

Владимир Стојановић

ПЛУС III

ДОДАТНА НАСТАВА
ТАКМИЧЕЊА
ЗА ТРЕЋИ РАЗРЕД ОШ



Београд

Владимир Стојановић

ПЛУС 3

Додатна настава

Рецензенти

Др Нинослав Ђирић, Саобраћајни факултет, Београд

Мр Марија Ђукић, наставник ОШ „Милица Павловић“, Чачак

Нада Миличић, наст. разредне наставе ОШ „Јелена Ђетковић“, Београд

Уредник

проф. др Предраг Цветковић

Издавач

ИП МАТЕМАТИСКОП, Деспота Оливера 6, Београд

тел. (011)3087-958, (011)2413-403, тел/факс (011)380-70-90

За издавача

Нада Стојановић, директор

Припрема за штампу

Жељко Хрчек

zeljko.hrcek@gmail.com

ЦИП Каталогизација у публикацији

Народна библиотека Србије, Београд

37.016:514.11(075.2)(076)

37.016:512.1(075.2)(076)

СТОЈАНОВИЋ, Владимир, 1940-

Плус III : додатна настава : такмичења за
трећи разред ош / Владимир Стојановић. - Београд :
Математископ, 2012 (Крагујевац : Графостил). -
119 стр. : илустр. ; 24 cm

Тираж 5.000.

ISBN 978-86-7076-056-1

COBISS.SR-ID 193627660

Тираж 5000

Штампа: Графостил, Крагујевац

ПРВО ОВО ПРОЧИТАЈТЕ

Ово је време математике! Без ње се више не може! Она нам је водиља за савремен и успешан животни пут. Она нам „отвара“ очи. Она је друго ЈА логици.

Много је предрасуда и заблуда о њој. А највећа заблуда је да је математика досадна, а што је још горе, некорисна, непотребна.

Па како то променити? Лако и једноставно – променити начин размишљања.

Користећи ову књигу, решавајући постављене проблеме, уверићете се да је у математици најважније мислити. Што дубље, то боље. Неки то називају математичким начином размишљања, али то би се пре могло назвати паметним размишљањем. Труд који уложите раздрмаће вам успаване вијуге, а самим тим учиниће вас способнијим за решавање разноразних проблема.

Како то постићи?

Читајте текст пажљиво, ако треба и више пута, док не разумете шта је познато и шта треба наћи. Гледајте слику, а ако треба, нацртајте је и ви. Немојте се разочарати ако не решите неки задатак. Можда сте брзоплето помислили да је проблем лак, па сте размишљали у погрешном смеру.

Кад не можете сами да нађете решење, погледајте како је то у овој књизи урађено. Чак и ако сте нашли решење, погледајте како је то овде учињено. На тај начин упознаћете се са новим идејама и обогатити сопствено знање.

Важно је да вежбате и научите да мислите. Онда ће вам све бити једноставније и разумљивије.

Септембар 2012.

Аутор

САДРЖАЈ

ПРВО ОВО ПРОЧИТАЈТЕ	3
I ВИЈУГАМО ВИЈУГАМА.....	5
1. Играмо се математике.....	6
2. Операције са бројевима до 1000.....	9
3. Логичко комбинаторни задаци	14
4. Бројевни низови.....	20
5. Мерење.....	22
6. Римске цифре.....	25
7. Дешифровање рачунских операција.....	27
8. Геометријске фигуре	30
9. Пребројавање.....	32
10. Палидрвца	35
11. Пре употребе промућкати	39
12. Математика – древна разбибрига	43
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА	47
1. Играмо се математике.....	48
2. Операције са бројевима до 1000.....	50
3. Логичко комбинаторни задаци	55
4. Бројевни низови.....	60
5. Мерење.....	61
6. Римске цифре.....	65
7. Дешифровање рачунских операција.....	66
8. Геометријске фигуре	68
9. Пребројавање.....	72
10. Палидрвца	74
11. Пре употребе промућкати	78
12. Математика – древна разбибрига	81
II МАТЕМАТИЧКА ТАКМИЧЕЊА	85
1. Школска такмичења.....	86
2. Општинска такмичења	89
3. Мислиша	93
4. Кенгур без граница	99
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ТАКМИЧЕЊА.....	105
1. Школска такмичења.....	106
2. Општинска такмичења	109
3. Мислиша	112
4. Кенгур без граница	116

I ВИЈУГАМО ВИЈУГАМА



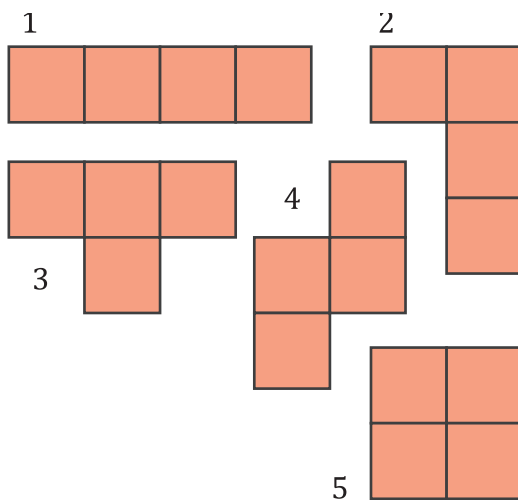
1. ИГРАМО СЕ МАТЕМАТИКЕ

1. Слагање домина на шаховској табли. Потребан је комплет домина и шаховска табла. Величина поља на табли треба да буде толика да једна домина тачно покрива два поља. Ако немате такву таблу, можете је нацртати на картону. Чак, табла не мора бити са 64 поља, али мора бити квадратног облика.

Играју два играча. Наизменично стављају по једну домину на таблу. Свака домина покрива тачно два поља табле и не могу се стављати једна преко друге. Победник је играч који стави последњу домину, тако да други нема где да постави нову.

Може ли се играти тако да један од играча увек побеђује?

2. Тетраамине. Тетраамине су „домине од четири квадрата“. На слици видимо какве могу бити тетраамине, фигуре од четири квадрата. Свака тетрамина покрива тачно четири поља шаховске табле. Треба направити од картона четири комплета тетрамина и обојити их са обе стране, два плава и два црвена комплета. Играју два играча, „плави“ и „црвени“, на исти начин као у претходној игри са доминама. Победник је играч који постави на таблу последњу тетрамину, тако да противник нема слободних поља за постављање следеће тетрамине.



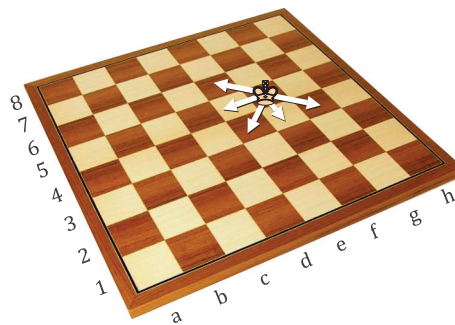
Ако други не игра пажљиво, први може лако да победи. Како?

3. Игра пар-непар. Играју два играча. На сто се стави непаран број (двадесетак) неких ствари. Могу то бити каменчићи, или кликери, или ситни новчићи, или сличице за албум и слично. Онда се играчи договоре чији је „пар“, а чији је „непар“. Затим, на договорени знак (на пример, покрет руком једног од играча), обоје истовремено изговоре неки природ-

ни број мањи од 6, који им падне на памет, или покажу неколико прстију једне руке, најмање један. Саберу та два броја. Ако је збир паран број, онда онај коме по договору припада „пар“, узме са стола један предмет. Ако је збир непаран број, један предмет са стола узима други играч. Тај поступак се понавља док са стола не узму последњи предмет. Победник је онај играч који је узео више предмета.

Да ли постоји стратегија по којој један од играча сигурно побеђује?

4. Игра краља. На шаховској табли постави се краљ на једно поље. Згодно је узети неко поље у горњој десној четвртини табле. Краљ се креће као што је одређено у шаху, али са ограниченим избором дозвољених поља, како је приказано на слици. Играју два играча, тако што наизменично померају краља за једно поље. Губи играч који нема могућности да повуче следећи потез.

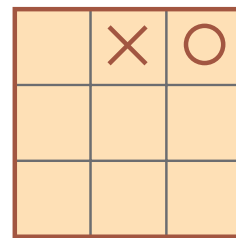


Како се окончава ова игра?

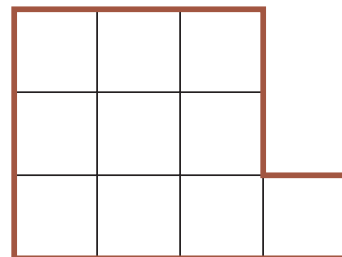
5. Игра са сатом. Играју два играча. Први помери малу казаљку са броја 12 за један, два или три сата, у смеру у којем се она иначе обрће. Затим, други помери казаљку даље, такође за једна, два или три сата. Тако играју наизменично. Игру добија играч који помери казаљку на 12 сати. („Померање“ казаљке можемо симулирати цртањем њеног новог положаја. Згодно је да, на пример, први користи црвену, а други плаву оловку, као на слици.) Ако игра паметно, други играч добија сигурно. Како?



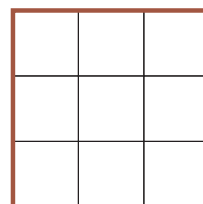
6. Игра „икс-окс“. Играју два играча на квадратној мрежи од 9 поља. (Ову мрежу нацртајте на „каро“ листу.) Играчи наизменично уписују по сопственом избору један од два знака: крстић („икс“) или кружић („окс“), као што се види на слици. Победник је играч који први добије три иста знака у једном реду (хоризонтално, вертикално или дијагонално). Први, ако правилно игра, увек побеђује. Како?



7. Проширени „икс-окс“. Једноставна игра из претходног задатка постаје сложенија, па самим тим и интересантнија, ако се квадратној мрежи дода десето поље. Поново први може са сигурношћу победити, ако игра правилно. Како?



8. Збир 15. На слици је квадратна мрежа са девет квадратића. Играју два играча, тако да наизменично уписују у један празан квадратић један од бројева: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, сваки пут различит број. Игра се завршава када један од играча добије збир 15 у било којој врсти, или колони, или дијагонали, попуњеној у сва три поља. Ако нико не добије тај збир, победник је други играч. Додатни услов је да први играч не може да упише број 5 у централно поље, јер онда сигурно побеђује у следећем потезу.



Међутим, први може да обезбеди победу после свог другог потеза. Како?

9. Збир 50. Горан и Филип играју се сабирања. Горан каже један природни број мањи од 8. Онда Филип том броју дода такође природни број мањи од 8. Поново Горан добијени збир увећа за природни број мањи од 8. На тај начин наизменично увећавају претходни збир. Победник је онај који добије збир 50.

Може ли Горан тако водити игру да сигурно побеђује?

10. Последњи побеђује. Зоран и Маја играју се на плажи каменчићима. Ставили су на гомилу 30 каменчића и наизменично узимају 1, 2 или 3 каменчића. Победник је онај који узме последњи каменчић. Зоран је кавалерски препустио Маји да почне игру. Зоран се трудио, размишљао, мењао број узетих каменчића, али је Маја сваки пут победила. Како је то Маји пошло за руком?

11. Последњи губи. Зоран одлучи да промени услове игре из претходног задатка. Поново ће се узимати 1, 2 или 3 каменчића, али губи онај ко узме последњи каменчић и опет Маја прва игра. Међутим, поново је Зоран редовно губио. Како је играла Маја, ако је увек имала сигурну победу?

12. Седам новчића. На столу је 7 новчића. Два играча наизменично узимају са стола један или два новчића, једним потезом. Игра се завршава кад на столу нема ниједног новчића. Победник је играч који на крају има паран број новчића. Покажимо да први, ако игра паметно, може сваки пут да победи.

13. Девет новчића. На столу је 9 новчића. Два играча наизменично узимају 1 или 2 новчића, једним потезом. Игра се завршава кад се покупе сви новчићи са стола. Победник је играч који на крају има паран број новчића. Други играч може да обезбеди победу, ако паметно игра. Како?

14. Две гомиле каменчића. Ставимо на две гомиле каменчиће или неке друге предмете (кликере, новчиће, жетоне, палидрвца и сл.). Два играча пре почетка преброје каменчиће. Нека су избројали 15 у једној и 20 у другој гомили. Играчи наизменично узимају каменчиће са једне гомиле, по сопственом избору. Могу узети најмање један каменчић, или више, по својој жељи. Могу узети чак и целу гомилу. Победник је играч који узима последњи каменчић.

Ако је број каменчића у две гомиле различит, као у наведеном примеру, први играч може тако да води игру, тако да сигурно побеђује. Ако обе гомиле садрже исти број каменчића, онда победничку стратегију има други играч. Како?

15. Три једнаке гомиле каменчића. Ставимо на сто три гомиле каменчића, по 10 на свакој гомили. Играју два играча, као у претходном задатку. Наизменично узимају један или више каменчића са једне гомиле, по сопственом избору. Побеђује онај ко узме последњи каменчић.

Може ли неки играч направити победничку стратегију?

2. ОПЕРАЦИЈЕ СА БРОЈЕВИМА ДО 1000

16. Број A има 7 стотина, 17 десетица и 17 јединица, а $B = 887$. Који је број већи, A или B ?

17. Бројеве 2, 3, 5, 6, 10, 11, 13 распореди у две групе, тако да збир бројева у једној групи буде једнак збиру бројева у другој групи.

- 18.** Напиши најмањи непаран двоцифрени број и највећи паран троцифрени број, па израчунај њихову разлику.
- 19.** У броју 3521708693 избриши одговарајуће цифре, тако да преостану три цифре, без мењања њиховог редоследа, које одређују:
- а) највећи број б) најмањи број.
- 20.** Једанаест крушака тежи три килограма. Колико килограма теже тридесет три крушке?
- 21.** Збир два броја за 213 је већи од једног, а за 120 је већи од другог броја. Колики је тај збир?
- 22.** Производ два броја осам пута је већи од једног, а деветнаест пута већи од другог броја. Колики је тај производ?
- 23.** Разлика два броја већа је од једног броја за 31, а од другог је мања за 27. Одреди та два броја и њихову разлику.
- 24.** Збир три узастопна природна броја је паран број. Какав је средњи број, паран или непаран?
- 25.** Стефан каже Лани: „Сабрао сам четири узастопна природна броја и добио збир 33.“ Шта му је Лана рекла о добијеном збиру?
- 26.** Збир три броја је 19. Збир првог и трећег је 14, а збир другог и трећег 16. Одреди та три броја.
- 27.** Збир три броја је 30. Ако је збир првог и другог 11, а разлика трећег и првог 15, која су та три броја?

28. Збир три броја је 20. Ако је збир првог и трећег 13, а разлика другог и првог 7, одреди та три броја.

29. Напиши све троцифрене бројеве којима је производ свих цифара једнак 4.

30. Адем, Борис и Влада сакупљају сличице спортиста за албум. Влада има за 8 сличица мање од Адема, а за 4 сличице више од Бориса. Адем поклони Борису 11 сличица (имао је дупликате). Онда Борис да Влади 3 сличице. Који дечак сада има највише сличица?

31. Збир три узастопна непарна броја износи 27. Који су то бројеви?

32. Збир четири узастопна природна броја је 26. Одреди те бројеве.

33. Збир четири узастопна броја износи 6. Одреди та четири броја.

34. Користећи се датим бројевима 1, 2, 4 и 8 и њиховим збрајањем, можемо добити сваки природни број, од 1 до 15. На пример: $5 = 1 + 4$.

Напиши одговарајуће изразе за све природне бројеве, од 1 до 15. Притом, у сваком од тих израза сваки од датих бројева може да се користи највише једном.

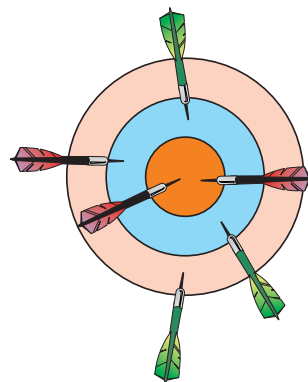
35. Користећи се датим бројевима 1, 3, 9 и 27 и њиховим збрајањем и одузимањем, можемо добити изразе чије су вредности једнаке природним бројевима, редом од 1 до 40.

На пример: $11 = 9 + 3 - 1$, $15 = 27 - 9 - 3$. Провери тврђење.

36. Колико најмање тегова морамо имати да бисмо на теразијама могли измерити сваки цео број килограма шећера, од 1 kg до 10 kg? Тегове стављамо на леви, а шећер на десни тас. Који су то тегови?

37. Колико најмање тегова морамо имати да бисмо на теразијама могли измерити сваки цео број килограма брашна, од 1 килограм до 13 килограма? Брашно сипамо само на десни тас, а тегове можемо стављати, по потреби, и на леви и на десни тас.

38. Један учесник у игри „пикадо“ имао је шест погодака у мету, као што је приказано на слици, и зарадио 26 поена. Највише се добија за погодак у централни, наранџасти круг, и то за 4 поена више од најмање вредног поготка у спољашњи, розе прстен. Колико се поена добија за погодак у плави прстен?



39. Четири кифле и три јогурта стају 117 динара, а четири јогурта и четири кифле стају 136 динара. Колико новца треба да се купе два јогурта?

40. Између бројева (четири петице) постави ознаке за рачунске операције и по потреби заграде, тако да добијеш израз чија је вредност 100.

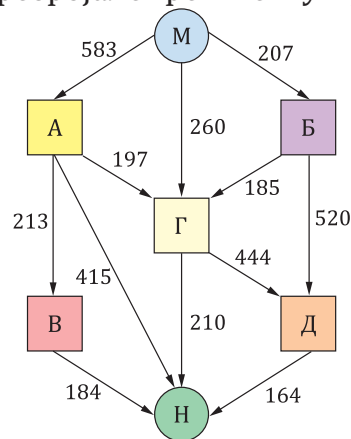
5 5 5 5

41. Емина и Тина су делиле исти број. Емина је делила са 8, а Тина са 5. Емина је добила количник 83 и остатак 3. Колики је количник добила Тина?

42. Рада и Нада купиле су трешње од Мише. Рада је купила два килограма, а Нада пет килограма. Код куће су пребројале трешње и утврдиле да је Нада добила 129 трешања више него Рада. Колико је трешања добила Рада?

43. Од града **М** аутомобилиста иде у град **Н**. Може да вози кроз градове **А**, **Б**, **В**, **Г** и **Д** означеним путевима, и то само у смеровима означеним стрелицама. Дужине путева у километрима означене су на стрелицама.

Када је стигао у град **Н** аутомобилиста је утврдио да је прешао тачно 1000 километара. Који је пут изабрао?



44. У супермаркету банане су упаковане у седам кутија. У кутијама има редом: 32, 29, 47, 58, 52, 43 и 61 килограм банана. Првог дана продато је тачно 130 килограма банана, чиме је испразњено неколико кутија. Из којих су кутија продате банане?

45. Михаљ је дошао на летовање са намером да у хотелу остане целу седмицу. Међутим, недостајало му је 16 и по евра. Због тога је уплатио шест пансиона и остало му је 7 и по евра. Колико је новца понео Михаљ?

46. Лана и Стефан дођу у књижару са намером да купе, свако за себе, по једну збирку задатака из математике. Требала им је да се припреме за такмичење. Испоставило се да нису имали довољно новца за планирану куповину. Лани је недостајало 35 динара, а Стефану 70 динара. Онда одлуче да заједнички купе једну збирку, али им је тада недостајало још 15 динара. Колика је цена збирке задатака? Колико су наши такмичари понели новца?

47. Пошто су прошле године постигли успех на такмичењу из математике, Лана и Стефан ове године поново оду у књижару да купе, свако себи, по једну збирку задатака. Међутим, Лани је недостајало 80 динара, а Стефану 30 динара. Онда одлуче да се за такмичење припремају заједно и купе само једну збирку задатака. Имали су довољно пара. Чак им је остало, таман да Стефан купи себи гумицу. Цена гумице је 10 динара. Колико су новца имали Лана и Стефан?

48. Ако купи две кугле сладоледа, Ани остане 20 динара. Ако би желела да купи пет кугли сладоледа, недостајало би јој 55 динара. Пошто је једна кугла сладоледа?

49. Урош је написао једну цифру, па је иза ове дописао још једну цифру. Онда је добијеном двоцифреном броју додао 35 и добио збир 91. Које цифре је Урош написао?

50. Ивона је написала један природни број. Онда је Бранкица том броју додала 17, па је Лана додала још 8. На крају је Ирена од добијеног збира одузела 13 и добила резултат 23. Који је број написала Ивона?

51. Стефан је написао број 9, а Урош је том броју додао један природни број. Онда је Никола одузео 5, а Душан добијени резултат увећао за 10. Лука је израчунао да су на крају добили број 22. Који број је додао Урош?

52. Сања је написала један природни број. Саша је додао још 15, а Аца је од тога одузео 4. Од добијеног броја Немања је одузео још 7 и на крају добио једноцифрени број. Да ли је Сања написала двоцифрени број?

53. Вера је написала један природни број. Онда је Лука додао 15, а Филип одузео 7. На крају су добили једноцифрени број. Који је број записала Вера?

54. Нада је написала један троцифрени број. Онда је Влада том броју додао 27. Затим је Горан одузео 21, па је Филип одузео још 6. Од добијеног резултата Мика је одузео још 1. На крају је добијен двоцифрени број. Који је број написала Нада?

55. Збир три броја већи је од једног броја за 33, од другог за 25 и од трећег за 22. Одреди та три броја.

3. ЛОГИЧКО КОМБИНАТОРНИ ЗАДАЦИ

56. На клупи седе, један до другог, четири дечака. Поред Николе су: лево Лука и десно Урош. Стефан не седи поред Луке. Ко седи лево од Стефана?

57. Цвеле, Вања и Бошко играли су шах на плажи. Цвеле је добио четири партије, две ремизирао и једну изгубио. Вања је добила једну партију, а по три изгубила и ремизирала. Бошко је добио једну партију, једну ремизирао и две изгубио. Колико су партија одиграли?

58. Стефан, Урош и Лука су или у математичкој секцији (двојица од њих), или у спортској. Стефан и Урош нису у истој секцији. Такође, Лука и Стефан нису у истој секцији. Ко је у којој секцији?

59. У суседном одељењу уче Аца, Бора и Васа, који имају различита презимена: Ацић, Бркић и Васић. Ниједном од дечака име и презиме не почињу истим словом. Знамо да је Васа бољи математичар од Ацића. Одреди сваком дечаку име и презиме.

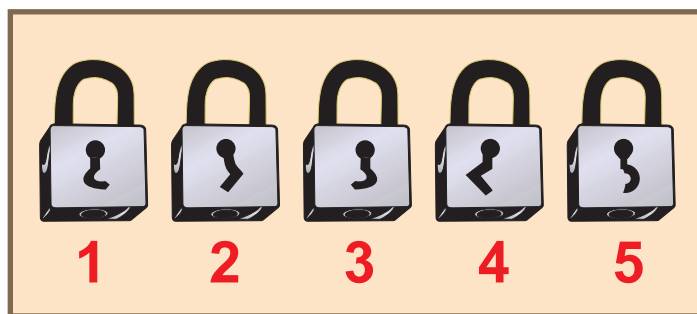
60. Користећи пет пута број 2, рачунске операције и заграде, можемо написати израз, чија је вредност број 3. На пример: $(2 \cdot 2) : 2 + 2 : 2$. Поступајући слично напиши израз једнак броју 3, користећи пет пута исти број:

а) 1; б) 3; в) 4; г) 5; д) 9.

61. Испиши редом бројеве: 1 2 3 4 5. Између ових бројева постави ознаке одговарајућих рачунских операција и евентуално заграде, тако да вредност добијеног изразице буде:

а) 10; б) 100.

62. Фотографија приказује пет катанаца. Који катанац отвара кључ на слици?



63. Летеле су вране, спазиле су гране.
По две вране, врана више,
По три вране, грана више.
Кол`ко врана, кол`ко грана?

64. Напиши све двоцифрене бројеве који се могу добити комбиновањем цифара:

а) 0, 3 и 9; б) 4, 5 и 6.

65. Напиши све троцифрене бројеве који се записују са три различите цифре, користећи се цифрама:

а) 1, 2 и 4; б) 0, 3 и 5.

66. Напиши све троцифрене бројеве којима је збир цифара:

а) 3; б) 4.

67. У празне квадрате упиши бројеве, тако да је збир свака три узастопна броја једнак:

а) 13, б) 7.

		2										5							
--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--

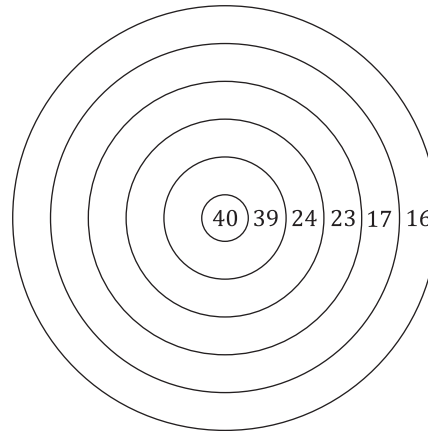
68. У празне квадратиће упиши бројеве, тако да збир у било која три узастопна квадрата, било по хоризонтали, било по вертикали, буде 13.

				5					
		1							
			6						
3									

69. Од три наизглед једнака кликера, два су заиста једнака, а један, не знамо који, мало је тежи. Једним мерењем на теразијама, без употребе тегова можемо одредити који је кликер најтежи. Како?

70. Од девет наизглед једнаких жетона, један је мало лакши од осталих. Са два мерења на теразијама без тегова, одреди најлакши жетон.

71. Горан је гађао у мету неколико пута и сваки пут погодио. Испоставило се да је сакупио тачно 100 поена. Колико пута и како је погађао?



72. Уочимо следећи збир
 $2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13$.

Приметимо да је $2+13=15$, $3+12=15$, $4+11=15$, ... , $7+8=15$. Имамо 12 сабирака, па они образују 6 парова који дају збирове 15. Онда је збир ових 12 бројева једнак $6 \cdot 15 = 90$.

Користећи описану идеју израчунај следеће збирове:

- а) $7+12+17+22+27+32+37+42+47+52=$
- б) $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16=$
- в) $2+5+8+11+14+17+20+23+26=$

73. Три јабуке теже колико и две крушке, а четири крушке колико и пет поморанца. Шта има већу масу: јабука или поморанца?

74. Теразије су у равнотежи ако су на једном тасу 2 кајсије, а на другом 9 шљива, или ако су на једном тасу 3 јабуке, а на другом 8 кајсија. Ако су на левом тасу две јабуке, колико шљива треба ставити на десни тас, да би теразије биле у равнотежи?

75. У дворишту су биле патке и козе. Ивона је избројала 16 глава, а Урош је избројао 50 ногу. Колико је било патака у дворишту?

76. У сали су постављени столови и око њих 10 столица. На свакој столици седео је по један ученик. У сали је било укупно 76 ногу. Сви столови имају једнак број ногу и све столице су исте међусобно. Колико је столова постављено у тој сали?

77. У непрозирној кеси има 5 левих и 5 десних кожних рукавица. Ирена хоће одједном, без гледања у кесу, насумице да извуче неколико рукавица, тако да има бар један комплетан пар. Колико најмање рукавица мора извући, да сигурно има и леву и десну рукавицу?

78. У кутији се налази 8 црвених и 4 плава жетона. Бранкица извлачи неколико жетона насумице, не гледајући у кутију.

- а) Колико најмање жетона мора извући одједном, да буде сигурна да међу њима има бар два плава?
- б) Колико најмање жетона мора извући, да сигурно има два жетона различите боје?

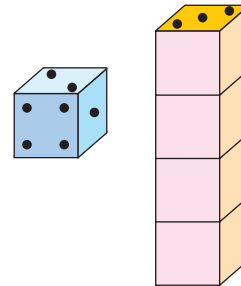
79. У затвореној кутији има 6 белих, 9 црвених и 5 зелених кликера. Никола насумице извлачи неколико кликера, без гледања у кутију.

- а) Колико кликера одједном мора извући да буде сигуран да међу њима има најмање два црвена?
- б) Колико кликера одједном мора извући да међу њима сигурно буде један бели и један црвени?
- в) Колико кликера одједном мора извући да би у руци сигурно имао бар по један кликер сваке од три боје?

80. Филип је са пет другара био на пецању. Сви су понешто упецали. Укупно су уловили 20 риба. Филип, који често воли да слаже, рекао је: „Сви смо упецали различит број риба, а ја сам уловио највише“. Да ли је Филип рекао истину?

81. Урош слави рођендан и дочекује госте. Гости су пристизали један по један и сваки би се по доласку руковао са свим присутним. Испоставило се да је било укупно 36 руковања. Колико је гостију имао Урош?

82. Познато је да су на коцки за игру „Не љути се човече“ на шест страна (квадрата) распоређени бројеви од 1 до 6 (означени бројем тачкица). На слици видимо коцку и на видљивим странама су бројеви 1, 2 и 4. Остали бројеви су распоређени тако да је збир бројева на супротним странама једнак 7. Тако је на доњој страни плаве коцке број 5, јер је $2 + 5 = 7$. На невидљивој страни лево, супротно од 1 је 6.



На слици десно сложене су, једна на другој, четири коцке „Не љути се човече“. Притом збир бројева на странама које се поклапају једнак је 8. Који је број на дну доње коцке?

83. Допиши само једну црту, тако да неисправна једнакост постане исправна.

$$1 + 9 + 1 + 1 - 1 = 150$$

84. Лука, Урош и Стефан ловили су скобаље (врста рибе). Лука је уловио 10, Урош 7 и Стефан 6 риба. Одлучили су да скувају рибљу чорбу. Баш су се спремали за јело, кад наиђе Никола. Седоше сва четворица и поједоше сву чорбу, отприлике сваки по четвртину. Никола се захвали и за свој део чорбе даде 230 динара.

„Поделите поштено“, рече и оде.

Стефан рече да су скували 23 рибе, па је Никола за сваку платио по 10 динара:

„Значи, мени припада 60 динара, Урошу 70 динара и Луки 100 динара“.

Лука се није сложио с тим.

Ко је у праву и како су поштено поделили 230 динара?

85. Два рибара су дошла на обалу реке. На обали је био завезан мали чамца, којим може да се превезе само једна особа. Оба рибара су се ипак превезла на супротну страну. Одреди колики је најмањи број прелазака чамца преко реке неопходан да би се оба рибара превезла на другу обалу?

4. БРОЈЕВНИ НИЗОВИ

86. Утврди правило по којем се ређају бројеви, па одреди три следећа члана у низу:

а) 2, 5, 8, 11, ...

б) 7, 9, 11, 13, ...

в) 3, 4, 6, 9, 13, ...

г) 5, 3, 7, 5, 9, 7, ...

д) 3, 2, 8, 2, 13, 2, ...

87. Одреди све преостале чланове низа:

а) 18, 5, 15, 6, 12, 7, ...

б) 23, 4, 19, 11, 15, 18, ...

88. По један од природних бројева не припада низу. У сваком од низова а) , б) , в) и г) одреди тај погрешан број.

а) 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, ...

б) 10, 15, 20, 22, 25, 30, ...

в) 2, 5, 9, 14, 20, 23, 27, 35, ...

г) 5, 4, 10, 9, 12, 15, 14, 20, ...

89. Настави започети низ:

1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

90. Бројеви у таблицама записани су по неким правилима. Откриј та правила и упиши бројеве који недостају.

а)

4	9	14
2	8	14
5	12	

б)

2	4	6	8
8	13	13	19
6	9	7	

в)

2	8	5	
3	4	6	8
7	4	13	14

91. Написани бројеви подлежу некој законитости. Упиши бројеве који недостају у обојеним квадратима.

а)

8	10	
5	3	7

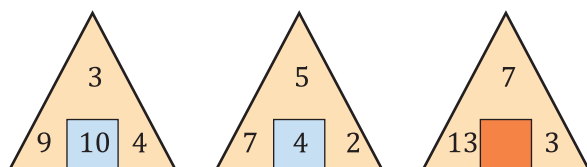
б)

4		11
	27	
3		9

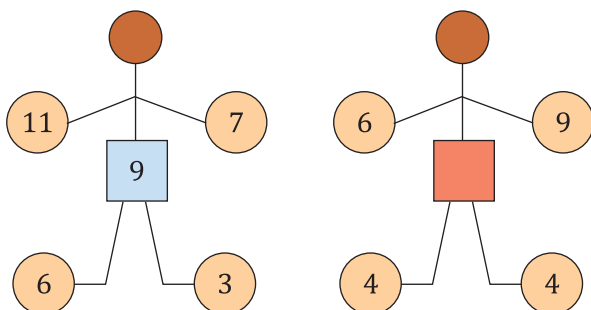
8		7
2		4

92. Откриј правило по којем је уписан број у плавом пољу. На основу тога одреди број који недостаје у црвеном пољу:

а)

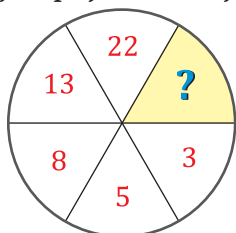


б)

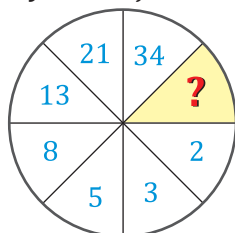


93. Који број недостаје у жуто обојеном пољу?

а)

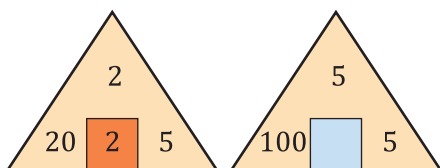


б)

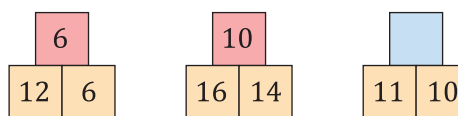


94. Који број недостаје у плавом пољу?

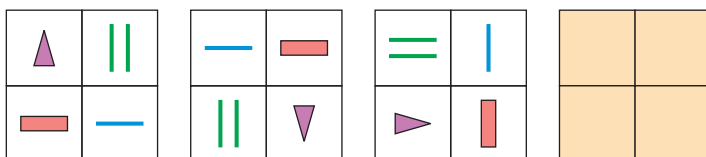
а)



б)



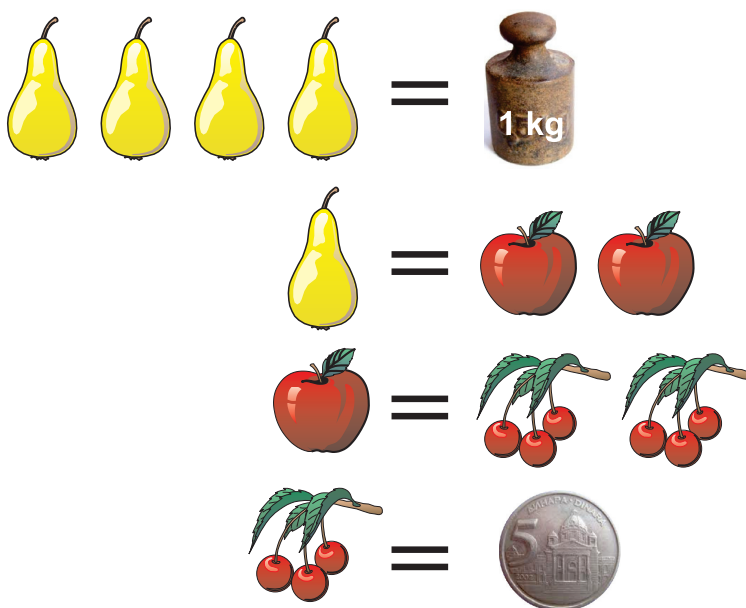
95. Попуни квадратиће у последњем квадрату, тако да сва четири велика квадрата одређују логичан низ.



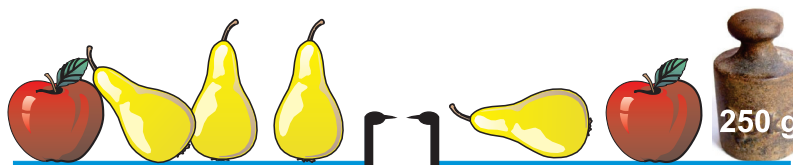
5. МЕРЕЊЕ

96. Миша је имао на располагању три тега: од 2, 7 и 9 килограма. Како је Миша, само једним мерењем, измерио 4 килограма шљива?

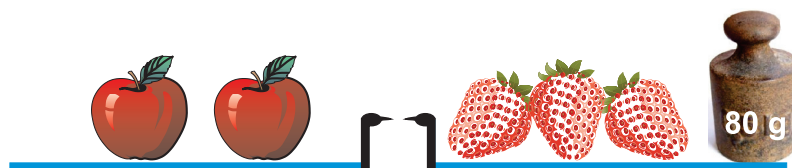
97. На основу слике одреди цену за килограм крушака.
(На дну слике је новчић од 5 динара.)



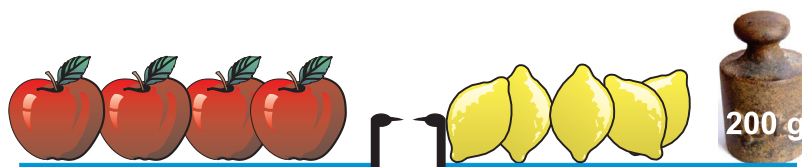
98. Колика је маса једне крушке на следећим теразијама?



99. Из два мерења са доње слике одреди масе јабуке и јагоде.



100. Према слици одреди колико грама тежи јабука, а колико лимун.



101. Кад је у Београду 10 сати пре подне, у Москви је подне. (Последица обртања Земље око своје осе.) Авион из Београда полеће у пола једанаест и стиже у Москву после три и по сата лета. Које време је показивао сат на аеродрому у моменту кад је авион слетео у Москву?

102. Зидни часовник у 6 часова откуца 6 удараца за 5 секунди. За колико ће секунди откуцати подне? А 18 часова?

103. На столу је 7 празних тегли, 7 тегли до пола напуњених медом и 7 тегли пуних меда. Све су тегле исте величине и пуна тегла садржи килограм меда. Тегле су затворене. Ирена, Лана и Ивона треба да поделе ове тегле не отварајући их, и да свака добије по 7 тегли и исту количину меда. Како ће извршити деобу?

104. Боца пуна млека тежи тачно килограм. Када се одлије половина количине млека, полупразна боца тежи 625 грама. Колика је маса празне боце?

105. Бошко, Вања и Цвеле су тројке. Најстарији, Бошко, рођен је у 22 сата и 7 минута. Вања је рођена 11 минута пре поноћи, а Цвеле у 2 сата следећег дана. Колико је Бошко старији од Вање, а колико од Цвелета?

106. Јесен је за један дан дужа од зиме, за четири дана краћа од лета и за два дана краћа од пролећа. Колико дана траје свако годишње доба, ако није преступна година?

107. Прошлог месеца три понедељка су пала на парни датум. Сујеверна баба Перса тринаестог дана тог месеца није излазила из куће. Зашто?

108. Деда и унук имају заједно 65 година. Занимљиво је да унук има онолико месеци, колико деда има година. Одреди старост деде и унука.

109. „Да имам пет година више, имала бих година колико и Ратко, каже Љуша, а да имам пет година мање, Ратко би био дупло старији од мене“.

Колико година има Љуша, а колико Ратко?

110. Кад је син имао 8 година оцу је била 31 година. Сада је отац два пута старији од сина. Колико година данас има син?

111. Зидни сат жури, тако да у току једног дана (за 24 часа) напредује 4 минута. Анђела је подесила сат 31. јула, тако да је у 15 сати показивао тачно време.

Колико ће сати показати овај сат 6. септембра у 9 сати пре подне?. Када ће овај сат први пут поново показати тачно време?

112. Неки човек се родио 20. јануара тридесете године пре наше ере, а умро је 20. јануара тридесете године наше ере. Колико је година живео овај човек? (Наша ера тече од 1. јануара 1. године, рачунајући по важећем календару. За све што се збивало пре почетка 1. године кажемо да се догађало „пре наше ере“.)

113. Имаш 9 килограма пиринча, тег од 250 грама и теразије. Како ћеш са три мерења одмерити 2 килограма пиринча?

114. Вера, Нада и Сања мериле су се на ваги. Прво су Вера и Нада стале заједно на вагу и измериле тачно 63 килограма. Онда су утврдиле да Вера и Сања имају заједно 66 килограма, а Нада и Сања 57 килограма. Колико килограма мери свака девојчица посебно?

115. У три посуде налазе се извесне количине течности. Из прве прелијемо половину течности у другу посуду. Онда, из друге у трећу прелијемо трећину течности, која се у том тренутку у њој налази. На крају, од укупне количине течности у трећој посуди четвртину прелијемо у прву посуду. После тога у свим посудама је била једнака количина, по 12 литара течности.

Колико је на почетку било течности у свакој посуди?

6. РИМСКЕ ЦИФРЕ

116. Хасим је написао римским цифрама редом све природне бројеве од 10 до 50. Колико је пута записао римску цифру V?

117. Колико има троцифрених бројева мањих од двадесет?

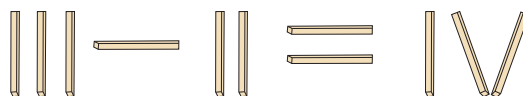
118. Користећи палидрвца без ломљења „начини“

- а) од три палидрвца четири;
- б) од три палидрвца шест;
- в) од три палидрвца девет;
- г) од три палидрвца једанаест;
- д) од четири палидрвца дванаест;
- е) од пет палидрваца двадесет један.

119. На два палидрвца додај још два, да се добије сто један.

120. Коста и Јасминка поделили су једанаест по пола. Коста је добио шест, а Јасминка четири. Како је то могуће? Где се изгубио онај један?

121. Од једанаест дрваца са слике, помери само једно, тако да добијеш тачну једнакост.



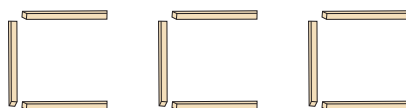
122. Премести само по један штапић, тако да добијеш тачне једнакости.

а)

б)

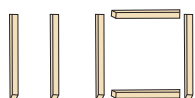
в)

123. Од девет једнаких дрваца направимо број „триста“.



Од ових истих дрваца „направи“ број три пута мањи.

124. Од шест једнаких дрваца направимо број „сто десет“.
Користећи ових шест дрваца увећај овај број девет пута.



125. OD PRODAVNICE NOVINA DO CRKVE JE 100 METARA, DO LIVNICE JE 54 METRA, DO CVEĆARE JE 105 METARA I DO MLEKARE 1050 METARA. KOLIKO JE OD PRODAVNICE NOVINA DO DIVNINE KUĆE?

7. ДЕШИФРОВАЊЕ РАЧУНСКИХ ОПЕРАЦИЈА

126. У квадратиће упиши одговарајуће цифре, тако да добијеш тачно сабирање.

$$\begin{array}{r} \text{а)} \quad \begin{array}{r} 1 \ 5 \ \square \\ + 7 \ \square \ 3 \\ \hline \square \ 2 \ 3 \end{array} \quad \text{б)} \ 1 \ \square \ 4 + 38 \ \square + \square \ 46 = \square \ 57. \end{array}$$

127. Дешифруј одузимања.
(Уместо звездица стави одговарајуће цифре.)

$$\begin{array}{r} \text{а)} \quad \begin{array}{r} 8 \ * \ * \\ - \ * \ 4 \ 6 \\ \hline 3 \ 1 \ 5 \end{array} \quad \text{б)} \quad \begin{array}{r} \ * \ 3 \ * \\ - \ 3 \ * \ 4 \\ \hline 3 \ 3 \ 6 \end{array} \end{array}$$

128. На картицама су написане цифре. Које су цифре на преврнутим картицама?

а) $\square \square - \square = 1$

б) $\square \square + 1 = \square \square \square$

в) $\square \square 8 - \square = \square \square$

129. Дешифруј рачунске операције (звездице замени одговарајућим цифрама):

а) $*** - ** = 1$

б) $3 * 3 + * 3 * = *000$.

130. Дешифруј рачунске операције, тако да уместо звездица ставиш одговарајуће цифре.

а) $** + ** = *98$;

б) $2 ** = 2 \cdot *22$.

131. У множењу $** 2 \cdot 9 = ***$ уместо звездица стави одговарајуће цифре, тако да се добије исправна једнакост.

132. Уместо звездица упиши одговарајуће цифре, тако да буду тачне једнакости.

а) $** \cdot * - * = 1$;

б) $*** \cdot * - ** = 1$;

в) $* 1 \cdot * = 9 + *$.

133. У квадратиће упиши одговарајуће цифре, тако да буду исправна дељења:

а) $5 \square 5 : \square = 8 \square$;

б) $4 \square 7 : \square = 7 \square$

134. Дешифруј сабирања, тако да једнака слова замењују једнаке цифре, а различита слова представљају различите цифре.

Напомена. У овом и следећем задатку, случајеве а), б), в) решавати независно једне од других.

а)

$$\begin{array}{r} A \\ B B \\ + A \\ \hline C C C \end{array}$$

б)

$$\begin{array}{r} A B \\ B C \\ + C A \\ \hline A B C \end{array}$$

в)

$$\begin{array}{r} A \\ A B \\ + A B C \\ \hline C B B B \end{array}$$

135. Дешифруј операције, тј. слова А, Б, В и Г замени цифрама, тако да иста слова замениш истим цифрама, а различита слова различитим цифрама.

а) $A3B + 3AB = 1000$; б) $ABV \cdot 5 = GAГ$.

136. Дешифруј сабирање, тако да иста слова замениш истим цифрама, а различита слова различитим цифрама.

а)
$$\begin{array}{r} A A \\ + A A \\ \hline B A B \end{array}$$
 б)
$$\begin{array}{r} P И M \\ + M И P \\ \hline 4 4 4 \end{array}$$

137. Дешифруј сабирања. Истим цифрама одговарају иста слова, а различитим цифрама различита слова.

а)
$$\begin{array}{r} C \\ T T \\ + T T \\ \hline C T T \end{array}$$
 б)
$$\begin{array}{r} K Л M \\ K M M \\ + H Л M \\ \hline Л M M \end{array}$$
 в)
$$\begin{array}{r} A \\ A B \\ + A B B \\ \hline B A B \end{array}$$

138. У кружиће упиши све различите цифре, у сваки кружић по једну, тако да буду исправна оба множења:

$\bigcirc \bigcirc \cdot \bigcirc = \bigcirc \bigcirc$ и $\bigcirc \bigcirc \cdot \bigcirc = \bigcirc \bigcirc$

139. На десет картица напиши десет различитих цифара, на сваку картицу по једну, тако да буду исправна сабирања:

$\square + \square = \square$, $\square + \square = \square$ и $\square + \square = \square \square$

140. Дешифруј рачунске операције, тако да различита слова замениш различитим цифрама, а једнака слова једнаким цифрама.

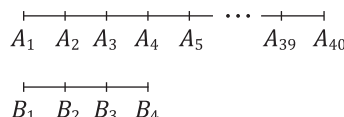
а)
$$\begin{array}{r} P E B Y C \cdot P \\ C C C C C \end{array}$$
 б)
$$\begin{array}{r} T E P E T \cdot 6 \\ B A Г O H \end{array}$$
 в) $333333 : E = PEBCY$.

(У задатку в) први број написан је са пет тројки (цифара). Дакле, 3 није слово, него „тројка“.)

8. ГЕОМЕТРИЈСКЕ ФИГУРЕ

141. Дуж AB има дужину од 42 центиметра. Она је са шест тачака подељена на једнаке одсечке. Колика је дужина једног одсечка?

142. На слици су две дужи: A_1A_{40} и B_1B_4 . Ове дужи су тачкама $A_2, A_3, A_4, A_5, \dots, A_{39}$, односно тачкама B_2 и B_3 подељене на једнаке делове: $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{39}A_{40}$ и $B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$. Притом су одсечци на ове две дужи једнаки: $A_1A_2 = B_1B_2$.



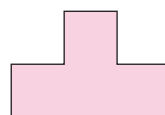
Ако је $B_1B_4 = 10$ cm, колика је дужина дужи A_1A_{40} ?

143. Нацртај правоугаоник. Са две дужи подели овај правоугаоник на четири дела, и то два троугла и два четвороугла.

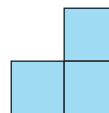
144. Нацртај квадрат. Затим, уз тај квадрат доцртај два једнака троугла, тако да добијеш један троугао.

145. Нацртај квадрат. Са три дужи подели тај квадрат на седам делова. (Делови не морају бити једнаки међу собом.)

146. Фигуру на слици једним правим резом подели на два дела од којих се може саставити квадрат.

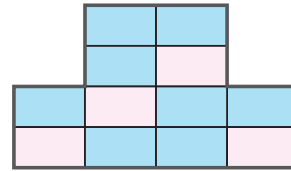


147. Једним потезом (не одвајајући врх оловке од слике) подели дату фигуру на шест једнаких троуглова.



148. Лука се игра са штапићима. Има 7 штапића дужине 2 cm, 8 штапића дужине 3 cm и 5 штапића дужине 5 cm. Он покушава од штапића да начини правоугаоник (обим правоугаоника), тако да употреби све штапиће, и то целе (без ломљења). Помозите му да разреши овај проблем.

149. Фигуру са слике подели на четири једнака дела, тако да сваки део садржи један розе правоугаоник.



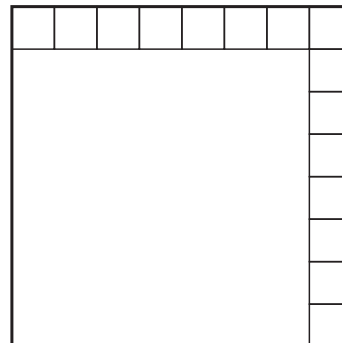
150. Фигуру на слици исеци на четири једнака дела, тако да зборови бројева у свим добијеним деловима буду једнаки међу собом.

11	3		
6	7		
2	9	4	14
8	10	5	1

151. Дужина правоугаоника на слици је два пута већа од ширине. Расеци овај правоугаоник на три дела од којих можеш саставити квадрат.

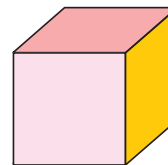


152. Велики квадрат на слици подељен је на 16 квадрата (15 малих и преостали већи). Треба повући две дужи, тако да велики квадрат буде подељен на 19 квадрата.

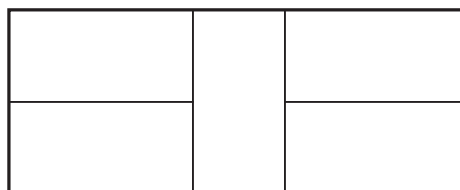


153. Исеци од картона два једнака квадрата. Затим, један од њих исеци на једнаке делове и допуни тим деловима други квадрат, тако да добијеш нови квадрат.

154. Коцку на слици подели на осам једнаких делова, са три равна сечења.

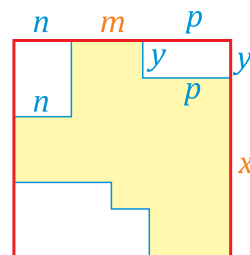


155. Правоугаоник на слици сложен је од пет једнаких правоугаоника. Обим сваког малог правоугаоника је 36 cm. Колика је страница квадрата који има обим једнак обиму великог правоугаоника са слике?



156. Са 49 једнаких квадратних плоча, свака обима два метра, поплочан је под квадратног облика. Колики је обим овог пода?

157. Обим квадрата на слици је 18 cm. Колики је обим обојене фигуре (у квадрату)?



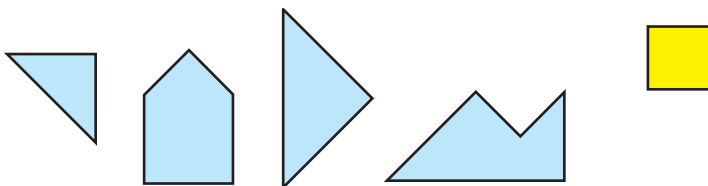
158. Седам једнаких квадрата постављени су у низ један до другог, тако да се добије правоугаоник. Ако је обим квадрата 7 метара, колики је обим правоугаоника?

159. Нацртај квадрат. Са две дужи подели тај квадрат на четири дела, тако да се од тих делова могу начинити два квадрата. Користи и маказе.

160. Пресликај на картон пет фигура са слике. Затим, исеци их, да можеш да их премешташ и слажеш по столу.

Онда, најпре користећи само плаво обојене фигуре, сложи један плави квадрат.

Кад „решиш“ плави квадрат, узми свих пет фигура, па од њих сложи нови, већи квадрат.



9. ПРЕБРОЈАВАЊЕ

161. Ирена је на једном листу исписала редом природне бројеве од 1 до 100. Колико је пута написала цифру 0? А цифру 9?

162. У једној улици има 32 куће. Са једне стране улице има 14 кућа, а са друге 18. На сваку кућу постављена је табла са кућним бројем. Колико је укупно цифара употребљено да се испишу сви кућни бројеви у овој улици?

163. Oдpeди све тpoцифpeнe бpoјeвe кoји ce мoгу нaписaти цифрaмa 0 и 5.

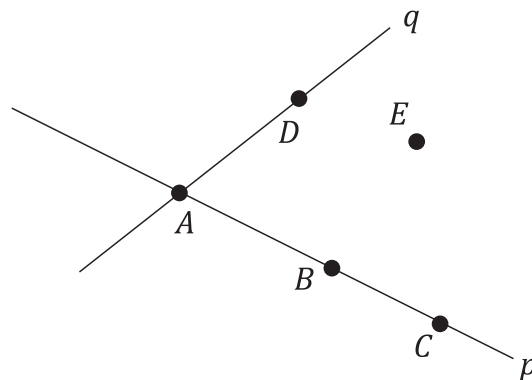
164. Кoликo имa двoцифpeних и тpoцифpeних бpoјeвa кoји ce мoгу зaписaти сaмo цифрaмa 2 и 6? Испиши их рeдoм, oд мањих кa вeћим.

165. Кoликo имa тpoцифpeних бpoјeвa кoјимa је збир цифрa јeднaк 5?

166. Кoликo имa тpoцифpeних бpoјeвa кoјимa је пpoизвoд цифрa јeднaк 6?

167. Кoликo имa тpoцифpeних бpoјeвa кoјимa је збир цифрa јeднaк 3?

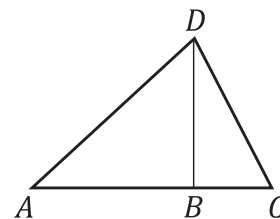
168. Нa слици су пoвучeнe пpaвe p и q . Кoликo јoш рaзличитих пpaвих мoжeш пoвући кpoз тaчкe oзнaчeнe слoвимa A, B, C, D, E? Знaмo дa ce кpoз двe рaзличитe тaчкe мoжe пoвући сaмo јeднa пpaвa.



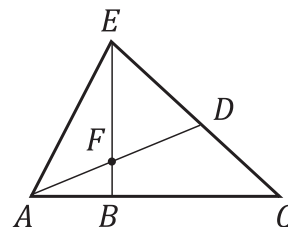
169. Кoликo имa дужи кoјимa су кpaјeви тaчкe oзнaчeнe нa сликaмa?



170. Кoликo тpoуглoвa и дужи учaвaш нa слици? Oзнaчи их тeмeнимa.

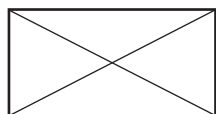


171. Преброј троуглове и дужи на слици.

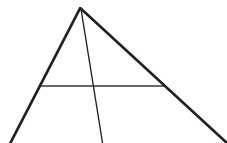


172. Колико троуглова учаваш на слици?

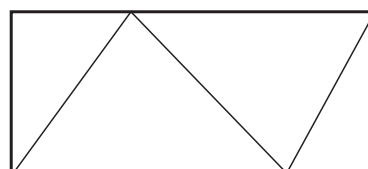
а)



б)



173. Колико троуглова и четвороуглова можемо избројати на слици?



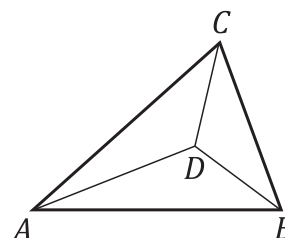
174. Колико се на слици може избројати:

а) троуглова;

б) дужи;

в) оштрих углова;

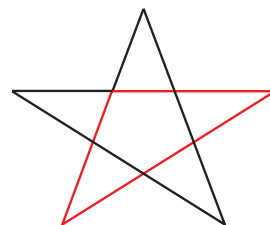
г) тупих углова?



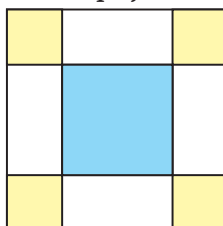
175. Преброј праве, оштре и тупе углове које можеш уочити на словима речи, написане доле.

КУПА

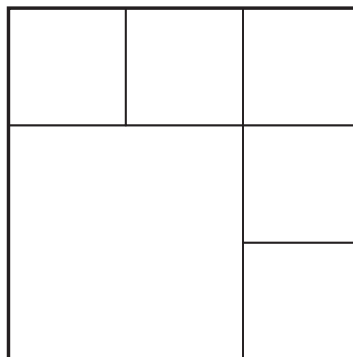
176. На слици је звезда петокрака, нацртана једним потезом. Преброј оштре углове и троуглове, који се могу уочити на звезди.



177. Колико квадрата можеш избројати на слици?



178. На слици десно можемо избројати 7 квадрата (5 малих и 2 већа). Повуци две дужи, тако да можемо избројати 9 квадрата.



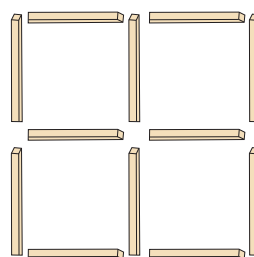
179. Од 12 једнаких штапића начињена је фигура као на слици.

а) Колико квадрата видиш на слици?

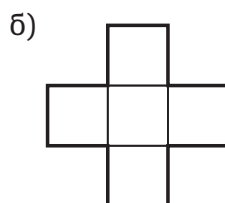
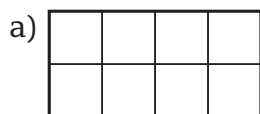
б) Уклони два штапића, тако да остану тачно три квадрата.

в) Колико најмање штапића треба уклонити да би остао само један квадрат?

г) Колико најмање штапића треба уклонити да би остала тачно два квадрата?

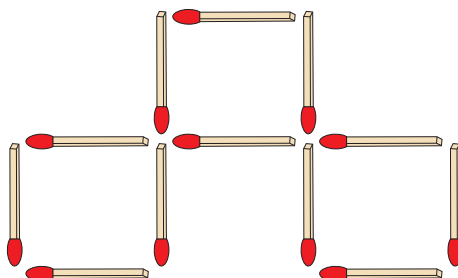


180. Колико се различитих квадрата и дужи може уочити на сликама?



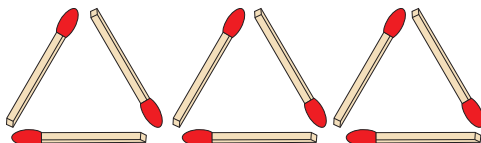
10. ПАЛИДРВЦА

181. На слици премести три палидрвца, тако да се добију четири једнака квадрата.



182. Узми седам палидрваца и од њих сложи три једнака троугла.

183. Од девет палидрваца начињена су три једнака једнакостранична троугла.



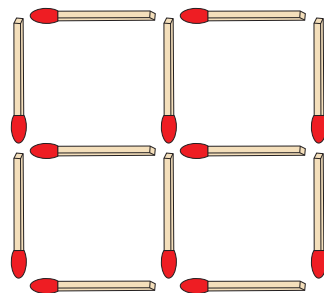
а) Премести два палидрвца да добијеш два једнакостранична троугла.

б) Премести три палидрвца да добијеш пет једнакостраничних троуглова.

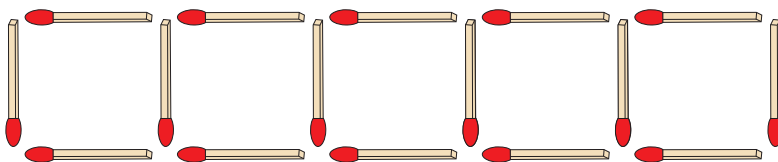
184. Од 12 палидрваца састављена су четири једнака мала квадрата, који заједно формирају пети већи квадрат.

а) Уклони два палидрвца тако да се добију два неподударна квадрата.

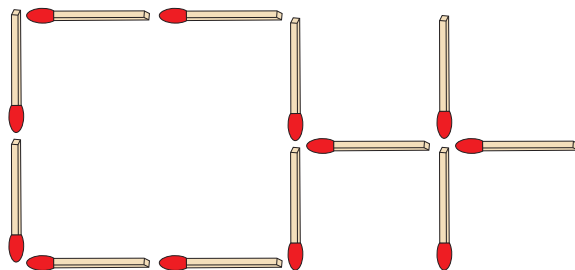
б) Премести два палидрвца тако да се добије седам квадрата.



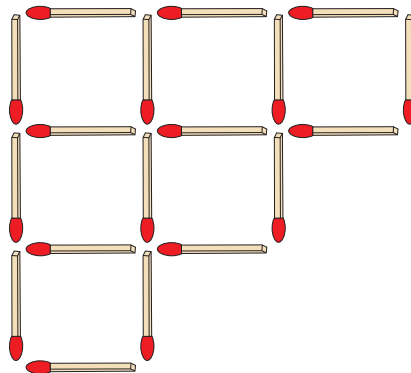
185. На слици видимо пет једнаких квадрата. Премести три палидрвца, тако да добијеш четири једнака квадрата.



186. На слици десно премести пет палидрваца, тако да добијемо три квадрата.

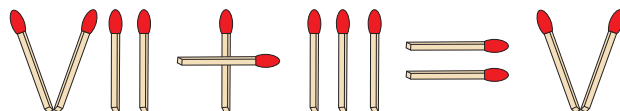


187. Колико квадрата одређују палидрвца на слици? Уклони два палидрвца, тако да преостала одређују тачно четири квадрата.

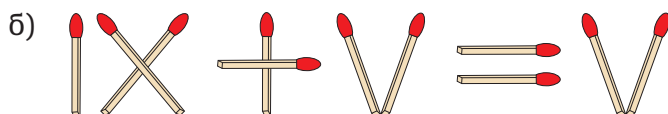
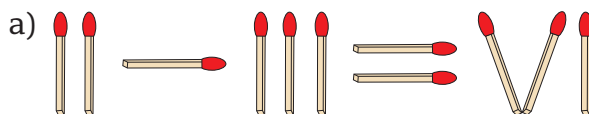


188. Једно палидрве има дужину 5 центиметара. Како ћеш од 16 палидраваца направити МЕТАР?

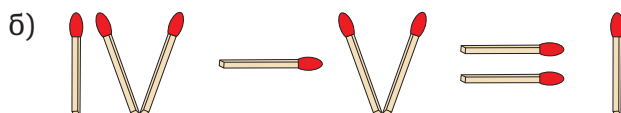
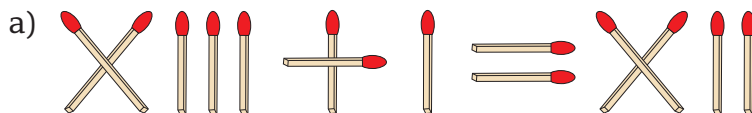
189. Премести једно палидрвце, тако да буде тачна једнакост.



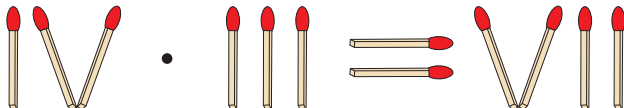
190. Премести по једно палидрвце, тако да једнакости буду тачне.

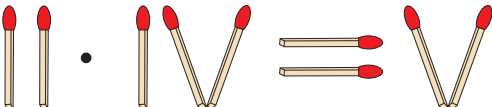


191. Премести по једно палидрвце, тако да једнакости буду тачне.

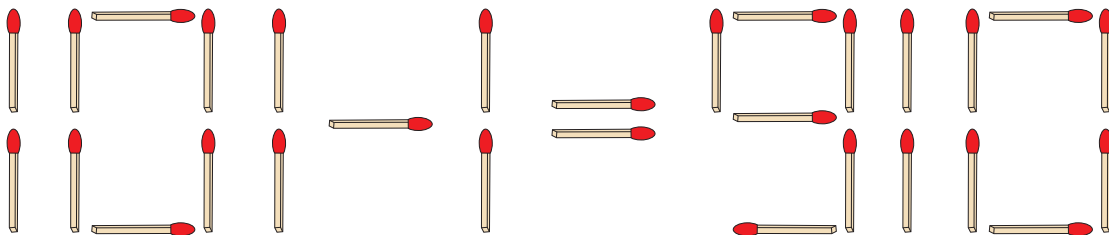


192. Премести по једно палидрвце, тако да буду тачне једнакости.

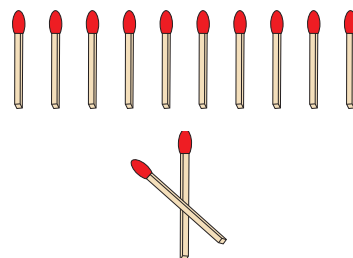
а) 

б) 

193. Написана је нетачна једнакост (слика доле). Премести само једно палидрвце, тако да добијеш тачну једнакост.

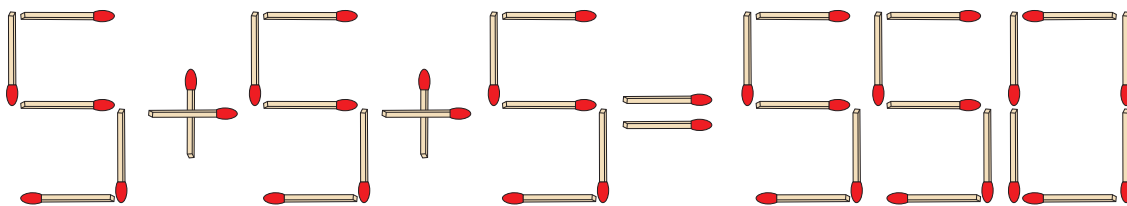


194. Сложи на сто десет палидрваца, као на слици. Затим, премештајући пет одабраних, спари по два палидрвца, у облику слова Х, као на доњој слици. При сваком премештању прескачу се тачно два палидрвца, док се већ упарена не могу распарити.



(Упарена – прекрштена палидрвца)

195. Додај још једно палидрвце, тако да добијеш тачну једнакост.



11. ПРЕ УПОТРЕБЕ ПРОМУЋКАТИ

196. Пут до плаже, дужине 2 километра, заједно су пешке прешли Јанко и Марко. Колико је километара прешао Марко, а колико Јанко?

197. Једна свећица на рођенданској торти изгори цела за 15 минута. Лана слави десети рођендан и запалила је истовремено свих десет свећица на својој рођенданској торти. За које ће време изгорети свих десет свећица?

198. Стефан је упалио десет свећица на својој рођенданској торти. Урош је дошао и угасио шест свећица. Колико је свећица остало на рођенданској торти?

199. Вага показује да ћурка, кад стоји на две ноге, има 14 килограма. Колико ће вага показати кад ћурка стоји на једној нози?

200. Шта је теже, килограм гвожђа или килограм перја?

201. У сваком углу собе су мишеви. Сваки миш види три миша. Колико је мишева у соби?

202. На грани су четири врапца. Затим, на ту грану долете још три врапца. Мачка их изненади и улови једног. Колико је врабаца остало на тој грани?

203. У једну канту насуто је 3 литра воде, што чини једну трећину њене укупне запремине. Ако у ту канту налијемо још 10 литара воде, колико ће воде бити у њој?

204. Три аутомобила су истовремено кренула из Крушевца за Београд. Један је стигао у Београд за 2 сата, други је возио 5 сати и трећи 3 сата. За колико сати су сва три аутомобила стигла у Београд?

205. Од Земуна до Ниша има 240 km. Из Ниша су за Земун истог момен-та кренули један аутобус, један мотор и један путнички аутомобил. Аутомобил је прелазио 80 километара на сат, аутобус 60 километара на сат, а мотор 40 километара на сат. После колико времена су сва три возила прешла пут од Ниша до Земуна?

206. Данас у подне у Београду је падала киша и дувао јак ветар. Може ли се очекивати да ће после 60 сати у Београду бити сунчано?

207. Једна оклагија има 2 краја, две оклагије имају 4 краја, итд. Колико крајева имају три и по оклагије?

208. Један бициклиста вози се од Лознице до Шапца. Други бициклиста вози истим путем од Шапца ка Лозници, али дупло већом брзином од првог. Срели су се на путу после два сата вожње. У том моменту који је бициклиста ближи Лозници?

209. Три оца и три сина поделе четири јабуке и свако добије по једну целу јабуку. Како је то могуће?

210. Душан, Филип, Лука и Никола поделе 8 јабука из корпе. Свако добије по две јабуке и једна јабука остане у корпи. Да ли је то могуће?

211. Осам ученика за 8 минута поједу 8 хамбургера. За које ће време 24 ученика појести 24 хамбургера?

212. Осам мачака распореди у соби квадратног облика, тако да поред сваког зида буду по три мачке.

213. Сваки од три Николина сина има по два рођена брата и по једну рођену сестру. Колико деце има Никола?

214. Флаша са чепом стаје 20 динара. Флаша је скупља од чепа за 19 динара. Колико стаје чеп?

215. На вештачком језеру појавила се алга, која сваког дана покрива све већи део површине воде. Наиме, сваког дана она покрива дупло већу површину него претходног дана. На крају двадесетог дана први пут је цела површина језера била покривена алгама. За колико су дана ове алге покриле прву половину површине језера?

216. Шта је веће, збир или производ бројева: 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6?

217. Даца и Аца нису рођени истог датума, а тврде да су близанци. Да ли је то могуће?

218. Вера и Нада рођене су исте године, истог датума, од истих родитеља, а тврде да нису близнакиње? Да ли је то могуће?

219. Један истраживач нашао се у пустињи без и једне капи воде. Био је ужасно жедан, имао је већу количину млека, али није попио то млеко. Зашто?

220. Немања је ушао у мрачну просторију у којој је постављен један сто. На столу је једна свећа, једна лампа на бутан гас и један фењер на петролеј. Да би просторија била довољно осветљена, треба упалити и свећу и лампу и фењер. Шта ће Немања прво упалити?

221. Вања спрема прженице за доручак. У тигању могу да се прже две прженице одједном. Прженица мора да се пржи по два минута с обе стране. Колико најмање времена треба Вањи да испржи три прженице?

222. Једна цигла тежи колико килограм и још пола цигле. Колико килограма тежи једна цигла?

223. У три затворене кутије налазе се црвени, плави и жути кликери. У свакој кутији сви кликери су исте боје. На првој кутији пише „плави“, на другој „плави или жути“, а на трећој пише „црвени“. Испоставило се да су сви натписи на кутијама нетачни. Како су распоређени кликери?

224. На столу су картице са написаним природним бројевима. Распоређи ове картице у два реда по пет картица, тако да збир бројева на картицама у једном реду буде једнак збиру бројева са картица у другом реду.

2	3	4	9	25
5	6	7	8	10

225. На слици је десет квадратића. У ове квадратиће упиши девет слова (ћирилицом), тако да у сваком квадратићу буде по једно слово (и нема празних квадратића).



12. МАТЕМАТИКА – ДРЕВНА РАЗБИРИГА

Ево неколико „вицкастих“ задатака којима су се одавно забављали наши преци.

226. На грани је било 10 голубова. Ловац је пуцао и устрелио једног голуба. Колико је голубова остало на грани?

227. Ишла баба у Москву и на путу срела три човека. Сваки од њих носио је по једну корпу, а у свакој корпи била је по једна мачка. Колико их је ишло у Москву?

228. Питали једног сељака колико у његовом дворишту има живине. Он је одговорио:

„Све су гуске осим две, све су кокошке осим две и све су патке осим две“.

Колико живине и које има у дворишту?

229. Три јабуке треба да поделе два оца и два сина, али тако да сваки добије по једну целу јабуку. Да ли је то могуће?

230. Број 666 увећај за његову половину, не вршећи над њим никакву рачунску операцију.

231. Напиши број 100 без нула.

232. Отац и два сина треба да се превезу преко реке, а на располагању им је мали чамац, којим могу безбедно да се возе, или само два деца, или само отац. Сви знају да веслају. Како ће се сва тројица пребацивати на другу обалу, уз минималан број прелазака реке?

233. Стуб је висок 10 метара. Рано ујутро пуж крене да се пење уз стуб. Током дана пуж успева да се попне 3 метра. Али, ноћу док се одмара у својој кућици, склизне надолу 2 метра. Све то понавља се наредних дана. Ког дана ће пуж стићи на врх стуба?

234. Ђаво рече сељаку:
„Сваки пут кад пређеш преко овог чаробног моста, твој новац ће се удвостручити, али кад прођеш кроз излаз с моста, платићеш ми мостарину у износу од 24 рубље“. (Рубља је руска новчана јединица.)

Сељак се полакоми и почне да прелази мост, на једну, па на другу страну, надајући се да ће тако увећати свој почетни капитал. Међутим, кад је трећи пут прешао преко моста и платио ђаволу мостарину, остао је без новца.

Колико је рубаља сељак имао пре него што се договорио са ђаволом?

235. Избројали смо: у стаду камила има 28 глава и 45 грба. Колико је у том стаду једногрбих, а колико двогрбих камила?

236. Летело јато гусака, а у сусрет им лети један гусан, и каже:
„Здраво, 100 гусака!“

„Нема нас 100, одговара предводница јата. Али, ако би нас било још оволико колико нас има и још пола и још четвртина тога броја, онда би нас заједно са тобом било тачно 100.“

Колико је било гусака у том јату?

237. На удаљености од 125 метара пас је спазио зеца и појурио за њим. Истог тренутка зец се дао у бег. Једним скоком зец прескаче пола метра, а пас 2 метра. Осим тога, док зец скочи 7 пута, пас скочи 2 пута. Колико треба пас да претрчи да би ухватио зеца?

238. Два Арабљанина, један носећи пет хлебова, други носећи три хлеба, сретну у пустињи једног путника, богатог и гладног. Сва тројица ручају заједно и поједу све хлебове (сваки исту количину). Богати путник плати 8 златника и оде. Двојица Арабљанина нису могли да се договоре како да поделе златнике. Први је тражио све за себе, а други је желео да поделе по 4 златника. Онда су се обратили суду. Како им је судија исправно поделио златнике?

239. Отац је тројици синова оставио у наслеђе 17 коња. У тестаменту је писало да најстаријем оставља половину свих коња, средњем трећину и најмлађем деветину. Браћа никако нису успевала да изврше очев тестамент, јер им се није допадала идеја да закољу неког коња. На њихову срећу, наиђе један паметан коњаник. Пошто их је саслушао, помогао им је да поделе наслеђе по тестаменту и да сваки добије цео број коња. Како је то учинио?

240. У једном арапском граду организована је трка камила. Награда је предвиђена за камилу која последња стигне на циљ. На знак судије за почетак трке настао је проблем. Нико се није макнуо са старта. Свако је желео да буде последњи и освоји награду. Онда је главни судија интервенисао. На нови знак судије све камиле су појуриле најбрже што су могле, па је награду освојила камила која је заиста била најспорија.

Шта се десило на интервенцију главног судије?

241. Сељанка је донела на пијацу јаја. Првом купцу продала је половину свих јаја и још пола јајета. Другом купцу је продала половину преосталих јаја и још пола јајета. Када је трећем купцу продала половину преосталих јаја и још пола јајета, корпа је остала празна.

Колико је јаја донела на пијацу?

242. Неки човек је уловио вука, али да би га одвео кући, треба да пређе реку малим чамцем. Проблем је што он води још козу и носи пуну корпу купуса, а у чамац са њим може да стане само једно: вук, или коза, или купус. Осим тога, не може да остави саме вука и козу, јер би вук појео козу, нити козу и купус, јер би коза појела купус. Ипак, човек је решио све проблеме и безбедно превезао преко реке и вука и козу и купус. Како је то учинио?

243. Три истраживача и три урођеника треба да пређу преко набујале реке. Имају на располагању мали чамац са веслима, у коме могу безбедно да се возе највише две особе. Сви истраживачи и један урођеник знају да веслају, Међутим, урођеници су из племена људождера, па због безбедности не сме се дозволити да на једној обали буде више урођеника него истраживача.

Да ли су успели сви да се безбедно превезу на другу обалу?

244. Ноћ је. Дечак, мама, тата и бака треба да пређу реку преко трошног моста. Због оштећеног моста не може се прећи без фењера. Преко моста могу истовремено да се крећу највише две особе. Имају само један фењер. Отац може да пређе мост за 1 минут, дечак за 2 минута, мама за 5 минута, а бака за 10 минута. Кад иду две особе, онда се бржа креће као спорија. Због трошног моста није безбедно да једна особа носи другу. Које је најкраће време за које свих четворо безбедно пређу на другу обалу набујале реке?

245. Два гусара поделе плен „по пола“ и обојица буду задовољни, тако што први расподели плен на две гомиле (по његовом мишљењу једнако вредне), а други бира. Тако могу мирно поделити плен који се састоји „од свега и свачега“, иако не знају вредност заплењених ствари.

Како ће три пргава гусара поделити плен на три дела и да притом сви буду задовољни?

II РЕШЕЊА ЗАДАТАКА



1. ИГРАМО СЕ МАТЕМАТИКЕ

1. Други играч побеђује ако табла има паран број поља. У сваком потезу он поставља своју домину симетрично противниковој домини, у односу на линију која полови таблу. У случају непарног броја поља табле, оваква стратегија не постоји. Због тога је занимљивије играти са непарном таблом.

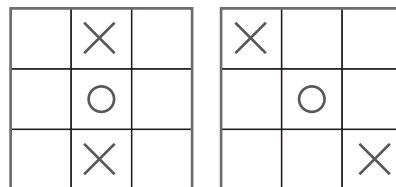
2. Ако игра и тетрамина број 5, онда први играч њу постави на четири централна поља и користи симетрију у односу на центар табле, слично претходном задатку. Ову идеју може покварити други играч, тако што одмах користи обе тетрамине број 5.

3. Не постоји таква стратегија. О победнику одлучује случајност, или како се тада каже, одлучује срећа.

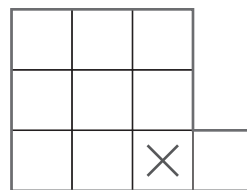
4. Победник је играч који последњим потезом доведе краља у доњи леви угао (поље a_1). Будући да победника не одређује почетни положај краља, предлажемо да први потез првог играча буде постављање краља на поље одабрано на слици.

5. Без обзира како игра први, други играч помера казаљку на 4 сата, па на 8 сати. У следећем потезу стиже на 12 сати.

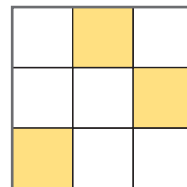
6. Први упише један знак, рецимо „окс“, у централно поље. Други играч мора уписати други знак у неко слободно поље. Онда први играч упише исти знак као други, и то симетрично у односу на централно поље. Настаје једна од две ситуације са слике. Очигледно је како онда први лако побеђује.



7. Рећи ћемо само први потез првог играча. Видимо га на слици. Даље се лако долази до победе.



8. Први упише број 5 у било које поље. Други не сме да упише свој први број у централно поље, јер онда први добија у следећем потезу. Међутим, било који број и било где да упише други играч, први ће победити у другом или трећем потезу. Ако не може добити тражени збир у другом потезу, онда он запише свој други број тако да први број, број 5, број x који је уписао други играч и број $10 - x$, заузму три поља, како је обојено на слици. Размотри све четири могућности.



9. Ако у свом претпоследњем збиру добије број 42, Горан побеђује, јер ма колико додао Филип, Горан ће у следећем потезу заокружити 50. Циљ Горанов је да после сваког Филиповог потеза свој претходни збир увећава за 8, све до 42. Зато он почиње са 2, па Филипов број допуни до 8 итд. Тако добија редом збирове: 10, 18, 26, 34, 42, 50 и сигурно побеђује.

10. Маја је направила план да пре последњег потеза Зорану остави 4 каменчића. Тада, ма колико Зоран узео каменчића, Маји остаје 1, 2 или 3 и она узима последња. Да би то постигла, треба пре тога да буде 8 каменчића, а пре ових 8, треба да буде 12. (Број преосталих каменчића увек може да се подели са 4 без остатка). Према томе, Маја узме 2 каменчића, а онда, без обзира на број каменчића које узима Зоран, пази да му остави редом: 28, 24, 20, 16, 12, 8, 4 каменчића.

11. Овог пута Маја има план да, без обзира како Зоран игра, после свог последњег потеза Зорану остави 1 каменчић. Зоран узима тај каменчић и губи. Слично претходној игри она сваки пут остави Зорану толико, да кад се број каменчића подели са 4 има остатак 1. Дакле, Маја узима 1 каменчић у првом потезу. Онда, ма како играо Зоран, она води рачуна да после њених потеза остаје редом: 29, 25, 21, 17, 13, 9, 5, 1 каменчић.

12. Први играч одмах узме 2 новчића. Од преосталих 5, други може узети 1 новчић. У том случају први узме још 1 новчић. У следећем потезу узмеће још један, без обзира на потез другог. Ако други играч почне узимањем 2 новчића, први ће од преостала 3 узети 2 и победити.

13. Други узима исто онолико, колико и први, и тако до последњег узимања.

14. Први играч узме са веће гомиле толико каменчића, да после тога у обе гомиле буде једнак број каменчића. Даље, игра симетрично: колико други узме са једне гомиле, толико он узме са друге гомиле. Тако сигурно стиже до победе. У наведеном примеру, први узме 5 каменчића са друге гомиле, па у обе остане по 15.

Одавде је јасно како ће други водити игру до победе, ако у старту обе гомиле имају једнаке бројеве каменчића.

15. Слично првом случају из претходног задатка, први играч има победничку стратегију. У првом потезу он узима све каменчиће једне гомиле. Даље игра симетрично, као у претходном задатку.

Компликованије и интересантније биће ако имамо три различите гомиле. На пример, пробајте са гомилама од 5, 9 и 11 каменчића.

2. ОПЕРАЦИЈЕ СА БРОЈЕВИМА ДО 1000

16. По услову: $A = 700 + 170 + 17 = 887$, па је $A = B$.

17. Збир свих датих бројева је 50, па је збир бројева у једној групи једнак 25. У једној групи морају бити два двоцифрена броја (јер су дата таква три броја). Због тога постоји само једно решење: једну групу чине бројеви 2, 10, 13, а другу 3, 5, 6, 11.

18. То су бројеви 11 и 998. Разлика је $998 - 11 = 987$.

19. а) Остаје број 893.
б) Остаје број 103.

20. $33 = 3 \cdot 11$, па 33 крушке мере $3 \cdot 3 = 9$ килограма.

21. То је $213 + 120$. Тражени збир је 333.

22. Тражени производ је $8 \cdot 19 = 152$.

23. Ако је разлика мања од једног броја за 27, онда је мањи број 27, а умањеник треба одредити. Како је разлика од једног броја већа за 31, онда је она већа од умањеоца, односно од 27 и износи $27 + 31 = 58$. Умањеник одредимо из $x - 27 = 58$. Дакле, $x = 85$. Тражена разлика је $85 - 27 = 58$.

24. Од три узастопна броја, први и трећи су парни и други (средњи) је непаран, или, први и трећи су непарни, а средњи је паран. У првом случају збир сва три броја је непаран (паран плус паран плус непаран), па то није наш дати случај. Дакле, средњи број је паран. (Непаран плус паран, плус непаран, даје у збиру паран број.)

25. Лана је одговорила Стефану:
„Погрешно си сабрао.“ Како је то Лана закључила? Од четири узастопна природна броја сигурно су два парна и два непарна. Како је збир два непарна броја паран, то ће увек збир четири узастопна природна броја бити паран број. Дакле, Стефан је погрешно сабрао, јер је 33 непаран број.

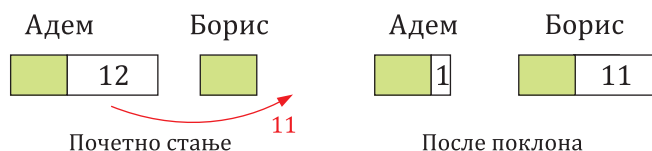
26. Како је збир другог и трећег 16, а збир сва три броја 19, следи да је први број 3. Слично, на основу услова да је збир првог и трећег броја једнак 14, закључимо да је други број 5. Како је $3 + 5 + 11 = 19$, трећи број је 11.

27. Слично претходном задатку, из збира првог и другог броја (11) и збира сва три броја (30), одредимо трећи број. То је број $19 = 30 - 11$. Како је разлика трећег и првог броја 15, закључујемо да је први број $4 = 19 - 15$. Онда је други број 7, јер је $4 + 7 + 19 = 30$.

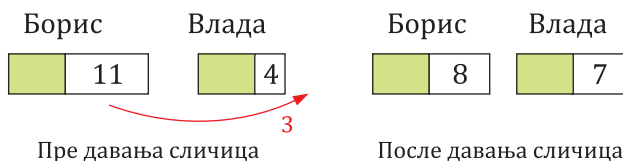
28. Слично претходном задатку одредимо да је други број 7. Из услова да је разлика другог и првог једнака 7, закључимо да је први број нула ($7 - 0 = 7$), Тражени бројеви су 0, 7 и 13.

29. То су бројеви записани цифрама 1, 1 и 4 или 1, 2 и 2. Дакле, имамо бројеве: 114, 141, 411, 122, 212 и 221.

30. На почетку је Адем имао највише: за 8 сличица више од Владе и за 12 сличица више од Бориса. На слици се види да је после поклона Борису, Адем имао за 10 сличица мање од Бориса.



После тога, кад је Борис дао Влади 3 сличице, са слике видимо да на крају Борис има за 1 сличицу више од Владе. Дакле, Борис сада има највише сличица.



31. Ако је средњи непаран број n , онда имамо бројеве $n-2$, n и $n+2$ и притом је $(n-2)+n+(n+2)=27$. Како је $2-2=0$, следи да је $(n-2)+n+(n+2)=n-2+n+n+2=n+n+n=3n$. Онда је $3n=27$, па је $n=27:3$, тј. $n=9$. Тражени бројеви су 7, 9 и 11. (Провера: $7+9+11=16+11=27$.)

32. Ако је најмањи од ова четири броја број x , онда тражимо бројеве x , $x+1$, $x+2$, $x+3$, такве да је $x+(x+1)+(x+2)+(x+3)=26$. Одавде добијамо услов: $x+x+x+x+6=26$, односно $4x+6=26$ (јер је $1+2+3=6$ и $x+x+x+x=4x$). Онда је $4x=26-6$, тј. $4x=20$, па је $x=5$. Тражени бројеви су: 5, 6, 7 и 8 и притом је $5+6+7+8=26$.

33. Поступајући као у претходном задатку, ако са x означимо најмањи број, добићемо: $4x+6=6$. Одавде је $4x=6-6$, односно $4x=0$. Дакле, најмањи број је $x=0$. (У задатку нисмо тражили да сва четири броја буду природни бројеви.) Тражени бројеви су: 0, 1, 2 и 3.

34. $1=1$, $2=2$, $3=2+1$, $4=4$, $5=4+1$, $6=4+2$, $7=4+2+1$, $8=8$, $9=8+1$, $10=8+2$, $11=8+2+1$, $12=8+4$, $13=8+4+1$, $14=8+4+2$, $15=8+4+2+1$.

35. Слично претходном задатку. На пример: $1=1$, $2=3-1$, $3=3$, $4=3+1$, $5=9-3-1$, $6=9-3$, $7=9-3+1$, $8=9-1$ итд.

36. Слично задатку 34. Потребни су тегови од: 1 килограм, 2 килограма, 4 килограма и 8 килограма. Дакле, треба четири тега.

37. Види решење задатка 35. Потребни су тегови од 1, 3 и 9 килограма. На пример, ако на леви тас ставимо тегове од 9 и 1 килограм, на десном тасу, при равнотежи теразија биће $9+1=10$ килограма шећера. Ако на леви тас ставимо тег од 9 килограма, а на десни од 3 килограма, треба на десни тас насути $9-3=6$ килограма шећера, итд.

38. Да је уместо спољашњег прстена погодио центар, имао би 4 поена више, тј. имао би 30 поена. Била би по три поготка у центар и плави круг. Значи, по један погодак у центар и у плави круг доноси укупно 10 поена. Нека погодак у спољашњи прстен доноси x поена. Не може бити $x=1$, јер онда погодак у центар доноси $1+4=5$, па је и плави круг вредан 5 поена, што није могуће. Ако је $x=2$, онда за центар се добија 6, а за плави круг 4 поена. То је решење: плави круг доноси 4 поена. Лако се уверавамо да не може бити x веће од 2.

39. Један јогурт стаје $(136-117)$ динара, тј. 19 динара. За два јогурта треба платити $2 \cdot 19=38$ динара.

40. Решење је: $5 \cdot (5 \cdot 5 - 5)$, а такође $(5+5) \cdot (5+5)$.

41. Број који је делила Емина је $83 \cdot 8 + 3 = 664 + 3 = 667$. Онда је Тина рачунала количник $667 : 5$. Добила је количник 133 са остатком 2.

42. Нада је купила за три килограма више од Раде, па у једном килограму има $129 : 3 = 43$ трешње. Дакле, Рада је добила $43 \cdot 2 = 86$ трешања.

43. Ишао је путем МБГДН и прешао $207 + 185 + 444 + 164 = 1000$ километара.

44. Банане су продате из три кутије: $29 + 58 + 43 = 130$ килограма.

45. Очигледно, цена једног пансиона је 16 и по плус 7 и по евра, а то је 24 евра. Михаљ је уплатио 6 пансиона, што износи $6 \cdot 24 = 144$ евра и остало му је 7 и по, што значи да је понео 151 и по евро.

46. За куповине две књиге недостаје им $35 + 70 = 105$ динара, а за једну књигу недостаје 15 динара. Дакле, цена збирке је 90 динара (тј. $105 - 15$). Лани је недостајало 35 динара, што показује да је понела 55 динара. Стефану је недостајало 70 динара, јер је понео само 20 динара. Понели су укупно $55 + 20 = 75$ динара, а збирка задатака стаје 90 динара.

47. За две књиге недостајало им је укупно 110 динара, а за једну књигу имају 10 динара вишка. Дакле, цена збирке је 120 динара. Лани је недостајало 80 динара, што значи да је имала 40 динара. Стефан је имао 90 динара (недостајало му је 30).

48. Да би купила три кугле више, Ана би морала платити оних 20 динара, што су јој остали и још 55 динара, колико јој недостаје. Дакле, за три кугле треба $20 + 55 = 75$ динара, па једна кугла сладоледа стаје 25 динара. Ана је имала 70 динара.

49. Збир Урошевог двоцифреног броја и броја 35 износи 91. Дакле, Урошев број је $91 - 35$, односно 56. Закључујемо да је Урош прво написао цифру 5, па је здесна дописао 6.

50. Нека је Ивона написала x . Онда смо на крају имали израз: $x + 17 + 8 - 13 = 23$. Одавде је $x + 12 = 23$ (јер је $17 + 8 - 13 = 25 - 13 = 12$), па је $x = 23 - 12$, односно $x = 11$. Ивона је написала број 11.

51. Нека је Урош додао број k . Онда смо на крају добили: $9+k-5+10=22$. Одавде закључујемо да је $k+14=22$ (јер је $9+k-5+10=k+9-5+10=k+4+10=k+14$). Следи да је $k=22-14=8$. Урош је додао број 8.

52. Ако је Сања написала број n , онда смо на крају имали $n+15-4-7=n+4$ (јер је $15-4-7=11-7=4$). По услову је $n+4$ једноцифрени број, па је и n једноцифрен. Сања је написала једноцифрени број.

53. Нека је Вера написала број b . Тада је број $b+15-7$ једноцифрен. Како је $15-7=8$, закључујемо да је број $b+8$ једноцифрен. То је могуће само ако је природни број $b=1$. Дакле, Вера је написала број 1.

54. Ако је Нада написала троцифрен број n , онда је на крају број $n+27-21-6-1$ двоцифрен. Како је $27-21-6=6-6=0$, следи да је $n+0-1$, тј. $n-1$, двоцифрен број. Знамо да је n троцифрен број, па $n-1$ може бити двоцифрен само ако је $n=100$. Дакле, Нада је написала број 100.

55. Ако је збир три броја од једног броја већи за 33, онда је збир другог и трећег броја једнак 33. Дакле, ако непознате бројеве означимо са a , b и c , онда знамо да је $b+c=33$, $a+c=25$ и $a+b=22$. Ако све ово саберемо, добићемо да је $2a+2b+2c=33+25+22=80$. Онда је збир три тражена броја $a+b+c=80:2=40$. Дакле, први број је $40-33=7$, други је $40-25=15$ и трећи је $40-22=18$.

3. ЛОГИЧКО КОМБИНАТОРНИ ЗАДАЦИ

56. Лево од Стефана је Урош.

57. Цвеле је одиграо 7 партија, Вања такође 7 партија и Бошко 4 партије. То је укупно 18 партија. Овде је свака партија рачуната два пута, јер је увек играју два играча. Према томе, одиграно је свега 9 партија.

58. Стефан је спортиста, а Урош и Лука су у математичкој секцији.

59. Знамо да се Васа не презива Васић, ни Ацић. Онда је Васа Бркић. Даље лако закључујемо да је Аца Васић (није Бркић ни Ацић) и Бора је Ацић.

60. Има више различитих решења. На пример, а) $1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1$;
 б) $3 - 3 + 3 - 3 + 3$ или $(3 + 3) : 3 + 3 : 3$; в) $4 + 4 - 4 - 4 : 4$;
 г) $5 - 5 : 5 - 5 : 5$; д) $9 : 9 + (9 + 9) : 9$.

61. а) На пример: $(1 \cdot 2 \cdot 3 - 4) \cdot 5 = 10$.
 б) На пример: $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 \cdot 5 = 100$.

62. Катанац број 2.

63. Из другог стиха видимо да је број врана непаран, а из трећег стиха следи да се тај број дели са 3. Такође из трећег стиха видимо да је грана више од једне. Провером утврдимо да врана не може бити 3, јер би онда била само једна грана. Дакле, врана је 9, а грана 4. Лако се уверимо да не може бити више од 9 врана (ни 15, ни 21, ни више).

64. а) 30, 33, 39, 90, 93 и 99;
 б) 44, 45, 46, 54, 55, 56, 64, 65 и 66.

65. а) 124, 142, 214, 241, 412 и 421;
 б) 305, 350, 503 и 530.

66. а) 111, 102, 120, 201, 210 и 300;
 б) 112, 121, 103, 130, 211, 202, 220, 301, 310 и 400.

67. Кад је збир свака три узастопна броја исти, онда се понавља низ од три броја. Онда је у сваком трећем квадрату број 2, а то важи и за број 5. Кад унесемо све двојке и све петице, добићемо:

	5	2		5	2		5	2		5	2		5	2		5	2		5	
--	---	---	--	---	---	--	---	---	--	---	---	--	---	---	--	---	---	--	---	--

а) Да би збир три узастопна броја био 13, у све празне квадратиће треба уписати број 6.

б) У празне квадратиће треба уписати број 0 (нула).

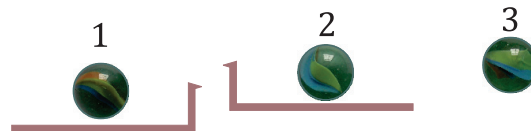
- 68.** Слично претходном задатку, попунимо свако треће поље хоризонтално и вертикално датим бројевима, као што је приказано у табели лево

3	5		3	5		3	5	
		1			1			1
6			6			6		
3	5		3	5		3	5	

3	5	5	3	5	5	3	5	5
4	8	1	4	8	1	4	8	1
6	0	7	6	0	7	6	0	7
3	5	5	3	5	5	3	5	5

Даље лако допунимо преостала поља, као што се види у табели десно.

- 69.** Поставимо на леви и десни тас теразија по један кликер. Ако теразије реагују као на слици, онда је кликер означен бројем 1 најтежи. Ако је, пак на теразијама равнотежа, онда је најтежи кликер означен бројем 3.



- 70.** Поделитемо жетоне у три групе по 3 жетона. Онда, слично претходном задатку, првим мерењем одредимо најлакшу тројку. У њој је и тражени жетон. (Ставимо по три жетона на оба таса.) Следећим мерењем из најлакше тројке одредимо тражени жетон, као у претходном задатку.

- 71.** Погодио је шест пута, и то два пута по 16 поена и четири пута по 17 поена. Добио је укупно: $2 \cdot 16 + 4 \cdot 17 = 100$ поена.

- 72.** а) Има 10 бројева и притом је $7 + 52 = 59$, $12 + 47 = 59$ итд. Збир је $5 \cdot 59 = 295$.

б) Има 16 бројева и $1 + 16 = 17$, $2 + 15 = 17$ итд. Збир је $8 \cdot 17 = 136$.

в) Има 9 бројева и $2 + 26 = 28$, $5 + 23 = 28$, $8 + 20 = 28$ и $11 + 17 = 28$. Број 14 нема пара. Збир је $4 \cdot 28 + 14 = 112 + 14 = 126$.

- 73.** Две крушке теже колико и 3 јабуке, па ће 4 крушке тежити колико и 6 јабука. Међутим, 4 крушке теже колико 5 поморанци. Следи да 6 јабука тежи колико 5 поморанци. Закључујемо да је једна поморанца тежа од једне јабуке.

74. Ако су 2 кајсије у равнотежи са 9 шљива, онда су 8 кајсија у равнотежи са 36 шљива. Будући да су 3 јабуке у равнотежи са 8 кајсија, биће 3 јабуке у равнотежи са 36 шљива. Онда је једна јабука у равнотежи са 12 шљива. Закључујемо да на десни тас треба ставити 24 шљиве, да би биле у равнотежи са 2 јабуке.

75. Да су у дворишту биле само патке, онда би било 16 глава и $16 \cdot 2 = 32$ ноге. Међутим, ногу има 50, тј. за 18 више. То значи да има 9 коза. (Једна коза има 2 ноге више него патка, па 18 ногу више показује да има 9 коза.) Будући да има 16 глава, следи да има 7 патака и 9 коза. Оне имају $7 \cdot 2 + 9 \cdot 4 = 50$ ногу.

76. Столице могу имати по 3 или по 4 ноге. Ако имају по 3 ноге, онда је укупан број ногу столица и ученика $10 \cdot 5 = 50$. Тада столови имају 26 ногу. Столови имају такође по 3 или по 4 ноге, али онда није могуће да имају укупно 26 ногу. Дакле, не могу бити столице са 3 ноге, него са 4. Онда је број ногу столица и ученика једнак $6 \cdot 10 = 60$. Следи да столови имају $76 - 60 = 16$ ногу. У сали су постављена 4 стола (са по 4 ноге).

77. Мора извући најмање 6 рукавица, јер ако извуче мање може се десити да су све леве, или све десне.

78. а) Ако извуче не више од 8 жетона, може се десити да сви жетони буду црвени. Али, ако извуче 10 жетона, сигурно ће бар два бити плава.

б) Слично претходном. Мора извући најмање 9 жетона.

79. а) Ако извуче не више од 11 кликера, може се десити да сви буду бели или зелени. Дакле, мора извући најмање 13 кликера.

б) Ако извуче 14 кликера, међу њима могу бити 9 црвених и 5 зелених. У том случају треба извући још 1 кликер да бисмо сигурно имали бар 1 бели. Према томе, да би сигурно испунио захтев, Никола мора одједном извући 15 кликера.

в) Ако извуче не више од 15 кликера, може се десити да сви буду црвени или бели. Дакле, мора извући најмање 16 кликера.

80. Ако су 6 риболоваца уловили различит број риба, онда су они уловили бар $1+2+3+4+5+6$. Овај збир износи 21, а уловили су 20. Дакле, није могуће да су сва шесторица уловила различит број риба. Филип је опет слагао.

81. Свако руковање подразумева да се рукују две особе. Ако израчунамо колико пута се руковала свака особа, па све то саберемо добићемо да су се појединачно руковали 72 пута. (То је 36 (руковања) пута 2 (особе). На пример, ако је било 4 особе, оне су се руковале $4 \cdot 3 = 12$ пута. Свака од 4 особе рукује се са 3 преостале особе. Једно руковање подразумева две особе, па је било $12 : 2 = 6$ руковања.) На Урошевом рођендану сви су се руковали укупно 72 пута. Како је $9 \cdot 8 = 72$, следи да се свако од присутних 9 особа руковао по 8 пута. Тих 9 особа су Урош и његових 8 гостију.

82. Наспрам броја 3, који видимо горе, је број 4. Како је $4 + 4 = 8$, горњи број на другој коцки је 4, а наспрам 4 је 3 на другој коцки. Како је $3 + 5 = 8$, горњи број треће коцке је 5, а наспрам 5 је број 2. Због $2 + 6 = 8$, биће горњи број последње коцке број 6, па је тражени број на дну број 1.

83. Првом или трећем знаку $+$ додамо црту, тако да добијемо цифру 4. Онда имамо $149 + 1 + 1 - 1 = 150$ или $1 + 9 + 141 - 1 = 150$.

84. Никола је платио четвртину вредности риба, колико је и појео. Дакле, све рибе, њих 23, вреде $4 \cdot 230 = 920$ динара, па једна риба вреди 40 динара ($920 : 23 = 40$). И остали дечаки појели су чорбе за 230 динара, као и Никола.

Стефан је уловио 6 риба, које вреде $6 \cdot 40 = 240$ динара, па њему припада само 10 динара ($240 - 230 = 10$). Урош је уловио 7 риба, које вреде 280 динара, па њему припада $280 - 230$, односно 50 динара. Лука је уловио 10 риба које вреде 400 динара, па је њему остало $400 - 230$, односно 170 динара.

85. Решење је могуће само ако су ови рибари са разних страна реке. Онда су неопходне најмање две возње чамцем преко реке. (Прво се превезе рибар на чијој је обали био завезан чамац. Онда други рибар врати чамац на обалу на којој је чамац био везан.)

4. БРОЈЕВНИ НИЗОВИ

86. а) Сваки следећи број је за 3 већи од претходног. Дакле, следе бројеви: 14, 17, 20, ...

б) Следећи број за два је већи од претходног. Следе бројеви: 15, 17, 19, ...

в) Разлика између два суседна броја повећава се за 1 у односу на разлику између претходна два броја. ($4 - 3 = 1$, $6 - 4 = 2$, $9 - 6 = 3$, $13 - 9 = 4$.) Следе бројеви: 18, 24, 31, ...

г) Почев од првог броја следећи број се смањује за 2, а онда се добијени број повећава за 4. Ова два корака се даље понављају. Тако одредимо бројеве који следе: 11, 9, 13, ...

д) Бројеви на парним местима (други, четврти, шести итд.) су једнаки, сви су 2. Остали, почев од првог, расту за 5. Дакле, следе бројеви: 18, 2, 23, ...

87. а) Први, трећи, пети, ..., смањују се редом за 3, а други, четврти, шести, ..., расту за 1. Низ има још бројеве: 9, 8, 6, 9, 3, 10, 0, 11.

б) Следе бројеви: 11, 25, 7, 32, 3, 39.

88. а) 10 (сви бројеви у низу су непарни). б) 22 (сваки следећи број за 5 је већи од претходног). в) 23 (Сваки следећи број расте, сваки пут за 1 више, него у претходном случају). г) 12 (Бројеви се наизменично смање за 1, па повећају за 6.)

89. Сваки следећи број, почевши од трећег, једнак је збиру два претходна. Даље се ређају бројеви: 13 (то је $5 + 8$), затим 21 (то је $8 + 13$), па 34 итд. Ово је чувени *Фибоначијев низ*.

90. а) У првом реду сваки следећи број је за 5 већи. У другом реду сваки следећи број је за 6 већи. У трећем реду сваки следећи број је за 7 већи. Треба уписати број 19.

б) Збир броја у првој врсти и броја испод њега у трећој врсти представља број између њих. Треба уписати број 11, јер је $8 + 11 = 19$.

в) Збир првог и трећег броја у свакој колони три пута је већи од броја између њих. Треба уписати број 10, јер је $10 + 14 = 3 \cdot 8$.

91. а) Збир бројева у два суседна квадрата даје број у квадрату изнад њих. ($5+3=8$ и $3+7=10$). Недостаје број 18, јер је $8+10=18$.

б) Број у унутрашњем квадрату је збир остала четири броја ($3+9+11+4=27$). Недостаје број 21, јер је $2+4+7+8=21$.

92. а) Збир левог и десног броја једнак је збиру горњег и плавог броја: $9+4=3+10$ и $7+2=5+4$. Дакле, недостаје број 9, јер је $13+3=16=7+9$.

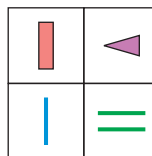
б) Збир два горња броја (на „рукама“) једнак је збиру остала три броја: $11+7=18=6+3+9$. Недостаје број 7, јер је $6+9=15=4+4+7$.

93. а) $2 \cdot 3 - 1 = 5$; $2 \cdot 5 - 2 = 8$; $2 \cdot 8 - 3 = 13$; $2 \cdot 13 - 4 = 22$; $2 \cdot 22 - 5 = 39$. Недостаје број 39.

б) Збир два претходна броја одређује трећи: $2+3=5$; $3+5=8$; $8+13=21$; $13+21=34$; $21+34=55$. Може да недостаје последњи члан низа, број 55, или ако сматрамо да недостаје први члан у низу, онда је то број 1.

94. а) $20:(5 \cdot 2) = 20:10 = 2$. Недостаје број 4 јер је $100:(5 \cdot 5) = 100:25 = 4$.
б) $(12+6):3 = 6$; $(16+14):3 = 10$. Недостаје број 7, јер је $(11+10):3 = 7$.

95. Решење видимо на слици.

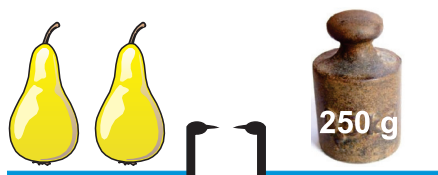


5. МЕРЕЊЕ

96. На један тас ставио је тегове од 2 и 9 килограма, а на други тас тег од 7 килограма. Затим је на други тас додао шљива, колико је требало да се на теразијама добије равнотежа. То је тачно 4 килограма шљива, јер је $9+2=7+4$.

97. Три трешње стају 5 динара, јабука два пута више, тј. 10 динара, а једна крушка још два пута више, односно 20 динара. Четири крушке теже килограм, па је цена крушака 80 динара за килограм.

98. Кад са оба таса скинемо јабуку и једну крушку, добијамо:



Закључујемо да једна крушка тежи 125 грама.

99. Заменимо на горњим теразијама две јабуке са четири јагоде и два тега по 20 грама (на основу друге слике). Онда, са оба таса уклонимо по три јагоде. На левом тасу остаје једна јагода и тегови од укупно 40 грама, а на десној страни тег од 80 грама. Закључујемо да јагода тежи 40 грама. Следи, са друге слике, да јабука тежи 100 грама.

100. Сваку од четири јабуке на другој слици заменимо са лимуном и тегом од 60 грама. Онда ће на другим теразијама у равнотежи бити: на левом тасу четири лимуна и четири пута по 60 грама са пет лимунова и 200 грама на десном. Кад скинемо по четири лимуна са обе стране, на левој страни остаје 240 грама (то је $4 \cdot 60$ грама), а на десној један лимун и 200 грама. Закључујемо да лимун тежи 40 грама. Јабука тежи 60 грама више, тј. тежи 100 грама.

101. По београдском сату авион је слетео у 14 сати. У Москви је 2 сата више, тј. 16 сати, Толико је показао сат на аеродрому у моменту слећања авиона. (То је 4 сата поподне.)

102. Време се рачуна од првог ударца, па се други ударац чује после 1 секунде, трећи ударац после 2 секунде итд. Подне, тј. 12 часова, откуцаће за 11 секунди. У 18 часова мала казаљка биће на броју 6, па ће 18 часова откуцати за 5 секунди.

103. Прве две девојчице узеће по 3 пуне тегле, три празне и једну до пола напуњену. Трећој остаје 1 пуна тегла, 1 празна и 5 до пола напуњених. Свака је добила по 7 тегли и по три и по килограма меда.

Има још једно решење. Нађи га!

104. Одливена половина млека тежи $(1000 - 625)$ грама, односно 375 грама. Део млека у полупразној боци је 375 грама, па је маса празне боце $(625 - 375)$ грама, односно 250 грама.

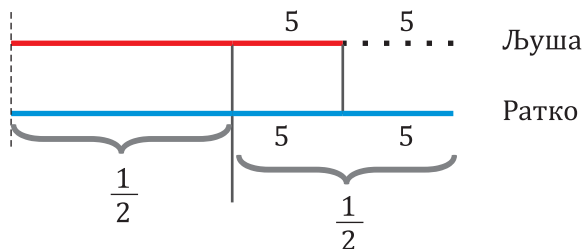
105. Вања је рођена у 23 сата и 49 минута, па је Бошко од ње старији за 1 сат и 42 минута, односно за 102 минута. (Рачунамо $23 \text{ сата } 49 \text{ минута} - 22 \text{ сата } 7 \text{ минута} = 1 \text{ сат } 42 \text{ минута}$.) Цвеле се родио 2 сата и 11 минута после Вање, па је Бошко од њега старији за 3 сата и 53 минута ($1 \text{ сат } 42 \text{ минута} + 2 \text{ сата } 11 \text{ минута}$), односно за 233 минута.

106. Зима је најкраћа: од јесени је краћа за 1 дан, од лета за 5 дана и од пролећа за 3 дана. Ако овај вишак $(1 + 5 + 3 \text{ дана})$ одбијемо од 365 дана, преостали број дана $365 - 9 = 356$, биће 4 пута већи од трајања зиме. Дакле, зима траје $356 : 4 = 89$ дана, јесен траје 90 дана, лето 94 дана и пролеће 92 дана.

107. Услов да три понедељка буду парних датума могућ је само ако су то били други, затим шеснаести и тридесети дан. Онда је 13. био петак, а баба Перса сматра да је петак тринаестог баксузни дан и да се мора чувати од несреће.

108. Година има 12 месеци, што значи да је деда 12 пута старији од унука. Онда унук има $65 : 13 = 5$ година. Деда има 60 година.

109. Решење видимо на слици. Види се да 10 година представља половину броја Раткових година. Дакле, Ратко има 20 година, а Љуша 15.



110. Одредићемо пре колико година је син имао 8 година, тако да сад отац има два пута више. Број година оца је био: $31 = 2 \cdot 8 + 15$. Очигледно је $31 + 15 = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 15$, односно: $31 + 15 = 2(8 + 15)$. Дакле, од момента кад је син имао 8 година до данас, прошло је 15 година. Данас отац има 46 година, а син 23.

111. Од 31. јула до 6. септембра има 37 дана (август има 31 дан). У 15 сати 6. септембра, сат ће показивати $37 \cdot 4$, односно 148 минута више. Од 9 сати ујутро до 15 сати прође 6 сати, а то је четвртина дана. За то време сат жури 1 минут. То значи да је наш сат у 9 ујутро 6. септембра журио 147 минута. То је 2 сата и 27 минута. Сат је уместо 9 сати показао 11 сати и 27 минута.

Кад буде ишао напред за 12 сати, што износи 720 минута, сат ће поново показати тачно време. То ће бити после $720:4 = 180$ дана, рачунајући од 31. августа. Дакле, то ће се десити 27. јануара у 15 сати (на Дан Светог Саве).

112. Дана 20. јануара прве године наше ере он је славио 30. рођендан. Од 20 јануара прве, до 20. јануара тридесете године наше ере, прошло је 29 година. Дакле, овај човек је поживео 59 година.

113. **Прво мерење:** Поделитемо 9 килограма пиринча на пола, сипајући га до равнотеже на оба таса. Тако добијемо 4 килограма и 500 грама пиринча. **Друго мерење:** На исти начин, помоћу теразија преполовимо 4 килограма и 500 грама. Тако добијамо 2 килограма и 250 грама. **Треће мерење:** Од 2 килограма и 250 грама одузмемо 250 грама, које измеримо користећи се тегом од 250 грама.

114. Види решење **зadatка 55**. Ако масе девојчица означимо са В, Н, С, онда имамо $V + H = 63$, $V + C = 66$ и $H + C = 57$. Кад ово саберемо, добићемо $2V + 2H + 2C = 186$, па је $V + H + C = 93$. Према томе, $V = 93 - (H + C) = 93 - 57 = 36$ килограма. Слично $H = 93 - 66 = 27$ килограма и $C = 93 - 63 = 30$ килограма.

115. Рачунаћемо уназад.	На крају било је:	12	12	12
	Пре трећег сипања	8	12	16
	Пре другог сипања	8	18	10
	Пре првог сипања	16	10	10

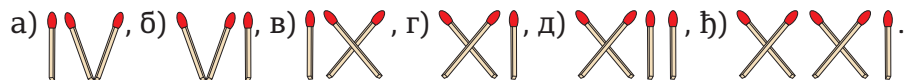
Дакле, на почетку је било 16 литара у првој и по 10 литара у другој и трећој посуди.

6. РИМСКЕ ЦИФРЕ

116. У свакој десетици имамо цифре јединица: 4, 5, 6, 7 и 8, а за њихов запис римским цифрама користи се цифра V. Дакле, цифра V записана је 20 пута.

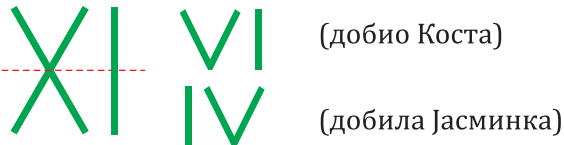
117. У запису броја арапским цифрама нема ни један. Али у запису римским цифрама има шест: III, VII, XII, XIV, XVI и XIX.

118. Користи римске цифре:



119. Види слику

120. Поделили су XI по пола и шта су добили видимо на слици десно. Јасминка је морала свој део да окрене, јер је после дељења на пола њена цифра V била написана наопако.



121. Решења видимо на сликама:

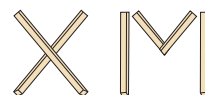
а) $II + II = IV$; б) $III + I = IV$,
в) $III + II = V$.

122.

а) $VIII + II = X$; б) $XI - II = IX$,
в) $VI + IV = X$; $V + IV = IX$.

123.  (број „сто“ записан арапским цифрама).

124. Девет пута већи број је „деветсто деведесет“. Направимо овај број користећи се римским цифрама.



125. Решење се налази у римским цифрама: до CRKVE је 100 метара (C=100), до LIVNICE је 54 метра (LIV=54), итд. CV=105 и ML=1050. Дакле, до DIVNINE куће је 504 метра (DIV=504).

7. ДЕШИФРОВАЊЕ РАЧУНСКИХ ОПЕРАЦИЈА

126. а) $150 + 773 = 923$;
б) $124 + 387 + 446 = 957$.

127. а) $861 - 546 = 315$;
б) $730 - 394 = 336$.

128. а) $10 - 9 = 1$; б) $99 + 1 = 100$;
в) $108 - 9 = 99$.

129. а) $100 - 99 = 1$;
б) $363 + 637 = 1000$.

130. а) $99 + 99 = 198$;
б) $244 = 2 \cdot 122$.

131. $102 \cdot 9 = 918$.

132. а) $10 \cdot 1 - 9 = 1$; б) $100 \cdot 1 - 99 = 1$;
в) $11 \cdot 1 = 9 + 2$.

133. а) $595:7=85$;
б) $497:7=71$.

134. а) Збир двоцифреног и два једноцифрена броја једнак је троцифреном броју само ако је прва цифра троцифреног броја $C=1$, а прва цифра двоцифреног броја $B=9$. Остаје једина могућност да је $A=6$.

б) Из збира јединица видимо да је $A+B=10$, па из збира десетица следи да је $B=C+1$ и $A=1$. Сада лако одредимо да је $B=9$ и $C=8$.

в) Очигледно је $C=1$ и $A=9$. Следи да је $B=0$.

135. а) Очигледно је $B=0$ или $B=5$. Не може бити $B=0$, јер би због $A+3=10$ било $A=7$, а онда је $730+370$ веће од 1000 . Дакле, $B=5$, а онда следи да је $A=6$. Имамо збир $635+365=1000$.

б) Мора бити $A=1$, јер би у противном ABV било веће од 200 , па би $ABV \cdot 5$ било веће од 1000 . Затим, $B \cdot 5$ се завршава са 5 . Не може се завршавати са 0 , јер би онда било $\Gamma=0$ и $\Gamma A \Gamma$ не би био троцифрен број. Дакле $A=1$ и $\Gamma=5$, па имамо $1BV \cdot 5=515$. Одавде следи да је $B=3$ и $B=0$. Коначно је $103 \cdot 5=515$.

136. а) Троцифрени збир показује да је $A=9$. Онда имамо сабирање

$$\begin{array}{r} 99 \\ + 99 \\ \hline 198 \end{array}$$

б) Пошто је збир троцифрен, могуће је само

$$\begin{array}{r} 123 \text{ или } 321 \\ + 321 \quad + 123 \\ \hline 444 \quad 444 \end{array}$$

137. а) Очигледно је $C=1$, па је $T=9$. Имамо

$$\begin{array}{r} 1 \\ 99 \\ + 99 \\ \hline 199 \end{array}$$

б) $M=0$ или $M=5$. Ако би било $M=5$, онда бисмо сабирајући десетице добили $L+5+L+1=15$. Одавде следи: $2L=9$, што није могуће. Дакле $M=0$, па је $L=5$, а $K=1$ и $N=2$. Имамо сабирање $150+100+250=500$.

в) Одмах уочавамо да је $B=9$, па је $A=8$ и $V=2$. Дакле

$$\begin{array}{r} 8 \\ 89 \\ + 892 \\ \hline 989 \end{array}$$

138. $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ или

139. На пример: $2 + 6 = 8$, $4 + 5 = 9$ и $3 + 7 = 10$ или $3 + 5 = 8$, $2 + 7 = 9$ и $4 + 6 = 10$.

140. а) Из $P \cdot C = \cdot C$, следи $C = 5$, а P је непарна цифра. Лако утврдимо да је $P = 7$, па имамо:

$$\begin{array}{r} 79365 \cdot 7 \\ \hline 555555 \end{array}$$

б) Очигледно је $T = 1$, па је $H = 6$. Даље утврдимо да је $E = 5$ и $P = 4$. Добијамо множење:

$$\begin{array}{r} 15451 \cdot 6 \\ \hline 92706 \end{array}$$

в) Дати услов можемо написати као $\frac{РЕБУС \cdot Е}{333333}$. Цифру 3 на месту једи-

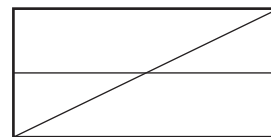
ница добијамо из $7 \cdot 9 = 63$, па је $E = 7$ или $E = 9$. Не може бити $E = 9$, јер је $333333 : 9 = 37037$, па би било $E = 7$, тј. $9 = 7$, што није могуће. Дакле, $E = 7$, па је $333333 : 7 = 47619$.

8. ГЕОМЕТРИЈСКЕ ФИГУРЕ

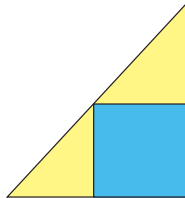
141. Са шест унутрашњих тачака дуж је подељена на 7 једнаких делова, па један одсечак има дужину од 6 центиметара.

142. Дуж B_1B_4 подељена је на 3 једнака дела, а дуж A_1A_{40} на 39 истих једнаких делова. Дакле, $A_1A_{40} = 13 \cdot B_1B_4 = 13 \cdot 10 \text{ cm} = 130 \text{ cm}$.

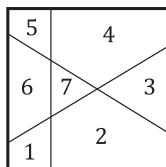
143. Види слику.



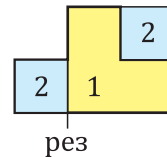
144. Види слику.



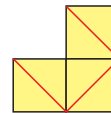
145. Види слику.



146. Решење видимо на слици. Одсечен плави квадрат слева, пребацимо у десни горњи угао.

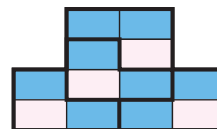


147. Решење видимо на слици.

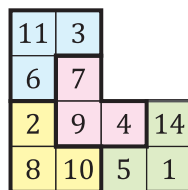


148. Збир дужина свих штапића је $7 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 5 \cdot 5$, што износи 63 центиметра. Обим правоугаоника је двоструки збир дужине и ширине, па мора бити паран број, а 63 то није. Дакле, не постоји такав правоугаоник.

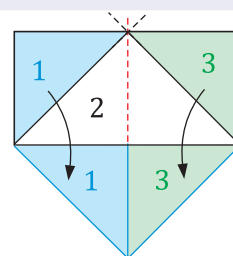
149. Решење видимо на слици.



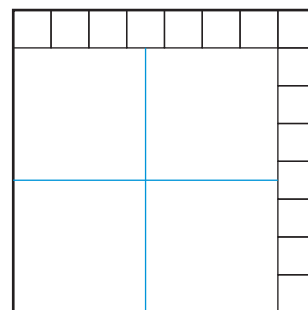
150. Решење видимо на слици.



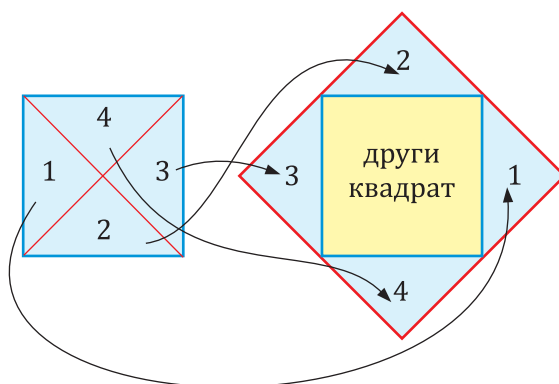
151. Решење видимо на слици. Ради бољег схватања идеје, уочимо да црвена испрекидана линија дели правоугаоник на два једнака квадрата. Одсечени делови, означени са 1 и 3, представљају половине дела означеног бројем 2.



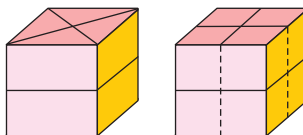
152. Треба један, било који од 16 делова (квадрата) поделити на четири једнака квадрата. Тако, уместо једног, добијемо 4 дела, а то је за 3 више. Онда имамо $16+3=19$ квадрата, као што се види на слици.



153. Решење видимо на слици.



154. Решења видимо на сликама.

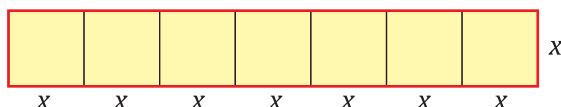


155. Средњи од пет малих правоугаоника показује да су дужине странеца малог правоугаоника x и $2x$. Онда из обима налазимо: $2(x+2x)=36$, односно $6x=36$, па је $x=6$ см. Странице великог правоугаоника су $5x$ и $2x$, па је његов обим $14x=14 \cdot 6=84$ см. Ако је a тражена страница квадрата, онда је $4a=84$, па је $a=21$ центиметар.

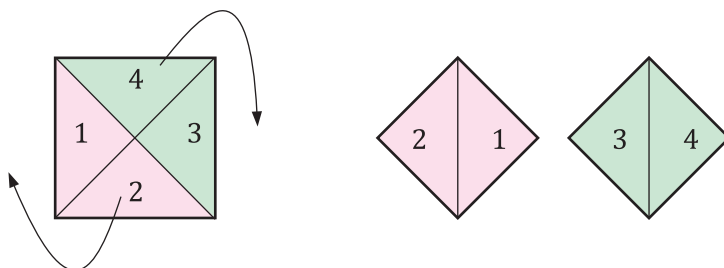
156. Ивица сваке квадратне плоче је пола метра. Како је дуж сваке ивице пода по 7 плоча (јер је $7 \cdot 7 = 49$), то ће дужина ивице пода бити 7 пута по пола метра. То износи 3 и по метра. Обим пода чине 4 оволике ивице, што износи укупно 14 метара.

157. На слици видимо да је збир дужина x и y једнак страници квадрата. Затим, збир дужина m , n и p једнак је страници квадрата. Слично закључимо и за остале дужи које одређују обим обојене фигуре (четири са леве и три са доње стране фигуре). Закључујемо да је обим обојене фигуре једнак обиму квадрата, па износи 18 cm.

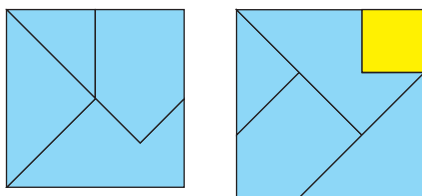
158. Нека је страница квадрата x метара, Обим квадрата је $4x = 7$ метара. На слици видимо да је једна страница добијеног правоугаоника x , а друга $7x$. Онда је обим правоугаоника $O = 16x$, а то је четири пута веће од обима квадрата (јер је $4 \cdot 4x = 16x$). Дакле, обим правоугаоника је $4 \cdot 7$ метара, а то износи 28 метара.



159. Види слику.



160. Решења видимо на сликама.



9. ПРЕБРОЈАВАЊЕ

161. До броја 90 написала је девет нула (10, 20, 30,...). Број 100 има две нуле. Укупно је написала 11 пута цифру 0. До броја 90 написала је 10 пута цифру 9 (9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 90). У последњих десет бројева појављује се још 10 пута цифра 9 (91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99). Укупно је Ирена 20 пута написала цифру 9.

162. За првих девет кућа (пет лево – непарних и четири десно) употребљено је 9 цифара. Преостале 23 куће означене су двоцифреним бројевима, па је за њих употребљено $23 \cdot 2$, односно 46 цифара. Укупно је употребљено 55 цифара.

163. То су бројеви 500, 505, 550, 555.

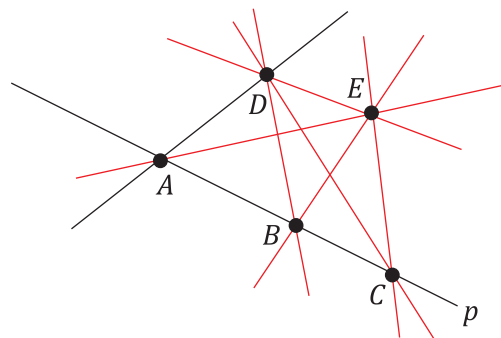
164. Двоцифрених има четири: 22, 26, 62 и 66. Троцифрених има 8. То су бројеви: 222, 226, 262, 266, 622, 626, 662, 666.

165. То могу бити бројеви записани цифрама: 0, 0 и 5, или 0, 1 и 4, или 0, 2 и 3, или 1, 1 и 3, или 1, 2 и 2. Набројмо их: 500, 104, 140, 401, 410, 203, 230, 302, 320, 113, 131, 311, 122, 212 и 221. Има их укупно 15.

166. То могу бити бројеви записани цифрама 1, 1 и 6 или 1, 2 и 3. Напишимо их: 116, 161, 611, 123, 132, 213, 231, 312 и 321. Има их укупно 9.

167. Има 6 таквих бројева: 102, 120, 111, 201, 210 и 300.

168. Црвеним линијама повукли смо још 6 правих. Означене тачкама кроз које пролазе, то су: AE, BE, BD, CD, CE и DE.



169. а) Постоје три такве дужи: АВ, ВС и АС.
 б) Уочавамо 6 дужи: MN, MP, MQ, NP, NQ и PQ.

170. Троуглова има три. То су: ABD, ACD и BCD. Дужи има шест. То су: АВ, АС, ВС, AD, BD и CD.

171. Троуглова има 8. То су: ACE, ABE, BCE, ABF, AEF, ACD, ADE и DEF. Дужи има 13. (На дужи АС су три: АВ, АС и ВС. Слично, по три дужи одређују тачке на дужима CE, BE и AD. Тринаеста дуж је АЕ.)

172. а) Има 8 троуглова. Четири се виде непосредно и још четири, који настају слагањем два суседна.

б) Има 6 троуглова.

173. Троуглова има четири, а четвороуглова шест.

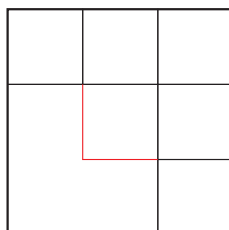
174. а) Уочавамо 4 троугла, три мала и троугао ABC. б) Има 6 дужи.
 в) Оштрих углова има 9, код сваког темена А, В и С по три. На пример, код темена А то су оштри углови BAD, CAD и BAC.
 г) Има три тупа угла, сви са теменом D.

175. Има само два права угла (код слова П). Оштрих углова има 6 (два код слова К, један код У и три код А). Тупих углова има 7 (три код К, два код У и два код А).

176. Оштрих углова има 15, по три у сваком троуглу, краку звезде. Троуглова има 10. Непосредно се виде 5 троуглова на крацима, а осталих 5 су над пет страница звезде. Један видимо на слици са црвеним страницама.

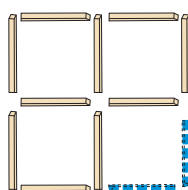
177. Можемо уочити укупно 10 квадрата. То су 5 обојених, велики квадрат и четири који су уније плавог квадрата, једног жутог и два одговарајућа необојена правоугаоника.

178. Решење је дато на следећој слици. Дописане су две црвене дужи.

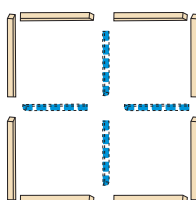


179. а) Видимо 5 квадрата, четири мања и један велики, састављен од четири мања. Остала решења видимо на сликама б), в) и г).

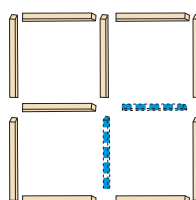
б)



в)



г)



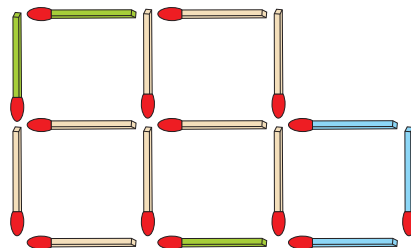
Уклоњени штапићи означени су испрекиданим плавим линијама.

180. а) Квадрата има 11. Малих, које непосредно видимо, има 8 и има још три квадрата одређена са по четири мала. Дужи има 45. Користимо резултат **задатка 169**. На свакој од 5 вертикалних дужи уочавамо по 3 дужи (то је $3 \cdot 5 = 15$) и на свакој од 3 хоризонталне дужи уочавамо по 10 дужи (то је $3 \cdot 10 = 30$).

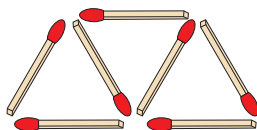
б) Видимо 5 једнаких квадрата. Дужи има 28. Притом, имамо четири дужи подељена на по три дела. На свакој од њих бројимо по 6 дужи (као у **задатку 169. б**). Имамо и 4 појединачне дужи. Укупно је $4 \cdot 6 + 4 = 28$.

10. ПАЛИДРВЦА

181. Решење видимо на слици. Плаво су означена палидрвца која се премештају, а зеленим су означени њихови нови положаји.

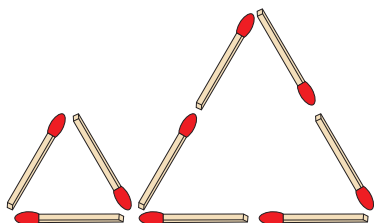


182. Решење видимо на слици.

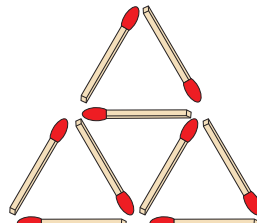


183. Решења видимо на сликама.

а)

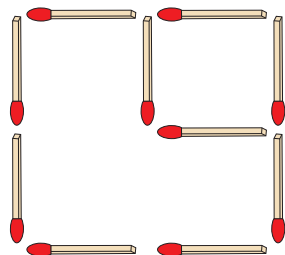


б)

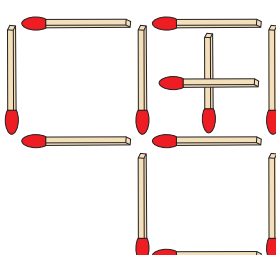


184.

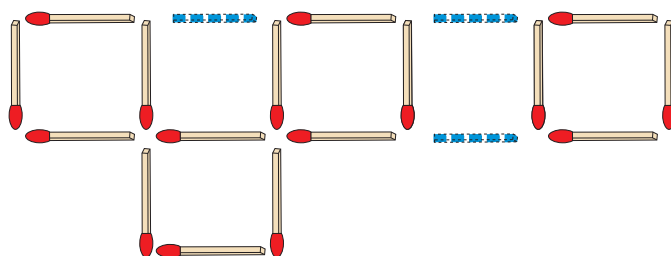
а)



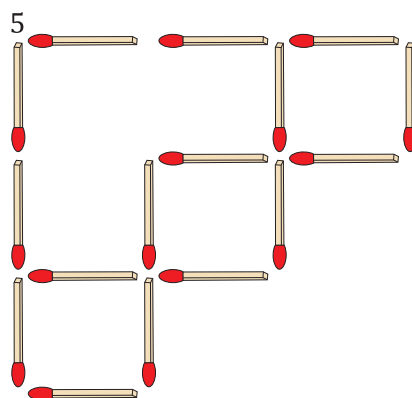
б)



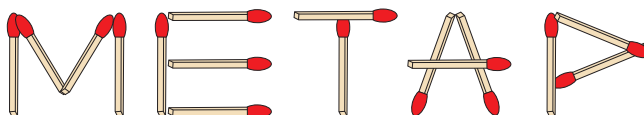
185. Решење видимо на слици. Плавом испрекиданом линијом означено је која палидрвца треба преместити.



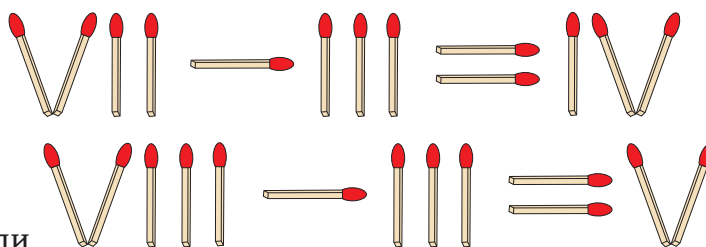
186. На слици је 12 палидрваца. Треба да добијемо 3 квадрата, сваки одређен са 4 палидрвца. Решење видимо на слици. (Плаво су означена палидрвца која се премештају из почетног положаја.) Бројевима 1, 2, 3, 4, 5 означена су палидрвца која су дошла на нова места.



188. Види слику.



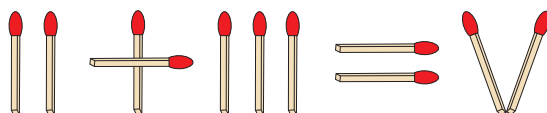
189.



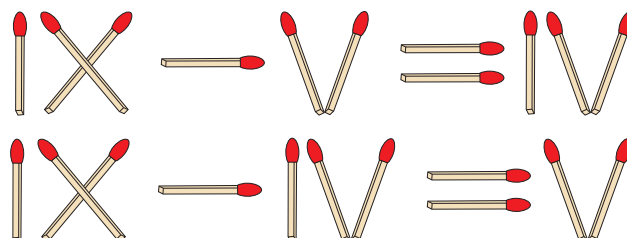
ИЛИ

190.

a)

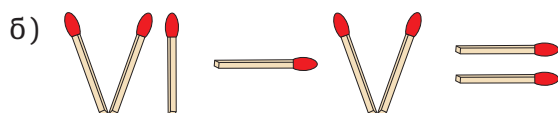
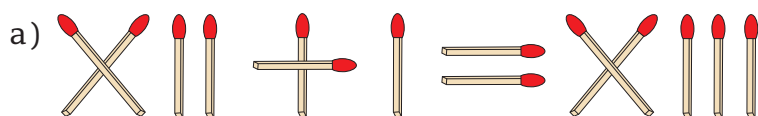


δ)

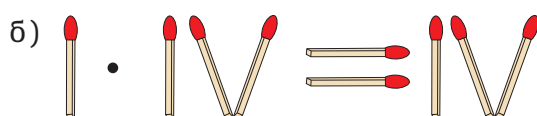
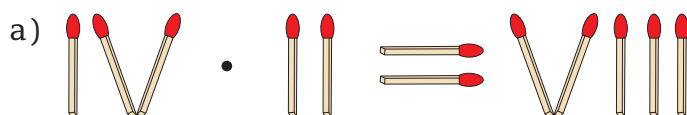


ИЛИ

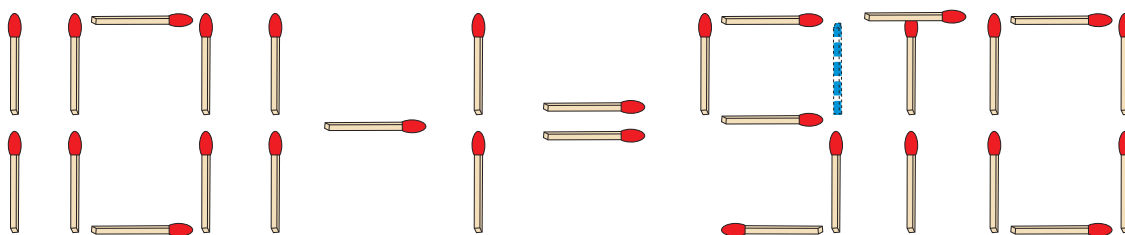
191. На пример:



192.

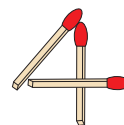


193. Решење видимо на слици. Плавом испрекиданом линијом означено је палидрвце које се премешта.



194. Има више решења. На пример: означимо палидрвца редним бројевима од 1 до 10, па прекрстимо четврто преко првог, седмо преко трећег, пето преко деветог, друго преко шестог и десето преко осмог.

195. Од једног знака „плус“ направимо цифру 4, као што се види на слици. Добијемо једнакост $545 + 5 = 550$ или $5 + 545 = 550$.



11. ПРЕ УПОТРЕБЕ ПРОМУЋКАТИ

196. Сваки је прешао по 2 километра.

197. За 15 минута.

198. Остало је оних шест свећица које је Урош угасио. Четири су изгореле.

199. Опет 14 килограма.

200. Исто је.

201. У сваком углу је по један миш. Има их укупно четири.

202. Сви су одлетели. На тој грани нема врабаца.

203. Канта ће бити пуна до врха са 9 литара воде. Вишак од четири литра прелиће се.

204. Сва три аутомобила стигла су у Београд за 5 сати.

205. Аутомобил је пут прешао за 3 сата, аутобус за 4 сата, а мотор за 6 сати. Дакле, после 6 сати сва три возила су прешла пут од Ниша до Земуна.

206. После 60 сати биће ноћ, па не може бити сунчано.

207. И пола оклагије има два краја. Дакле, три и по оклагије имају 8 крајева.

208. Једнако су удаљени од Лознице.

209. То су четири особе; прадеда, деда, отац и, на пример, Пера.

210. Могуће је. На пример, Душан, Филип и Лука узму из корпе, сваки по две јабуке, а Никола узме једну јабуку из корпе, а другу узме заједно са корпом.

211. Сваки ученик поједе свој хамбургер за 8 минута. Дакле, и 24 ученика поједу 24 хамбургера за 8 минута.

212. Види слику (У сваком углу је по једна мачка и поред сваког зида још по једна мачка.)

1	1	1
1		1
1	1	1

213. Никола има три сина и једну ћерку, укупно четворо деце.

214. Чеп стаје пола динара, а флаша без чепа деветнаест и по динара.

215. За 19 дана, јер су двадесетог дана дуплирале површину покривену после деветнаестог дана.

216. Већи је збир, јер је производ $0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 0$.

217. Могуће је. На пример, Даца је рођена у понедељак пред поноћ, а Аца у уторак после поноћи.

218. Могуће је. На пример, ако су рођене као тројке.

219. Зато што је то било млеко у праху.

220. Прво ће упалити шибицу или упаљач.

221. Треба најмање 6 минута. Означимо прженице редним бројевима: прва, друга и трећа. Свака прженица има две стране, А и Б. Вања ће пржити следећим редом.

1° Прва и друга прженица су у тигању и 2 минута им се прже стране А.

2° Окрене прву прженицу на страну Б, а уместо друге стави трећу окренуту на страну А. То се пржи 2 минута.

3° Прва прженица је спремљена, а на тигањ се стављају друга и трећа. окренуте на страну Б. (Обема су испржене стране А.) То се пржи још 2 минута.

Пржење је трајало 3 пута по 2 минута, укупно 6 минута.

222. Ако циглу поделимо на две половине, закључујемо да пола цигле тежи један килограм, па цела цигла тежи 2 килограма (види слику).



223. На другој кутији погрешно пише „плави или жути“, па су у тој кутији црвени кликери. На првој кутији погрешно пише „плави“, а како нису ни црвени (они су у другој кутији), онда су у првој кутији жути кликери. Према томе, у трећој кутији су плави кликери.

224. Збир бројева на картицама је 79, непаран је, па се не може поделити на два једнака збира. Али, ако окренемо наопако картицу са бројем 9, добићемо број 6 уместо 9. Онда ће збир бити за 3 мањи, тј. биће 76. Треба у оба реда добити збир 38. То није могуће учинити са бројем 25 и још

четири картице. Али, ако обрнемо картицу са бројем 6, уместо са бројем 9, добићемо број 9 и почетни збир већи за 3, односно збир 82. Онда сложимо картице у два реда: $2 + 3 + 4 + 7 + 25 = 41$ и $5 + 8 + 9 + 9 + 10 = 41$.

225. Решење видимо на слици.



12. МАТЕМАТИКА – ДРЕВНА РАЗБИБРИГА

226. Одстрељен голуб је пао с гране, а остали су одлетели. На грани није остала ни једна птица.

227. У Москву је ишла само баба. (Остале је срела на путу.)

228. У дворишту је једна гуска, једна кокошка и једна патка, укупно три птице.

229. Могуће је, јер су то уствари три особе: деда, његов син и његов унук.

230. Напиши 666 на папиру, па окрени лист, тако да написани број постаје 999.

231. Има више решења. На пример, $99 + 9 : 9$ или коришћењем римских цифара: C.

232. Прво оба дечака пређу на другу обалу. Онда један од њих врати чамац до оца. Затим, отац пређе на другу обалу. Тамо чамац пруже син и врати га на почетни положај. На крају, оба дечака седну у чамац и пређу на другу обалу, где их чека отац. Укупно су пет пута прелазили чамцем преко реке.

233. Свако следеће јутро пуж се налази за један метар ближе врху, него претходног дана. Тако ће се седмог дана ујутро наћи на 7 метара висине. Онда ће се током осмог дана попети за 3 метра и тако доспети на врх. Дакле, осмог дана увече, пуж ће стићи на врх стуба.

234. Рачунаћемо уназад. Пре трећег преласка моста, сељак је имао 12 рубаља. (Тих 12 рубаља је удвостручио прелазећи мост, па је на изласку имао 24 рубље, које је дао ђаволу.) Пре другог преласка моста имао је 18 рубаља. (Тих 18 рубаља је удвостручио прелазећи мост, али је на изласку од 36 рубаља морао ђаволу дати 24.) Значи да је прву мостарину платио када је имао 42 рубље (то је $18 + 24$). То значи да је пре првог преласка моста имао 21 рубљу (тј. пре првог дуплирања новца).

Дакле, кад се договорио са ђаволом, сељак је имао 21 рубљу. (Провери рачун, тј. рачунај како је сељак после трећег преласка моста остао без својих рубљи.)

235. Кад би све камиле биле једногрбе, онда би грба било 28, колико и глава. Међутим, грба има за 17 више него глава, што показује да је двогрбих камила било 17. Једногрбих има тачно 11.

236. Одредићемо најпре четвртину броја гусака. По изјави предводнице, два пута цело јато (8 четвртина) и још пола јата (2 четвртине) и још 1 четвртина износе 99 гусака. Дакле, 11 четвртина је 99 гусака, па четвртина јата броји $99 : 11$, односно 9 гусака. Цело јато (четири четвртине) је 36 гусака.

237. Док зец скочи 14 пута, пас скочи 4 пута. За то време зец претрчи 7 метара, а пас 8 метара. Значи да би смањио растојање за 1 метар, пас мора претрчати 8 метара. Да би сустигао зеца пас мора претрчати $8 \cdot 125 = 1000$ метара, односно 1 километар.

238. Судија је рачунао: богати путник је појео и платио трећину хлебава. Платио је 8 златника, што значи да хлебови укупно вреде 24 златника. Било је 8 хлебова, па је вредност једног хлеба 3 златника. Други Арабљанин је носио 3 хлеба, који вреде 9 златника, али је он појео трећину укупне количине хлебова за 8 златника (као и путник). Њему онда припада 1 златник. Први је носио 5 хлебова (вредности 15 златника), појео је

за 8 златника, а треба му надокнадити 7 златника. Дакле, први је добио 7, други 1 златник.

239. Паметни коњаник је браћи поклатио свог коња и они су онда извршили поделу, Сада су имали 18 коња, па је најстарији добио 9 (половину од 18), средњи је добио 6 (трећину од 18), а најмлађи је добио 2 коња (деветина од 18). Њих тројица су добили укупно $9 + 7 + 2 = 17$ коња. Они су узели 17 коња које им је отац оставио у наслеђе, па су паметном коњанику вратили његовог коња и још га лепо частили.

240. Главни судија трке наредио је да сваки јахач узјаше туђу камилу. На поновљени знак за почетак трке сви су јурнули, настојећи да стигну на циљ пре сопствене камиле.

241. Рачунамо уназад. Да би корпа остала празна после продаје трећем купцу, морало је у корпи бити само једно јаје. Тако је трећи добио пола од јајета и још пола јајета, а то је цело, последње јаје. Да би после продаје другом купцу у корпи остало једно јаје, морало је пре тога у корпи бити 3 јајета. Онда је други купац купио половину од 3 јајета, то је јаје и по, и још пола јајета. Јаје и по и још пола су 2 јајета. Други је купио 2 и остало је једно јаје. Тако увидимо да је сељанка на пијацу донела 7 јаја. (Први је купио пола од 7, то је 3 и по, и још пола јајета, дакле 4 јајета. У корпи је после тога остало 3.)

242. Наводимо редослед превозења.

1. Човек превезе козу на другу обалу.
2. Човек се врати на прву обалу.
3. Човек превезе корпу са купусом на другу обалу.
4. Човек врати козу на прву обалу.
5. Човек превезе вука на другу обалу.
6. Човек се врати на прву обалу.
7. Човек превезе козу на другу обалу.

243. Успели су. Ради једноставнијег излагања увешћемо ознаке: истраживач је ○, а урођеник је ●. Урођеник који зна да весла означен је са ●. Дајемо редослед превозења.

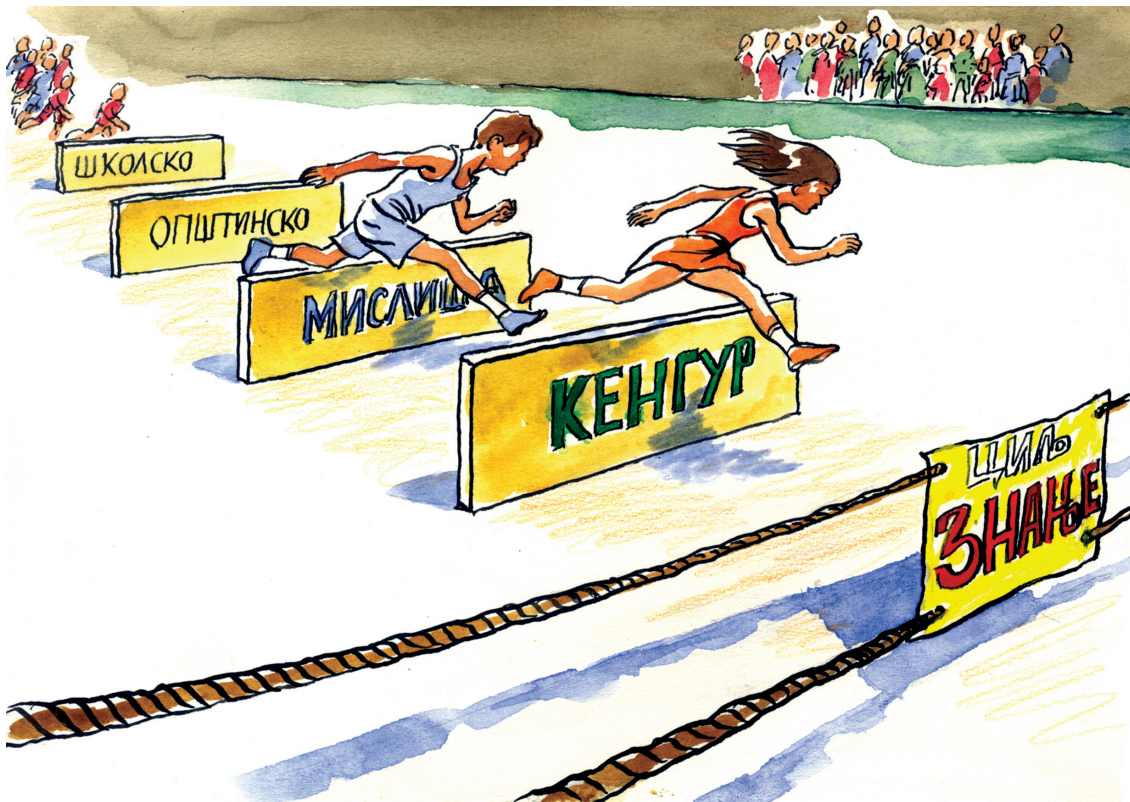
1. ○ и ● пређу на другу обалу.
2. ○ врати чамац на прву обалу.
3. ● и ● пређу на другу обалу.
4. ● врати чамац на прву обалу.
5. ○ и ○ пређу на другу обалу.
6. ○ и ● врате чамац на прву обалу.
7. ○ и ● пређу на другу обалу.
8. ○ и ● врате чамац на прву обалу.
9. ○ и ○ пређу на другу обалу.
10. ● врати чамац на прву обалу.
11. ● и ● пређу на другу обалу.
12. ● врати чамац на прву обалу.
13. ● и ● пређу на другу обалу.

244. Успели су да пређу за минималних 17 минута.

1. Пређу отац и дечак, па се отац врати са фењером (3 минута).
2. Пређу мајка и бака, па се дечак врати са фењером (10 + 2 минута).
3. Отац и дечак пређу мост (још 2 минута).

245. Први гусар подели плен на три, по њему једнаке гомиле, а други и трећи бирају. Ако се одлуче за различите гомиле, ту је крај поделе. Али, ако желе исту гомилу (сматрајући је највећом), онда они ту гомилу поделе на пола, на начин описан у тексту задатка. Затим, од преостале две бирају једну. Ако се одлуче за исту, поделе је на пола као и претходну. Ако се одлуче за различите гомиле, онда сваки од њих са првим гусарем подели по пола одабрану гомилу. У том случају користи се поступак описан у тексту задатка.

III МАТЕМАТИЧКА ТАКМИЧЕЊА



1. ШКОЛСКА ТАКМИЧЕЊА

А)

1. Израчунај вредност израза:

а) $468 + 389$, б) $902 - 209$, в) $40 - 15 : 5$.

2. У квадрате између бројева упиши тачно по један од знакова $+$, $-$ или $=$ (сва три знака морају бити употребљена), тако да добијеш тачну једнакост.

а) $7 \square 2 \square 39 \square 30$, б) $30 \square 40 \square 70 \square 0$.

ПАЗИ! Пронађи сва решења.

3. Гордана има 85 салвета. Мирјана има 5 пута мање салвета од Гордане, а Славица за 5 салвета више од Мирјане. Колико салвета има Славица?

4. Дата је дуж $AD = 20$ cm. Између тачака A и D је тачка B , таква да је $BD = 16$ cm и тачка C између B и D таква да је $AC = 15$ cm. Израчунај дужину дужи BC .

5. Ненад и његов син су пре две године заједно имали 40 година. Колико година ће они имати заједно за 3 године?

Б)

1. Напиши све парне бројеве седме стотине који су записани у таблици.

606	611	703	610
780	600	665	644
872	677	755	688
700	674	858	622
735	788	756	630
767	679	753	672

2. Запиши речима бројеве написане римским цифрама:
а) IV; б) CCXLII; в) CM.
3. Напиши све бројеве који се пишу цифрама 1, 4 и 7 (цифре се могу понављати), а који су већи од 242 и мањи од 466.
4. Који од бројева 723, 732 и 273 се највише смањи и за колико ако у сваком од њих цифре 7 и 3 замене места?
5. Дата је дуж $AC=25$ cm. Између тачака A и C је тачка B , таква да је $BC=8$ cm. Тачка D је дата тако да је C између B и D и да је $BD=21$ cm. Израчунај дужину дужи AD .

В)

1. Израчунај $209 + 211 - (208 + 210)$.
2. Попуни табелу уписујући бројеве уочених оштрих, правих и тупих углова на сваком од слова.

	П	Е	Т	А	Р
оштри			/		
прави			2		
тупи			/		

3. Запиши све троцифрене бројеве који се пишу цифрама 5, 3 и 8 (цифре се могу понављати), а који су већи од 555.
4. Може ли се круг са 3 праве поделити на 5 делова? Ако може да се подели, нацртај како!
5. Танасије зна да ће му остати 46 динара ако купи 3 свеске, а да му за куповину 5 таквих свезака недостаје 90 динара. Колико динара кошта једна свеска?

Г)

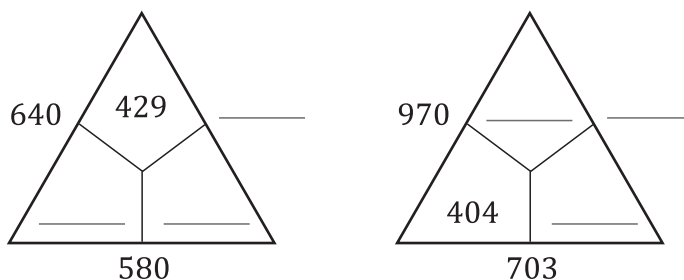
1. Запиши римским цифрама бројеве:

- а) највећи непаран број шесте стотине;
- б) најмањи паран број девете стотине.

2. Нацртај кружну линију са центром A . Обележи једну тачку те кружне линије са B и нацртај кружну линију са центром B . Одреди положаје тачака C , D , E и F тако да:

- C припада кругу са центром A и не припада кругу са центром B ,
- D припада кругу са центром B и не припада кругу са центром A ,
- E припада и једној и другој кружној линији,
- F не припада ни једном од кругова.

3. Ако су у троугловима сабирци, а око њих одговарајући зборови, напиши на цртама бројеве који недостају.



4. Напиши све непарне троцифрене бројеве којима је збир цифара једнак 5.

5. Стефан има 54 кликера: белих, жутих и плавих. Белих кликера има два пута више него жутих, а плавих колико белих и жутих заједно. Колико Стефан има белих, колико плавих, а колико жутих кликера?

2. ОПШТИНСКА ТАКМИЧЕЊА

А)

1. а) У назначена поља $13 \square + 62 \square = 753$ упиши цифре, тако да једна-
кост буде тачна. Два решења су $130 + 623 = 753$ и $133 + 620 = 753$. Нађи
још два решења.

б) У назначена поља $4 \square 2 - 3 \square 9 = 163$ упиши одговарајуће цифре, тако
да добијеш тачну једнакост. Нађи сва решења.

2. Између цифара (на левој страни)

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 = 100$$

упиши знаке рачунских операција и заграде, тако да једнакост буде тачна.
Нађи бар два решења.

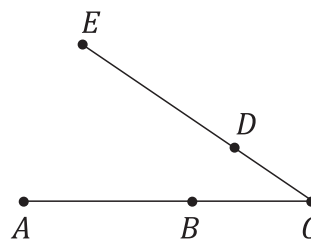
3. Уместо слова А стави одговарајућу цифру

$$\begin{array}{r} A \\ A A \\ + A A A \\ \hline 861 \end{array}$$

тако да добијеш тачно сабирање.

4. Колико различитих
а) правих, б) дужи

одређују тачке A, B, C, D и E које имају положај
као на слици? (Знамо да две различите тачке
одређују праву.)



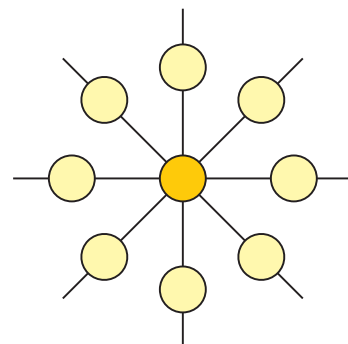
5. Један часовник заостаје (касни) 6 секунди за 5 дана. Које време ће по-
казивати 7. марта ове (2009.) године у подне, ако је дотеран да показује
тачно време првог јануара ове године у подне?

Б)

1. Запиши речима:

- а) највећи непаран број мањи од 500;
- б) најмањи паран број треће стотине.

2. Бројеве 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 упиши у кругове тако да је збир бројева у круговима на свакој од четири праве исти.



3. Нацртај кружну линију са центром A . Обележи једну тачку те кружне линије са B и нацртај кружну линију са центром B . Нацртај тачке C , D и E тако да C припада тачно једном од добијених кругова, D припада и једном и другом добијеном кругу и E не припада ни једном од добијених кругова.

4. Сваком од бројева између 60 и 70 дописана је нула између цифре десетице и цифре јединице.

- а) Израчунај највећи могући збир почетног двоцифреног и од њега добијеног троцифреног броја;
- б) Израчунај најмању разлику која се добија када се почетни двоцифрени број одузме од добијеног троцифреног броја.

5. Када је у Београду 18.00 часова, у Москви је 20.00 часова. Авион на линији Москва-Београд слетео је у Београд у подне. Ако је лет трајао 2 сата и 40 минута, у колико сати је авион полетео из Москве (по московском времену)?

В)

1. Нацртај 4 праве a , b , c и d , ако знаш да је права a нормална на праву b , права c нормална на b , а d паралелна са a . Затим, попуни табелу стављајући знак $\perp$ (ако су праве нормалне) или $\parallel$ (ако су праве паралелне):

	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

2. Вера је рођена деведесетог дана 2009. године. Колико дана је стара Вера данас (5. марта 2011. године)?

3. Израчунај збир и разлику највећег и најмањег троцифреног броја од којих сваки има збир цифара 8.

4. У квадрате упиши бројеве 2, 5, 7, 13, 16 и 21, тако да између свака два броја важи неједнакост одређена знаком који стоји између њих.

$$\square < \square < \square < \square > \square > \square$$

5. У земљи Ненадији постоји метални новац од 1 јоцка, 2 јоцка, 5 јоцка, 10 јоцка и 15 јоцка. Харалампије има 7 новчића у цепоу. Ако има највише 2 метална новчића од исте врсте, колико највише, а колико најмање јоцка може имати Харалампије?

Г)

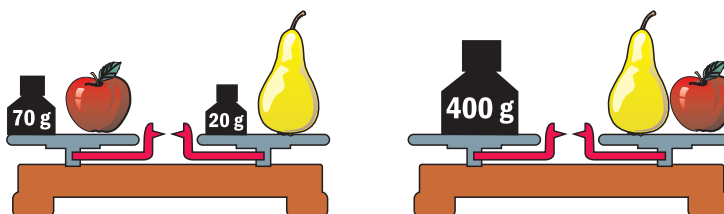
1. Иста слова замени истим, а различита слова различитим цифрама, тако да сабирање

$$MC + MC + MC = DM,$$

буде тачно и да је при томе у броју MC цифра десетица већа од цифре јединица. Израчунај: $D + 2 \cdot M + 3 \cdot C$

2. Тимотије је случајно отворио књигу и израчунао да збир броја којим је обележена лева страна и броја којим је обележена десна страна те књиге износи 41. Израчунај производ тих бројева.

3. У оба случаја на слици теразије су у равнотежи. Израчунај масу јабуке и масу крушке на основу слика.



4. Премести само једно палидрвце тако да добијеш тачну једнакост. Одреди сва решења.



5. На правој су тачке A , B , C и D , тако да је B између A и C , а D између B и C . Ако је $AB = 7\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm } 4\text{ mm}$ и $AD = 8\text{ cm } 8\text{ mm}$, израчунај дужину дужи CD .



3. МИСЛИША

Задаци који се оцењују са 3 бода



1. Који број треба уписати у празан квадратић

4 4 4 4 3 3 3 2 2

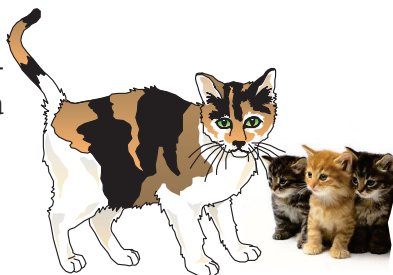
(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

2. Девети месец у години је

(A) јули (B) август (C) септембар (D) октобар (E) новембар

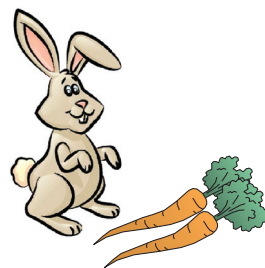
3. Свака од четири тетка Љиљине мачке ома-
цила је по три мачета. Колико мачића сада
има тетка Љиља?

(A) 3 (B) 4 (C) 6
(D) 8 (E) 12



4. Сваки Владин зечић за ручак поједе по 2 шаргаре-
пе. Влада има 5 зечића и 8 шаргарепа. Колико још
шаргарепа треба Влада да набави да би све своје зечиће
нахранио за ручак?

(A) још 6 (B) још 5 (C) још 4
(D) још 3 (E) још 2



5. Мајина мама је за припремање ручка потрошила
3 парадајза, а Анина мама је потрошила 2 пара-
дајза више него Мајина мама.

Колико је парадајза потрошила Анина мама?

(A) 2 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) 6



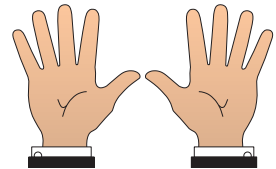
6. Лука је седео за столом и читао књигу. Књига је имала 30 страна. Колико му је још страна остало да прочита, ако се зна да је прочитао 12 листова?

(A) 18 (B) 16 (C) 12
(D) 10 (E) 6



7. На једној руци има 5 прстију, на две руке 10 прстију. Колико прстију има на 10 руку?

(A) 100 (B) 50 (C) 25
(D) 20 (E) 10



8. На тањиру су стајале 3 крушке и 5 шљива. Саша и Миша су појели све крушке и исто толико шљива. Колико је шљива остало на тањиру?

(A) 2 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) 8



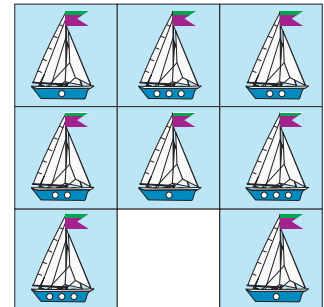
Задачи који се оцењују са 4 бода

9. Колико двоцифрених бројева можемо написати користећи само цифре 2 и 5?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. На овом цртежу једно поље је празно. Треба га попунити тако да цела ова слика има логичког смисла. Колико белих кружића треба да буде нацртано на броду који недостаје?

(A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) Произвољан број
(E) Не може се утврдити



11. Пера је на табли написао ове бројеве:

1, 3, 1, 5, 10, 12, 2, 3, 33, 7, 10.

Пажљиво их посматрај, па одговори на следећа 3 питања:

- Колико је бројева Пера написао?
- Колико је међу њима различитих бројева?
- Колико је цифара Пера употребио за исписивање свих бројева које је написао?

- (A) 11 бројева, 9 различитих бројева, 14 цифара
(B) 12 бројева, 12 различитих бројева, 11 цифара
(C) 11 бројева, 10 различитих бројева, 13 цифара
(D) 10 бројева, 10 различитих бројева, 15 цифара
(E) 11 бројева, 8 различитих бројева, 15 цифара

12. Колика је најмања, а колика највећа разлика два једноцифрена броја?

- (A) најмања 1, највећа 8 (B) најмања 1, највећа 9
(C) најмања 0, највећа 9 (D) најмања 0, највећа 8
(E) не може се одредити.

13. Колико још дечака треба да стане у другу (доњу) врсту да би у њој било два пута више дечака него у првој (горњој) врсти?

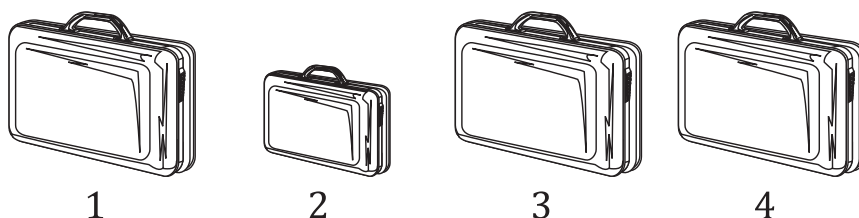
- (A) 3 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10



14. У два балона налазиле су се једнаке количине млека. Када су из првог балона прелили у други балон 2 литра млека, тада је у другом балону било 5 литара млека. Колико је литара млека било у првом балону пре пресипања?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

15. Учитељица је казала ђацима да ове кофере обоје тако да мали кофер буде обојен црвеном бојом и да буде између жутог и зеленог, а да црни кофер буде поред жутог. Којим бројем ће, после тога, бити означен жути кофер?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) Не може се одредити

16. Необична кинеска породица. Мајка има четири сина. Тун Тун има три старија брата. Жун Жун има три млађа брата. Мин Мин има једног старијег брата и двојицу млађих, а Пин Пин има двојицу старијих и једног млађег брата. Поређај браћу од најмлађег до најстаријег.

- (A) Тун Тун, Мин Мин, Жун Жун, Пин Пин,
 (B) Пин Пин, Мин Мин, Тун Тун, Жун Жун
 (C) Пин Пин, Тун Тун, Мин Мин, Жун Жун
 (D) Тун Тун, Пин Пин, Мин Мин, Жун Жун
 (E) Тун Тун, Мин Мин, Пин Пин, Жун Жун

17. Колико дужи видиш на овој слици:

- (A) 9 (B) 12 (C) 16 (D) 25 (E) 30



Задаци који се оцењују са 5 бодова

18. Један брзи воз сваког минута прелази по 1 километар. Колико ће километара прећи тај воз за 2 сата и 15 минута?



- (A) 115 km (B) 120 km (C) 125 km (D) 135 km (E) 136 km

19. На слици су приказане Каћине луткице. Маја има 2 луткице.

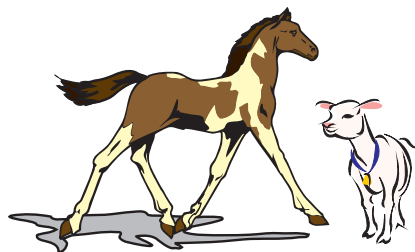


Која од следећих реченица је тачна?

- (A) Маја има 4 луткице више него Каћа.
 (B) Маја има 3 пута више луткица него Каћа.
 (C) Каћа има 4 луткице мање него Маја.
 (D) Маја има 4 пута мање луткица него Каћа.
 (E) Маја има 6 луткица више него Каћа.

20. На ливади се играју ждребе и јаре. Ждребе има 5 месеци, а јаре 3 месеца. Колико ће месеци имати јаре када ждребе буде имало годину и један месец?

- (A) 11 (B) 10 (C) 9
 (D) 8 (E) 7



21. Јоца је у кутији имао 30 кликера. Неки су били црвени, неки плави, а неки жути. Дошао је Моца и замолио Јоцу да му поклати 7 кликера исте боје. Јоца је пристао, али под условом да Моца тачно одговори на следеће питање: "Колико најмање кликера треба да извадимо из кутије, не гледајући у кутију, да бисмо били сигурни да се међу њима налази 7 кликера исте боје?" Помозите Моци!

- (A) 22 (B) 21 (C) 20 (D) 19 (E) 18

22. Из "Невена" Чика Јове Змаја (10/1899-1900)

"Имао сам (нећу да кажем кол'ко) ораха. Половину и још 3 више поделио сам друговима. А, кад сам од остатка појео 2, остао ми је још само 1. Колико сам имао ораха?"

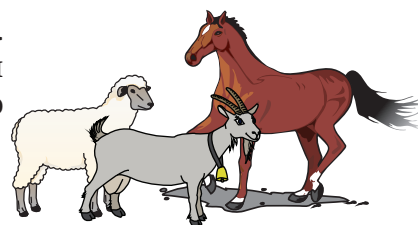
- (A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 18

23. Шта је веће и за колико: збир свих парних или збир свих непарних бројева прве десетице?

- (A) Већи је збир непарних за 10. (B) Већи је збир парних за 10.
(C) Већи је збир непарних за 5. (D) Већи је збир парних за 5.
(E) Већи је збир непарних за 15.

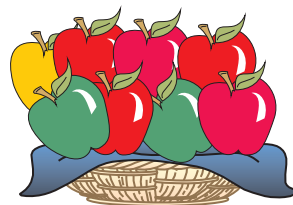
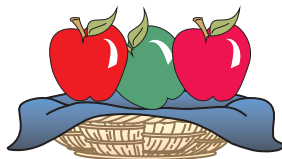
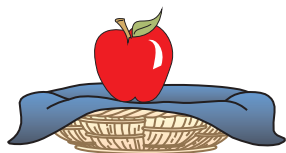
24. На једној фарми има коза, оваца и коња. Коза и оваца заједно има 50, оваца и коња заједно има 35, а коза и коња заједно има 25. Колико на тој фарми има коња?

- (A) 5 (B) 10 (C) 12
(D) 15 (E) 20



25. Наставник је распоредио јабуке овако: на први тањир је ставио 1 јабуку, на други 3, а на трећи 8 јабука. Затим је ученицима поставио задатак да у што мањем броју премештања распореде јабуке, тако да на свим тањирима буде исти број јабука. Међутим, наставник је дао и још један услов: премештање се може вршити само тако што се на један тањир може стављати тачно онолико јабука колико их на њему већ има. Коначно, питање је гласило:

"Колики је најмањи број размештања потребан да се то уради?"



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) То је немогуће

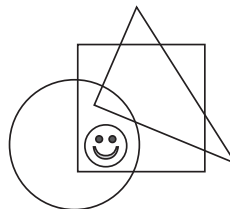
4. КЕНГУР БЕЗ ГРАНИЦА

Задаци који вреде 3 поена

1. $200 \cdot 9 + 200 + 9 =$
 А) 418 Б) 1909 В) 2009 Г) 4018 Д) 20009

2. Где је смешко?

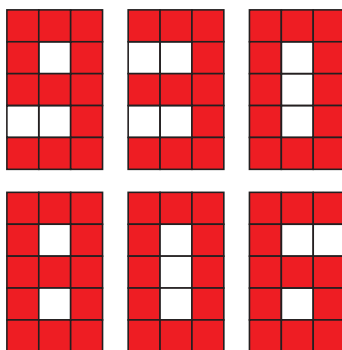
- А) У кругу и у троуглу, али не и у квадрату.
 Б) У кругу и у квадрату, али не и у троуглу.
 В) У троуглу и у квадрату, али не и у кругу.
 Г) У кругу, али не ни у квадрату ни у троуглу.
 Д) У квадрату, али не ни у кругу ни у троуглу.



3. Четири штапа имају укупно 8 крајева. Колико крајева има шест и по штапова?

- А) 6 Б) 8 В) 12 Г) 13 Д) 14

4. На дисплеју је број 930 (види слику). За колико малих квадратних светиљки треба променити положај прекидача (упаљене угасити или угашене упалити) да бисмо добили број 806?

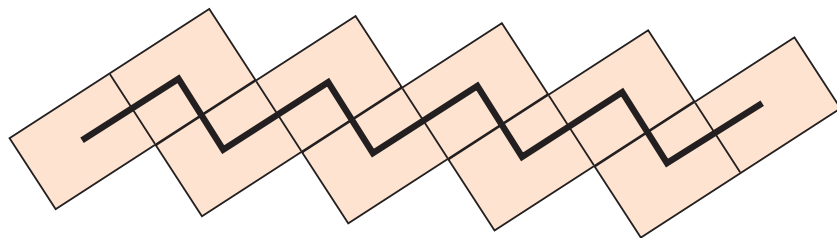


- А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 8 Д) 9

5. Мама је купила 16 мандарина. Каћа је појела половину, Ева две, а Дана остатак. Колико је мандарина Дана појела?

А) 4 Б) 6 В) 8 Г) 10 Д) 12

6. Антоније је од 10 плочица ширине 4 dm и дужине 6 dm у башти направио стазу као на слици. Црном бојом спојио је средишта плочица.



Колико је дугачка црна линија?

А) 24 dm Б) 40 dm В) 46 dm Г) 50 dm Д) 56 dm

7. Стефан је бацао коцкицу за игру четири пута и укупан број тачкица добијених на горњој страни био је 23. Колико пута је на горњој страни било 6 тачкица?

А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) 4

8. Филм траје 90 минута. Почео је у 17.10. У току пројекције биле су две паузе за рекламе, прва је трајала 8 минута, а друга 5 минута. Када се филм завршио?

А) у 18.13 Б) у 18.27 В) у 18.47 Г) у 18.53 Д) у 19.13

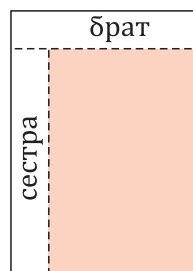
Задаци који вреде 4 поена

9. У плесној групи има 25 дечака и 19 девојчица. Сваке седмице 2 нова дечака и 3 нове девојчице прикључују се плесној групи. После колико седмица биће исти број дечака и девојчица у плесној групи.

А) 6 Б) 5 В) 4 Г) 3 Д) 2

10. Петар је поделио чоколаду тако што је за брата одломио једну врсту са 5 парчића, а затим за сестру једну врсту од 7 парчића, на начин приказан на слици. Колико је парчића имала цела чоколада?

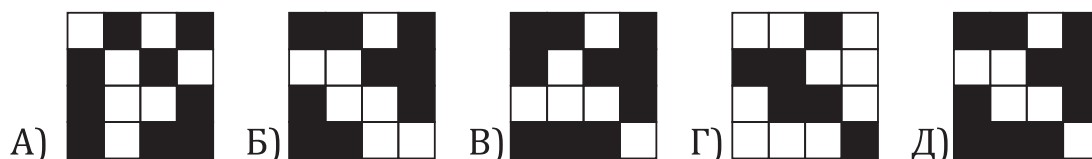
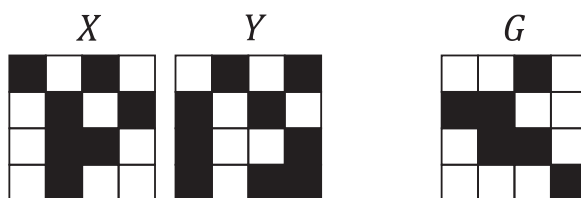
- А) 28 Б) 32 В) 35
Г) 40 Д) 54



11. Бела и црна свиња заједно су тешке 320 kg. Црна свиња је за 32 kg тежа од беле. Колико је тешка бела свиња?

- А) 128 kg Б) 144 kg В) 160 kg Г) 176 kg Д) 192 kg

12. Слици X одговара слика Y. Која слика одговара слици G?

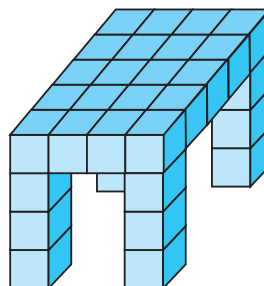


13. Дужина једне стране правоугаоника је 8 cm, док је дужина друге једнака њеној половини. Колика је дужина стране квадрата који има исти обим као тај правоугаоник?

- А) 4 cm Б) 6 cm В) 8 cm Г) 12 cm Д) 24 cm

14. Тома је направио сто од малих коцки (види слику). Колико коцки је употребио?

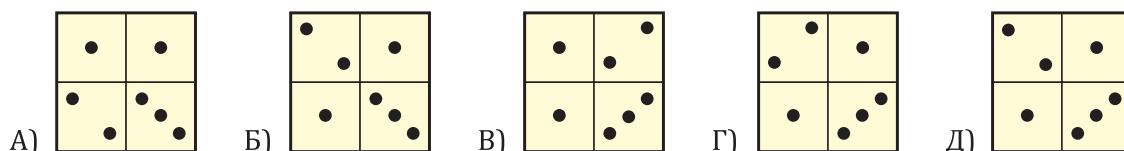
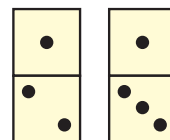
- А) 24 Б) 26 В) 28
Г) 32 Д) 36



15. Три веверице, Маца, Наца и Даца, скупиле су 7 лешника. Свака од њих је скупила различит број лешника, при чему је свака нашла бар један лешник. Маца је скупила најмање, а Наца највише. Колико је лешника скупила Даца?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) Не може се одредити

16. Која се фигура не може добити од домина

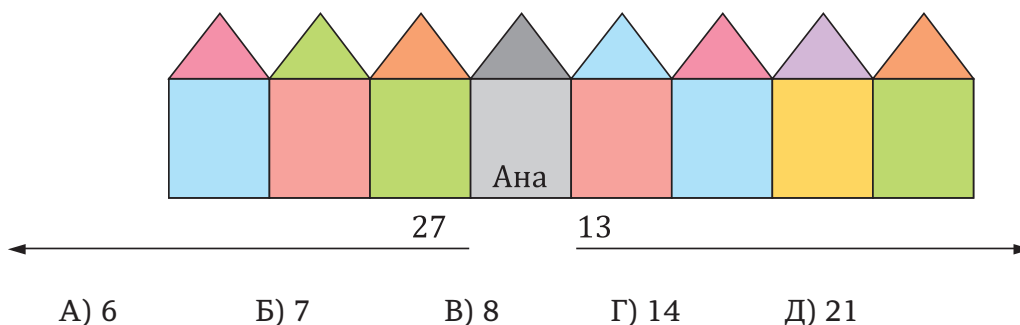


Задаци који вреде 5 поена

17. Фармер има 30 крава и неколико кокошака, али нема других животиња. Укупан број ногу кокошака једнак је укупном броју ногу крава. Колико животиња укупно има фармер?

- А) 60 Б) 90 В) 120 Г) 180 Д) 240

18. Ана и Петар живе у истој улици. Са једне стране Анине куће има још 27 кућа, а са друге стране 13. Петар живи у кући која је тачно на средини улице. Колико кућа има између Анине и Петрове куће?



19. Тајни агент жели да дешифрује шестоцифрени код. Он зна да је збир цифара на парним позицијама једнак збиру цифара на непарним позицијама. Који од следећих бројева може бити код?

- А) 81**61 Б) 7*727* В) 4*4141 Г) 12*9*8 Д) 181*2*

20. Миа скупља слике славних спортиста. Сваке године број њених слика једнак је збиру броја њених слика у претходне две године. 2008. године она је имала 60 слика, а 2009. године има 96 слика. Колико је слика имала 2006. године?

- А) 20 Б) 24 В) 36 Г) 40 Д) 48

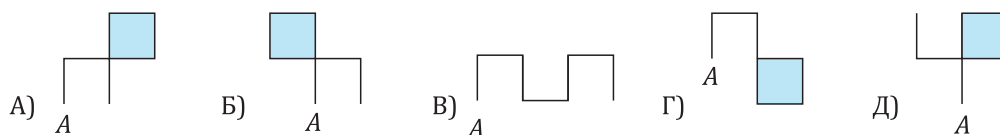
21. Букет се састоји од једног црвеног, једног плавог, једног жутог и једног белог цвета. Пчелица Маја слеће на сваки цвет само једном. Она креће са црвеног цвета и не лети директно са жутог на бели цвет. На колико начина пчелица Маја може обићи све цветове?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 6

22. Дух је изашао у 6.15 и тада су казаљке „лудог“ сата, који је показивао тачно време, почеле да се крећу добром брзином, али уназад. Дух се поново појавио у 19.30. Које време је „луди“ сат показивао у моменту када се дух вратио?

- А) 17.00 Б) 17.45 В) 18.30 Г) 19.00 Д) 19.15

23. Силвија црта фигуру које се састоје од линија, које су све дужине 1 cm. На крају сваке линије она увек скрене за 90° , било лево или десно. На сваком скретању она црта симбол ♥ или ♠ на засебном папиру. Једног дана нацртала је фигуру за коју је одговарајући низ симбола био: ♥♠♠♠♥♥. Исти симбол означава исти смер. Коју од следећих фигура је могла да нацрта, ако је цртање започела из тачке А?



24. У земљи Смешнастопала лево стопало сваког мушкарца је за два броја веће од десног, док је лево стопало сваке жене за један број веће. Међутим, ципеле се увек продају у пару исте величине. Да би уштедели новац, група пријатеља купила је ципеле заједно. Након што је свако обуо ципеле које му одговарају, преостале су тачно две ципеле, једна број 36 и друга број 45. Који је најмањи могући број пријатеља у групи?

А) 5

Б) 6

В) 7

Г) 8

Д) 9

IV

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ТАКМИЧЕЊА



1. ШКОЛСКА ТАКМИЧЕЊА

А)

1. а) 857, б) 693, в) 37.

2. а) $7 \boxed{+} 2 \boxed{=} 39 \boxed{-} 30$,
б) $30 \boxed{+} 40 \boxed{=} 70 \boxed{-} 0$, $30 \boxed{+} 40 \boxed{-} 70 \boxed{=} 0$.

3. Мирјана има $85 : 5 = 17$ салвета, а Славица $17 + 5 = 22$.

4. Како је $BD = 16$ cm, то је $AB = AD - BD = 4$ cm. Дуж AC једнака је збиру дужи AB и BC, па је $BC = AC - AB = 11$ cm. (Види слику.)



5. У односу на пре две године, за три године и Ненад и његов син ће имати по 5 година више. Значи, укупан број година ће се повећати за 10, па ће заједно имати 50 година.

Б)

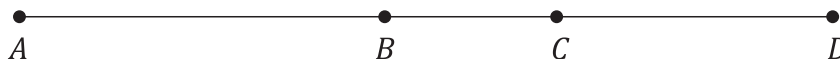
1. Парни бројеви седме стотине у табели су: 606, 610, 644, 688, 700, 674, 622, 630 и 672.

2. а) четири; б) двеста четрдесет два; в) деветсто или девет стотина.

3. 411, 414, 417, 441, 444, 447.

4. 723 се смањи за 396, 732 се смањи за 360, а 273 се смањи за 36. Дакле, највише ће се смањити број 723.

5. Има више начина за решавање задатка. Један начин је следећи:



Како је $AC = 25$ cm и $BC = 8$ cm, то је $AB = 17$ cm. Дужина дужи AD једнака је збиру дужина дужи AB и BD , па је $AD = 38$ cm.

В)

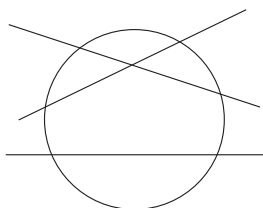
1. Вредност израза је 2.

2.

	П	Е	Т	А	Р
оштри	0	0	0	3	0
прави	2	4	2	0	5
тупи	0	0	0	2	0

3. 558, 583, 585, 588, 833, 835, 838, 853, 855, 858, 883, 885, 888.

4. Може. Један пример дат је на слици.



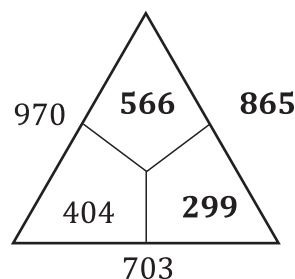
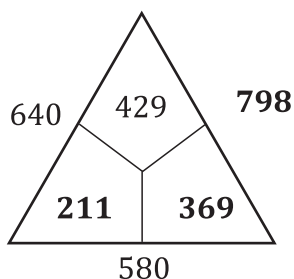
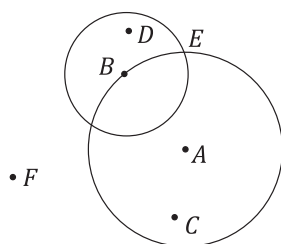
5. Како за $2=5-3$ сvesака треба платити $136=46+90$ динара, то за једну свеску треба дати $136:2=68$ динара.

Г)

1. а) DXCIX; б) DCCCII.

2.

3.



4. Како је $5=5+0+0=4+1+0=3+2+0=3+1+1=2+2+1$ (то су свих 5 начина записивања броја 5 у облику збира 3 једноцифрена броја) и како тражени бројеви треба да буду непарни, то су решења бројеви: 401 (добитијен из другог наведеног збира), 203 (из трећег збира), 311, 131, 113 (из четвртог збира) и 221 (из петог збира). Дакле, укупно има 6 таквих бројева.

5. Жутих кликера: ————— x ,
 Белих кликера: ————— $2x$,
 Плавих кликера: ————— $3x$,
 Заједно кликера: ————— $6x=54$
 Дакле, жутих кликера има $54:6=9$, белих 18, а плавих 27.

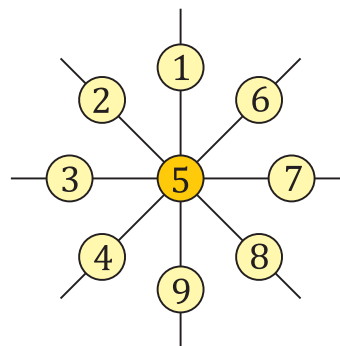
2. ОПШТИНСКА ТАКМИЧЕЊА

А)

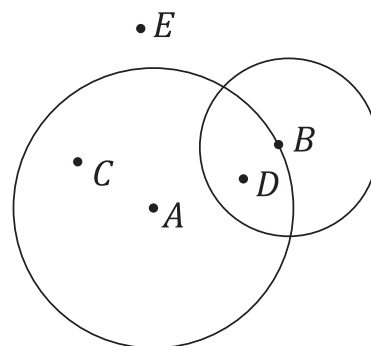
1. а) $131 + 622$ и $132 + 621$.
 б) Како при одузимању цифре јединица једну десетицу преводимо у јединице, цифре десетица се заправо разликују за 7, па су сва могућа решења: 492 и 329, 482 и 319, 472 и 309.
2. Нека могућа решења су $5 \cdot (5 \cdot 5 - 5)$, $(5 \cdot 5 - 5) \cdot 5$ или $(5 + 5) \cdot (5 + 5)$.
3. Збир три иста једноцифрена броја, означена са A , завршава се цифром 1. Како се $3 \cdot A$ завршава са 1 само у случају $3 \cdot 7 = 21$, закључујемо да је $A = 7$. Онда имамо сабирање: $A + AA + AAA = 7 + 77 + 777 = 861$.
4. а) 6 правих: $p(A, B)$, $p(A, D)$, $p(A, E)$, $p(B, D)$, $p(B, E)$, $p(C, D)$.
 б) 10 дужи: $AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE$.
5. Од 1. јануара до 7. марта прође укупно 65 дана, а то је 13 пута по 5 дана. Дакле, часовник ће каснити 13 пута по 6 секунди, што је укупно 78 секунди. Часовник ће у подне 7. марта показивати 11 часова 58 минута и 42 секунде.

Б)

1. а) четири стотине деведесет (и) девет.
 б) две стотине (и) два.
2. Једно решење дато је на слици десно.



3. Једно решење дато је на слици десно.



4. Троцифрени бројеви који се добијају су: 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608 и 609.

а) $609 + 69 = 678$;

б) Разлика је увек иста и износи 540.

5. Авион је полетео из Москве у 09.20 часова по београдском времену. Како се времена разликују за 2 сата, по московском времену је било 11.20 часова.

В)

1.

	a	b	c	d
a		$\perp$	$\parallel$	$\parallel$
b	$\perp$		$\perp$	$\perp$
c	$\parallel$	$\perp$		$\parallel$
d	$\parallel$	$\perp$	$\parallel$	

	b	a
		c
		d

2. Како је $31 + 28 + 31 = 90$ то значи да је Вера рођена 31. марта 2009. године. Дакле, Вера има 1 годину 11 месеци и 5 дана. До пуне 2 године недостаје јој 26 дана (од 5. до 31. марта). Она је данас стара $365 + 365 - 26 = 704$ дана.

3. Највећи такав број је 800, а најмањи 107, па је тражена разлика 693, а тражени збир 907.

4. Задатак има више решења. За свако важи

$$\square < \square < \square < 21 > \square > \square$$

Једно решење је $2 < 5 < 7 < 21 > 16 > 13$.

5. Харалампије највише може имати $2 \cdot 15 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + 2 = 62$ јоцка, а најмање $2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 10 = 26$ јоцка.

Г)

1. Како је збир три иста двоцифрена сабирка двоцифрен број, то M може бити 1, 2 или 3, а како је $M > C$, то C може бити 0, 1 или 2, зависно од вредности M . Како је $C + C + C = M$, то је једина могућност $M = 3$ и $C = 1$, па је $D = 9$. Дакле, $D + 2 \cdot M + 3 \cdot C = 18$. (Дати збир је $31 + 31 + 31 = 93$.)

2. Како су узастопне стране обележене узастопним бројевима и како је $41 = 20 + 21$ то је лева страна обележена са 20, а десна са бројем 21. Тражени производ је $21 \cdot 20 = 420$.

3. Са терезија лево види се да је маса крушке за 50 g већа од масе јабуке. Да је на десној слици, на терезијама десно, уместо крушке јабука, укупна маса била би за 50 g мања, па би маса две јабуке била 350 g, односно маса једне јабуке била би 175 g. Дакле, маса крушке је 225 g.

4. Решења су:
 $XIV + V = XIX$, $XV + IV = XIX$, $XVI + IV = XX$, $XVI + V = XXI$.

5. Распоред тачака A, B, C, D је као на слици.



Видимо најпре да је $AB + BC = AC$. Дакле, $AC = 7 \text{ cm} + 5 \text{ cm } 4 \text{ mm} = 12 \text{ cm } 4 \text{ mm}$. Онда је тражена дуж: $CD = AC - AD = 12 \text{ cm } 4 \text{ mm} - 8 \text{ cm } 8 \text{ mm} = 3 \text{ cm } 6 \text{ mm}$.

3. МИСЛИША

1. (E) 1.
(Четири четворке, три тројке, две двојке, једна јединица.)
2. (C) септембар.
3. (E) 12,
јер је $3 \cdot 4 = 12$.
4. (E) још 2.
5. (D) 5.
6. (E) 6.
Пажња, пажња! Један лист – две стране! $30 - 12 \cdot 2 = 30 - 24 = 6$.
7. (B) 50,
јер је $10 \cdot 5 = 50$ (једна рука – 5 прстију!).
8. (A) 2,
јер су од 5 шљива поједене 3.
9. (C) 4.
То су бројеви: 22, 25, 52, 55.
10. (B) 2.
У сваком реду – водоравно и усправно – треба да се нађе по 1 брод на коме је 1 бели кружић, 1 брод са 2 бела кружића и 1 брод са 3 бела кружића. Дакле, било да посматрамо усправне, било водоравне редове, недостаје брод са 2 бела кружића.
11. (E) 11 бројева, 8 различитих бројева, 15 цифара.
Пера је на табли написао 11 бројева. Међу њима се неки понављају (број 1, број 3 и број 10 су написани по два пута), а да би све те бројеве на табли написао употребио је 15 цифара.

12. (C) најмања 0, највећа 9.

12.Разлика је најмања (0) кад су умањеник и умањилац једнаки, а највећа у случају $9 - 0 = 9$.

13. (E) 10.

13.У првој врсти има 7 дечака. Два пута већи број од броја 7 је број 14. У другој врсти има 4 дечака, а да би их било 14 потребно је да дође још 10 дечака.

14. (A) 3.

14.Кад смо у други балон сипали 2 литра, тада је у њему било 5 литара. Шта то значи? Значи да је пре сипања (доливања) та 2 литра, у другом балону било 3 литра млека. А шта то значи? То значи да је и у првом балону било 3 литра млека (јер су, на почетку) у два балона биле једнаке количине млека.

15. (C) 3.

15.Да би мали кофер био између жутог и зеленог, кофери означени бројевима 1 и 3 морају бити обојени жутом и зеленом бојом, али још не знамо којим редом (можда је жути број 1, а зелени број 3, а можда је жути број 3, а зелени број 1). То ћемо утврдити после читања другог услова који гласи да црни кофер треба да буде поред жутог. Да би тај услов био испуњен, жутом бојом треба да обојимо кофер број 3. Црни кофер, тј. кофер број 4, биће тада поред жутог кофера.

16. (D) Тун Тун, Пин Пин, Мин Мин, Жун Жун.

16.Послужи се одговарајућим цртежом!

17. (D) 25.

17.Три троугла по 3 дужи и 4 квадрата по 4 дужи, тј. $3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 9 + 16 = 25$.

18. (D) 135 km,

18.јер у 2 сата и 15 минута има укупно 135 минута!

19. (D). Маја има 4 пута мање луткица него Каћа.

20. (A) 11.

Годину и један месец, то је укупно 13 месеци. Да би ждребе имало 13 месеци, треба да прође још 8 месеци (јер сада има 5 месеци), а кроз 8 месеци јаре ће имати 11 месеци (јер сада има 3 месеца).

21. (D) 19.

Кликере узимамо не гледајући у кутију. Осим тога, задатак треба да решимо тако да наш одговор важи и у најнеповољнијем случају. Шта је у овом задатку најнеповољнији случај? Ако желимо кликере исте боје, а извлачимо из кутије разнобојне кликере – то су за нас неповољни случајеви. Колико пута то може да нам се деси? Ако нам се деси да из кутије узмемо 6 црвених, 6 плавих и 6 жутих кликера (укупно 18 кликера) – још увек нисмо решили задатак. Сада је јасно да ће са узимањем следећег, 19. кликера, задатак бити решен. Тај кликер, ма које боје био, биће седми кликер исте боје кад се придружи некој од група од по 6 кликера једне боје, које смо претходно већ узели.

22. (A) 12.

Половину од свих ораха добили су другови. Она 3 ораха, која су такође добили другови, припадала су другој половини од укупне количине ораха. Тој половини су припадала и два поједена ораха, као и 1 орах који је остао на крају. Значи, другу половину укупне полазне количине ораха чине 6 ораха ($3+2+1=6$), што значи да је на почетку било 12 ораха.

23. (D) Већи је збир парних за 5.

У првој десетици има 5 парних бројева (2, 4, 6, 8, 10) и 5 непарних бројева (1, 3, 5, 7, 9). Како је сваки парни број већи од одговарајућег непарног за 1, а парова има 5, збир парних бројева биће за 5 већи од збира непарних.

$$(2+4+6+\dots+10)-(1+3+5+\dots+9)=(2-1)+(4-3)+(6-5)+\dots+(10-9)=5$$

24. (A) 5.

Ако направимо збир бројева 50, 35 и 25, (тј. $50+35+25=110$), видимо да у њему учествује сваки од бројева коња, коза и оваца по два пута. То значи: коња, коза и оваца укупно има $110:2=55$. Из поставке задатка знамо да коза и оваца заједно има 50. Како свих животиња заједно има 55, значи да коња има: $55-50=5$.

25. (В) 3.

Најпре пребројимо све јабуке и видимо да их укупно има 12 ($1 + 3 + 8 = 12$). Пошто треба да их буде једнако на сваком тањиру, лако израчунавамо да на сваком тањиру треба да буде по 4 јабуке ($12 : 3 = 4$). Да бисмо обезбедили да на сваком тањиру буду по 4 јабуке, треба да извршимо следећа премештања:

1° премештање – са другог тањира на први ставимо 1 јабуку.

На првом тањиру сада има 2 јабуке, на другом остају
2 јабуке, а на трећем има 8 јабука.

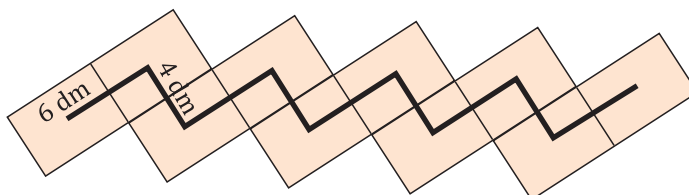
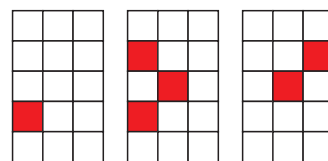
2° премештање – са трећег тањира на први стављамо 2 јабуке (јер тамо већ постоје 2 јабуке).

3° премештање – са трећег тањира на други стављамо две јабуке (јер тамо већ постоје 2 јабуке).

После овога, на сваком тањиру се налазе по 4 јабуке!

4. КЕНГУР БЕЗ ГРАНИЦА

1. В) 2009.
($200 \cdot 9 + 200 + 9 = 1800 + 209 = 2009$.)
2. Б) У кругу и квадрату, али не и у троуглу.
(Смешко се налази у пресеку круга и квадрата, а изван троугла.)
3. Д) 14.
Сваки штап има 2 краја, без обзира на величину. Дакле, шест и по штапова има исто крајева као и седам штапова, тј. има 14 крајева.
4. Б) 6.
Да би уместо броја 9 на дисплеју био број 8, потребно је променити положај прекидача за једну малу квадратну светиљку, да би уместо броја 3 на дисплеју био број 0, треба променити положај прекидача за 3 светиљке и, да би уместо броја 0 био број 6, треба променити положај прекидача за 2 светиљке (на слици су обележене за које се мења положај прекидача). Дакле, укупно је потребно променити положај прекидача за $1 + 3 + 2 = 6$.
5. Б) 6.
Каћа је појела половину, тј. 8 мандарина и остало је још 8. Од тога је Ева појела 2, па је Дана појела остатак, а то је $8 - 2 = 6$.
6. В) 46.
Линија која спаја средишта две суседне плочице је или 6 dm или 4 dm (види слику). Црна линија се састоји од пет линија дужине 6 dm и четири дужине 4 dm, па је укупне дужине $5 \cdot 6 + 4 \cdot 4 = 30 + 16 = 46$ dm.



7. Г) 3.

На горњој страни 6 тачкица је морало бити мање од 4 пута, јер је $4 \cdot 6 = 24 > 23$. Ако би 6 тачкица било 2 пута тада би у четири бацања збир тачкица и био највише $2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 = 12 + 10 = 22 < 23$. Једина могућност је да је 6 тачкица било 3 пута, а у преосталом бацању 5 тачкица ($3 \cdot 6 + 5 = 18 + 5 = 23$).

8. Г) 18.53.

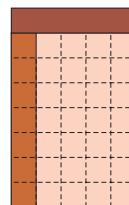
Филм траје 90 минута, односно 1 сат и 30 минута. Рекламе трају заједно $8 + 5 = 13$ минута, па филм заједно са рекламама траје 1 сат и 43 минута.

9. А) 6.

Разлика између броја дечака и девојчица је $25 - 19 = 6$. Како се сваке седмице прикључују три девојчице и два дечака, то се разлика смањи за 1 сваке седмице. То значи да ће се број дечака и девојчица изједначити после 6 седмица.

10. Г) 40.

Чоколада има $5 \cdot (7 + 1) = 5 \cdot 8 = 40$ парчића (види слику).



11. Б) 144.

Када би црна свиња била 32 kg лакша онда би црна и бела имале исту тежину и то $(320 - 32) : 2 = 288 : 2 = 144$ kg. Према томе, бела свиња је тешка 144 kg (а црна 176 kg).

12. Д).

Слика У добија се из слике Х тако што се сваки црни квадратички замени белим и обрнуто. Према томе, слици Г одговара слика Д).

13. Б) 6 cm.

Дужина једне стране правоугаоника је 8 cm, а дужина друге је $8 : 2 = 4$ cm. Обим правоугаоника је тада $2 \cdot (8 + 4) = 2 \cdot 12 = 24$ cm. Ако са a обележимо дужину стране квадрата чији је обим 24 cm, тада је $4 \cdot a = 24$ cm, па је $a = 24 : 4 = 6$ cm.

14. Г) 32.

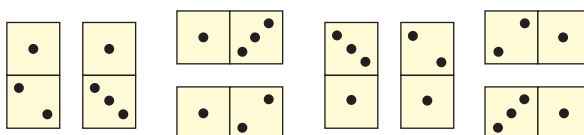
Горњу плочу стола чини $5 \cdot 4 = 20$ малих коцки. Поред тога, за ногаре је потребно још $4 \cdot 3 = 12$ коцки.

15. Б) 2.

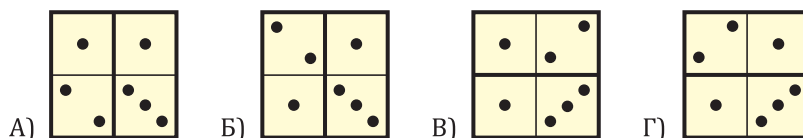
Ако је Маца скупила бар 2 лешника, онда је Даца скупила бар 3 и Наца бар 4, што је укупно $2 + 3 + 4 = 9$ лешника, што је немогуће. Дакле, Маца је нашла 1 лешник, па је Даца нашла бар 2 лешника. Даца није могла скупити 3 лешника, па остаје једина могућност, да је она скупила 2 лешника.

16. Д)

„Окретањем” дате домине могу се наћи у следећим положајима



Фигуре А), Б), В) и Г) могу се добити од датих домина као на следећим сликама, док фигуру Д) није могуће добити.



17. Б) 90.

Краве имају укупно $30 \cdot 4 = 120$ ногу. Нека фармер има x кокошака. Тада је укупан број ногу кокошака једнак $2 \cdot x$, а како је број ногу кокошака једнак броју ногу крава, то је $2 \cdot x = 120$, па је $x = 120 : 2 = 60$. Дакле, фармер има 30 крава и 60 кокошака, па је укупан број животиња $30 + 60 = 90$.

18. А) 6.

У улици је 27 кућа лево и 13 десно од Анине, а има укупно $27 + 1 + 13 = 41$ кућа. Петрова кућа је у средини, па лево и десно од његове има по 20 кућа. Дакле, Анина кућа је 28. по реду, а Петрова је 21. па између њих има 6 кућа (22, 23, 24, 25, 26. и 27. кућа).

19. Г) $12 \cdot 9 \cdot 8$.

У броју А) збир цифара на непарним позицијама је 14, а на парним 2. Од цифара замењених звездицама једна је на парној, а друга на непарној позицији, па минимални збир цифара на непарним позицијама је $14 + 0 = 14$, а максимални збир цифара на парним позицијама је $2 + 9 = 11$, па тај број не може бити код. У броју Б) збир цифара на непарним позицијама је 21, а на парним може бити максимално $2 + 9 + 9 = 20$, па ни тај број не може бити код. Слично, број В) не може бити код, јер је збир цифара

на непарним позицијама 12, а на парним максимално $1 + 1 + 9 = 11$. Ако се у броју Г) обе звездице замене цифром 9, добићемо да су зборови цифара на парним и непарним позијама једнаки 19, што значи да број Г) може бити код. Коначно, број Д) не може бити код јер је збир цифара на непарним позицијама једнак 4, а на парним је минимално $8 + 0 + 0 = 8$.

20. Б) 24.

Пошто је број слика сваке године једнак збиру броја њених слика у претходне две године, то је она 2007. имала $96 - 60 = 36$ слика, а 2006. је имала $60 - 36 = 24$ слике.

21. Г) 4.

Ако са црвеног цвета одлети на бели, имаће два начина да обиђе све цветове, јер са белог може отићи на плави, или на жути. Ако са црвеног одлети на плави, онда има само један начин за обилазак, јер са плавог мора отићи на бели, па са белог на жути, јер не лети са жутог на бели. Ако са црвеног одлети на жути, опет има само један начин обиласка, јер са жутог мора на плави, па са плавог на бели. Дакле, може на 4 начина обићи све цветове под датим условима.

22. А) 17.

Од изласка до повратка духа прошло је 13 сати и 15 минута. Дакле, казаљке „лудог“ сата су у 6.15 почеле да се краћу уназад и тако се кретале наредних 13 сати и 15 минута, па су након 6 сати и 15 минута показивале време 0.00 и након још 7 сати показивале су 17.

23. Д).

Пратећи линије дате на сликама и исписујући нпр. L и D за скретања редом лево и десно, видимо да ће прво и последња два написана слова бити једнака међусобом, а да ће друго слово бити написано три пута уза- стопно, и то почев од друге позиције, једино за фигуру Д).

24. а) 5.

Најмањи могући број пријатеља у групи ће бити ако има што је могуће више мушкараца, јер се бројеви ципела за њихова стопала разликују за два. Како су преостале ципеле чији су бројеви 36 и 45 и како је $45 - 36 = 9$, то је најмањи могући број пријатеља у групи 5 и то четири мушкарца и једна жена ($4 \cdot 2 + 1 = 9$). На пример, женска особа носи ципеле 36 и 37, а четири мушке следеће бројеве: 37 и 39; 39 и 41; 41 и 43; 43 и 45.

