Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус

Илија Јанев
Скопје

ЕДЕН НАЧИН НА РЕШАВАЊЕ КОНСТРУКТИВНИ ЗАДАЧИ ЗА ТРИАГОЛНИК

Голем број конструктивни задачи за триаголник се решаваат со т.н. метод на помошни фигури. Најчесто, помошната фигура е некој триаголник.

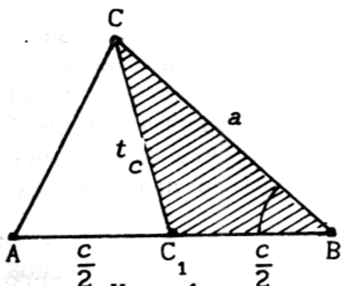
Суштината на овој метод е да се конструира помошниот триаголник и да се искористат новодобиените елементи за конечно решавање на задачата. Затоа при конструкцијата на даден триаголник ABC, потребно е помошниот триаголник да има барем еден заеднички елемент со триаголникот ABC.

Определувањето на помошниот триаголник го вршиме при анализата на задачата. Ако со неговата конструкција добиеме нови елементи кои заедно со дадените елементи ни овозможуваат да го конструираме триаголникот ABC, тогаш целта е постигната. Во спротивен случај треба да побараме уште еден помошен триаголник, кој што ги дава потребните елементи за конструкција на триаголникот ABC.

Да го илустрираме овој метод со неколку примери. Притоа, ќе ги разгледуваме сите етапи при решавањето на една конструктивна задача.

Пример 1. Да го конструираме триаголникот ABC, ако се дадени страните a и c и тежишната линија t_c.

Решение: При анализата на оваа задача очигледно е дека за помошен триаголник ќе го избереме триаголникот BCC_1 (црт. 1.). Него лесно го конструираме (ССС), со што е определен и $\measuredangle CBC_1$, т.е. аголот β за ΔABC.



Црт. 1

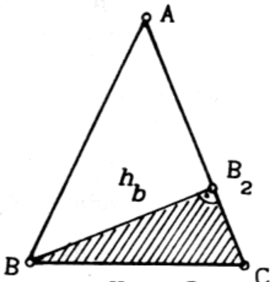
Сега лесно го конструираме триаголникот ABC, бидејќи за него знаеме две страни a и c и аголот β меѓу нив.

Шематски тоа кратко ќе го запишеме вака:

1. $(a, \frac{c}{2}, t_c) \longrightarrow \Delta BCC_1 \longrightarrow \beta$;

2. $(a, \beta, c) \longrightarrow \Delta ABC$.

Пример 2. Да го конструираме рамнокракиот триаголник ABC ($\overline{AB} = \overline{AC}$), зададен со основата a и висината на кракот h_b



Црт. 2

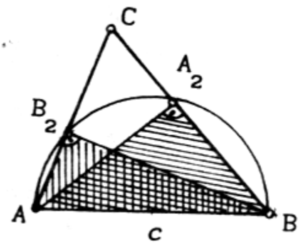
Решение: И во овој случај изборот на помошниот триаголник BCB_2 е очигледен (црт.2.), па имаме

1. $(a, h_b) \longrightarrow \Delta B_2CB \longrightarrow \gamma = \beta$;
2. $(\beta, a, \gamma) \longrightarrow \Delta ABC$.

Задачи:

Користејќи ги овие расудувања, определи го помошниот триаголник при конструкцијата на рамнокракиот триаголник ABC, ($\overline{AB} = \overline{AC}$, $\measuredangle B = \measuredangle C = \beta$), зададен со:
1. α, h_b;   2. β, h_c;   3. b, h_b;   4. β, h_b.

Пример 3. Да го конструираме триаголникот ABC, ако се дадени c, h_a, h_b.



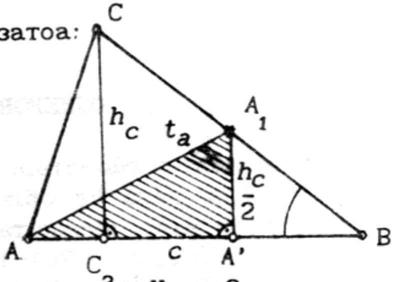
Црт. 3

Решение: Во овој случај избираме два правоаголни триаголници за помошни (црт.3.), па имаме:

1. $(c, h_a) \longrightarrow \Delta ABA_2 \longrightarrow \beta$;
2. $(c, h_b) \longrightarrow \Delta ABB_2 \longrightarrow \alpha$;
3. $(\alpha, c, \beta) \longrightarrow \Delta ABC$.

Забелешка. Оваа задача лесно се решава, ако се има предвид дека точките A_2 и B_2 лежат на полукружницата чијшто дијаметар е AB.

Решение: Уочи прво дека е $\overline{A_1A'} = \frac{h_c}{2}$ (црт.6.); затоа:



Црт. 6

1. $(t_a, \frac{h_c}{2}) \longrightarrow \triangle AA'A_1 \longrightarrow$
$\longrightarrow \sphericalangle A_1AA'$;
2. $(c, t_a, \sphericalangle A_1AA') \longrightarrow$
$\longrightarrow \triangle ABA_1 \longrightarrow \beta$ и $\frac{a}{2}$
3. $(c, \beta, a) \longrightarrow \triangle ABC$.

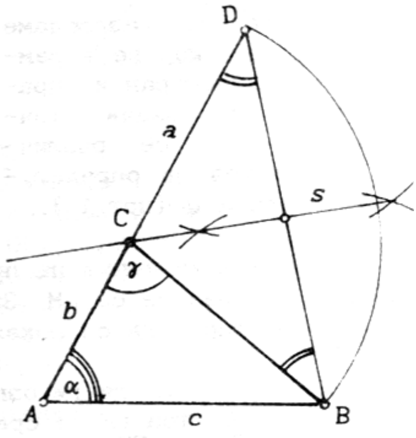
Задачи:

Конструирај триаголник зададен со:

8. $c,\ t_a,\ t_c$. 9. $\alpha,\ h_c,\ t_a$. 10. $t_a,\ t_c,\ h_c$.
11. $t_a,\ t_b,\ h_c$.

Пример 7. Да го конструираме триаголникот ABC зададен со збирот на две страни $a+b$, страната c и аголот α

Решение: Во овој случај помошниот триаголник го избираме така едната негова страна да биде еднаква на збирот $a+b$ на страните на триаголникот ABC. За таа цел на продолжението на страната AC ја нанесуваме отсечката $\overline{CD} = \overline{CB} = a$.



Црт. 7

Со поврзување на B и D го добиваме помошниот ABD (црт.7), за кој знаеме:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ \overline{AB} = c \\ 2.\ \sphericalangle BAD = \alpha \\ 3.\ \overline{AD} = a+b \end{array}\right\} \longrightarrow (CAC)$$

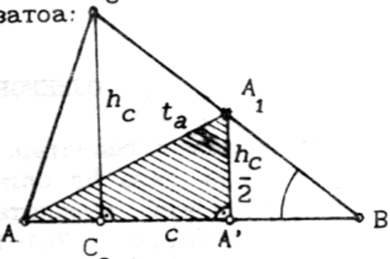
Триаголникот BDC е рамнокрак (по конструкција $\overline{CD} = \overline{CB}$), па затоа симетралата s на основата BD минува низ темето C.

Задачи:

12. $a+b,\ \alpha,\ \beta$; 13. $a+b,\ \alpha,\ \gamma$; 14. $a+b,\ c,\ h_b$;

Решение: Уочи прво дека е $\overline{A_1A'} = \frac{h_c}{2}$ (црт.6.); затоа:

1. $(t_a, \frac{h_c}{2}) \longrightarrow \triangle AA'A_1 \longrightarrow \sphericalangle A_1AA'$;
2. $(c, t_a, \sphericalangle A_1AA') \longrightarrow \triangle ABA_1 \longrightarrow \beta$ и $\frac{a}{2}$
3. $(c, \beta, a) \longrightarrow \triangle ABC$.



Црт. 6

Задачи:

Конструирај триаголник зададен со:

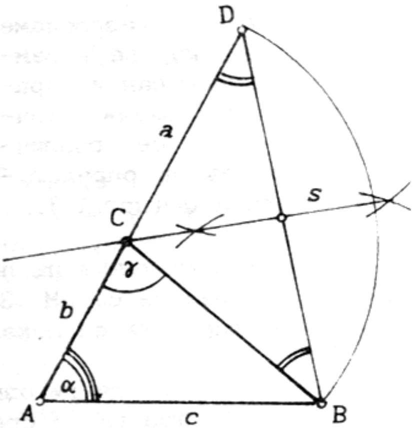
8. c, t_a, t_c. 9. α, h_c, t_a. 10. t_a, t_c, h_c.
11. t_a, t_b, h_c.

Пример 7. Да го конструираме триаголникот ABC зададен со збирот на две страни $a+b$, страната c и аголот α

Решение: Во овој случај помошниот триаголник го избираме така едната негова страна да биде еднаква на збирот $a+b$ на страните на триаголникот ABC. За таа цел на продолжението на страната AC ја нанесуваме отсечката $\overline{CD} = \overline{CB} = a$.

Со поврзување на B и D го добиваме помошниот ABD (црт.7), за кој знаеме:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ \overline{AB} = c \\ 2.\ \sphericalangle BAD = \alpha \\ 3.\ \overline{AD} = a+b \end{array}\right\} \longrightarrow (CAC)$$



Црт. 7

Триаголникот BDC е рамнокрак (по конструкција $\overline{CD} = \overline{CB}$), па затоа симетралата s на основата BD минува низ темето C.

Задачи:

12. $a+b$, α, β; 13. $a+b$, α, γ; 14. $a+b$, c, h_b;