот

$$(20*21)*(21*20).$$

(Одговор: 83)

33. Ако $\bar{x}=x+1$ и $\underline{y}=y-1$, колку е $\frac{1}{(\overline{-6})^{(\underline{-1})}}$.

34. Пресметај ја вредноста на изразот

$$20132017\cdot 20132014-20132018\cdot 20132013.$$

(Одговор: 4)

35. Пресметај ја вредноста на изразот

$$202014\cdot 202018\cdot 202020-202014\cdot 202017\cdot 202021.$$

(Одговор: 606042)

36. Определи го бројот формиран од последните две цифри на бројот еднаков на збирот

$$9+99+999+\ldots+\underbrace{99\ldots99}_{2014}.$$

(Одговор: 96)

37. Бројот $1!\cdot 2!\cdot 3!\cdot\ldots\cdot 12!$ е запишан во видот $a!\cdot b^2$. Определи го $a!$.

(Одговор: 720)

38. Пресметај ја вредноста на изразот

$$\sqrt{57+\sqrt{566+\sqrt{52+\sqrt{2304}}}}\ ?$$

(Одговор: 9)

39. Пресметај ја вредноста на изразот

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{399}+\sqrt{398}}+\frac{1}{\sqrt{400}+\sqrt{399}}.$$

(Одговор: 19)

40. Пресметај ја вредноста на изразот

$$(\sqrt{300}-\sqrt{108}-\sqrt{12})^4.$$

41. Пресметај ја вредноста на изразот

$$A=\sqrt{5}+\sqrt{29-4\sqrt{5}-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}\ .$$

42. Пресметај ја вредноста на изразот

$$\sqrt{7+\sqrt{48}}+\sqrt{7-\sqrt{48}}\ .$$

43. Пресметај ја вредноста на изразот

$$\sqrt{86+60\sqrt{2}}-\sqrt{86-60\sqrt{2}}\ .$$

44. Нека

$$A=\sqrt{2017^4+2\cdot 2016^2+4\cdot 2017-1}\,,$$
$$B=\sqrt{2017^4-2\cdot 2018^2+4\cdot 2018-1}\,.$$

Колку е $A-B$?

(Одговор: 2)

45. Пресметај ја вредноста на изразот

$$(\sqrt{12}-\tfrac{2}{\sqrt{3}-1}+\sqrt{(3+2\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3)}-\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}\,)^2\,.$$

(Одговор: 3)

46. Ако

$$P(x)=x^5-2009x^4+2009x^3-2009x^2+2009x-1,$$

колку е $P(2008)$.

47. Пресметај ја вредноста на изразот

$$\sqrt{1+2006\sqrt{1+2007\sqrt{1+2008\cdot 2009}}}\ .$$

48. Ако $E=mc^2$, пресметај ја вредноста на изразот $\frac{E^3}{m^3c^6}$.

(Одговор: 1)

49. Кој е најголем број мономи, кој може да содржи нормален вид на полином од трет степен со променливи x и y (слободниот член е исто така моном).

(Одговор: 10)

50. Даден е мономот

$$A = -1^{2014} \cdot (-2)^4 \cdot x \cdot x^3 \cdot x^5 \cdot \ldots \cdot x^{21}.$$

Колку е збирот на коефициентот и степенот на A.

(Одговор: 105)

51. Мономот $2^2 3^3 xy^2 z^3$ е подигнат на степен n и е добиен моном со степен 330. Определи го n.

(Одговор: $n = 55$)

52. Колку е коефициентот пред x^4 во нормалниот вид на полиномот $(3x^2 - 4x)^3$?

(Одговор: 144)

53. Определи го коефициентот пред x^6 во нормалниот вид на полиномот $(x^3 - 2016x + 2)^3$.

(Одговор: 6)

54. Колку е коефициентот пред x^5 во нормалниот вид на полиномот

$$P(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^3?$$

(Одговор: 21)

55. За која вредност на параметарот a коефициентите пред x^3 и пред x^2 во нормалниот вид на полиномот $(x^2 - 10x + 6)(2x + a)$ се еднакви?

(Одговор: 22)

56. Ако

$$(3x + 4)^3 - (4x - 5)^3 + (-6x - 1)^3 = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

колку е $a + b + c + d$?

(Одговор: 1)

57. Колку е збирот на коефициентите на нормалниот вид на полиномот $(x^3 + 2x^2 - 1)^3$?

(Одговор: 8)

58. Определи го збирот на коефициентите пред непарните стерени на полиномот $P(x)=(x^2+2x-1)^{11}$.

(Одговор: 2048)

59. Определи ја најмалата можна вредност на изразот

$$x^2-8xy+19y^2-6y+16.$$

(Одговор: 13)

60. Определи ја најголемата можна вредност на изразот

$$\frac{2008}{x^2-4x+8}.$$

(Одговор: 502)

61. Колку е вредноста на изразот $2a+b$, ако во него a и b ги примаат вредностите за кои изразот

$$4a^2+b^2+36+4ab-20a-10b$$

прима нај-мала можна вредност?

(Одговор: 5)

62. Нека збирот на броевите $x_i, i=1,2,...,2016$ е еднаков на a и важи

$$\sum_{i=1}^{2016} x_i^2-\sum_{i=1}^{2016} x_i=-504.$$

Колку е a ?

(Одговор: 1008)

63. Бројот ¤ го задоволва условот ¤ $^2=$¤ $+1$. Ако ¤ $^3=m$¤ $+n$, колку е $m+n$.

(Одговор: 3)

64. Бројот ¤ го задоволва условот ¤ $^2=$¤ $+1$. Ако ¤ $^7=m$¤ $+n$, колку е $m+n$.

65. Ако $x-\frac{1}{x}=9$, определи ја вредноста на изразот $x^2+\frac{1}{x^2}$.

66. Ако $x-\frac{1}{x}=3$, определи ја вредноста на изразот $x^4+\frac{1}{x^4}$.

(Одговор: 119)

67. Збирот на неколку природни броеви е 16. Определи ја најголемата можна вредност на нивниот производ.

68. Бројот 2006 може на многу начини да се претстави како збир од неколку различни природни броеви. Кој е најголемиот можен број собирци во едно такво претставување?

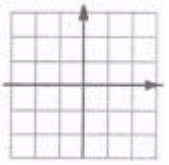
69. Во правоаголен координатен систем се дадени точките $A(1002,0)$ и $B(-1003,0)$. Колку мерни единици е должината на отсечката AB?

(Одговор: 2005)

70. Во правоаголен координатен систем низ точката $A(-10,30)$ е повлечена права паралелна со апсцисата. Определи го збирот на координатите на точката во која оваа права ја сече ординатата.

(Одговор: 30)

71. Во правоаголен координатен систем е конструиран правоаголник, чии три темиња се со координати $(-1,-1),(-1,3)$ и $(1,-1)$. Колку е збирот на координатите на четвртото теме на правоаголникот?



(Одговор: 4)

72. Графиците на функциии $f(x)=-3x-b$ и $g(x)=|x+1|+a$ се сечат во точка со апсциса $x_0=-1004$. Колку е $a+b$?

(Одговор: 2009)

73. Дадена е функцијата $f(x)=2-3x$. Пресметај $f(-f(-21))$.

(Одговор: 197)

74. Нека $f(x)=x^2-6x$. Пресметај $f(-f(3-\sqrt{3}))+3$.

(Одговор: 3)

75. За функцијата $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ важи

$$2f(x)+f(1-x)=2x-1.$$

Колку е $f(1008)$?

(Одговор: 2015)

76. Функцијата $y=f(x)$ е зададена табеларно

x	2	4	6	8
$f(x)$	8	6	2	4

Колку е $f(f(f(4)))$?

77. Нека $f(x)=x^3-29x^2+2009$ и x_0 е решение на равенката

$$x^3-29x^2+2009=0.$$

Колку е $f(f(x_0))$?

78. Реши ја равенката

$$3{,}14=0{,}0314x.$$

(Одговор: $x=100$)

79. Определи ја апсолутната вредност на најмалото решение на равенката

$$x(x-2008)(x+2009)(x-2010)(x+2011)=0.$$

(Одговор: 2011)

80. Колку е збирот на решенијата на равенката

$$|30-|x-10||=20?$$

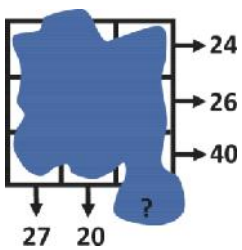
(Одговор: 40)

81. Кој е најголемиот корен на равенката

$$x(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)=0?$$

(Одговор: 2)

82. Во секое од квадратчињата од 3×3 квадратот е запишан по еден број. За жал, броевите не се видливи бидејќи се истурило мастило. Но, збировите на броевите во секој ред и збировите на броевите во две од колоните се познати (види цртеж десно). Колкав е збирот на броевите во третата колона?



(Одговор: 43)

83. Определи го производот на координатите на точка A во даден координатен систем, ако тие координати се решенија на равенката

$$(x^2-6x+11)(y^2-8y+19)=6.$$

(Одговор: 12)

84. Определи го збирот на броителот и имениелот на нескратливата дропка која е решение на равенката

$$(4x-3)^2-(-3-4x)^2=-30.$$

(Одговор: 13)

85. Колку е производот на решенијата на равенката

$$x^2-9x+20=0\,?$$

(Одговор: 20)

86. Колку е збирот на решенијата на равенката

$$(y-2012)^2+2012^2=2012y.$$

(Одговор: 6036)

87. Колку е збирот на вредностите на параметарот a, за кои бројот $1\frac{1}{6}$ е решение на равенката:

$$a^2(x-1)=4(x-1)+a-2.$$

88. Нека x_0 е решение на равенката

$$(x+2)^2+(x+4)^2+\ldots+(x+20)^2=(x-1)^2+(x-3)^2+\ldots+(x-19)^2.$$

Колку е $|2x_0|$?

(Одговор: 6)

89. Едно решение на равенката

$$(x^2+a)(x^4+1)=(x+3)(x+15)$$

е 2. Колку е a?

(Одговор: 1)

90. Нека $N=(n+x)^2-(x-\frac{n}{2})^2-3n(\frac{n}{4}-1)$ и вредноста на N за $x=-2$ е еднаква на 3. Колку е вредноста на N за $x=-10$?

(Одговор: 27)

91. За колку вредности на параметарот a бројот 2010 е корен на равенката $ax=a^2x$?

(Одговор: 2)

92. За колку вредности на параметарот a бројот 2023 е решение на равенката $16ax=a^3x$?

(Одговор: 3)

93. Определи го збирот на квадратите на корените на равенката

$$x^{16}=4^{24}.$$

(Одговор: 128)

94. Реши ја равенката $3^{36}x-|2^{54}-9^{18}|=4^{27}$.

95. Подрениот пар (x,y) е решение на равенката

$$(x+y)^2=(x+10)(y-10).$$

Колку е x^2+y^2?

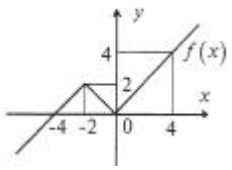
(Одговор: 200)

96. За која вредност на параметарот a правите со равенки $2x+5y=1$ и $-9x-ay=3$ се сечат во точка со апсциса $x_0=-7$?

(Одговор: 20)

97. На цртежот е даден графикот на функцијата $y=f(x)$. Колку решенија има равенката

$$f(f(f(x)))=0?$$



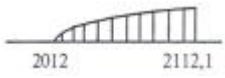
98. Правите $g:\ y=\frac{51x+17}{2006}$ и $h:\ y=kx+1$ се паралелни и k е нескратлива дропка. Определи го збирот на броителот и именителот на k.

99. Колку целобројни решенија има неравенсвтото $\frac{1}{x+2} \geq \frac{2}{2x+1}$?

100. Определи го бројот на цели броеви чија апсолутна вредност е помала од 3,45.

(Одговор: 7)

101. Колку парни природни броеви содржи интервалот кој е претставен на цртежот десно?



(Одговор: 50)

102. Колку е апсолутната вредност на најмалиот број, кој не е решение на неравенката $|x| \geq 101$?

(Одговор: 100)

103. Колку е збирот на целобројните решенија на неравенката

$$|9 - x| < 6 \text{ ?}$$

104. Определи го производот на целите броеви x за кои важи

$$1 \leq |x| < 4 .$$

(Одговор: 576)

105. За колку цели броеви x се исполнети неравенсвата:

$$9 \leq |x| \leq 99 \text{ ?}$$

(Одговор: 182)

106. Определи го збирот на целите броеви кои се решение на неравенката

$$(x-8)(8x^2+8)(8x+8) \leq 0 .$$

(Одговор: 35)

107. Определи го бројот на непарни цели броеви, кои истовремено се решенија на равенката $|x| = -x$ и $21 \geq -x$.

(Одговор: 11)

108. Колку целобројни решенија има системот неравенства

$$2000 \leq |9 - 2x| < 2012 \text{ ?}$$

(Одговор: 12)

109. Колку целобројни решенија има ситемот неравенки:

$$20{,}15 < |\,20 - 15x\,|,$$
$$|\,20 - 15x\,| < 201{,}5?$$

(Одговор: 24)

110. Која е најмата вредност на параметарот a за која системот неравенки

$$\begin{cases} 5(x-2)+3-a \geq 4x, \\ -2x > -20, \end{cases}$$

нема решение?

(Одговор: 3)

111. Низата 2, 3, 6, 8, 8, ... е формирана на следниов начин: првите два броја се 2 и 3, а секој следен број е еднаков на цифрата на единиците од производот на двата броја пред него. Колку е збирот на првите 2006 броја од оваа низа?

(Одговор: 12029)

112. Нека $a_{k-1} = \frac{3k^2-3k+1}{(k^2-k)^3}$, $k \geq 2$ и $\frac{p}{q} = a_1 + a_2 + \ldots + a_{99}$, каде p и q се заемно прости. Колку е збирот на цифрите на бројот еднаков на $p+q$?

(Одговор: 55)

113. Нека $a_n = 9^{2^n} + 1$, за секој природен број n. Пресметај ја вредноста на изразот $\frac{a_{2016}-1}{a_1 a_2 \ldots a_{2015}}$.

(Одговор: 80)

114. Дадена е низата $a_n = n^2 - 20n + 16$, $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$. Колку е апсолутната вредност на најмалиот број во оваа низа?

(Одговор: 84)

115. Кој е 2007-от член на низата

1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 9, ...

116. Определи го најголемиот природен број n за кој $n^{806} < 3^{2015}$.

II. БРОЕВИ

1. Колку од броевите 2, 20, 202, 2020 се прости броеви?

(Одговор: 1)

2. Колку четирицифрени броеви A постојат, така што половината од бројот A е број делив со 2, неговата третина е број делив со 3 и неговата петина е број делив со 5?

(Одговор: 10)

3. 2021 коцки се наредени во редица и по ред се нумерирани со броевите од 1 до 2021. Секоја коцка е обоена или во црвено, или во сиво или во сино. Во редот меѓу било кои три последователни коцки, секогаш има коцки од сите три бои. Борис ги погодува боите на пет коцки. Ова се неговите претпоставки: коцката 2 е сива; коцката 20 е сина; коцката 202 е црвена; коцката 1002 е сина; коцката 2021 е сива. Само една од неговите претпоставки е погрешна. Кој е бројот на коцката чија боја Борис не ја погодиил?

(Одговор: 20)

4. Во неколку кутии има еднаков број бомбони. Бројот на сите бомбони, кој е меѓу 300 и 500 еднозначно го определува бројот на кутиите. Колку бомбони има во кутиите?

(Одговор: 361)

5. Определи го остатокот од делењето на вредноста на изразот $2010 \cdot 10^{2009} + 2008$ со 24.

(Одговор: 16)

6. Определи го остатокот од делењето на $1! + 2! + 3! + \ldots + 100!$ со 8.

(Одговор: 1)

7. Колку е производот на природните броеви n за кои вредноста на из-

разот $n^2 - 16n + 39$ е прост број?

(Одговор: 28)

8. Нека a, b, c, d, e се пет различни цели броеви, за кои
$$(5-a)(5-b)(5-c)(5-d)(5-e) = 18.$$
Определи ја вредноста на изразот $a + b + c + d + e$.

(Одговор: 23)

9. Кој е најголемиот прост делител на бројот $5^{21} + 5^{19}$?

(Одговор: 13)

10. Определи го најголемиот прост делител на бројот еднаков на
$$10^{10} + 10^5 \cdot 20^5.$$

(Одговор: 11)

11. Бројот, еднаков на вредноста на изразот $8^{16} - 16^8$, е запишан како производ на прости множители. Колку се овие множители (вклучително и тие што се повторуваат)?

(Одговор: 36)

12. За една низа броеви ќе велиме дека е „тројно проста“, ако збирот на секои три соседни члена е прост број. Колку члена има најдолгата „тројно проста“ низа, која може да се состави од броевите од 1 до 13, при што секој број учествува најмногу по еднаш?

(Одговор: 10)

13. Бројот на простите делители (вклучувајќи ги и оние кои се повторуваат) на еден природен број ќе го наречеме негова *должина*. Кој е најблискиот број до бројот 150 со должина 6?

(Одговор: 144)

14. За колку природни броеви n бројот $n^2 - 14n + 40$ е прост?

15. За едно множество прости броеви ќе велиме дека е *убаво* ако секоја ненулта цифра е употребена точно по еднаш во записот на броевите на тоа множество. Определи го најмалиот можен збир на броевите во едно *убаво* множество.

(Одговор: 207)

16. Кој е намалиот природен број со кој треба да се помножи бројот 504 за да се добие број кој е точен квадрат?

(Одговор: 14)

17. Кој е најмалиот природен број половина од кој е квадрат на природен број, а третина од кој е куб на природен број?

(Одговор: 648)

18. Најмалиот природен број, половината од кој е точен квадрат, третината е точен куб, а петтината е точна петта степен е запишан во облик $2^a 3^b 5^c N$, каде N е природен број. Колку е $a+b+c$?

(Одговор: 31)

19. На колку нули завршува најмалиот природен број, половината од кој е точен квадрат, третината е точен куб, а петтината е точна петта степен?

20. Изразите $8ab^2$ и $10ab$ се квадрати на природни броеви. Определи ја најмалата можна вреност на збирот $a+b$.

21. Определи го четирицифрениот број x за кој бројот $\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{x}}}$ е цел број?

(Одговор:

22. Со $[x]$ се означува најголемиот цел број кој е помал или еднаков на x. Колку е $[2012,2012]+[-20,12]$?

(Одговор: 1991)

23. Колку е

$$[\sqrt{17}+\sqrt{27}+\sqrt{37}].$$

24. Колку решенија има равенката

$$[x]=\tfrac{5x-1}{6}?$$

(Одговор: 5)

25. Колку точни квадрати се делители на бројот 8^8?

(Одговор: 13)

26. Определи го бројот на точните квадрати кои се делители на бројот 9^9.

27. Колку вкупно делители има бројот 120?

(Одговор: 16)

28. Бројот p е прост. Колку најмногу делители може да има бројот $12p$ (вклучувајќи ги 1 и $12p$)?

29. Кој трицифрен број има најмногу делители?

(Одговор: 840)

30. Кој е најмалиот четирицифрен непарен број кој има точно 9 делители?

(Одговор: 1089)

31. Кој е најмалиот број делители што може да го има број кој е еднаков на збир на 101 последователни природни броеви?

(Одговор: 3)

32. Определи го бројот на делители на бројот 10^{10}, вклучувајќи ги 1 и самиот број.

33. За секој природен број n со $\tau(n)$ го означуваме бројот на сите негови делители (вклучувајќи ги 1 и n) Ако $\tau(2n) = 28$ и $\tau(3n) = 30$, колку е $\tau(6n)$?

(Одговор: 35)

34. Колку е основата x на бројниот систем во кој важи
$$217_{(10)} = 1001_{(x)}?$$

(Одговор: 6)

35. Определи ја основата x на бројниот систем за кој
$$1477_{(10)} = 10501_{(x)}.$$

36. Колку е збирот на цифрите на трицифрениот број x, ако бројот, еднаков на вредноста на изразот $\frac{x+81}{x-20}$ е природен број?

(Одговор: 4)

37. За колку цели броеви x изразот $\frac{45-30x}{9-4x^2}$ прима целобројни вредности?

(Одговор: 8)

38. Кој е најголемиот цел број n, за кој бројот $\frac{n^2+1}{n+7}$ е цел број?

(Одговор: 43)

39. Колку решенија (x,y) во множеството цели броеви има равенката $\frac{7}{x}+\frac{8}{y}=1$?

(Одговор: 15)

40. Кој е најмалиот природен број кој може барем на три различни начини да се запише во видот $13a+31b$, каде $a,b\in\mathbb{N}$?

(Одговор: 850)

41. Определи ја најголемата вредност на k за која броевите $k-7$ и $k+41$ се квадрати на природни броеви.

42. Во една продавница се продаваат сликички на фудбалери по цена од 5 денари сликичка и сликички на ракометари по цена од 7 денари сликичка. Кој е најголемиот број денари, кој не може да е вредност на купени сликички во оваа продавница?

43. Во множеството природни броеви реши ја равенката

$$n(n+1)(n+2)-18=24342.$$

(Одговор: $n=30$)

44. Колку точки со координати (x,y) се во даден координатен систем, ако x и y се цели броеви за кои важи $xy=5x+5y$.

(Одговор: 6)

45. Определи го бројот на подредените парови (a,b) кои се решение на равенката

$$a+b+ab=2012.$$

(Одговор: 6)

46. Во еден хотел има 26 соби. Секоја соба е означена со еден од броевите од 1 до 26 и различните соби се означени со различни броеви. Филип и Пабло се сместени во собите со броевите a и b. Ако производот ab е еднаков на збирот на броевите на сите преостанати соби, колку е $|a-b|$?

(Одговор: 6)

47. Кој е најмалиот природен број n за кој броевите $n+2016$ и -2016 се точни квадрати?

(Одговор: 2080)

48. Кој е најмалиот природен број со својство: збирот на цифрите на бројот N и збирот на цифрите на бројот $N+1$ се деливи со 26?

(Одговор: 898999)

49. Определи го бројот чиј шести степен е запишан со цифрите 0, 1, 2, 2, 2, 3, 4 и 4.

50. Определи го бројот на осумцифрените броеви кои завршуваат на 2012 и се деливи со 2012?

(Одговор: 18)

51. Ги собрав цифрите на бројот 2015^{2015}, па ги собрав цифрите на добиениот број итн. се додека на добив едноцифрен број. Кој е тој број?

(Одговор: 8)

III. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

1. Сите страници на една книга која ја чита Јулија се нумерирани (означени со броеви). Броевите кои се искористени за нумерирање на страниците ја содржат цифрата 0 точно пет пати и цифрата 8 точно шест пати. Кој е бројот со кој е нумерирана последната страница на книгата?

(Одговор: 58)

2. Од кој број 9% се еднакви на 3% од бројот 81?

(Одговор: 27)

3. Разликата и количникот на два броја се еднакви на 3. Колку е збирот на овие броеви?

(Одговор: 6)

4. Разликата на квадратите на два последователни природни броја е 99. Определи го помалиот од овие броеви.

(Одговор: 49)

5. Марко замислил еден природен број, кој го помножил со 3. Добиениот резултат повторно го помножил со 3, па постапката ја повторил уште два пати. Кој е најголемиот трицифрен број кој можел да го добие Марко?

6. Доротеја замислила трицифрен број x и четирицифрен број y. Ако y се разликува од x само во првата цифра и е 49 пати поголем од него, колку е $x + y$?

(Одговор: 6250)

7. Бројот a е 10% од бројот b, бројот b е 20% од бројот c и бројот d е 40% од бројот c. Колку пати бројот d е поголем од бројот a?

(Одговор: 20)

8. Збирот на десет последователни броја е 3 пати поголем од збирот на следните три броја? Определи го најмалиот од овие тринаесет броеви?

(Одговор: 54)

9. Дадени се четири броја. Аритметичките средини на секои два од нив се 5, 6, 7, 8, 9 и 10. Колку е збирот на овие четири броја?

(Одговор: 30)

10. Дадена е дропка во која броителот и именителот се позитивни броеви. Броителот на оваа дропка го зголемуваме за 40%. За колкав процент треба да го намалиме именителот, така што новодобиената дропка е двојно поголема од дадената дропка?

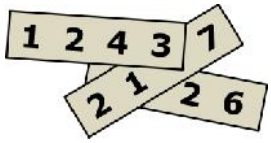
(Одговор: 30%)

11. На секој ѕид на коцка за играње е запишан по еден од броевите 2, 4, 6, 8, 10 и 12 и секој од овие броеви е запишан точно еднаш. При првото фрлање на коцката збирот на броевите кои биле запишани на околните четири ѕида бил 24, а при второто фрлање тој збир бил 30. Кој број е запишан на ѕидот наспроти ѕидот на кој е запишан бројот 6?

12. Определи го збирот на броеви за кои важи: збирот на бројот и збирот на неговите цифри е еднаков на 2012.

(Одговор: 3922)

13. Три четирицифрени броеви се запишани на три различни картончиња. Картончињата се наместени така што три цифри се покриени како што е прикажано на цртежот десно. Збирот на трите четирицифрени броеви е 10126. Кои се покриените цифри?



(Одговор: 5, 6 и 7)

14. Кој е најмалиот трицифрен број $\overline{abc}$, таков што секој негов степен завршува на $\overline{...abc}$?

(Одговор: 376)

15. Колку часа има во десет чевртини од час?

(Одговор: 2 часа и половина час)

16. Ангела ставила јајце да се вари во $19h\,52\min 35s$, а го извадила во $20\,h\,01\min 25\,s$. Колку време се варело јајцето?

(Одговор: $530\,s = 8\min 50\,s$)

17. Колку минути на дисплејот на електронскиот часовни $XX:XX$ во текот на едно денонoќие ќе стои цифрата 9?

(Одговор: 252)

18. Нашиот електронски часовник работи беспрекорно и точно ги покажува часовите, минутите и секундите во денонoќието. Сношти во 20 часот 15 минути и 0 секунди тој покажуваше 20:15:00. Во моментот тој покажува 00:00:00. Колку ќе биде збирот на цифрите на часовникот по 2015 минути и 2015 секунди од овој момент?

19. Нешто пре 4 часот стрелките на часовникот зафаќаа агол од 119°. Како агол (помал од рамниот агол) ќе зафачаат стречките на часовникот по точно 1 час и 20 минути?

(Одговор: 161°)

20. Колку степени е аголот меѓу стрелките на чсовникот во 12 часот и 12 минути?

(Одговор: 66°)

21. Андреј погледнал во часовникот и констатирал дека е дванаесет и нешто (не еден без нешто), и дека стрелките на часовникот зафаќаат агол од 108°. Определи го аголот што ќе го зафаќаат стрелките на часовникот по точно 2 часа и 4 минути?

(Одговор: 70°)

22. Марко има две цилиндрични свеќи со различни висини и дијаметри. Првата свеќа догорува за 6 часа, додека втората свеќа догорува за 8 часа. Тој ги запалил двете свеќи во исто време и три часа потоа двете свеќи биле со иста висина. Кој е односот на нивните оригинални висини?

(Одговор: $5:4$)

23. Две свеќи може да изгорат соодветно за 7 часа и за 10 часа. Ако се запалат едновремено и горат 4 часа, тогаш должините ќе им се изедначат. Односот на почетните должини на свеќеите е нескратливата дропка $\frac{p}{q}$. Пресметај го збирот $p+q$.

(Одговор: 12)

24. Ако Коста оди на училиште со автобус, а потоа до дома се враќа пешки, тој патува 3 часа. Ако оди со автобус во двата правци, тој патува 1 час. Колку време ќе му треба на Коста ако и во двата правци оди пешки?

(Одговор: 5 часа)

25. Ако од петкратните мои години по 5 години ги одземеш петкратните мои години пред 5 години, ќе ги добиен моите години во овој момент. Колку години имам сега?

(Одговор: 50)

26. Мојот син е 4 години постар од мојата ќерка, а двајцата заедно имаат 0,625 од моите години. Јас имам 48 години. Колку години има мојот син?

(Одговор: 17)

27. Во 22:48 од две железнички станици тргнуваат еден кон друг два воза. Првиот воз растојанието меѓу станиците го минува за 12 часа, а вториот за 18 часа. Во колку часот ќе се разминат возовите?

(Одговор: 6 часот)

28. Горјан сам ја окопува градината за 2 часа, а Андреј сам ја окопува градината за 2 пати подолго време. За колку минути двајцата заедно че ја окопаат градината?

(Одговор: 80)

29. Четири работници со еднаква производна ефектиност завршуваат определена работа за 5 дена. За колку дена 10 работници работејќи со истата таа производна ефективност ќе ја завршат работата?

(Одговор: 2)

30. На една работа работат тројца работници. Вториот и третиот заедно

може да ја завршат работата два пати побрзо од првиот. Првиот и третиот заедно може да ја завршат работата три пати побрзо од вториот. Нека x е нескратлива обична дропка, која покажува колку пати побрзо од третиот заедно ќе ја завршат работата првиот и вториот работник. Определи го збирот на броителот и именителот на x.

(Одговор: 12)

31. Базен се полни од цевка за 3 часа и 20 минути. За колку минути оваа цевка ќе наполни 87,5% од базенот?

(Одговор: 175 min)

32. Мал базен од една цевка се полни за 40 минути, а од друга цевка за 2 часа. За колку минути двете цевки заедно ќе го наполнат базенот?

(Одговор: 30 min)

33. Еден базен е празен и се полни од две цевки. Едната сама може да го наполни базенот за 12 часа, а другата за 18 часа. Во 23:36 ги пуштиле двете црвки. Во колку часот ‘е биде полн 75% од базенот?

(Одговор: 5 h)

34. Базен се полни од една цевка за 3 часа, а од друга за 4 часа. За колку минути двете цевки ќенаполнат $\frac{7}{15}$ од базенот?

(Одговор: 48 min)

35. Секоја од трите цевки го полни базенот соодветно за $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ од деноноќието. Трите цевки се пуштаа едновремено. За колку часа тие ќе наполнат половина од базенот?

(Одговор:1)

36. На новогодишниот попуст чевли кои чинат 4500 денари ги купив за 3600 денари. Колку проценти беа намалени чевлите?

(Одговор: 20%)

37. Платата на Виктор е 20% од платата на неговиот шеф. За колку проценти платата на шефот е поголема од платата на Виктор?

(Одговор: 400%)

38. Кога Весна и Маја ги споредиле своите заштеди, заклучиле дека тие се однесуваат како 5 : 3. Весна купила таблет кој чини 160 евра, па односот на нивните заштеди се променил во 3 : 5. Колку пари имала Весна пред да го купи таблетот?

(Одговор: 250)

39. За време на новогодишниот попуст во една продавница за обувки производите се намалени за 10% и по продажбата е остварена добивка од 8% од вредноста, на која се доставени производите. Колку проценти ќе беше добивката, ако производите беа продадени по цени пред новогодишниот попуст?

(Одговор: 20%)

40. Илко штеди за велосипед, кој чини 216 евра. Ако заштедата му беше 20% поголема, тогаш за да го купи велосипедот ќе му недостига 75% од сумата која моментално му недостига за да го купи велосипедот. Колку евра е заштедата на Илко во моментот?

(Одговор: 120)

41. Ламбе ги потрошил сите свои пари купувајќи 50 шишиња сок по цена од 1 евро за шише. Тој, потоа ги продавал шишињата сок за иста повисока цена. По продавањето на 40 шишиња, тој имал 10 евра повеќе отколку на почетокот. Потоа, тој ги продал сите преостанати шишиња сок. Колку пари имал Ламбе по продавањето на сите шишиња?

(Одговор: 75 евра)

42. Филип разменил чек, но не забележал дека службеникот му дал толку евра, колку се евроценти на чекот и толку евроценти, колку што се евра на чекот. Тој купил сладолед за 3,50 евра, ги пребројал преостанатите пари и забележал, дека има повеќе пари отколку што била вредноста на чекот. Колкава била вредноста на чекот, ако е можно најголема, но е помала од 100 евра?

(Одговор: 95,99 евра)

43. Поради зголемување на цената на струјата, што значи на трошоците, една фурна ја задржала цената на векна леб на 1 евро и 20 евроценти, но ја намалила масата од 800 грама на 750 грама. Колку евроценти е разликата во цената на еден килограм леб по и пред зголемувањето на

цената на струјата?

44. Бројот на еврата, потребни за купување на 16 чоколатца, е еднаков на бројот на чоколатцата кои може да се купат со 1 евро. Колку евроценти чини едно чоколатце?

45. Минатата година пар скии чинеа 300 евра, а пар чевли за скијање 200 евра. Оваа година е зголемена цената на скиите за 12%, а на чевлите за скијање за 2%. Колку проценти е зголемена вкупната цена на скиите и чевлите за скијање оваа година во однос на минатата година?

46. Киро има 20 денари повеќе од Рампо. Тие влегле во слаткарница и секој платил еднаков дел од сметката. На Киро му преостанале 0,25 од парите, а на Рампо $\frac{1}{5}$ од парте. Колку денари била сметката?

47. Во долната табела се прикажани километрите, кои ги поминав со автомобилот минатата седмица:

ден	Пон.	Втор.	Среда	Четв.	петок	Саб.	Нед.
km	45	20	65	35	40	55	125

Колку километри сум поминувал просечно секој ден во оваа седмица?

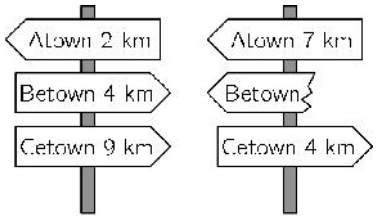
(Одговор: $55\,km$)

48. Коста направил нова ограда во својата градина. Тој искористил 25 штици од дрво, секоја од кои е долга 30 см. Коста штиците ги поврзал така што во секој спој на било кои две штици има исто мало преклопување (види цртеж). Вкупната должина на новата ограда на Коста е 6,9 метри. Колкава е должината во сантиметри на преклопувањето меѓу кој било пар соседни штици?

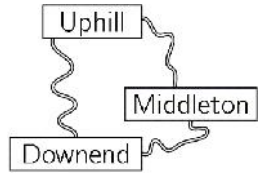
(Одговор: $2,5\,cm$)

49. Најкраткиот пат помеѓу Atown до Cetown оди преку Betown. Двата знака се поставени по патот од Atown до Cetown. Кое е растојанието кое било запишано на скршениот знак?

(Одговор: 1 *km)*



50. Три села се поврзани меѓу себе со патеки како што е прикажано на цртежот десно. Од Downend до Uphill, со заобиколување преку Middleton патот е за 1 *km* подолг од директниот пат. Од Downend до Middleton, со заобиколен пат преку Uphill патот е за 5 *km* подолг од директниот пат. Од Uphill до Middleton, со заобиколен пат преку Downend патот е за 7 *km* подолг од директниот пат. Колкав е најдолгиот пат од трите директни патишта меѓу селата?



(Одговор: 3 *km*)

51. Градовите A,B,C,D се во тој редослед покрај една магистрала. Растојанието меѓу градовите A и C (AC) се однесува спрема растојанието меѓу градовите A и B (AB) како 11 спрема 6. Растојанието меѓу градовите C и D (CD) е 3 пати поголемо од растојанието меѓу градовите B и C (BC). Ако $\frac{p}{q}=\frac{CD}{AB}$, p,q се цели броеви, е нескратлива дропка, пресметај $p+q$.

(Одговор: 7)

52. Горјан заминал на тридневен планинарски марш. Првиот ден тој поминал $\frac{5}{14}$ од планираниот пат, а вториот ден 5% повеќе од првиот ден. Ако $\frac{a}{b}$ е нескратлива дропка која покажува колкав дел од планираниот пат му останал да помине Горјан, пресметај го збирот $a+b$.

(Одговор: 71)

53. Ана сака да пешачи 5 *km* во просек секој ден во март. На 16-ти март, вечерта пред спиење, таа пресметала дека досега испешачила 95 *km*. Колкаво растојание таа треба да пешачи дневно во просек во преостанатите денови, ако сака да ја постигне почетната цел, *5km* во просек секој ден?

(Одговор: 4 *km*)

54. Андреј и Горјан стартуваат истовремено и пливаат со различни, но постојани брзини, во соседни патеки на базенот. Горјан прв стигнува до другиот крај на базенот, моментално се враќа назад и го среќава

Андреј по $5\,m$. Горјан стигнува до стартот, се враќа назад и пливајќи ја третата должина од базенот, го среќава Андреј на растојание од 0,2 од должината на базенот, сметано од стартот. Колкава е дожината на базенот?

(Одговор: $50m$)

55. Четири деца се наоѓаат во четирите ќошиња на базен со димензии на површината $10m \times 25\,m$. Нивниот тренер се наоѓа некаде на една страна од базенот. Кога тој ги повикал, три од децата излегле од базенот и дошле до него одејќи по рабовите на базенот по најкратките патишта. Тие поминале вкупно 50 *m*. Кое е најкраткото растојание кое тренерот треба да го измине за да стигне до четвртото дете?

(Одговор: 20 *m)*

56. Ане, Борис и Кире се тркаат. Тие ја започнале трката во исто време и се движат со константни брзини. Кога Ане завршил, Борис имал уште 15 *m* до целта, а Кире имал 35 *m* до целта. Кога Борис завршил, Кире имал уште 22 *m* до целта. Колку била долга патеката на која се тркале?

(Одговор: 165 *m*)

57. Кога една тегла е една петтина наполнета со вода таа има маса 560 грама. Ако истата тегла е четири петтини исполнета со вода, тогаш таа има маса 740 грама. Колку е масата на празната тегла?

(Одговор: 500 g)

58. Во една чаша има $100\,ml$ кафе, а во друга има $100\,ml$ млеко. Од првата чаша се прелева во втората $10\,ml$ и добро се измешува. Потоа од втората се прелева во првата $10\,ml$. Колку проценти од млекото во првата чаша е кафето во втората чаша?

(Одговор: 100%)

59. Сплав го минува растојанието од A до B за 48 минути, а моторен чамец за 12 минути. За колку минути моторниот чамец ќе го помине растојането од B до A?

(Одговор: 24)

60. Чамец го минува растојанието меѓу пристаништата A и B по тече-

нието на една река за 6 часа, а во обратна насока за 8 часа. За колку часа ова растојане ќе го помине сплав?

(Одговор: $48\,h$)

61. Брзината на чамецот во миран вода се однесува спрема брзината на реката како $27:2$. По течението на реката, т.е низводно чамецот поминал $87\,km$. Кокаво растојание за истото време ќе помине чамецот низводно?

(Одговор: $75\,km$)

62. За колку секунди до нас стигнува светлината од Сонцето, ако тоа се наоаѓа на $1{,}5\cdot 10^8\,km$ од земјата и брзината на светлината е $300000\,km/s$?

(Одговор: $500\,s$)

63. Дедо Марко оди со брзина $50\,m/\min$, а Илија трча со брзина $18\,km/h$. Колку пати Илија е побрз од дедо Марко?

(Одговор: 6 пати)

64. Велосипедист се качува на врв на еден рид по угорнина со брзина $12\,km/h$, а се симнува по истата угорнина со брзина $20\,km/h$. Разликата меѓу времето на качување и времето на симнување е 16 минути. Определи ја должината на патот од подножјето до врвот на ридот.

(Одговор: $9\,km$)

65. Два воза паралелно се движат еден наспроти друг со брзини $72\,km/h$ и $54\,km/h$, соодветно. Еден патник кој се наоѓа во првиот воз забележал дека вториот воз пред него поминал за 4 секунди. Колку е долг вториот воз?

(Одговор: $140\,m$)

66. Од два града истовремено еден кон друг тргнале два автомобила со брзини $72\,km/h$ и $84\,km/h$. На колку километри еден од друг се автомобилите 10 минути пред да се разминат?

(Одговор: $26\,km$)

67. Обично, едно обиколување на патеката на стадионот, која е долга $800\,m$, го правам со брзина $12\,km/h$. Денес патеката ја истрчав со брзина $18\,km/h$. Колку секунди побрзо ја истачав денес патеката од вооичаеното обиколување?

(Одговор: $80\,s$)

68. Филип тргнал од A во B и планирал да се движи со постојана брзина. Ако тргне со брзина со $3\,m/s$ поголема од планираната, ќе пристигне во B три пати побрзо. Коку пати побрзо ќе стигне во B ако брзината ја зголеми за $6\,m/s$?

(Одговор: 5)

69. Жирафа трча со брзина $750\,m/\min$, а антилопа со брзина $25\,m/s$. За колку километри на час антилопата е побрза од жирафата?

(Одговор: $45\,km/h$)

70. Илина вози автомобил со брзина $60\,km/h$. Атанасиј, кој вози со постојана брзина, ја претекнал и по 6 секунди се наоѓа на $60\,m$ пред Илина. Определи ја брзината со која вози Атанасиј.

(Одговор: $96\,km/h$)

71. Велосипедист искачува еден рид со брзина $15\,km/h$ и се враша по истиот пат. Со која брзинат треба да се движи наудолнина велосипедистот за да неговата средна брзина е $20\,km/h$.

72. Автомобил патот од A до B го минува за 1 час. Автомобилот тргнал од A кон B, а истовремено од B кон A тргнал пешак. Кога се сретнале, го качиле пешакот, го однесле во A и веднаш автомобилот тргнал кон B, каде пристигнал 2 часа и 50 минути по неговото поаѓање од A. За колку веме пешакот би го поминал патот од A до B?

(Одговор: 11 часа)

73. Растојанието меѓу градовите A и B е $70\,km$ и автобус секогаш го поминува за 1 час. Ако во првата половина од времето овој автобус се движи со брзина $60\,km/h$, тогаш со каква брзина тој треба да се движи во втората половина од времето?

(Одговор: $80\ km$)

74. Воз со определена постојана брзина за определено време го минува растојанието меѓу две железнички станици. Еден ден,откако изминал 0,75 од патот, морал непредвидено да стои $\frac{1}{12}$ од предвиденото време за целиот пат. Колку проценти возот треба да ја зголеми брзината, за да навремено стигне на целта?

(Одговор: 50%)

75. Во се движи во насока исток-запад со брзина $52,5\ km/h$. Марко чекори во возот во насока запад-исток со брзина $1,25\ m/s$. Колкава е брзината на Марко спрема земјата?

(Одговор: $48\ km/h$)

76. Томе и Миле оделе заедно по пат со брзина од $4\ km/h$. Во 10 часот Томе ја зголемил брзината на $7\ km/h$, поминал определено растојание по патот, и веднаш тргнал назад движејќи се со брзина од $5\ km/h$. Двајцата со Миле, кој продолжил да ози со брзина од $4\ km/h$ се сретнале во 10 часот и 48 минути истиот ден. Колку минути одел Томе по обратниот пат до средбата?

77. Дедо Марко оди кон дома со своето куче Шарко со постојана брзина од $4\ km/h$, така што го води Шарко со ремен. Кога биле на $8\ km$ од куќата, дедо Марко го ослободил Шарко од ременот. Шарко потрчал кон куќата со брзина $9\ km/h$. Кога стигнал до куќата, Шарко тргнал назад кон дедо Марко со истата брзина. Кога дошол до дедо Марко, Шарко се завртел и потрчал со истата брзина кон куќата. Ова се повторувало се додека дедо Марко не стигнал до куќата и го прибал Шарко. Колку километри поминал Шарко од моментот од одврзување од ременот до моментот кога го прибрал дедо Марко?

(Одговор: $18\ km$)

78. Михаил решава шест олимписки задачи секој ден, а Лазар решава четири олимписки задачи секој ден. Колку денови му се потребни на Лазар за да реши ист број задачи колку што ќе реши Михаил за

четири дена?

(Одговор: 6)

79. Фудбалска топка е направена од бели шестаголници и црни петаголници, како што е прикажано на цртежот десно. Вкупно на топката има 12 петаголници. Колку вкупно има шестаголници?

(Одговор: 20)

80. Се сретнале пет пријатели. Секој од нив му дал по едно колаче на секој од останатите пријатели. Потоа секој ги изел колачињата кои му биле дадени од пријателите. Како резултат на тоа вкупниот број колачиња се намалил за половина во однос на колачињата кои пријателите ги имале на почетокот. Колку колчиња имале петте пријатели на почеткот?

(Одговор: 40)

81. Билјана има 25% помалку први братучеди од Ана, но 50% повеќе од Гордана. За колку проценти први братучеди има Ана повеќе од Гордана?

(Одговор: 100%)

82. Андреј и Пабло решиле сериознао да се подготват за престојниот натпревар по математика. Планот на Андреј е од утре секој ден да решава по 6 задачи на ден, а планот на Пабло е утре да реши 1 задача, задутре 2 задачи итн. секој следен ден да решава по една задача повеќе од претходниот. По колку дена двајцата ќе имаат решено еднаков вкупен број задачи?

(Одговор: 11 дена)

83. Од зададените задачи на еден тест 10% се грешни, а 20% не се интересни. Притоа 10% од интересните задачи се грешни. Колку проценти од задачите кои не се интересни се точни?

(Одговор: 90%)

84. Минатa седмица секој ученик од одделението на Горјан реши по 34 задачи. Оваа седмица пет ученици од одделението не решија ниту

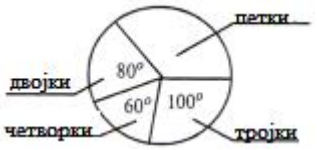
една задача, а секој од преостанатите ученици од одделението реши еднаков поголем број задачи, кој е меѓу 10% и 20% поголем од минатата седмица. Меѓутоа, вкупниот број решени задачи оваа седмица е за 8 помал од мината седмица. Колку ученици има во одделението на Горјан?

(Одговор: 32)

85. На избори за градоначалник во општина Вевчани кандидатите A и B освоиле 300 и 200 гласови. Колку најмалку проценти од тие што гласале за A треба да гласаат за B, за победник на изборите да биде B?

(Одговор: 17%)

86. На дијаграмот прикажан на цртежот десно е дадена распределбата на полугодишните оценки по математика во едно одделение. Колку ученици има во ова одделение, ако тие се најмалиот можен број и сите имаат оценка по математика?



(Одговор: 18)

87. За годишните оценки по 12 предмети се покажало дека бројот на добиените тројки, четворки и петки од Киро е еднаков соодветно на бројот на добиените четворки, петки и тројки од Рампо. Се покажало дека Киро и Рампо имаат еднаков просечен успех. Колку петки имал Киро на крајот од учебната година?

(Одговор: 4)

88. Во едно одделение има 60% момчиња. Денес само 6 момчиња не се на училиште и во училницата има еднаков број момчиња и девојчиња. Колку девојчиња има во ова одделение?

(Одговор: 12)

89. Архангел треба да ги искачи скалите на зградата во која живее. Во моментот тој одмара на едно скалило. Му преостануваат да искачи 3 пати повеќе скалила, отколку што искачил, без да го брои скалилото на кое се наоѓа. Ако искачи уште 22 скалила нагоре, ќе му преостанат 3 пати помалку скалила, отколку што искачил, без да го брои скали-

лото на кое ќе биде. Колку скалила имаат скалите во зградата на Архангел?

(Одговор: 45)

90. Пабло изел 8 од бомбоните во една кутија и уште половина од преостанатите бомбони. Кога погледнал во кутијата, тој заклучил дека изел два пати повеќе бомбони отколку што останале во кутијата. Колку бомбони имало во кутијата на почетокот?

(Одговор: 24)

91. Пакети со еднакви плочки се нумерирани последователно со броевите 1, 2, 3 итн. Во секој пакет има толку плочки колку што е бројот на пакетот. Од пакетот со најголем број плочки е земена една плочка и во него останале 62 плочки. Колку плочки сега има вкупно во сите пакети?

92. Во едно езеро се појавило растение, кое имало способност секој ден да ја утростручува површината која ја покрива од езерото. Тринаесеттиот ден од појавувањето на растението тоа покрило целото езеро. Во кој ден растението покрило $11\frac{1}{9}\%$ од површината на езерото?

93. Јане играл кошарка. Во првите 20 шутеви на кошот, Јане погодил 55% од шутевите. Во следните пет шута, неговиот процент на успешност се искачил на 56%. Колку од последните пет шута погодил Јане?

(Одговор: 3)

94. Андреј поделил неколку јаболка на шест еднакви купчиња. Борис истиот број јаболка го поделил на пет еднакви купчиња. Борис забележал дека секое од неговите купчиња има по две јаболка повеќе од секое од купчињата на Андреј. Колку јаболка имал Андреј?

(Одговор: 60)

95. Мајкл чува кучиња, крави, мачки и кенгури како миленичиња. Тој и кажал на Елена дека има вкупно 24 миленици, и тоа $\frac{1}{8}$ од миленичињата се кучиња, $\frac{3}{4}$

не се крави и $\frac{2}{3}$ од миленичињата не се мачки. Колку кенгури чува Мајкал?

(Одговор: 7)

96. Елизабета има торба со 60 чоколади. Таа во понеделникот изела една десетина од чоколадите, потоа во вторникот изела една деветина од преостанатите чоколади, па една осмина од остатокот изела во средата, потоа една седмина од остатокот изела во четвртокот и така понатаму се додека не изела една половина од преостанатите чоколади од претходниот ден. Колку чоколади ѝ останале?

(Одговор: 6)

97. На еден квиз има 20 прашања. За секој точен одговор на поставено прашање се добиваат 7 поени, за секој погрешен одговор на поставено прашање се одземаат 4 поени, а за секое неодговорено прашање се добиваат 0 поени. Натпреварувачот Емил учествувал на квизот и освоил 100 поени. На колку прашања Емил не дал одговор?

(Одговор: 1)

IV. ГЕОМЕТРИЈА

1. Која од наведените фигури има оска на симетрија?

(A) (B) (C) (D) (E)

(Одговор: A)

2. Во правоаголен координатен систем се дадени точките $A(2,-3)$, $B(2,5)$ и $C(x,5)$, $x>0$, при што отсечката AB е двапати пократка од отсечката BC. Колку е x?

(Одговор: 18)

3. Збирот на внатрешните агли на еден многуаголник е 1980°. Кој е тој многуаголник?

(Одговор: тринаесетаголник)

4. Колку најмногу надворешни тапи агли може да има конвексен 2007-аголник?

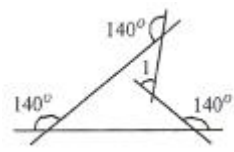
(Одговор: 3)

5. Колку најмногу остри агли може да има конвексен 2013-аголник?

(Одговор: 3)

6. Колку степени е $\measuredangle 1$?

(Одговор: 60°)



7. Збирот на надворешните агли на еден конвексен многуаголник е 2016 пати помал од збирот на неговите внатрешни агли. Колку страни има овој многуаголник?

(Одговор: 4034)

8. Колку најмногу страни може да има конвексен многуаголник со еднакви дијагонали?

(Одговор: 5)

9. Колку дијагонали има десетаголник?

(Одговор: 35)

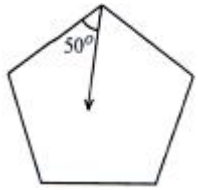
10. Во кружница со дијаметар 2 е впишан правилен осумнаесетаголник. Колку дијагонали на овој многуаголник се со должина поголема од 1?

(Одговор: 99)

11. Колку страни има многуаголникот кај кој бројот на страните е 80% помал од бројот на неговите дијагонали?

(Одговор: 13)

12. Од темето на правилен петаголник излегува светлосен зрак, како што е прикажано на цртежот десно. Зракот се одбива од страната на петаголникот, при што упадниот агол е еднаков на одбивниот агол. Определи го упадниот агол на зракот при второто одбивање од страна на петаголникот.

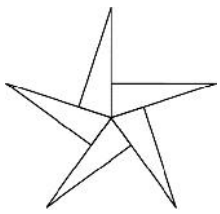


(Одговор: 58°)

13. Правата p ја дели рамнината на две полурамнини. Точките A и B се во различните полурамнини и се на растојанија соодветно $2012\,cm$ и $2102\,cm$ од правата p. Колкаво е растојанието на средината на отсечката AB од права p?

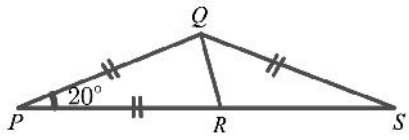
(Одговор: $45\,cm$)

14. Пет складни правоаголни триаголници се поставени така што нивните поголеми остри агли се допираат и е добиена ѕвездата прикажана на цртежот десно. Но, исто така е можно да се формира друга ѕвезда со поставување на повеќе од дадените правоаголни триаголници така што нивните помали остри агли ќе се допираат. Колку триаголници се потребни за да се формира втората ѕвезда?



(Одговор: 20)

15. На цртежот десно важи $\overline{PQ} = \overline{PR} = \overline{QS}$ и $\measuredangle QPR = 20°$. Колку е голем аголот $\measuredangle RQS$?



(Одговор: $60°$)

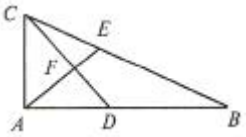
16. Две страни на триаголник се гледаат од центарот на опишаната кружница околу него под агли 36° и 44°. Определи го аголот над третата страна на тој триаголник.

(Одговор: 140°)

17. Аголот меѓу симетралите на внатрешните агли при темињата A и B на $\triangle ABC$ е еднаков на 55°. Определи го аголот меѓу симетралите на $\measuredangle A$ и надворешниот агол при темето B на овој триаголник.

(Одговор: 33°)

18. На цртежот десно $\measuredangle BAC = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{AE}$ и $\overline{CD} = \overline{DB}$. Определи го $\measuredangle CFE$.



(Одговор: $\measuredangle CFE = 90^\circ$)

19. Даден е триаголник ABC со центар на опишана кружница O и центар на впшана кружница I. Правата AB е симетрала на отсечката OI. Нека $CL, L \in AO$ е симетрала на $\measuredangle ACO$. Определи го $\measuredangle CLO$.

(Одговор: 81°)

20. Во рамнокрак тапоаголен триаголник ABC со основа AB е повлечена висината CH. Точката I е пресечната точка на симетралите на аглите при основата, а точката O е пресечната точка на симетралите на краците на триаголникот, при што важи $\overline{HI} = \overline{HO}$. Ако CL е симетрала на агол во триаголникот ACO, определи го $\measuredangle ALC$.

(Одговор: 99°)

21. Триагоникот ABC со $\measuredangle B = 30^\circ$ и $\measuredangle C = 70^\circ$ е впишан во кружницата

k. Определи го најголемиот агол на триаголникот, чии темиња се пресечните точки на симетралите на аглите на $\triangle ABC$ со кружницата k.

(Одговор: 75°)

22. Во рамнокрак триаголник тежишната линија кон основата е 2 пати подолга од симетралата на аголот кон кракот.. Определи го најголемиот агол на вој триаголник.

(Одговор: 108°)

23. Во правоаголен триаголник производот од должините на страните е четири пати поголем од производот на страните. Определи го поголемиот остар агол на овој триаголник.

(Одговор: 75°)

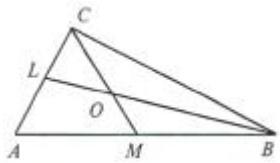
24. Две страни на триаголник се гледаат од центарот на впишаната кружница во тој триаголник под агли 120° и 140°. Определи го најмалиот агол на овој триаголник.

(Одговор: 20°)

25. За триаголникот ABC во правоаголен координатен систем се дадени координатите на темињата $A(1,3)$ и $B(-1,-1)$ и на тежиштето $T(1,2)$. Колку е збирот на координатите на темето C?

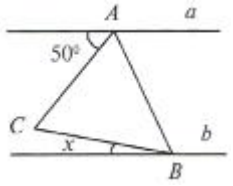
(Одговор: 7)

26. Во правоаголен триаголник ABC со хипотенуза AB симетралата BL и тежишната линија CM се сечат во точката O. Ако $\measuredangle ALB = 104^\circ$, определи го $\measuredangle BOC$.



(Одговор: 138°)

27. На цртежот десно правите a и b се паралелни, а триаголникот ABC е рамностран. Определи го аголот x?



(Одговор: $x = 10^\circ$)

28. Точките D и E се соодветно од страните AB и BC на триаголникот ABC и се такви што $\overline{DB} = \overline{DE}$ и $\measuredangle BDE = 2\measuredangle BAC$. Определи го $\measuredangle ACB$.

(Одговор: 90°)

29. Во остроаголен триаголник ABC остриот агол меѓу висините повлечени во темињата A и B е еднаков на 42°. Определи го остриот агол меѓу симетралите на аглите во темињата A и B.

(Одговор: 69°)

30. Во $\triangle ABC$, $\overline{AC} = \overline{BC}$, AM ($M \in BC$) е симетрала на агол, CD ($D \in AB$) е висина и $\overline{AM} = 2\overline{CD}$. Определи го $\measuredangle ABC$.

(Одговор: 36°)

31. Опишаната кружница околу триаголникот ABC е со центар во точката O. АКо $\measuredangle AOB = 40^\circ$ и P е точка на лакот $\overset{\frown}{ACB}$, тогаш колкав е $\measuredangle APB$?

32. Рамнокрак остроаголен триаголник ABC со основа AB е впишан во кружница k. Тангентата на k во точката B зафаќа агол со AB еднаков на 40°. Определи го $\measuredangle A$.

33. Рамностран триаголник и правилен петаголник имаат еднакви периметри. Страната на триаголникот е за $20\,cm$ поголема од страната на петаголникот. Определи ја должината на страната на петаголникот.

(Одговор: $30\,cm$)

34. Во $\triangle ABC$ важи $\overline{AC} = 5{,}1\,cm$, $\overline{BC} = 3{,}9\,cm$, и должината на AB е цел број сантиметри. Колку можни должини може да има AB?

(Одговор: 7)

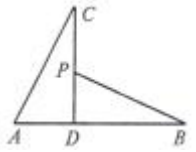
35. Колку триаголници постојат такви што должините на две од тсраните им се 8 и 9 и едниот агол е $8{,}9^\circ$?

(Одговор: 4)

36. Должините на две страни на триаголник се $10\,cm$ и $4\,cm$, а периметарот на триаголникот е цел број сантиметри, кој е делив со 5. Определи ја должината на третата страна на овој триаголник.

(Одговор: $11\,cm$)

37. На цртежот десно важи $\triangle ADC \cong \triangle PBD$. Колку од дадените четири тврдења се точни:



- $\measuredangle ADP = 90^\circ$,
- $\overline{AD} = \overline{DP}$,
- $\overline{AC} = 2\overline{DP}$,
- Правите AC и BP се заемно нормални.

(Одговор: 3)

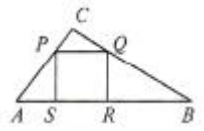
38. За должините a,b,c на страните на еден триаголник важи равенството $a^2 + ac - b^2 - bc = 0$. Ако $a = 12\,cm$, колку е b?

(Одговор: $12\,cm$)

39. Во $\triangle ABC$ важи $\measuredangle C = 90^\circ$ и $\overline{AC} = 48\,cm$. Определи го растојанието од тежиштето на триаголникот до страната BC?

(Одговор: $16\,cm$)

40. Во правоаголен триаголник ABC со хипотенуза AB е впишан квадрат $PQRS$ (цртеж десно). Ако $\overline{CP} = 36\,cm$ и $\overline{CQ} = 48\,cm$, определи ја должината на хипотенузата AB.



(Одговор: $185\,cm$)

41. Страните на $\triangle ABC$ се донесуваат како $3:4:5$. Периметарот на триаголникот, чии темиња се средините на страните на $\triangle ABC$ е еднаков на $48\,cm$. Определи ја должината на најдолгата страна на $\triangle ABC$.

(Одговор: $40\,cm$)

42. Во $\triangle ABC$, $\measuredangle B = 60^\circ$, а впишаната во него кружница ги допира страните AB и BC соодветно во точките M и P. Ако периметарот на

$\triangle ABC$ е $30\,cm$ и $\overline{AC}=10\,cm$, определи го периметарот на триаголникот BMP.

43. Правоаголен триаголник има агол 75° и хипотенуза $120\,cm$. Определи го растојанието од тежиштето на триаголникот до хипотенузата.
(Одговор: $10\,cm$)

44. Во правоаголен триаголник збирот на должините на катетите е $21\,cm$, а должината на радиусот на впишаната кружница е $3\,cm$. Определи ја должината на хипотенузата на овој триаголник.
(Одговор: $15\,cm$)

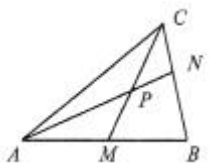
45. Даден е правоаголен триаголник со хипотенуза $24\,dm$ и агол 75°. Определи го растојанието од тежиштето до хипотенузата во овој триаголник.

46. Збирот на катетите на правоаголен триаголник е $21\,cm$, а радиусот на впишаната кружница е $3\,cm$. Определи ја должината на хипотенузата на овој триаголник.

47. Висината низ темето C на триаголникот ABC е со должина $24\,cm$. Определи го растојанието од тежиштето на тој триаголник до неговата страна AB.

48. Во триаголникот ABC е повлечена тежишната линија CM. Ако точката T е тежиштето на триаголникот ABC. Точлата N е средина на CM и $\overline{NT}=15\,cm$, определи ја должината на отсечката CM.

49. Во триаголникот ABC е повлечена тежишната линија CM (цртеж десно). Ако точката P е средината на CM, точката N е пресекот на правата AP и страната BC и $\overline{BC}=48\,cm$, определи ја должината на отсечката BN.



50. Во триаголникот ABC точките M,N,P се средини на страните AB,

BC, CA, соодветно. Ако $\overline{CM} = 30\,cm$, колкаво е растојанието меѓу тежиштата на триаголниците ABC и PNC.

51. Во правоаголен координатен систем се дадени точките $A(-1,0)$, $B(4,4)$ и $C(0,6)$. Колку квадратни мерни единици е плоштината на триаголникот ABC?

(Одговор: 13)

52. Збирот на катетите на правоаголен триаголник е $70\,cm$, а растојанието од пресечната точка на симетралите на аглите до страните е еднакво на $10\,cm$. Определи ја плоштината на овој триаголник.

(Одговор: $6\,dm^2$)

53. Во триаголник ABC, со страни $\overline{AB} = 21\,cm, \overline{AC} = 28\,cm, \overline{BC} = 20\,cm$ се повлечени симетралите на аглите AP и CQ. Ако $\frac{p}{q}$ е нескратлива дропка, еднаква на количникот на плоштините на $\triangle ABC$ и AQP, колку е $p+q$?

(Одговор: 5)

54. Во рамнокрак триаголник со основа $8\,cm$ тежишните линии повлечени кон краците се заемно нормални. Определи ја плоштината на овој триаголник?

(Одговор: $48\,cm^2$)

55. Во триаголникот ABC важи $\overline{AB} = 31\,cm$, а отсечката CH е висина. Точката M припаѓа на отсечката CH и е таква, што збирот на плоштините на триаголниците AMC и BMC е $2015\,cm^2$. Определи ја должината на отсечката CM.

56. Хипотенузата на правоаголниот триаголник е поделена од нејзината допирна точка со впишаната кружница на делови со должини $4\,cm$ и $6\,cm$. Определи ја плоштината на овој триаголник.

57. Определи ја плоштината на рамнокрак триаголник со должина на кракот $12\ cm$ и големина на надворешниот агол при основата 165°

(Одговор: $36\ cm^2$)

58. Висините повлечени од темињата A и B на триаголникот ABC се со должини $10\ cm$ и $8\ cm$, а аголот при темето C е еднаков на 30°. Определи ја плоштината на овој триаголник?

(Одговор: $80\ cm^2$)

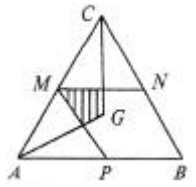
59. Две од висините на триаголник се со должини $7\ cm$ и $8\ cm$, а аголот при третиот врв е еднаков на 150°. Определи ја плоштината на овој триаголник.

(Одговор: $56\ cm^2$)

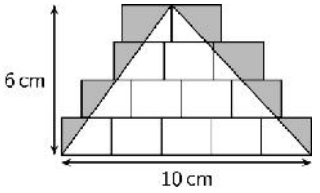
60. За $\triangle ABC$ во правоаголен координатен систем се дадени координатите на $A(1,3)$, средината $M(4,1)$ на AB и средината $N(2,2)$ на BC. Колку квадратни мерни единици е плоштината на $\triangle ABC$?

(Одговор: 2)

61. Во триаголникот ABC точките M, N, P се средини на неговите страни, а точката G е неговото тежиште. Ако плоштината на штрафираниот четириаголник е еднаква на $2,5\ cm^2$, определи ја плоштината на триаголникот ABC.



62. Неколку идентични правоаголници се нацртани на подот. Триаголник со основа 10 *cm* и висина 6 *cm* е нацртан врз нив, како на цртежот десно. Делот надвор од триаголникот е обоен во сиво. Колкава е плоштината на делот обоен во сиво?



(Одговор: $12\ cm^2$)

63. Кој правилен многуаголник има најголем внатрешен агол: рамностран

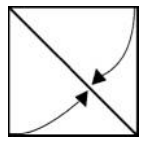
триаголник, квадрат, петаголник или шестаголник?

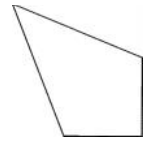
(Одговор: шестаголник)

64. Правоаголна чоколадна табла е составена од еднакви квадрати. Наум скршил две цели ленти од таблата на квадрати и ги изел 12-те квадрати што ги добил. Потоа, Јасен скршил една цела лента од делот што преостанал од истата чоколадна табла и ги изел 9-те квадрати што ги добил. Колку квадрати од чоколадната табла останале?

(Одговор: 45)

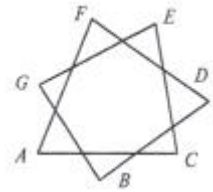
65. Зоран превиткал квадратно парче хартија, така што две соседни страни ги превиткал кон дијагоналата на квадратот, како на левиот цртеж, со што го добил четириаголникот прикажан на десниот цртеж. Колку изнесува најголемиот агол во новодобиениот четириаголник?





(Одговор: 112,5°)

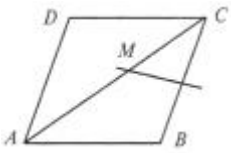
66. На цртежот десно е прикажана затворена искршена линија $ACEGBDF$. Пресметај го збирот $\measuredangle A+\measuredangle B+\measuredangle C+\measuredangle D+\measuredangle E+\measuredangle F+\measuredangle G$



67. Определи го аголот меѓу симетралите на $\measuredangle BAC$ и $\measuredangle BDC$ на ромбот $ABCD$.

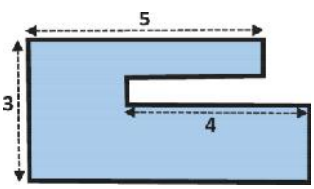
(Одговор: 45°)

68. Четириаголникот $ABCD$ е ромб. Симетралата на страната BC ја сече дијагоналата AC во точка M. Ако $\overline{AM}=\overline{AB}$, определи го $\measuredangle BAD$.



(Одговор: 72°)

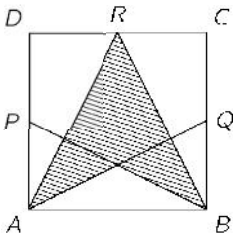
69. Градината на Саша има форма како на цртежот. Сите страни на цртежот се паралелни или нормални. Некои од димензиите се дадени на цртежот. Определи го



периметарот на градината на Саша?

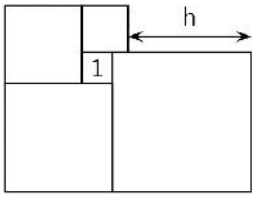
(Одговор: 24)

70. На цртежот десно е даден квадрат $ABCD$, каде P, Q и R се средини на страните DA, BC и CD соодветно. Колкав дел од квадратот $ABCD$ е обоен сиво?



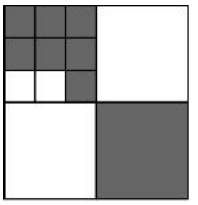
(Одговор: $\frac{3}{8}$)

71. Пет квадрати се поставени како што е прикажано на цртежот десно. Најмалиот квадрат има плоштина 1. Колку е бројната вредност на должината h?



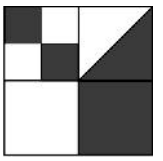
(Одговор: 4)

72. Големиот квадрат прикажан на цртежот десно е поделен на помали квадрати. Колкав дел од од големиот квадрат е обоен во сиво?



(Одговор: $\frac{4}{9}$)

73. Големиот квадрат е поделен на помали квадрати и во еден од помалите квадрати е повлечена едната дијагонала дијагонала, како на цртежот десно. Кој дел од големиот квадрат е обоен со сиво?

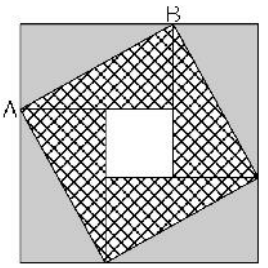


(Одговор: $\frac{1}{2}$)

74. За колку проценти треба да се намали страната на еден квадрат за да неговата плоштина се намали 19%?

(Одговор: 10%)

75. Голем квадрат се состои од четири идентични правоаголници и еден мал квадрат. Плоштината на големиот квадрат е $49cm^2$ и должината на дијагоналата AB на еден од правоаголниците е 5 cm. Определи ја плоштината на малиот квадрат?



(Одговор: $1cm^2$ **)**

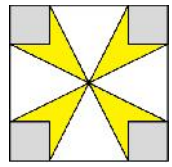
76. Страната на квадратот е еднаква на радиусот на кругот со плоштина $64\pi\ cm^2$. Колку сантиметри е периметарот на квадратот?

(Одговор: $32\ cm$)

77. Точка M припаѓа на страна на квадрат. Растојанијата од M до дијагоналите на квадратот се $2\ cm$ и $4\ cm$. Определи ја плоштината на овој квадрат?

(Одговор: $72\ cm^2$)

78. Плоштината на големиот квадрат прикажан на цртежот десно е 16 cm^2, а плоштината на секој од малите квадрати е $1\,cm^2$. Колкава е плоштината на жолтиот цвет?



(Одговор: 4 cm^2

79. Низ пресечната точка O на дијагоналите на правоаголникот $ABCD$ е повлечена права, нормална на AC, која ја сече AB во точка M. Ако $\overline{AM} = 2\overline{BC}$, определи го $\measuredangle COB$.

(Одговор: $\measuredangle COB = 30^\circ$)

80. Даден е правоаголник $ABCD$. Точката X од рамнината на правоаголникот е таква што $\overline{XA} = 3\,cm, \overline{XB} = 9\,cm, \overline{XC} = 11\,cm$. Определи ја должината на отсечката XD.

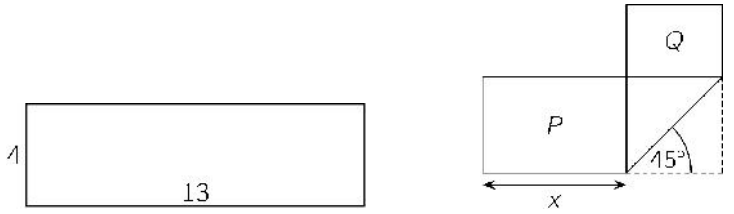
(Одговор: $7\ cm$)

81. Во правоаголник $ABCD$ страната BC е два пати подлга од страната AB. На страната BC е земена точка M таква што $\overline{DA} = \overline{DM}$. Определи го $\measuredangle AMB$.

(Одговор: 75°)

82. Правоаголна лента од хартија со димензии 4×13 (цртеж долу лево) е преклопена како што е прикажано на долниот десен цртеж. Притоа се

формирани два правоаголници со плоштини P и Q (види цртеж) при што $P = 2Q$. Колкава е вредноста на x?



(Одговор: 6)

83. Паралелограм $ABCD$ има плоштина $96\,cm^2$. Точките M и N се соодветно средини на AB и DM. Определи ја плоштинатана на триаголникот BNC.

(Одговор: $36\,cm^2$)

84. Во ромб $ABCD$ дијагоналите AC и BD се сечат во точката O, при што $\measuredangle OAB = 15^\circ$. Ако периметарот на ромбот е $32\,cm$, определи ја неговата плоштина.

(Одговор: $32\,cm^2$)

85. Во ромб со агол 30° растојанието од пресечната точка на дијагоналите до негова страна е $2\,cm$. Определи ја плоштината на овој ромб.

(Одговор: $32\,cm^2$)

86. Точките M и N се средини соодветно на страните AD и BC на четириаголникот $ABCD$. Колку од равенствата

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}),$$
$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}),$$
$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}),$$
$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}),$$

се точни.

(Одговор: 1)

87. Во паралелограм $ABCD$ точката M е средина на BC, а точката N е

средина на CD. Отсечките AM и BD се сечат во точката P, отсечките AN и BD се сечат во точката Q и $\overline{PQ}=12\,cm$. Определи ја должината на дијагоналата BD.

88. Трапез со должини на основи $7\,cm$ и $9\,cm$ има плоштина која е поголема од $56\,cm^2$ и е помала од $72\,cm^2$. Колку сантиметри е должината на висината на трапезот, ако таа е цел број сантиметри?

(Одговор: $8\,cm$)

89. Двете висини на трапез, конструирани на двата краја на помалата основа, го делат трапезот на три дела со еднакви плоштини. Колку пати поголемата основа е подолга од помалата основа?

(Одговор: 5)

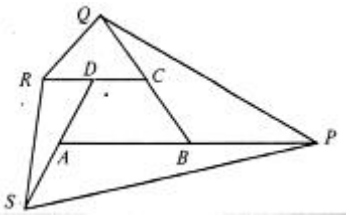
90. Плоштината на правоаголен трапез е еднаква на $91\,cm^2$, а неговите основи се со должини $8{,}9\,cm$ и $5{,}1\,cm$. Определи ја должината на кракот на трапезот нормален на основите.

(Одговор: $13\,cm$)

91. Даден е рамнокрак трапез со висина $10\,cm$ и плоштина $240\,cm^2$. Точката M е оддалечена по $5\,cm$ од секоја страна на трапезот. Определи го периметарот на овој трапез.

(Одговор: $96\,cm$)

92. На цртежот десно е даден трапез $ABCD$ со основи AB и CD. Точ-ките A,B,C,D се соодветно средини на DS,AP,BQ,CR. Важи $\overline{BP}=10\,cm$, $\overline{DC}=5\,cm$ и плоштината на четириаголникот $PQRS$ е еднаква на $3\,dm^2$. Определи ја должината на висината на трапезот $ABCD$?



(Одговор: $8\,cm$)

93. Нека P и M се произволни точки соодветно од основите AB и CD

на трапезот $ABCD$. Плоштината на триаголникот ABM е $15,4\,cm^2$, а плоштината на триаголникот CDP е $10\frac{3}{5}\,cm^2$. Определи ја плоштината на трапезот $ABCD$.

(Одговор: $26\,cm^2$)

94. Даден е трапез $ABCD$ со основи AB и CD, такви што $\overline{AB}=3\overline{CD}$. Нека точката E од правата AB е таква, што B е средина на отсечката AE. Ако плоштината на $\triangle DCE$ е $6,5\,cm^2$, колкава е плоштината на $\triangle AED$?

(Одговор: $39\,cm^2$)

95. Даден е трапез $ABCD$ со основи $\overline{AB}=8\,cm$ и $\overline{CD}=2\,cm$, крак $\overline{BC}=4\,cm$ и растојание од точката A до кракот BC еднакво на $6\,cm$. Определи ја плоштината на овој трапез.

(Одговор: $15\,cm^2$)

96. Плоштината на трапез, кај кој збирот на должините на основите е еднаков на должината на висината, е еднаква на $40,5\,cm^2$. Определи ја должината на висината на овој трапез.

(Одговор: $9\,cm$)

97. Даден е конвексен четириаголник $ABCD$, $\overline{AB}=10\,cm$, $\overline{BC}=7\,cm$, $\overline{CD}=3\,cm$ и $\overline{DA}=2\,cm$. Мерниот број на дијагоналата BD изразен во сантиметри е цел број. Колку сантиметри е должината на дијагоналата BD?

(Одговор: $9\,cm$)

98. Определи ја плоштината на четириаголник со должини на дијагоналите $14\frac{2}{7}\,cm$ и $4,2\,cm$ и агол меѓу нив од 150°.

(Одговор: $15\,cm^2$)

99. Колку е плоштината на трапез со основи со должини $11\,cm$ и $7\,cm$ и

краци, со должини $3\,cm$ и $5\,cm$?

(Одговор: $27\,cm^2$)

100. Во конвексен четириаголник $ABCD$, $\overline{AB}=10\,cm$, $\overline{BC}=7\,cm$, $\overline{CD}=3\,cm$ и $\overline{DA}=2\,cm$, должината на дијагоналата BD е еднаква на цел број сантиметри. Колку е долга дијагоналата BD?

(Одговор: $9\,cm$)

101. Трапез е впишан и опишан околу кружница. Ако едниот крак на трапезот е со должина $10\,cm$, а должините на основите му се однесуваат како 1:4, определи ја плоштината на овој трапез.

(Одговор: $80\,cm^2$)

102. Трапез чиј збир на краците е $42\,cm$ е опишан околу кружница со радиус $8\,cm$. Определи ја плоштината на овој трапез.

(Одговор: $336\,cm^2$)

103. Определи ја должината на отсечката која ги поврзува средините на основите на трапез, кај кој разликата на основите е $52\,cm$, а краците се со должини $20\,cm$ и $48\,cm$.

(Одговор: $26\,cm$)

104. Четириаголникот $ABCD$ е впишан во кружница и $\overline{AB}=\overline{AD}$. Ако $\measuredangle CAB=30^\circ$ и $\measuredangle DBC=20^\circ$, определи го $\measuredangle ACB$.

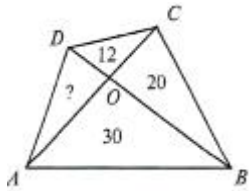
105. Трапез со периметар $20\,cm$ е опишан околу кружница со радиус $2\,cm$. Определи ја плоштината на овој трапез.

106. Во трапез $ABCD$ кракот BC е долг $5\,cm$, а растојанијата од точките A и D до правата BC се $7\,cm$ и $3\,cm$, соодветно. Определи ја плоштината на трапезот $ABCD$.

107. Дијагоналата AC зафаќа со големата основа на рамнокрак трапез

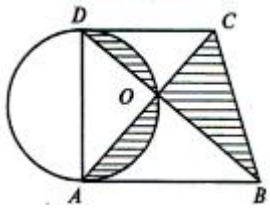
$ABCD\,(AB \| CD)$ агол од 45°. Должината на средната линија на трапезот е енаква на $8\,cm$. Определи ја плоштината на овој трапез.

108. Нека $ABCD$ е конвексен четириаголник и O е пресекот на неговите дијагонали. Плоштините на триаголниците ABO, BCO и CDO, изразени во сантиметри квадратни се запишани соодветно на цртежот десно. Определи ја плоштината на триаголникот ADO

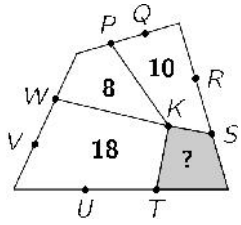


109. Во тетивниот четириаголник $ABCD$ дијагоналите се сечат во точката O. Ако $\measuredangle ACD = 32^\circ$ и $\measuredangle BOC = 72^\circ$, определи го $\measuredangle BAC$.

110. Четириаголникот $ABCD$ е правоаголен трапез со основи AB и CD и пресечна точка на дихагоналите O. Кружницата со дијаметар $\overline{AD} = 28\,cm$ минува низ точката O (цртеж десно). Определи ја плоштината на штрафираниот дел од трапезот.



111. На цртежот е прикажан четириаголник кој е поделен на четири помали четириаголници со заедничко теме K. Другите обележани точки ги делат страните на големиот четириаголник на три еднакви делови. Запишаните броеви ги означуваат плошините на соодветните мали четириаголници. Колкава е плоштината на засенчениот четириаголник?

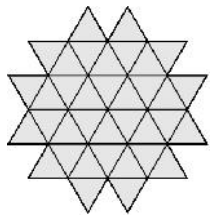


(Одговор: 6)

112. Сите агли на осумаголникот $ABCDEFMN$ се по 135°. Освен тоа $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 5, \overline{EF} = 7, \overline{MN} = 4, \overline{ED}^2 = 50, \overline{MF}^2 = 2$. Определи го збирот $\overline{AN}^2 + \overline{BC}^2$.

(Одговор: 74)

113. На цртежот десно е прикажана фигура која е добиена од 36 мали складни рамнострани триаголници. Које најмалиот број на такви триаголници кои треба да се додадат на фигурата за да се добие шестаголник?



(Одговор: 18)

114. Во правоаголен триаголник катетите се со должини $20\,cm$ и $50\,cm$. Кружница ја допира помалата катетата и минува низ средините на другите две страни. Колкава е должината на радиусот на таа кружница?

(Одговор: $13\,cm$)

115. Велосипедист тренира на кружна патека со радиус $50\,m$. Во текот на кое обиколување на патеката ќе помине точно $10\,km$?

(Одговор: 32)

116. Двете тркала на велосипед се со дијаметри $80\,cm$ и $60\,cm$. Ако за време на возење на велосипедот поголемото тркало направи 240 завртувања, колку завртувања за истото време ќе направи помалото тркало?

(Одговор: 320)

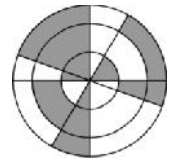
117. Часовната стрелка на еден часовник е долга $1\,cm$, а минутната е долга $2\,cm$. Колку пати, од 2 часот до 5 часот денес, патот на врвот на минутната стречка е подолг од патот на врвот на часовната стрелка?

(Одговор: 24)

118. Малиот принц е висок $1{,}4\,m$ и оди по екваторот на својата планета, кој е идеална кружница. Врвот на неговата глава опишува кружница, која е подолга од еваторот. Колку метри (со точност до единици) е разликата меѓу должините на тие две кружници?

(Одговор: $9\,m$)

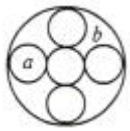
119. На цртежот десно се прикажани три концентрични кружници со четири дијаметри (отсечки кои кои минуваат низ заедничкиот центар на кружниците). Колку



проценти од добиената фигура се засенчени?

(Одговор: 50%)

120. Радиусот на секоја од петте мали кружници е r, а a и b се плоштините на соодветните фигури, во кои се запишани. Колку проценти од a е b?



(Одговор: 100%)

121. Должината на страната на квадратот прикажан на цртежот десно е $6\,cm$. Колку квадратни сантиметри е целиот дел на бројот еднаков на разликата на плоштините на црниот и белиот дел од квадратот?

(Одговор: 20)

122. Кружниците на цртежот десно се со радиуси $3\,cm$ и $4\,cm$. Колку е збирот на броителот и именителот на нескратливата дропка еднаква на односот плоштините на црната и белата површина на цртежот.

(Одговор: 16)

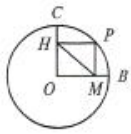
123. Кружниците на цртежот десно се со радиуси $3\,cm$ и $4\,cm$. Определи ја разликата на плоштините на белиот и црниот дел од добиената фигура?

(Одговор: $2\,cm^2$)

124. Ако квадратот на фигурата има страна $2\,cm$ и плоштината на штрафираниот дел се запише како $a-b\pi$, каде a и b се природни броеви, колку е $a+b$?

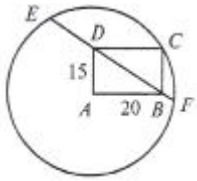
(Одговор: 10)

125. На цртежот десно е даден исечок BOC од кружница со центар O, во кој е впишан правоаголник $OMPH$ со дијагонала $\overline{HM}=15\,cm$. Определи ја должината на дијаметарот на кружницата.



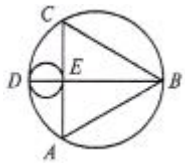
(Одговор: $30\,cm$)

126. Нека $ABCD$ е правоаголник и k е кружница со центар во точката A и радиус AC (цртеж десно). Нека дијагоналата BD ја сече k во точките E и F. Ако $\overline{AD}=15\,cm$ и $\overline{AB}=20\,cm$, колку е најмалото целобројно решение на неравенството $x>\overline{EF}$, изразено во сантиметри?

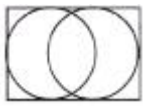


127. Едно езеро е идеален круг. Рампо тргнува од брегот на езерото и откако ќе исплива $600\,m$ на север, тој доаѓа до брегот на езерото. Потоа плива $800\,m$ на исток и повторно стигнува до брегот на езерото. Колку метри е радиусот на езерото?

128. Рамностран триаголник ABC е впишан во кружница со дијаметар BD, кој ја сече AC во точката E. Ако DE е дијаметар на друга кружница (цртеж десно), колку пати плоштината на поголемиот круг е поголема од плоштината на помалиот круг?

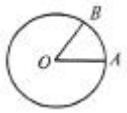


129. На цртежот десно секоја од двете кружници минува низ центарот на другата. Плоштината на секој од двата круга е $25\pi\ cm^2$. Определи ја плоштината на правоаголникот.



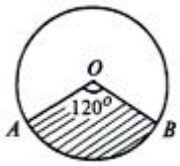
(Одговор: $150\,cm^2$)

130. Ако плоштината на исечокот AOB е 15% од плоштината на кругот, колку степени е $\measuredangle AOB$?



(Одговор: 54°)

131. Радиусот на кругот на цртежот десно е еднаков на $56\,cm$. Дел од овој круг е штрафиран.Определи го периметарот на штрафираната фигура.



132. Две кружници со радиуси $9\,cm$ и $4\,cm$ надворешно се допираат во точка A. Повлечена е заедничката внатрешна тангента и една од надворешните заеднички тангенти. Овие две прави се сечат во точката B. Определи ја должината на отсечката AB.

133. Две кружници со радиуси $9\,cm$ и $4\,cm$ се допираат надворешно. Определи ја должината на заедничката надворешна тангентна отсечка?

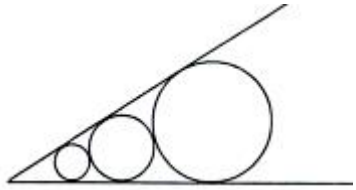
134. Две кружници со радиуси 3 и 6 се допираат надворешно една до друга и внатрешно до трета кружница со радиус 9 (цртеж десно). Тетива на третат кружница е заедничка тангента на двете кружници. Определи го квадратот на должината на оваа тетива.

(Одговор: 224)

135. Две кружници со радиус R се допираат надворешно. Помала кружница со радиус $3\,cm$ надворешно ги допира двете кружници и ја допира нивната надворешна заедничка тангента. Колку е R?

(Одговор: $12\,cm$)

136. Трите кружници се допираат на краците на аголот и меѓу себе, како на цртежот десно. Радиусот на најмалата кружница е еднаков на $10\,cm$, а на најголемата е $40\,cm$. Кој цел број е најблизок (во сантиметри) до должината на средната кружница?

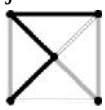


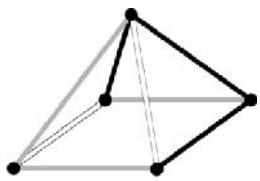
(Одговор: 126)

137. Во рамнината е дадена отсечка AB со должина $\sqrt{3}$. Нека S е плоштината на геометриското место на точки M кои го задоволуваат условот $60^\circ < \measuredangle AMB < 120^\circ$. Ако $S = \frac{a}{b}® + \frac{c}{d}\sqrt{3}$, каде дропките $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ се нескратливи, колку е $abcd$?

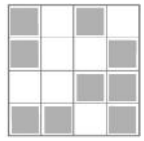
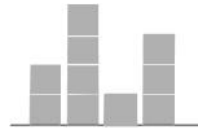
(Одговор: 6)

138. Горјан одозгора ја погледнал пирамидата прикажана на цртежот десно. Што видел Горјан?

(Одговор: 

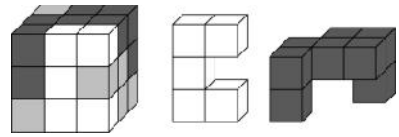


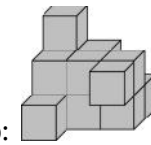
139. Ивона направила „град“ од идентични дрвени коцки. Десниот цртеж го дава погледот на „градот“ одгоре, а левиот цртеж е поглед од една од страните. Не е познато од која страна е направен погледот. Кој е најголемиот број коцки кои Ивона можела да ги искористи за правење на градот?

(Одговор: 24)

140. Коцка со димензии $3\times3\times3$ е направена од бели, сиви и црни коцки со дименазија $1\times1\times1$, како што е прикажано на првиот цртеж десно. На другите два цртежи се прикажани белиот и црниот дел од коцката. На кој од наведените цртежи е прикажан сивиот дел од коцката?



(Одговор: )

141. Колку ѕидови има призма со вкупно 2005 темиња и рабови?

(Одговор: 403)

142. Колку вкупно рабови, темиња и ѕидови има повеќе дваесет страна пирамида од вкупниот број на рабови, темиња и ѕидови на тринаесет страна призма?

(Одговор: 2)

143. За правилна n – страна призма е познато дека вкупниот број на нејзините темиња и рабови е четири пати поголем од бројот на нејзините ѕидови. Колку е n?

(Одговор: 8)

144. За n – страна призма е познато дека производот на бројот на нејзините темиња и нејзините рабови е 27 пати поголем од бројот на нејзините ѕидови. Колку е n?

(Одговор: 6)

145. Дадена е правилна n – страна призма. Нека a е бројот на темињата, b е бројот на рабовите и c е бројот на ѕидовите на призмата. Ако $a+b$ е четири пати поголем од c, колку е n?

(Одговор: 8)

146. Колку рабови има призма кај која збирот на аглите на сите нејзини ѕидови е еднаков на 5760°?

(Одговор: 27)

147. Колку рабови има пирамида која вкупно има 20 темиња и ѕидови?

(Одговор: 18)

148. Пирамида вкупно има 2010 темиња и ѕидови. Колку раба има таа пирамида?

(Одговор: 2008)

149. Колку вкупно темиња, рабови и ѕидови има седумаголна пирамида?

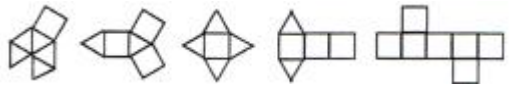
(Одговор: 30)

150. Десетстрана призма и десетстрана пирамида имаат заедничка основа и се наоѓаат на различни нејзини страни. За колку рабовите на ова тело се повеќе од неговите ѕидови?

(Одговор: 19)

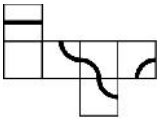
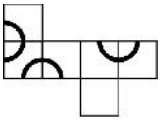
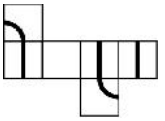
151. Едно тело е формирано од пирамида и призма, кои имаат заедничка основа. Телото има 2015 ѕидови. Колку рабови има ова тело?

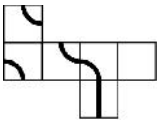
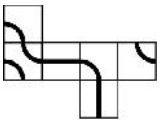
152. Колку од фигурите прикажани на долните цртежи се мрежи на пирамида или призма?



(Одговор: 3)

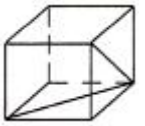
153. Мравка се движи по означената линија на површината на коцка, се додека не се врати во почетната положба. Од која следниве мрежи може да се состави коцка така што ваквото патување е можно?

(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

(Одговор: E)

154. На цртежот десно е прикажана коцка, во која се повлечени две дијагонали. Определи го аголот меѓу овие две дијагонали.



(Одговор: 60°)

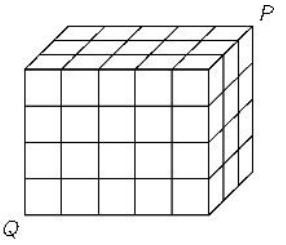
155. Колку степени е збирот на аглите на сите ѕидови на тристрана пирамида?

(Одговор: 720°)

156. Определи го збирот на аглите на сите ѕидови на четиристрана пирамида.

(Одговор: 1080°)

157. Дрвен паралелопипедот со димензии $3\times 4\times 5$ се состои од 60 идентични мали коцки. Еден термит се пробива по неговата дијагонала од темето P до темето Q. Оваа дијагонала не ги пресекува рабовите на било која мала коцка која е во внатрешноста на паралелопипедот. Низ колку од малите коцки поминува термитот на своето патување?



(Одговор: 10)

158. Темињата на долната основа на правоаголен паралелопипед и средините на рабовите на горната основа се темиња на тело со волумен $300\,cm^3$. Определи го волуменот на овој паралелопипед.

(Одговор: $360\,cm^3$)

159. Од два правоаголни паралелопипеди е склопена коцка. Плоштината на едниот паралелопипед е 2,5 пати помала од плоштината на коцката. Колку пати волуменот на едниот паралелопипед е помал од волуменот на другиот паралелопипед?

160. Основата на права призма е ромб со висина $3\,cm$, а нејзината бочна плоштина е $60\,cm^2$. Определи го волуменот на оваа призма.

(Одговор: 45)

161. Правилна n – страна пирамида има бочна плоштина $100\,cm^2$ и апотема $8\,cm$. Определи го n, ако основниот раб на пирамидата е еднаков на цел број сантиметри поголем од 1.

(Одговор: 5)

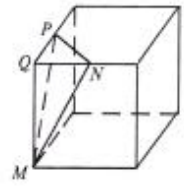
162. Основата на една пирамида е правоаголен триаголник со катети со должини $3\,cm$ и $4\,cm$. Волуменот на пирамидата е $20\,cm^3$. Определи ја должината на висината на таа пирамида.

(Одговор: $10\,cm$)

163. Темињата на коцката на цртежот десно се отсечени така што се добиени 8 триаголници. Ако сите 24 темиња на добиеното тело се поврзат со дијагонали, колку од дијагоналите ќе бидат внатрешни за телото?

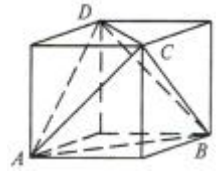
(Одговор: 108)

164. Точките N и P се средини на двата раба на коцката прикажана на цртежот десно. Ако $\frac{p}{q}$ е нескратлива дропка која покажува колкав дел од волуменот на коцката е волуменот на пирамидата $PQNM$, колку е $p+q$?



(Одговор: 25)

165. Четири темиња на коцка, со должина на раб $6\,cm$, се темиња на пирамида $ABCD$ (цртеж десно). Определи го волуменот на оваа пирамида.

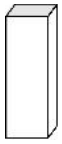


(Одговор: $72\,cm^3$)

166. Плоштината на пирамидата е $66\,cm^2$. Во внатрешноста на пирамидата има точка O која од секој ѕид на пирамидата е оддалечена $6\,cm$. Колкав е волуменот на оваа пирамида?

(Одговор: $132\,cm^3$)

167. Секоја од петте вазни има иста висина и секоја од нив има волумен од 1 литар. Во секоја вазна се тура половина литар вода. Во која вазна ќе биде највисоко нивото на водата?

(A) (B)  (C) (D) (E)

(Одговор: A)

168. Цилиндар и конус имаат еднакви волумени. Дијаметарот на цилиндарот е 3 пати помал од радиусот на конусот. Колку пати висината на цилиндарот е поголема од висината на конусот?

(Одговор: 12)

169. Топка и конус имаат еднакви волумени и еднакви радиуси. Колку пати висината на конусот е поголема од радиусот на топката?

(Одговор: 4)

170. Златарот Марко направил сребрена топка која ја обложил со златен слој со дебелина $3\,cm$, по што добил топка со дијаметар $24\,cm$. Ако $\frac{a}{b}$ е нескратлива дропка, која покажува колкав дел од топката е среброто, пресметај $a+b$.

(Одговор: 91)

V. ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

1. Колку од наведените тврдења може да се точни за учениците од едно одделение:
   - Секое момче е пониско од некои девојчиња и секое девојче е пониско од произволно момче.
   - Секое момче е пониско од некои девојчиња и постои девојче кое е пониско од произволно момче.
   - Постои момче, кое е пониско од некои девојчиња и секое девојче е пониско од произволни момче.
   - Постои момче, кое е пониско од произволно девојче и постои девојче, кое е пониско од произволно момче.

2. Тврдењата подолу се однесуваат на еден четирицифрен број. Која е цифрата на единиците на четирицифрениот број?

4	1	3	2	Две од цифрите се точни, но се наоѓаат на погрешни места
9	8	2	6	Една цифра е точна и се наоѓа на точната позиција
5	0	7	9	Две цифри се точни, една се наоѓа на точна позиција, а другата на погрешна позиција
2	7	4	1	Една цифра е точна, но се наоѓа на погрешна позиција
7	6	4	2	Ниту една цифра не е точна

(Одговор: 3

3. Бранко е 5 *cm* повисок од Арон, но 10 *cm* е понизок од Киро. Дарко е 10 *cm* повисок од Киро, но 5 *cm* е понизок од Емил. Кој од следниве искази е точен?
   (А) Арон и Емил се со еднакви височини
   (Б) Арон е 10 *cm* повисок од Емил
   (В) Арон е 10 *cm* понизок од Емил
   (Д) Арон е 30 *cm* повисок од Емил
   (Е) Арон е 30 *cm* понизок од Емил

(Одговор: Д)

4. Во една чинија со овошје има двапати повеќе јаболки од круши. Кристина и Лилјана го поделија овошјето од чинијата така што Кристина зеде двапати повеќе парчиња овошје од Лилјана. Кој од следниве искази е секогаш вистинит?
   (А) Кристина зеде барем една круша.
   (Б) Кристина зеде двапати повеќе јаболка од круши.
   (В) Кристина зеде двопати повеќе јаболка од Лилјана.
   (Г) Кристина зеде толку јаболка колку што Лилјана доби круши.
   (Д) Кристина зеде круши онолку колку што Лилјана доби јаболка.

   (Одговор: Д)

5. Во една трка, Лотар стигнал на целта пред Манфред, Виктор стигнал на целта по Јан, Мафред стигнал пред Јан и Еди стигнал на целта пред Виктор. Кој од петте тркачи, стигнал на целта последен?

   (Одговор: Виктор)

6. Бравата на велосипедот има четири тркалца нумерирани по ред со цифрите од 0 до 9. Секое од четирите тркалца се ротира за 180° од положбата прикажана на цртежот десно и се добива бројот со кој се отклучува бравата. Кој е точниот број за отклучување на бравата на велосипедот?

   (А)
   (В)
   (С)
   (D)
   (Е)

   (Одговор: В)

7. Пет умни и алчни пирати, кои се на различна возраст треба да поделат 100 златници. Кај пиратите поделбата на пленот се врши на следниов начин: најстариот пират предлага кој колку златници да земе и сите гласаат. Ако барем половината гласаат за предлогот, тогаш така се дели пленот. Во спротивно најстариот пират се фрла во морето, а преостанатите пирати повторно го применуваат опишаниот метод.
   Колку златници може најмногу да си осигура најстариот пират, без притоа да ризукува да го фрлат во морето?

   (Одговор: 98)

8. Колку проценти од броевите од 1 до 1000 се деливи точно со еден од

броевите 4 или 5?

(Одговор: 35%)

9. Секој ученик во едно одделение плива или танцува. Три петини од учениците во одделението пливаат и три петини од учениците танцуваат. Пет ученици и пливаат и танцуваат. Колку ученици има во одделението?

(Одговор: 25)

10. Барем еден од секои 12 ученици од одделението на Никола на писмената по математика добиле оценка поголема од 4. Во одделението на Никола има 25 ученици. Кој е најмалиот број ученици од ова одделение кои на писмената по математика добиле петка?

(Одговор: 14)

11. Во кутија има7 бели, 5 зелени и 4 црвени топки еднакви по големина. Топките ги вадиме без да гледаме во кутијата. Колку проценти се шансите меѓу три извадени топки од кутијата барем две да се еднобојни?

(Одговор: 75%)

12. Во една кутија има сини, црвени и жолти топчиња, најмалку по едно топче од секоја боја. Меѓу секои 26 топчиња има сино и црвено топче. Колку најмногу топчиња може да има во кутијата?

(Одговор: 49)

13. Во една кутија има само зелени, црвени, сини и жолти топчиња. Ако од кутијата без гледање извадиме 27 топчиња, тогаш меѓу извадените топчиња секогаш има барем едно зелено топче. Ако од кутијата без гледање извадиме 25 топчиња, тогаш меѓу извадените топчиња секогаш има барем едно црвено топче. Ако од кутијата без гледање извадиме 22 топчиња, тогаш меѓу извадените топчиња секогаш има барем едно сино топче. Ако од кутијата без гледање извадиме 17 топчиња, тогаш меѓу извадените топчиња секогаш има барем едно жолто топче. Кој е најголемиот број топчиња што може да бидат во кутијата?

(Одговор: 29)

14. Дадени се неколку различни броеви, различни од 1, такви што меѓу

секои пет од нив има два броја чиј производ е еден. Кој е најголемиот можен број такви броеви?

(Одговор: 8)

15. Во едно одделение има 30 ученици. Меѓу секои дванаесет ученици има момче, а меѓу секои дваесет ученици има девојче. Колку девојчиња има во ова одделение?

16. На таблата се запишани броевите од 1 до 100. Иванка брише два од запишаните броеви и на нивно место го запишува нивниот збир зголемен за 1. Постапката ја повторува се додека на таблата не остане еден број. Кој е тој број?

(Одговор: 5149)

17. Костадин има вкупно 9 банкноти од 10 денари, 50 денари, 100 денари и 500 денари (од секој вид барем по една банкнота). Тој има вкупно 1770 денари. Колку банкноти се од по 50 денари?

(Одговор: 3)

18. Колку минути во текот на едно денонoќие, т.е. од 00:00 до 23:59 часот на дисплејот на електронскиот часовник ќе се појави цифрата 3?

(Одговор: 252 min)

19. Дванаесет обоени коцки се наредени во еден ред. Од нив, 3 се сини, 2 се жолти, 3 се црвени и 4 се зелени коцки, но не се наредени во овој редослед. На еден од краевите има жолта коцка, а на другиот има црвена коцка. Коцките обоени црвено се соседни. Коцките обоени зелено се соседни. Десеттата коцка од лево кон десно е обоена сино. Која е бојата на шестата коцка од лево кон десно?

(Одговор: зелена)

20. Колку четирицифрени броеви имаат својство нивните цифри гледани од лево на десно да се последователни природни броеви подредени во растечки редослед?

(Одговор: 6)

21. Колку четирицифрени броеви имаат својство нивните цифри гледани од лево на десно да се природни броеви подредени во растечки редо-

след?

22. Мојата мачка се качи на покривот на куќата откако прво скокна на оградата, потоа на јаболкницата, па на покривот на бараката, па на врвот на олукот и на крајот на покривот на куќата. При слегување надолу таа може да пропушти по желба произволен број од чекорите по кои се качи. На колку различни начини може мачката да слезе од покривот?

(Одговор: 16)

23. Во еден град има 21 витез и 2000 штитоносци. Витезите секогаш ја говорат вистината, а штитоносците секогаш лажат. Волшебник поделил 2020 од овие 2021 луѓе на 1010 парови. Секој човек во парот го опишува другиот човек од парот или како витез или како штитоносец. Како резултат на тоа, 2000 луѓе беа наречени витези, а 20 луѓе беа наречени штитоносци. Колку парови составени од двајца штитоносци имало во поделбата?

(Одговор: 995)

24. На тениски турнир има 256 учесници. Според правилата во секој меч поразениот тенисер отпаѓа. Колку натпревари треба да се одиграат за да се добие победникот на турнирот?

(Одговор: 255)

25. Неколку тимови од по три шахисти учествуваат на турнир во шах. Секој шахист од секој тим игра точно по една партија со секој шахист од сите останати тимови. Поради организациони причини, вкупно може да се одиграат најмногу 250 партии шах. Колку најмногу тимови можат да учествуваат на овој шаховски турнир?

(Одговор: 7)

26. На еден фудбалски турнир учествуваат 4 тимови. Секоја тим игра по еден натпревар со секој друг тим. Во секој натпревар, победникот добива 3 поени, додека губитникот добива 0 поени. Во случај на нерешен резултат, двата тима добиваат по 1 поен. По сите одиграни натпревари, кој број на поени е невозможно било кој тим да го ос-воил?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

(Одговор: 8)

27. Во финалето на еден натпревар за танцување, секој од трите членови на жирито на петте натпреварувачи им доделува 0 поени, 1 поен, 2 поени, 3 поени или 4 поени. Било кои два натпреварувачи не добиле иста оценка од било кој судија. Адам ги знае збировите на сите оценки и некои поединечни оценки, како што е дадено во табелата.

	Адам	Берта	Клара	Давид	Емил
I	2	0			
II		2	0		
III					
Збир	7	5	3	4	11

Колку поени добил Адам од судијата III?

(Одговор: 1)

28. На турнир, секоја од шесте екипи игра по еден натпревар против секоја друга екипа. Во секое коло трите натпревари се одвиваат истовремено. Една ТВ станица одлучила кој натпревар ќе го пренесува за секое коло и тоа е прикажано на дијаграмот.

1	2	3	4	5
A – B	C – D	A – E	E – F	A – C

Во кое коло тимот D ќе игра против тимот F?

(Одговор: 1)

29. Колку има мономи со степен 7 и коефициент 1, кои истовремено ги содржат променливите x, y, z ?

(Одговор: 15)

30. Колку има мономи со степен 9 и коефициент 1, кои истовремено ги содржат променливите x, y, z ?

31. На една забава има x луѓе. Секое момче танцувало со 5 девојки, а секоја девојка танцувала со 4 момчиња. Определи го x, ако тој е најбискиот можен број до бројот 50?

(Одговор: 54)

32. Да ги разгледаме сите осумцифрени броеви, кои се запишани само со цифрите 1 и 8, и секоја од нив се среќава барем еднаш. Во колку од овие броеви нема две осумки една до друга?

(Одговор: 54)

33. За природниот број x ќе велиме дека е „1-елементарен“ ако постои природен број y таков што производот xy се запишува само со една цифра. Определи го бројот на „1-елементарни“ двоцифрени броеви помали од 51.

(Одговор: 32)

34. Секој жител на земјата Недојдија има еден скапоцен камен кој може да е зелен, црвен, син или жолт. Понатаму секој жител има од 2 до 5 еднакви златници и од 6 до 10 еднакви сребреници. Колку најмалку жители на земјата Недојдија треба да избереме за да меѓу нив има шестмина кои имаат исто богатство?

35. За да патуваш со тролејбус во нашиот град треба да си купиш еднонасочна карта за патување од една до друга постојка. На секој билет е назначено местото на качување и местото на симнување. Направија неколку постојки (повеќе од 1) и сега е потребно печатење на нови 76 вида различни карти. Колку нови постојки се направени?

(Одговор: 4)

36. На колку начини Пабло, Андреј и Филип може да поделат 8 идентични монети, така што секој од нив ќе добие барем по една монета?

(Одговор: 21)

37. Колку најмногу жетони може да се стават на полињата на шаховска 8×8 табла (по еден жетон на секое поле), такви што ќе нема симетрични во однос на полето $e4$ (полето $e4$ е симетрично на самото себе)?

(Одговор: 39)

38. Алан, Бела, Клер, Дора и Ерик се сретнале на забава и секој од нив се ракувал точно по еднаш со секој со кој што од порано се познавал. Алан се ракувал еднаш, Бела се ракувала двапати, Клер се ракувала трипати и Дора се ракувала четири пати. Колку пати се ракувал Ерик?

(Одговор: 2)

39. Колку прави определуваат сите точки од една рамнина, за чии коорди-

нати (x, y), во однос на даден правоаголен координатен систем во таа рамнина, важи

$$| y^2 - x^2 | = x + y \text{ ?}$$

(Одговор: 1)

40. Определи го бројот на природните броеви n кои се помали или еднакви на 2012 и за кои 5 е делител на $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$.

(Одговор: 1509)

41. Колку различни вредности може да прими изразот $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{c}{|c|} + \frac{d}{|d|}$, каде a, b, c, d се броеви различни од 0?

(Одговор: 5)

42. Ако во изразот

$$(a_1 + a_2)(a_3 - a_4)(a_5 - a_6)(a_7 + a_8)$$

се ослободиме од заградите, тогаш пред колку собирци ќе има знак $-$.

43. Определи го бројот на низите природни броеви a_1, a_2, a_3, a_4 такви што $1 \le a_1 \le a_2 \le a_3 \le a_4 \le 8$?

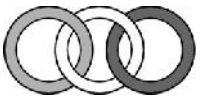
(Одговор: 330)

44. Со $P(n)$ и $Q(n)$ да ги означиме соодветно производот и збирот на цифрите на бројот n. Определи го бројот на двоцифрените броеви n за кои $P(n) + Q(n) = n$.

45. На колку различни начини може да се разбие множество од 10 елементи на пет двоелементни подмножества?

(Одговор: 945)

46. Три прстени се поврзани како на цртежот десно. На кој од долните цртежи трите прстени се поврзани на ист начин како на почетниот цртеж?

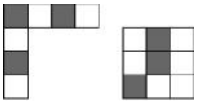


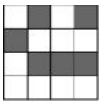
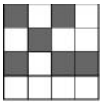
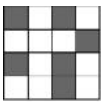
(A) (B) (C)

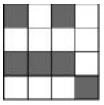
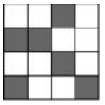
(D) (E)

(Одговор: D)

47. Кој од дадените 4×4 квадрати не може да се формира со двете фигури прикажани на цртежот десно?



(A)  (B)  (C) 

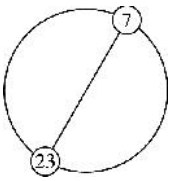
(D)  (E) 

(Одговор: E)

48. Софија има 52 складни рамнокраки правоаголни триаголници. Таа сака да направи квадрат користејќи некои од триаголниците. Колку квадрати со различни димензии може да направи?

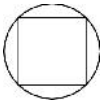
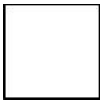
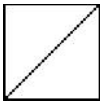
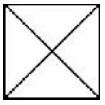
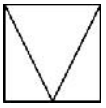
(Одговор: 8)

49. Сите природни броеви од 1 до n, во растечки редослед, се запишани на еднакво растојание околу кружница. Дијаметарот на кружницата минува низ точката која соодветствува на бројот 7 и низ точката која соодветствува на бројот 23 (цртеж десно). Кој е бројот n?



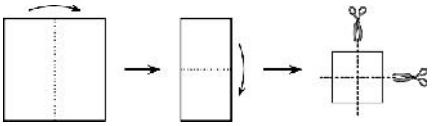
(Одговор: 32)

50. Кој од долните цртежи не може да се нацрта без да се подигне моливот од листот и без да се помине по некоја линија повеќе од еднаш?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

(Одговор: D)

51. Кети превиткала квадратно парче хартија преку половината двапати последователно, а потоа



превитканото парче го пресекла двапати по средината, како што е прикажано на цртежот десно. Колку од новодобиените парчиња хартија се квадрати?

(Одговор: 5)

52. Александра има хартиена лента со броевите 1, 2, 3, 4 и 5 запишани во пет квадратчиња, како на цртежот десно. Таа ја превиткала лентата, така што квадратчињата целосно се преклопуваат, формирајќи пет слоја. Кој од следниве распореди од горниот слој кон долниот слој, не е можно да се добие?

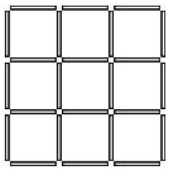
(A) 3, 5, 4, 2, 1 (B) 3, 4, 5, 1, 2 (C) 3, 2, 1, 4, 5
(D) 3, 1, 2, 4, 5 (E) 3, 4, 2, 1, 5

(Одговор: E)

53. Седум прави во една рамнина се сечат во една точка и ја делат рамнината на агли, од кои ниту еден не е поголем од 26°. Колку е најмалата можна вредност на некој од делбените агли?

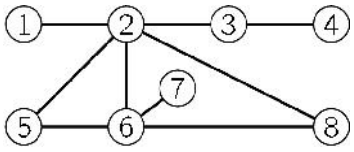
(Одговор: 24°)

54. Наташа има доволно стапчиња со должина 1. Стапчињата се обоени сино, црвено, жолто или зелено. Таа сака да направи 3×3 мрежа, како на цртежот десно, така што секое 1×1 квадратче во мрежата има четири страни обоени во различни бои. Кој е најмалиот број зелени стапчиња кои Наташа може да ги искористи?



(Одговор: 5)

55. Никола ги обоил секој од осумте кругови на цртежот десно во црвена, жолта или сина боја, така што било кои два круга кои се поврзани со линија не се обоени во иста боја. Кои два круга мора да бидат обоени во иста боја?



(Одговор: 5 и 8)

56. Во рамнината се дадени точки A,B,C кои се темиња на рамностран триаголник. Колку точки има во рамнината такви што заедно со две од дадените точки се темиња на рамнокрак правоагиолен триаголник?

(Одговор: 18)

57. Во една рамнина се дадени 11 точки, од кои 5 припаѓаат на иста права и никоја друга права не содржи повеќе од две од дадените точки. Колку триаголници постојат со темиња во дадените точки?

58. Колку различни паралелопипеди може да се направат со 2008 еднакви коцки, при што треба сите коцки да се употребат?

59. Основата на една призма е шестаголник со паралелни спротивни страни. Колку парови паралелни рабови има оваа призма?

(Одговор: 33)

60. Определи го бројот на триаголници со периметар $15\,cm$, чии должини страни се изразени во цели броеви сантиметри.

(Одговор: 7)

61. Пабло нацртал една кружница и 10 прави и почнал да ги бои пресечните точки на секои две од нацртаните фигури. Кој е најголемиот можен број точки што може да ги обои Пабло?

(Одговор: 65)

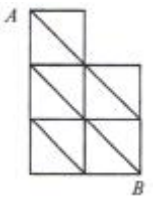
62. Определи го бројот на триаголниците чии темиња се некои три од точките прикажани на цртежот десно.

(Одговор: 17)

63. Правоаголник 20×15, со паралелни прави на неговите страни, е поделен на квадратчиња 1×1, а потоа е повлечена едната негова дијагонала. На колку делови е поделен овој правоаголник?

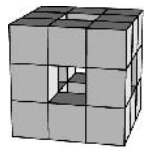
(Одговор: 330)

64. Фигурата на цртежот десно е составена од складни правоаголни триаголници. На колку различни начини може да се стигне од темето A до темето B, движејќи се само по нацртаните линии и тоа само надолу по хипотенуза или надолу по катета или надесно по катета?



(Одговор: 23)

65. Коцка со димензии $3\times3\times3$ е направена од коцки со димензии $1\times1\times1$. Коцките кои се однапред и одназад, одлево и оддесно, на врвот и на дното на големата коцка и коцката во средината, се извадени, како што е прикажано на цртежот десно. Колку $1\times1\times1$ коцки се останати?

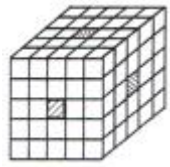


(Одговор: 20)

66. Андреј купил 27 идентични мали коцки, секоја од нив е со две соседни страни обоени црвено. Тој ги искористил сите мали коцки за да состави голема коцка. Кој е најголемиот можен број на црвени ѕидови на големата коцка составени на овој начин?

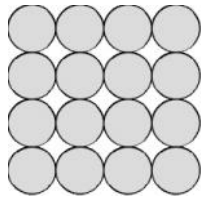
(Одговор: 4)

67. Коцка со должина на раб 5 е направена од еднакви мали коцки со должина на раб 1. Од коцката се отстранети трите централни столбови (види цртеж), по што коцката е потопена во боја. Колку од единечните коцки имаат точно еден обоен ѕид?



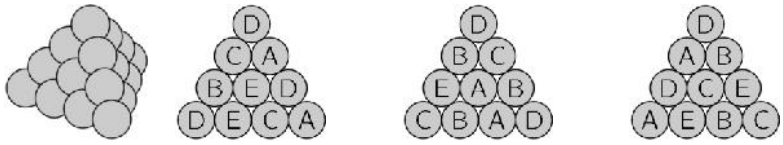
(Одговор: 24)

68. Ласте изградил пирамида со метални топки. Основата се состои од 4×4 топки како на цртежот десно. Катовите се состојат од 3×3 топки, 2×2 топки и една топка на врвот. Во секоја точка на допир меѓу топките е ставена точка од лепак. Колку точки од лепак се ставени?



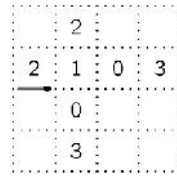
(Одговор: 96)

69. Триаголна пирамида е направена со 20 топчиња, како што е прикажано на долниот лев цртеж. Секое топче е означена со една од буквите A, B, C, D или E. При правењето на пирамидата се искористени по четири топчиња означени со секоја од дадените букви. На долните цртежи се прикажани три од четирите страни на пирамидата. Со која буква е означено средното топче на четвртата страна?



(Одговор: D)

70. Ана сака да направи пат од чкорчиња, притоа користејќи што е можно помалку чкорчиња. Таа го става секое чкорче на парче хартија, како на цртежот, во правец на испрекинатите линиии. Нејзиот пат треба да стигне до левиот дел од чкорчето кое е веќе поставено. Броевите кои се наоѓаат во квадратчињата го означуваат бројот на чкорчиња поставени околу тоа квадратче. Колку чкорчиња се употребини за патот на Ана?



(Одговор: 16)

71. Во магичниот квадрат прикажан на цртежот десно збировите на броевите запишани во секој ред, во секоја колона и на двете главни дијагонали се еднакви. Некои броеви се избришани. Кој е најмалиот двоцифрен број кој не бил запишан во квадратот?

7		
	10	
9		

(Одговор: 15)

72. Сања запишала по еден природен број на секоја страна од еден квадрат. Потоа таа ги запишала производите на броевите од секои две страни во кои тие страни се сечат. Збирот на броевите во сите темиња е 15. Колку е збирот на броевите запишани на рабовите на квадратот?

(Одговор: 8)

73. Еден воз има 18 вагони. Со возот патуваат 700 патници. Во било која група од пет соседни вагони има вкупно 199 патници. Колку патници има во двата вагона кои се на средината на возот?

(Одговор: 96)