

ПРОГРАМА ЗА РАБОТА СО НАДАРЕНИТЕ УЧЕНИЦИ ЗА МАТЕМАТИКА ОД 17-18 ГОДИШНА ВОЗРАСТ

Во овој дел ќе презентираме интегрална наставна програма за работа со надарените ученици за математика на возраст од 17-18 години, т.е. за учениците во III година во средното образование. Оваа наставна програма треба да се реализира континуирано, а не само во периодите кога учениците се подготвуваат за одделните натпревари по математика.

Цели на наставната програма за учениците на возраст од 17-18 години се:

- кај ученикот/ученичката да се развиваат квалитетите на мислењето како што се: еластичноста, шаблонизацијата, широчината, рационалноста, длабочината и критичноста на мислењето,
- ученикот/ученичката да ги применува научните методи: набљудување, споредување, експеримент, анализа, синтеза, класификација, систематизација и аксиоматскиот метод,
- ученикот/ученичката да ги применува видовите заклучувања: индукција, дедукција и аналогичност, при што од особена важност сознајно да презентира примери од кои ќе се види дека ученикот/ученичката осознал/ла дека заклучувањето по аналогичност не е секогаш точно,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од групите, прстените, интегралните домени и полињата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од матриците и детерминантите и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од Евклидските векторски простори, скаларниот, векторскиот и мешаниот производ, како и равенката на права во рамнина и во простор, равенката на рамнина и нивните заемни положби и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од кривите од втор ред и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од тригонометријата и експоненцијалниот облик на комплексен

број и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,

- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од геометријата на комплексен број и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од теоријата на полиноми и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини за аксиоматската изградба на множеството реални броеви и полињата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од низите реални броеви и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми, и
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од теоријата на броеви и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми.

За постигнување на претходно наведените цели потребно е да се усвојат следниве содржини:

Линеарна алгебра со аналитичка геометрија (4 часа седмично – 144 часа годишно). *Алгебарски структури:* групоид, полугрупа, група: дефиниција и својства, подгрупа, теорема на Лагранж, прстен, интегрален домен и поле, полето \mathbb{Z}_p .

Матрици, детерминанти, систем линеарни равенки: равенката $ax=b$ во поле, систем равенки во поле, еквивалентност на системи равенки, решавање на систем равенки, Гаусов метод, поим за матрица, собирање на матрици, множење на матрица со број и множење на матрици, единична матрица, поим за инверзна матрица, матрицата A^n , примери, поим за детерминанта, својства на детерминантите, сарусово правило, пресметување на детерминанта, теорема на Лаплас, инверзна матрица, услов за регуларност, пресметување на инверзна матрица, елементарни трансформации на матрици и нивна примена, ранга на матрица, теорема за базен минор, матричен запис на систем линеарни равеки, теорема на Кронекер-Капели, Крамерово правило, други методи за решавање систем линеарни равенки.

Аналитичка геометрија во рамнина: Декартов правоаголен координатен систем во рамнина, координати на точки и вектори,

растојание нмеѓу две точки, делење на отсечка во даден однос, равенка на права (различни видови), агол меѓу две прави (услов за паралелност и нормалност), заемна положба на две прави, растојание од точка до права, кружница: поим и својства, заемна положба на кружница и права, равенка на тангента на кружница, елипса: поим и својства, заемна положба на елипса и права, равенка на тангента на елипса, хипербола: поим и својства, асимптоти на хипербола, заемна положба на хипербола и права, равенка а тангента на хипербола, парабола: поим и својства, заемна положба на парабола и права, равенка на тангента на парабола, криви од втор ред, криви од вор ред како конусни пресеци, сведување на крива од втор ред во канонична форма, трансформација на координатен систем.

Аналитичка геометрија во простор: Декартов правоаголен координатен систем во простор, скаларни и векторски величини, проекција на вектор на оска, проекција на вектор на координатни оски, косинусни правци, собирање и одземање на вектори, множење на вектор со скалар, линеарна зависност и линеарна независност на вектори, теорема за проекции, разложување на вектор на компоненти, скаларен производ на вектори, координатна форма на скаларен производ, векторски производ на вектори, координатна форма на векторски производ, мешан производ на вектори, координатна форма на мешан производ, трансформации на Декартови правоаголни координати, равенка на права во рамнина, видови равенка на права во рамнина, прамен прави, нормални прави, услов за нормалност на две прави, растојание од точка до права во рамнина, симетрала на агол меѓу две прави, равенка на рамнина во простор, непотполни равенки на рамнина, сегментен облек на равенка на рамнина, нормален вид на равенка на рамнина, растојание од точка до рамнина, агол меѓу две рамнини, равенка на права во простор, заемен однос на две прави, заемен однос на права и рамнина.

Геометрија на комплексен број (2 часа седмично – 72 часа годишно). *Тригонометриски облик на комплексен број:* тригонометриски запис на комплексен број, операции и Моаврова формула, изрази за $\sin^n x$ и $\cos^n x$, $n \in \mathbb{N}$, коренување на комплексен број, решавање на биномни равенки, експоненцијален запис на комплексен број, Ојлерови формули, проширена комплексна рамнина, Риманова интерпретација на комплексен број, множеството \mathbb{C}^n .

Трансформации во Евклидската рамнина: равенка на права, нормални и паралелни прави, растојание од точка до права, равенка на кружница, директни сличности, движења, хомотетија, индиректни

сличности, инверзија, трансформација на Мобиус и нејзини геометриски својства.

Геометрија на кружница и триаголник: централен и периферен агол на кружница, теорема на Талес, теорема за агол меѓу тангента и тетива, степен на точка во однос на кружница, радикална оска и радикален центар, прамен и сноп кружници, ортоцентар и тежиште на триаголник, теорема на Лајбниц, средна линија на триаголник (својства), правоаголен триаголник, Питагорова теорема, Ојлерова права и Ојлерова кружница, теорема на Менелај, теорема на Дезарг и теорема на Паскал, триаголни координати, теорема на Чева и теорема на Ван Обел, плоштина на триаголник, плоштина на конвексен многуаголник, впишана и припишани кружници на триаголник, теорема на Ојлер, теорема на Стјуарт, должина на тежишна линија, должини на симетрали на внатрешни агли на триаголник, симедијана (својства), Симсонова права, теорема на Птоломеј и неравенство на Птоломеј, скаларен производ, теорема на Аполониј, теорема на Лагранж и теорема на Лајбниц,

Алгебра и анализа (2 часа седмично – 76 часа годишно).

Полиноми: поим за полином, НЗД на полиноми, Евклидов алгоритам, нули на полином, основна теорема на алгебрата (без доказ), Виетови формули, кубна равенка, Карданова формула, системи нелинеарни равенки.

Аксиоматска засновање на множеството реални броеви: реални броеви, аксиоми за поле, некои последици од воведените аксиоми, својство за непрекинатост на множеството реални броеви, децимално претставување на реалните броеви, густина на множествата рационални и ирационални броеви, пребројливи множества, небројливост на множеството реални броеви.

Низи: аритметичка низа, поим, општ член и збир на членови, геометриска низа, поим, општ член и збир на членови, идентитети и зборови, низа, дефиниција и својства, гранична вредност на низа, конвергентни низи, својства на конвергентни низи, монотони и ограничено низи, конвергенција на монотона низа, бројот e , теорема за три низи, теореме на Кантор и Боцано-Ваерштрас, Кошиеве низи, теорема на Штолц и примена, бесконечен ред, геометриски ред.

Теорија на броеви: теореме на Ојлер, Ферма и Кармајкл (повторување), ред на цел број по модул, примитивни корени, функција на Мебиус, цикломатични полиноми, квадратни остатоци, равенка на Пел, теорема на Чебишев за распределба на простите броеви (без доказ), Бертранов по-

стулат, теорема на Дирихле, верижни дробки и низи на Фареј, Диофантови апроксимации.

Литература

1. Малчески, А., Малчески, Р., Аневска, К., Малчески, С., Треневски, Д. (2020). Репетиториј по елементарна математика – четврт дел, Армаганка, Скопје
2. Малчески, А., Малчески, Р., Главче, М., Малчески, С., Треневски, Д. (2020). Репетиториј по елементарна математика – трет дел, Армаганка, Скопје
3. Малчески, Р. (2019). Елементарни алгебарски и аналитички неравенства (второ издание), Скопје
4. Малчески, Р. (2022). Збирка задачи по теорија на броеви, Математички талент, Скопје
5. Малчески, Р. (2022). Математички талент С12 – Збирка задачи: Идентитети, неравенства, низи, полиноми и функции, Математички талент, Скопје
6. Малчески, Р. (2022). Теорија на броеви, Математички талент, Скопје
7. Малчески, Р., Гроздев, С., Аневска, К. (2019). Геометрија на комплексен број, Скопје
8. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С9 (збирка нерешени задачи за натпревари за средно образование), Скопје
9. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С10 (збирка нерешени задачи за натпревари за средно образование – второ дел), Скопје
10. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 1 – алгебарски структури (трето издание), Скопје
11. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 2 – векторска и линеарна алгебра (второ издание), Скопје
12. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 3 – калкулус 1 (петто издание), Скопје
13. Малчески, Р., Малческа, В. (2020): Математика 5 – дискретна математика (второ издание), Скопје

14. Малчески, Р., Малчески, А. (2019). Функции и функционални равенки (второ издание), Скопје
15. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – прв дел, Скопје
16. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – втор дел, Скопје
17. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С2 (збирка задачи за I година, втор дел), Армаганка, Скопје
18. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С4 (збирка задачи за II година, втор дел), Армаганка, Скопје
19. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С6 (збирка задачи за III година, втор дел), Армаганка, Скопје
20. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2020). Математички талент С8 (збирка задачи за IV година, втор дел), Армаганка, Скопје
21. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С1 (збирка задачи за I година, прв дел), Армаганка, Скопје
22. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С3 (збирка задачи за II година, прв дел), Армаганка, Скопје
23. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С5 (збирка задачи за III година, прв дел), Армаганка, Скопје
24. Малчески, Р., Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова, С. (2019). Математички талент С7 (збирка задачи за IV година, прв дел), Армаганка, Скопје
25. Малчески, Р., Малчески, А., Малчески, С. (2022). Балкански математички молиmpiјади 1984-2020, Математички талент, Скопје

26. Малчески, Р., Малчески, А., Малчески, С. (2022). Математички талент С11 – Параметарски равенки и неравенки, Математички талент, Скопје
27. Малчески, Р., Малчески, А., Малчески, С. (2022). Меѓународни математички молимпиади 1959-2019, Математички талент, Скопје
28. Малчески, Р., Малчески, С. (2019). Математика за технички науки, Св. Николе
29. Младеновиќ, П. (2013). Комбинаторика (четврто издање), ДМС, Београд
30. Тренчевски, Г. (2001). Елементарна алгебра, Скопје
31. Тренчевски, Г., Малчески, Р., Тренчевски, К. (2003). Математика 3, (авторизиран ракопис)