

Ристо Малчески

МАТЕМАТИЧКИ ТАЛЕНТ II-1
(збирка задачи за II отделение)

Скопје, 2020

Рецензенти

д-р Катерина Аневска

д-р Методи Главче

CIP - Каталогизација во публикација

Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

51:373.3(079.1)

МАЛЧЕСКИ, Ристо

Математички талент П-1 : (збирка задачи за П одделение) / Ристо
Малчески. - Скопје : Просветно дело, 2020. - 209 стр. : илустр. ; 24 см

ISBN 978-608-228-456-9

а) Математика - Основно образование - Задачи од натпревари

COBISS.MK-ID 112441098

СОДРЖИНА

Предговор	5
I Пресметувања и бројни ребуси	
I.1. Пресметувања	7
I.2. Бројни ребуси	15
I.3. Низи од броеви	16
I.4. Равенки и неравенства	18
II Текстуални задачи	
II.1. Броеви и цифри	23
II.2. Задачи со работа	25
II.3. Купуваме и пресметуваме пари	26
II.4. Задачи со мерни броеви	27
II.5. Времето е важно	30
II.6. Разни задачи	33
III Логика и комбинаторика	
III.1. Логички главоболки	40
III.2. Занимливи броења и распоредувања	45
III.3. Магични фигури	52
III.4. Движење по патеки и лавиринти	54
III.5. Разни задачи	58
IV Геометриски фигури	65
 Решенија на задачите	
I Пресметувања и бројни ребуси	
I.1. Пресметувања	73
I.2. Бројни рбуси	88
I.3. Низи од броеви	91

I.4. Равенки и неравенства	97
II Текстуални задачи	
II.1. Броеви и цифри	107
II.2. Задачи со работа	112
II.3. Купуваме и пресметуваме пари	113
II.4. Задачи со мерни броеви	115
II.5. Времето е важно	122
II.6. Разни задачи	128
III Логика и комбинаторика	
III.1. Логички главоболки	143
III.2. Занимливи броења и распоредувања	153
III.3. Магични фигури	170
III.4. Движење по патеки и лавиринти	175
III.5. Разни задачи	182
IV Фигури во рамнина	194

ПРЕДГОВОР

Ниедно истражување на човекот не може да се нарече вистинска наука ако не е поткрепено со математички доказ.

Проблематична е веродостојноста на тврдењата во науките каде што нема примена на ниту една математичка дисциплина, т.е. кои не се поврзани со математиката.

Леонардо да Винчи

Книгава *Математички талент П-1* е наменета за талентираните ученици по математика од второ одделение. Меѓутоа, сметање дека таа ќе биде интересна и за наставниците кои дел од своето слободно време го посветуваат на математички надарените ученици, како и за бројните вљубеници во математиката. Книгата, всушност, е збирка од 387 решени задачи во која во четири одделни дела се обработени аритметички, текстуални, логички, комбинаторни и геометриски задачи, приспособени за учениците на возраст од шест до осум години.

Природата на задачите содржани во оваа книга е таква што тие се посебно интересни за комисиите кои ги спроведуваат математичките натпревари. Тоа значи дека изборот на задачите е направен со цел развој на квалитетите на мислењето, како и усвојување на методите на решавање задачи, што треба да биде примарна цел на наставата по математика. Притоа, задачите не се систематизирани според степенот на натпреварувањето, туку тие се распределени по области.

Така, на пример, текстуалните задачи се поделени во шест дела, и тоа: *Броеви и цифри*, *Задачи со работа*, *Купуваме и пресметуваме пари*, *Задачи со мерни броеви*, *Времето е важно* и *Разни задачи*, а истото се однесува и на разработката на аритметичките, логичките и комбинаторните задачи.

Рецензентите, д-р Катерина Аневска и д-р Методи Главче, придонесоа со своите сугестии и забелешки да се подобри содржината на книгава, за што посебно им благодариме.

И покрај вложениот напор, не можеме да се ослободиме од впечатокот дека се можни значителни подобрувања на оваа збирка решени задачи, како и отстранување на евентуалните пропусти и грешки. Затоа, однапред сме благодарни на секоја добронамерна забелешка, критика и сугестија.

На крајот, ќе ми биде особена чест и задоволство ако оваа збирка придонесе учениците да навлезат во тајните на математиката, а посебно ако математиката им стане животна определба на некои од нив.

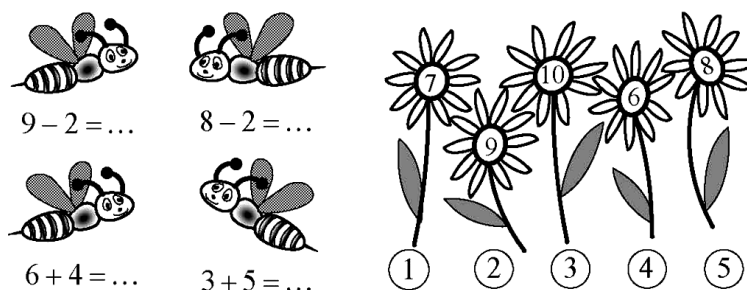
Скопје
февруари, 2019 г.

Авторот

I ПРЕСМЕТУВАЊА И БРОЈНИ РЕБУСИ

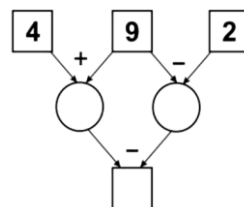
I.1. ПРЕСМЕТУВАЊА

1. На долниот цртеж десно се прикажани четири пчели и пет цвета. Секоја пчела го посетува цветот со својот број. Кој цвет нема да биде посетен? Зошто?

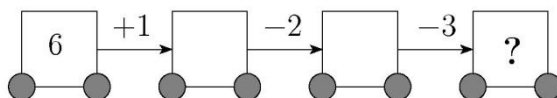


2. Пресметај: $1 + 2 + 3 + 4 + 5$

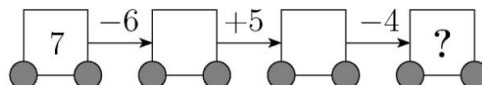
3. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да се запише во квадратчето на дијаграмот даден на цртежот десно?



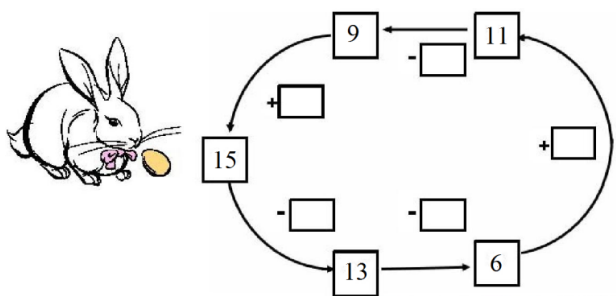
4. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да се стои на местото на прашалникот?



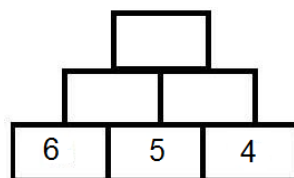
5. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да стои на местото на прашалникот?



6. Помогни му на зајакот Ушко да ги запише потребните броеви во квадратите на долниот цртеж за да бидат пресметувањата точни.



7. Кои броеви треба да се запишат во празните правоаголници на цртежот десно така што секој број да биде еднаков на збирот на броевите запишани во правоаголниците кои се одма под него.



8. Пресметај:
- i) $13 - 5 + 6$
 - ii) $12 + 6 - 9$
 - iii) $12 + 2 - 4$
 - iv) $14 - 11 + 5$.

9. Пресметај:
- i) $12 + 7 - 4 + 2 - 8$
 - ii) $13 + 2 - 14 + 6 + 10$
 - iii) $9 - 5 + 12 - 3 + 5$
 - iv) $5 + 11 - 6 + 1 - 4$.

10. Пресметај:
- $$14 - 10 + 13 - 9 + 12 - 8 + 11 - 7.$$

11. На линиите постави еден од знаците $<$, $=$ или $>$ така што ќе добиеш точно равенство или неравенство:

- i) $19 - 7 \underline{\hspace{1cm}} 6 + 5$
- ii) $3 + 9 \underline{\hspace{1cm}} 7 + 5$
- iii) $14 + 2 \underline{\hspace{1cm}} 20 - 3$
- iv) $12 - 7 \underline{\hspace{1cm}} 11 - 4$.

12. Во сивите квадратчиња на табелата дадена на цртежот десно стави еден од знаците $<$, $>$ или $=$, така што ќе добиеш или точно равенство или точно неравенство.

4	+	3		8	$< > =$	
6		7	-	3		
5	+	3		8		
5		8	-	4		
5	-	0		4	+	1
7	+	1		2	+	7

13. На ___ постави еден од знаците $<$, $>$ или $=$ така што ќе се добие точно равенство или неравенство:

i) $14 + 4 - 5 _ 19 + 1 - 7$

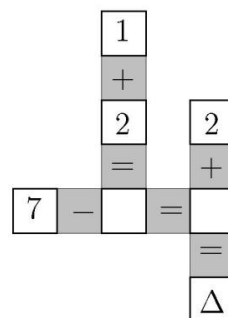
ii) $6 + 5 - 2 _ 12 - 2 - 4$

iii) $15 + 2 - 4 _ 16 - 1 + 2$

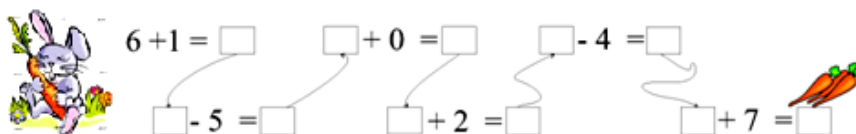
iv) $20 - 6 - 3 _ 10 + 5 - 7$

v) $7 + 5 - 3 _ 17 - 15 + 6$.

14. Разгледај го дијаграмот на цртежот десно. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да се запише на местото на триаголникот?

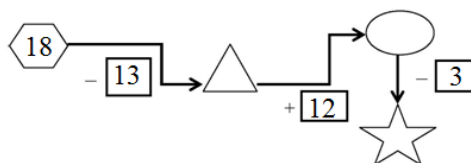


15. Разгледај го долниот цртеж.



Колку моркови изел зајакот Долгоушко?

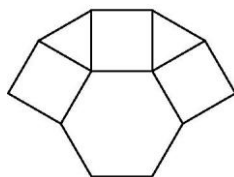
16. Во дијаграмот даден на цртежот десно пополни ги празните места така што пресметувањата да се точни. Кој број треба да се запише во ѕвездата?



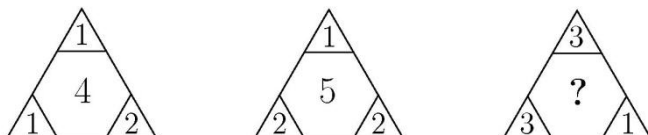
17. Ако

$$\text{hexagon} = 3 \quad \text{square} = 1 \quad \text{triangle} = 2$$

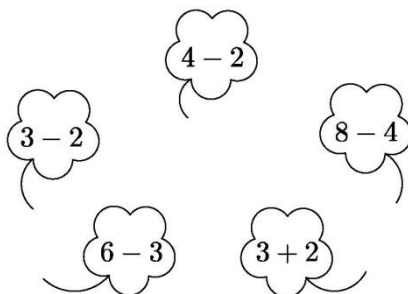
определи ја вредноста на фигурата:



18. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?



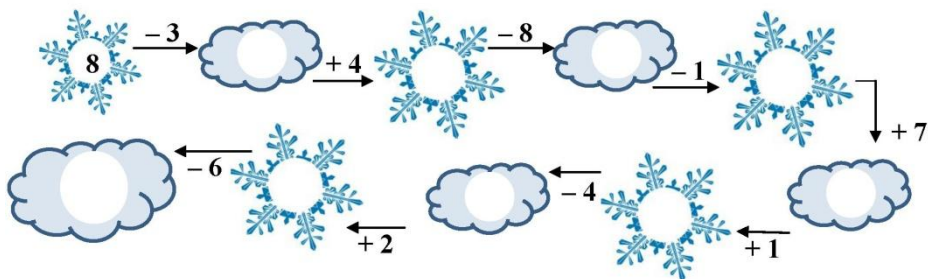
19. Разгледај го цртежот.



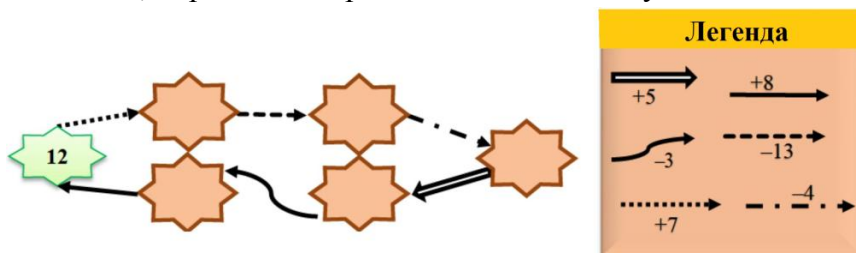
Која линија ги поврзува цветовите по ред на броевите кои се запишани во нив?



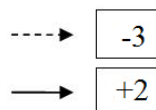
20. Во облачињата и во снегулките на долниот цртеж внеси ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



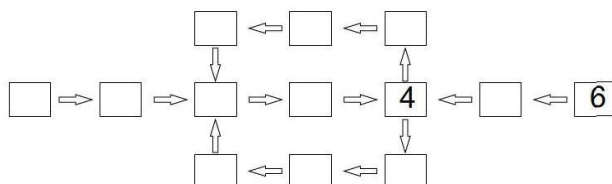
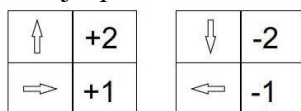
21. Користејќи го толкувањето на значењето на стрелките дадено во легендата, определи ги броевите што недостасуваат во ѕвездите.



22. Според легендата дадена на цртежот десно запиши ги броевите кои недостасуваат во празните квадратчиња:

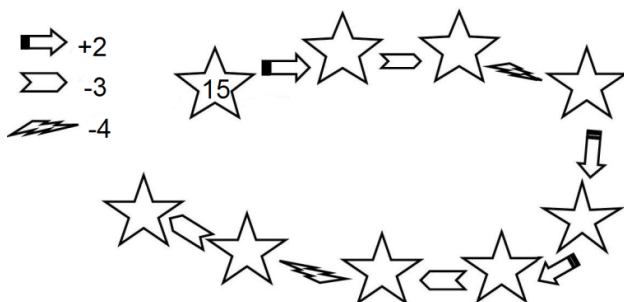


23. Реши го дијаграмот.

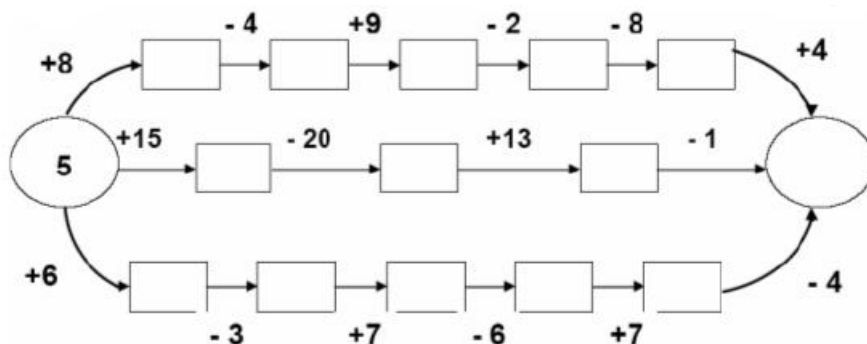


Кој број треба да е запишан во крајното лево квадратче?

24. Користејќи ја легендата прикажана лево на долниот цртеж во ѕвездите, запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



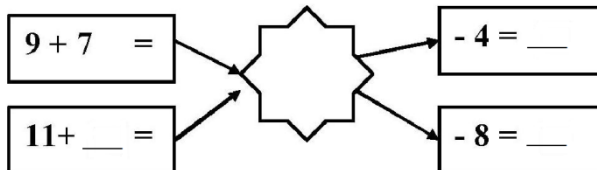
25. Во правоаголниците на долниот цртеж запиши ги потребните броеви така што пресметувањата ќе бидат точни. Кој број се наоѓа во кружницата десно?



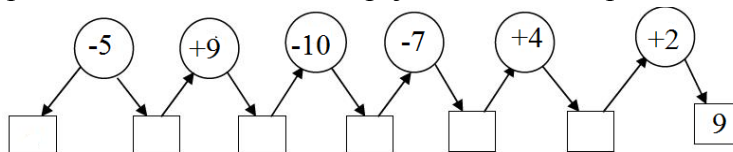
26. Пресметај:

- i) $5+5+5+5+5-2-2-2-2-2$
 ii) $7+7+7+7+7-3-3-3-3-3$

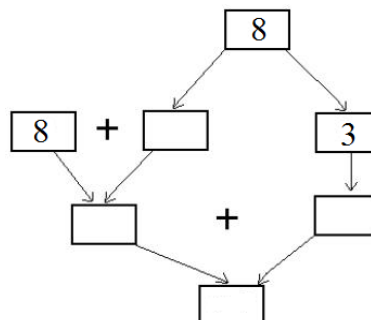
27. Запиши ги броевите кои недостасуваат за да бидат точни пресметувањата во дијаграмот даден на долниот цртеж.



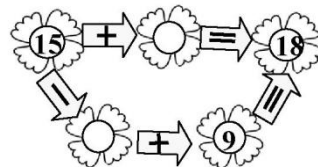
28. Разгледај го долниот цртеж. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да биде запишан во крајното лево квадратче?



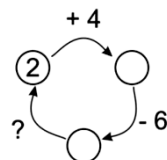
29. Пополни ги празните полиња на дијаграмот даден на цртежот десно.



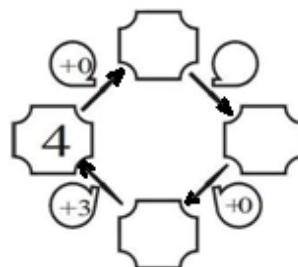
30. Пресметувањата на цртежот десно се точни. Определи го збирот на броевите кои недостасуваат?



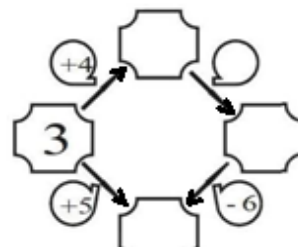
31. Во кружчињата запиши два броја така што пресметувањата ќе бидат точни. Што треба да запишеш на местото на прашалникот?



32. Во дијаграмот даден на цртежот десно запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



33. Во дијаграмот даден на цртежот десно запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



34. Во квадратчињата на цртежот десно внеси го знакот = и еден од знаците + или - така што ќе добиеш точни равенства.

$7 \square 2 \square 9$	$8 \square 9 \square 1$
$3 \square 5 \square 8$	$1 \square 6 \square 7$
$4 \square 9 \square 5$	$1 \square 8 \square 7$

35. Во празните квадратчиња на долниот цртеж запиши го знакот = и еден од знаците + или - така што пресметувањата ќе бидат точни.

$6 \square 8 \square 2$	$7 \square 8 \square 1$	$4 \square 6 \square 2$
$8 \square 3 \square 5$	$8 \square 3 \square 11$	$5 \square 2 \square 7$

36. На цртите стави знаци + и - така што пресметувањата ќе бидат точни:

$$8 _ 7 _ 5 = 10,$$

$$18 _ 6 _ 7 = 5,$$

$$17 _ 3 _ 5 = 19,$$

$$19 _ 7 _ 4 = 16,$$

$$9 _ 4 _ 13 = 18.$$

37. Во секое кругче на дадениот дијаграм Мартин запишал еден од знаците + или -. Потоа пресметал и го добил најмалиот природен број. Определи го редоследот по кој Мартин ги запишал знаците.



38. Во квадратчињата дадени на долниот цртеж стави знаци + и - така што ќе добиеш точни равенства.

$$2 \square 6 \square 3 \square 1 = 6 \quad 7 \square 2 \square 5 \square 6 = 6$$

39. Во квадратчињата на долниот цртеж запиши знаци + и - така што да се добие точно равенство. Колку знаци + запиша?



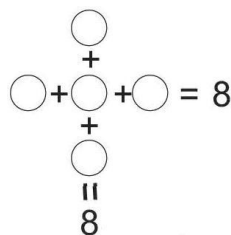
40. На цртичките стави ги знаците + и - така што ќе добиеш точно равенство:

$$2 _ 3 _ 4 _ 5 _ 6 = 12.$$

41. Меѓу јајцата на долниот цртеж постави ги знаците + и - така што ќе го добиеш бројот на јајцата во кошничката. Колку пати го постави знакот +?



42. Запиши ги броевите 1, 2, 3, 4 и 5 во фигурата прикажана на цртежот десно, во секое крулче



по еден број, така што пресметувањата ќе бидат точни?

43. Со помош на чкорчиња, цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се запишуваат како на цртежот десно. Горјан запишал:



$$49 - 18 = 98$$

Премести две чкорчиња за да добиеш точно равенство.

44. Со помош на чкорчиња, цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се запишуваат како на цртежот десно. Горјан запишал:



$$2 + 6 = 9 - 1$$

Премести две чкорчиња така што ќе добиеш друго точно равенство.

1.2. БРОЈНИ РЕБУСИ

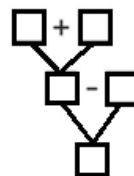
45. Свездичките замени ги со цифри така што ќе добиеш точно равенство:

$$2* - * - * = 3$$

46. Цифрите 1, 2 и 3 стави ги во квадратчињата на цртежот десно така што ќе добиеш најмал збир. Определи ги сите решенија.

$$\square + \square \square$$

47. Во квадратчињата на првите два реда на дијаграмот десно се запишани броевите 1, 2, 3 и 4. Кој број е запишан во најдолното квадратче?



48. Горјан избрал 4 од броевите 4, 5, 6, 9 и 11. Потоа по еден од избраните броеви запишал во квадратчињата на долниот цртеж.

$$\square + \square = \square + \square$$

Се покажало дека двата збира се еднакви. Кој број не го избрал Горјан?

49. Во десетте квадратчиња на цртежот десно запиши ги сите цифри 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 така што ќе се добијат точни зборови. Определи ги сите решенија. (За различни не се сметаат решенијата во кои само се заменети редовите или цифрите во еден ред.)
- | |
|---------------------------------------|
| $\square + \square = \square \square$ |
| $\square + \square = \square$ |
| $\square + \square = \square$ |

1.3. НИЗИ ОД БРОЕВИ

50. Дополни ја низата броеви
20, 19, __, __, 16, __, __, __, __, __, 10.
51. Пандил ги запишал во низа броевите од 1 до 13. Која цифра е на средина на низата?
Упатство. Ако ги запишеме броевите 1, 2 и 3, добиваме 123. Цифрата 2 е на средина. Ако ги запишеме броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7, добиваме 1234567. Цифрата 4 е на средина.
52. Дадена е низата броеви:
1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 6...
а) Пресметај го збирот на првите десет члена на низата.
б) Определи го дваесеттиот член на низата.
53. Кои броеви недостасуваат во низата:
1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, __, __, 5, 5, 5, 5.
54. Стефан запишал пет броја. Прво го запишал бројот 2, а секој следен број е за 3 поголем од претходниот. Кој е последниот запишан број?
55. Кои броеви недостасуваат во низата: 0, 3, 6, 9, __, __, 18.
56. Дадена е низата броеви:
1, 4, 7, 10, __, __, __.

Опреди ги броевите што недостасуваат.

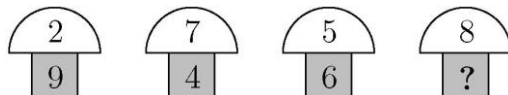
57. Дадена е низата

2, 1, 3, 2, 4, 3, 5, ♡, 6, 5, 7, ◇

Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

$$\diamond - \heartsuit = ?$$

58. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?



59. Дадена е низата

8, 1, 6, 2, 4, 3, 2, 4, ⊛, ⊠

Пресметај ⊛ + ⊠

60. Сите членови на низата 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, со исклучок на еден број, се напишани според определено правило. Кој е тој број?

61. Дваесет топчиња се означени со броевите од 1 до 20. Рајна почнува да брои од 2 и брои преку едно топче напред, а Милена почнува од 19 и брои преку две топчиња назазад. Кои топчиња ѝ двете ќе ги избројат?

62. Дадена е низата броеви

1, 13, 6, 7, 2, 6, 4, 3, 10, 2, 1.

Колку групи од по два или три соседни броја, чиј збир е енаков на 13, има?

63. Опреди го петтиот член на низата: 1, 2, 4, 8, ____.

64. Доврши ја низата: 14, 7, 7, 13, 7, 6...

65. Дадени се низите броеви:

i) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

ii) 1, 2, 6, 5, 7, 8, 9, 10, 3

iii) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17

iv) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Која низа е излишна?

66. Дадени се низите броеви:

i) 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7, 10, 9

ii) 3, 1, 6, 5, 7, 8, 9, 10, 3

iii) 3, 2, 5, 4, 7, 6, 9, 8, 11, 10

iv) 4, 2, 5, 3, 6, 4, 7, 5, 8, 6

Која низа е излишна?

67. Кои броеви недостасуваат во низата

1, 3, 2, 4, __, 5, 4, 6, 5, __, 6, __, 7, 9, 8, 10.

68. Кој број недостасува во низата:

1, 3, 6, 10, __.

69. Кој број недостасува во низата:

1, 4, 9, __.

I.4. РАВЕНКИ И НЕРАВЕНСТВА

70. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот за да се добие точно равенство?

$$7 - \boxed{?} = 1 + 2$$

71. Кои броеви треба да се запишани во празните квадратчиња за да бидат пресметувањата точни?



72. Кој број треба да стои на местото на знакот $\otimes$ за да важи равенството

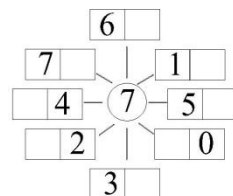
$$2 + 2 + 2 + 2 = \otimes - 2$$

73. Ако равенствата во дијаграмите дадени на цртежот десно се точни, пресметај $\heartsuit - *$.

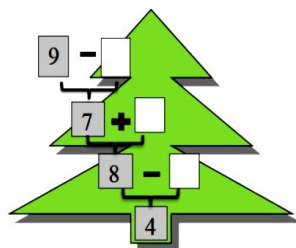
$$\begin{array}{c} \boxed{3} \\ + \\ \boxed{5} + \boxed{} = \heartsuit \\ || \\ \boxed{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \boxed{6} \\ + \\ \boxed{3} + \boxed{} = * \\ || \\ \boxed{8} \end{array}$$

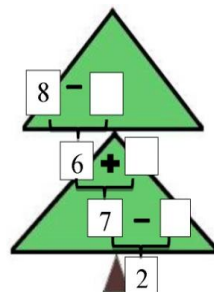
74. Разгледај го цртежот десно. Кои броеви треба да се запишани во празните квадратчиња?



75. Во празните квадратчиња на цртежот десно запиши броеви така што пресметувањата ќе бидат точни. Определи го збирот на запишаните броеви.



76. Во празните квадратчиња на цртежот десно запиши броеви така што пресметувањата ќе бидат точни. Определи го збирот на запишаните броеви.



77. Реша ги равенките:

а) $7 - x = 3$ б) $x - 5 = 15$ в) $10 - x = 5$ г) $20 - x = 14$.

78. Определи ги броевите кои треба да се запишат во квадратчињата за да се точни пресметувањата:

$$\boxed{} + 15 = 20$$

$$13 + \boxed{} = 19$$

$$\boxed{} - 5 = 0$$

$$13 - \boxed{} = 7$$

$$18 - \boxed{} = 13$$

$$11 + \boxed{} = 15$$

$$19 - \boxed{} = 15$$

$$\boxed{} + 15 = 19$$

$$20 - \boxed{} = 16$$

$$\boxed{} + 7 = 11$$

$$\boxed{} - 1 = 0$$

$$18 - \boxed{} = 14$$

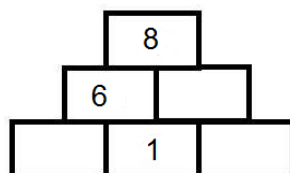
$$\boxed{} + 13 = 17$$

$$17 - \boxed{} = 14$$

79. Во празните квадратчиња на дијаграмот даден на цртежот десно запиши ги броевите што недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.

$$\begin{array}{r} \square + 2 = 7 \\ \square + 1 = \square \\ \square - 8 = \square \\ \square + 9 = \square \\ \square - 6 = \square \\ \square + \square = 9 \end{array}$$

80. Кои броеви треба да се запишат во празните правоаголници на цртежот десно така што секој број да биде еднаков на збирот на броевите запишани во правоаголниците кои се одма под него.



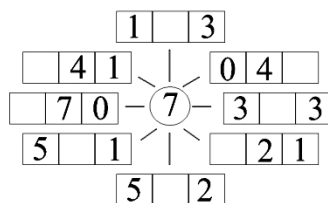
81. Во квадратчињата запиши ги броевите така што пресметувањата ќе бидат точни:

$$\begin{array}{lll} 5 + \square + 1 = 7 & 2 + \square + 2 = 6 & 8 - 5 - \square = 0 \\ 2 + 3 + \square = 6 & 2 + \square + 2 = 7 & 9 - 4 - \square = 1 \\ \square + 1 + 4 = 7 & 6 = 1 + 2 + \square & 7 - \square - 3 = 4 \\ \square + 4 + 1 = 8 & 8 = 2 + 4 + \square & 9 - \square - 5 = 3 \end{array}$$

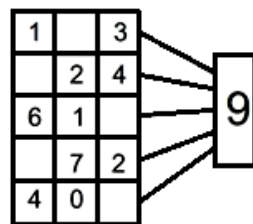
82. Во празните полиња на табелата десно запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни? Пресметај го збирот на броевите кои недостасуваат.

6	-		+	5	=	7
+		+		+		
2	+		-	3	=	0
-		+		-		
3	+	4	-		=	1
=		=		=		
5		9	-	2	=	

83. Разгледај го цртежот десно. Кои броеви треба да се запишани во празните квадратчиња?



84. Во празните квадратчиња внеси ги броевите што недостасуваат. Пресметај го збирот на броевите кои недостасуваат.



85. Дадени се равенствата

$$\heartsuit + \heartsuit = 6$$

$$\heartsuit + \spadesuit = 7$$

Опредиeli кој број треба да стои на местото на знакот $\spadesuit$.

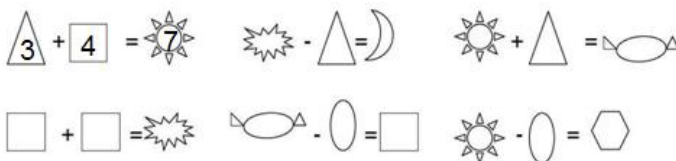
86. Ако

$$3 + 6 = \heartsuit$$

$$7 - 5 = \diamondsuit$$

пресметај $\heartsuit - \diamondsuit$.

87. Разгледај го долниот цртеж.



Кои броеви треба да се запишат во $\square, \star, \square, \text{fish}, \square$?

88. Кои броеви треба да се запишат на местата на геометриските фигури на цртежот десно така што ќе се добијат точни равенства?

$$\triangle + \triangle = 10$$

$$\bullet + \triangle = \square$$

$$\pentagon + \triangle = 9$$

$$\square - \pentagon = 2$$

89. Три пеперутки скриле три еднакви цифри, а мајмунот, кенгурот и бубамарата скриле три други различни цифри. Под мајмунот се наоѓа најмалата можна цифра. Која е таа цифра?

$$\text{butterfly} - 9 + \text{butterfly} = \text{butterfly}$$

$$\text{monkey} + \text{kangaroo} + \text{beetle} = 20$$

90. Кој број треба да се постави на местото на прашалникот?

$$\bigcirc + \square + \bigcirc + \square + \bigcirc = 16$$

$$\bigcirc + \square = 7$$

$$\square - \bigcirc = ?$$

91. Колку од броевите 0, 1, 2, 3, 4 и 5 може да запишеш на цртата така што ќе биде точно неравенството: $__ + 5 < 10$?

92. Колку броеви можеме да запишеме на цртата така што ќе се добие точно неравенство: $11 > 5 + __$.

93. На линијата запиши го најголемиот можен број така што ќе биде исполнето неравенството:

$$12 > 9 + __ , \quad 11 + __ < 15 , \quad 9 + __ < 16 .$$

94. Кој број треба да се запише на местото на $\otimes$ за да се точни неравенствата?

$$6 - 1 > \otimes > 2 + 1$$

95. На линијата запиши го најмалиот можен број:

а) $10 > 12 - __$, б) $13 < 4 + __$, в) $15 - __ > 12$,

г) $11 + __ < 12$, д) $13 > 19 - __$, ё) $18 - __ = 11$.

96. На цртичките запиши ги броевите 0, 2, 4, 7 и 9 така што ќе бидат исполнети неравенствата:

$$1 < __ < __ < 8 > __ > 6 < __ > __ .$$

97. Замени ги буквите со броевите од 1 до 7 така што на различните букви ќе соодветствуваат различни цифри, на исти букви соодветствуваат исти цифри и сите неравенства ќе се точни:

$$C < H < E > Ж < И < H > K > A$$

II ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

II.1. БРОЕВИ И ЦИФРИ

1. Кој број треба да стои на местото на ѕвездичката?

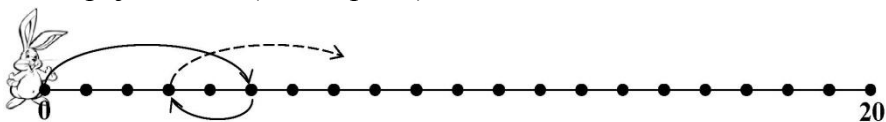
9
6
7
8
1
*
4
3
2

2. Определи го најмалиот збир на три различни едноцифрени броја.
3. Што е поголемо збирот на најголемиот едноцифрен и најмалиот двоцифрен број или бројот 15. За колку?
4. Наместо на еден број да му додаде 2, Огнен од истиот број одзел 2 и добил разлика 2. Ако не згрешил, кој број требало да го добие Огнен?
5. Збирот на броевите со кои се нумерирани три последователни страници на една книга е 18. Со кој број е нумерирана следната страница на книгата?
6. На секоја страна на коцка за играње има 1, 2, 3, 4, 5 или 6 точки (на секоја страна различен број точки). Определи го збирот на точките на страните што не се гледаат на коцката прикажана на цртежот десно.



7. Бројот 9 е запишан како збир на два броја. Определи ја најголемата можна разлика на собирците.
8. Горјан првин ја пресметал разликата на броевите 12 и 5, а потоа добиениот број го собрал со 4. Кој број го добил Горјан?
9. Збирот на два едноцифрени броја е еднаков на 17. Од поголемиот одземи го помалиот број. Кој број го доби?

10. Самоил и Горјан ги запишале на еден лист броевите 0, 1, 2, 7 и 10. Самоил собрал три од запишаните броеви и го добил најголемиот збир кој може да се добие, а Горјан собрал три од запишаните броеви и го добил најмалиот збир кој може да се добие. Кои броеви ги добиле Самоил и Горјан?
11. Разликата на два броја е еднаква на 6. Намаленикот го намалуваме за 2, а намалителот го зголемуваме за 3. Која е новата разлика?
12. Велиме дека при фрлање коцка за играње, се паѓа број, и тогаш се има предвид бројот на точките кои се наоѓаат на горната страна на коцката (1, 2, 3, 4, 5 или 6). На коцката прикажана на цртежот десно се паднал бројот 3. Фрламе 3 коцки за играње и на трите коцки се паднале различни броеви чиј збир е еднаков на 14. Определи кои броеви се паднале.
13. Кој број треба да се собере со бројот 7 за да се добие збир еднаков на 16?
14. Замислив еден број и на тој број му додадов 6. Потоа од добиениот резултат одзедов 7 и го добив бројот 3. Кој број го замислив?
15. Баба Веселинка има повеќе од една внука. Таа на своите внуки им поделила 6 колачи и 9 чоколади. Секоја внука добила еднаков број колачи и чоколади. Колку внуки има бабата Веселинка?
16. Зајакот Ушко скока прво преку 4 броја напред, а потоа преку еден број назад (види цртеж).



По шестиот скок напред Ушко застана. На кои двоцифрени броеви нема да скокне Ушко?

17. Марко нашол глинена плочка на која се запишани знаците кои соодветствуваат на броевите 1, 2, 3, 5, 9 и 15 (види цртеж).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	×	✕		○				⊗						◎

Опреди го знакот кој соодветствува на бројот 14.

18. Бројот 798 има три различни цифри. Опреди го најблискиот број до 798 запишан со три различни цифри.

19. Во полињата на табелата дадена на цртежот десно се запишани едноцифрени броеви така што збирот на броевите запишани во првиот ред е еднаков на 5, збирот на броевите запишани во вториот ред е еднаков на 9 и збирот на броевите запишани во втората колона е еднаков на 6. Опреди го збирот на броевите запишани во првата колона.

II.2. ЗАДАЧИ СО РАБОТА

20. Марко засадил 10 јаболкници. Од нив, три се исушиле. На преостанатите јаболкници, освен на две, има јаболка. На сите јаболкници со јаболка, освен на една јаболкница, јаболката се кисели. На колку јаболкници јаболката се кисели?
21. Еден брод може да пренесе преку река или 12 автомобили или 8 ципови. Во еден понеделник тој ја преминал реката пет пати целосно натоварен е пренел 48 возила. Колку автомобили се пренесени преку реката тој ден?
22. Елена и Горјан саделе овошни дрвја. Горјан засадил 6 овошни дрвја. Елена засадила 5 дрвја повеќе од Горјан, но им останало да засадат уште две дрвја. Колку овошни дрвја требало да засадат Горјан и Елена?
23. Маја и Трендафил биле на базен. Тие вкупно препливале 20 должини на базенот. Маја препливала 2 должини на базенот помал-

ку од Трендафил. Колку должини на базенот препливал секој од нив?

II.3. КУПУВАМЕ И ПРЕСМЕТУВАМЕ ПАРИ

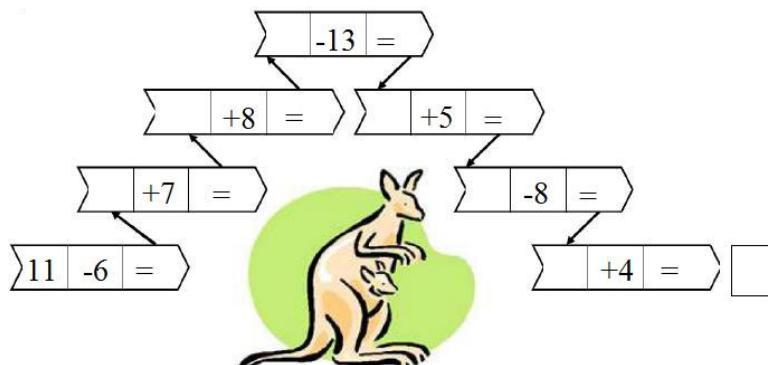
24. Ана, Маја и Теодора имаат 4, 6 и 8 евра соодветно. Ана ѝ дала на Маја 2 евра, Маја ѝ дала на Теодора 3 евра и Теодора ѝ дала на Ана 4 евра. Определи кое девојче колку пари ќе има потоа?
25. Три исти балони чинат 8 денари повеќе од еден таков балон. Колку денари чини еден балон?
26. Мирослав и Бојан заедно имаат 5 евра. Бојан има 1 евро повеќе од Мирослав. Колку пари има секое од децата?
27. Горјан, Дејан и Душан заедно имале 8 евра. Секој од нив имал 1 или повеќе евра, но различна сума пари. Колку евра има детето кое има најмногу пари?
28. На Ѓорѓи му недостигаат 5 денари за да купи тетратка чија цена е 13 денари. Димитар има 4 денари повеќе од Ѓорѓи. Колку пари имаат заедно двајцата?
29. За една тетратка и еден молив Марија платила 50 денари, а за две тетратки и три моливи Стефан платил 120 денари. Колку пари чини еден молив?
30. Нотес чини колку две хемиски пенкала, а хемиско пенкало чини колку два молива. Ангела купила молив, хемиско пенкало и нотес. Колку пари платила Ангела ако еден молив чини 2 евра?
31. Доротеј купил линијар, тетратка и пенкало, за што платил 10 евра. Линијарот и пенкалото чинат 5 евра, а линијарот и тетратката чинат 6 евра. Колку повеќе платил Горјан кој купиш две тетратки и три линијари?



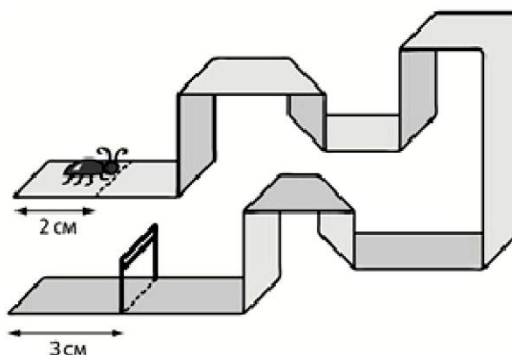
32. Матеја и Марга имаат по 20 евра. Секоја купила по една кукла и по две копчиња за коса. Цената на една кукла изнесува 11 евра, а цената на едно копче за коса изнесува 1 евро. Колку пари вкупно им останале?

II.4. ЗАДАЧИ СО МЕРНИ БРОЕВИ

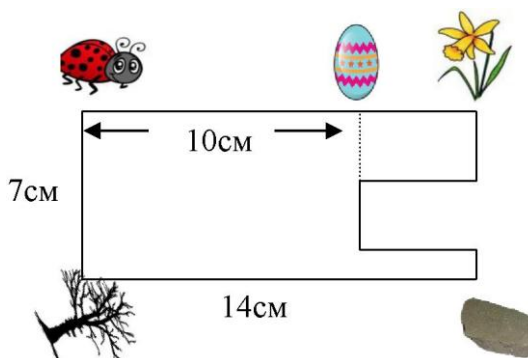
33. Венко нацртал отсечка со должина 11 *cm*, а Никола нацртал отсечка која е за 3 *cm* пократка од отсечката на Венко. Определи го збирот на должините на нацртаните отсечки.
34. Гордана нацртала отсечка долга 9 *cm*, а Оливер нацртал отсечка која е за 2 *cm* подолга од онаа на Гордана. Определи го збирот на должините на двете нацртани отсечки.
35. Иванка нацртала последователно пет отсечки така што секоја следна отсечка е за 2 *cm* подолга од претходната. Должината на најголемата отсечка е еднаква на 9 *cm*. Колку е долга третата нацртана отсечка?
36. Определи го најголемиот број ленти со должина 2 *cm* кои може да се исечат од лента со должина 11 *cm*.
37. Колку сантиметри може да биде долга лентата од која може да се отсечат најмногу 5 ленти, секоја со должина 3 *cm*?
38. Фросина имала 6 ленти со должина 20 *cm*. Таа ја пресекла секоја лента на две еднакви ленти со должина 10 *cm*. Потоа неколку од добиените ленти одново ги пресекла на два дела со должина 5 *cm*, со што добила вкупно 19 ленти. Колку ленти со должина 10 *cm* имала на крајот Фросина?
39. Ако правилно го пополниш дијаграмот на дадениот цртеж, ќе пресметаш колкава е должината на два скока на кенгурот изразена во метри. Колку метри е долг еден скок на кенгурот?



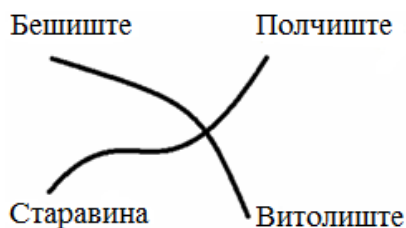
40. Мравка патува по лента долга 1 m. Таа стартува на 2 cm од лентата и финишира на 3 cm од крајот на лентата (види цртеж). Мравката оди право по средината на лентата, без притоа да се враќа. Определи го патот кој ќе го помине мравката.



41. Бубамарата направила прошетка одејќи до јајцето, потоа до цветот и на крајот стигнала до камчето (цртеж десно). Колку е долг патот што бубамарата го поминала од јајцето до камчето?



42. Четири населени места: Бешиште, Полчиште, Витолиште и Старавина, се повразани со патишта како на цртежот десно. Патот од Бешиште до Старавина е долг



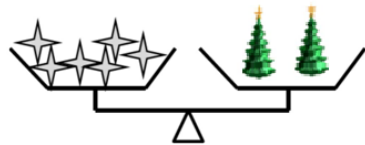
7 km, патот од Полчиште до Витолиште е долг 4 km, а патот од Бешиште до Полчиште е долг 3 km. Колку е долг патот од Старавина до Витолиште?

43. Кирил купил од пазар 1 kg лимони, 2 kg јаболка, 2 kg круши и 4 kg сливи. Продавачот Марко го ставил секое овошје во различна кеса. Како треба Кирил да ги подели кесите за да носи во секоја рака приближно иста тежина?

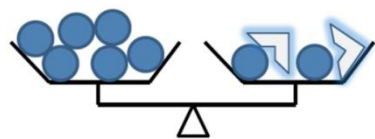


44. Костадинка купила 2 kg круши, 5 kg јаболка, 3 kg пиперки и 3 kg компири. Што купила повеќе овошје или зеленчук?

45. Вагата на цртежот десно е во рамнотежа. Колку ѕвезди тежи една елка?



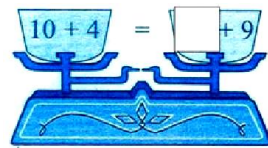
46. Вагата на цртежот десно е во рамнотежа. Колку кругови тежи една колиба?



47. Едно јаболко и една круша тежат колку 3 еднакви праски. Крушата тежи колку 2 од тие праски. Колку праски тежат 3 јаболка и една круша?

48. Две мадарини и една банана тежат колку два портокала. Една банана тежи колку три мандарини. Колку мандарини тежат 4 портокали?

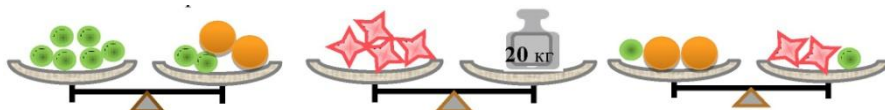
49. На цртежот десно тежините на вагата се изразени во килограми. Колку килограми уште треба да се стават за да биде вагата во рамнотежа?



50. На долните цртежи се дадени три ваги во рамнотежа. Колку тежи една коцка?

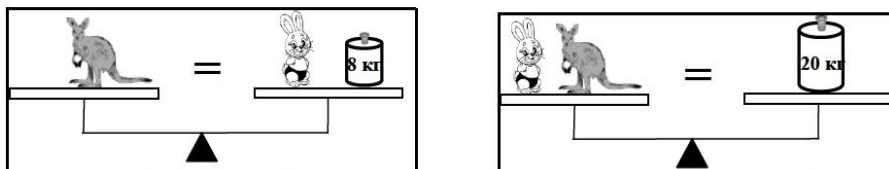


51. На долниот цртеж се дадени три ваги во рамнотежа.



Колку килограми тежат две мали топки?

52. Зајакот е 8 kg полесен од кенгурот. Зајакот и кенгурот заедно тежат 20 kg (види цртеж).



Колку тежи зајакот?

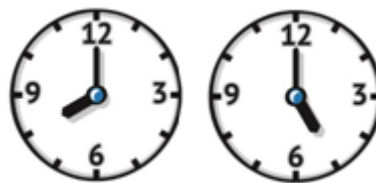
II.5. ВРЕМЕТО Е ВАЖНО

53. Иван стигнува од неговата кука до училиштето за 19 минути. За кое време тој и неговиот другар Никола ќе стигнат од училиштето до кука на Иван?
54. Денес во 12 часот стрелките на два часовника покажуваат кон бројот 12. Едниот часовник стои, а другиот во текот на едно деноноќие оди напред 1 час. Кој часовник до утре до 12 часот повеќе пати ќе покаже точно време?
55. Во еден ден две телевизии прикажувале две епизоди од еден филм. Првата епизода е прикажана во 12:00, во 17:00 и во 18:00 на телевизијата I, а втората епизода, исто така, е прикажана

трипати – во 11:00, во 15:00 и во 17:00 на каналот II. Димитар сака да ја гледа прво првата епизода, а потоа втората епизода. Како треба да го вклучи телевизорот ако секоја епизода трае 1 час?

56. Ристо се качува од први до четврти кат за 4 минути. Горјан се качува до четврти до седми кат за 3 минути. Кој од нив побрзо ќе се качи од први до седми кат и за колку минути?

57. Попладне Горјан почнал да ја пишува домашната задача во времето кое го покажува едниот од двата часовника прикажани на цртежот десно. Тој ја завршил домашната работа во време кое го покажува другиот часовник на цртежот. Колку време Горјан ја пишувал домашната работа?



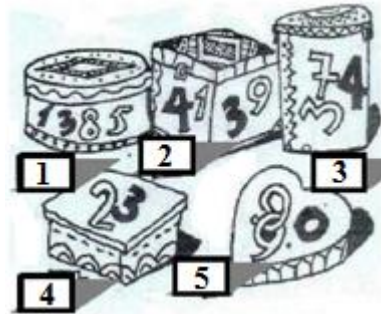
58. Даниел тренира кошарка во понеделник, среда и петок, од 4 до 6 часот попладне. Колку часа тренира Даниел во текот на една седмица?
59. Годините на Павлина се запишуваат со доцифрен број кој е помал од 20, а збирот на цифрите му е 6. Колку години има Павлина?
60. Марија по 8 години ќе има 17 години. Елена е 2 години помлада од Марија. Колку години има денес Елена?
61. Денес Татјана и Бојан заедно имаат 8 години. Определи го збирот на нивните години по 3 години.
62. Пред две години збирот на годините на Маја и Олгица бил 9. Колку ќе биде збирот на нивните години по 3 години?
63. Теодор и Теодора се близнаци и се три години постари од нивната сестра Елисавета. Елисавета има 4 години. Определи го збирот на годините на трите деца.

64. Елеонора има 12 години, а нејзиниот брат Александар е 5 години помал од неа. Колку години има Александар? Колку години имаат двајцата заедно?
65. Збирот на годините на Ана, Марија и Елеонора во 2018 година е 12 години. Определи го збирот на нивните години во 2020 година.
66. Збирот на годините на Јованка и Златко е 10. Златко е 4 години постар од Јованка. Колку години има Златко?
67. Сестрите Матеа и Илина пред две години заедно имале 15 години. Денес Матеа има 13 години. По колку години Илина ќе има 9 години?
68. Ангел е 4 години постар од Лилјана. Збирот на нивните години е 18. Колку години има Ангел?
69. Борис е 8 години постар од Ангел и е 4 години помал од Венко. Разликата на годините на Венко и Ангел е за 5 поголема од годините на Ангел. Колку години има Ангел?
70. Елена има 6 години. Нејзиниот брат Петар е 4 години постар од неа, а нивната сестра Даниела е 2 години помала од Петар. Колку години имаат сите тројца заедно?
Подреди ги во низа годините по големина, почнувајќи од најмалиот број. Што забележуваш? Запиши ги следните 4 члена на оваа низа.
71. Во една сендвичарница се продаваат само сендвичи направени или со 2 парчиња леб и 1 колбас или 1 парче леб и 2 колбаси. Кирил јаде сендвич со 2 парчиња леб и 1 колбас за 7 минути, а сендвич со 1 парче леб и 2 колбаси јаде за 6 минути. Тој изел сендвичи во кои вкупно имало 5 колбаси и 4 парчиња леб. Колку време јадел Киро?

II.6. РАЗНИ ЗАДАЧИ

72. Во гаражата има 6 автобуси и за 4 повеќе ципови. Колку возила има во гаражата.

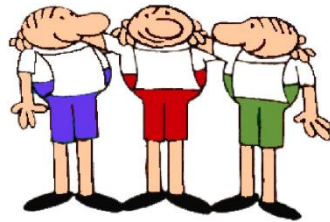
73. Секоја од кутиите дадени на цртежот десно содржи онолку бомбони колку што е збирот на цифрите запишани на кутијата. Горјан ја зел кутијата во која има најмалку бомбони. Која кутија ја зел Горјан?



74. Марија набрала три цвета (цртеж десно). Таа забележала дека секој од цветовите има различен број венечни ливчиња. Таа скинала најмал можен број венечни ливчиња, со што секој од цветовите имал еднаков број ливчиња? По колку ливчиња скинала Марија од секој цвет? Колку вкупно ливчиња скинала таа?



75. Тројца пријатели јаделе кебапчиња. По ручекот секој од нив на картонче го запишал точниот број кебапчиња кои ги изел (види цртеж долу).



Кога ги собрале броевите, заклучиле дека заедно изеле повеќе од 15 кебапчиња. Колку кебапчиња изеле пријателите?

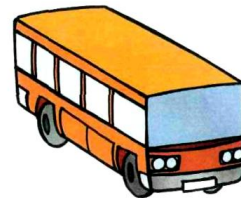
76. Вервериците Чип и Дејл заедно имаат 17 желади. Чип има 8 желади. Која верверица има повеќе желади и за колку?



77. Калина знае напамет 17 стихотворби, а Матеј знае напамет 11 стихотворби. Колку повеќе стихотворби знае Калина од Матеј?
78. Петар има 2 јаболка, Ирена има 2 јаболка повеќе од Петар, а Весна има 2 јаболка помалку од Ирена. Колку јаболка имаат заедно трите деца?
79. Матеј, Никола и Огнен имаат еднаков број топчиња. Матеј му дал на Никола 7 од неговите топчиња, Никола му дал на Огнен 6 од неговите топчиња и Огнен му дал на Матеј 5 од неговите топчиња. Колку топчиња има помалку Матеј од Огнен?
80. На покривот на куќата има неколку врапчиња, а на оградата има 6 врапчиња повеќе. Три врапчиња одлетале од покривот, а 2 врапчиња од оградата прелетале на покривот. Колку повеќе врапчиња сега има на оградата?
81. Во охридското пристаниште има 18 галеби, 9 бели и 11 црни лебеди. Што има повеќе, галеби или лебеди, и за колку?
82. Капетан Кука купил неколку папагали. При качувањето на бродот, неколку папагали му одлетале. Папагалите што му останале ги подарил на морнарите. Вечерта, половината од папагалите што одлетале се вратиле кај капетан Кука и тој имал 4 папагали. Колку папагали купил капетан Кука?
83. Во градината на дедо Петре има 20 моркови. Во понеделникот зајакот Долгоушко изел 1 морков. До четвртокот Долгоушко секој следен ден јадел по еден морков повеќе, а потоа до неделата секој следен ден јадел по еден морков помалку. Колку моркови му останале на дедо Петре?
84. Зајакот Долгоушко секој ден јаде или 5 моркови или една зелка. За една седмица Долгоушко изел 20 моркови. Колку зелки изел Долгоушко во таа седмица?



85. Горјан има едно куче, три мачки и два папагала. Колку нозе заедно имаат животните на Горјан?
86. Во полјанката во шумата се собрале момчето Могли, пантерот Багира, змијата Каа, мечката Балу и две волчиња. Колку нозе има на полјанката?
87. Во шумското училиште учат 3 волчиња, 4 бувчиња, 2 пајчиња и неколку мечиња. Учителот Був пребројал дека сите заедно имаат 44 нозе. Колку мечиња учеле во училиштето?
88. Во еден магацин имало 16 пакети со шеќер. Магационерот одново го спакувал шеќерот при што од 3 стари пакети правел еден нов пакет. Колку пакети шеќер имало по препакувањето на шеќерот?
89. Во автобус патувале 10 патници. На првата автобуска постојка се симнале 5 и се качиле 2 патника. Колку патници потоа патувале со автобусот?



94. На паркингот има 5 автобуси, 4 автомобили и камиони. Бројот на камионите е за 2 помал од вкупниот број автобуси и автомобили. Колку возила има на паркингот.
95. Таткото купил јаболка. Мајката изела 2 јаболка, а нивните две ќерки изеле по едно јаболко, по што останале 5 јаболка повеќе отколку што биле изедени. Колку јаболка купил таткото?
96. Во понеделникот Андреа изела вкупно 15 цреси и јагоди, при што изела помалку јагоди. Во вторникот таа изела 2 цреси повеќе и 6 јагоди помалку отколку во понеделникот. Колку цреси вкупно изела Андреа двата дена?
97. На ливадата имало стадо коњи. Од нив 6 отишле до потокот да пијат вода. На ливадата останале 3 коњи повеќе од коњите што отишле да пијат вода. Колку коњи имало на ливадата на почетокот?
98. За Нова година Елена ја украсила својата соба со црвени и шарени балони. Црвени балони имало 7, а шарени, 5 повеќе. Колку балони Елена искористила за украсување на собата?
99. Максим чита книга која има 20 страници. Тој прочитал неколку страници. Ако прочита уште 3 страници, за читање ќе му останат уште 8 страници. Колку страници прочитал Максим?
100. Во вазната имало 6 цвета со по три ливчиња. Катерина зела 4 цвета. Колку ливчиња имаале цветовите кои останале во вазната?
101. Горјан купил 6 каранфили и 6 лалиња. На тетка му Вера ѝ подарил 5 цвета, а преостанатите ѝ ги подарил на неговата мајка Елена. Колку цвета добила мајката на Горјан?
102. Горјан ѝ подарил на својата мајка Елена за роденден букет од 17 бели, жолти и црвени рози. Во букетот имало 10 бели и жолти рози, како и 10 жолти и црвени рози. Колку жолти рози имало во букетот?

103. Во еден букет има 17 бели, црвени и жолти рози. Од нив 7 се црвени, а жолтите се за 2 повеќе од белите. Колку жолти рози има во букетот?
104. На Весна ѝ недостасуваат 3 панделки за да има 14, а на Виолета ѝ недостасуваат 6 панделки за да има 14 панделки. Која има помалку од 10 панделки?
105. Мартина има вкупно 13 топчиња – црвени, зелени и сини. Црвените и зелените се вкупно 8, а сините и зелените се вкупно 7. Колку топчиња има Мартина од секоја боја?
106. Баба Трпана има кошница со јајца. Првин од кошницата им дала 6 јајца на своите внуци, а потоа во кошницата ставила уште 2 јајца. Како се променил бројот на јајцата во кошницата и за колку?
107. За празникот Велигден Марија бојадисала 6 црвени, 2 жолти и 3 повеќе од жолтите шарени јајца. Колку јајца бојадисала Марија?
108. Баба Мирјана бојадисала 5 црвени и 6 повеќе зелени јајца. Колку јајца вкупно бојадисала баба Мирјана?
109. Баба Илина вапсала 4 жолти и 7 црвени јајца. Колку јајца, без да гледа, треба да земе нејзиниот внук Костадин за да биде сигурен дека зел барем едно црвено јајце?
110. Во една кошница имало 5 јајца, во друга кошница имало 3 јајца повеќе, а во трета кошница имало 1 јајце помалку од првата кошница. Колку јајца имало заедно во трите кошници?
111. Филимена бојадисала 20 јајца. Од нив 7 се црвени, 6 се жолти, а другите се шарени. Колку шарени јајца бојадисала Филимена?
112. Во празна кошница Катерина ставила неколку јајца. Ванчо ставил уште 4 јајца, а Елена извадила 3 јајца. Потоа Ванчо ставил уште 2, а Елена извадила 6 јајца, по што во кошницата имало 4 јајца. Колку јајца ставила во кошницата Катерина?

113. Баба Софија имала 20 бојадисани јајца во кошницата. На своите внуци им дала 9 јајца. На другарчињата на внуците им подарила 5 јајца, а едно од нив ѝ дало 2 јајца кои ги ставила во кошницата. Потоа, таа бојадисала уште 7 јајца и ги ставила во кошницата. Уште колку јајца имала бабата во кошницата?
114. Вера и Фросина бојадисале 19 јајца. Првото бојадисано јајце е црвено, второто е сино, третото е жолто и четвртото е зелено. Преостанатите јајца продолжиле да ги бојадисуваат во истиот редослед на боите. Која е бојата на петнаесеттото јајце?
115. Ана реди обоени коцки. Прво 3 бели, потоа 2 црвени, па 3 сини, 4 зелени и на крај, 2 жолти коцки. Каква боја има коцката која се наоѓа на десеттото место?
116. Во две кутии има бонбони. Ако од едната кутија земеме 4, а од другата 5 бонбони, тогаш во двете кутии ќе останат вкупно 10 бонбони, и тоа, по ист број во секоја кутија. Колку бонбони имало во секоја кутија?
117. Во еден ресторан има мажи, жени и деца. Бројот на мажите е 10, жени има 6 помалку од мажи и деца има едно повеќе од жени. Колку луѓе има во ресторанот?
118. Автобус тргнал од Скопје за Битола, при што застанал во Велес, Градско и Прилеп. Во Велес се симнале 4, а се качиле 3 патници. Во Градско се симнале 7 и во Прилеп се симнал 1 патник, по што за Битола продолжиле да патуваат 11 патници. Колку патници имало во автобусот на почетокот?
119. Весна скинала неколку детелинки со три и четири ливчиња. Таа избројала 11 ливчиња. Колку детелинки имале 3, а колку 4 ливчиња?



120. Учениците од второ одделение од едно училиште патуваат со воз кој има три вагони. Со нив патуваат и 7 нивни учителки. Во третиот вагон има најмалку учителки. Во вториот вагон има двапати повеќе учителки отколку во првиот вагон. По колку учителки има во секој вагон?

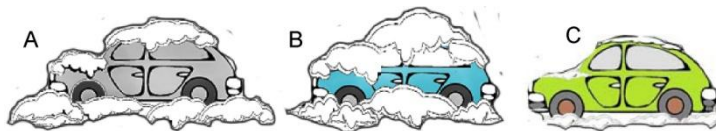


121. Фармерот Иван има два вида пакувања за јајца, и тоа, пакувања кое собира точно 10 јајца и пакување кое собира точно 12 јајца. Слаткарот Крсте му порачал 128 јајца. Како треба да ги спакува јајцата Иван при што сите пакувања да се полни?
122. На роденденската прослава на Мартин на секоја од петнаесетте маси имало по еден свеќник со 3 или 5 свеќи. Вкупно имало 57 свеќи. На колку маси имало свеќници со 3 свеќи, а на колку свеќници со 5 свеќи?
123. Зајакот Ушко јаде зелки и моркови. Во еден ден тој јаде или 9 моркови, или 2 зелки или, пак, 1 зелка и 4 моркови. Во текот на една седмица Ушко изел 30 моркови. Колку зелки изел Ушко во текот на таа седмица?
124. Во една магична градина плодовите на секое дрво се или 6 круши и 3 јаболка или 8 круши и 4 јаболка. На дрвјата има 25 јаболка. Колку дрвја има градината и колку круши има на нив?

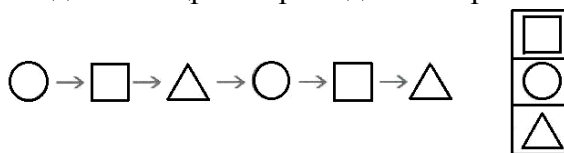
III ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

III.1. ЛОГИЧКИ ГЛАВОБОЛКИ

1. За седмиот роденден на Михаил неговата мајка подготвила тор-та на која имало 7 еднакви свеќички. Секоја свеќичка изгорува за 7 минути. За колку минути ќе изгорат сите свеќички, ако тие се запалени истовремено?
2. Кога стои на една нога, Иван тежи 20 kg . Колку ќе тежи Иван кога ќе застане на двете нозе?
3. Илија и Ивана го поминуваат паркот кој се наоѓа покрај нивната кука. До каде Илија и Ивана можат да навлезат во паркот? Зошто?
4. Мирослав има 12, а Славчо има 16 топчиња за тенис. Мирослав му дал на Бојан неколку од своите тениски топчиња. Бојан добил од Славчо онолку топчиња колку што му останале на Мирослав. Колку топчиња добил Бојан од двајцата другари?
5. Ноќта на дочекот на Нова година постојано врнело снег. Три автомобили во текот на ноќта пристигнале на паркинг во различно време (види цртеж). По кој редослед пристигнале автомобилите на паркингот?



6. Која фигура на долниот цртеж треба да се поврзе со стрелка?



7. Која низа фигури на долниот цртеж треба да се поврзе со стрелка?



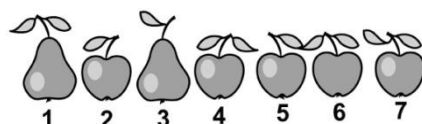
8. На цртежот десно е прикажана група од пет предмети. Еден од нив не треба да се наоѓа во оваа група предмети. Кој е тој предмет? Зошто?



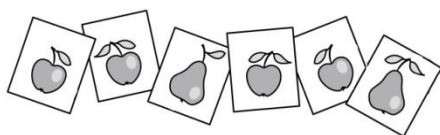
9. На цртеж се прикажани пет спирали. Една од спиралите не треба да се наоѓа во оваа група. Која е таа спирала? Зошто?



10. Ангела го фотографирала одразот на овошни плодови во огледало (цртеж десно).



Таа направила фотографија од секој плод, но една фотографија загубила (цртеж лево). Што имало на загубената фотографија?

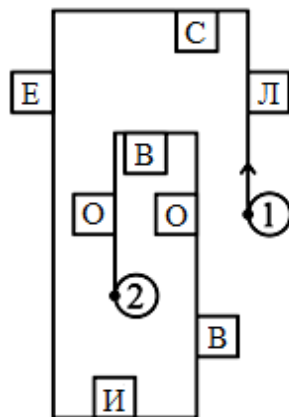


11. Марко чека во ред да купи сладолед. Во редот нема две деца еднородруго. Тој изброи дека пред него има 3 деца, а зад него има 5 деца. Колку деца чекале во редот?
12. Иван наредил 13 книги една до друга. Книгата „Алиса во земјата на чудата“ била осма одлево-надесно. На кое место е оваа книга оддесно-налево?
13. Доротеј е на изложба. На еден сид се закачени седум свилени слики. На левата страна е сликата на змејот, а на десната страна е сликата на пеперутката.



Кое животно се наоѓа десно од змејот и штркот, а лево од тигарот?

14. Костадинка се движи по патот прикажан на цртежот десно. Таа ги чита само буквите кои се наоѓаат од нејзината десна страна. Кој збор ќе го прочита Костадинка одејќи од местото 1 до местото 2?



15. Имам тројца другари: Антон, Бојан и Коле. Вчера играв со Бојан и Антон. Едниот од нив има 8 години, а другиот има 9 години. Денес играм со Антон и Коле. Едниот од нив има 10 години, а другиот има 8 години. Колку години има секој од моите другари?
16. Петнаесет деца играат криенка. Едно од децата ги бара преостанатите и нашло 11 деца. Колку деца останале скриени?
17. Вера појадува подолго време отколку што Фросина ги мие забите. Самоил ги мие забите исто време колку што Вера појадува. Кој подолго ги мие забите, Самоил или Фросина?
18. Вчера беше Денот на математиката. Утре ќе одиме на екскурзија. Ќе се вратиме од екскурзија следниот ден – вторник. Кој ден од седмицата беше Денот на математиката?
19. Ивана имала 12 кукли. Таа купила панделка со должина 4 m. Колку пати треба Ивана да ја пресече панделката за да направи панделки за неа и за нејзините кукли?

20. Во една продавница сите бонбони се со различно пакување. За секои три пакувања на купувачот му следува една бесплатна бонбона. Стефан има пари да купи точно 7 бонбони. Кој е најголемиот број бонбони кој во оваа продавница може да го добие Стефан? 
21. Матеј игра пикадо. Тој има 10 стрели и за секој погодок во центарот на метата добива две нови стрелки. Матеј гаѓал со точно 20 стрели. Колку пати го погодил центарот на метата?
22. Група деца игра со топки, јажиња и обрачи, при што секое дете игра само со еден реквизит. Три деца не играат со топки и јажиња, 6 деца не играат со обрачи и топки, а 7 деца не играат со јажиња и обрачи. Колку деца има во групата?
23. На еден натпревар Ангел, Борјан, Чедомир и Добре ги освоиле првите четири места. Ангел се пласирал пред Борјан, Чедомир се пласирал по Добре, а и Борјан се пласирал по Добре. Кој го освоил третото место?
24. Ивана, Вера и Фросина се нови ученици во II^a одделение. На 5 септември секоја од нив дома кажала како се вика нивната учителка. Ивана: „Елена Петревска“, Фросина: „Магдалена Петревска“ и Вера: „Катерина Михајловска“. Се покажало дека секое девојче точно го кажало или името или презимето на учителката. Како се вика учителката.
25. Во шумата живеат зајаци и лисици. Лисиците лажат, а зајациите ја говорат вистината. Зајациите се плашат од лисиците, лисиците не се плашат од зајациите и животните од ист вид не се плашат едно од друго. Три животни играле на ливада и потоа седнале едно до друго во круг. Секое животно се свртело на десно и на соседот му рекло: „Јас се плашам од тебе!“ Колку лисици седеле во кругот?
26. Никола, Зоран и Ѓорѓи јаделе сладолед. Никола рекол: „Најмногу сладолед изеде Ѓорѓи“. „Не, јас изедов помалку сладолед од

Зоран“ – рекол Ѓорѓи. „Јас и Ѓорѓи изедовме еднакво количество сладолед“ – рекол Зоран. Кој изел најмалку сладолед ако сите тројца излагале?

27. Весна, Цветанка и Марга бојадисувале јајца – секоја во различна боја и тоа: жолта, зелена и црвена. Весна не бојадисала ниту во жолта ниту во црвена боја. Цветанка не бојадисала во црвена боја. Определи која во каква боја ги бојадисала јајцата.

28. Васко, Ѓорѓи и Коста нацртале бел триаголник, сив круг и црн квадрат (види цртеж). Секој по една фигура. Васко цртал по Киро и фигурата на Васко не е бела. Кој која фигура ја нацртал?



29. Близнаците Теодор и Теодора истовремено лажат само во недела. Во другите денови едниот лаже, а другиот ја говори вистината. Теодор рекол: „Денес е недела“. Теодора одговорила: „Недела е утре“. Кој ден од седмицата е денес?

30. Виктор, Емил и Тимотеј денесле по една играчка. Секој си играл со играчка која не е негова. Виктор си играл со автомобилот, сопственикот на камионот со багерот, а сопственикот на автомобилот со камионот. Автомобилот не е на Тимотеј. Определи го сопственикот на секоја од играчките.

31. Васил, Глигор и Димко се натпреварувале со син, црвен и жолт автомобил. Автомобилот на Димко минал низ целта точно по жолтиот автомобил, а црвениот автомобил минал низ целта по автомобилот на Васил. Чиј автомобил и со која боја бил прв, ако тоа не е автомобилот Глигор?



32. Трката ја започнаа три автомобили во следниот редослед: жолт, црвен и син. Низ целта автомобилите поминаа во следниот редослед: Х, М и А. Притоа ниту еден автомобил не помина низ

целта по редоследот по кој ја почна трката. Каква е бојата на секоја марка автомобил, ако се знае дека А не е жолто.

33. Владо, Никола и Стојан се учат да сметаат. Секој од нив имал по 1 или 2 топчиња.

Стојан рекол: „Заедно имаме најмалку 5 топчиња.“

Никола рекол: „Јас и Владо имаме еднаков број топчиња.“

Владо рекол: „Јас имам повеќе топчиња отколку што има Стојан.“

Се покажало дека сите тројца грешат. Колку топчиња има секој од нив?

34. Ведран, Михаил и Дамјан заедно имаат 20 златници. Ведран има повеќе од 4 златници, а Михаил има помалку од 9 златници. Дамјан има повеќе златници од Ведран, а помалку златници од Михаил. Колку златници има секој од нив?

III.2. ЗАНИМЛИВИ БРОЕЊА И РАСПОРЕДУВАЊА

35. Разгледај го цртежот десно. Кој е најмалиот број фигури кои треба да ги отстраниме така што ќе останат фигури од само еден вид?



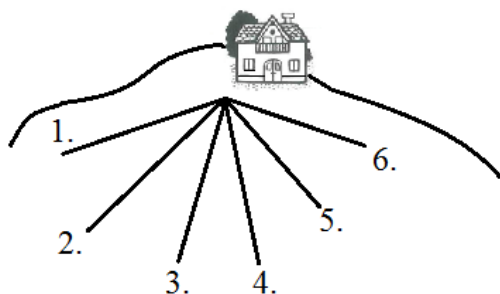
36. Во темна соба во кошница има 2 жолти и 3 црвени јаболка.

а) Колку јаболка најмалку треба да земеме за да сме сигурни дека сме зеле барем едно црвено јаболко?

б) Колку јаболка треба да земеме за да сме сигурни дека сме зеле барем едно жолто јаболко?

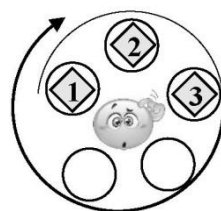
37. Во торба има 4 бели и 4 црвени чорапи. Без да гледаме вадиме по еден чорап. Колку чорапи треба да извадиме за да бидеме сигурни дека сме извадиле 2 истобојни чорапа.

38. Во еден зимски центар има шест ски-патеки кои се распоредени како на цртежот десно. Меѓу секои две патеки има по две куќички за одмор. Колку вкупно куќички за одмор има меѓу првата и последната ски-патека?



39. Запиши ги броевите од 5 до 17. Колку цифри искористи повеќе пати од еднаш?
40. Горјан ги запишал броевите од 1 до 16. Колку пати ја запишал цифрата 1?
41. За празникот Божиќ мајка му на Горазд правела ситни колачи со четири фигури во следниот редослед ♡ ☀ ☾ ☆. Како изгледал 18-тиот колач?

42. Броевите од 1 до 11 се запишани на одделни картончиња. Фросина ги поставила последователно едно врз друго во петте крукчиња во дадената насока (цртеж десно). Определи го збирот на броевите во крукчето во кое се наоѓа бројот 1.



43. На колку начини можам да поклонам три исти книги на три деца така што секое дете да добие книга?
44. На колку начини можеме да поделиме 4 исти балони на две деца така што секое дете да добие барем еден балон?
45. Определи го бројот на можните зборови на броевите кои се добиваат при фрлање:
- две коцки за играње,
 - три коцки за играње.



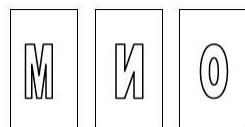
46. На колку начини може да се запише бројот 11 како збир на три различни собирци? Збирите во кои само е променет редоследот на собирците ги сметаме за еднакви.
47. Имаме 3 монети од 1 денар и 2 монети од 5 денари. Колку различни суми може да бидат исплатени со три од овие монети?
48. На колку начини може да се стават броеви на местото на ѕвездата и триаголникот така што да е точно неравенството

$$\nabla + * < 5.$$

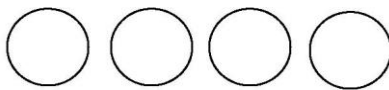
49. Трајче направил три картончиња (цртеж десно). Колку различни низи од две цифри може да состави со помош на картончињата?



50. Миодраг скратено се потпишува МИО. Тој направил три картички како на цртежот десно и почнал да ги реди картичките едно до друго во редица. Колку различни низи од по три букви добил Миодраг?

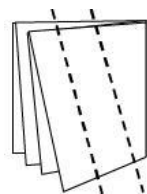


51. Деспина ставила млеко, јогурт, чај, кифли и погачици за појадок на масата. На колку различни начини може да појадува Дамјан, ако тој задолжително зема по еден пијалак и по едно печиво?
52. Буквите А, Б и В запиши ги во крукчињата дадени на цртежот десно така што во секои соседни крукчиња ќе бидат запишани различни букви.



53. Во еден ред нацртај 10 квадрати и кружници така што до секоја кружница да има само квадрати, а до секој квадрат да има и кружница и квадрат.

54. Теодосиј првиткал лист хартија на половина, а потоа уште на половина како што е прикажано на цртежот десно. Потоа, тој со ножици двапати ја



пресекол хартијата по линиите. Колку парчиња хартија добил Теодосиј?

55. Во една група деца секое дете се ракувало со секое. Вкупниот број на ракувањата е еднаков на 6. Колку деца имало во групата?

56. Секој марсовец има по три раце. Група марсовски деца тргнале на прошетка наредени како на цртежот десно. Секое дете мора да го држи за рака секој свој сосед кој е пред него, зад него, лево од него или десно од него.

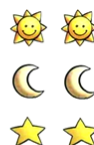


57. На цртежот десно е дадена табела од 12 полиња обоени во четири бои: кафеава (К), зелена (З), сина (С) и жолта (Ж). Томислав обоил во сива боја осум полиња на табелата така што четирите полиња што останале се обоени во различни бои и не се допираат во ниту една точка. Кои полиња ги обоил Томислав?

К	З	С	Ж
С	Ж	К	З
К	З	С	Ж

58. Горјан има 11 налепници. Тој во квадратна табела со три реда и три колони, според определено правило, залепил пет налепници (цртеж десно) и отишол да игра фудбал. Малата Јована сака во полињата означени со броеви да залепи соодветни налепници.

★	☾	☀
☾	1	2
3	★	4

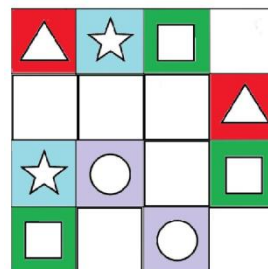


Какви налепници треба Јована да залепи во полињата означени со броевите 1, 2, 3, и 4. Какви налепници нема да бидат залепени?

59. Во шемата дадена на цртежот десно во секој ред и секоја колона треба да се наоѓа различен знак. Кои знаци треба да стојат на местата на прашалниците?

★	☀	♥
?	★	☀
☀	?	?

64. Во шемата дадена на цртежот десно во секој ред и во секоја колона треба да се наоѓа различна геометриска фигура. Кои фигури треба да стојат во празните полиња?



65. Во табелата на цртежот десно 9 полиња се пополнети со симболите на марките автомобили мерцедес, опел, фолсфатген и пежо, а додека 6 полиња се празни. Дополнително се дадени 8

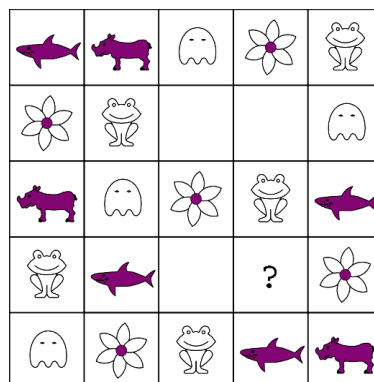


симболи, од кои седум треба да се стават во табелата. Кој симбол нема да биде искористен? Кој симбол во кое поле ќе биде ставен?

66. Илија, со фигури од облиците:



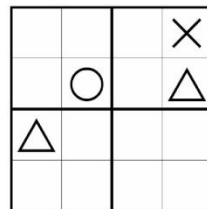
ја пополнува табелата прикажана на цртежот десно. Притоа, во секој ред и во секоја колона од табелата тој може да стави само една фигура од даден облик. Која фигура треба да ја стави Илија во квадратчето во кое се наоѓа прашалникот?



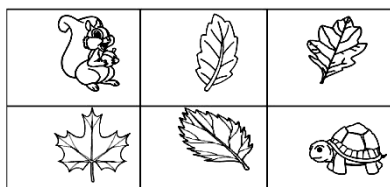
67. На цртежот десно се дадени четири квадрати во кои малите квадратчиња биле пополнети според определено правило. Елена ги избришала буквите во еден од квадратите. Пополни го четвртото квадратче, но така што ќе биде запазено правилото.



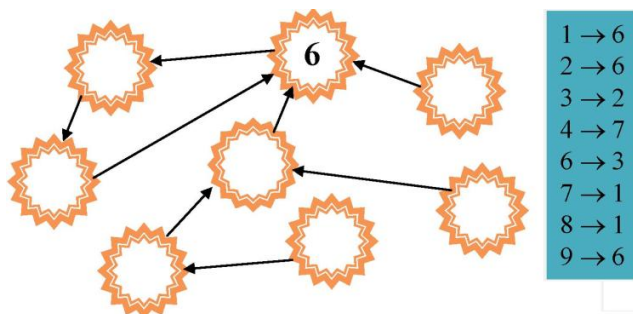
68. Во квадратчињата на фигурата прикажана на цртежот десно постави квадратчиња, крукчиња, триаголничкиња и крвчиња така што секој знак да се наоѓа во секој ред, во секоја колона и во секој квадрат означен со подебели линии.



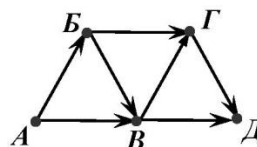
69. За да стигне до желката, верверицата смее да помине само преку два листа кои се во соседни полиња (цртеж десно). На колку различни начини верверицата може да стигне до желката



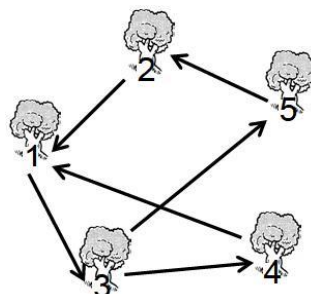
70. На долниот цртеж е прикажана фигура во која 9 ѕвезди се поврзани со стрелки кои го покажуваат дозволениот правец на движење, а десно е дадена шема на насоките од која кон која ѕвезда е дозволено движење. Една ѕвезда е означена. Означи ги преостанатите 8 ѕвезди.



71. Определи го бројот на различните начини на кои, движејќи се во насоките на стрелките на цртежот десно, може да стигнеме од А до Д? Испиши ги сите начини.

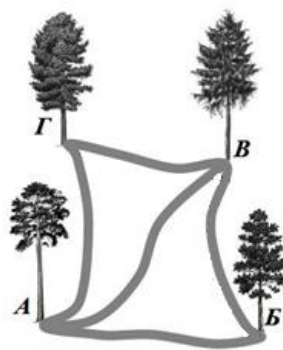


72. Секое утро Доротеј оди во парк во кој има пет даба. Доротеј во паркот шета така што поминува само по еднаш по патеките прикажани на цртежот десно, и тоа, во насока



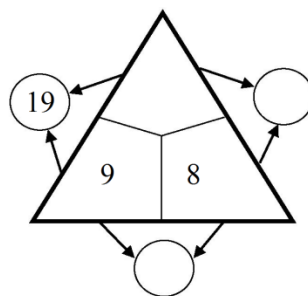
на стрелките. Определи еден распоред според кој Горјан се движел по патеките?

73. Во градината на дедо Марко има 4 бо-
ра кои се поврзани со патеки (цртеж
десно). Павел прошетал низ градината
така што поминал по сите патеки, и
тоа, по секоја патека само еднаш. На
колку различни начини Павел може да
ја направи прошетката? Запиши ги
сите начини на кои Павел може да ја
направи прошетката.

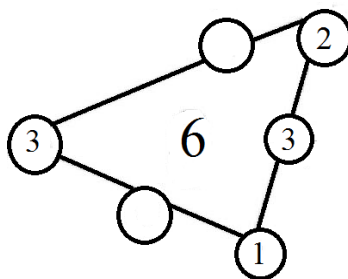


III.3. МАГИЧНИ ФИГУРИ

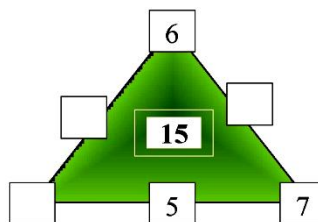
74. Кои броеви треба да бидат запишани
во празните полиња на фигурата даде-
на на цртежот десно?



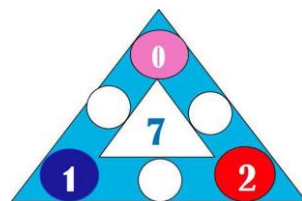
75. Разгледај го дијаграмот на цртежот
десно. Кои броеви недостасуваат?



76. Збирот на броевите запишани во
квадратчињата на секоја страна од
триаголникот даден на цртежот
десно е еднаков на 15. Определи го
збирот на броевите што недостасу-
ваат.



77. Збирот на броевите запишани на секоја страна на триаголникот даден на цртежот десно е еднаков на 7. Кои броеви треба да се запишани во празните кругчиња?



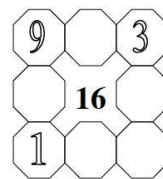
78. Разгледај ја табелата дадена на цртежот десно. Кој број треба да е запишан во празното поле на табелата?

5	3	4
6	2	4
7	2	

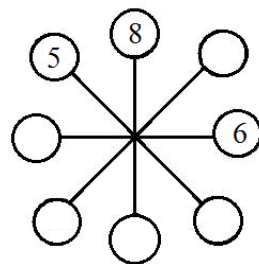
79. На цртежот десно, збирот на броевите запишани во секој правоаголник составен од три квадратчиња треба да биде еднаков. Допиши ги броевите кои недостасуваат?

7	2	3			3	8
			4			
6	2					4

80. Во шестаголниците на рамката на цртежот десно се запишани различни едноцифрени броеви, и збирот на сите броеви запишани во шестаголниците на секоја страна од рамката е еднаков на 16. Определи ги броевите кои недостасуваат. Потоа подреди ги во растечки редослед броевите запишани во рамката. Која е петтиот по големина запишан број?



81. Во три кругчиња на фигурата дадена на цртежот десно се запишани броевите 5, 6 и 8. Во преостанатите пет кругчиња запиши ги броевите 7, 9, 10, 11 и 12, по еден број во секое кругче, така што збирот на броевите запишани во кругчињата на краевите на секоја отсечка да биде еднаков.



82. Во табелата на цртежот десно треба да се запишат броеви така што збирот на броевите во секој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала да е еднаков. Некои броеви се веќе запишани.

5	10	
*	6	
		7

Кој број треба да се запише на местото на ѕвездата?

83. Марио составил магичен квадрат, а потоа ги избришал броевите во пет полиња. Во три празни полиња Фросина нацрнала јајце, пеперутка и цвет (цртеж десно). Пресметај



1		5
	4	
		7

84. На цртежот десно е прикажан дел од магичен квадрат, т.е. квадрат во кој збирот на броевите запишани во секој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала е еднаков. Определи го збирот на броевите кои недостигаат.

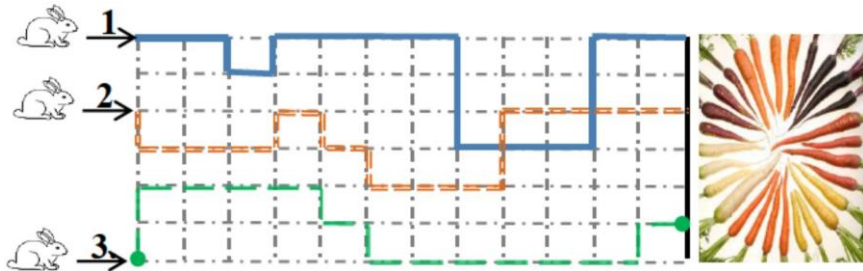
8		4
		9
6		2

85. Во празните квадратчиња на големиот квадрат даден на цртежот десно запиши броеви така што збирот на броевите во секој ред и во секоја колона ќе биде еднаков?

2	7	6
9	5	

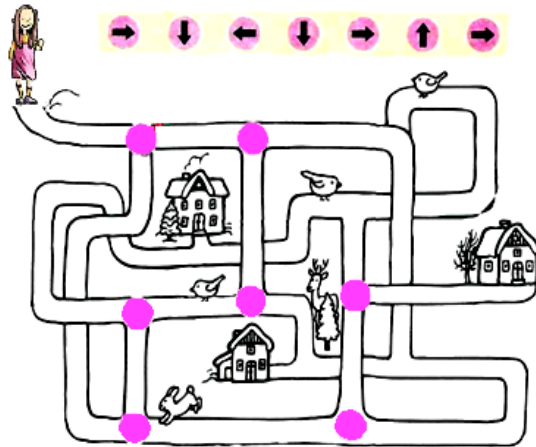
III.4. ДВИЖЕЊЕ ПО ПАТЕКИ И ЛАВИРИНТИ

86. Скокот на секое зајаче е еднаков на должината на страната на квадратчињата во мрежата.



Колку скокови направило секое од зајачињата за да дојде до морковите?

87. Марија оди на гости кај нејзината баба Катерина. Патот по кој таа треба да се движи се добива ако на означените места последователно ги ставиме стрелките кои се наоѓаат на горниот дел на цртежот десно. Обележи го патот по кој Марија треба да оди за да стигне кај нејзината баба.

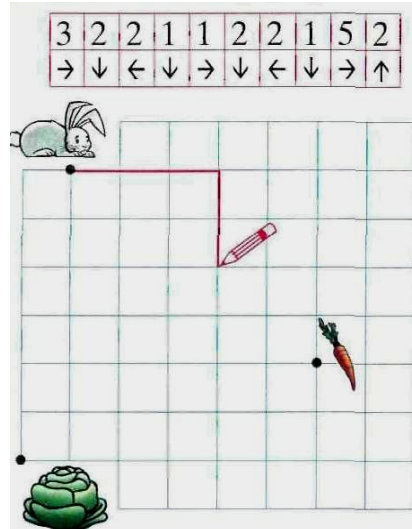


Одејќи по патот на секоја раскрсница Марија свртува лево или десно. Колку пати таа свртела десно, а колку пати свртела лево?

88. Павлина тргнала во насоката која ја покажува стрелката на цртежот десно. Таа на секоја раскрсница врти лево или десно. Павлина последователно вртела: десно, лево, лево, десно, лево и лево. До кои играчки дошла Павлина?



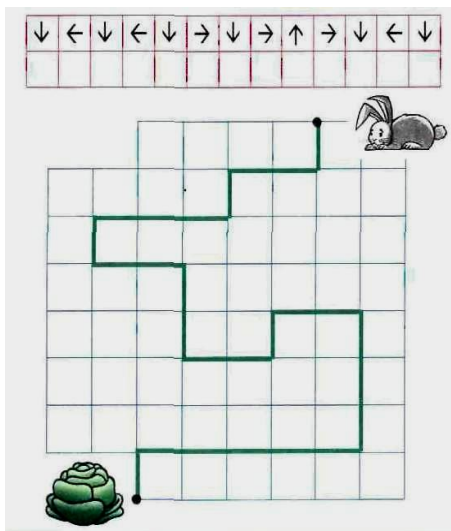
89. Во потрага по храна, зајачето Ушко се движи по мрежата прикажана на цртежот десно. Ушко последователно се движи во насоките кои ги покажуваат стрелките во горниот дел на цртежот, при што во дадената насока поминува онолку полиња колку што изнесува бројот над соодветната стрелка. Делот



од патот определен со првите две стрелки е прикажан на цртежот.

Која храна ја нашол Ушко: морковот или зелката?

90. Зајачето Ушко тргнало во потрага по храна, при што за да стигне до зелката го поминало патот кој е означен на цртежот лево. Притоа се движело во насоките кои ги покажуваат стрелките во горниот дел на цртежот. Колку полиња Ушко одел надолу или нагоре, а колку лево или десно?

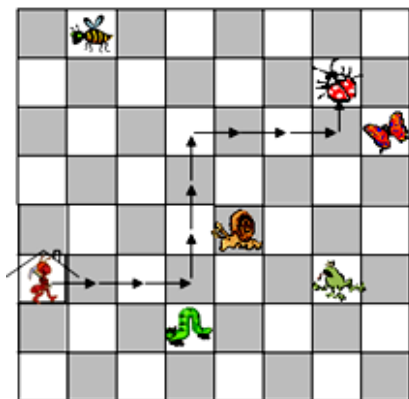


91. Атомската Мравка тргнува од дома и следејќи ја шемата:

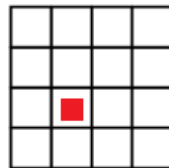
$\rightarrow 3, \uparrow 3, \rightarrow 3, \uparrow 1$

(види цртеж десно) ја посетила бубамарата. Кого ќе посети Атомската Мравка ако тргне од дома и се движи според шемата:

$\rightarrow 2, \downarrow 2, \rightarrow 3, \uparrow 3, \rightarrow 2, \uparrow 2$?

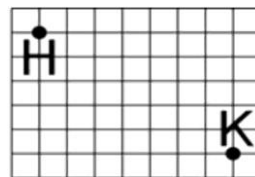


92. Петар има квадратна табла со четири реда и четири колони и квадратна плочка, која на таблата е поставена како на цртежот десно. Петар последователно ја поместува плочката од квадратчето во кое се наоѓа во соседно квадратче (две квадратчиња се соседни ако имаат заедничка страна), и тоа во следниве насоки: $\rightarrow, \uparrow, \leftarrow, \downarrow, \rightarrow$.

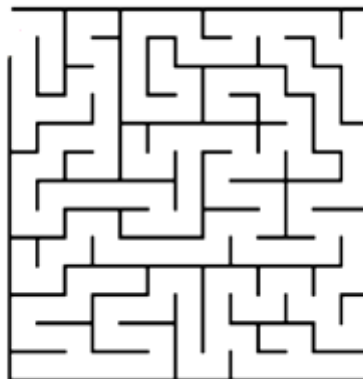


Во кое квадратче се наоѓа црвената плочка?

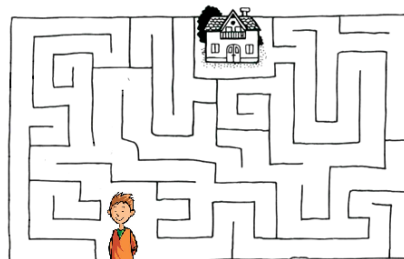
93. Нацртај го патот по кој може да се стигне од точката *H* до точката *K* така што последователно по поминати 2, 2, 2, 2, 3, 3 и 2 квадратчињата во шемата дадена на цртежот десно се менува насоката, но притоа да не се помине двапати низ иста точка.



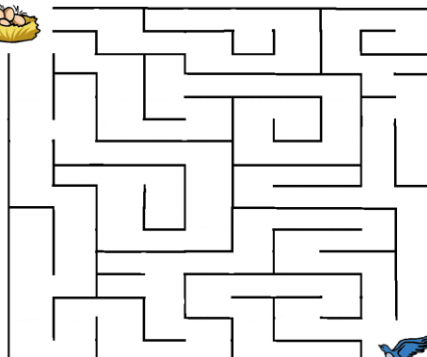
94. Дедо Мраз треба да помине низ лавиринтот за да ги стави подароците под елката на Горјан. Помогни му да го најде патот.



95. Таткото на малиот Петар е љубител на природата, па затоа пред нивната кука направил лавиринт од жива ограда. Петар излегол да се прошета, но поминувајќи низ лавиринтот заборавил да го означи патот по кој се движел. Помогни му на Петар да се врати дома.



96. Во потрага по храна птицата го напуштила своето гнездо кое се наоѓа на спротивната страна на паркот кој е во форма на лавиринт. Помогни ѝ на птицата да се врати во



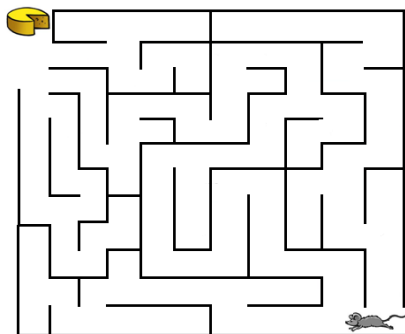
гнездото. Означи го само патот кој птицата мора да го помине.

97. Илија бил поканет на викенд кај својата соученичка Марија, но не знаел каде живее таа. Затоа Марија му објаснила дека на влезот од шумата има четири патеки и тој треба да ја избере крајната лева патека, а потоа само да продолжи да се движи и така ќе стигне до нејзината планинска кука.



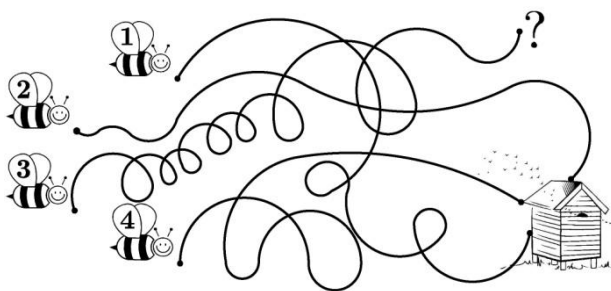
Но, се покажало дека не е така едноставно да се дојде до планинската кука на Марија. Помогнете му на Илија да дојде до кукаата!

98. Глувчето Мице е во потрага по јадење. За да дојде до сирењето тоа треба да помине низ лавиринтот прикажан на цртежот десно. Помогни му на Мице да дојде до сирењето.

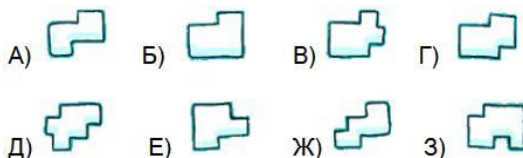


III.5. РАЗНИ ЗАДАЧИ

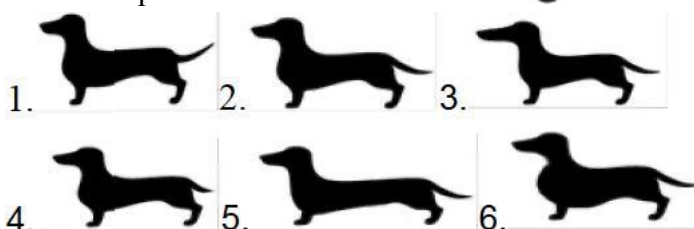
99. Разгледај го цртежот десно. Која пчела нема да дојде до улиштето?



100. Пингвинот си прави кука од парчиња мраз (цртеж десно). За да ја доправи кукаата тој треба да стави уште едно од долните парчиња мраз. Кое парче треба да го стави?

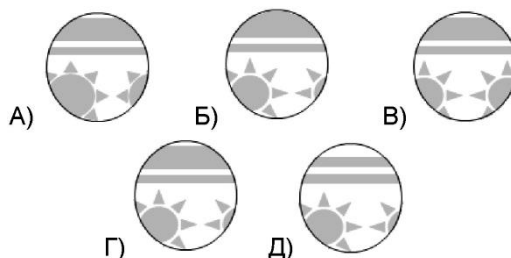
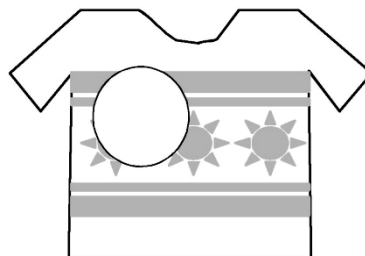


101. Павел го однесол кучето Рекс на натпревар (цртеж десно). На долниот цртеж се дадени силуетите на кучињата кои ги освоиле првите шест места.

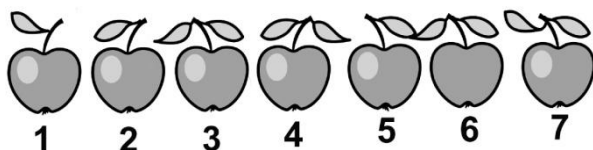


Кое место го освоил Рекс?

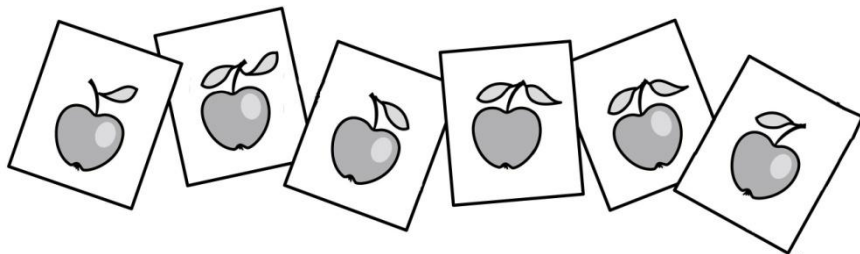
102. Молец го оштетил омилиот џемпер на Илија (цртеж десно). За да го поправи, баба му Марија сплела неколку плетки, кои се прикажани на долниот цртеж. Која плетка треба да се стави за да биде џемперот ист како порано?



103. Ангела го фотографирала во огледало одразот на јаболката прикажани на долниот цртеж.



Таа направила фотографија од секое јаболко, но една фотографија загубила (цртеж долу). Кое јаболко било на загубената фотографија?



104. Дадени се следниве низи од по четири цифри и на секоја низа ѝ е придружен едноцифрен број:

$8809 \rightarrow 6$ $7111 \rightarrow 0$ $2172 \rightarrow 0$ $6666 \rightarrow 4$ $1111 \rightarrow 0$
 $3213 \rightarrow 0$ $7662 \rightarrow 2$ $9312 \rightarrow 1$ $0000 \rightarrow 4$ $2222 \rightarrow 0$
 $3333 \rightarrow 0$ $5555 \rightarrow 0$ $8193 \rightarrow 3$ $8096 \rightarrow 5$ $7777 \rightarrow 0$
 $9999 \rightarrow 4$ $8888 \rightarrow 8$ $7768 \rightarrow 3$ $9888 \rightarrow 7$ $5331 \rightarrow 0$.

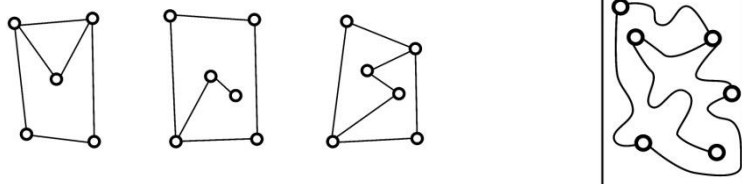
Кој број треба да се придружи на низата 6682.

105. За Денот на шегата Марко, Матеј, Максим и Горјан направиле маски за лице (види цртеж долу).



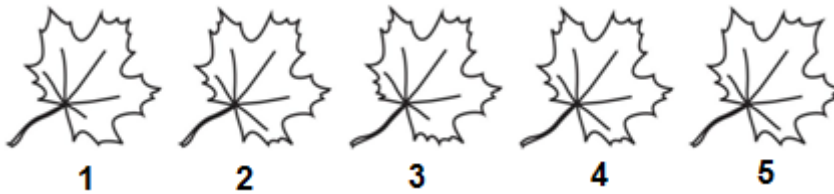
Маската на Горјан се разликува од маските на другите тројца според: формата на носот и формата на лицето. Која маска ја направила Горјан?

106. Капетан Кука имал географски карти на три острови (цртеж долу).

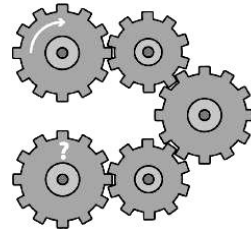


При едно невреме ветерот ги однесол картите. Капетан Кука по секавање нацртал една од картите (цртеж горе десно). Која карта ја нацртал капетан Кука: левата, десната или средната?

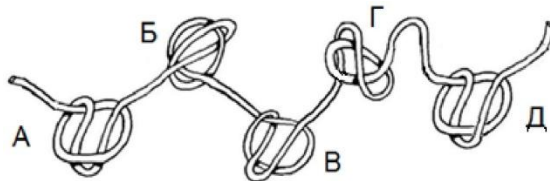
107. Мартин нацртал неколку листови од јавор. Еден од листовите е даден нацртежот десно. Со кој број е означен листот на долниот цртеж?



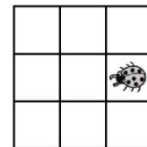
108. Пет запченици се поврзани еден со друг како што е прикажано на цртежот десно. Во која насока ќе се врти запченикот на кој е нацртан прашалникот ако првиот запченик се врти во насока на движењето на стрелките на часовникот (види цртеж)?



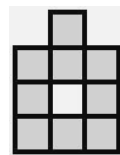
109. Павел вежба врзување јазли. Тој со јазе се обидел да врзе пет јазли. Потоа, за краевите го повлекол јажето. Колку јазли врзал Павел? Кои се тие јазли?



110. Во поле на табла со три реда и три колони се наоѓа бубамара. Бубамарата може да ползи само од едно во друго соседно поле. Таа ползи преку две полиња и застанува на третото поле. Означи ги полињата на кои може да застане бубамарата (Соседни се полиња кои имаат заедничка страна.).



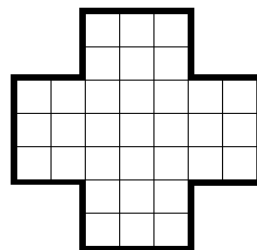
111. Мартин добил чоколадо од 9 „коцки“ во форма како што е прикажано на цртежот десно. Тој сака од чоколадото да оддели парче од две „коцки“, како домино плочка, но притоа остатокот од чоколадото да не се распадне на два дела. На колку начини Мартин може да ги оддели двете „коцки“?



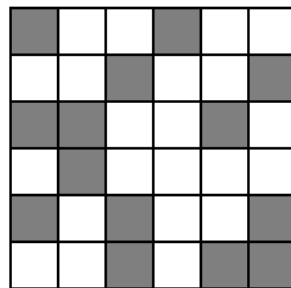
112. Капетан Кука нашол по две златни плочки во облиците како на цртежот десно. Плочките му ги покажал на готвачот Смит и му кажал дека ќе му даде две плочки ако успее со двете плочки од едниот облик и со двете плочки од другиот облик да состави исти фигури, без притоа плочките да се преклопуваат. (За две фигури сметаме дека се исти ако тие имаат иста форма и исти димензии. Плочките смеат да се вртат и превртуваат.)



113. Дадени се три плочки од видот . Постави две плочки на таблата прикажана на цртежот десно, но така што на таблата нема да може да се постави третата плочка без притоа таа да ги допира со страна или теме веќе поставените плочки.

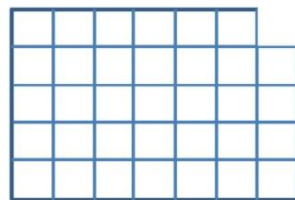


114. Горјан и Јована на табла 6×6 ја играат играта „Морски борби“ во која треба да се погодат бродовите на противникот. Во текот на играта Јована ги обоила полињата на кои Горјан веќе нема бродови. Горјан има уште еден брод од

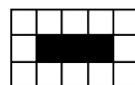
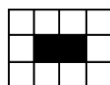


облик . Определи го најмалиот број „пукања“ на Јована за да го погоди бродот. Означи во кои полиња треба да „пука“ Јована.

115. Во квадратчињата на фигурата дадена на цртежот десно запиши го најголемиот можен број ѕвезди, по една ѕвезда во квадратче, но така што да нема соседни квадратчиња во кои се запишани ѕвезди (Соседни се квадратчињата кои имаат заедничка страна.). Колку ѕвезди запиша?

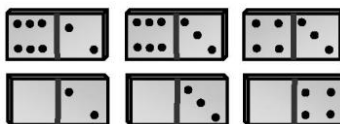
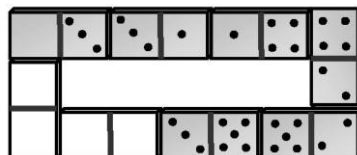


116. Секоја фигура на цртежот десно се добива кога редот од црни квадратчиња ќе се загради со бели квадратчиња. Со колку бели квадратчиња е заграден ред од 7 црни квадратчиња?



117. Во играта домино плочките се поставуваат една до друга така што две соседни плочки на половините во кои се допираат имаат еднаков број точки.

На цртежот десно се поставени шест плочки. На означените места Горјан треба да постави уште две плочки од долните плочки.

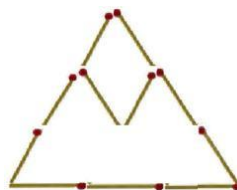


Кои плочки треба да ги постави Горјан за да се запази правилото на играта?

118. Цифрите од 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се запишуваат со помош на чкорчиња како на цртежот десно. Горјан ја запишал цифрата 5 и кон оваа цифра на сите можни начини поставил огледало и гледал од сите страни. Кои едноцифрени и двоцифрени броеви може да ги види Горјан.



119. Фигурата на цртежот десно е направена од чкорчиња. Премести две чкорчиња така што ќе добиеш три триаголници.



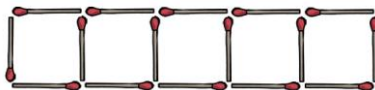
120. Марко со помош на чкорчиња запишал:

$$\begin{array}{l} VI + VI = I \\ X - I = XI \end{array}$$

Неговата сестра Маја му рекла: „Ова не се точни равенства.“, на што Марко ѝ одговорил: „Знам. Во секој запис треба да преместиш по едно чкорче за да се добијат точни равенства.“

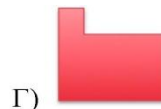
Дали Марко е во право? Покажи кои чкорчиња треба да се преместат за да се добијат точни равенства.

121. На цртежот десно се дадени пет квадрати направени со помош на чкорчиња. Премести 4 чкорчиња, но така што ќе добиеш четири квадрати.

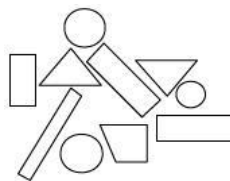


IV ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ

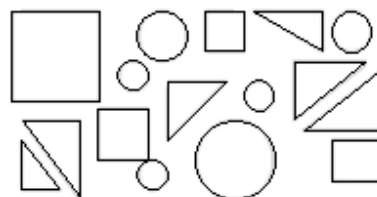
1. Која од дадените фигури на цртежот има најмногу страни.



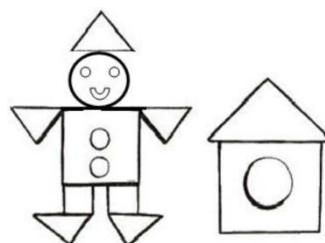
2. Разгледај го цртежот десно. За колку е поголем бројот на кружниците и триаголниците од бројот на правоаголниците?



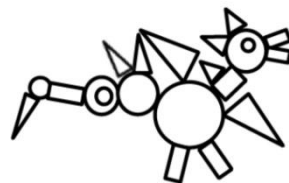
3. На цртежот десно се дадени кружници, триаголници и квадрати. За колку е поголем бројот на квадратите и триаголниците од бројот на кружниците?



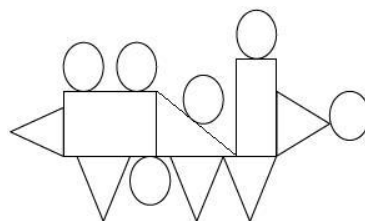
4. Марко го направил од геометриски фигури цртежот десно. Колку фигури употребил од секој вид? Колку вкупно фигури употребил Марко?



5. Матеј направил украсен петел од кругови, триаголници и правоаголници (цртеж десно). По колку фигури од секој вид употребил? Колку кругови помалку употребил Матеј од триаголници и четириаголници заедно?



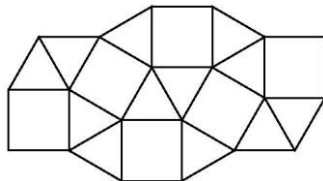
6. Васко ја нацртал фигурата дадена на цртежот десно. Уште колку кругови треба да нацрта Васко за да биде бројот на круговиете еднаков



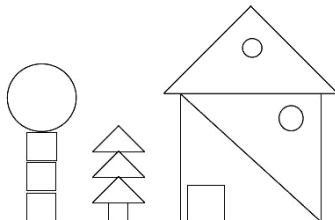
на збирот на броевите на триаголниците и правоаголниците.

7. а) Колку квадрати има на цртежот десно?

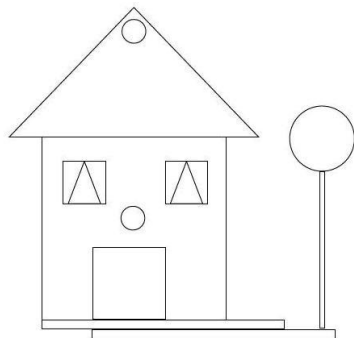
- б) Колку триаголници има на цртежот десно?



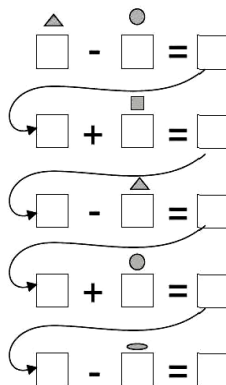
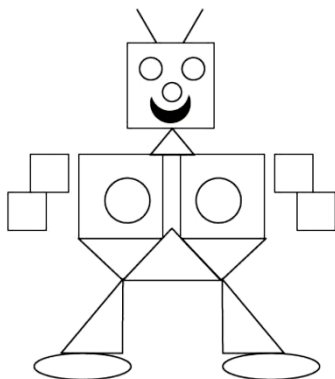
8. Разгледај го цртежот десно. Од збирот на бројот на триаголниците и бројот на квадратите одземи го бројот на круговите.



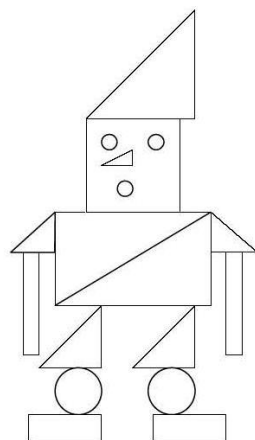
9. Разгледај го цртежот десно. Од збирот на бројот на круговите и бројот на квадратите одземи го збирот на бројот на правоаголниците и бројот на триаголниците.



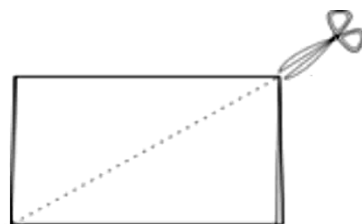
10. Роботот прикажан на долниот цртеж е составен од квадрати, триаголници, кругови и јајцевидни фигури. Колку фигури се употребени од секој вид? Реши го дијаграмот даден на цртежот десно?



11. Роботот прикажан на цртежот десно е составен од кругови, триаголници и правоаголници. По колку елементи од секоја фигура се искористени за да се направи роботот? Колку вкупно фигури се искористени за правење на роботот? Внимавај, квадратот е вид правоаголник!

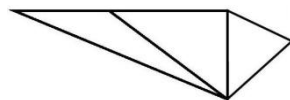


12. Стојан превиткал квадратен лист хартија на половина така што добил правоаголник. Потоа тој го расекол правоаголникот како што е прикажано на цртежот десно. Какви геометриски фигури добил Стојан?

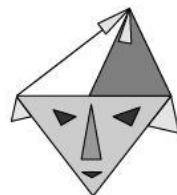


13. Даден е квадрат со должина на страната 1 cm . Над неговите страни однадвор се нацртани други квадрати со должина на страната 1 cm . Колку отсечки со должина 1 cm има на добиената фигура?

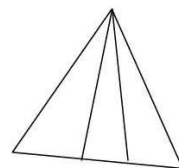
14. Колку триаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно?



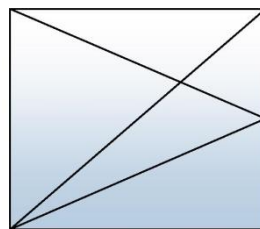
15. За Денот на шегата Александар ја направил маската прикажана на цртежот десно. Од колку триаголници е направена маската на Александар?



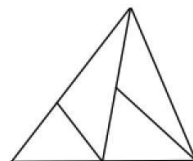
16. Колку триаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно?



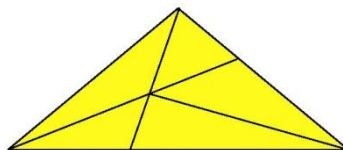
17. Колку триаголници содржи фигурата дадена на цртежот десно?



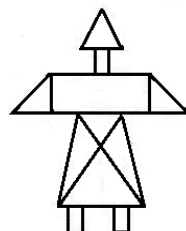
18. Колку триаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно?



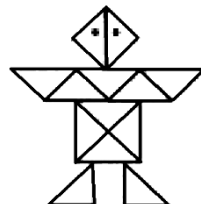
19. Колку триаголници има на цртежот десно?



20. Колку четириаголници и колку триаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно. Колку триаголници има повеќе од правоаголници?



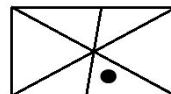
21. Колку триаголници има на цртежот десно?



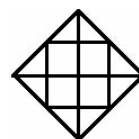
22. Колку триаголници има на цртежот десно?
Колку квадратчиња има на овој цртеж?



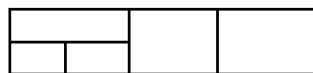
23. Разгледај го цртежот десно. Во колку триаголници има круг?



24. Разгледај ја фигурата дадена на цртежот десно. Што има повеќе, триаголници или правоаголници и за колку? Внимавај, квадратите се вид правоаголници!



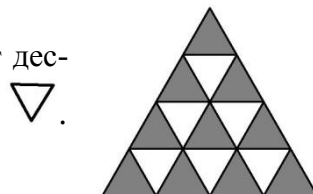
25. Колку правоаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно?



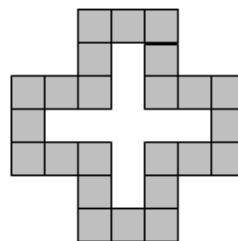
26. Колку правоаголници има на цртежот десно?



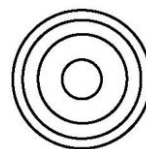
27. Разгледај ја фигурата дадена на цртежот десно. Од бројот на  одземи го бројот на .



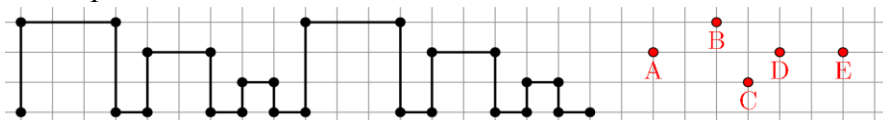
28. На цртежот десно е дадена фигура составена од сиви квадратчиња. Со колку сиви квадратчиња може да се покрие внатрешноста на фигурата.



29. Фигурата  која е составена од две кружници ја наринуваме прстен. Колку прстени се прикажани на цртежот десно?



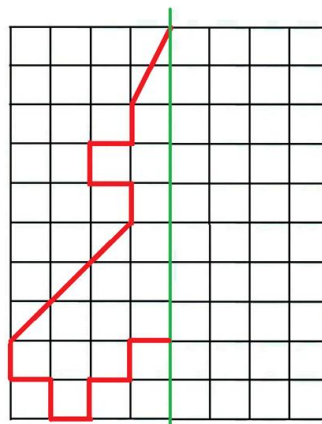
30. Горјан нацртал два пати иста искршена линија и го добил следниов цртеж:



Потоа истата искршена линија ја нацртал уште еднаш. Која точка лежи на искршената линија?

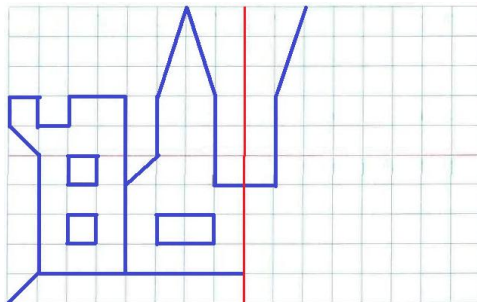


31. Даден правоаголник со должина на страните 10 cm и 8 cm е поделен на еднакви квадратчиња со должина на страната 1 cm , при што е добиена правоаголна мрежа за која велиме дека е правоаголник 10×8 (цртеж десно). Во мрежата е нацртана

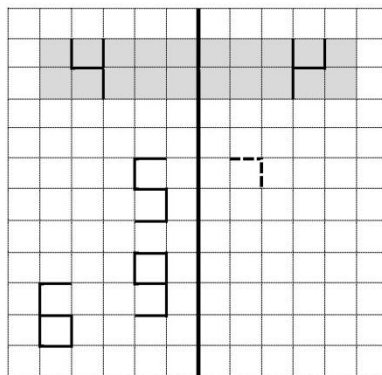


половина од ракета лансирање за полетување. Доцртај ја другата половина од ракетата.

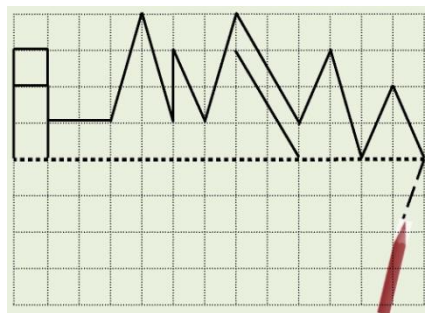
32. На цртежот десно во правоаголник 10×16 е прикажана едната половина од замок. Другата половина е потполно иста. Доцртај ја другата половина од замокот.



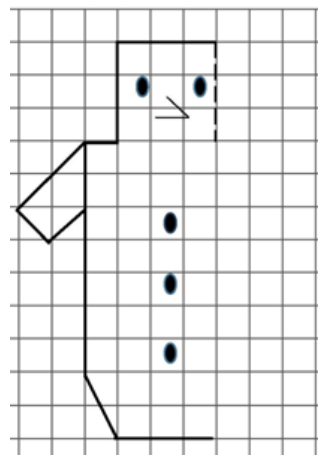
33. Горјан ги запишал броевите 4, 5, 6 и 9 во квадратна мрежа, а потоа почнал да ги претставува „огледално“. Тој го претставил бројот 4, но при претставување на бројот 5 се збунил. Помогни му на Горјан да го доврши цртежот.



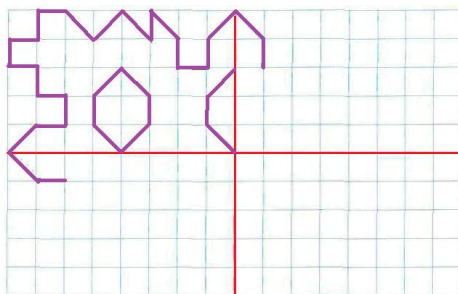
34. На цртежот десно е прикажана половина од елка нацртана во квадратна мрежа. Доцртај ја другата половина од елката.



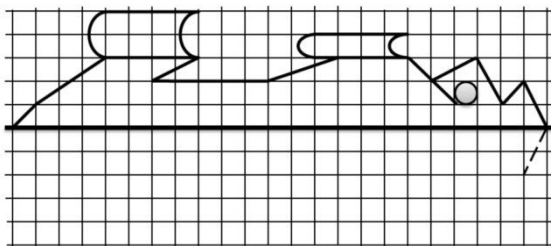
35. Марко почнал во квадратна мрежа да црта снешко (цртеж десно). Доцртај ја другата половина на снешкото.



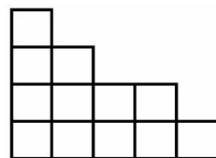
36. На долниот цртеж во правоаголник 10×16 е прикажана четвртина од сфера. Сферата е симетрична во однос на двете прави кои ја делат правоаголникот на по два еднакви дела. Доцртај ја сферата.



37. На долниот цртеж е прикажана половина од ракета нацртана во квадратна мрежа. Доцртај ја другата половина од ракетата.

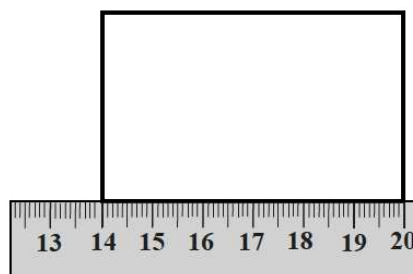


38. Подели ја фигурата дадена на цртежот десно на два исти дела.



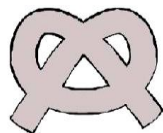
39. Даден е триаголник со должини на страните 5 cm , 4 cm и 3 cm . Определи го периметарот на триаголникот чији должини на страните се подолги за 1 cm од должините на страните на дадениот триаголник.
40. Имаме три стапчиња со должина 1 cm , три стапчиња со должина 2 cm и две стапчиња со должина 3 cm . Испиши ги сите рамнострани триаголници кои може да се направат со помош на неколку од дадените стапчиња, без притоа тие да се кршат или виткаат. Колку различни можности постојат?

41. Даден е правоаголник кај кој должината е за 2 cm поголема од ширината. За да ја измери должината на правоаголникот, Вера го поставила линијарот како што е прикажано на цртежот

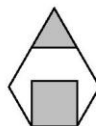
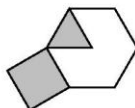
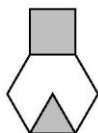


десно. Определи ја ширината на правоаголникот.

42. Со две прави линии подели го на шест дела бисквитот даден на цртежот десно.

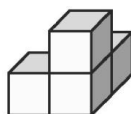


43. На долниот цртеж е дадена низа од четири фигури. Која фигура треба да стои на местото на прашалникот?

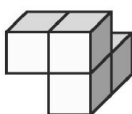


?

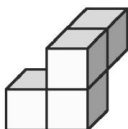
44. Кои од дадените фигури направени од четири коцки се еднакви?



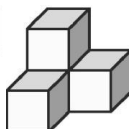
А



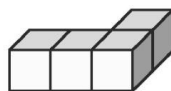
Б



В



Г



Д

45. Лубеницата е расечена со три сечења како на цртежот десно. Колку парчиња за јадење се добиени со ова сечење?

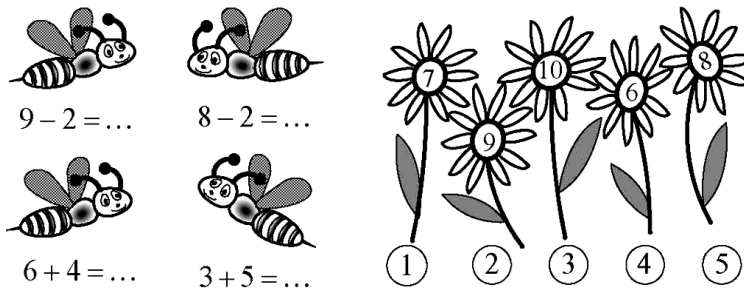


РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ

I ПРЕСМЕТУВАЊА И БРОЈНИ РЕБУСИ

I.1. ПРЕСМЕТУВАЊА

1. На долниот цртеж десно се прикажани четири пчели и пет цветови. Секоја пчела го посетува цветот со својот број. Кој цвет нема да биде посетен? Зошто?



Решение. Броевите на пчелите се:

$$9 - 2 = 7, \quad 8 - 2 = 6, \quad 6 + 4 = 10 \quad \text{и} \quad 3 + 5 = 8.$$

Нема да биде посетен вториот цвет бидејќи неговиот број е 9, а 9 не е број на ниту една од четирите пчели.

2. Пресметај: $1 + 2 + 3 + 4 + 5$

Решение. Имаме:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = (1 + 4) + (2 + 3) + 5 = 5 + 5 + 5 = 15.$$

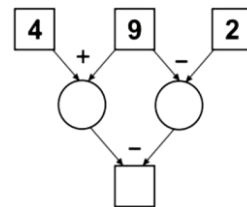
3. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да се запише во квадратчето на дијаграмот даден на цртежот десно?

Решение. Имаме:

$$4 + 9 = 13,$$

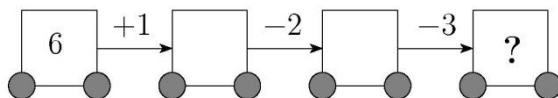
$$9 - 2 = 7,$$

$$13 - 7 = 6,$$



што значи дека во квадратчето треба да се запише бројот 6.

4. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да се стои на местото на прашалникот?



Решение. Последователно добиваме:

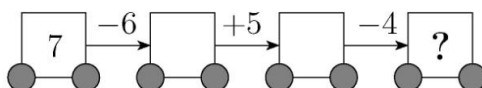
$$6 + 1 = 7$$

$$7 - 2 = 5$$

$$5 - 3 = 2.$$

Според тоа, на местото на прашалникот треба да се запише бројот 2.

5. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да стои на местото на прашалникот?



Решение. Последователно добиваме:

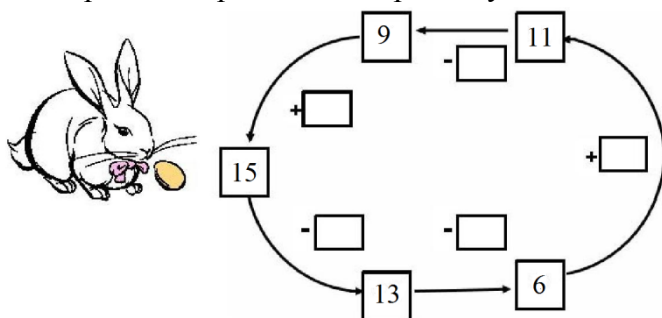
$$7 - 6 = 1$$

$$1 + 5 = 6$$

$$6 - 4 = 2.$$

Значи, на местото на прашалникот треба да стои бројот 2.

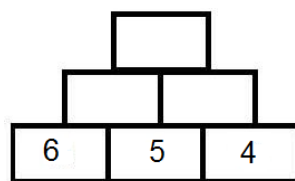
6. Помогни му на зајакот Ушко во квадратите на долниот цртеж да ги запише потребните броеви за да пресметувањата се точни.



Решение. Во квадратчињата, одејќи во насоките кои ги покажуваат стрелките на цртежот, Ушко последователно треба да ги запише броевите:

$$15 - 13 = 2, 13 - 6 = 7, 11 - 6 = 5, 11 - 9 = 2 \text{ и } 15 - 9 = 6.$$

7. Кои броеви треба да се запишат во празните правоаголници на цртежот десно така што секој број е еднаков на збирот на броевите запишани во правоаголниците кои се одма под него.



Решение. Одлево-надесно во правоаголниците на вториот ред треба да се запишат броевите $6+5=11$ и $5+4=9$. Сега, во најгорното правоаголнике треба да се запише бројот $11+9=20$.

8. Пресметај:

i) $13-5+6$

ii) $12+6-9$

iii) $12+2-4$

iv) $14-11+5$.

Решение. Имаме:

i) $13-5+6=8+6=14$

ii) $12+6-9=18-9=9$

iii) $12+2-4=14-4=10$

iv) $14-11+5=3+5=8$.

9. Пресметај:

i) $12+7-4+2-8$

ii) $13+2-14+6+10$

iii) $9-5+12-3+5$

iv) $5+11-6+1-4$.

Решение. i) Имаме:

$$12+7-4+2-8=19-4+2-8=15+2-8=17-8=9.$$

ii) Имаме:

$$13+2-14+6+10=15-14+6+10=1+6+10=7+10=17.$$

iii) Имаме:

$$9-5+12-3+5=4+12-3+5=16-3+5=13+5=18.$$

iv) Имаме:

$$5+11-6+1-4=16-6+1-4=10+1-4=11-4=7.$$

10. Пресметај:

$$14-10+13-9+12-8+11-7.$$

Решение. Имаме:

$$14 - 10 + 13 - 9 + 12 - 8 + 11 - 7 = (14 - 10) + (13 - 9) + (12 - 8) + (11 - 7) \\ = 4 + 4 + 4 + 4 = 16.$$

11. На линиите постави еден од знаците $<$, $=$ или $>$ така што ќе добиеш точно равенство или неравенство:

i) $19 - 7 \underline{\hspace{1cm}} 6 + 5$

ii) $3 + 9 \underline{\hspace{1cm}} 7 + 5$

iii) $14 + 2 \underline{\hspace{1cm}} 20 - 3$

iv) $12 - 7 \underline{\hspace{1cm}} 11 - 4.$

Решение. i) Имаме: $19 - 7 = 12$ и $6 + 5 = 11$, па затоа $19 - 7 > 6 + 5$.

ii) Имаме: $3 + 9 = 12$ и $7 + 5 = 12$, па затоа $3 + 9 = 7 + 5$.

iii) Имаме: $14 + 2 = 16$ и $20 - 3 = 17$, па затоа $14 + 2 < 20 - 3$.

iv) Имаме: $12 - 7 = 5$ и $11 - 4 = 7$, па затоа $12 - 7 < 11 - 4$.

12. Во сивите квадратчиња на табелата дадена на цртежот десно стави еден од знаците $<$, $>$ или $=$, така што ќе добиеш или точно равенство или точно неравенство.

Решение. Последователно имаме

$$4 + 3 < 8, \quad 6 > 7 - 4, \quad 5 + 3 = 8, \\ 5 < 8 - 4, \quad 5 - 0 = 4 + 1, \quad 7 + 1 < 2 + 7.$$

4	+	3		8	$< > =$	
6		7	-	3		
5	+	3		8		
5		8	-	4		
5	-	0		4	+	1
7	+	1		2	+	7

13. На $\underline{\hspace{1cm}}$ постави еден од знаците $<$, $>$ или $=$ така што ќе се добие точно равенство или неравенство:

i) $14 + 4 - 5 \underline{\hspace{1cm}} 19 + 1 - 7$

ii) $6 + 5 - 2 \underline{\hspace{1cm}} 12 - 2 - 4$

iii) $15 + 2 - 4 \underline{\hspace{1cm}} 16 - 1 + 2$

iv) $20 - 6 - 3 \underline{\hspace{1cm}} 10 + 5 - 7$

v) $7 + 5 - 3 \underline{\hspace{1cm}} 17 - 15 + 6.$

Решение. i) Имаме: $14 + 4 - 5 = 18 - 5 = 13$ и $19 + 1 - 7 = 20 - 7 = 13$, па затоа $14 + 4 - 5 = 19 + 1 - 7$.

ii) Имаме: $6+5-2=11-2=9$ и $12-2-4=10-4=6$, па затоа $6+5-2 > 12-2-4$.

iii) Имаме: $15+2-4=17-4=13$ и $16-1+2=15+2=17$, па затоа $15+2-4 < 16-1+2$.

iv) Имаме: $20-6-3=14-3=11$ и $10+5-7=15-7=8$, па затоа $20-6-3 > 10+5-7$.

v) Имаме: $7+5-3=12-3=9$ и $17-15+6=2+6=8$, па затоа $7+5-3 > 17-15+6$.

14. Разгледај го дијаграмот на цртежот десно. Ако пресметувањата се точни, кој број треба да се запише на местото на триаголникот?

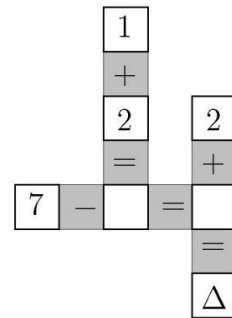
Решение. Последователно добиваме

$$1+2=3$$

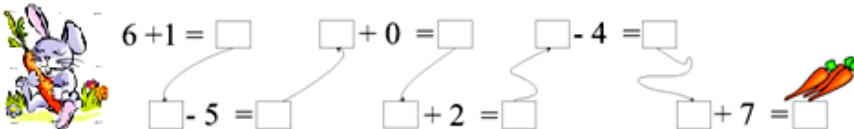
$$7-3=4$$

$$2+4=6.$$

Според тоа, на местото на триаголникот треба да се запише бројот 6.



15. Разгледај го долниот цртеж.



Колку моркови изел зајакот Долгоушко?

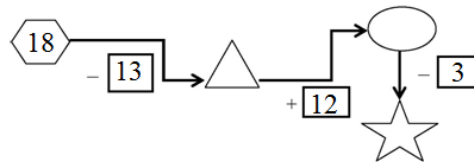
Решение. Последователно добиваме:

$$6+1=7, \quad 7-5=2, \quad 2+0=2,$$

$$2+2=4, \quad 4-4=0, \quad 0+7=7.$$

Значи, зајакот Долгоушко изел 7 моркови.

16. Во дијаграмот даден на цртежот десно пополни ги празните места така што пресметувањата да се точни. Кој број треба да се запише во ѕвездата?



Решение. Последователно добиваме:

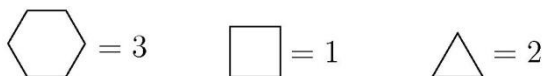
$$18 - 13 = 5$$

$$5 + 12 = 17$$

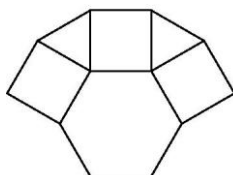
$$17 - 3 = 14.$$

Според тоа, во ѕвездата треба да се запише бројот 14.

17. Ако



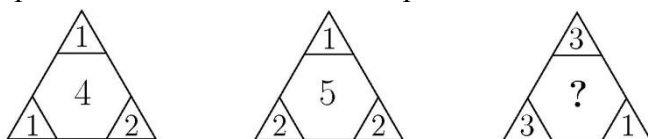
определи ја вредноста на фигурата:



Решение. На дадената фигура има 1 шестаголник, два триаголника и 3 квадрати, па затоа нејзината вредност е еднаква на:

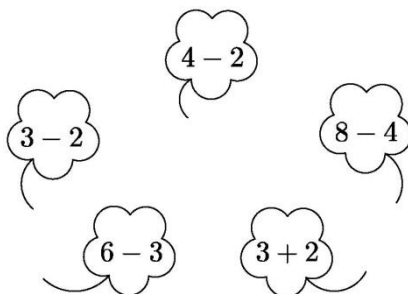
$$3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 10.$$

18. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

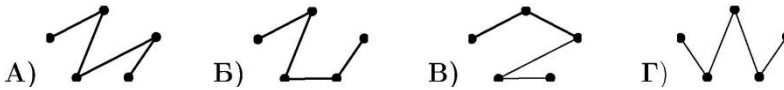


Решение. Имаме $1 + 1 + 2 = 4$ и $1 + 2 + 2 = 5$. Според тоа, бројот запишан во шестаголникот е еднаков на збирот на броевите запишани во триаголниците. Затоа, на местото на прашалникот треба да стои бројот $3 + 3 + 1 = 7$.

19. Разгледај го цртежот.



Која линија ги поврзува цветовите по ред на броевите кои се запишани во нив?

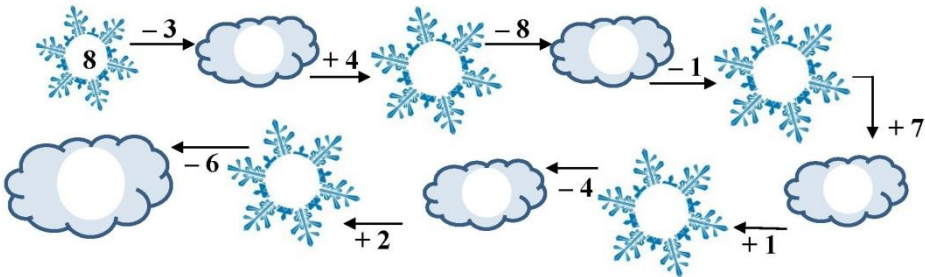


Решение. Бидејќи

$$3 - 2 = 1, 4 - 2 = 2, 6 - 3 = 3, 8 - 4 = 4, 3 + 2 = 5,$$

добиваме дека линијата А) ги поврзува цветовите по ред на броевите кои се запишани во нив

20. Во облачињата и снегулките на долниот цртеж внеси ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.

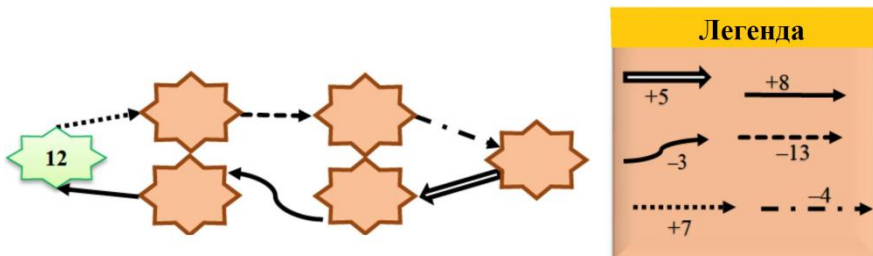


Решение. Последователно, почнувајќи од горе лево во насока на стрелките, треба да ги внесуваме броевите:

$$8 - 3 = 5, \quad 5 + 4 = 9, \quad 9 - 8 = 1, \quad 1 - 1 = 0, \quad 0 + 7 = 7,$$

$$7 + 1 = 8, \quad 8 - 4 = 4, \quad 4 + 2 = 6, \quad 6 - 6 = 0.$$

21. Користејќи го толкувањето на значењето на стрелките дадено во легендата, определи ги броевите што недостасуваат во ѕвездите.



Решение. Во горниот ред, одејќи од лево-надесно, последователно треба да се запишат броевите: $12 + 7 = 19$, $19 - 13 = 6$ и $6 - 4 = 2$.

Во долните две звезди одејќи одназад-напред последователно треба да се запишат броевите: $2+5=7$ и $7-3=4$.

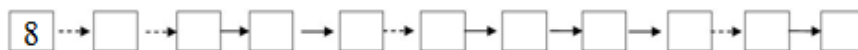
На крајот проверуваме дека важи $4+8=12$.

22. Според легендата дадена на цртежот десно запиши ги броевите кои недостасуваат во празните квадратчиња:
- >

————>

-3

+2

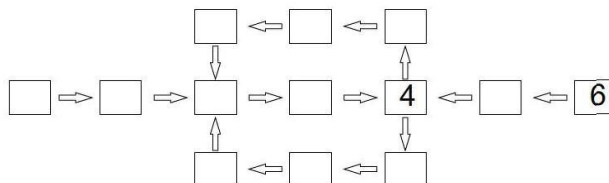
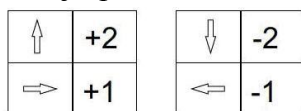


Решение. Одејќи одлево-надесно, во празните квадратчиња по-
следователно треба да ги запишеме броевите:

$$8-3=5, \quad 5-3=2, \quad 2+2=4, \quad 4+2=6, \quad 6-3=3,$$

$$3+2=5, \quad 5+2=7, \quad 7+2=9, \quad 9-3=6, \quad 6+2=8.$$

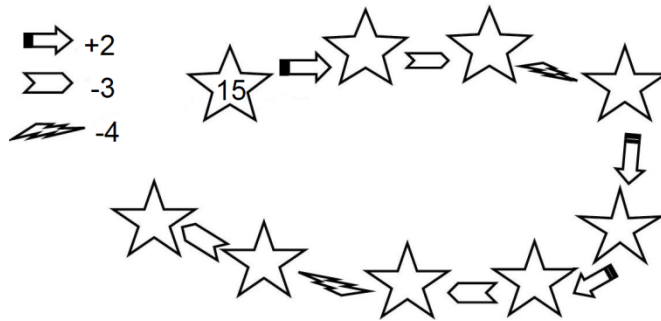
23. Реши го дијаграмот:



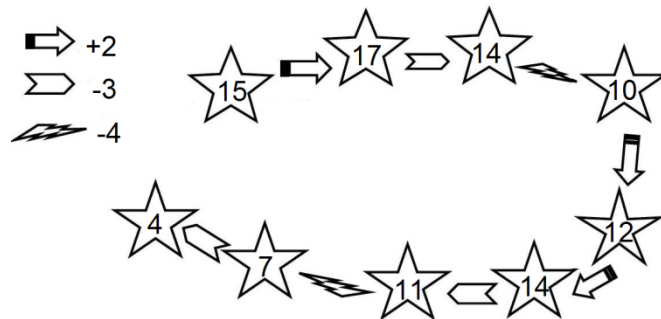
Кој број треба да е запишан во крајното лево квадратче?

Решение. Одејки на лево од квадратчето со бројот 6, имаме: $6-1=5$ и $5-1=4$. Одејки на лево од квадратчето со бројот 4 имаме: $4-1=3$, $3-1=2$, $2-1=1$ и $1-1=0$. Значи, во крајното лево квадратче треба да е запишан бројот 0. Одејки нагоре од квадратчето со бројот 4, последователно добиваме: $4+2=6$, $6-1=5$, $5-1=4$ и $4-2=2$. Одејки надолу од квадратчето со бројот 4 последователно добиваме $4-2=2$, $2-1=1$, $1-1=0$ и $0+2=2$.

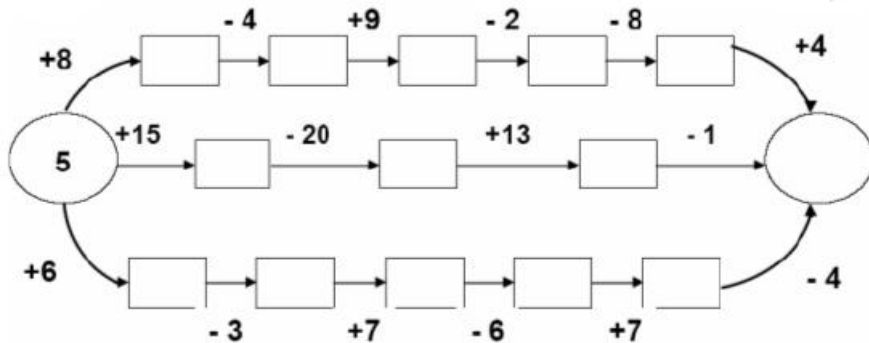
24. Користејќи ја легендата на прикажана лево на долниот цртеж во ѕвездите запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



Решение. Решението е прикажано на долниот цртеж.



25. Во правоаголниците на долниот цртеж запиши ги потребните броеви така што пресметувањата ќе бидат точни. Кој број се наоѓа во кружницата десно?



Решение. Во правоаголниците од првиот ред одлево-надесно последователно треба да ги запишеме броевите:

$$5 + 8 = 13, 13 - 4 = 9, 9 + 9 = 18, 18 - 2 = 16, 16 - 8 = 8.$$

Во правоаголниците од вториот ред одлево-надесно последователно треба да ги запишеме броевите:

$$5 + 15 = 20, 20 - 20 = 0, 0 + 13 = 13.$$

Во правоаголниците од третиот ред одлево-надесно последователно треба да ги запишеме броевите:

$$5+6=11, 11-3=8, 8+7=15, 15-6=9, 9+7=16.$$

Бидејќи $8+4=13-1=16-4=12$ во десната кружница треба да го запишеме бројот 12.

26. Пресметај:

i) $5+5+5+5+5-2-2-2-2-2$

ii) $7+7+7+7+7-3-3-3-3-3$

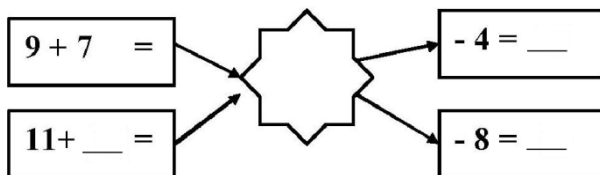
Решение. i) Имаме:

$$\begin{aligned} 5+5+5+5+5-2-2-2-2-2 &= 5-2+5-2+5-2+5-2+5-2 \\ &= 3+3+3+3+3=15. \end{aligned}$$

ii) Имаме:

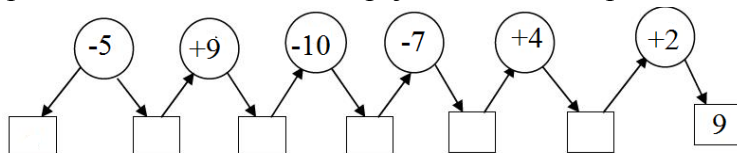
$$\begin{aligned} 7+7+7+7+7-3-3-3-3-3 &= 7-3+7-3+7-3+7-3+7-3 \\ &= 4+4+4+4+4=20. \end{aligned}$$

27. Запиши ги броевите кои недостасуваат за да пресметувањата во дијаграмот даден на долниот цртеж се точни.



Решение. Во ѕвездата треба да се запише бројот $9+7=16$. Во долниот лев правоаголник треба да се запише бројот $16-11=5$. Во долниот десен правоаголник треба да се запише бројот $16-8=8$ и во горниот десен правоаголник треба да се запише бројот $16-4=12$.

28. Разгледај го долниот цртеж. Ако пресметувањата се точно, кој број треба да биде запишан во крајното лево квадратче?

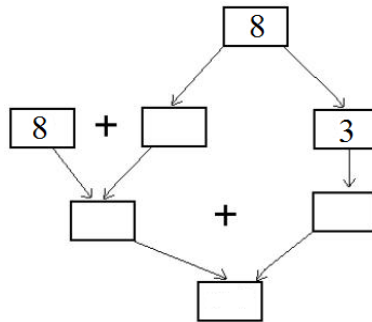


Решение. Задачата ќе ја решиме одејќи одназад-напред. Одејќи оддесно-налево, во празните квадратиња последователно треба да бидат запишани броевите:

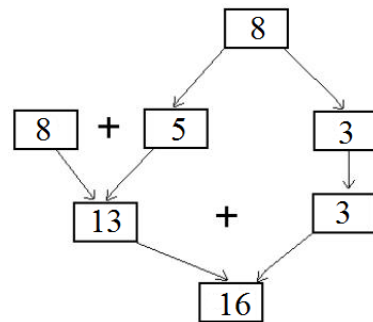
$$9 - 2 = 7, 7 - 4 = 3, 3 + 7 = 10, 10 + 10 = 20, 20 - 9 = 11 \text{ и } 11 + 5 = 16.$$

Според тоа, ако пресметувањата се точни, во крајното лево квадратче треба да биде запишан бројот 16.

29. Пополни ги празните полиња на дијаграмот даден на долниот цртеж.

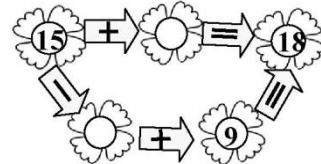


Решение. Бидејќи $5 + 3 = 8$, во најгорниот празен правоаголник треба да се запише бројот 5. Понатаму, во левиот празен правоаголник од третиот ред треба да се запише бројот $8 + 5 = 13$, а во десниот празен правоаголник треба да се запише бројот 3. Конечно, во правоаголникот во најдолниот ред треба да се запише бројот $13 + 3 = 16$. Пополнетиот дијаграм е прикажан на цртежот десно.



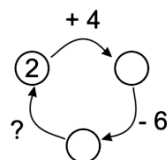
30. Пресметувањата на цртежот десно се точни. Определи го збирот на броевите кои недостасуваат?

Решение. За да се точни пресметувањата потребно е во горниот цвет на цртежот да се запише бројот $18 - 15 = 3$. Понатаму, за да се точни вторите пресметувања, треба бројот 9 да се собере со



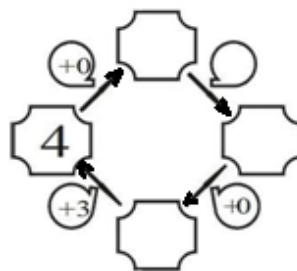
некој број, при што збирот треба да биде еднаков на 18. Значи, бројот 9 треба да се собере со бројот $18 - 9 = 9$. Понатаму, за да се добие бројот 9, треба од бројот 15 да се извади бројот во долниот цвет на цртежот. Тоа е бројот $15 - 9 = 6$. Според тоа, збирот на броевите кои недостасуваат е еднаков на $3 + 6 = 9$.

31. Во кругчињата запиши два броја така што пресметувањата ќе бидат точни. Што треба да запишеш на местото на прашалникот?



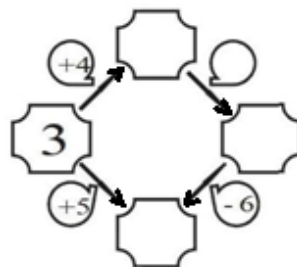
Решение. Во горното крукче треба да го запишеме бројот $2 + 4 = 6$. Во долното крукче треба да го запишеме бројот $6 - 6 = 0$. Бидејќи $0 + 2 = 2$, на местото на прашалникот треба да запишеме $+2$.

32. Во дијаграмот даден на цртежот десно запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



Решение. Одејќи од полето со бројот 4 во насока движењето на стрелките на часовникот, во првото празно поле треба да стои бројот $4 + 0 = 4$, а во насока спротивна од насоката на стрелката на часовникот, во првото поле е бројот $4 - 3 = 1$, а во второто поле е бројот $1 - 0 = 1$. Конечно, бидејќи $4 - 1 = 3$, во последното празно поле треба да запишеме -3 .

33. Во дијаграмот даден на цртежот десно запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни.



Решение. Одејќи од полето со бројот 3 во насока на движењето на стрелките на часовникот, во првото празно поле треба да стои бројот $3 + 4 = 7$, а во насока спротивна од насоката на стрелките на часовникот, во првото поле е бројот $3 + 5 = 8$, а во

второто поле е бројот $8+6=14$. Конечно, бидејќи $14-7=7$ во последното празно поле треба да запишеме -7 .

34. Во квадратчињата на цртежот десно внеси го знакот $=$ и еден од знаците $+$ или $-$ така што ќе добиеш точни равенства.

Решение. Решението на задачата е дадено на цртежот десно.

$7 \square 2 \square 9$	$8 \square 9 \square 1$
$3 \square 5 \square 8$	$1 \square 6 \square 7$
$4 \square 9 \square 5$	$1 \square 8 \square 7$
$7 \boxed{+} 2 \boxed{=} 9$	$8 \boxed{=} 9 \boxed{-} 1$
$3 \boxed{+} 5 \boxed{=} 8$	$1 \boxed{+} 6 \boxed{=} 7$
$4 \boxed{=} 9 \boxed{-} 5$	$1 \boxed{=} 8 \boxed{-} 7$

35. Во празните квадратчиња на долниот цртеж запиши го знакот $=$ и еден од знаците $+$ или $-$ така што пресметувањата ќе бидат точни.

$6 \square 8 \square 2$	$7 \square 8 \square 1$	$4 \square 6 \square 2$
$8 \square 3 \square 5$	$8 \square 3 \square 11$	$5 \square 2 \square 7$

Решение. Лесно се гледа дека:

$$6=8-2, \quad 7=8-1, \quad 4=6-2, \quad 8=3+5, \quad 8+3=11, \quad 5+2=7.$$

36. На цртите стави знаци „ $+$ “ и „ $-$ “ така што пресметувањата ќе бидат точни:

$$\begin{aligned} 8 _ 7 _ 5 &= 10, \\ 18 _ 6 _ 7 &= 5, \\ 17 _ 3 _ 5 &= 19, \\ 19 _ 7 _ 4 &= 16, \\ 9 _ 4 _ 13 &= 18. \end{aligned}$$

Решение. Лесно се добива дека

$$\begin{aligned} 8+7-5 &= 10, \\ 18-6-7 &= 5, \\ 17-3+5 &= 19, \\ 19-7+4 &= 16, \\ 9-4+13 &= 18. \end{aligned}$$

37. Во секое кругче на дадениот дијаграм Мартин запишал еден од знаците „+“ или „-“. Потоа пресметал и го добил најмалиот природен број. Определи го редоследот во кој Мартин ги запишал знаците.



Решение. За да се добие бројот 1, пред бројот 8 мора да се запише знакот $-$. Бидејќи $10 - 2 = 8$, бројот 1 се добива само ако пред бројот 4 се запише знакот $-$, а пред бројот 3 се запише знакот $+$. Според тоа, редоследот на знаците е $-, +, -$

38. Во квадратчињата дадени долниот цртеж стави знаци $+$ и $-$ така што ќе добиеш точни равенства.

$$2 \square 6 \square 3 \square 1 = 6 \quad 7 \square 2 \square 5 \square 6 = 6$$

Решение. Лесно се гледа дека

$$2 + 6 - 3 + 1 = 6 \text{ и } 7 - 2 - 5 + 6 = 6.$$

39. Во квадратчињата на долниот цртеж запиши знаци „+“ и „-“ така што да се добие точно равенство. Колку знаци „+“ запиша?



Решение. Имаме:

$$12 - 8 + 11 - 9 + 4 + 3 = 13.$$

Според тоа, запишав три знаци $+$.

40. На цртичките стави ги знаците „+“ и „-“ така што ќе добиеш точно равенство:

$$2 _ 3 _ 4 _ 5 _ 6 = 12.$$

Решение. На почетокот имаме

$$2 + 3 _ 4 _ 5 _ 6 = 12,$$

па бидејќи $2 + 3 = 5$ и $12 - 5 = 7$, заклучуваме дека со помош на преостанатите три знаци изразот на левата страна треба да се зголеми за 7. Последното е можно само ако меѓу броевите 3 и 4 ставиме знак $-$, а меѓу броевите 5 и 6 ставиме знак $+$. Конечно, добиваме

$$2 + 3 - 4 + 5 + 6 = 12.$$

41. Меѓу јајцата на долниот цртеж постави ги знаците „+“ и „-“ така што ќе го добиеш бројот на јајцата во кошничката. Колку пати го постави знакот „+“?



Решение. Имаме:

$$4 _ 10 _ 7 _ 6 _ 5 _ 14 _ 16 = 20.$$

Јасно, меѓу броевите 4 и 10 се наоѓа знакот +. Нивниот збиор е еднаков на $4+10=14$, па затоа не може меѓу броевите 5 и 14 и меѓу броевите 14 и 16 повторно да се стави знак +. Ако меѓу броевите 5 и 14 ставиме знак -, а меѓу броевите 14 и 16 ставиме знак +, добиваме

$$4+10 _ 7 _ 6 _ 5-14+16=20.$$

Значи, меѓу броевите 10 и 7, 7 и 6, 6 и 5 треба да ставиме знаци така што добиениот збир да е еднаков на 4 (Зошто?). Единствена можност е

$$4+10-7+6+5-14+16=20.$$

Ако меѓу броевите 5 и 14 ставиме знак +, а меѓу броевите 14 и 16 ставиме знак -, добиваме

$$4+10 _ 7 _ 6 _ 5+14-16=20,$$

па затоа преостанатите три знаци меѓу броевите 10 и 7, 7 и 6, 6 и 5 треба да ги поставиме така што ќе добиеме збир еднаков на 8 (зошто?). Единствена можност е

$$4+10+7+6-5+14-16=20.$$

Конечно во секој случај бројот на поставените знаци + е еднаков на 4.

42. Броевите 1, 2, 3, 4 и 5 запиши ги во фигурата прикажана на цртежт десно, во секое кругче по еден број, така што се точни пресметувањата?

Решение. Во двата збира како собироци се јавуваат сите броеви, при што еден од броевите се јавува двапати. Бидејќи

$$1+2+3+4+5=15 \text{ и } 8+8=16,$$

бројот што се јавува двапати е $16-15=1$.

Збирот на другите два броја во редот, односно колоната е еднаков на $8-1=7$. Единствена можност е во ист ред (колона) да се запишани или броевите 2 и 5 или броевите 3 и 4.

$$\begin{array}{r} 3 \\ + \\ 5 + 1 + 2 = 8 \\ + \\ 4 \\ \hline 8 \end{array}$$

Постојат повеќе распореди на паровите броеви, од кои еден е даден на цртежот десно.

43. Со помош на чкорчиња цифрите од 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се запишуваат како на цртежот десно. Горјан запишал:



$$49 - 18 = 98$$

Премести две чкорчиња за да добиеш точно равенство.

Решение. Решението на задачата е дадено на долниот цртеж.

$$40 + 18 = 58$$

44. Со помош на чкорчиња цифрите од 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се запишуваат како на цртежот десно. Горјан запишал:



$$2 + 6 = 9 - 1$$

Премести две чкорчиња така што ќе добиеш друго точно равенство.

Решение. Ќе дадеме две решенија на задачата, и тоа: $2+5=6+1$ и $8-6=3-1$. На долните цртежи се прикажани записите со помош на чкорчиња.

$$2 + 5 = 6 + 1 \quad \text{и} \quad 8 - 6 = 3 - 1$$

1.2. БРОЈНИ РЕБУСИ

45. Свездичките замени ги со цифри така што ќе добиеш точно равенство:

$$2* - * - * = 3$$

Решение. Да забележиме дека од двоцифрен број одземаме два едноцифрени броја. Најголемиот збир на два едноцифрени броја е $9+9=18$, па затоа двоцифрениот број е помал или еднаков на $18+3=21$. Но, тој не може да биде помал од 20, па оттука ги добиваме решенијата:

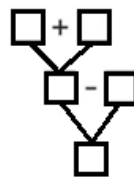
$$21-9-9=3 \text{ или } 20-9-8=3 \text{ или } 20-8-9=3.$$

46. Цифрите 1, 2 и 3 стави ги во квадратчињата на цртежот десно така што ќе добиеш најмал збир. Определи ги сите решенија.

$$\square + \square \square$$

Решение. За да биде најмал збирот треба цифрата на десетките на двоцифрениот број да биде најмалата можна. Значи, во квадратчето на десетките на двоцифрениот број треба да ја ставиме цифрата 1. За преостанатите две цифри имаме две можности и притоа се добива ист збир. Навистина, $2+13=3+12=15$.

47. Во квадратчињата на првите два реда на дијаграмот десно се запишани броевите 1, 2, 3 и 4. Кој број е запишан во најдолното квадратче?



Решение. Во две квадратчиња од првиот ред може да бидат запишани само броевите 1 и 2, или броевите 3 и 1 (Зошто?).

Ако се запишани броевите 1 и 2, тогаш во левото квадратче на вториот ред мора да е запишан бројот 3, а во десното, бројот 4. Последното не е можно бидејќи треба да одземаме поголем број од помал.

Ако се запишани броевите 1 и 3, тогаш во левото квадратче од вториот ред мора да е запишан бројот 4, а во десното, бројот 2. Конечно, во најдолното квадратче на дијаграмот е запишан бројот $4-2=2$.

48. Горјан избрал 4 од броевите 4, 5, 6 9 и 11. Потоа по еден од избраните броеви запишал во квадратчињата на долниот цртеж.

$$\square + \square = \square + \square$$

Се покажало дека двата збира се еднакви. Кој број не го избрал Горјан?

Решение. Имаме три непарни и два парни броја. Бидејќи двата збира се еднакви, заклучуваме дека Горјан не избрал непарен број. Понатаму, од преостанатите четири броја, збирот на најмалиот и најголемиот број треба да е еднаков на збирот на другите два броја (Зошто?). Мозни се три случаи:

- ако не е избран бројот 5, тогаш остануваат броевите 4, 6, 9 и 11 и притоа имаме $4+11=6+9$, што е точно равенство;
- ако не е избран бројот 9, тогаш остануваат броевите 4, 5, 6 и 11, но притоа $4+11>5+6$; и
- ако не е избран бројот 11, тогаш остануваат броевите 4, 5, 6 и 9, но притоа важи $4+9>5+6$.

Според тоа, Горјан не го избрал бројот 5.

49. Во десетте квадратчиња на цртежот десно запиши ги сите цифри 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 така што ќе се добијат точни зборови. Определи ги сите решенија. (За различни не се сметаат решенијата во кои само се заменети редовите или цифрите во еден ред.)

$$\begin{array}{rcl} \square + \square & = & \square \square \\ \square + \square & = & \square \\ \square + \square & = & \square \end{array}$$

Решение. Зир на два различни едноцифрени броја е помал или еднаков на $9+8=17$, па затоа цифрата на единците во двоцифрениот број е 1. Понатаму, кој било број собран со 0 го дава истиот број, па затоа цифрата 0 не може да е запишана на левата страна во кое било равенство. Значи двоцифрениот број е 10. Останува да ги запишеме цифрите 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Од нив, бројот 10 како збир на два броја може да се добие на следниве начини

$$8+2=7+3=6+4=10.$$

Ако $8+2=10$, тогаш остануваат цифрите 3, 4, 5, 6, 7 и 9. Бидејќи збирот на секој од броевите 7 и 9 со кој било од броевите 3, 4, 5 или 6 е двоцифрен број, заклучуваме дека цифрите 7 и 9 треба да се запишани на десната страна во вториот и третиот ред. Но, тогаш единствена можност за бројот 7 е $3+4=7$, и како $5+6=11 \neq 9$, овој случај не еможен.

Ако $7+3=10$, тогаш остануваат цифрите 2, 4, 5, 6, 8 и 9. Бидејќи збирот на секој од броевите 8 и 9 со некој од броевите 2, 4, 5 или 6 е двоцифрен број, заклучуваме дека цифрите 8 и 9 мора да се запишани на десната страна во вториот и третиот ред. Но, тогаш единствена можност е $6+2=8$ и $5+4=9$. Според тоа, едно решение на задачата е

$$3+7=10$$

$$2+6=8$$

$$4+5=9.$$

Ако $6+4=10$, тогаш остануваат цифрите 2, 3, 5, 7, 8 и 9. Бидејќи збирот на кој било од броевите 8 и 9 со некој од броевите 2, 3, 5 или 7 е двоцифрен број, заклучуваме дека цифрите 8 и 9 мора да се запишани на десната страна во вториот и третиот ред. Но, тогаш единствена можност е $3+5=8$ и $2+7=9$. Според тоа, друго решение на задачата е

$$4+6=10$$

$$3+5=8$$

$$2+7=9.$$

1.3. НИЗИ ОД БРОЕВИ

50. Дополни ја низата броеви

$$20, 19, _, _, 16, _, _, _, _, 10.$$

Решение. Низата има 11 члена. Првиот член е 20, последниот е 10, а вториот е за 1 помал од првиот. Според тоа, секој следен член е за 1 помал од претходниот, и бараната низа е:

$$20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10.$$

51. Пандил во низа ги запишал броевите од 1 до 13. Која цифра е на средина на низата?

Упатство. Ако ги запишеме броевите 1, 2 и 3, добиваме 123. Цифрата 2 е на средина. Ако ги запишеме броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7, добиваме 1234567. Цифрата 4 е на средина.

Решение. За едноцифрените броеви Пандил употребил 9 цифри, а за двоцифрените броеви 10, 11, 12 и 13 тој употребил $2+2+2+2=8$ цифри. Значи, Пандил запишал $9+8=17$ цифри. Бидејќи $8+1+8=17$, на средина е деветтата цифра, што значи дека тоа е цифрата 9.

52. Дадена е низата броеви:

1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 6, ...

а) Пресметај го збирот на првите десет членови на низата.

б) Определи го дваесеттиот член на низата.

Решение. а) Збирот на првите десет члена на низата е:

$$1+1+1+2+1+3+1+4+1+5=20.$$

б) Забележуваме дека броевите 1, 2, 3, 4, 5 и 6 се наоѓаат на второто, шестото, седмото, осмото, десеттото и дванаесеттото место. Според тоа, на дваесеттото место ќе се наоѓа бројот 10.

53. Кои броеви недостасуваат во низата:

1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, __, __, 5, 5, 5, 5.

Решение. Во дадената низа бројот 1 е запишан еднаш, бројот два е запишан двапати и бројот 3 е запишан трипати. Според тоа, бројот 4 треба да биде запишан четирипати, а бројот 5 треба да биде запишан петпати. Според тоа, во низата недостасуваат броевите 4 и 5, и тие треба да се запишани во овој редослед.

54. Стефан запишал пет броја. Прво го запишал бројот 2, а секој следен број е за 3 поголем од претходниот. Кој е последниот запишан број?

Решение. Стефан последователно ги запишал броевите:

$$2, 2+3=5, 5+3=8, 8+3=11 \text{ и } 11+3=14.$$

Значи, последниот запишан број е 14.

55. Кои броеви недостасуваат во низата: 0, 3, 6, 9, __, __, 18.

Решение. Забележуваме дека

$$0+3=3, 3+3=6, 6+3=9 \text{ и } 18-9=9.$$

Според тоа, секој следен член на низата е за 3 поголем од претходниот, а разликата од четвртиот до седмиот член на низата е еднаква на 9. Оттука следува дека броевите кои недостасуваат во низата се $9+3=12$, $12+3=15$ и притоа важи $15+3=18$.

56. Дадена е низата броеви:

$$1, 4, 7, 10, _, _, _.$$

Опреди ги броевите што недостасуваат.

Решение. Имаме: $4-1=7-4=10-7=3$.

Според тоа, секој член на низата е за 3 поголем од претходниот. Значи, последователно броевите што недостасуваат се:

$$10+3=13, 13+3=16 \text{ и } 16+3=19.$$

57. Дадена е низата

$$2, 1, 3, 2, 4, 3, 5, \heartsuit, 6, 5, 7, \diamond$$

Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

$$\diamond - \heartsuit = ?$$

Решение. Бидејќи

$$2-1=1, 3-2=1, 4-3=1, 5-4=1, 6-5=1, 7-6=1$$

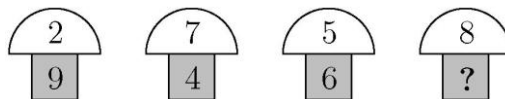
добиваме дека

$$\diamond = 6, \heartsuit = 4.$$

Затоа

$$\diamond - \heartsuit = 6 - 4 = 2.$$

58. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?



Решение. За првите фигури важи $7-2=5=9-4$. За вторите две фигури важи $7-5=2=6-4$. Според тоа, за третите две фигури треба да важи $8-5=3=6-?$, од каде што заклучуваме дека на местото на прашалникот треба да стои бројот 3.

59. Дадена е низата

8, 1, 6, 2, 4, 3, 2, 4, $\otimes$, $\square$

Пресметај $\otimes + \square$

Решение. Забележуваме дека $8-6=6-4=4-2=2-0=2$, па затоа на местото на знакот $\otimes$ треба да стои бројот 0. Понатаму, имаме $2-1=3-2=4-3=5-4=1$, па затоа на местото на знакот $\square$ треба да стои бројот 5. Според тоа,

$$\otimes + \square = 0 + 5 = 5.$$

60. Секој од членовите на низата 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, со исклучок на еден број се напишани според определено правило. Кој е тој број?

Решение. Забележуваме дека

$$4-2=8-6=10-8=12-10=14-12=2$$

но, тоа не важи за бројот 5. Според тоа, бараниот број е бројот 5.

61. Дваесет топчиња се означени со броевите од 1 до 20. Рајна почнува да брои од 2 и брои преку едно топче напред, а Милена почнува од 19 и брои преку две јајца назад. Кои топчиња ѝ двете ќе го избројат?

Решение. Рајна ќе ги изброи топчињата 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 и 20. Милена ќе ги изброи топчињата 19, 16, 13, 10, 7, 4, 1. Според тоа, обете ќе ги избројат топчињата 4, 10 и 16.

62. Дадена е низата броеви

1, 13, 6, 7, 2, 6, 4, 3, 10, 2, 1.

Колку групи од по два или три соседни броеви има такви што нивниот збир е еднаков на 13?

Решение. Бараните групи од по два или три соседни броеви чиј збир е 13 можеме да ги определиме одејќи последователно во низата одлево надесно. Такви групи се:

6 и 7; 6, 4 и 3; 3 и 10; 10, 2 и 1.

Значи, постојат 4 групи броеви со саканото својство.

63. Определи го петтиот член на низата: 1, 2, 4, 8, ____.

Решение. Имаме: $2=1+1$, $4=2+2$ и $8=4+4$, па затоа за петтиот член на дадената низа добиваме дека е еднаков на $8+8=16$.

64. Доврши ја низата: 14, 7, 7, 13, 7, 6, ...

Решение. Забележуваме дека првиот број е збир на следните два броја, а четвртиот број е збир на следните два броја, при што и во двата случаја првиот собирок е бројот 7. Притоа, четвртиот број е за 1 помал од првиот, па затоа низата броеви е:

17, 7, 7, 13, 7, 6, 12, 7, 5, 11, 7, 4, 10, 7, 3, 9, 7, 2, 8, 7, 1, 7, 7, 0.

65. Дадени се низите броеви:

i) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

ii) 1, 2, 6, 5, 7, 8, 9, 10, 3

iii) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17

iv) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Која низа е излишна?

Решение. Забележуваме дека во низата i) секој следен член е за 2 поголем од претходниот, во низата ii), исто така, секој следен член е за 2 поголем од претходниот, а во низата iv) секој следен член е за 1 поголем од претходниот. Значи, последователните членови на низите i), ii) и iv) се зголемуваат за ист број. Ова не важи за низата iii), што значи дека оваа низа е излишна.

66. Дадени се низите броеви:

i) 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7, 10, 9

ii) 3, 1, 6, 5, 7, 8, 9, 10, 3

iii) 3, 2, 5, 4, 7, 6, 9, 8, 11, 10

iv) 4, 2, 5, 3, 6, 4, 7, 5, 8, 6

Која низа е излишна?

Решение. Забележуваме дека за броевите во првата низа важи

$$2-1=4-3=6-5=8-7=10-9=1,$$

за броевите во третата низа важи

$$3-2=5-4=7-6=9-8=11-10=1,$$

за броевите во четвртата низа важи

$$4-2=5-3=6-4=7-5=8-6=2.$$

Според тоа, за овие три низи разликите на броевите во последователните парови броеви се еднакви, што не важи за втората низа броеви. Според тоа, излишна е втората низа броеви.

67. Кои броеви недостасуваат во низата 1, 3, 2, 4, __, 5, 4, 6, 5, __, 6, __, 7, 9, 8, 10.

Решение. Забележуваме дека на првите две непарни места во низата последователно се запишани броевите 1 и 2, потоа продолжувајќи од четвртото непарно место, повторно на непарните места последователно се запишани броевите 4, 5, 6, 7... Од друга страна, на секое од првите четири парни места е запишан број кој е за 2 поголем од претходниот број. Според тоа, низата го има видот:

1, 3, 2, 4, 3, 5, 4, 6, 5, 7, 6, 8, 7, 9, 8, 10.

Значи, броевите кои недостасуваат се, редоследно: 3, 7 и 8. Нивниот збир е $3+7+8=18$.

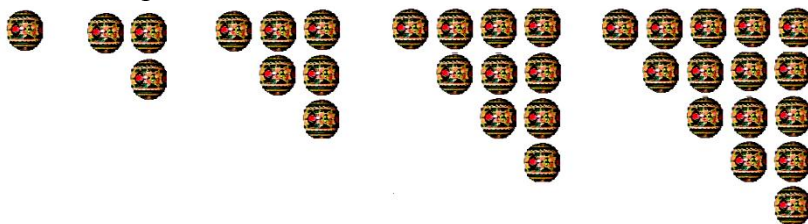
68. Кој број недостасува во низата: 1, 3, 6, 10, __.

Решение. Забележуваме дека

$$3-1=2, 6-3=3, 10-6=4,$$

т.е. дека вториот член на низата е за 2 поголем од првиот, третиот член на низата е за 3 поголем од вториот, а четвртиот член на низата е за 4 поголем од третиот. Значи, петтиот член на низата треба да е за 5 поголем од четвртиот, што значи дека тој е еднаков на $10+5=15$.

Забелешка. Членовите на оваа низа може да се прикажат како на долниот цртеж.



69. Кој број недостасува во низата: 1, 4, 9, __.

Решение. Забележуваме дека $4-1=3$ и $9-4=5$. Според тоа, првиот член на низата е еднаков на првиот непарен број, а вториот член е поголем од првиот за 3, т.е. за вториот непарен број. Понатаму, третиот член на низата е поголем од вториот за 5, т.е. за третиот непарен број, па затоа четвртиот член на низата е поголем од третиот за четвртиот непарен број, т.е. за 7. Значи, бројот кој недостасува во низата е $9+7=16$.

Забелешка. Членовите на оваа низа може да се прикажат како на долниот цртеж.



I.4. РАВЕНКИ И НЕРАВЕНСТВА

70. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот, за да се добие точно равенство? $7 - \boxed{?} = 1 + 2$

Решение. Имаме, $1+2=3$ и $7-3=4$, што значи дека на местото на прашалникот треба да се запише бројот 4. Притоа добиваме $7-4=1+2$.

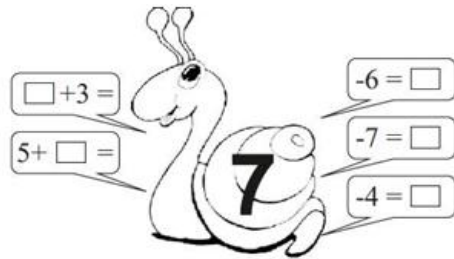
71. Кои броеви треба да се запишани во празните квадратчиња за да пресметвањата се точни?

Решение. Во левата колона одгоре-надолу треба да се запишани броевите:

$$7-3=4 \text{ и } 7-5=2.$$

Во десната колона, одејќи одгоре-надолу, треба да се запишани броевите:

$$7-6=1, 7-7=0 \text{ и } 7-4=3.$$



72. Кој број треба да стои на местото на знакот $\otimes$ за да важи равенството

$$2 + 2 + 2 + 2 = \otimes - 2$$

Решение. Бидејќи $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ и $10 - 2 = 8$, за да важи даденото равенство, на местото на знакот $\otimes$ треба да стои бројот 10.

73. Ако во дијаграмите дадени на цртежот десно се точни равенства, пресметај $\heartsuit - *$.

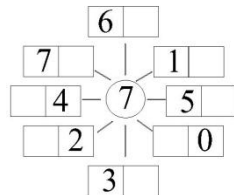
$$\begin{array}{c} \boxed{3} \\ + \\ \boxed{5} + \boxed{} = \heartsuit \\ || \\ \boxed{7} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \boxed{6} \\ + \\ \boxed{3} + \boxed{} = * \\ || \\ \boxed{8} \end{array}$$

Решение. Од првиот дијаграм следува дека во празното квадратче треба да биде запишан бројот $7 - 3 = 4$, па затоа на знакот $\heartsuit$ му соодветствува бројот $5 + 4 = 9$. Од вториот дијаграм следува дека во празното квадратче треба да биде запишан бројот $8 - 6 = 2$, па затоа на знакот $*$ му соодветствува бројот $3 + 2 = 5$. Според тоа,

$$\heartsuit - * = 9 - 5 = 4$$

74. Разгледај го цртежот десно. Кои броеви треба да се запишани во празните двадратчиња?

Решение. Од секои две квадратчиња на ист начин треба да се добие бројот 7. Ова единствено е можно само со собирање на паровите броеви запишани во квадратчињата

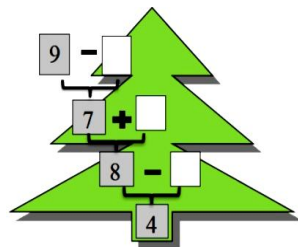


еднододруго. Тргувајќи од најгорниот пар и одејќи во насока на движењето на стрелките на часовникот, во празните квадратчиња треба да се запишани броевите:

$$7 - 6 = 1, 7 - 1 = 6, 7 - 5 = 2, 7 - 0 = 7,$$

$$7 - 3 = 4, 7 - 2 = 5, 7 - 4 = 3, 7 - 7 = 0.$$

75. Во празните квадратчиња на цртежот десно запиши броеви така што пресметувањата ќе бидат точни. Определи го збирот на запишаните броеви.



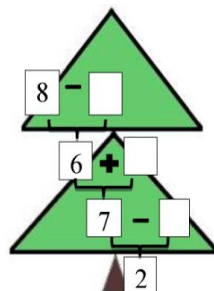
Решение. Бидејќи

$$9 - 7 = 2, \quad 8 - 7 = 1 \quad \text{и} \quad 8 - 4 = 4,$$

последователно одгоре-надолу треба да ги запишеме броевите 2, 1 и 4. Нивниот збир е $2 + 1 + 4 = 7$.

76. Во празните квадратчиња на цртежот десно запиши броеви така што пресметувањата ќе бидат точни. Определи го збирот на запишаните броеви.

Решение. Бидејќи $8 - 6 = 2$, $7 - 6 = 1$, $7 - 2 = 5$, во квадратчињата почнувајќи од најгоре, треба да ги запишеме броевите 2, 1 и 5. Нивниот збир е еднаков на $2 + 1 + 5 = 8$.



77. Реши ги равенките:

а) $7 - x = 3$ б) $x - 5 = 15$ в) $10 - x = 5$ г) $20 - x = 14$.

Решение. а) Имаме: $x = 7 - 3 = 4$.

б) Имаме: $x = 15 + 5 = 20$.

в) Имаме: $x = 10 - 5 = 5$.

г) Имаме: $x = 20 - 14 = 6$.

78. Определи ги броевите кои треба да се запишат во квадратчињата за да се точни пресметувањата:

$$\square + 15 = 20$$

$$13 + \square = 19$$

$$\square - 5 = 0$$

$$13 - \square = 7$$

$$18 - \square = 13$$

$$11 + \square = 15$$

$$19 - \square = 15$$

$$\square + 15 = 19$$

$$20 - \square = 16$$

$$\square + 7 = 11$$

$$\square - 1 = 0$$

$$18 - \square = 14$$

$$\square + 13 = 17$$

$$17 - \square = 14$$

Решение. Последователно ги наоѓаме броевите кои треба да се запишат во квадратчињата:

$$20 - 15 = 5$$

$$19 - 13 = 6$$

$$5 - 0 = 5$$

$$13 - 7 = 6$$

$$18 - 13 = 5$$

$$15 - 11 = 4$$

$$19 - 15 = 4$$

$$19 - 15 = 4$$

$$20 - 16 = 4$$

$$11 - 4 = 7$$

$$1 - 0 = 1$$

$$18 - 14 = 4.$$

$$17 - 13 = 4$$

$$17 - 14 = 3$$

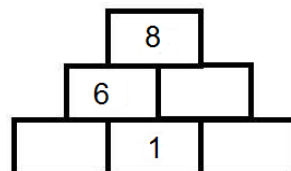
79. Во празните квадратчиња на дијаграмот даден на цртежот десно запиши ги броевите што недостасуваат така да пресметувањата се точни.

Решение. Почнувајќи од најгорниот ред, последователно добиваме:

- прв ред $7 - 2 = 5$,
- втор ред 7 и $7 + 1 = 8$,
- трет ред 8 и $8 - 8 = 0$,
- четврти ред 0 и $0 + 9 = 9$,
- петти ред 9 и $9 - 6 = 3$,
- шести ред 3 и $9 - 3 = 6$.

$$\begin{array}{rcl} \square + 2 & = & \boxed{7} \\ \square + 1 & = & \square \\ \square - 8 & = & \square \\ \square + 9 & = & \square \\ \square - 6 & = & \square \\ \square + \square & = & 9 \end{array}$$

80. Кои броеви треба да се запишат во празните правоаголници на цртежот десно така што секој број е еднаков на збирот на броевите запишани во правоаголниците кои се одма под него.



Решение. Во правоаголничето од средниот ред треба да се запише бројот $8 - 6 = 2$. Во левото правоаголничето од најдолниот ред треба да се запише бројот $6 - 1 = 5$, а во десното, бројот $2 - 1 = 1$.

81. Во квадратчињата запиши ги броевите така што пресметувањата ќе бидат точни:

$$\begin{array}{lll} 5 + \square + 1 = 7 & 2 + \square + 2 = 6 & 8 - 5 - \square = 0 \\ 2 + 3 + \square = 6 & 2 + \square + 2 = 7 & 9 - 4 - \square = 1 \\ \square + 1 + 4 = 7 & 6 = 1 + 2 + \square & 7 - \square - 3 = 4 \\ \square + 4 + 1 = 8 & 8 = 2 + 4 + \square & 9 - \square - 5 = 3 \end{array}$$

Решение. Во квадратчињата од соодветните колони треба да ги запишеме броевите:

$$\begin{array}{lll} 7 - (5 + 1) = 1, & 6 - (2 + 2) = 2, & 8 - 5 - 0 = 3, \\ 6 - (2 + 3) = 1, & 7 - (2 + 2) = 3, & 9 - 4 - 1 = 4, \\ 7 - (1 + 4) = 2, & 6 - (1 + 2) = 3, & 7 - 4 - 3 = 0, \\ 8 - (4 + 1) = 3, & 8 - (2 + 4) = 2, & 9 - 3 - 5 = 1. \end{array}$$

82. Во празните полиња на табелата десно запиши ги броевите кои недостасуваат така што пресметувањата ќе бидат точни? Пресметај го збирот на броевите кои недостасуваат.

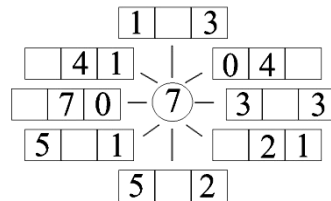
6	-		+	5	=	7
+		+		+		
2	+		-	3	=	0
-		+		-		
3	+	4	-		=	1
=		=		=		
5		9	-	2	=	

Решение. Во полето од првиот ред на табелата треба да се запише бројот $6+5-7=11-7=4$.

Сега, во заедничкиот поле на третиот ред и третата колона треба да се запише бројот $9-(4+4)=9-8=1$ и притоа добиваме $2+1-3=0$, што е точно. Во заедничкото поле на петтата колона и петтиот ред треба да се запише бројот $5+3-2=6$ и притоа добиваме $3+4-6=1$, што е точно. Во празното поле на седмиот ред треба да се запише бројот $5+9-2=7$.

Конечно, бараниот збир е еднаков на $4+1+6+7=18$.

83. Разгледај го цртежот десно. Кои броеви треба да се запишани во празните квадратчиња?



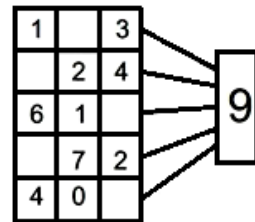
Решение. Од секои три квадратчиња на ист начин треба да се добие бројот 7. Ова единствено е можно само со

собирање на тројките броеви запишани во квадратчињата еднოდруго. Тргувајќи од најгорната тројка и одејќи во насока на движењето на стрелките на часовникот, во празните квадратчиња треба да се запишани броевите:

$$7 - (1 + 3) = 4, \quad 7 - (0 + 4) = 3, \quad 7 - (3 + 3) = 1, \quad 7 - (2 + 1) = 4,$$

$$7 - (5 + 2) = 0, \quad 7 - (5 + 1) = 1, \quad 7 - (7 + 0) = 0, \quad 7 - (4 + 1) = 2.$$

84. Во празните квадратчиња внеси ги броевите што недостасуваат. Пресметај го збирот на броевите кои недостасуваат.



Решение. Збирот на броевите кои се веќе запишани во секој ред од табелата е помал

или еднаков на 9. Според тоа, во празните квадратчиња треба да запишеме броеви така што збирот на броевите запишани во секој ред од табелата ќе биде еднаков на 9. Значи, последователно треба да ги запишеме броевите:

$$9 - (1 + 3) = 5,$$

$$9 - (2 + 4) = 3,$$

$$9 - (6 + 1) = 2,$$

$$9 - (7 + 2) = 0,$$

$$9 - (4 + 0) = 5.$$

1	5	3	
3	2	4	
6	1	2	
0	7	2	
4	0	5	

Пополнетата табела е прикажана на цртежот десно. Збирот на броевите кои недостасуваат е еднаков на $5 + 3 + 2 + 0 + 5 = 15$.

85. Дадени се равенствата

$$\heartsuit + \heartsuit = 6$$

$$\heartsuit + \spadesuit = 7$$

Опредиeli кој број треба да стои на местото на знакот $\spadesuit$.

Решение. Бидејќи $3 + 3 = 6$, добиваме дека на местото на $\heartsuit$ треба да стои бројот 3. Понатаму, бидејќи $3 + 4 = 7$, заклучуваме дека на местото на знакот $\spadesuit$ треба да стои бројот 4.

86. Ако

$$3 + 6 = \heartsuit$$

$$7 - 5 = \diamond$$

пресметај $\heartsuit - \diamond$.

Решение. Имаме:

$$\heartsuit = 3 + 6 = 9, \quad \diamond = 7 - 5 = 2.$$

па затоа

$$\heartsuit - \diamond = 9 - 2 = 7.$$

87. Разгледај го долниот цртеж.

$$\triangle 3 + \square 4 = \odot 7$$

$$\odot 7 - \triangle 3 = \smile$$

$$\odot 7 + \triangle 3 = \frown$$

$$\square 4 + \square 4 = \odot 7$$

$$\frown - \odot 7 = \square 4$$

$$\odot 7 - \odot 7 = \hexagon$$

Кои броеви треба да се запишат во  ?

Решение. Од третото равенство во првиот ред заклучуваме дека во бонбоната треба да се запише бројот $7+3=10$. Од првото равенство во вториот ред заклучуваме дека во свездата треба да се запише бројот $4+4=8$. Од второто равенство во вториот ред заклучуваме дека во јајцето треба да се запише бројот $10-4=6$. Од второто равенство во првиот ред заклучуваме дека во месечината треба да се запише бројот $8-3=5$. Конечно, од третото равенство во вториот ред заклучуваме дека во шестаголникот треба да се запише бројот $7-6=1$.

88. Кои броеви треба да се запишат на местата на геометриските фигури на цртежот десно така што ќе се добијат точни равенства?

Решение. Бидејќи $5+5=10$, од првото равенство следува дека на местото на триаголникот треба да се запише бројот 5. Понатаму, од третото равенство следува дека на местото на пентаголникот треба да

$$\begin{array}{rcl} \triangle + \triangle & = & 10 \\ \bullet + \triangle & = & \square \\ \pentagon + \triangle & = & 9 \\ \square - \pentagon & = & 2 \end{array}$$

се запише бројот $9-5=4$. Сега, од четвртото равенство следува дека на местото на квадратот треба да се запише бројот $4+2=6$ и конечно, од второто равенство добиваме дека на местото на кругот треба да се запише бројот $6-5=1$.

89. Три пеперутки скриле три еднакви цифри, а мајмунот, кенгурот и бубамарата скриле три други различни цифри. Под мајмунот се наоѓа најмалата можна цифра. Која е таа цифра?

$$\begin{array}{rcl} \text{butterfly} - 9 + \text{butterfly} & = & \text{butterfly} \\ \text{monkey} + \text{kangaroo} + \text{beetle} & = & 20 \end{array}$$

Решение. Јасно, под пеперутките се наоѓа цифрата 9.

Цифрата 1 не може да е под мајмунот бидејќи тогаш, бројот $20-1=19$ треба да се запише како збир на два едноцифрени различни броја, што не е можно.

Цифрата 2 не може да е под мајмунот бидејќи тогаш, бројот $20-2=18$ треба да се запише како збир на два едноцифрени различни броја, што не е можно.

Цифрата 3 не може да е под мајмунот бидејќи тогаш, бројот $20-3=17$ како збир на два едноцифрени различни броја, може да се претстави само на еден начин: $17=9+8$, а цифрата 9 веќе е под пеперутките.

Цифрата 4 не може да е под мајмунот бидејќи тогаш, бројот $20-4=16$, како збир на два различни едноцифрени броја, може да се претстави само на еден начин: $16=9+7$, а цифрата 9 веќе е под пеперутките.

За бројот 5 имаме $20-5=15$ и притоа важи $15=8+7$, што значи дека бараниот број е 5.

90. Кој број треба да се постави на местото на прашалникот?

$$\bigcirc + \square + \bigcirc + \square + \bigcirc = 16$$

$$\bigcirc + \square = 7$$

$$\square - \bigcirc = ?$$

Решение. Од второто равенство гледаме дека збирот на броевите кои ги заменуваат кругот и квадратот е 7, па затоа збирот на броевите кои што заменуваат два круга и два квадрата е еднаков на 14. Сега, бидејќи во првото равенство имаме два круга, два квадрата и уште еден круг, заклучуваме дека бројот кој го заменува кругот е еднаков на $16-14=2$. Повторно од второто равенство добиваме дека бројот кој го заменува квадратот е еднаков на $7-2=5$. Конечно, на местото на прашалникот треба да стои бројот $5-2=3$.

91. Колку од броевите 0, 1, 2, 3, 4 и 5 може да запишете на цртата така што е точно неравенството: $__+5<10$?

Решение. Првиот број помал од 10 е бројот 9. Бидејќи $4+5=9$, за да е точно даденото неравенство, на цртата може да ги запишеме бројот 4 и сите броеви помали од него. Значи, можеме да запишеме 5 од дадените броеви, и тоа, броевите: 0, 1, 2, 3 и 4.

92. Колку броеви можеме да запишеме на цртата така што ќе се добие точно неравенство: $11 > 5 + \underline{\hspace{1cm}}$.

Решение. Првиот број кој е помал од 11 е бројот 10. Бидејќи $5 + 5 = 10$, на цртата можеме да ги запишеме сите броеви кои се помали или еднакви на 5. Значи, можеме да ги запишеме броевите 0, 1, 2, 3, 4 и 6, т.е. вкупно 6 броја.

93. На линијата запиши го најголемиот можен број така што ќе биде исполнето неравенството:

$$12 > 9 + \underline{\hspace{1cm}}, \quad 11 + \underline{\hspace{1cm}} < 15, \quad 9 + \underline{\hspace{1cm}} < 16.$$

Решение. Најголемиот број помал од 12 е бројот 11, па затоа на левата црта треба да се запише бројот $11 - 9 = 2$. Слично, на средната црта треба да се запише бројот $14 - 11 = 3$, а на десната црта треба да се запише бројот $15 - 9 = 6$.

94. Кој број треба да се запише на местото на $\otimes$ за да се точни неравенствата?

$$6 - 1 > \otimes > 2 + 1$$

Решение. Бидејќи $6 - 1 = 5$ и $2 + 1 = 3$, а бројот 4 е единствен број кој е поголем од 3 и е помал од 5, добиваме дека на местото на знакот $\otimes$ треба да се запише бројот 4.

95. На линијата запиши го најмалиот можен број:

- а) $10 > 12 - \underline{\hspace{1cm}}$, б) $13 < 4 + \underline{\hspace{1cm}}$, в) $15 - \underline{\hspace{1cm}} > 12$,
г) $11 + \underline{\hspace{1cm}} < 12$, д) $13 > 19 - \underline{\hspace{1cm}}$, ё) $18 - \underline{\hspace{1cm}} = 11$.

Решение. а) Првиот број помал од 10 е бројот 9 и бидејќи $12 - 3 = 9$, треба да се запише бројот 3.

б) Првиот број поголем од 13 е бројот 14, и бидејќи $14 = 4 + 10$, треба да се запише бројот 10.

в) Неравенството ќе важи за броевите 0, 1 и 2. Бидејќи се бара најмалиот број, треба да се запише бројот 0.

г) Бидејќи $11 + 0 < 12$, а бројот 11 собран со број поголем или еднаков на 1 дава збир поголем или еднаков на 12, треба да се запише бројот 0.

д) Првиот број помал од 13 е бројот 12, и бидејќи $19 - 7 = 12$, треба да се запише бројот 7.

Ѓ) Единствен број за кој равенството важи е бројот $18 - 11 = 7$, па затоа треба да се запише бројот 7.

96. На цртичките запиши ги броевите 0, 2, 4, 7 и 9 така што ќе бидат исполнети неравенствата:

$$1 < _ < _ < 8 > _ > 6 < _ > _ .$$

Решение. Од дадените броеви, најголем е бројот 9, а најмал е бројот 0. Затоа бројот 9 не може да биде запишан на првите три и на последната цртичка, а бројот 0 не може да биде запишан на првите четири цртички, па имаме $1 < _ < _ < 8 > _ > 6 < 9 > 0$. Сега е јасно дека бројот 7 треба да биде запишан на третата цртичка, а броевите 2 и 4, на првата и на втората цртичка соодветно. Конечно, имаме: $1 < 2 < 4 < 8 > 7 > 6 < 9 > 0$.

97. Замени ги буквите со броевите од 1 до 7 така што на различните булви соодветствуваат различни цифри, на исти букви соодветствуваат исти цифри и сите неравенства се точни:

$$C < H < E > Ж < И < H > K > A$$

Решение. Од дадените неравенства имаме

$$C < H, Ж < И < H > K > A \text{ и } H < E,$$

што значи дека на буквата H соодветствува број кој е помал од пет броја, а на буквата E соодветствува број кој е поголем од него. Единствена можност е $H = 6$ и $E = 7$. Според тоа,

$$C < 6 < 7 > Ж < И < 6 > K > A.$$

Понатаму, на местото на буквата C можеме да го ставиме кој било од преостанатите броеви, а потоа со секоја поделба на преостанатите четири броја во две групи по два броја добиваме по две решенија. На пример, можни решенија се:

$$5 < 6 < 7 > 1 < 4 < 6 > 3 > 2$$

$$5 < 6 < 7 > 2 < 3 < 6 > 4 > 1$$

$$5 < 6 < 7 > 1 < 2 < 6 > 4 > 3$$

$$5 < 6 < 7 > 3 < 4 < 6 > 2 > 1.$$

Испиши уште најмалку четири решенија на задачата.

II ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

II.1. БРОЕВИ И ЦИФРИ

1. Кој број треба да стои на местото на ѕвездичката?

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{9} & \boxed{6} & \boxed{7} & \boxed{8} & \boxed{1} & \boxed{*} & \boxed{4} & \boxed{3} & \boxed{2} \end{array}$$

Решение. Забележуваме дека во квадратчињата се запишани броевите 9, 6, 7, 8, 1, 4, 3 и 2, т.е. броевите 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 и 9. Значи, недостасува бројот 5 кој треба да стои на местото на ѕвездичката.

2. Определи го најмалиот збир на три различни едноцифрени броеви.

Решение. Најмалиот збир го добиваме ако ги земеме трите најмали едноцифрени броја. Тоа се броевите 0, 1 и 2, а нивниот збир е еднаков на $0+1+2=3$.

3. Што е поголемо збирот на најголемиот едноцифрен и најмалиот двоцифрен број или бројот 15. За колку?

Решение. Најмалиот двоцифрен број е 10, а најголемиот едноцифрен број е 9. Нивниот збир е $10+9=19$. Тој е поголем од бројот 15 и тоа за $19-15=4$.

4. Огнен наместо на еден број да му додаде 2, тој од истиот број одзел 2 и добил разлика 2. Ако не згрешил, кој број требало да го добие Огнен?

Решение. Кога наместо на еден број да додадеме 2, ние одземаме 2, резултатот се менува за 4. Според тоа, Огнен требало да го добие бројот $2+4=6$.

5. Збирот на броевите со кои се нумерирани три последователни страни на една книга е 18. Со кој број е нумерирана следната страна на книгата?

Решение. Единствени три последователни броја чиј збир е 18 се броевите 5, 6 и 7 (Зошто?). Според тоа, следната страница на книгата е нумерирана со бројот 8.

6. На секоја страна на коцка за играње има 1, 2, 3, 4, 5 или 6 точки (на секоја страна различен број точки). Определи го збирот на точките на страните кои не се гледаат на коцката прикажана на цртежот десно.



Решение. На трите страни, што се гледаат, бројот на точките е еднаков на 2, 3 и 6. Според тоа, на страните што не се гледаат има 1, 4 и 5 точки. Нивниот збир е еднаков на $1+4+5=10$.

7. Бројот 9 е запишан како збир на два броја. Определи ја најголемата можна разлика на собироците.

Решение. *Прв начин.* Имаме:

$$9 = 9 + 0 = 8 + 1 = 7 + 2 = 6 + 3 = 5 + 4.$$

Разликите на собироците се:

$$9 - 0 = 9, 8 - 1 = 7, 7 - 2 = 5, 6 - 3 = 3, 5 - 4 = 1.$$

Според тоа, најголемата можна разлика на собироците е еднаква на 9.

Втор начин. Најголемата можна разлика на собироците се добива ако едниот собирук е најмалиот можен број. Тоа е бројот 0, па затоа вториот собирук ќе биде 9. Значи, бараната разлика е еднаква на $9 - 0 = 9$.

8. Горјан прво ја пресметал разликата на броевите 12 и 5, а потоа добиениот број го собрал со 4. Кој број го добил Горјан?

Решение. Разликата на броевите 12 и 5 е еднаква на $12 - 5 = 7$. Збирот на добиениот број и бројот 4 е еднаков на $7 + 4 = 11$. Значи, Горјан го добил бројот 11.

9. Збирот на два едноцифрени броеви е еднаков на 17. Од поголемиот одземи го помалиот број. Кој број го доби?

Решение. Единствени два едноцифрени броја кои даваат збир 17 се броевите 9 и 8. Според тоа, бараната разлика е $9 - 8 = 1$, т.е. се добива бројот 1.

10. Самоил и Горјан на еден лист ги запишале броевите 0, 1, 2, 7 и 10. Самоил собрал три од запишаните броеви и го добил најголемиот збир кој може да се добие, а Горјан собрал три од запишаните броеви и го добил најмалиот збир кој може да се добие. Кои броеви ги добиле Самоил и Горјан?

Решение. За да се добие најголемиот можен збир на три од дадените броеви, треба да ги собереме најголемите три броја, т.е. броевите 2, 7 и 10. Значи, Самоил пресметал $2+7+10=19$, т.е. го добил бројот 19.

За да се добие најмалиот можен збир на три од дадените броеви, треба да ги собереме најмалите три броја, т.е. броевите 0, 1 и 2. Значи, Горјан пресметал $0+1+2=3$, т.е. го добил бројот 3.

11. Разликата на два броја е еднаква на 6. Намаленикот го намалуваме за 2, а намалителот го зголемуваме за 3. Која е новата разлика?

Решение. Кога намаленикот ќе го намалиме за 2, разликата ќе се намали за 2. Понатаму, кога намалителот ќе се зголеми за 3, разликата ќе се намали за 3. Значи, разликата ќе се намали за $2+3=5$. Новата разлика е еднаква на $6-5=1$.

12. Велиме дека при фрлање на коцка за играње паѓа број и тогаш се има предвид бројот на точките кои се наоѓаат на горната страна на коцката (1, 2, 3, 4, 5 или 6).



На коцката која е прикажана на цртежот десно паднал бројот 3. Фрламе 3 коцки за играње и на трите коцки паднале различни броеви чиј збир е еднаков на 14. Определи кои броеви паднале.

Решение. Ако на ниту една коцка не се паднал бројот 6, тогаш најголем збир може да се добие ако се паднале броевите 3, 4 и 5 и тој е еднаков на $3+4+5=12 < 14$. Значи, на едната коцка се паднал бројот 6. Ако на другите две коцки не се паднал бројот 5, тогаш најголем збир може да се добие ако се паднале броевите 3 и 4, и тој збир е еднаков на $3+4+6=13 < 14$. Значи, вториот број е еднаков на 5, па затоа третиот добиен број е $14-(6+5)=3$.

Конечно, се паднале броевите 3, 5 и 6.

13. Кој број треба да се собере со бројот 7 за да се добие збир еднаков на 16?

Решение. Бидејќи $16 - 7 = 9$, за да се добие збир 16, со бројот 7, треба да се собере бројот 9.

14. Замислив еден број и на тој број му додадов 6. Потоа од добиениот резултат одзедов 7 и го добив бројот 3. Кој број го замислив?

Решение. Задачата ќе ја решиме одејќи одназад-нанапред. Пред да го одземеме бројот 7 и да го добиеме бројот 2, имаме $3 + 7 = 10$. Затоа, пред да го додадеме бројот 6 и да го добиеме бројот 10, имаме $10 - 6 = 4$. Според тоа, бројот што го замислив е 4.

15. Бабата Веселинка има повеќе од една внука. Таа на своите внуки им поделила 6 колачи и 9 чоколади. Секоја внука добила еднаков број колачи и чоколади. Колку внуки има бабата Веселинка?

Решение. Бидејќи $6 = 6 \cdot 1 = 3 \cdot 2$, заклучуваме дека баба Веселинка може да има 2, 3 или 6 внуки.

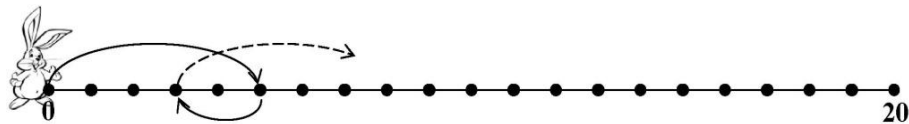
Ако Веселинка има 2 внуки, тогаш од $9 = 2 \cdot 4 + 1$ заклучуваме дека чоколадите не може да ги подели така што секоја внука ќе добие еднаков број чоколади.

Ако Веселинка има 3 внуки, тогаш $9 = 3 \cdot 3$, што значи дека секоја внука ќе добие по 2 колачи и по 3 чоколади.

Ако Веселинка има 6 внуки, тогаш од $9 = 6 \cdot 1 + 3$ заклучуваме дека чоколадите не може да ги подели така што секоја внука ќе добие еднаков број чоколади.

Конечно, од претходно изнесеното следува дека баба Веселинка има 3 внуки.

16. Зајакот Ушко скока прво преку 4 броја нанапред, а потоа преку еден број назад (види цртеж).



После шестиот скок нанапред Ушко застанал. На кои двоцифрени броеви нема да скокне Ушко?

Решение. Во првите два скока од броевите помали или еднакви на 5 Ушко нема да скокне врз броевите 1, 2 и 4. Потоа со следните два скока од броевите помали или еднакви на 8 Ушко нема да скокне уште врз бројот 7, па со следните два скока од броевите помали или еднакви од 11 тој нема да скокне уште врз бројот 10 итн. Значи, од двоцифрените броеви помали или еднакви од 20 Ушко нема да скокне врз броевите 10, 13, 16 и 19. Провери!

17. Марко нашол глинена плочка на која се запишани знаците кои соодветствуваат на броевите 1, 2, 3, 5, 9 и 15 (види цртеж).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	×	✱		○				⊗						⊙

Опреди го знакот кој соодветствува на бројот 14.

Решение. На бројот 1 соодветствува ѕвезда со една црта, на бројот 2 соодветствува ѕвезда со две црти, на бројот 3 соодветствува ѕвезда со три црти, на бројот 5 соодветствува круг, на бројот 9 соодветствува круг во кој има ѕвезда со четири црти и на бројот 15 соодветствуваат три круга еден во друг. Бидејќи $9 = 5 + 4$ и $15 = 5 + 5 + 5$, заклучуваме дека на бројот 4 соодветствува ѕвезда со четири црти и на секој собирот еднаков на 5 соодветствува по еден круг. Според тоа, бидејќи $14 = 5 + 5 + 4$ добиваме дека на бројот 14 соодветствува знак во кој во два круга еден во друг се наоѓа ѕвезда со четири црти, т.е. соодветствува знакот .

18. Бројот 798 има три различни цифри. Опреди го најблискиот број до 798 запишан со три различни цифри.

Решение. Броеви поголеми од 798 се: 799, 800, 801, 802... што значи дека првиот поголем број запишан со три различни цифри е 801. Броеви помали од 798 се: 797, 796, 795..., што значи дека првиот помал број запишан со три различни цифри е 796.

Бидејќи 801 се разликува од 798 за 3, а 796 се разликува од 798 за 2, заклучуваме дека бараниот број е 796.

19. Во полињата на табелата дадена на цртежот десно се запишани едноцифрени броеви така што збирот на броевите запишани во првиот ред е еднаков на 5, збирот на броевите запишани во вториот ред е еднаков на 9 и збирот на броевите запишани во втората колона е еднаков на 6. Определи го збирот на броевите запишани во првата колона.

Решение. Збирот на броевите запишани во целата табела е еднаков на збирот од зборовите на броевите запишани во двата реда, т.е. тој е еднаков на $5+9=14$. Исто така, збирот на броевите запишани во целата табела е еднаков на збирот од зборовите на броевите запишани во двете колони. Затоа збирот на броевите запишани во првата колона е еднаков на $14-6=8$.

II.2. ЗАДАЧИ СО РАБОТА

20. Марко засадил 10 јаболкници. Од нив три се исушиле. На останатите јаболкници, освен на две има јаболка. На сите јаболкници со јаболка, освен на една јаболкница јаболката се кисели. На колку јаболкници јаболката се кисели?

Решение. Од 10 јаболкници 3 се исушиле, па значи на $10-3=7$ јаболкници има јаболка. Понатаму, на една јаболкница јаболката не се кисели, што значи дека јаболката се кисели на $7-1=6$ јаболкници.

21. Еден брод може да пренесе преку река или 12 автомобили или 8 ципови. Во еден понеделникот тој ја преминал реката пет пати целосно натоварен е пренел 48 возила. Колку автомобили се пренесени преку реката тој ден?

Решение. Ако бродот преку реката пренесувал само ципови, тогаш ќе биле пренесени $5 \cdot 8 = 40$ возила. Меѓутоа, биле пренесени $48 - 40 = 8$ возила повеќе и бидејќи при пренесување на

автомобили со едно возење бродот пренесува $12 - 8 = 4$ возила повеќе добиваме дека тој ден бродот $8 : 4 = 2$ пати пренесол автомобили.

Конечно, тој ден бродот пренесол $2 \cdot 12 = 24$ автомобили.

22. Елена и Горјан саделе овошни дрвја. Горјан засадил 6 овошни дрвја. Елена засадила 5 дрвја повеќе од Горјан, но им останало да засадат уште две дрва. Колку овошни дрвја требало да засадат Горјан и Елена?

Решение. Горјан засадил 6, а Елена засадила 5 дрвја повеќе од Горјан, што значи дека таа засадила $6 + 5 = 11$ дрвја. Значи, заедно засадиле $11 + 6 = 17$ дрвја, бидејќи им има останале незасадени 2 дрва, Горјан и Елена требало да засадат $17 + 2 = 19$ дрвја.

23. Маја и Трендафил биле на базен. Тие вкупно препливале 20 должини на базенот. Маја препливала 2 должини на базенот помалку од Трендафил. Колку должини на базенот препливал секој од нив?

Решение. Ако ги одземеме двете должини кои Трендафил ги препливал повеќе од Маја, добиваме дека тие препливале ист број должини на базенот, при што препливале $20 - 2 = 18$. Според тоа, Маја препливала $18 : 2 = 9$, а Трендафил препливал $9 + 2 = 11$ должини на базенот.

II.3. КУПУВАМЕ И ПРЕСМЕТУВАМЕ ПАРИ

24. Ана, Маја и Теодора имаат 4, 6 и 8 евра соодветно. Ана и дала на Маја 2 евра, Маја и дала на Теодора 3 евра и Теодора и дала на Ана 4 евра. Определи кое девојче колку пари ќе има потоа?

Решение. Ана дала 2 евра, а добила 4, па затоа таа ќе има $4 - 2 + 4 = 6$ евра. Маја дала 3 евра, а добила 2 евра, па затоа таа ќе има $6 + 2 - 3 = 5$ евра. Конечно, Теодора добила 3 евра и дала 4 евра, па затоа таа ќе има $8 + 3 - 4 = 7$ евра.

25. Три исти балони чинат 8 денари повеќе од еден таков балон. Колку денари чини еден балон?

Решение. Три исти балони чинат колку еден таков балон и 8 денари. Значи, два исти балона чинат 8 денари. Бидејќи $8 = 4 + 4$, заклучуваме дека еден балон чини 4 денари.



26. Мирослав и Бојан заедно имаат 5 евра. Бојан има 1 евро повеќе од Мирослав. Колку пари има секое од децата?

Решение. Ако од заедничката сума пари, т.е. од 5 евра одземеме 1 евро кое Бојан го има повеќе од Мирослав, тогаш добиената сума пари ќе биде двојно поголема од парите што ги има Мирослав. Бидејќи $5 - 1 = 4 = 2 + 2$, добиваме дека Мирослав има 2 евра. Значи, Бојан има $2 + 1 = 3$ евра.

27. Горјан, Дејан и Душан заедно имале 8 евра. Секој од нив имал 1 или повеќе евра, но различна сума пари. Колку евра има детето кое има најмногу пари?

Решение. Ако тој што има најмалку пари има 2 евра, тогаш бидејќи сите имаат различни суми пари, тие заедно ќе имаат најмалку $2 + 3 + 4 = 9$ евра, што не е можно. Значи, детето што има најмалку пари мора да има 1 евро. Другите двајца имаат $8 - 1 = 7$ евра. Бидејќи $7 = 2 + 5 = 4 + 3$, заклучуваме дека детето што има најмногу пари може да има 4 или 5 евра.

28. На Ѓорѓи му недостигаат 5 денари за да купи тетратка чија цена е 13 денари. Домитар има 4 денари повеќе од Ѓорѓи. Колку пари имаат заедно двајцата?

Решение. Ѓорѓи има $13 - 5 = 8$ денари. Димитар има 4 денари повеќе од Ѓорѓи, што значи дека има $8 + 4 = 12$ денари. Двајцата заедно имаат $8 + 12 = 20$ денари.

29. За една тетратка и еден молив Марија платила 50 денари, а за две тетратки и три моливи Стефан платил 120 денари. Колку пари чини еден молив?

Решение. Ако една тетратка и еден молив чинат 50 денари, тогаш 2 тетратки и 2 молива чинат $2 \cdot 50 = 100$ денари. Понатаму, бидејќи 2 тетратки и 3 молива чинат 120 денари, а 2 тетратки и 2 молива чинат 100 денари, добиваме дека еден молив чини $120 - 100 = 20$ денари.

30. Нотез чини колку две хемиско пенкало, а хемиско пенкало чини колку два молива. Ангела купила молив, хемиско пенкало и нотез. Колку пари платила Ангела ако еден молив чини 2 евра?

Решение. Бидејќи еден молив чини 2 евра, а хемиско пенкало чини колку два молива, добиваме дека хемиско пенкало чини $2 + 2 = 4$ евра. Понатаму, еден нотес чини колку две хемиски пенкала, па затоа еден нотес чини $4 + 4 = 8$ евра.

Ангела купила молив, хемиско пенкало и нотес и за нив платила $2 + 4 + 8 = 14$ евра.

31. Доротеј купил линијар, тетратка и пенкало, за што платил 10 евра. Линијарот и пенкалото чинат 5 евра, а линијарот и тетратката чинат 6 евра. Колку повеќе платил Горјан кој купи две тетратки и три линијари?

Решение. Тетратката чини $10 - 5 = 5$ евра, а пенкалото чини $10 - 6 = 4$ евра. Според тоа, линијарот чини $10 - (5 + 4) = 1$ евро. За две тетратки и три линијара Горјан платил $5 + 5 + 1 + 1 + 1 = 13$ евра. Значи, Горјан платил $13 - 10 = 3$ евра повеќе.

32. Матеја и Марга имаат по 20 евра. Секоја купила по една кукла и по две копчиња за коса. Цената на една кукла изнесува 11 евра, а цената на едно копче за коса изнесува 1 евро. Колку пари вкупно им останале?

Решение. Секое од девојчињата потрошило по $11 + 1 + 1 = 13$ евра, што значи дека му останале $20 - 13 = 7$ евра. Вкупно им останале $7 + 7 = 14$ евра.

II.4. ЗАДАЧИ СО МЕРНИ БРОЕВИ

33. Венко нацртал отсечка со должина 11 cm , а Никола нацртал отсечка која е за 3 cm пократка од отсечката на Венко. Определи го збирот на должините на нацртаните отсечки.

Решение. Должината на отсечката на Никола е еднаква на $11 - 3 = 8\text{ cm}$. Збирот на должините на двете отсечки е еднаков на $11 + 8 = 19\text{ cm}$.

34. Гордана нацртала отсечка долга 9 cm , а Оливер нацртал отсечка која е за 2 cm подолга од таа на Гордана. Определи го збирот на должините на двете нацртани отсечки.

Решение. Должината на отсечката на Оливер е еднаква на $9 + 2 = 11\text{ cm}$. Според тоа, збирот на должините на двете отсечки е еднаков на $9 + 11 = 20\text{ cm}$.

35. Иванка нацртала последователно пет отсечки така што секоја следна отсечка е за 2 cm подолга од претходната. Должината на најголемата отсечка е еднаква на 9 cm . Колку е долга третата нацртана отсечка?

Решение. Петтата отсечка е најдолга и нејзината должина е еднаква на 9 cm . Должината на четвртата отсечка изнесува $9 - 2 = 7\text{ cm}$, што значи дека должината на третата отсечка е еднаква на $7 - 2 = 5\text{ cm}$.

36. Определи го најголемиот број ленти со должина 2 cm кои може да се исечат од лента со должина 11 cm .

Решение. Имаме

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 11\text{ cm},$$

од каде што заклучуваме дека од лента со должина 11 cm може да се исечат најмногу 5 ленти со должина 2 cm .

37. Колку сантиметри може да биде долга лента од која може да се исечат најмногу 5 ленти, секоја со должина 3 cm ?

Решение. Збирот на должините на петте ленти од по 3 cm е еднаков на $3+3+3+3+3=15\text{ cm}$. Според тоа, должината на големата лента може да биде:

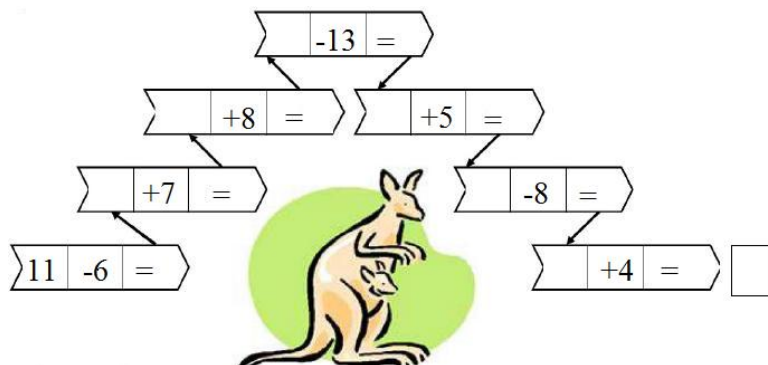
- 15 cm и тогаш целата ќе биде исечена на ленти со должини 3 cm ,
- 16 cm и тогаш од лентата ќе останат $16-15=1\text{ cm}$,
- 17 cm и тогаш од лентата ќе останат $17-15=2\text{ cm}$.

Лентата не може да има должина поголема или еднаква на 18 cm бидејќи во тој случај остануваат $18-15=3\text{ cm}$, а тоа е уште една лента со должина 3 cm .

38. Фросина имала 6 ленти со должина 20 cm . Таа секоја лента ја пресекла на два еднакви ленти со должина 10 cm . Потоа неколку од добиените ленти одново ги пресекла на два дела со должина 5 cm , со што добила вкупно 19 ленти. Колку ленти со должина 10 cm имала на крајот Фросина?

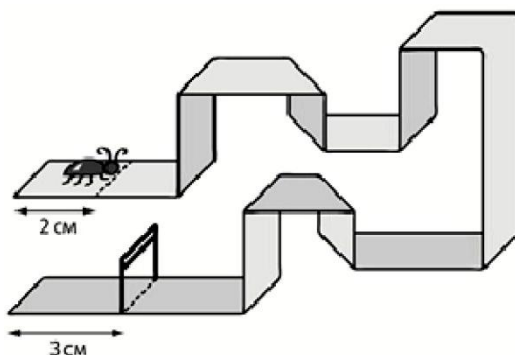
Решение. При првото сечење од шесте ленти со должина 20 cm Фросина добила $6+6=12$ ленти со должина 10 cm . При второто сечење Фросина добила уште $19-12=7$ ленти. Бидејќи при сечење на една лента бројот на лентите се зголемува за 1, заклучуваме дека во второто сечење Фросина пресекла 7 ленти со должина 10 cm . Според тоа, на крајот ѝ останале $12-7=5$ ленти со должина 10 cm .

39. Ако правилно го пополниш дијаграмот на долниот цртеж ќе пресметаш колкава е должината на два скока на кенгурот изразена во метри. Колку метри е долг еден скок на кенгурот?



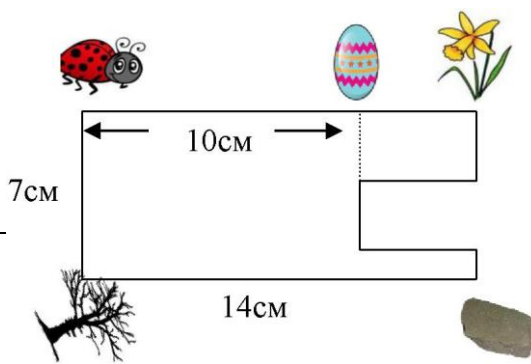
Решение. Во насоката која ја покажуваат стрелките последователно треба да ги запишуваме броевите: $11 - 6 = 5$, $5 + 7 = 12$, $12 + 8 = 20$, $20 - 13 = 7$, $7 + 5 = 12$, $12 - 8 = 4$ и $4 + 4 = 8$. Значи, два скока на кенгурот се долги 8 m , и бидејќи $4 + 4 = 8$, заклучуваме дека еден скок на кенгурот е долг 4 m .

40. Мравка патува по лента долга 1 m . Таа стартува на 2 cm од лентата и финишира на 3 cm од крајот на лентата (види цртеж). Мравката оди по право по средината на лентата, без притоа да се враќа. Определи го патот кој ќе го помине мравката.



Решение. Еден дел од патот мравката ќе помине над лентата, друг дел од патот таа ќе биде под лентата и пред целта повторно ќе биде над лентата. Затоа мравката ќе ја помине целата лента без оние 2 cm и ќе помине уште 3 cm . Според тоа, мравката ќе помине пат долг 1 m и $3 - 2 = 1\text{ cm}$.

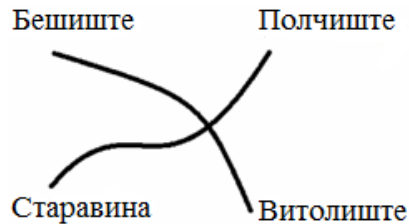
41. Бубамарата направила прошетка одејќи до јајцето, потоа до цветот и на крајот стигнала до



камчето (цртеж десно). Колку е долг патот што Златка го поминала од јајцето до камчето?

Решение. Растојанието од јајцето до цветот е еднакво на $14 - 10 = 4 \text{ cm}$. Одејќи од цветот до камчето, Златка поминала по две легнати (хоризонтални) отсечки секоја од нив со должина еднаква на растојанието од јајцето до цветот, т.е. на 4 cm , и по три исправени (вертикални) отсечки кои заедно се долги 7 cm . Според тоа, одејќи од цветот до камчето, Златка поминала пат долг $7 + 4 + 4 = 15 \text{ cm}$.

42. Четири населени места: Бешиште, Полчиште, Витолиште и Старавина се повразани со патишта како на цртежот десно. Патот од Бешиште до Старавина е долг 7 km , патот од Полчиште до Ви-



толиште е долг 4 km , а патот од Бешиште до Полчиште е долг 3 km . Колку е долг патот од Старавина до Витолиште?

Решение. Ако прво одиме од Бешиште до Старавина, а потоа одиме од Полчиште до Старавина, тогаш ќе поминеме ист пат како прво да сме оделе од Бешиште до Полчиште, а потоа од Старавина до Витолиште. Според тоа, за да ја најдеме должината на патот од Старавина-Витолиште треба од збирот на патиштата Бешиште-Витолиште и Старавина-Полчиште да го одземе патот Бешиште-Полчиште. Значи, патот Старавина-Витолиште е долг $7 + 4 - 3 = 8 \text{ km}$.

43. Кирил од пазар купил 1 kg лимони, 2 kg јаболка, 2 kg круши и 4 kg сливи. Продавачот Марко секое овошје го ставил во различна кеса. Како треба да ги подели кесите Кирил за да во секоја рака носи приближно иста тежина?

Решение. Кирил купил вкупно



$$1\text{ kg} + 2\text{ kg} + 2\text{ kg} + 4\text{ kg} = 9\text{ kg}$$

овошје. Бидејќи $9\text{ kg} = 4\text{ kg} + 5\text{ kg}$, а $1 < 2 = 2 < 4$, тој кесите може да ги распредели на два начина:

- во едната рака да ја земе кесата со сливи, т.е. 4 kg , а во другата рака да ги земе кесите со лимони, јаболка и круши, т.е. $1 + 2 + 2 = 5\text{ kg}$) или
- во едната рака да ги земе кесите јаболка и круши, т.е. $2 + 2 = 4\text{ kg}$, а во другата рака да ги земе кесите со лимони и сливи, т.е. $1 + 4 = 5\text{ kg}$.

44. Костадинка купила 2 kg круши, 5 kg јаболка, 3 kg пиперки и 3 kg компири. Што купила повеќе Костадинка, овошје или зеленчук?

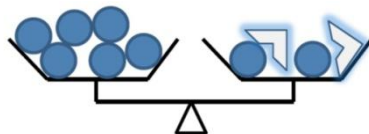
Решение. Крушите и јаболката се овошје, а пиперките и компирите се зеленчук. Значи, Костадинка купила $2 + 5 = 7\text{ kg}$ овошје и $3 + 3 = 6\text{ kg}$ зеленчук. Бидејќи $7 > 6$, заклучуваме дека Костадинка купила повеќе овошје.

45. Вагата на цртежот десно е во рамнотежа. Колку ѕвезди тежи една елка?



Решение. Забележуваме дека на едниот тас на вагата има 2 елки, а на другиот тас има 6 ѕвезди. Бидејќи $3 + 3 = 6$, заклучуваме дека 1 елка тежи колку 3 ѕвезди.

46. Вагата на цртежот десно е во рамнотежа. Колку кругови тежи една колиба?



Решение. Ако од двата таса извадиме по два круга, тогаш вагата повторно ќе остане во рамнотежа. На едниот тас ќе останат 4 круга, а на другиот 2 колиби. Бидејќи $2 + 2 = 4$ заклучуваме дека 1 колиба тежи колку 2 круга.

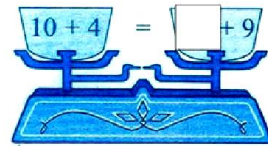
47. Едно јаболко и една круша тежат колку 3 еднакви праски. Крушата тежи колку 2 од тие праски. Колку праски тежат 3 јаболка и една круша?

Решение. Бидејќи крушата тежи колку две праски, а заедно со јаболкото тежат колку три праски, заклучуваме дека јаболкото тежи колку една праска. Според тоа, три јаболка тежат колку три праски, па заедно со крушата ќе тежат колку $3 + 2 = 5$ праски.

48. Две мадарини и една банана тежат колку два портокала. Една банана тежи колку три мандарини. Колку мандарини тежат 4 портокали?

Решение. Бидејќи една банана тежи колку три мандарини добиваме дека две мандарини и една банана тежат колку $2 + 3 = 5$ мандарини. Но, две мандарини и една банана тежат колку два портокала, па затоа два портокала тежат колку 5 мандаини. Сега, бидејќи $4 = 2 + 2$, заклучуваме дека 4 портокали тежат колку $5 + 5 = 10$ мандарини.

49. На цртежот десно тежините на вагата се изразени во килограми. Колку килограми уште треба да се стават за да вагата биде во рамнотежа?



Решение. На левиот тас има $10 + 4 = 14 \text{ kg}$, а на десниот тас има 9 kg . За да биде вагата во рамнотежа, на десниот тас треба да се стават $14 - 9 = 5 \text{ kg}$.

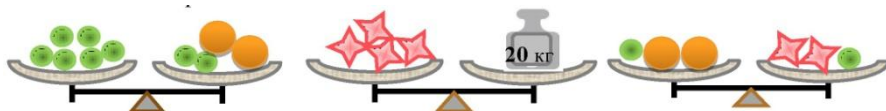
50. На долните цртежи се дадени три ваги кои се во рамнотежа. Колку тежи една коцка?



Решение. Две исти пирамиди тежат 12 kg , па од $6 + 6 = 12$ заклучуваме дека една пирамида тежи 6 kg . Понатаму, три исти топ-

чиња тежат колку една пирамида, т.е. 6 kg , па од $2+2+2=6$ заклучуваме дека едно топче тежи 2 kg . Сега, две исти коцки тежат колку четири топчиња, т.е. тежат $2+2+2+2=8\text{ kg}$. Бидејќи $4+4=8$, заклучуваме дека една коцка тежи 4 kg .

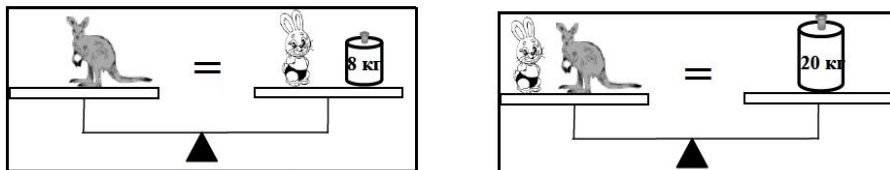
51. На долниот цртеж се дадени три ваги кои се во рамнотежа.



Колку килограми тежат две мали топки?

Решение. Средната вага е во рамнотежа, па затоа четири ѕвезди тежат 20 kg , и бидејќи $5+5+5+5=20$, заклучуваме дека една ѕвезда тежи 5 kg . Понатаму, десната вага е во рамнотежа и бидејќи на левиот и десниот тас има по една мала топка и по две големи топки и ѕвезди, соодветно, заклучуваме дека една голема топка тежи 5 kg . Сега, бидејќи левата вага е во рамнотежа и на левиот тас има шест мали топки, а на десниот тас има две мали и две големи топки, заклучуваме дека четири мали топки тежат колку две големи топки. Значи, две мали топки тежат колку една голема топка, т.е. тежат 5 kg .

52. Зајакот е 8 kg полесен од кенгурот. Зајакот и кенгурот заедно тежат 20 kg (види цртеж).



Колку тежи зајакот?

Решение. Разликата $20\text{ kg} - 8\text{ kg} = 12\text{ kg}$ е еднаква на две тежини на зајакот. Бидејќи бројот 12 како збир на два исти броја може да се запише на единствен начин, и тоа, $12 = 6 + 6$, заклучуваме дека зајакот тежи 6 kg .

II.5. ВРЕМЕТО Е ВАЖНО

53. Иван од неговата куќа до училиштето стигнува за 19 минути. За кое време тој и неговиот другар Никола ќе стигнат од училиштето до куќата на Иван?

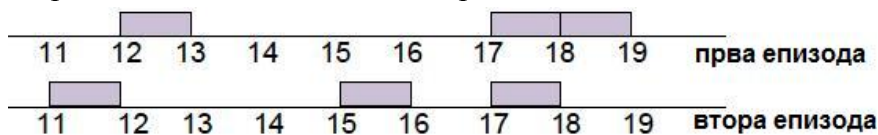
Решение. Од училиштето до куќата на Иван тие го поминуваат истиот пат како и кога Иван оди од дома до училиштето. Според тоа, Иван и Никола ќе стигнат од училиштето до куќата на Иван за 19 минути.

54. Денес во 12 часот стрелките на два часовника покажуваат кон бројот 12. Едниот часовник стои, а другиот во текот на едно деноноќие оди напред 1 час. Кој часовник до утре до 12 часот повеќе пати ќе покаже точно време?

Решение. На почетокот и двата часовника покажуваат точно време. Часовникот што стои ќе покаже точно време на полноќ и утре во 12 часот. Часовникот што во текот на едно деноноќие оди 1 час напред до утре до 12 часот веќе нема да покаже точно. Значи, часовникот што стои повеќе пати ќе покаже точно време.

55. Во еден ден две телевизии прикажувале две епизоди од еден филм. Првата епизода е прикажана – во 12:00, во 17:00 и во 18:00 на телевизијата I, а втората епизода исто така е прикажана трипати – во 11:00, во 15:00 и во 17:00 на каналот II. Димитар сака да ја гледа прво првата епизода, а потоа втората епизода. Како треба да го вклучи телевизорот ако секоја епизода трае 1 час?

Решение. Времињата на сите прикажувања на двете епизоди ќе ги претставиме како на долниот цртеж.



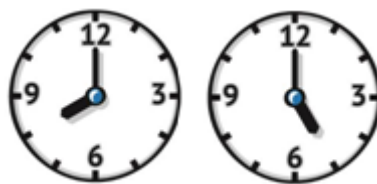
Димитар може да ги гледа епизодите во саканиот распоред ако избере по еден правоаголник на секоја линија, при што на горната линија треба да избере правоаголник кој целосно е лево од

правоаголникот на долната линија. Последното е можно ако на горната линија го избере левиот правоаголник, а на долната го избере вториот или третиот правоаголник. Значи, првата епизода ќе ја гледа од 12:00, а втората епизода ќе ја гледа од 15:00 или 17:00.

56. Ристо се качува од први до четврти спрат за 4 минути. Горјан се качува до четврти до седми спрат за 3 минути. Кој од нив побрзо ќе се качи од први до седми спрат и за колку минути?

Решение. Бидејќи $4 - 1 = 3$ и $7 - 4 = 3$, заклучуваме дека три ката Ристо качува за 4 минути, а Горјан три ката качува за 3 минути. Понатаму, од први до седми кат има $3 + 3 = 7 - 1 = 6$ ката, па затоа на Ристо ќе му требаат $4 + 4 = 8$ минути, а на Горјан ќе му требаат $3 + 3 = 6$ минути. Значи, Горјан побрзо ќе се качи од први до седми кат, и тоа, за 6 минути.

57. Попладне Горјан почнал да ја пишува домашната задача во време кое го покажува едниот од двата часовника прикажани на цртежот десно. Тој домашната работа ја



завршил во време кое го покажува другиот часовник на цртежот. Колку време Горјан ја пишувал домашната работа?

Решение. Од цртежите е јасно дека Горјан почнал да ја пишува домашната работа во 5 часот, а ја завршил во 8 часот. Според тоа, тој домашната работа ја пишувал $8 - 5 = 3$ часа.

58. Даниел тренира кошарка во понеделник, среда и петок, од 4 до 6 часот попладне. Колку часа тренира Даниел во текот на една седмица?

Решение. Даниел тренира $6 - 4 = 2$ часа дневно. Тој тренира во понеделник, среда и петок, што значи дека во текот на една седмица тренира три дена. Затоа во текот на една седмица Даниел тренира $2 + 2 + 2 = 6$ часа.

59. Годините на Павлина се запишуваат со доцифрен број кој е помал од 20, а збирот на цифрите му е 6. Колку години има Павлина?

Решение. Двоцифрени броеви помали од 20 се 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 и 19. Збирите на нивните цифри се 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10, соодветно. Значи, Павлина има 15 години.

60. Марија после 8 години ќе има 17 години. Елена е 2 години помлада од Марија. Колку години има денес Елена?

Решение. Марија денес има $17 - 8 = 9$ години. Елена е 2 години помлада од Марија, што значи дека таа денес има $9 - 2 = 7$ години.

61. Денес Татјана и Бојан заедно имаат 8 години. Определи го збирот на нивните години по 3 години.

Решение. По 3 години секој од нив ќе има повеќе за 3 години, што значи дека по 3 години тие заедно ќе имаат повеќе $3 + 3 = 6$ години. Денес збирот на нивните години е 8, па затоа по 3 години збирот на нивните години ќе биде еднаков на $8 + 6 = 14$.

62. Пред две години збирот на годините на Маја и Олгица бил 9. Колку ќе биде збирот на нивните години после 3 години?

Решение. *Прв начин.* За 2 години секое од девојчињата е постаро 2 години, па затоа збирот на нивните години е поголем за $2 + 2 = 4$. По 3 години секое од девојчињата ќе биде постаро за 3 години, па затоа збирот на нивните години ќе биде поголем за уште $3 + 3 = 6$ години. Според тоа, по 3 години збирот на годините на Маја и Олгица ќе биде еднаков на $9 + 4 + 6 = 19$ години.

Втор начин. Од пред 2 години до по 3 години поминуваат $2 + 3 = 5$ години. За овој период секое девојче е постаро 5 години, т.е. збирот на нивните години се зголемува за $5 + 5 = 10$ години и тој ќе биде еднаков на $9 + 10 = 19$ години.

63. Теодор и Теодора се близнаци и се три години постари од нивната сестра Елисавета. Елисавета има 4 години. Определи го збирот на годините на трите деца.

Решение. Теодора и Теодор имаат по $3+4=7$ години. Значи, збирот на годините на трите деца е еднаков на $7+7+4=18$.

64. Елеонора има 12 години, а нејзиниот брат Александар е 5 години помал од неа. Колку години има Александар? Колку години имаат двајцата заедно?

Решение. Александар има $12-5=7$ години. Елеонора и Александар заедно имаат $12+7=19$ години.

65. Збирот на годините на Ана, Марија и Елеонора во 2018 година е 12 години. Определи го збирот на нивните години во 2020 година.

Решение. Во 2020 година секое од девојчињата ќе биде постаро за 2 години. Според тоа, тие заедно ќе бидат постари за $2+2+2=6$ години. Збирот на нивните години ќе биде $12+6=18$ години.

66. Збирот на годините на Јованка и Златко е 10. Златко е 4 години постар од Јованка. Колку години има Златко?

Решение. Ако од збирот на годините на двете деца, т.е. од 10 ги одземеме годините за кои Златко е постар од Јованка, т.е. одземеме 4, тогаш добиениот број ќе биде двојно поголем од годините на Јованка. Бидејќи $10-4=6=3+3$, добиваме дека Јованка има 3 години. Значи, Златко има $3+4=7$ години.

67. Сестрите Матеа и Илина пред две години заедно имале 15 години. Денес Матеа има 13 години. После колку години Илина ќе има 9 години?

Решение. Пред две години Матеа имала $13-2=11$ години. Значи, пред две години Илина имала $15-11=4$ години. Денес Илина има $4+2=6$ години. Значи, Илина ќе има 9 години по $9-6=3$ години.

68. Ангел е 4 години постар од Лилјана. Збирот на нивните години е 18. Колку години има Ангел?

Решение. Ако од збирот на годините ги извадиме годините за кои Ангел е постар од Лилјана, добиениот резултат ќе биде двојно поголем од годините на Лилјана. Според тоа, ако двапати ги собереме годините на Лилјана, добиваме $18 - 4 = 14$ години. Но, $7 + 7 = 14$, па заклучуваме дека Лилјана има 7 години. Конечно, Ангел има $7 + 4 = 11$ години.

69. Борис е 8 години постар од Ангел и е 4 години помал од Венко. Разликата на годините на Венко и Ангел е за 5 поголема од годините на Ангел. Колку години има Ангел?

Решение. Бидејќи Венко е 4 години постар од Борис, а Борис е 8 години постар од Ангел, заклучуваме дека Венко е $8 + 4 = 12$ години постар од Ангел. Значи, разликата на годините на Венко и Ангел е 12, па бидејќи таа е за 5 поголема од годините на Ангел, заклучуваме дека Ангел има $12 - 5 = 7$ години.

70. Елена има 6 години. Нејзиниот брат Петар е 4 години постар од неа, а нивната сестра Даниела е 2 години помала од Петар. Колку години имаат заедно сите тројца?

Подреди ги во низа годините по големина од почнувајќи од најмалиот број. Што забележуваш? Запиши ги следните 4 членови на оваа низа.

Решение. Петар е 4 години постар од Елена, што значи дека тој има $6 + 4 = 10$ години. Понатаму, Даниела е 2 години помала од Петар, што значи дека таа има $10 - 2 = 8$ години. Конечно, заедно сите тројца имаат $6 + 10 + 8 = 24$ години.

Почнувајќи од најмалиот број, ја добиваме следнава низа 6, 8, 10. Забележуваме дека $8 = 6 + 2$ и $10 = 8 + 2$, т.е. дека секој следен член во оваа низа е за 2 поголем од претходниот.

Бидејќи $10 + 2 = 12$, $12 + 2 = 14$, $14 + 2 = 16$, $16 + 2 = 18$, добиваме дека следните 4 членови на оваа низа се 12, 14, 16 и 18.

71. Во една сендвичара се продаваат само сендвичи направени или со 2 парчиња леб и 1 колбас или 1 парче леб и 2 колбаси. Кирил

јаде сендвич со 2 парчиња леб и 1 колбас за 7 минути, а сендвич со 1 парче леб и 2 колбаси јаде за 6 минути. Тој изел сендичи во кои вкупно имало 5 колбаси и 4 парчиња леб. Колку време јадел Киро?

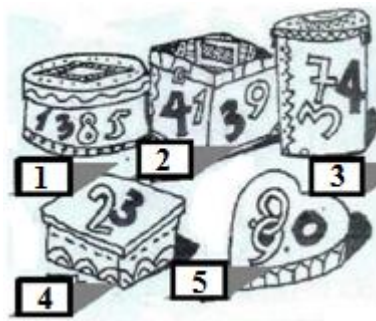
Решение. Бидејќи бројот на колбасите не е двојно поголем од бројот на лепчињата, заклучуваме дека Киро изел барем по еден од двата вида сендвичи. Кога изел по еден од двата вида сендвичи, тој изел $2+1=3$ парчиња леб и $1+2=3$ колбаси и за $7+6=13$ минути. Остануваат $4-3=1$ парче леб и $5-3=2$ колбаси, а тоа е уште еден сендвич од 2 колбаси и 1 парче леб, за кој му се потребни уште 6 минути. Според тоа, Киро јадел $13+6=19$ минути.

II.6. РАЗНИ ЗАДАЧИ

72. Во гаражата има 6 автобуси и за 4 повеќе ципови. Колку возила има во гаражата.

Решение. Бидејќи циповите се 4 повеќе од автобусите, добиваме дека во гаражата има $6+4=10$ ципови. Според тоа, во гаражата има вкупно $6+10=16$ возила.

73. Секоја од кутиите дадени на цртежот десно содржи толку бомбони колку што е збирот на цифрите запишани на кутијата. Горјан ја зел кутијата во која има најмалку бомбони. Која кутија ја зел Горјан?



Решение. Бројот на бонбоните е:

- во првата кутија: $1+3+8+5=17$ бонбони,
- во втората кутија: $4+1+3+9=17$ бонбони,
- во третата кутија: $3+7+4=14$ бонбони,
- во четвртата кутија: $2+3=5$ бонбони,
- во петтата кутија: $9+0+6=15$ бонбони.

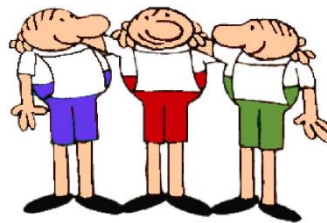
Според тоа, Горјан ја зел четвртата кутија.

74. Марија набрала три цвета (цртеж десно). Таа забележала дека секој од цветовите има различен број венечни ливчиња. Таа скинала најмал може број венечни ливчиња, со што секој од цветовите имал еднаков број ливчиња? По колку ливчиња скинала Марија од секој цвет? Колку вкупно ливчиња скинала таа?



Решение. Првиот цвет има 5 венечни ливчиња, вториот има 7 и третиот има 4 венечни ливчиња. Најмалку ливчиња ќе се скинат ако секој од цветовите има еднаков најголем можен број ливчиња. Од $4 < 5 < 7$ добиваме дека секој од цветовите треба да има по 4 ливчиња. Значи, од првиот цвет Марија скинала $5 - 4 = 1$ ливче, од вториот таа скинала $7 - 4 = 3$ ливчиња и од третиот не скинала ниту едно ливче. Значи, Марија вкупно скинала $1 + 3 + 0 = 4$ ливчиња.

75. Тројца пријатели јаделе кебапчиња. После ручекот секој од нив на картонче го запишал точниот број на кебапчињата кои ги изел (види цртеж долу).



Кога ги собрале броевите заклучиле дека заедно изеле повеќе од 15 кебапчиња. Колку кебапчиња изеле пријателите?

Решение. Бидејќи $2 + 6 + 7 = 15$, заклучуваме дека на второто картонче не е запишан бројот 6, туку е запишан бројот 9, т.е. второто картонче е превртено. Според тоа, пријателите изеле 2, 7 и 9 кебапчиња. Значи, тие заедно изеле $2 + 7 + 9 = 18$ кебапчиња.

76. Вервериците Чип и Дејл заедно имаат 17 желеди. Чип има 8 желеди. Која верверица има повеќе желеди и за колку?



Решение. Дејл има $17 - 8 = 9$ желеди. Бидејќи $9 > 8$ добиваме дека Дејл има повеќе желеди, и тоа, $9 - 8 = 1$ желеда.

77. Калина знае напамет 17 стихотворби, а Матеј знае напамет 11 стихотворби. Колку стихотворби знае повеќе Калина од Матеј?

Решение. Калина знае повеќе $17 - 11 = 6$ стихотворби од Матеј.

78. Петар има 2 јаболка, Ирена има 2 јаболка повеќе од Петар, а Весна има 2 јаболка помалку од Ирена. Колку јаболка имаат заедно трите деца?

Решение. Ирена има $2 + 2 = 4$ јаболка. Бидејќи Ирена има 2 јаболка повеќе од Петар, а Весна има 2 јаболка помалку од Ирена, заклучуваме дека Весна има ист број јаболка како и Петар, т.е. 2 јаболка. Значи, трите деца заедно имаат $2 + 4 + 2 = 8$ јаболка.

79. Матеј, Никола и Огнен имаат еднаков број топчиња. Матеј му дал на Никола 7 од неговите топчиња, Никола му дал на Огнен 6 од неговите топчиња и Огнен му дал на Матеј 5 од неговите топчиња. Колку топчиња има помалку Матеј од Огнен?

Решение. Матеј дал 7, а добил 5 топчиња, што значи дека тој има $7 - 5 = 2$ топчиња помалку отколку на почетокот. Огнен дал 5, а добил 6 топчиња, што значи дека тој има $6 - 5 = 1$ топче повеќе отколку на почетокот. Бидејќи на почетокот сите имале еднаков број топчиња, заклучуваме дека Матеј има $2 + 1 = 3$ топчиња помалку од Огнен.

80. На покривот на куќата има неколку врапчиња, а на оградата има 6 повеќе врапчиња. Три врапчиња одлетале од покривот, а 2 врапчиња од оградата прелетале на покривот. Колку повеќе врапчиња сега има на оградата?

Решение. Кога од покривот одлетале три врапчиња, на оградата имало $6 + 3 = 9$ врапчиња повеќе. Кога од оградата одлетале 2 врапчиња на покривот бројот на врапчињата на оградата се намалил за 2, а бројот на врапчињата на покривот се зголемил за 2. Тоа значи дека разликата се намалила за 4, па на оградата имало $9 - 4 = 5$ врапчиња повеќе.

81. Во Охридското простаниште има 18 галеби, 9 бели и 11 црни лебеди. Што има повеќе, галеби или лебеди, и за колку?

Решение. Во пристаништето има $9+11=20$ лебеди. Бидејќи $20>18$ заклучуваме дека лебедите се повеќе. Притоа, $20-18=2$, што значи дека во пристаништето има 2 лебеди повеќе од галеби.

82. Капетанот Кука купил неколку папагали. При качувањето на бродот неколку папагали му одлетале. Папагалите кои му останале тој ги подарил на морнарите. Вечерта половината од папагалите кои одлетале се вратиле кај капетанот Кука и тој имал 4 папагали. Колку папагали купил капетанот Кука?

Решение. Бидејќи половината од папагалите кои одлетале се вратиле кај капетан Кука, а се вратиле 4 папагали добиваме дека одлетале $4+4=8$ папагали. Папагалите кои одлетале се половина од папагалите кои што капетан Кука ги купил, што значи дека тој купил $8+8=16$ папагали.

83. Во градината на дедо Петре има 20 моркови. Во понеделникот зајакот Долгоушко изел 1 морков. До четвртокот Долгоушко секој следен ден јадел по еден морков повеќе, а потоа до неделата секој следен ден јадел по еден морков помалку. Колку моркови му останале на дедо Петре?



Решение. Во текот на деновите од седмицата Долгоушко последователно изел 1, 2, 3, 4, 3, 2 и 1 морков. Според тоа, во текот на целата седмица изел $1+2+3+4+3+2+1=16$ моркови. Значи, на дедо Петре му останале $20-16=4$ моркови.

84. Зајакот Долгоушко секој ден јаде или 5 моркови или една зелка. За една седмица Долгоушко изел 20 моркови. Колку зелки изел Ушко во таа седмица?



Решение. Бидејќи $5+5+5+5=20$, заклучуваме дека во текот на таа седмица Долгоушко четири дена јадел моркови. Седмицата има 7 дена, што значи дека Долгоушко во текот на

седмицата $7 - 4 = 3$ дена јадел зелки. Конечно, Долгоушко во текот на таа седмица изел 3 зелки.

85. Горјан има едно куче, три мачки и два папагали. Колку нозе заедно имаат животните на Горјан?

Решение. Едно куче има 4 нозе, една мачка има 4 нозе и еден папагал има 2 нозе. Значи, едно куче, три мачки и два папагала заедно ќе имаат $4 + 4 + 4 + 4 + 2 + 2 = 20$ нозе.

86. Во полјанката во шумата се собрале момчето Могли, пантерот Багира, змијата Каа, мечката Балу и две волчиња. Колку нозе има на полјанката?

Решение. Могли има 2 нозе, Багира и Балу имаат по 4 нозе, Каа нема нозе и секое од двете волчиња има по 4 нозе. Според тоа, на полјанката има вкупно $2 + 4 + 4 + 4 + 4 = 18$ нозе.

87. Во шумското училиште учат 3 волчиња, 4 бувчиња, 2 пајчиња и неколку мечиња. Учителот Був пребројал дека сите заедно имаат 44 нозе. Колку мечиња учеле во училиштето?

Решение. Волчињата имаат $4 + 4 + 4 = 12$ нозе, бувчињата имаат $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ нозе, а пајчињата имаат $2 + 2 = 4$ нозе. Значи, мечињата имаат $44 - (12 + 8 + 4) = 20$ нозе. Бидејќи

$$20 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4,$$

заклучуваме дека во училиштето учат 5 мечиња.

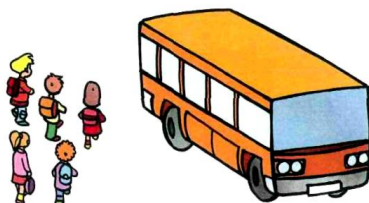
88. Во еден магацин имало 16 пакети со шеќер. Магационерот одново го спакувал шеќерот при што од 3 стари пакети правел еден нов пакет. Колку пакети шеќер имало после препакувањето на шеќерот?

Решение. Имаме:

$$16 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1,$$

што значи дека по препакувањето магационерот добил 5 нови пакети и му останал 1 стар пакет. Според тоа, по препакувањето, бројот на пакетите е еднаков на $5 + 1 = 6$.

89. Во автобусот патувале 10 патници. На првата автобуска пос-



тојка се симнале 5 и се качиле 2 патника. Колку патници потоа патувале со автобусот?

Решение. Кога се симнале 5 патници, во автобусот останале $10 - 5 = 5$ патници. Но, во автобусот се качиле 2 патника, што значи дека потоа со автобусот патувале $5 + 2 = 7$ патници.

90. Димитринка има аквариум со две риби. Росица има аквариум со 5 риби повеќе од Димитринка. Колку риби имаат Димитринка и Росица заедно?



Решение. Во аквариумот на Росица има $2 + 5 = 7$ риби. Значи, Димитринка и Росица заедно имаат $2 + 7 = 9$ риби.

91. Иван на училишниот оркестар му поклонил 6 виолини и за 4 помалку мандолини. Колку инструменти поклонил Иван?

Решение. Бидејќи бројот на мандолините е за 4 помал од бројот на виолините, заклучуваме дека Иван подарил $6 - 4 = 2$ мандолини. Според тоа, Иван му подарил на училишниот оркестар $6 + 2 = 8$ инструменти.

92. На секоја елка има верверички колку што има елки. Вкупно има 4 верверички. Колку елки има?

Решение. Бидејќи на секоја елка има еднаков број верверички, бројот 4 треба да го запишеме како збир на еднакви броеви. Имаме $4 = 2 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1$. Но, на секоја елка има верверички колку што има елки, па затоа бројот на собироците треба да е еднаков на големината на собироците. Затоа, од двете можности само $4 = 2 + 2$ соодветствува на условот на задачата. Значи, има 2 елки и на секоја елка има по 2 верверички.

93. На роденденската торта на Лилјана има 4 бели, 3 црвени свеќечки повеќе отколку што има бели и 2 сини свеќички помалку отколку што има црвени. Бројот на свеќечките е еднаков на бројот на годините на Лилјана. Колку години има Лилјана?

Решение. На тортата има $4 + 3 = 7$ црвени свеќички и $7 - 2 = 5$ сини свеќички. Според тоа, на тортата вкупно има $4 + 7 + 5 = 16$ свеќички. Значи, Лилјана има 16 години.

94. На паркингот има 5 автобуси, 4 автомобили и камиони. Бројот на камионите е за 2 помал од вкупниот број на автобуси и автомобили. Колку возила има на паркингот.

Решение. На паркингот има $5+4=9$ автобуси и автомобили. Според тоа, бројот на камионите изнесува $9-2=7$. Значи, на паркингот има вкупно $9+7=16$ возила.

95. Таткото купил јаболка. Мајката изела 2 јаболка, а нивните две ќерки изеле по едно јаболко, после што останале 5 јаболка повеќе отколку што биле изедени. Колку јаболка купил таткото?

Решение. Мајката и ќерките изеле $2+1+1=4$ јаболка. Значи, останале $5+4=9$ јаболка. Според тоа, 4 јаболка биле изедени и 9 јаболка останале, што значи дека таткото купил $9+4=13$ јаболка.

96. Во понеделник Андреа изела вкупно 15 цреши и јагоди, при што изела помалку јагоди. Во вторник таа изела 2 цреши повеќе и 6 јагоди помалку, отколку во понеделникот. Колку цреши вкупно изела Андреа двата дена?

Решение. Андреа во вторникот изела 6 јагоди помалку отколку во понеделникот, што значи дека во понеделникот таа изела најмалку $6+1=7$ јагоди. Андреа во понеделникот не изела 8 или повеќе јагоди, бидејќи во тој случај таа требало да изеде $15-8=7$ или помалку цреши, што не е можно бидејќи изела повеќе цреши.

Значи, во понеделникот Андреа изела 7 јагоди и 8 цреши, а во вторникот изела $7-6=1$ јагода и $8+2=10$ цреши. Според тоа, двата дена Андреа изела $8+10=18$ цреши.

97. На ливадата имало стадо коњи. Од нив 6 отишле до потокот да пијат вода. На ливадата останале 3 коњи повеќе од коњите што отишле да пијат вода. Колку коњи имало на ливадата на почетокот?

Решение. На ливадата останале $6+3=9$ коњи. Бидејќи 6 коњи отишле да пијат вода, а 9 останале на ливадата, на почетокот имало $9+6=15$ коњи.

98. За Нова година Елена ја украсила својата соба со црвени и шарени балони. Црвени балони биле 7, а шарени 5 повеќе. Колку балони Елена искористила за украсување на собата?

Решение. Бидејќи шарените балони биле за 5 повеќе од црвените, добиваме дека Елена ставила $7+5=12$ шарени балони. Според тоа, таа за украсување на собата искористила $7+12=19$ балони.

99. Максим чита книга која има 20 страници. Тој прочитал неколку страници. Ако прочита уште 3 страници, за читање ќе му останат уште 8 страници. Колку страници прочитал Максим?

Решение. Откако прочитал неколку страници од книгата на Максим му останале да прочита уште $3+8=11$ страници. Книгата има 20 страници и бидејќи му останале 11 страници, добиваме дека Максим прочитал $20-11=9$ страници од книгата.

100. Во вазната имало 6 цвета со по три ливчиња. Катерина зела 4 цвета. Колку ливчиња имале цветовите кои останале во вазната?

Решение. Кога Катерина зела 4 цвета, во вазната останале $6-4=2$ цвета. Секој цвет има по три ливчиња, што значи дека цветовите кои останале во вазната имале $3+3=6$ ливчиња.

101. Горјан купил 6 каранфили и 6 лалиња. На тетка му Вера и подарил 5 цвета, а останатите ѝ ги подарил на неговата мајка Елена. Колку цвета добила мајката на Горјан?

Решение. Горјан купил $6+6=12$ цвета. Кога на тетка му Вера ѝ подарил 5 цвета, му останале $12-5=7$. Според тоа, тој на неговата мајка ѝ подарил 7 цвета.

102. Горјан за роденден на својата мајка Елена и подарил букет од 17 бели, жолти и црвени рози. Во букетот имало 10 бели и жолти

рози, како и 10 жолти и црвени рози. Колку жолти рози имало во букетот?

Решение. *Прв начин.* Од вкупно 17 рози, 10 се жолти и црвени. Значи, $17 - 10 = 7$ рози се бели. Понатаму, од 10 бели и жолти рози, 7 се бели. Затоа $10 - 7 = 3$ рози се жолти.

Втор начин. Во 10 бели и жолти и во 10 жолти и црвени рози се броени сите рози, при што жолтите рози се броени двапати. Значи, во букетот има $10 + 10 - 17 = 20 - 17 = 3$ жолти рози.

103. Во еден букет има 17 бели, црвени и жолти рози. Од нив 7 се црвени, а жолтите се за 2 повеќе од белите. Колку жолти рози има во букетот?

Решение. Во букетот има $17 - 7 = 10$ бели и жолти рози. Ако ги извадиме 2 жолти кои се повеќе од белите, тогаш ќе имаме $10 - 2 = 8$ жолти и бели рози и тоа, по еднаков број. Бидејќи $4 + 4 = 8$ заклучуваме дека во букетот има 4 бели рози. Конечно, во букетот има $4 + 2 = 6$ жолти рози.

104. На Весна и недостасуваат 3 панделки за да има 14, а на Виолета и недостасуваат 6 панделки за да има 14 панделки. Која има помалку од 10 панделки?

Решение. Весна има $14 - 3 = 11$, а Виолета има $14 - 6 = 8$ панделки. Значи, Виолета има помалку од 10 панделки.

105. Мартина има вкупно 13 топчиња – црвени, зелени и сини. Црвените и зелените се вкупно 8, а сините и зелените се вкупно 7. Колку топчиња има Мартина од секоја боја?

Решение. Вкупно се 13 топчиња од кои 8 се црвени и зелени, па затоа бројот на сините топчиња е еднаков на $13 - 8 = 5$. Понатаму, сини и зелени топчиња се 7 и бидејќи 5 се сини, добиваме дека бројот на зелените топчиња е еднаков на $7 - 5 = 2$. Конечно, Мартина има $8 - 2 = 6$ црвени топчиња.

106. Баба Трпана има кошница со јајца. Прво од кошницата им дала 6 јајца на своите внуци, а потоа во кошницата ставила уште 2

јајца. Како се променил бројот на јајцата во кошницата и за колку?

Решение. Бидејќи баба Трпана дала повеќе јајца отколку што ставила, заклучуваме дека бројот на јајцата во кошницата се намалил. Таа дала 6, а ставила 2 јајца, што значи дека во кошницата има помалку $6 - 2 = 4$ јајца.

107. Марија за празникот Велигден бојадисала 6 црвени, 2 жолти и 3 повеќе од жолтите шарени јајца. Колку јајца бојадисала Марија?

Решение. Марија бојадисала $2 + 3 = 5$ шарени јајца. Според тоа, таа вкупно бојадисала $6 + 2 + 5 = 13$ јајца.

108. Бабата Мирјана бојадисала 5 црвени и 6 повеќе зелени јајца. Колку јајца вкупно бојадисала бабата Мирјана?

Решение. Баба Мирјана бојадисала $5 + 6 = 11$ зелени јајца. Значи, таа вкупно бојадисала $11 + 5 = 16$ јајца.

109. Баба Илина вапчала 4 жолти и 7 црвени јајца. Колку јајца, без да гледа, треба да земе нејзиниот внук Костадин за да биде сигурен дека зел барем едно црвено јајце?

Решение. Ако Костадин земе 4 јајца, тогаш може да се случат сите јајца да се жолти. Но, кога ќе земе 5 јајца, тогаш може да земе најмногу 4 жолти јајца, па затоа најмалку $5 - 4 = 1$ јајце ќе биде црвено.

110. Во една кошница имало 5 јајца, во друга кошница има 3 јајца повеќе, а во трета кошница има 1 јајце помалку од првата кошница. Колку јајца има заедно во трите кошници?

Решение. Во втората кошница има $5 + 3 = 8$ јајца, а во третата кошница има $5 - 1 = 4$ јајца. Значи, заедно во трите кошници има $5 + 8 + 4 = 13 + 4 = 17$ јајца.

111. Филимена бојадисала 20 јајца. Од нив 7 се црвени, 6 се жолти, а останатите се шарени. Колку шарени јајца бојадисала Филимена?

Решение. Филимена бојадисала вкупно $7 + 6 = 13$ црвени и жолти јајца. Според тоа, таа бојадисала $20 - 13 = 7$ шарени јајца.

112. Во празна кошница Катерина ставила неколку јајца. Ванчо ставил уште 4 јајца, а Елена извадила 3 јајца. Потоа Ванчо ставил уште 2 и Елена извадила 6 јајца, по што во кошницата имало 4 јајца. Колку јајца ставила во кошницата Катерина?

Решение. Задачата ќе ја решиме одејќи одназад-нанапред. На крајот во кошницата имало 4 јајца, па затоа, пред Елена да извади 6 јајца, во кошницата имало $6 + 4 = 10$ јајца. Пред Ванчо да стави 2 јајца, во кошницата имало $10 - 2 = 8$ јајца. Пред Елена да извади 3 јајца, во кошницата имало $8 + 3 = 11$ јајца. Конечно, пред Ванчо да стави 4 јајца, во кошницата имало $11 - 4 = 7$ јајца. Според тоа, Катерина ставила 7 јајца.

113. Баба Софија во кошницата имала 20 бојадисани јајца. На своите внуци им дала 9 јајца. На другарчињата на внуците им подарила 5 јајца, а едно од нив и дало 2 јајца кои ги ставила во кошницата. Потоа, таа бојадисала уште 7 јајца и ги ставила во кошницата. Уште колку јајца имала бабата во кошницата?

Решение. Бабата од кошницата извадила $9 + 5 = 14$ јајца, а во кошницата ставила $2 + 7 = 9$ јајца. Според тоа, во кошницата имало $14 - 9 = 5$ јајца помалку отколку на почетокот. На почетокот во кошницата имало 20, па затоа на крајот во кошницата имало $20 - 5 = 15$ јајца.

114. Вера и Фросина бојадиале 19 јајца. Првото бојадисано јајце е црвено, второто е сино, третото е жолто и четвртото е зелено. Останатите јајца продолжиле да ги бојадисуваат во истиот редослед на боите. Која е бојата на петнаесеттото јајце?

Решение. Бидејќи имаме 4 бои, заклучуваме дека почнувајќи од кое било јајце, секое четврто јајце е бојадисано во иста боја. Понатаму, од $15 = 4 + 4 + 4 + 3$ заклучуваме дека петнаесеттото јајце е бојадисано во иста боја како и третото јајце, што значи во жолта боја.

115. Ана реди обоени коцки. Прво 3 бели, потоа 2 црвени, па 3 сини, 4 зелени и на крај 2 жолти коцки. Каква боја има коцката која се наоѓа на десеттото место?

Решение. Последователно добиваме

$$3+2=5, 3+2+3=8, 3+2+3+4=12 \text{ и } 3+2+3+4+2=14.$$

Бидејќи $8 < 10 < 12$, а од 8 до 12 наредени коцки се преминува со редување на зелените коцки, заклучуваме дека десеттата коцка е зелена.

116. Во две кутии има бомбони. Ако од едната кутија земеме 4, а од другата 5 бомбони, тогаш во двете кутии ќе останат вкупно 10 бомбони и тоа по ист број во секоја кутија. Колку бомбони имало во секоја кутија?

Решение. Бидејќи во секоја кутија остануваат вкупно 10 бомбони и тоа, по ист број бомбони, а $5+5=10$, заклучуваме дека во двете кутии останале по 5 бомбони. Од првата кутија се земени 4 бомбони, што значи дека во неа имало $5+4=9$ бомбони. Слично, во втората кутија имало $5+5=10$ бомбони.

117. Во еден ресторан има мажи, жени и деца. Бројот на мажите е 10, жени има 6 помалку од мажи и деца има едно повеќе од жени. Колку луѓе има во ресторанот?

Решение. Бидејќи жени се 6 помалку од мажи, добиваме дека во ресторанот има $10-6=4$ жени. Понатаму, деца има едно повеќе од жени, што значи дека има $4+1=5$ деца.

Конечно во ресторанот има $10+4+5=19$ луѓе.

118. Автобус тргнал од Скопје за Битола, при што застанал во Велес, Градско и Прилеп. Во Велес се симнале 4, а се качиле 3 патници. Во Градско се симнале 7 и во Прилеп се симнал 1 патник, после што за Битола продолжиле да патуваат 11 патници. Колку патници имало во автобусот на почетокот?

Решение. *Прв начин.* Задачата ќе ја решиме одејќи одназад-напред.

Меѓу Градско и Прилеп патувале $11+1=12$ патници.

Меѓу Велес и Градско патувале $12+7=19$ патници.

Меѓу Скопје и Велес патувале $19-3+4=20$ патници, и тоа се патниците кои на почетокот биле во автобусот.

Втор начин. Од Скопје до Битола бројот на патниците во автобусот се намалил за оние што се симнале, а се зголемил за оние патници што се качиле. Според тоа, бројот на патниците се намалил за $4+7+1=12$ и се зголемил за 3 патници, што значи дека вкупно се намалил за $12-3=9$ патници. Во Битола пристигнале 11 патници, што значи дека на почетокот во автобусот имало $11+9=20$ патници.

119. Весна скинала неколку листови на детелинки со три и четири ливчиња. Таа на листовите избројала 11 ливчиња. Колку листови имале 3, а колку 4 ливчиња?

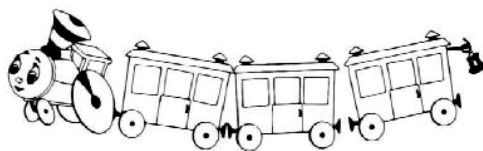


Решение. Ако сите детелинки имале по три ливчиња тогаш збирот на ливчињата може да биде:

$$3, 3+3=6, 3+3+3=9 \text{ и } 3+3+3+3=12.$$

Бидејќи бројот на ливчињата е 11, заклучуваме дека Весна скинала точно 3 детелинки. Понатаму, од $11-9=2$, добиваме дека таа избројала 2 ливчиња повеќе отколку што имаат 3 детелинки со по 3 ливчиња. Секое од овие две ливчиња е од детелинка со четири ливчиња, што значи дека Весна скинала 2 детелинки со по 4 ливчиња и 1 детелинка со 3 ливчиња.

120. Учениците од второ одделение од едно училиште патуваат со воз кој има три вагони. Со нив патуваат и 7 нивни учителки. Во третиот вагон има најмалку учителки. Во вториот вагон има двапати повеќе учителки отколку во првиот вагон. По колку учителки има во секој вагон?



Решение. Ако во првиот вагон има 1 учителка, тогаш во вториот вагон ќе има $1+1=2$ учителки. Значи, во третиот вагон ќе има $7-(2+1)=7-3=4$ учителки, но тогаш во третиот вагон нема да има најмалку учителки.

Ако во првиот вагон има 2 учителки, тогаш во вториот вагон ќе има $2+2=4$ учителки. Според тоа, во третиот вагон ќе има $7-(4+2)=1$ учителка, т.е. ќе има најмалку учителки.

Ако во првиот вагон има 3 или повеќе учителки, тогаш во вториот вагон ќе има $3+3=6$ или повеќе учителки. Тоа значи дека во возот ќе има $3+6=9$ или повеќе учителки. Но во возот има 7 учителки, па затоа овој случај не е можен.

121. Фармерот Иван има два вида опаковки за јајца и тоа опаковка која собира точно 10 јајца и опаковка која собира точно 12 јајца. Слаткарот Крсте му порачал 128 јајца. Како треба да ги запакува јајцата Иван при што сите опаковки да се полни?

Решение. Ако Иван користи само пакувања кои собираат точно 10 јајца, тогаш бидејќи $128=12\cdot 10+8$, добиваме дека тој ќе искористи 12 пакувања, но 8 јајца нема да се спакувани. Бидејќи $12-10=2$, за да ги спакува овие 8 јајца, наместо пакувања за 10 јајца, Иван треба да искористи $8:2=4$ пакувања за 12 јајца.

Конечно, Иван ќе искористи 4 пакувања за 12 јајца и $12-4=8$ пакувања за 10 јајца и притоа ќе спакува $4\cdot 12+8\cdot 10=128$ јајца.

122. На роденденската прослава на Мартин на секоја од петнаесетте маси имало по еден свеќник со 3 или 5 свеќи. Вкупно имало 57 свеќи. На колку маси имало свеќници со 3 свеќи, а на колку свеќници со 5 свеќи?

Решение. Ако на секоја маса има свеќник со по 3 свеќи, тогаш вкусниот број свеќи ќе биде еднаков на $15+15+15=45$. Но, на масите има 57 свеќи, т.е. $57-45=12$ свеќи повеќе. Овие свеќи се на свеќниците со по 5 свеќи, што значи по 2 свеќи повеќе на секој свеќник. Значи, на масите имало $12:2=6$ свеќници со по 5 свеќи и $15-6=9$ свеќници со по 3 свеќи.

123. Зајакот Ушко јаде зелки и моркови. Во еден ден тој јаде или 9 моркови, или 2 зелки или пак 1 зелка и 4 моркови. Во текот на една седмица Ушко изел 30 моркови. Колку зелки изел Ушко во текот на таа седмица?

Решение. Кога јаде моркови, Ушко во еден ден јаде или 4 или 9 моркови. Ако тој јаде по 4 моркови на ден, тогаш бидејќи $30 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 2$, заклучуваме дека 2 моркова Ушко треба да изеде кога јаде по 9 моркови на ден. Но, $9 = 4 + 4 + 1$, што значи дека Ушко овие 2 моркова може да ги изеде во 2 дена кога јаде по 9 моркови. Според тоа, Ушко 2 дена јадел по 9 моркови. Понатаму, од $30 = 9 + 9 + 4 + 4 + 4$ следува дека Ушко 2 дена јадел по 9 моркови, 3 дена јадел по 1 зелка и 4 моркови, а $7 - (2 + 3) = 2$ дена јадел по 2 зелки. Конечно, од претходно изнесеното следува дека во текот на таа седмица изел $2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 7$ зелки.

124. Во една магична градина плодовите на секое дрво се или 6 круши и 3 јаболка или 8 круши и 4 јаболка. На дрвјата има 25 јаболка. Колку дрвја има градината и колку круши има на нив?

Решение. Ако во градината има само дрвја со по 3 јаболка, тогаш бидејќи $25 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$ во градината има 8 дрвја, но 1 јаболко ќе биде помалку. Ова јаболко мора да се наоѓа на дрво со 4 јаболка, па значи во градината има 1 дрво со четири јаболка и $8 - 1 = 7$ дрвја со по 3 јаболка. Тоа значи дека во градината има 7 дрвја со по 6 круши и 1 дрво со 8 круши. Според тоа, во градината има

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 8 = 42 + 8 = 50 \text{ круши.}$$

III ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

III.1. ЛОГИЧКИ ГЛАВОБОЛКИ

1. За седмиот роденден на Михаил неговата мајка подготвила тор-та на која имало 7 еднакви свеќички. Секоја свеќичка изгорува за 7 минути. За колку минути ќе изгорат сите свеќечки, ако тие се запалени истовремено?

Решение. Свеќичките се исти, па затоа ако се запалени истовремено, ќе изгорат за истото време за кое изгорува една свеќичка. Според тоа, сите свеќички ќе изгорат за 7 минути.

2. Кога стои на една нога Иван тежи 20 kg . Колку ќе тежи Иван кога ќе застане на двете нозе?

Решение. Тежината на Иван не зависи од тоа дали ќе стои на една или две нозе. Значи, кога Иван стои на две нозе тој тежи 20 kg .

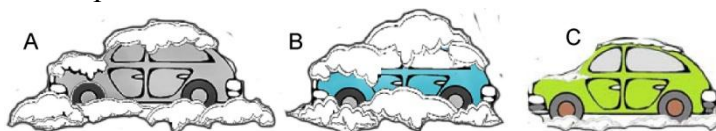
3. Илија и Ивана го поминуваат паркот која се наоѓа покрај нивната куќа. До каде Илија и Ивана можат да навлезат во паркот? Зошто?

Решение. Илија и Ивана можат да навлезат до половината од паркот. Потоа, тие излегуваат од паркот.

4. Мирослав има 12, а Славчо има 16 топчиња за тенис. Мирослав му дал на Бојан неколку од своите тениски топчиња. Бојан добил од Славчо толку топчиња, колку што му останале на Мирослав. Колку топчиња добил Бојан од двајцата другари?

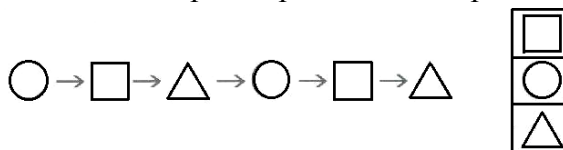
Решение. Топчињата на Мирослав се поделени во две групи, топчињата што му ги дал на Бојан и топчињата што му останале. Бојан ја добил од Мирослав првата група топчиња, а од Славчо добил топчиња колку што имало во втората група топчиња. Значи, Бојан добил онолку топчиња колку што имал Мирослав на почетокот, т.е. добил 12 топчиња.

5. Ноќта на дочекот на новата година постојано врнело снег. Три автомобили во текот на ноќта пристигнале на паркинг во различно време (види цртеж). По кој редослед пристигнале автомобилите на паркингот?



Решение. На автомобилот кој порано пристигнува има наврнато повеќе снег. Најмногу снег има на автомобилот Б, потоа на автомобилот А и најмалку снег има на автомобилот В. Според тоа, автомобилите пристигнале во редослед: прв Б, втор А и трет В.

6. Која фигура на долниот цртеж треба да се поврзе со стрелка?



Решение. Забележуваме дека во низата фигури поврзани со стрелките се повторуваат фигурите: кружница, квадрат и триаголник, во овој редослед. Последната фигура во низата е триаголник, што значи дека следната фигура која треба да се поврзе со стрелка е кружница.

7. Која низа фигури на долниот цртеж треба да се поврзе со стрелка?



Решение. Забележуваме дека во низата фигури поврзани со стрелка по квадратот следуваат кругот и триаголникот, а низата завршува со квадрат. Според тоа, со стрелка треба да се поврзе низата составена од круг и триаголник.

8. На цртежот десно е прикажана група од пет предмети. Еден од нив не треба да се наоѓа во



оваа група предмети. Кој е тој предмет? Зошто?

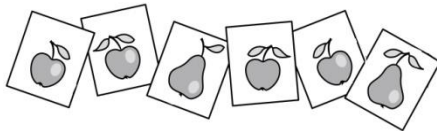
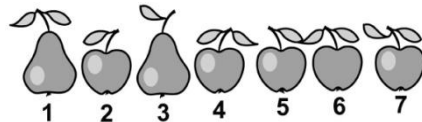
Решение. Картичката, картата за играње, столчето и листот од детелина припаѓаат во групата бидејќи на картичката се напишани три букви, на картата за играње три знака, столчето има три ногалки и детелинката има три ливчиња. Единствено очилата немаат ништо заедничко со бројот 3, па затоа тие не припаѓаат во групата предмети.

9. На цртеж се прикажани пет спирали. Една од спиралите не треба да се наоѓа во оваа група. Која е таа спирала? Зошто?



Решение. Горните три спирали и долната десна спирала се завиткани обротно од насоката на движењето на стрелките на часовникот. Долната лева спирала е завиткана во насока на движење на стрелките на часовникот, па затоа оваа спирала не треба да се наоѓа во групата.

10. Ангела го фотографирала одразот на овошни плодови во огледало (цртеж десно).



Таа направила фотографија од секој плод, но една фотографија загубила (цртеж лево). Што имало на загубената фотографија?

Решение. Ангела фотографирала 2 круши и 5 јаболка. Таа има фотографии од 2 круши и 4 јаболка. Според тоа, на загубената фотографија имало јаболко.

11. Марко чека во ред да купи сладолед. Во редот нема две деца едно-додруго. Тој изброил дека пред него има 3 деца, а зад него има 5 деца. Колку деца чекале во редот?

Решение. Во редот чекале Марко, 3 деца пред него и 5 деца зад него. Според тоа, во редот чекале вкупно $1+3+5=9$ деца.

12. Иван наредил 13 книги една до друга. Книгата Алиса во земјата на чудата била осма одлево-надесно. На кое место е оваа книга оддесно-налево?

Решение. Бидејќи книгата е осма одлево-надесно, десно од книгата има уште $13 - 8 = 5$ книги. Според тоа, книгата е шеста оддесно-налево.

13. Доротеј е на изложба. На еден ѕид се закачени седум свилени слики. На левата страна е сликата на змејот, а на десната страна е сликата на пеперутката.



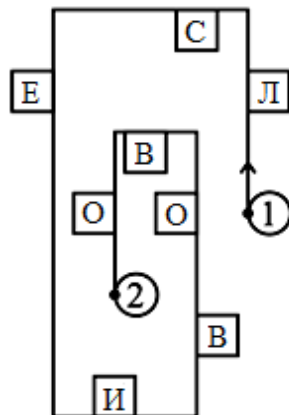
Кое животно се наоѓа десно од змејот и штркот, а лево од тигарот?

Решение. Десно од змејот и штркот се наоѓаат: *лавот, тигарот и пеперутката*. Лево од тигарот се наоѓаат: *лавот, штркот и змејот*. Забележуваме дека само лавот припаѓа во двете групи животни, што значи дека лавот се наоѓа десно од змејот и штркот, а лево од тигарот.

14. Костадинка се движи по патот прикажан на цртежот десно. Таа ги чита само буквите кои се наоѓаат од нејзината десна страна. Кој збор ќе го прочита Костадинка одејќи од местото 1 до местото 2?

Решение. Кога Костадинка се движи од местото 1 до местото 2, на нејзината десна страна последователно се наоѓаат буквите Л, Е, В, О.

Според тоа, одејќи по патот од местото 1 до местото 2, Костадинка ќе го прочита зборот ЛЕВО.



15. Имам тројца другари: Антон, Бојан и Коле. Вчера играл со Бојан и Антон. Едниот од нив има 8 години, а другиот има 9 години. Денес играл со Антон и Коле. Едниот од нив има 10 години, а другиот има 8 години. Колку години има секој од моите другари?

Решение. Бидејќи Антон е во двата дена, тој има 8 години. Значи, Бојан има 9 години, а Коле има 10 години.

16. Петнаесет деца играат криенка. Едно од децата ги бара останатите и нашло 11 деца. Колку деца останале скриени?

Решение. Бидејќи едно од децата ги бара другите, од 15 се криеле 14 деца. Од тие што се криеле, најдени се 11 деца, што значи дека скриени останале $14 - 11 = 3$ деца.

17. Вера појадува подолго време отколку што Фросина ги мие забите. Самоил ги забите исто време колку што Вера појадува. Кој подолго ги мие забите, Самоил или Фросина?

Решение. Ако со V, F и S ги означиме времињата за посочените активности на Вера, Фросина и Самоил, тогаш важи $V > F$ и $S = V$. Според тоа, $S > F$, што значи дека Самоил подолго ги мие забите.

18. Вчера беше ден на математиката. Утре ќе одиме на екскурзија. Ќе се вратиме од екскурзија следниот ден – вторник. Кој ден од седмицата беше денот на математиката?

Решение. Ако од екскурзија се враќаме во вторник, тогаш претходниот ден, понеделник, се враќаме од екскурзија. Според тоа, денес е недела, а Денот на математиката бил во сабота.

19. Ивана имала 12 кукли. Таа купила панделка со должина 4 m . Колку пати треба Ивана да ја пресече панделката за да направи панделки за неа и нејзините кукли?

Решение. Ивана треба да направи $12 + 1 = 13$ панделки. Со секое сечење на големата панделка таа добива една панделка повеќе отколку што имала. На почетокот имала 1 панделка, па бидејќи треба да добие 13 панделки, Ивана треба да направи 12 сечења.

20. Во една продавница сите бомбони се со различна опаковка. За секои три опаковки на купувачот му следува една бесплатна бомбона. Стефан има пари да купи точно 7 бомбони. Кој е најголемиот број бомбони кој во оваа продавница може да го добие Стефан?



Решение. Ако Стефан купи 7 бомбони, тој има $3+3+1=7$ пакувања. За првите 3 пакувања тој добива 1 бомбона и за вторите 3 пакувања добива 1 бомбона. Сега Стефан има $1+1+1=3$ бомбони со пакувања, па за овие три пакувања ќе добие уште 1 бомбона. Конечно, најголемиот број бомбони кој Стефан може да ги добие во оваа продавница е $7+1+1+1=10$.

21. Матеј игра пикадо. Тој има 10 стрелички и за секој погодок во центарот на метата добива две нови стрелки. Матеј гаѓал со точно 20 стрелички. Колку пати го погодил центарот на метата?

Решение. Матеј фрлил $20-10=10$ стрелки повеќе отколку што имал. Овие 10 стрелички ги добил со погодување на центарот на метата. Бидејќи при секое погодување на центарот на метата тој добивал по 2 стрелки, заклучуваме дека Матеј го погодил $10:2=5$ пати центарот на метата.

22. Група деца игра со топки, јажиња и обрачи, при што секое дете игра само со еден реквизит. Три деца не играат со топки и јажиња, 6 деца не играат со обрачи и топки, а 7 деца не играат со јажиња и обрачи. Колку деца има во групата?

Решение. Сите деца играат со некој реквизит, а бидејќи 3 деца не играат со топки и јажиња, тие играат со обрачи. Слично, 6 деца играат со јажиња и 7 деца играат со топки. Според тоа, во групата има $3+6+7=16$ деца.

23. На еден натпревар Ангел, Борјан, Чедомир и Добре ги освоиле првите четири места. Ангел се пласирал пред Борјан, Чедомир се пласирал после Добре, а Борјан се пласирал после Добре. Кој го освоил третото место?

Решение. Ако со А, Б, Ч и Д ги означиме имињата Ангел, Борјан, Чедимир и Добре, тогаш од условот на задачата ги имаме редоследите: АБ, ДЧ и БД. Сега одејќи одназад-напред лесно се гледа дека Чедомир е четврт, Добре е трет, Борјан е втор и Ангел е прв. Значи, Добре го освоил третото место.

24. Ивана, Вера и Фросина се нови ученици во II^a одделение. На 5 септември секоја од нив дома кажала како се вика нивната учителка. Ивана: „Елена Петревска“, Фросина: „Магдалена Петревска“ и Вера: „Катерина Михајловска“. Се покажало дека секое девојче точно го кажало или името или презимето на учителката. Како се вика учителката.

Решение. Да претпоставиме дека Ивана точно го кажала името на учителката – Елена. Значи, презимето на учителката не е Петревска, па затоа Фросина не го кажала точно ниту името ниту презимето. Значи, презимето на учителката е Петревска. Но, тогаш Вера го кажала точно името на учителката, што значи дека нејзиното име е Катерина. Конечно, учителката се вика Катерина Петревска.

25. Во шумата живеат зајаци и лисици. Лисиците лажа, а зајациите ја говорат вистината. Зајациите се плашат од лисиците, лисиците не се плашат од зајациите и животните од ист вид не се плашат една од друга. Три животни играле на ливада и потоа седнале едно до друго во круг. Секое животно се свртело во десно и на соседот му рекло: „Ја се плашам од тебе!“ Колку лисици седеле во кругот?

Решение. Во кругот може да има три лисици и секоја од нив кога рекла „Јас се плашам од тебе!“, излагала.

Во кругот може да има еден зајак и две лисици. Лево и десно од зајакот има лисица, па кога зајакот рекол „Јас се плашам од тебе!“, тој ја кажал вистината. Десно од едната лисица е лисица, а десно од другата лисица е зајакот, па затоа кога тие рекле „Јас се плашам од тебе!“, излагале.

Во кругот не може да има два зајака, бидејќи тогаш десно од еден од зајациите се наоѓа другиот зајак, па кога првиот зајак ќе

каже „Јас се плашам од тебе!“, тој лаже, а како што знаеме зајакците ја говорат вистината.

26. Никола, Зоран и Ѓорѓи јаделе сладолед. Никола рекол: „Најмногу сладолед изеде Ѓорѓи“. „Не, јас изедов помалку сладолед од Зоран“ – рекол Ѓорѓи. „Јас и Ѓорѓи изедовме еднакво количество сладолед“ – рекол Зоран. Кој изел најмалку сладолед, ако сите тројца излагале?

Решение. Бидејќи Зоран излагал, тој и Ѓорѓи изеле различно количество сладолед. Понатаму, Ѓорѓи излагал дека тој изел помалку сладолед од Зоран, што значи дека Ѓорѓи изеле повеќе сладолед од Зоран. Бидејќи Никола излагал, не е точно дека Ѓорѓи изел најмногу сладолед, што значи дека тој изел колку Никола или помалку од него. Конечно, од претходното следува дека Зоран изел најмалку сладолед.

27. Весна, Цветанка и Марга бојадисувале јајца – секоја во различна боја и тоа: жолта, зелена и црвена. Весна не бојадисала ниту во жолта ниту во црвена боја. Цветанка не бојадисала во црвена боја. Определи која во каква боја ги бојадисала јајцата.

Решение. Бидејќи Весна не бојадисала ниту во жолта ниту во црвена боја, заклучуваме дека таа бојадисала во зелена боја. Понатаму, Цветанка не бојадисала во црвена боја, па бидејќи зелената боја ја користела Весна, заклучуваме дека таа користела жолта боја. Конечно, останува дека Марга ја користела црвената боја.

28. Васко, Ѓорѓи и Коста нацртале бел триаголник, сив круг и црн квадрат (види цртеж). Секој по една фигура. Васко цртал после Киро и фигурата на Васко не е бела. Кој која фигура ја нацртал?



Решение. Прво да забележиме дека фигурите се цртани по следниот редослед: квадрат, круг и триаголник (Зошто?). Васко нацртал по Киро, што значи дека тој сигурно не го нацртал квадратот. Значи, Васко го нацртал или кругот или триаголни-

кот. Но, фигурата на Васко не е бела, што значи дека тој го нацртал кругот. Киро нацртал пред Васко, па заклучуваме дека тој го нацртал квадратот. Конечно, Коста го нацртал триаголникот.

29. Близнаците Теодор и Теодора истовремено лажат само во недела. Во останатите денови едниот лаже, а другиот ја говори вистината. Теодор рекол: „Денес е недела“. Теодора одговорила: „Недела е утре“. Кој ден од седмицата е денес?

Решение. Денес не може да биде недела бидејќи во недела Теодор и Теодора лажат, а според изјавата на Теодор, добиваме дека тој ја кажал вистината. Денес не може да биде ниту еден од деновите од понеделник до петок бидејќи во тој случај двајцата излагале, а двајцата лажат само во недела. Останува денес да е сабота и во тој случај Теодор излагал, а Теодора кажала вистина, што соодветствува на условите на задачата. Значи, денес е сабота.

30. Виктор, Емил и Тимотеј денесле по една играчка. Секој си играл со играчка која не е негова. Виктор си играл со автомобилот, сопственикот на камионот со багерот, а сопственикот на автомобилот со камионот. Автомобилот не е на Тимотеј. Определи го сопственикот на секоја од играчките.

Решение. Виктор си играл со автомобилот, па значи автомобилот не е на Виктор. Но, автомобилот не е ниту на Тимотеј, па заклучуваме дека автомобилот е на Емил. Значи, Емил си играл со камионот, па останува дека Тимотеј си играл со багерот. Според тоа, Тимотеј е сопственик на камионот и Виктор е сопственик на багерот.

31. Васил, Глигор и Димко се натпреварувале со син, црвен и жолт автомобил. Автомобилот на Димко минал низ целта точно по жолтиот автомобил, а црвениот автомобил минал низ целта по автомобилот на Васил. Чиј автомобил и со која боја бил прв, ако тоа не е автомобилот Глигор?



Решение. Бидејќи автомобилот на Димко минал по жолтиот автомобил, заклучуваме дека тој не победил. Исто така според условот на задачата, Глигор не победил. Значи, прв минал автомобилот на Васил, и тој не е црвен. Значи, автомобилот на Васил е или син или жолт. Ако автомобилот на Васил е син, тогаш втор низ целта минал црвениот автомобил. Значи, трет низ целта минал жолтиот автомобил, што не е можно бидејќи по жолтиот автомобил минал автомобилот на Димко. Значи, автомобилот на Васил е жолтиот автомобил.

32. Трката ја започнаа три автомобили во следниот редослед: жолт, црвен и син. Низ целта автомобилите поминаа во следниот редослед: X, M и A. Притоа ниту еден автомобил не помина низ целта по редослед по кој ја почна трката. Каква е бојата на секоја марка автомобил, ако се знае дека аудито не е жолто.

Решение. Жолтиот автомобил прв ја почнал трката, а X прв ја завршил и ако ниту еден автомобил не поминал низ целта по редослед по кој ја почнал трката, заклучуваме дека X не е жолт. Но, според условот и A не е жолто, па значи останува M да е жолт. Понатаму, A трето поминало низ целта и бидејќи третиот автомобил кој ја започнал трката е син, заклучуваме дека A не е сино. Според тоа, A е црвено, а X е сина.

33. Владо, Никола и Стојан се учат да сметаат. Секој од нив имал по 1 или 2 топчиња.

Стојан рекол: „Заедно имаме најмалку 5 топчиња.“

Никола рекол: „Јас и Владо имаме еднаков број топчиња.“

Владо рекол: „Јас имам повеќе топчиња отколку што има Стојан.“

Се покажало дека сите тројца грешат. Колку топчиња има секој од нив?

Решение. Бидејќи Стојан згрешил, од неговата изјава следува дека сите тројца заедно имаат 4 или помалку топчиња. Понатаму, од изјавата на Никола следува дека тој и Владо имаат различен број топчиња, што значи дека едниот има 1, а другиот има 2 топчиња. Сега е јасно дека заедно имаат $1+2+1=4$ топчиња.

Од изјавата на Вlado следува или дека тој има помалку топчиња од Стојан или дека Вlado и Стојан имаат еднаков број топчиња. Ако Вlado има помалку топчиња од Стојан, тогаш Стојан ќе има 2 топчиња и сите заедно ќе имаат $1+2+2=5 > 4$ топчиња, што не е можно. Значи, Вlado и Стојан имаат еднаков број топчиња, т.е. тие имаат по 1 топче. Сега е јасно дека Никола има 2 топчиња.

34. Ведран, Михаил и Дамјан заедно имаат 20 златници. Ведран има повеќе од 4 златници, а Михаил има помалку од 9 златници. Дамјан има повеќе златници од Ведран, а помалку златници од Михаил. Колку златници има секој од нив?

Решение. Бидејќи Дамјан има повеќе златници од Ведран, а помалку од Михаил, заклучуваме дека секој од нив има различен број златници. Најмалку златници има Ведран, а најмногу Михаил и секој од нив има повеќе од 4, а помалку од 9 златници. Значи, бројот на златниците на секој од нив е 5, 6, 7 или 8. Понатаму, заедно имаат 20 златници и бидејќи збирот на три од можните четири броја е еднаков на 20 само ако тоа се броевите 5, 7 и 8, заклучуваме дека Ведран има 5 златници, Дамјан има 7 златници и Михаил има 8 златници.

III.2. ЗАНИМЛИВИ БРОЕЊА И РАСПОРЕДУВАЊА

35. Разгледај го цртежот десно. Кој е најмалиот број фигури кои треба да ги отстраниме така што ќе останат фигури од само еден вид?

Решение. На цртежот имаме 4 ѕвезди, 3 месецини, 3 сонца и 2 срца. Најмалиот број фигури кои треба да ги отстраниме за да останат фигури од само еден вид се добива ако останат фигурите кои што се најмногу, т.е. ако останат ѕвездите. Притоа треба да отстраниме $4+3+2=8$ фигури.



36. Во темна соба во кошница има 2 жолти и 3 црвени јаболка.

а) Колку јаболка најмалку треба да земеме за да сме сигурни дека сме зеле барем едно црвено јаболко?

б) Колку јаболка треба да земеме за да сме сигурни дека сме зеле барем едно жолто јаболко?

Решение. а) Ако земеме две јаболка, тогаш двете може да се жолти. Но, ако земеме три јаболка, тогаш во најлош случај може да бидат две жолти и едно црвено јаболко. Значи, треба да земеме три јаболка.

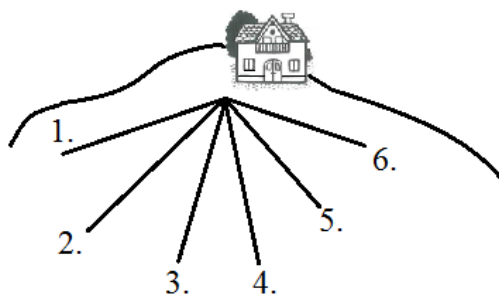
б) Ако земеме три јаболка, тогаш може да се случи сите три да се црвени. Но, ако земеме четири јаболка, тогаш во најлош случај може да има три црвени и едно жолто јаболко. Значи, треба да земеме најмалку четири јаболка.

37. Во торба има 4 бели и 4 црвени чорапи. Без да гледаме вадиме по еден чорап. Колку чорапи треба да извадиме за да бидеме сигурни дека сме извадиле 2 истобојни чорапи.

Решение. Нека извадиме три чорапи. Тогаш или сите три се истобојни или два се истобојни, а третиот е од другата боја. Значи, при вадење три чорапи, сигурно имаме два истобојни чорапа.

Не е доволно да извадиме два чорапа бидејќи притоа едниот може да биде бел, а другиот црвен, па немаме два истобојни чорапа.

38. Во еден зимски центар има шест ски-патеки кои се распоредени како на цртежот десно. Меѓу секои две патеки има по две куќички за одмор. Колку вкупно куќички за одмор има меѓу првата и последната ски-патека?



Решение. Меѓу патеките имаме 5 пати по две куќички за одмор (Зошто?). Според тоа, вкупно се направени $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ куќички за одмор.

39. Запиши ги броевите од 5 до 17. Колку цифри искористи повеќе пати од еднаш?

Решение. Броевите од 5 до 17 се: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 и 17. Повеќе од еднаш се искористени цифрите: 1, 5, 6 и 7. Значи, повеќе од еднаш се искористени 4 цифри.

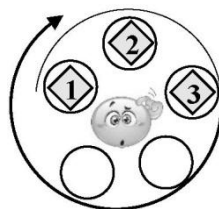
40. Горјан ги запишал броевите од 1 до 16. Колку пати ја запишал цифрата 1?

Решение. Во запишаните броеви цифрата 1 се јавува во броевите: 1, 10, 11, 12, 13, 14, 15 и 16. Според тоа, Горјан ја запишал 9 пати цифрата 1.

41. За празникот Божиќ мајката на Горазд правела ситни колачи со четири фигури во следниот редослед ♡ ☀ ☾ ☆. Како изгледал 18-тиот колач?

Решение. Бидејќи во низата колачите се повторуваат во групи од по 4 колачи, а $18 = 4 + 4 + 4 + 4 + 2$, добиваме дека 18-тиот колач ќе биде вториот колач во низата, т.е. тоа е колачот ☀.

42. Броевите од 1 до 11 се запишани на одделни картончиња. Фросина ги поставила последователно едно врз друго во петте кругчиња во дадената насока (цртеж десно). Определи го збирот на броевите во кругчето во кое се наоѓа бројот 1.



Решение. Фросина ги поставила броевите 4 и 5 во празните кругчиња, а потоа бројот 6 во кругчето во кое е бројот 1. Следниот број кој го поставила во кругчето со бројот е 11. Според тоа, бараниот збир е еднаков на $1 + 6 + 11 = 7 + 11 = 18$.

43. На колку начини можам да поклонам три исти книги на три деца така што секое дете да добие книга?

Решение. Книгите се исти, па затоа постои само еден начин три книги да се подарокот на три деца, при што секое дете ќе добие по една книга.

44. На колку начини можеме да поделиме 4 исти балони на две деца така што секое дете да добие барем еден балон?

Решение. Можни се следниве случаи:

- првото дете добива 1 балон, второто добива 3 балони,
 - првото дете добива 2 балона, второто дете добива 2 балона,
 - првото дете добива 3 балони, второто дете добива 1 балон,
- и не постојат други можности. Според тоа, вкупниот број поделби е еднаков на 3.

45. Определи го бројот на можните зборови на броевите кои се добиваат при фрлање:

а) на две коцки за играње,

б) три коцки за играње.



Решение. а) При фрлање на две коцки за играње најмал збир се добива кога ќе се паднат два најмали броја, а најголем збир се добива кога ќе се паднат два најголеми броја. Значи, најмалиот збир е $1+1=2$, а најголемиот збир е $6+6=12$. Значи, сите зборови се 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12, т.е. има вкупно 11 збира.

б) При фрлање на три коцки за играње, најмал збир се добива кога ќе се паднат три најмали броја, а најголем збир се добива кога ќе се паднат три најголеми броја. Значи, најмалиот збир е $1+1+1=3$, а најголемиот збир е $6+6+6=18$. Значи, сите зборови се 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 и 18, т.е. има вкупно 16 збира.

46. На колку начини бројот 11 може да се запише како збир на три различни собирци? Зборовите во кои само епроменет редоследот на собирците ги сметаме за еднакви.

Решение. Имаме:

$$11=1+2+8$$

$$11=0+1+10$$

$$11=1+3+7$$

$$11=0+2+9$$

$$11=1+4+6$$

$$11=0+3+8$$

$$11=2+3+6$$

$$11=0+4+7$$

$$11=2+4+5$$

$$11=0+5+6$$

Според тоа, бројот 11 како збир на три различни собирци може да се запише на 10 начини.

47. Имаме 3 монети од 1 денар и 2 монети од 5 денари. Колку различни суми може да бидат исплатени со три од овие монети?

Решение. Задачата ќе ја решиме со помош на следната табела:

	Број монети од 1 денар	Број монети од 5 денари	Исплатена сума
1	3	0	$1+1+1=3$
2	2	1	$1+1+5=7$
3	1	2	$1+5+5=11$

Според тоа, со 3 од дадените монети може да бидат исплатени три различни суми.

48. На колку начини може да се стават броеви на местото на свездата и триаголникот така што е точно неравенството

$$\nabla + * < 5.$$

Решение. Најголем број кој е помал од 5 е бројот 4. Според тоа, на местото на свездата и триаголникот треба да ставаме броеви чиј збир е помал или еднаков на 4. Можни се следниве случаи:

- на местото на триаголникот ставаме 4, па на местото на свездата може да го ставиме само бројот 0, еден начин,
- на местото на триаголникот ставаме 3, па на местото на свездата може да ги ставиме броевите 0 и 1, два начина,
- на местото на триаголникот ставаме 2, па на местото на свездата може да ги ставиме броевите 0, 1 и 2, три начина,
- на местото на триаголникот ставаме 1, па на местото на свездата може да ги ставиме броевите 0, 1, 2 и 3, четири начина,
- на местото на триаголникот ставаме 0, па на местото на свездата може да ги ставиме броевите 0, 1, 2, 3, 4 и 5, пет начина.

Според тоа, вкупниот број начини е еднаков на

$$1+2+3+4+5=15.$$

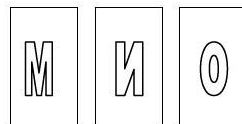
49. Трајче направил три картончиња (цртеж десно). Колку различни низи од две цифри може да состави со помош на картончињата?



Решение. *Прв начин.* Трајче може да ги состави низите: 26, 27, 62, 67, 72, 77. Значи, тој може да состави шест различни низи од по две цифри.

Втор начин. За првиот член на низата постојат три можности (секое од картончињата може да го стави прво). Сега, за вториот член на низата може да го стави кое било од другите две картончиња, што значи дека има две можности. Значи, Трајче може да состави $2 + 2 + 2 = 6$ различни низи од по две цифри.

50. Миодраг скратено се потпишува МИО. Тој направил три картички како на цртежот десно и почнал да ги реди картичките една-додруга во редица. Колку различни низи од по три букви добил Миодраг?



Решение. Миодраг ги добил следниве низи од по три букви:

МИО, МОИ, ОМИ, ОИМ, ИМО, ИОМ.

Според тоа, тој добил 6 различни низи од по три букви.

51. Деспина за појадок на масата ставила млеко, јогурт, чај, кифли и погачици. На колку различни начини може да појадува Дамјан, ако тој задолжително зема по еден пијалак и по едно пециво?

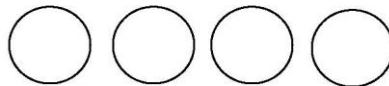
Решение. *Прв начин.* Пијалоци се млеко (М), чај (Ч) и јогурт (Ј), а пецива се кифла (К) и погачица (П). Сите начини на избор на пијалок и пециво се:

МК, МП, ЧК, ЧП, ЈК, ЈП.

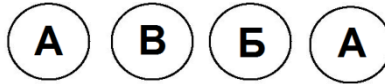
Според тоа, Дамјан може да појадува на шест различни начини.

Втор начин. Дамјан може да го избере пијалакот на три начини и за секој избор на пијалакот пецивото може да го избере на два начина. Според тоа, Дамјан изборот на еден пијалак и едно пециво може да го направи на $2 + 2 + 2 = 6$ начини, што значи дека тој може да појадува на шест различни начини.

52. Буквите А, Б и В запиши ги во кругчињата дадени на цртежот десно така што во секои соседни кругчиња се запишани различни букви.



Решение. Постојат повеќе решенија на задачата. Едно од нив е



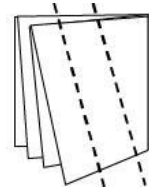
Испиши уште најмалку три решенија.

53. Во еден ред нацртај 10 квадрати и кружници така што до секоја кружница да има само квадрати, а до секој квадрат да има и кружница и квадрат.

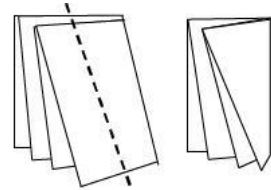
Решение. Ако прво нацртаме квадрат, тогаш до него не може да има и кружница и квадрат. Значи, прво треба да нацртаме кружница. Сега до неа треба да нацртаме квадрат, а потоа уште еден квадрат. Понатаму, според правилото ја добиваме следната низа фигури:



54. Теодосиј првиткал лист хартија на половина, а потоа уште на половина како што е прикажано на цртежот десно. Потоа тој по линиите со ножици двапати ја пресекол хартијата. Колку парчиња хартија добил Теодосиј?



Решение. По првото сечење, Теодосиј отсекол две парчиња хартија и му останал дел од листот прикажан лево на цртежот. По второто сечење, тој отсекол уште две парчиња хартија и му останал дел од листот прикажан десно на цртежот, т.е. му останало едно парче хартија. Значи, Теодосиј добил $2 + 2 + 1 = 5$ парчиња хартија.



55. Во една група деца секое дете се ракувало со секое. Вкупниот број на ракувањата е еднаков на 6. Колку деца имало во групата?

Решение. Ако во групата има 2 деца, тогаш имаме само едно ракување, што значи дека групата има повеќе од 2 деца.

Ако во групата има 3 деца: А, Б и В, тогаш А се ракува со Б и В, потоа Б се ракува со А и В, и на крајот В се ракува со А и Б, при што секое од овие $2 + 2 + 2 = 6$ ракувања е броено двапати. Сега

од $3+3=6$ добиваме дека има $3 < 6$ ракувања, што значи дека групата има повеќе од 3 деца.

Ако во групата има 4 деца: А, Б, В и Г, тогаш А се ракува со Б, В и Г, потоа Б се ракува со А, В и Г, потоа В се ракува со А, Б и Г, и на крајот Г се ракува со А, Б и В, при што секое од овие $3+3+3+3=12$ ракувања е броено двапати. Сега од $6+6=12$ добиваме дека има 6 ракувања, што значи дека групата има 4 деца.

Ако групата има 5 или повеќе деца, лесно се гледа дека тогаш бројот на ракувања е поголем од 6.

56. Секој марсовец има по три раце. Група марсовски деца тргнале на прошетка наредени како на цртежот десно. Секое дете мора за рака да го држи секој свој сосед кој е пред него, зад него, лево од него или десно од него.



Решение. Средните деца кои на цртежот десно се означени со обоени крукчиња немаат слободни раце бидејќи тие имаат по



три соседи кои мора да ги држат за рака. Понатаму, секое од предните две и задните две деца има по една слободна рака бидејќи имаат само по два соседи кои треба да ги фатат за рака. Според тоа, ќе останат 4 слободни раце.

57. На цртежот десно е дадена табела од 12 полиња кои се обоени во четири бои: кафеава (К), зелена (З), сина (С) и жолта (Ж). Томислав обоил во сива боја осум полиња на табелата така што четирите полиња кои останале се обоени во различни бои и не се допираат во ниту една точка. Кои полиња ги обоил Томислав?

К	З	С	Ж
С	Ж	К	З
К	З	С	Ж

Решение. Јасно, не може да остане во иста боја ниту едно поле од средниот ред бидејќи во тој случај, може да останат најмногу уште две полиња во иста боја кои не се допираат со првото поле. Понатаму, во првиот и третиот ред во иста боја може да останат најмногу по две полиња кои не смеат да се соседни.

Сега е јасно дека задачата има само две решенија, кои се дадени на цртежите десно.

К		С	
	3		Ж

	3		Ж
К		С	

58. Горјан има 11 налепници. Тој во квадратна табела со три реда и три колони, според определено правило, залепил пет налепници (цртеж десно) и отишол да игра фудбал. Малата Јована сака во полињата означени со броеви да залепи соодветни налепници.

★	☾	☀	☀	☀
☾	1	2	☾	☾
3	★	4	★	★

Какви налепници треба Јована да залепи во полињата означени со броевите 1, 2, 3, и 4. Какви налепници нема да бидат залепени?

Решение. Забележуваме дека во првиот ред сите знаци се различни. Оттука заклучуваме дека правилото е во секој ред и во секоја колона сите знаци да бидат различни.

Од претходно кажаното следува: за да се различни знаците во првата колона Јована треба да залепи налепница со сонце во полето означено со бројот 3, а за да се различни знаците во втората колона таа треба повторно да залепи налепница со сонце во полето означено со бројот 1. Сега, од втората редица добиваме дека во полето означено со бројот 2 треба да залепи налепница со ѕвезда и конечно, во полето означено со бројот 4 треба да залепи налепница со месечина.

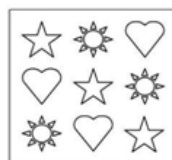
★	☾	☀	
☾	☀	★	☾
☀	★	☾	★

На цртежот десно се прикажани пополнетата табела и знаците кои останале. Според тоа, на Јована ѝ останале една налепница со месечина и една налепница со ѕвезда.

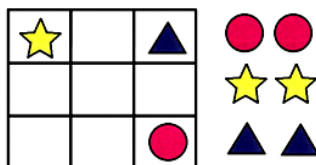
59. Во шемата дадена на цртежот десно во секој ред и секоја колона треба да се наоѓа различен знак. Кои знаци треба да стојат на местата на прашалниците?

☆	☀	♥
?	☆	☀
☀	?	?

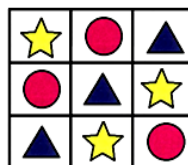
Решение. Во првата колона и вториот ред недостасува знакот срце, кој треба да се стави на местото на прашалникот. Во втората колона недостасува знакот срце кој треба да се стави на местото на прашалникот, а во третата колона на местото на прашалникот треба да се стави знакот звезда. Конечно, пополнетата шема ќе изгледа како на цртежот десно.



60. На цртежот десно е дадена табела со девет полиња и девет фигури, од кои три се ставени во полињата на табелата. Рапореди ги останатите шест фигури, но така што во секој ред и секоја колона фигурите се различни.

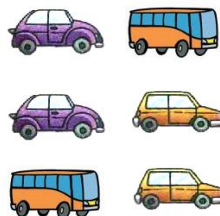


Решение. Во празното поле од првиот ред треба да се стави круг, а во празното поле на третата колона треба да се стави звезда. Сега, поради втората колона во средното поле на втората колона не смее да стои круг, а поради вториот ред не смее да стои звезда. Значи, во ова поле треба да стои триаголник. Понатаму, последователно лесно се добива дека во првото поле на вториот ред треба да стои круг, во второто поле на третиот ред треба да стои звезда и во првото поле на третиот ред треба да стои триаголник. Решението е прикажано на цртежот десно.



61. Горјан во квадратна таблица со три реда и три колони залепил три налепници како што е прикажано на цртежот долу.

1		
2	3	
4	5	6

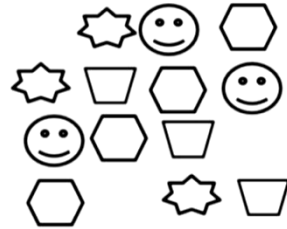


Притоа во секој ред и секоја колона треба да залепи различни налепници. Кои налепници треба да ги залепи во полињата означени со броевите 1, 2, 3, 4, 5 и 6?

Упатство. Прво во полето 6 треба да се залепи автобусот, а потоа во полето 2 повторно да се залепи автобусот.

62. Кои фигури недостасуваат на цртежот десно?

Решение. Забележуваме дека во вториот ред и во третата колона има четири различни фигури. Според тоа, во секој ред и во секоја колона на дадениот цртеж треба да има четири различни фигури. Значи, во првиот ред и првата колона недостасува фигурата . Во третиот ред и четвртата колона недостасува фигурата  и во четвртиот ред и втората колона недостасува фигурата .



63. На цртежот десно е дадена табела со 16 полиња. Во 8 полиња се сместени по една од следните геометриски фигури: триаголник, квадрат, круг и правоаголник, а додека пак осум полиња кои се означени со 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се празни. Која фигура треба да биде сместена во секое од овие осум полиња?

			
	1		2
3	4	5	6
7			8

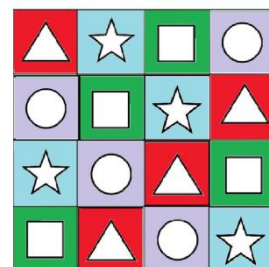
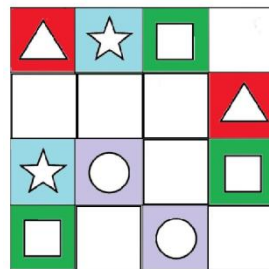
Решение. Очигледно во полето 5 треба да стои триаголник. Понатаму, поради втората колона и вториот ред во полето 1 не смее да стојат круг, квадрат и правоаголник, па затоа во ова поле треба да стои триаголник. Сега лесно се гледа дека во полето 2 треба да стои круг, а во полето 4 треба да стои правоаголник. Понатаму, поради првата колона и четвртиот ред во полето 7 треба да стои квадрат. Сега, последователно добиваме дека во полето 8 треба да стои триаголник, во полето 6 треба да стои квадрат и во полето 3 треба да стои круг. Решението на задачата е дадено на цртежот горе.

64. Во шемата дадена на цртежот десно во секој ред и секоја колона треба да се наоѓа различна геометрирска фигура. Кои фигури треба да стојат во празните полиња?

Решение. Очигледно, во празните полиња на првиот ред и првата колона треба да биде кругот, а во празното поле на третата редица треба да стои триаголникот.

Понатаму, во најдолното поле на четвртата колона треба да стои ѕвездата, па затоа во второто поле на четвртата редица треба да стои триаголникот. Сега е очигледно дека во останатото празно поле на втората колона треба да стои квадратот, па затоа во останатото празно поле (третото од лево) треба да стои ѕвездата.



65. Во табелата на цртежот десно 9 полиња се пополнети со симболите на марките автомобили мерцедес, опел, фолсфaген и пежо, а додека 6 полиња се празни. Дополнително се дадени 8 симболи, од кои седум треба да се стават во табелата. Кој симбол нема да биде искористен? Кој симбол во кое поле ќе биде ставен?

	1		2
	3	4	
5		6	7



Дополнително се дадени 8 симболи, од кои седум треба да се стават во табелата. Кој симбол нема да биде искористен? Кој симбол во кое поле ќе биде ставен?

Решение. Секој симбол треба да се стави четири пати во табелата. Бидејќи се ставени три симболи на опел, а два не се ставени заклучуваме дека нема да биде ставен симболот на опел. Овој симбол треба да се стави во полето 6. Понатаму, во полето 4 треба да се стави симболот на мерцедес, а истиот симбол треба да се стави во полето 2. Сега, лесно се гледа дека во полињата 1 и 7 треба да се стави симболот на фолсфaген, а симболот на пежо треба да се стави во полињата 3 и 5.

66. Илија, со фигури од облиците:



ја пополнува табелата прикажана на цртежот десно. Притоа, во секој ред и во секоја колона од табелата тој може да стави само една фигура од даден облик. Која фигура треба да ја стави Илија во квадратчето во кое се наоѓа прашалникот?

			?	

Решение. Во редот и колоната во кои се наоѓа прашалникот

веќе се ставени фигурите , и , па затоа во квадратчето во кое се наоѓа прашалникот може да се стави една од фигурите или . Ако во ова квадратче Илија ја стави фигурата , тогаш во второто квадратче на четвртата колона и во третото квадратче на четвртиот ред тој треба да ја стави фигурата . Но, тогаш во вториот ред и третата колона фигурата ќе се појави двапати, што е спротивно на условот дека во секој ред и секоја колона Илија може да стави само една фигура од даден облик. Конечно, од претходно изнесеното следува дека во квадратчето во кое се наоѓа прашалникот Илија треба да ја стави фигурата .

67. На цртежот десно се дадени четири квадрати во кои малите квадратчиња биле пополнети според определено правило. Елена ги избришала буквите во еден од квадратите. Пополни го четвртото квадратче, но така што ќе биде запазено правилото.

ц	ж
с	б

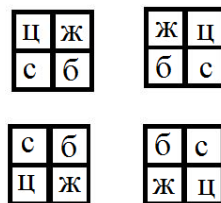
ж	ц
б	с

с	б
ц	ж

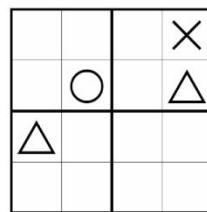
Решение. Можеме да сметаме дека буквите ц, ж, с и б означуваат бои (црвена, жолта, сина и бела) во кои се обоени малите квадратчиња.

Сега, долниот лев квадрат е слика во огледало на горниот лев квадрат и обратно. Горниот десен квадрат е слика во огледало

на горниот лев квадрат и обратно. Значи, долниот десен квадрат треба да биде слика во огледало на горниот десен и долниот лев квадрат. Бараното пополнување е дадено на цртежот десно.



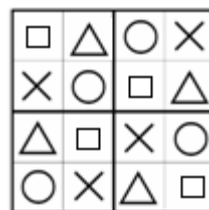
68. Во квадратчињата на фигурата прикажана на цртежот десно постави квадратчиња, кругчиња, триаголничкиња и крвчиња така што секој знак да се наоѓа во секој ред, во секоја колона и во секој квадрат означен со подебели линии.



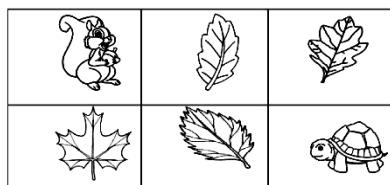
Решение. Во десниот горен обележан голем квадрат треба да се постават уште квадратче и крукче. Но, во вториот ред веќе има крукче, па затоа во второто празно поле треба да се постави квадратче. Сега, во првото празно поле на вториот ред треба да се постави крвче, а во првото празно поле на третата колона треба да се постави крукче.

Понатаму, во првото празно поле на првата колона треба да се постави крукче или квадратче, но во првата редица веќе има крукче, па затоа во првото празно поле на првата колона треба да се постави квадратче. Јасно во второто празно поле на првата колона се наоѓа крукче, а во првото празно поле на втората колона се наоѓа триаголничке.

Поради третата редица и третата колона во третото празно поле на третата редица мора да се постави крвче, а како во второто празно поле на третата редица не може да биде крукчето, заклучуваме дека тоа се наоѓа во четвртото празно поле на третата редица. Сега е јасно дека во второто празно поле на оваа редица се наоѓа квадратче. Понатаму, лесно се пополнуваат останатите полиња (цртеж десно).



69. За да стигне до желката верверичката смее да помине само преку два листа кои се во соседни по-

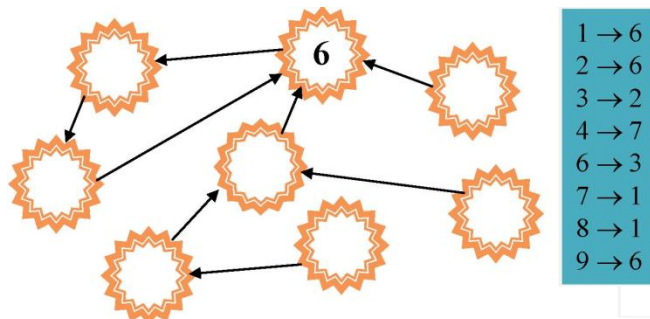


лиња (цртеж десно). На колку различни начини верверицата може да стигне до желката

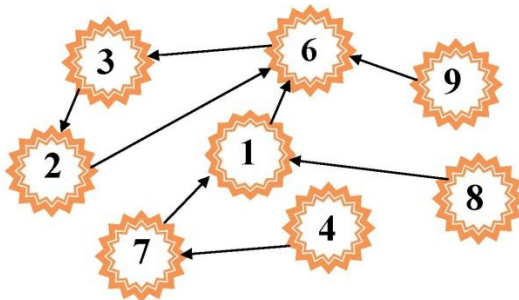
Решение. Верверицата може да стигне до желката на три различни начини и тоа:

- ако оди две полиња десно, а потоа едно поле надолу,
- ако оди едно поле десно, потоа едно поле надолу и на крајот, едно поле десно,
- ако оди едно поле надолу, а потоа две полиња десно.

70. На долниот цртеж е прикажани фигура во која 9 ѕвезди се поврзани со стрелки кои го покажуваат дозволеният правец на движење, а десно е дадена шема на насоките од која кон која ѕвезда е дозволено движење. Една ѕвезда е означен. Означи ги останатите 8 ѕвезди.

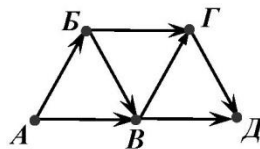


Решение. Според шемата, кон ѕвездата 6 смеаме да се движиме од ѕвездите 1, 2 и 9, но кон ѕвездата 9 не може да стигнеме од никоја друга ѕвезда. Затоа десната ѕвезда во најгорниот ред е ѕвездата 9. Понатаму, според шемата, други ѕвезди кон кои не може да се движиме се 4 и 8. Притоа, од 8 до 6 се стигнува со два чекора (преку 1), а од 4 до 6 се стигнува со три чекори (преку 7 и 1), па затоа десната ѕвезда во вториот ред е ѕвездата 8, а десната ѕвезда во третиот ред е ѕвездата 4. Сега е јасно дека средната ѕвезда во вториот ред е ѕвездата 1, левата ѕвезда



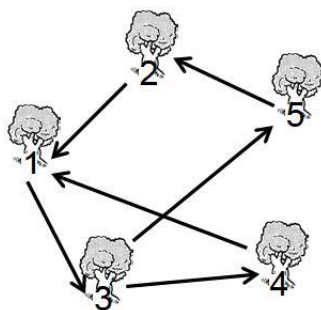
во третиот ред е свездата 7, крајната свезда во вториот ред е свездата 2 (во 6 се оди од 1, 2 и 9) и левата свезда во првиот ред е свездата 3.

71. Определи го бројот на различните начини на кои движејќи во насоките на стрелките на цртежот десно може да стигнеме од А до Д? Испиши ги сите начини.



Решение. Имаме: $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow D$, $A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow D$, $A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow D$, $A \rightarrow B \rightarrow D$ и $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow D$. Според тоа, движејќи со во насоката на стрелките од А до Д може да стигнеме на 5 различни начини.

72. Секое утро Доротеј оди во парк во кој има пет даба. Доротеј во паркот шета така што поминува само по еднаш по патеките прикажани на цртежот десно и тоа во насока на стрелките. Определи еден распоред според кој Горјан се движел по патеките?



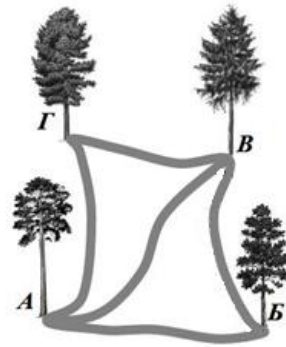
Решение. Забележуваме дека во секој даб, освен во првиот и третиот, влегуваат ист број стрелки колку што излегуваат. Тоа значи дека колку пати што се приближил до дабот, толку пати Доротеј се оддалечил од дабот. Според тоа, движењето на Доротеј започнува од дабот од кој излегуваат повеќе стрелки отколку што влегуваат, а завршува кај дабот во кој влегуваат повеќе стрелки отколку што излегуваат. Од дабот 3 излегуваат две стрелки, а влегува една. Значи движењето на Доротеј започнува од дабот 3. Во дабот 1 влегуваат две стрелки, а излегува една, па затоа движењето на Доротеј завршува кај дабот 1. Сега веќе лесно се гледа дека Доротеј ги поминувал патеките по следниов редослед:

$$3 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 1.$$

Постои само уште редослед по кој Доротеј може да ги помине патеките, и тоа:

$$3 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1.$$

73. Во градината на дедо Марко има 4 бора кои се поврзани со патеки (цртеж десно). Павел прошетал низ градината така што поминал по сите патеки и тоа по секоја патека само еднаш. На колку различни начини Павел може да ја направи прошетката? Запиши ги сите начини на кои Павел може да ја направи прошетката.



Решение. Забележуваме дека боровите Г и В се поврзани со по два патишта. Тоа значи дека Павел еднаш може да се приближи и да се оддалечи од овие борови. Боровите А и В се по три патишта, што значи дека Горјан или двапати се приближува и еднаш се оддалечува од овие борови, или двапати се оддалечува и еднаш се приближува кон овие борови. Според тоа, Павел може да ја започне прошетката од некој од боровите А и В. Ако прошетката ја започне од борот А, тогаш сите можни начини се:

$$\begin{aligned} A \rightarrow \Gamma \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow B, & \quad A \rightarrow \Gamma \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B, \\ A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow B, & \quad A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow \Gamma \rightarrow B, \\ A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow \Gamma \rightarrow B, & \quad A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow A \rightarrow B. \end{aligned}$$

Ако прошетката ја започне од борот В, тогаш сите можни начини се:

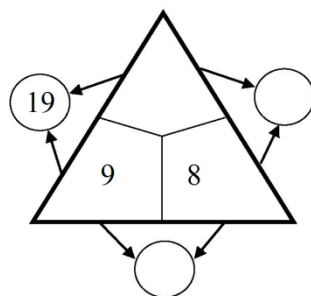
$$\begin{aligned} B \rightarrow \Gamma \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow A, & \quad B \rightarrow \Gamma \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow A, \\ B \rightarrow A \rightarrow \Gamma \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow A, & \quad B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow A, \\ B \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow A, & \quad B \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow \Gamma \rightarrow B \rightarrow A. \end{aligned}$$

Според тоа, бројот на сите начини на кои Павел може да ја направи прошетката е еднаков на $6+6=12$.

III.3. МАГИЧНИ ФИГУРИ

74. Кои броеви треба да бидат запишани во празните полиња на фигурата дадена на цртежот десно:

Решение. Во долното крукче треба да биде запишан бројот $9+8=17$. Во четириаголникот треба да биде запишан бројот $19-9=10$. Конечно, во горното крукче треба да биде запишан бројот $10+8=18$.



75. Разгледај го дијаграмот на цртежот десно. Кои броеви недостасуваат?

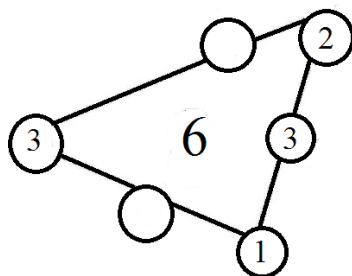
Решение. Забележуваме дека на едната страна на триаголникот во сите кругчиња се запишани броеви и за нив важи

$$2+3+1=6.$$

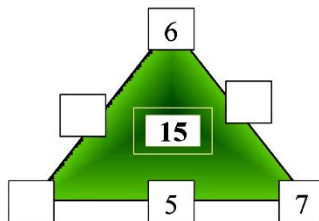
Значи, збирот на броевите запишани во крукчињата на секоја страна треба да е еднаков на 6. Според тоа, недостасуваат броевите:

$$6-(3+2)=1$$

$$6-(3+1)=2.$$



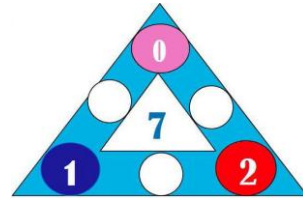
76. Збирот на броевите запишани во квадратчињата на секоја страна од триаголникот даден на цртежот десно е еднаков на 15. Определи го збирот на броевите што недостасуваат.



Решение. Бројот запишан во десното горно квадратче е еднаков на $15-(6+7)=15-13=2$. Бројот запишан во аголното квадратче е еднаков на $15-(7+5)=15-12=3$. Значи, бројот запишан во горното средно квадратче е еднаков на $15-(6+3)=15-9=6$.

Конечно, збирот на броевите кои недостасуваат е еднаков на $2+3+6=11$.

77. Збирот на броевите запишани на секоја страна на триаголникот даден на цртежот десно е еднаков на 7. Кои броеви треба да се запишани во празните кругчиња?



Решение. Во крукчето на левата страна на триаголникот треба да е запишан бројот $7-(1+0)=6$, во крукчето на десната страна, бројот $7-(0+2)=5$, и во крукчето на долната страна, бројот $7-(1+2)=4$.

78. Разгледај ја табелата дадена на цртежот десно. Кој број треба да е запишан во празното поле на табелата?

5	3	4
6	2	4
7	2	

Решение. Збирот на броевите запишани во првиот ред на табелата е еднаков на $5+3+4=12$. Понатаму, збирот на броевите запишани во вториот ред на табелата е еднаков на $6+2+4=12$. За да биде збирот на броевите во третиот ред на табелата еднаков на 12 во празното поле треба да се запише бројот $12-(7+3)=3$.

79. На цртежот десно збирот на броевите запишани во секој правоаголник составен од три квадратчиња треба да биде еднаков. Допиши ги броевите кои недостасуваат?

7	2	3			3	8
			4			
6	2					4

Решение. Збирот на броевите запишани во правоаголник составен од три квадратчиња е еднаков на $7+2+3=12$. Според тоа, последователно добиваме дека:

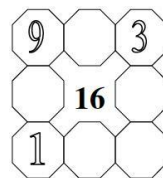
- во празното квадратче на првиот ред треба да се запише бројот $12-(3+8)=12-11=1$,
- во левото празно квадратче на третиот ред треба да се запише бројот $12-(6+2)=12-8=4$,

- во левото празно квадратче на вториот ред треба да се запише бројот $12 - (3 + 4) = 12 - 7 = 5$,
- во десното празно квадратче на вториот ред треба да се запише бројот $12 - (5 + 4) = 12 - 9 = 3$,
- во средното празно квадратче на третиот ред треба да се запише бројот $12 - (1 + 3) = 12 - 4 = 8$,
- во десното квадратче на третиот ред треба да се запише бројот $12 - (8 + 4) = 12 - 12 = 0$.

Пополнетата табела е дадена на цртежот десно.

7	2	3		1	3	8
		5	4	3		
6	2	4		8	0	4

80. Во шестаголниците на рамката на цртежот десно се запишани различни едноцифрени броеви и збирот на сите броеви запишани во шестаголниците на секоја страна од рамката е еднаков на 16. Определи ги броевите кои недостасуваат. Потоа подреди ги во растечки редослед запишаните броеви во рамката. Која е петтиот по големина запишан број?



Решение. Во шестаголникот од горниот ред од рамката треба да биде запишан бројот

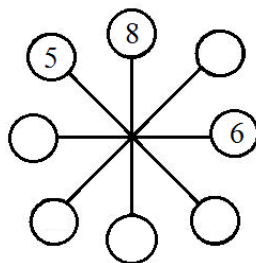
$$16 - (9 + 3) = 16 - 12 = 4.$$

Во шестаголникот од левата колона од рамката треба да биде запишан бројот

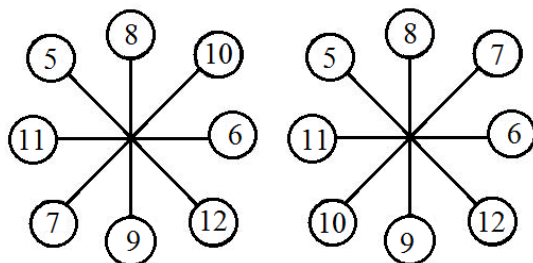
$$16 - (9 + 1) = 16 - 10 = 6.$$

Сега во преостанатите три шестаголници треба да запишеме три различни броја кои се различни од 1, 3, 4, 6 и 9, при што збирот на два од запишаните три броја да е еднаков на $16 - 3 = 13$, а збирот на едниот од овие два броја и третиот број е еднаков на $16 - 1 = 15$. Сега лесно се гледа дека со помош на броевите 2, 5, 7 и 8 може да се запишат броевите 13 и 15, како збир на два едноцифрени броја на единствен начин и тоа: $13 = 8 + 5$ и $15 = 8 + 7$. Ги подредуваме запишаните броеви во рамката во растечки редослед и добиваме: 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Значи, петтиот по големина запишан број е 6.

81. Во три кругчиња на фигурата дадена на цртежот десно се запишани броевите 5, 6 и 8. Во останатите пет кругчиња запиши ги броевите 7, 9, 10, 11 и 12, по еден број во секое кругче, така што збирот на броевите запишани во кругчињата на краевите на секоја отсечка е еднаков.



Решение. Бидејќи ги запишуваме броевите 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12, бројот 12 кој е најголем мора да биде запишан на краевите на иста отсечка со најмалиот број, т.е. со бројот 5. Понатаму, броевите 6 и 11 треба да се запишани на краевите на иста отсечка, а слично и броевите 7 и 10, како и броевите 8 и 9. Според тоа, за запишување на броевите 12, 11 и 9 имаме само една можност, а додека за броевите 7 и 10 имаме две можности (види цртеж долу).



82. Во табелата на цртежот десно треба да се запишат броеви така што збирот на броевите во секој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала е еднаков. Некои броеви се веќе запишани. Кој број треба да се запише на местото на ѕвездата?

5	10	
*	6	
		7

Решение. Збирот на броевите запишани на дијагоналата е

$$5 + 6 + 7 = 11 + 7 = 18.$$

Според тоа, во празното поле од средната колона треба да се запише бројот

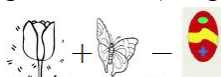
$$18 - (10 + 6) = 18 - 16 = 2.$$

Значи, во првото поле од најдолниот ред треба да се запише бројот

$$18 - (2 + 7) = 18 - 9 = 9.$$

Конечно, на местото на ѕвездата треба да се запише бројот
 $18 - (9 + 5) = 18 - 14 = 4$.

83. Марио составил магичен квадрат, а потоа ги избришал броевите во пет полиња. Во три празни полиња Фросина нацртала јајце, пеперутка и цвет (цртеж десно). Пресметај



1		5
	4	
		7

Решение. Во магичен квадрат збирот на броевите во секој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала е еднаков. Во случајов, тој збир изнесува $1 + 4 + 7 = 12$. Значи, на местото на јајцето треба да стои бројот $12 - (5 + 1) = 12 - 6 = 6$. Во долното лево аголно квадратче треба да стои бројот $12 - (5 + 4) = 12 - 9 = 3$. На местото на пеперутката треба да стои бројот $12 - (6 + 4) = 2$ и на местото на цветот треба да стои бројот $12 - (1 + 3) = 12 - 4 = 8$. Конечно,

$$\text{tulip icon} + \text{butterfly icon} - \text{yellow egg icon} = 8 + 2 - 6 = 4$$

84. На цртежот десно е прикажан дел од магичен квадрат, т.е. квадрат во кој збирот на броевите запишани во секој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала е еднаков. Определи го збирот на броевите кои недостасуваат.

8		4
		9
6		2

Решение. Збирот на броевите во четвртата колона е еднаков на $9 + 4 + 2 = 15$. Според тоа, бројот запишан во централното квадратче е $15 - (8 + 2) = 5$, бројот што недостасува во првиот ред е $15 - (8 + 4) = 3$, бројот што недостасува во првата колона е $15 - (8 + 6) = 1$ и бројот што недостасува во четвртиот ред е $15 - (6 + 2) = 7$. Конечно, бараниот збир е еднаков на

$$3 + 1 + 5 + 7 = 16.$$

85. Во празните квадратчиња на големиот квадрат даден на цртежот десно запиши броеви така што збирот на броевите во секој ред и секоја колона ќе биде еднаков?

2	7	6
9	5	

Решение. Збирот на броевите во првиот ред е еднаков на $2+7+6=15$, што значи дека збирот на броевите во секој ред и секоја колона треба да биде еднаков на 15.

Во празното квадратче на првата колона треба да го запишеме бројот $15-(2+9)=4$, а во празното квадратче на вториот ред треба да го запишеме бројот $15-(9+5)=1$. Досега го добивме

2	7	6
9	5	1
4		

квадратот прикажан на цртежот десно. Понатаму, во празното квадратче на втората колона треба да го запишеме бројот $15-(7+5)=3$, а во празното квадратче на четвртата колона треба да го запишеме бројот

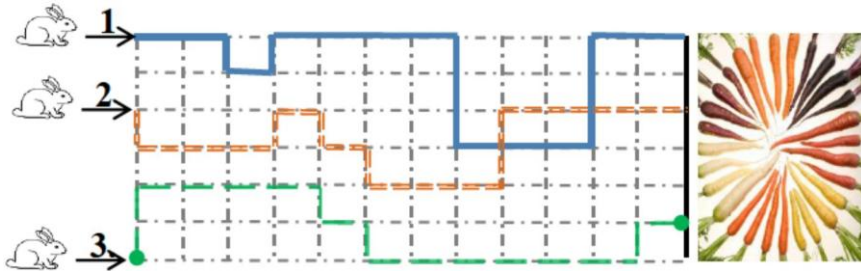
2	7	6
9	5	1
4	3	8

$15-(6+1)=8=15-(4+3)$.

На тој начин го добивме квадратот прикажан на цртежот лево.

III.4. ДВИЖЕЊЕ ПО ПАТЕКИ И ЛАВИРИНТИ

86. Скокот на секое зајаче е еднаков на должината на страната на квадратчињата во мрежата.



Колку скокови направило секое од зајачињата за да дојде до морковите?

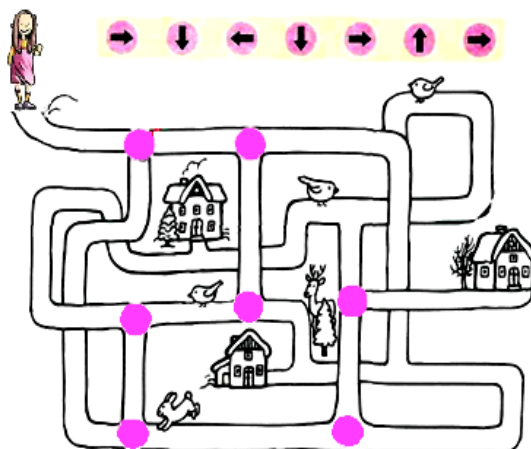
Решение. Хоризонтално мрежата има 12 квадратчиња и бидејќи ниту едно зајаче не се враќа наназад, добиваме дека сите три зајачиња направиле по 12 скока нанапред.

Зајачето 1 направило $1+3=4$ скока надолу и исто толку нагоре, што значи дека направило вкупно $12+4+4=20$ скока.

Зајачето 2 направило $1+2=3$ скока нагоре и $1+1+1=3$ скока надолу, што значи дека вкупно направило $12+3+3=18$ скока.

Зајачето 3 направило $2+1=3$ скока нагоре и $1+1=2$ скока надолу, што значи дека вкупно направило $12+3+2=17$ скока.

87. Марија оди на гости кај нејзината баба Катерина. Патот по кој таа треба да се движи се добива ако на означените места последователно ги ставиме стрелките кои се наоѓаат на горниот дел на цртежот десно. Обележи го патот по кој Марија треба да оди за да стигне кај нејзината баба.



Одејќи по патот на секоја раскрсница Марија свртува лево или десно. Колку пати таа свртела десно, а колку пати свртела лево?

Упатство. Последователно стави ги стрелките на означените места, а потоа исцртај го патот следејќи ги насоките кои ги покажуваат стрелките.

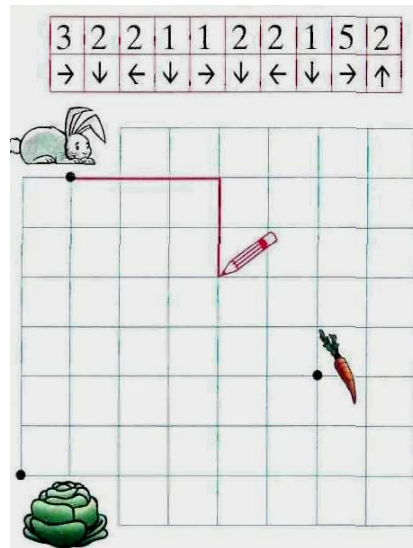
88. Павлина тргнала во насоката која ја покажува стрелката на цртежот десно. Таа на секоја раскрсница врти лево или десно. Павлина последователно вртела: десно, лево, лево, десно, лево и лево. До кои играчки дошла Павлина?



Упатство. Означи го патот по кој Павлина се движела. Пав-

лина дошла до мачето, кучето, автомобилчето и куклата.

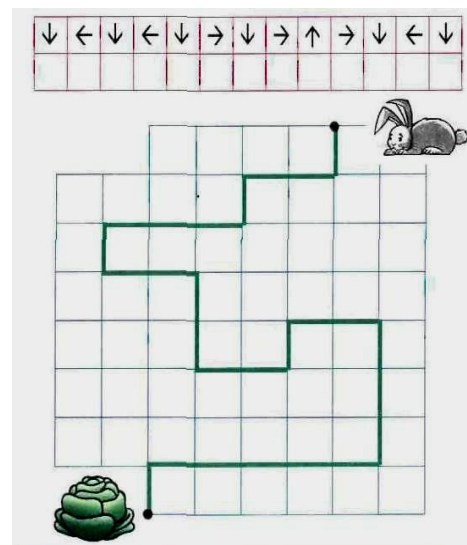
89. Во потрага по храна зајачето Ушко се движи по мрежата прикажана на цртежот десно. Ушко последователно се движи во насоките кои ги покажуваат стрелките во горниот дел на цртежот, при што во дадената насока поминува онолку полиња колку што изнесува бројот над соодветната стрелка. Делот од патот определен со првите две стрелки е прикажан на цртежот.



Која храна ја нашол Ушко: морковот или зелката?

Упатство. Означи го патот по кој се движело зајачето Ушко. Тоа дошло до морковот.

90. Зајачето Ушко тргнало во потрага по храна, при што за да стигне до зелката го поминал патот кој е означен на цртежот лево. Притоа тој се движел во насоките кои ги покажуваат стрелките во горниот дел на цртежот. Колку полиња Ушко одел надолу или нагоре, а колку лево или десно?



Упатство. Под секоја стрелка запиши го бројот на полињата кои ги поминувал во

насоката која ја покажува соодветната стрелка. Нагоре или надолу одел 10 полиња, а лево или десно одел 16 полиња.

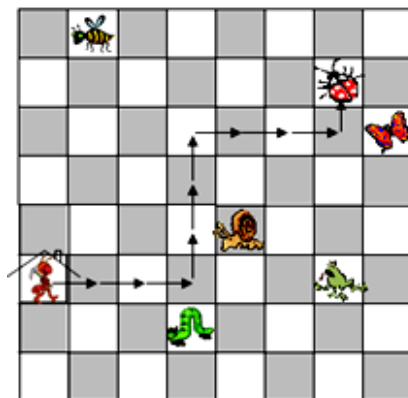
91. Атомската мравка тргнува од дома и следејќи ја шемата:

$\rightarrow 3, \uparrow 3, \rightarrow 3, \uparrow 1$

(види цртеж десно) ја посетила бубамарата. Кого ќе посети Атомската мравка, ако тргне од дома и се движи според шемата:

$\rightarrow 2, \downarrow 2, \rightarrow 3, \uparrow 3, \rightarrow 2, \uparrow 2$?

Упатство. Според стрелките нацртај го патот по кој ќе се движи Атомската Мравка. Таа ќе ја посети пеперутката.

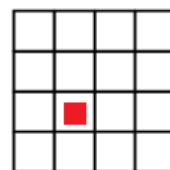


92. Петар има квадратна табла со четири реда и четири колони и квадратна плочка, која на таблата е поставена како на цртежот десно.

Петар плочката последователно ја поместува од квадратчето во кое се наоѓа во соседно квадратче (две квадратчиња се соседни ако имаат заедничка страна), и тоа во следниве насоки: $\rightarrow, \uparrow, \leftarrow, \downarrow, \rightarrow$.

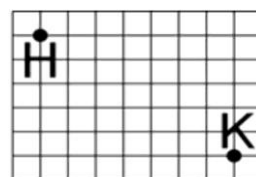
Во кое квадратче се наоѓа црвената плочка?

Упатство. Според стрелките нацртај го патот по кој Петар ќе ја поместува плочката. По петте поместувања плочката ќе се најде во третиот ред броејќи од горе, и тоа, во десното третото квадратче броејќи од лево кон десно.

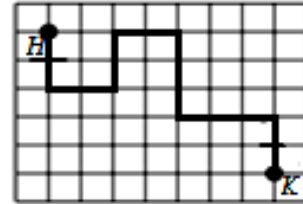


93. Нацртај го патот по кој може да се стигне од точката H до точката K така што последователно после поминати 2, 2, 2, 2, 3, 3 и 2 квадратчињата во шемата дадена на цртежот десно се менува насоката, но притоа да не се помине двапати низ иста точка.

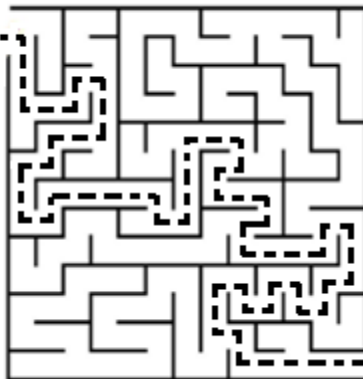
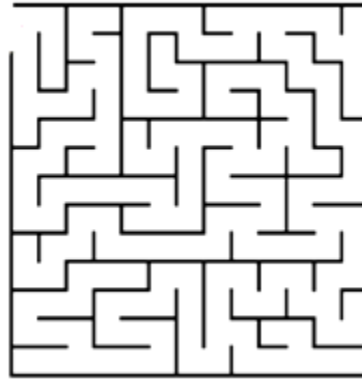
Решение. Бидејќи од H до K , како хоризонтално, така и вертикално, има непарен број квадратчиња, заклучуваме дека 3 квадратчиња треба да се поминат хоризонтално (легнато), а другите



3 квадратчиња треба да се поминат вертикално (исправено). Вкупно, одејќи хоризонтално, па вертикално меѓу H до K има $7+5=12$ квадратчиња, а бројот квадратчињата кои треба да се поминат е $2+2+2+2+3+3+2=16$, што значи дека $16-12=4$ квадратчиња треба да поминат 2 нагоре и 2 надолу, или 2 лево и 2 десно. Сега, испитувајќи неколку можности (почни одназад-нанапред), го добиваме патот прикажан на цртежот десно.



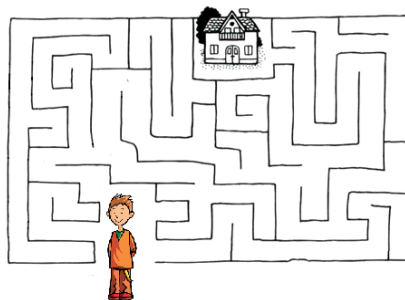
94. Дедо Мраз треба да помине низ лавиринтот за да ги стави подароците под елката на Горјан. Помогни му да го најде патот.



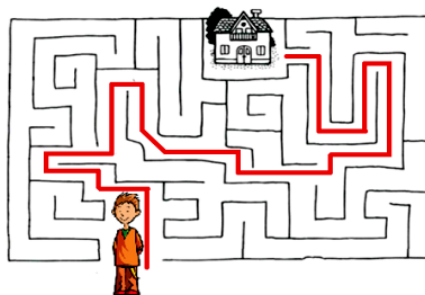
Решение. Ако го искористиме правилото за движење низ лавиринти, т.е. ако постојано на секоја раскрсница вртиме лево, при што не ги земама предвид деловите од патот кој нè враќаат на иста раскрсница, добиваме дека Дедо Мраз треба да

оди по патот кој на левиот цртеж е прикажан со испрекинатата искршена линија.

95. Таткото на малиот Петар е љубител на природата, па затоа пред нивната куќа направил лавиринт од жива ограда. Петар излегол да се прошета, но поминувајќи низ лавиринтот заборавил да го означи патот по кој се движел. Помогни му на Петар да се врати дома.

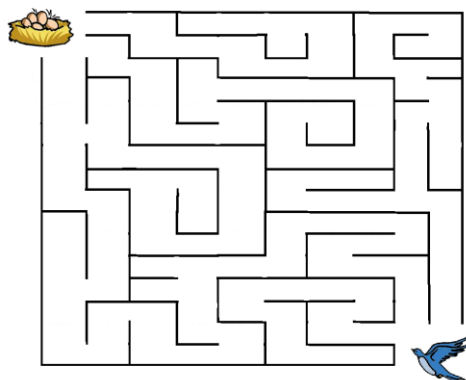


Решение. Доволно е на секоја раскрсница Петар да се движи или само лево или само десно. Притоа, некои делови од лавиринтот непотребно ќе ги помине, меѓутоа на крајот ќе стигне до излезот, т.е. до назначеното место. Во случа-



јов, Петар треба да тргне право, а потоа на секоја раскрсница нека свртува десно. Јасно, при означувањето на патот по кој Петар ќе се врати дома задолжително треба да ги испуштиме деловите од патот кои не е потребно да се поминат. Решението е дадено на цртежот десно.

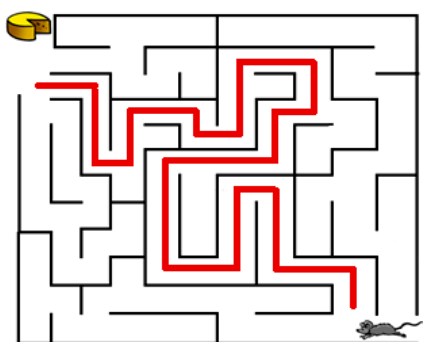
96. Во потрага по храна птицата го напуштила своето гнездо кое се наоѓа на спротивната страна на паркот кој е во форма на лавиринт. Помогни и на птицата да се врати во гнездото. Означи го само патот кој птицата мора да го помине.



-

A black and white line drawing of a complex maze. A path is highlighted in purple, starting from a person standing at the top right and winding through the maze to a house at the bottom center. The house has a chimney and a small porch. There are trees to the left of the house. The maze consists of many interconnected rectangular and square paths.

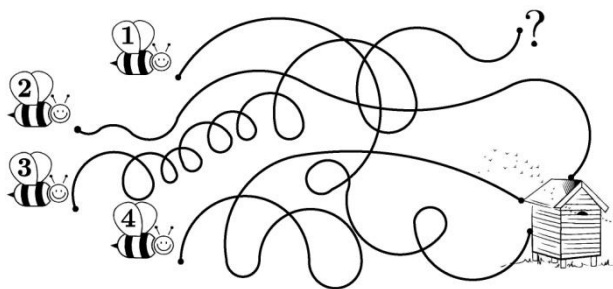
-
- A square maze with a yellow wedge of cheese at the top left corner and a grey mouse at the bottom right corner. The maze is a complex network of black lines forming a grid with various openings and dead ends. The mouse is positioned at the bottom right, facing towards the cheese.



Упатство. Постапуваме како во случајот на претходните две задачи. Лесно се забележува дека првиот пат десно не враќа на почеток, па затоа треба да одиме по вториот пат десно. Решението е дадено на цртежот лево.

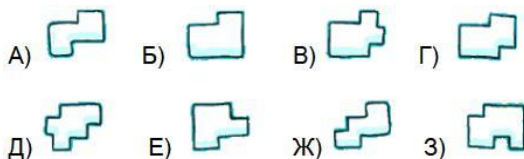
III.5. РАЗНИ ЗАДАЧИ

99. Разгледај го претежот десно. Која пчела нема да дојде до кошарата?



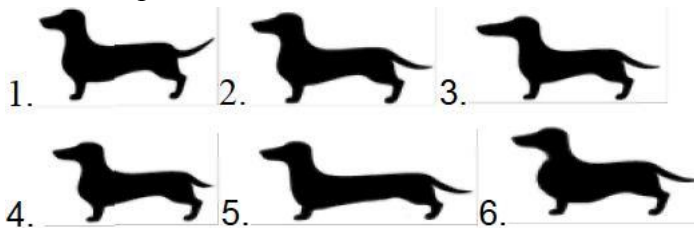
Решение. Одејќи по линиите кои покажуваат како пчелите летаат добиваме дека пчелата означена со бројот 3 нема да дојде до улиштето.

100. Пингвинот од парчиња мраз си прави кука (цртеж десно). За да ја доправи кукаата тој треба да стави уште едно од долните парчиња мраз. Кое парче треба да го стави?



Решение. Парчето кое пингвинот треба да го стави има форма која се добива кога два правоаголника ќе се преклопат во по едно теме. Единствено такво парче мраз е парчето под Г).

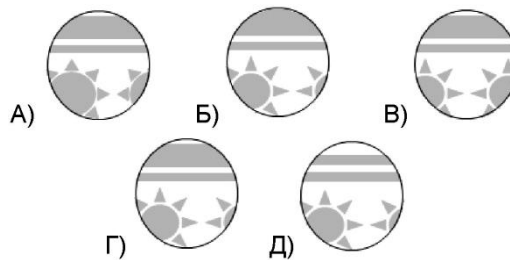
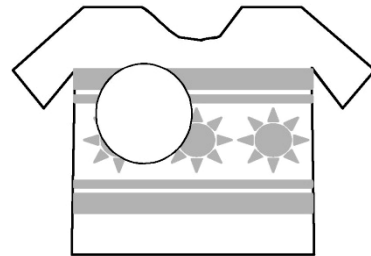
101. Павел го однесол кучето Рекс на натпревар (цртеж десно). На долниот цртеж се дадени силуетите на кучињата кои ги освоиле првите шест места.



Кое место го освоил Рекс?

Решение. Кучето 1 има крената опашка, па не е Рекс; кучето 3 има подолга муцка од Рекс; кучето 4 има покуса опашка од Рекс; кучето 5, споредено со Рекс, има подолго тело во однос на висината и кучето 6 е подебело од Рекс. Според тоа, Рекс го освоил второто место.

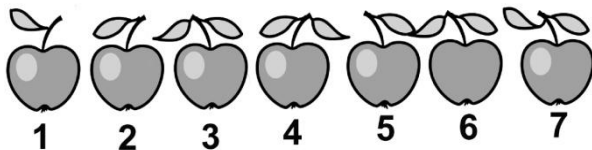
102. Молец го оштетил омилиот џемпер на Илија (цртеж десно). За да го поправи Неговата баба Марија сплетила неколку платки, кои се прикажани на долниот цртеж. Која платка треба да се стави за да џемперот биде ист како порано?



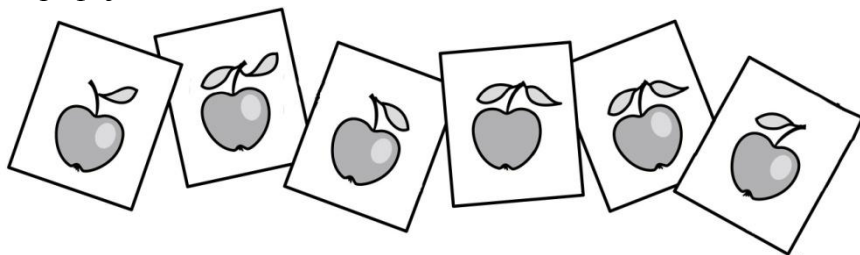
Решение. Плетка Д отпаѓа, бидејќи не се исти дебелините на хоризонталните линии. Плетката В отпаѓа бидејќи двете сонца имаат по 4 зраци, а на оштетениот дел недостасуваат 5 зраци на едното сонце и два зрака на другото сонце. Плетката А отпаѓа бидејќи зраците на сонцата се различни од оние на џемперот. Остануваат плетките Б и Г. На плетката Г над хоризонталните

ленти има бела површина, како што е тоа и кај оштетениот дел од цемперот, а на плетката Б нема таков дел. Значи, треба да се стави плетката Г.

103. Ангела во огледало го фотографирала одразот на јаболката прикажани на долниот цртеж.



Таа направила фотографија од секое јаголко, но една фотографија загубила (цртеж долу). Кое јаголко било на загубената фотографија?



Решение. Три од фотографираниите јаголка имаат по едно ливче и точно три фотографии се со по едно ливче. Значи, остануваат јаболката 3, 4, 6 и 7. Единствено јаголкото 6 нема светла дамка и тоа е прикажано на четвртата фотографија од лево. Значи, остануваат јаболката 3, 4 и 7. Кај седмото јаголко дамката и ливчето свртено нагоре се на левата страна, што значи дека на фотографијата треба да се на десната страна и тоа е токму на втората фотографија од лево. Дршката на третото јаголко е свртена кон дамката, и тоа е прикажано на петтата фотографија од лево. Конечно, Ангела ја загубила фотографијата на четвртото јаголко.

104. Дадени се следниви низи од по четири цифри и на секоја низа ѝ е придружен едноцифрен број:

$8809 \rightarrow 6$ $7111 \rightarrow 0$ $2172 \rightarrow 0$ $6666 \rightarrow 4$ $1111 \rightarrow 0$
 $3213 \rightarrow 0$ $7662 \rightarrow 2$ $9312 \rightarrow 1$ $0000 \rightarrow 4$ $2222 \rightarrow 0$
 $3333 \rightarrow 0$ $5555 \rightarrow 0$ $8193 \rightarrow 3$ $8096 \rightarrow 5$ $7777 \rightarrow 0$
 $9999 \rightarrow 4$ $8888 \rightarrow 8$ $7768 \rightarrow 3$ $9888 \rightarrow 7$ $5331 \rightarrow 0$.

Кој број треба да се придружи на низата 6682.

Решение. Забележуваме дека на низите 7111, 2172, 1111, 3213, 2222, 3333, 5555, 7777 и 5331 им е придружен бројот 0. Заедничко за сите овие низи цифри е што во записите на сите цифри не се содржи затворена линија. Понатаму, на низата 7662 ѝ е придружен бројот 2, т.е. бројот на затворените линии кои се употребени во записите на цифрите. Слично, на сите други низи им е придружен бројот на затворените линии кои се употребени во записите на цифрите.

Конечно, бидејќи во запишувањето на цифрите од низата 6682 се искористени 4 затворени линии, заклучуваме дека на оваа низа треба да ѝ се придружи бројот 2.

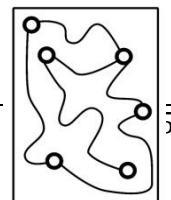
105. За Денот на чегата Марко, Матеј, Максим и Горјан направиле маски за лице (види цртеж долу).

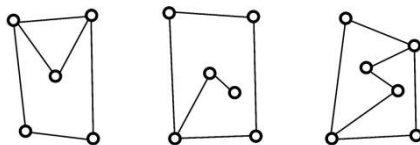


Маската на Горјан се разликува од маските на останатите тројца според: формата на носот и формата на лицето. Која маска ја направил Горјан?

Решение. Горјан не ги направил првата и четвртата маска бидејќи лицето на овие две маски има кружна форма. Но, Горјан не ја направил ниту маската со форма на триаголник бидејќи кај оваа и кај четвртата маска е иста формата на носот. Значи, Горјан ја направил маската кај која формата на лицето е правоаголник и кај оваа маска формата на носот повторно е правоаголник, додека кај другите е круг или триаголник.

106. Капетанот Кука имал географски карти на три острови (цртеж долу).

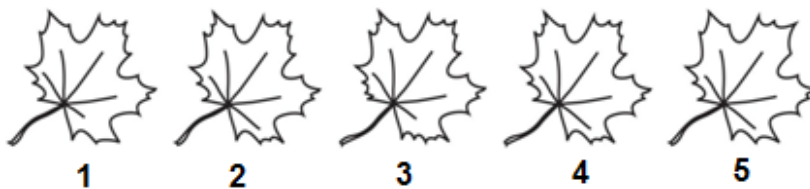




При едно невреме ветерот ги однесол картите. Капетанот Кука по сеќавање нацртал една од картите (цртеж горе десно). Која карта ја нацртал капетанот Кука: левата, десната или средната?

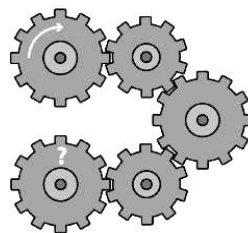
Решение. Капетан Кука не ја нацртал левата карта бидејќи на неа има пет точки, а на картата која ја нацртал има шест точки. Тој не ја нацртал и десната карта бидејќи на неа има седум линии, а на картата која ја нацртал има шест линии. Останува средната карта и ако добро погледнеме, ќе забележиме дека Кука ја нацртал токму оваа карта.

107. Мартин нацртал неколку листови од јавор. Еден од листовите е даден нацртежот десно. Со кој број е означен листот на долниот цртеж?



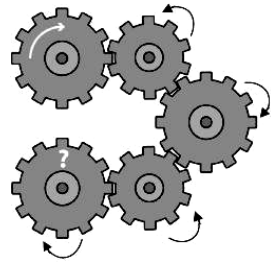
Решение. Листот на Мартин не е означен со броевите 1, 2 и 5 бидејќи кај листовите означени со овие броеви дршките се испапчени, а кај листот на Мартин дршката е вдлабната. И листот означен со бројот 3 не е листот на Мартин бидејќи во долниот дел листот на Мартин има три вдлабнатини од кои едната е голема, а листот со број 3 има четири мали вдлабнатини. Конечно, останува листот со број 4 за кој ако добро погледнеме, ќе видиме дека тоа е листот на Мартин гледан во огледало.

108. Пет запчаници се поврзани еден со друг како што е прикажано на цртежот десно. Во која насока ќе се врти запчаникот на кој е нацртан прашалникот, ако првиот запчаник се врти во насока на движењето на стрел-

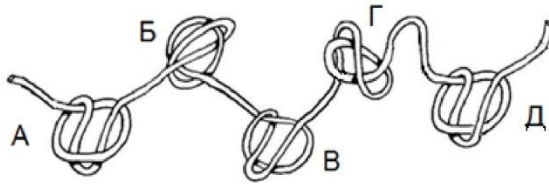


ките на часовникот (види цртеж)?

Решение. Два соседни запченика се вртат во спротивни насоки. Значи, првиот, третиот и петтиот запченик ќе се вртат во иста насока, а вториот и четвртиот запченик ќе се вртат во спротивната насока (види цртеж). Според тоа, запченикот на кој се наоѓа прашалникот ќе се врти во насоката на движењето на стрелките на часовникот.

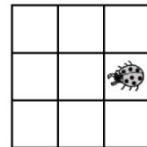


109. Павел вежба врзување јазли. Тој со јаже се обидел да врзи пет јазли. Потоа за краевите го повлекол јажето. Колку јазли врзал Павел? Кои се тие јазли?

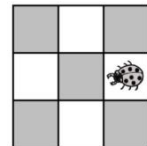


Решение. Очигледно А, Б и Г не се јазли, а В и Д се јазли. Според тоа, Павел направил два јазли.

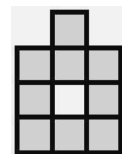
110. Во поле на табла со три реда и три колони се наоѓа бубамара. Бубамарата може да ползи само од едно во друго соседно поле. Таа ползи преку две полиња и застанува на третото поле. Означи ги полињата на кои може да застане бубамарата. (Соседни се полиња кои имаат заедничка страна.)



Решение. Аголните и централното поле да ги обоиме во сива боја, а останатите полиња нека останат бели. Преминот од едно во друго поле да го наречеме чекор. За да премине во бело поле бубамарата треба да направи 0, 2 или 4 чекори. Но таа прави 3 чекори, што значи дека нема да доползи до бело поле. Јасно, во сите сиви полиња може да стигне со 3 чекори, т.е. да доползи.

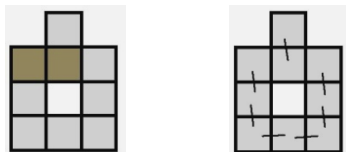


111. Мартин добил чоколадо од 9 „коцки“, во форма како што е прикажано на цртежот десно. Тој сака од чоко-



ладото да оддели парче од две „коцки“, како домино плочка, но притоа остатокот од чоколадото да не се распадне на два дела. На колку начини Мартин може да ги оддели двете „коцки“?

Решение. Ако Мартин оддели две „коцки“ како што е прикажано на цртежот лево, тогаш остатокот од чоколадото ќе се распадне на два дела. Тоа ќе се случи и ако ги оддели десните две „коцки“ во истиот ред.



Во сите другите случаи, при одделување на двете „коцки“ остатокот од чоколадото нема да се подели на делови (цртеж лево). Според тоа, Мартин може да оддели две „коцки“ на 7 начини.

112. Капетанот Кука нашол по две златни плочки во облиците како на цртежот десно. Плочките му ги покажал на готвачот Смит и му



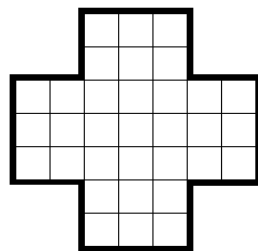
кажал дека ќе му даде две плочки ако успее со двете плочки од едниот облик и со двете плочки од другиот облик да состави исти фигури, без притоа плочките да се преклопуваат. (За две фигури сметаме дека се исти ако тие имаат иста форма и исти димензии. Плочките смеат да се вртат и превртуваат.)

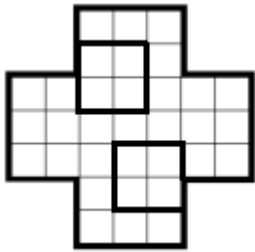
Решение. Едно решение на задачата е дадено на долните цртежи.



113. Дадени се три плочки од видот

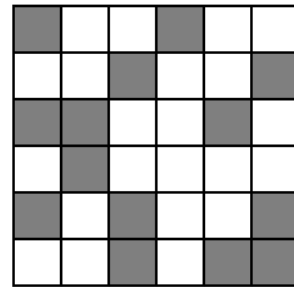
Постави две плочки на таблата прикажана на цртежот десно, но така што на таблата нема да може да се постави третата плочка без притоа таа веќе поставените плочки да ги допира со страна или теме.





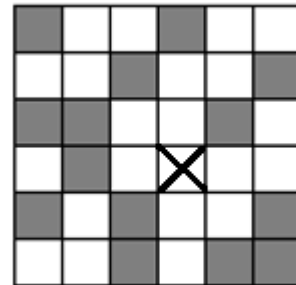
Решение. Едно решение на задачата е дадено на левиот цртеж. Постојат и други решенија, но тие се засноваат на истата идеја, т.е. едната плочка да е поставена во горната (односно левата) половина од фигурата, а другата да е поставена во долната (односно, десната) половина од фигурата и притоа плочките да не се поставени во исти колони (односно редови). Нацртај уште некое од овие решенија.

114. Горјан и Јована на табла 6×6 ја играат играта „Морски борби“, во која треба да се погодат бродовите на противникот. Во текот на играта Јована ги обоила полињата на кои Горјан веќе нема бродови. Горјан има уште еден брод од

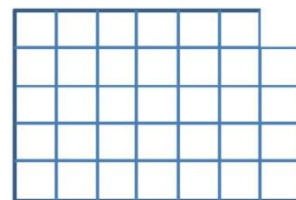


облик . Определи го најмалиот број „пукања“ на Јована за да го погоди бродот. Означи во кои полиња треба да „пука“ Јована.

Решение. Очигледно брод составен од три единични квадратчиња може да се постави само во четвртиот ред и четвртата колона. Ако Јована „пука“ во четвртото квадратче на четвртиот ред, тогаш како и да е поставен бродот во овој ред таа ќе го погоди. Притоа, бродот ќе биде погоден и ако е поставен во четвртата колона (Зошто?). Значи, Јована треба да „пука“ само еднаш. На цртежот десно е означено полето во кое треба да „пука“ Јована.

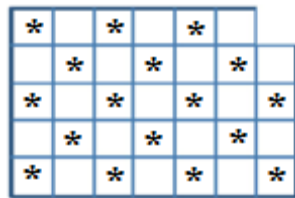


115. Во квадратчињата на фигурата дадена на цртежот десно запиши го најголемиот можен број ѕвезди, по една ѕвезда во квадратче, но така што да нема соседни



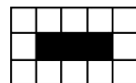
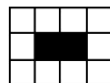
квадратчиња во кои се запишани ѕвезди. (Соседни се квадратчињата кои имаат заедничка страна.) Колку ѕвезди запиша?

Решение. Бидејќи аголните квадратчиња имаат само по две соседни квадратчиња, а другите квадратчиња имаат по три или четири соседни квадратчиња, најголемиот број ѕвезди ќе биде запишан ако можеме во секое од нив да запишеме по една ѕвезда. Лесно се гледа дека тоа можеме да го направиме ако ѕвездите ги распоредиме како полињата од иста боја на шаховската табла (цртеж десно). На тој начин се запишани вкупно 17 ѕвезди.



Забелешка. Точно 17 ѕвезди може да се запишат и ако се направи обратниот распоред, т.е. ѕвездите се запишат во полињата кои на горниот цртеж останаа непотполнети, а пополнетите полиња останат празни.

116. Секоја фигура на цртежот десно се добива кога редот од црни квадратчиња се



загради со бели квадратчиња. Со колку бели квадратчиња е заграден ред од 7 црни квадратчиња?

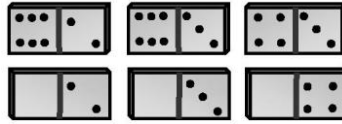
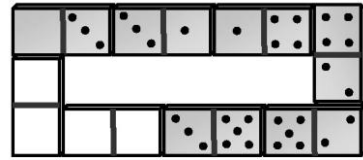
Решение. Последователно имаме:

- ред од 1 бело квадратче е заграден со $3+1+1+3$ бели квадратчиња,
- ред од 2 бели квадратчиња е заграден со $3+2+2+3$ бели квадратчиња,
- ред од 3 бели квадратчиња е заграден со $3+3+3+3$ бели квадратчиња.

Забележуваме дека бели квадратчиња има колку и црни квадратчиња над и под црните и по три во крајната лева и крајната десна колона. Значи, 7 црни квадратчиња се заградени со $3+7+7+3=20$ бели квадратчиња.

117. Во играта домино плочките се поставуваат една до друга така што две соседни плочки на половините во кои се допираат имаат еднаков број точки.

На цртежот десно се поставени шест плочки. На означените места Горјан треба да постави уште две плочки од долните плочки.



Кои плочки треба да ги постави Горјан, за да се запази праилото на играта?

Решение. Горјан треба да постави една плочка легната и една плочка исправена. Според правилото, исправената плочка треба да има една половина без точки, а легната плочка треба да има една половина со три точки. Понатаму, бидејќи овие две плочки се допираат, тие на вторите половици треба да имаат еднаков број точки. Затоа, ако Горјан исправено ја постави плочката со 0 и 2 точки, тогаш легната треба да постави плочка со 2 и 3 точки, а таква нема. Ако исправено ја постави плочката со 0 и 3 точки, тогаш легната треба да постави плочка со 3 и 3 точки. Конечно, ако исправено ја постави плочката со 0 и 4 точки, тогаш легната ќе ја постави плочката со 4 и 3 точки и тоа е според правилата на играта домино.

118. Со помош на чкорчиња цифрите од

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се запишуваат како на цртежот десно. Гор-

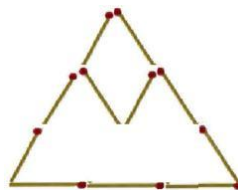


јан ја запишал цифрата 5 и кон оваа цифра на сите можни начини поставил огледало и гледал од сите страни. Кои едноцифрени и двоцифрени броеви може да ги види Горјан.

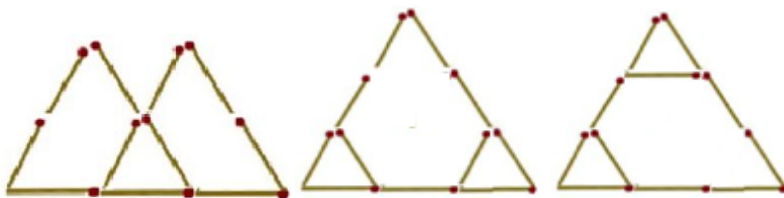
Решение. Горјан може да ги види броевите 5, 2, 3, 52 и 25, и не може да види други броеви. Начините на поставување на огледалото за да ги види овие броеви се дадени на долниот цртеж.



119. Фигурата на цртежот десно е направена од чкорчиња. Премести две чкорчиња така што ќе добиеш три триаголници.



Решение. Задачата има повеќе решенија. На долните цртежи се дадени три решенија.



120. Марко со помош на чкорчиња запишал:

$$\begin{array}{c} VI + VI = I \\ X - I = XI \end{array}$$

Неговата сестра Маја му рекла: „Ова не се точни равенства.“, на што Марко ѝ одговорил: „Знам. Во секој запис треба да преместиш по едно чкорче за да се добијат точни равенства.“

Дали е Марко во право? Покажи кои чкорчиња треба да се преместат за да се добијат точни равенства.

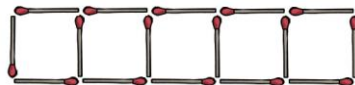
Решение. Извади го чкорчето од знакот плус и додади го така што првиот број ќе биде седум, со што ќе го добиеш точното равенство

$$VII - VI = I$$

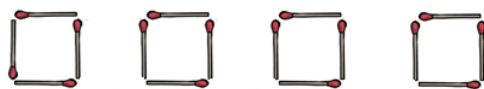
Со преместување на крајното десно чкорче замени ги местата на броевите десет и единаесет, со што ќе добиеш точно равенство:

$$XI - I = X$$

121. На цртежот десно се дадени пет квадрати, кои се направени со помош на чкорчиња. Премести 4 чкорчиња, но така што ќе добиеш четири квадрати.

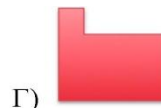


Решение. Од првиот и вториот ред извади ги второто и четвртото чкорче и од четирите чкорчиња формирај нов квадрат:



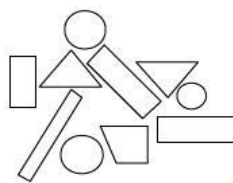
IV ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ

1. Која од дадените фигури на цртежот има најмногу страни.



Решение. Фигурите А), Б) и Г) имаат по шест страни, додека фигурата В) има седум страни. Значи, од дадените фигури најголем број страни има фигурата В).

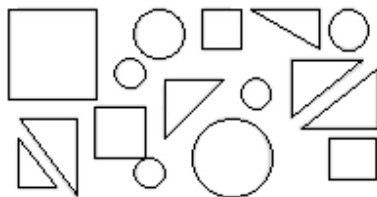
2. Разгледај го цртежот десно. Колку е поголем бројот на кружниците и триаголниците од бројот на правоаголниците?



Решение. На дадениот цртеж има 4 правоаголници, 2 триаголника и 3 кружници.

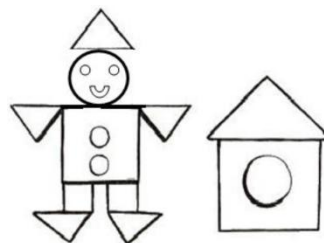
Имаме, $3+2-4=1$, што значи дека бројот на кружниците и триаголниците е за 1 поголем од бројот на правоаголниците.

3. На цртежот десно се дадени кружници, триаголници и квадрати. За колку е поголем бројот на квадратите и триаголниците од бројот на кружниците?



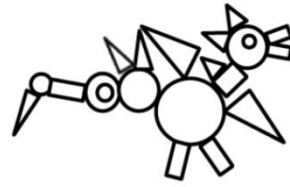
Решение. На цртежот има 6 кружници, 4 квадрати и 6 триаголници. Според тоа, има еднаков број кружници и триаголници, па затоа бројот на квадратите и триаголниците е поголем од бројот на кружниците за 4, т.е. за бројот на квадратите.

4. Марко од геометриски фигури го направил цртежот десно. Колку фигури употребил од секој вид? Колку вкупно фигури употребил Марко?



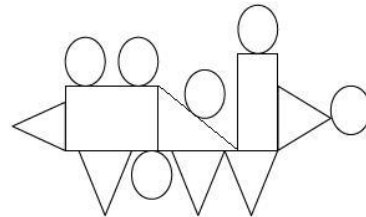
Решение. Марко употребил 6 триаголници, 4 квадрати и 6 круга. Тој вкупно употребил $6+4+6=16$ фигури.

5. Матеј од кругови, триаголници и правоаголници направил украсен петел (цртеж десно). По колку фигури од секој вид употребил? Колку кругови помалку употребил Матеј од триаголници и четириаголници заедно?



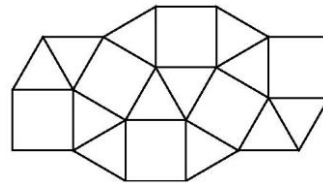
Решение. Матеј употребил 7 круга, 8 триаголници и 6 правоаголници. Тој употребил $8+6-7=7$ круга помалку отколку што вкупно употребил триаголници и правоаголници.

6. Васко ја нацртал фигурата дадена на цртежот десно. Уште колку кругови треба да нацрта Васко за да бројот на круговие е еднаков на збирот на броевите на триаголниците и правоаголниците.



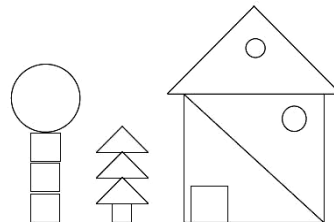
Решение. Васко нацртал 6 круга, 6 триаголници и 2 правоаголници. Бројот на круговите е еднаков на бројот на триаголниците, па затоа Васко треба да нацрта уште 2 круга.

7. а) Колку квадрати има на цртежот десно?
б) Колку триаголници има на цртежот десно?



Решение. а) На дадениот цртеж има 6 квадрати.
б) На дадениот цртеж има 12 триаголници.

8. Разгледај го цртежот десно. Од збирот на бројот на триаголниците и бројот на квадратите одземи го бројот на круговите.



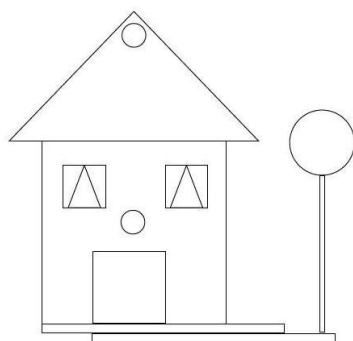
Решение. На цртежот има 3 круга, 6 триаголници и 6 квадрати. Имаме:

$$6+6-3=12-3=9.$$

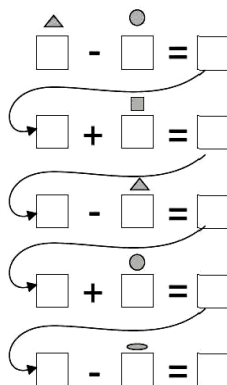
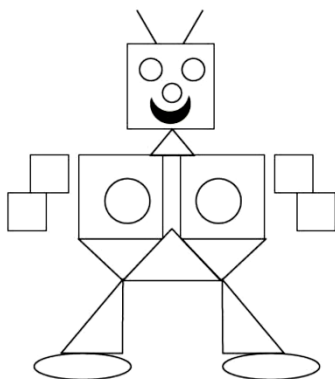
9. Разгледај го цртежот десно. Од збирот бројто на круговите и бројот на квадратите одземи го збирот на бројот на правоаглиците бројот на и триаголниците.

Решение. На дадениот цртеж има 3 круга, 4 квадрати, 3 триаголници и 3 правоаголници. Имаме

$$3 + 4 - (3 + 3) = 7 - 6 = 1.$$

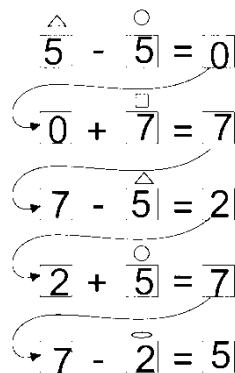


10. Роботот прикажан на долниот цртеж е составен од квадрати, триаголници, кругови и јајцевидни фигури. Колку фигури се употребени од секој вид? Реша го дијаграмот даден на цртежот десно?



Решение. Роботот е направен од 5 круга, 7 квадрати, 6 триаголници и 2 јајцевидни фигури.

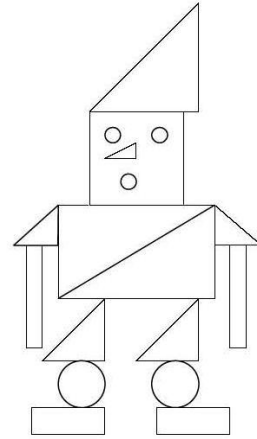
Решението на дијаграмот е прикажано на цртежот десно.



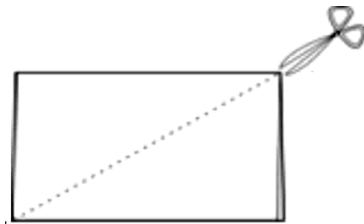
11. Роботот прикажан на цртежот десно е составен од кругови, триаголници и правоаголници. По колку од секоја фигура е искористено за да се направи роботот? Колку вкусно фигури се искористени за правење на роботот?

Внимавај, квадратот е вид правоаголник!

Решение. На дадениот цртеж има 8 триаголници, 5 круга и 6 правоаголници. Меѓутоа, едниот правоаголник е составен од 2 триаголника, што значи дека за да се направи роботот, искористени се 5 круга, 8 триаголници и 5 правоаголници. Вкупниот број фигури за правење на роботот е еднаков на $5+8+5=18$.



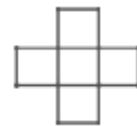
12. Стојан превиткал квадратен лист хартија на половина така што добил правоаголник. Потоа тој го расекол правоаголникот како што е прикажано на цртежот десно. Какви геометриски фигури добил Стојан?



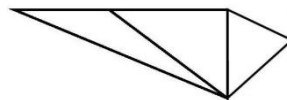
Решение. Стојан добил еден рамнокрак триаголник и два еднакви правоаголника кои имаат по еден прав агол.

13. Даден е квадрат со должина на страна 1 cm . Над неговите страни однадвор се нацртани други квадрати со должина на страна 1 cm . Колку отсечки со должина 1 cm има на добиената фигура?

Решение. На почетокот има 4 отсечки со должина 1 cm . Бидејќи над секоја страна на квадратот доцртуваме квадрат, ќе доцртаме 4 нови квадрати. При доцртување на секој нов квадрат добиваме уште 3 отсечки со должина 1 cm (цртеж десно). Според тоа, на добиената фигура има $4+3+3+3+3=16$ отсечки со должина 1 cm .

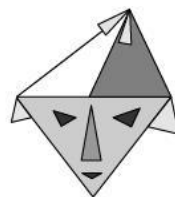


14. Колку триаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно?



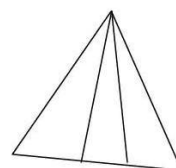
Решение. Дадената фигура содржи 3 единични триаголници и 1 триаголник составен од два единечни триаголници. Според тоа, фигурата содржи $3+1=4$ триаголници.

15. За денот на шегата Александар ја направил маската прикажана на цртежот десно. Од колку триаголници е направена маската на Александар?



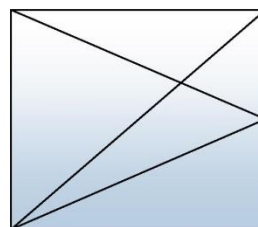
Решение. Лесно се гледа дека маската содржи 11 единични триаголници и 1 триаголник составен од два единични триаголника. Според тоа, маската е направена од $11+1=12$ триаголници.

16. Колку триаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно?



Решение. На дадената фигура има 3 единични триаголници, 2 триаголника составени од по два единични триаголници и 1 триаголник составен од три единични триаголници. Според тоа, дадената фигура содржи $3+2+1=6$ триаголници.

17. Колку триаголници содржи фигурата дадена на цртежот десно?



Решение. Дадената фигура содржи 5 единични триаголници, 4 триаголници составени од два единечни триаголници и 1 триаголник составен од три единични триаголници. Според тоа, вкупниот број триаголници содржани на цртежот десно е еднаков на $5+4+1=10$.

18. Колку триаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно?

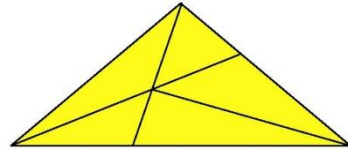


Решение. Дадената фигура содржи 4 единични триаголници, 2 триаголници составени од два

единечни триаголници и целата фигура е триаголник. Според тоа, имаме $4 + 2 + 1 = 7$ триаголници.

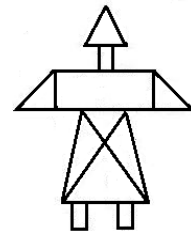
19. Колку триаголници има на цртежот десно?

Решение. На цртежот десно има 5 единечни триаголници, 4 триаголници составен од два единични триаголници, 2 триаголници составени од три единични триаголници и големиот триаголник. Според тоа, на дадениот цртеж има $5 + 4 + 2 + 1 = 12$ триаголници.



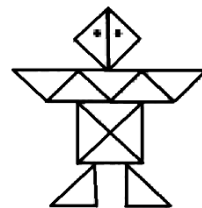
20. Колку четириаголници и колку триаголници содржи фигурата која е прикажана на цртежот десно. Колку триаголници има повеќе од правоаголници?

Решение. На дадениот цртеж има 4 правоаголници. Понатаму, има 7 единични триаголници и 4 триаголници составен од два единични триаголника. Значи, фигурата содржи $7 + 4 = 11$ триаголници. Конечно, бројот на триаголниците е за $11 - 4 = 7$ поголем од бројот на правоаголниците.



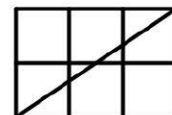
21. Колку триаголници има на цртежот десно?

Решение. На дадениот цртеж има 13 триаголници составени од по 1 мал триаголник и 4 триаголници составени од по 2 мали триаголника. Според тоа, вкупниот број триаголници на дадената фигура е еднаков на $13 + 4 = 17$.

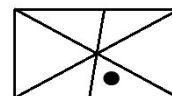


22. Колку триаголници има на цртежот десно? Колку квадратчиња има на овој цртеж?

Решение. На дадениот цртеж има 10 триаголници и 8 квадрати.



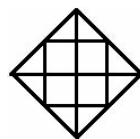
23. Разгледај го цртежот десно. Во колку триаголници има круг?



Решение. Кругот се наоѓа само во триаголници кои се целосно под едната или другата дијагонала на правоаголникот. Под секоја дијагонала има по 3 такви триаголници, од кои 2 се повторуваат. Значи, на цртежот има $3+3-2=4$ триаголници во кои е кругот.

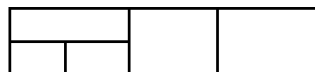
24. Разгледај ја фигурата дадена на цртежот десно.

Што има повеќе, триаголници или правоаголници и за колку? Внимавај, квадратите се вид правоаголници!



Решение. Дадената фигура содржи 20 триаголници и 10 правоаголници. Според тоа, дадената фигура содржи $20-10=10$ триаголници повеќе.

25. Колку правоаголници содржи фигурата прикажана на цртежот десно?



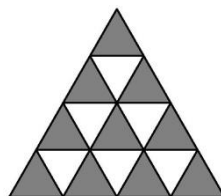
Решение. Дадената фигура содржи 5 единични правоаголници, 2 правоаголници составени од по два единични правоаголници, 1 правоаголник составен од три единични правоаголници, 1 правоаголник составен од четири единични правоаголници и 1 правоаголник составен од пет единични правоаголници (целата фигура е правоаголник). Според тоа, вкупниот број правоаголници е еднаков на $5+2+1+1+1=10$.

26. Колку правоаголници има на цртежот десно?



Решение. На дадениот цртеж има 5 единични правоаголници, 4 правоаголници составени од по два единични правоаголника, 1 правоаголник составен од три единични правоаголници, 1 правоаголник составен од четири единични правоаголници и големиот правоаголник. Според тоа, на дадениот цртеж има $5+4+1+1+1=12$ правоаголници.

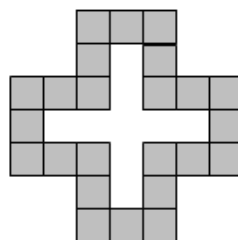
27. Разгледај ја фигурата дадена на цртежот десно. Од бројот на  одземи го бројот на .



Решение. *Прв начин.* Во секој ред на дадената фигура бројот на триаголниците од видот  е за 1 поголем од бројот на триаголниците . Бидејќи фигурата има четири реда, бараната разлика е еднаква на $1+1+1+1=4$.

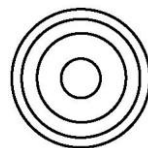
Втор начин. Дадената фигура има $4+3+2+1=10$ триаголници од видот  и $3+2+1=6$ триаголници од видот . Бараната разлика е еднаква на $10-6=4$.

28. На цртежот десно е дадена фигура составена од сиви квадратчиња. Со колку сиви квадратчиња може да се покрие внатрешноста на фигурата.



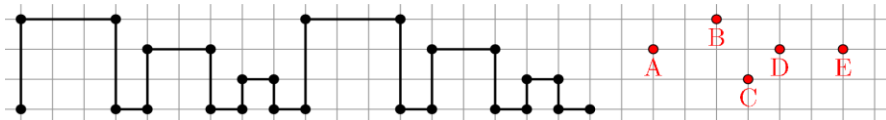
Решение. Во внатрешниот крст имаме 5 вертикално и 5 хоризонтално поставени квадратчиња. Квадратчето во пресекот на хоризонталниот и вертикалниот дел на крстот е броено двапати, што значи дека за да се покрие внатрешноста на фигурата, потребни се $5+5-1=9$ квадратчиња.

29. Фугурата  која е составена од две кружности ја наринуваме прстен. Колку прстени се прикажани на цртежот десно?



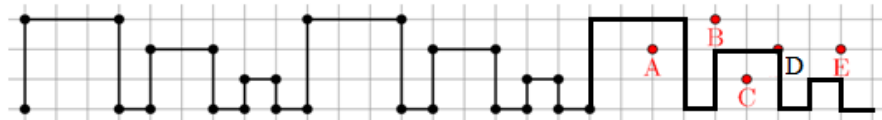
Решение. На дадениот цртеж има четири кружни-
ци. Најмалата кружница формира 3 прстени со секоја од другите
три кружници. Следната по големина формира 2 прстени со
двете поголеми кружници. Најголемите две кружници фор-
мираат 1 прстен. Според тоа, на дадениот цртеж се прикажани
 $3+2+1=6$ прстени.

30. Горјан нацртао два пати иста искршена линија и го добил следниов цртеж:



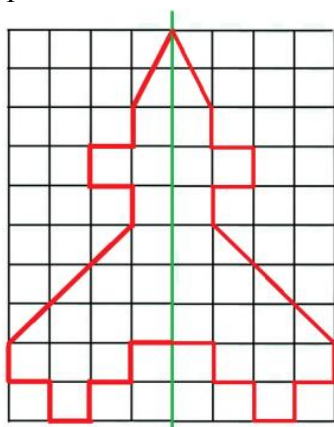
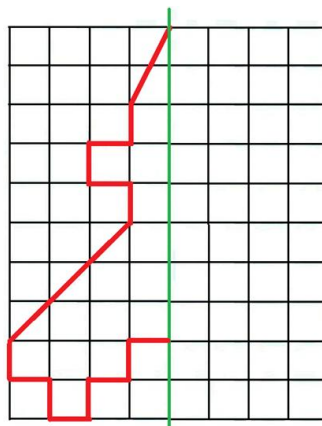
Потоа истата искршена линија ја нацртал уште еднаш. Која точка лежи на искршената линија?

Решение. Ако уште еднаш ја нацртаме искршената линија, го добиваме долниот цртеж.



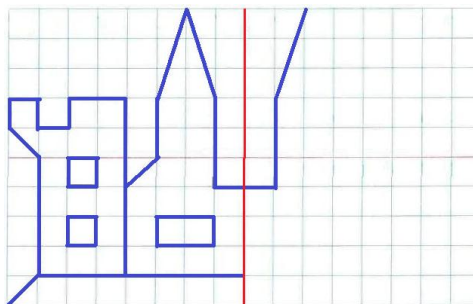
Според тоа, точката D лежи на искршената линија.

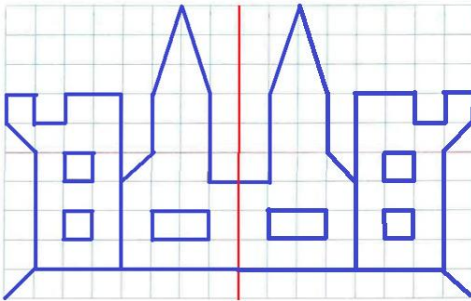
31. Даден правоаголник со должина на страни 10 cm и 8 cm е поделен на еднакви квадратчиња со должина на страна 1 cm , при што е добиена правоаголна мрежа за која велиме дека е 10×8 правоаголник (цртеж десно). Во мрежата е нацртана половина од ракета подготвена за полетување. Доцртај ја другата половина од ракетата.



Решение. Во однос на линијата која ја дели квадратната мрежа (симетралата) на два еднакви дела, за секое теме на дадената половина на ракетата треба да најдеме спротивно теме на другата половина, а потоа да ги поврземе најдените темиња. Спротивното теме е еднакво оддалечено од симетралата. Решението е дадено на цртежот лево.

32. На цртежот десно во 10×16 правоаголник е прикажана едната половина од замок. Другата половина е потполно ис-

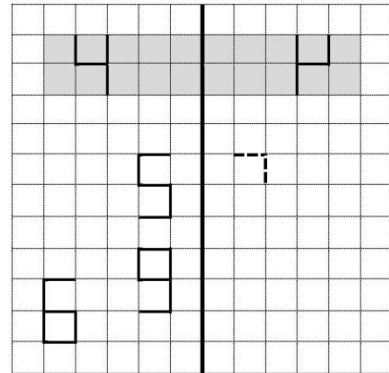
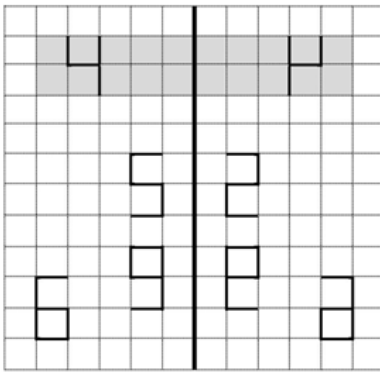




та. Доцртај ја другата половина од замокот.

Упатство. Постапи на ист начин како во претходната задача. Решението е дадено на цртежот лево.

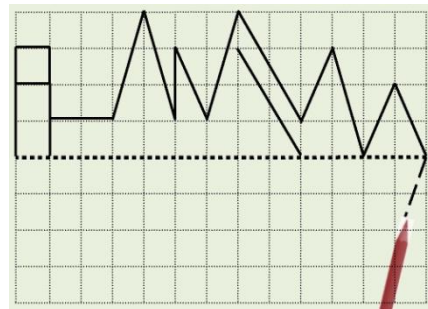
33. Горјан во квадратна мрежа ги запишал броевите 4, 5, 6 и 9, а потоа почнал истите да ги претставува „огледално“. То го претставил бројот 4, но при претставување на бројот 5 се збунил. Помогни му на Горјан да го доврши цртежот.



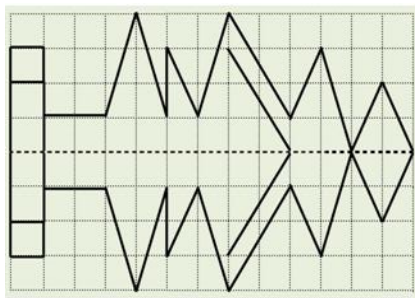
Решение. Првин крајните точки на отсечките од левата половина ги пренесуваме на десната страна за ист број отсечки колку што има на левата страна до вертикалната права (наоѓаме симетрични точки). Потоа точките ги поврзуваме на ист начин како

што се поврзани точките од кои се добиени на левата страна на вертикалната права. На овој начин се добива цртежот лево.

34. На цртежот десно е прикажана половина од елка нацртана во квадратна мрежа. Доцртај ја другата половина од елката.

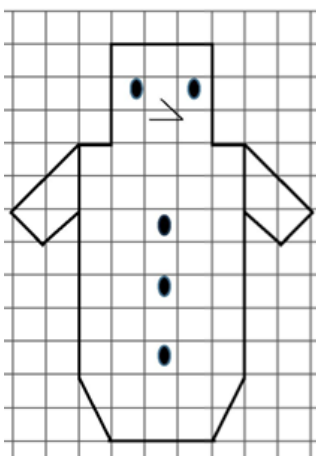
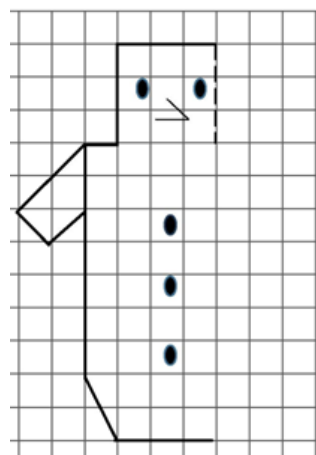


Решение. Првин крајните точки на отсечките од левата полови-на ги пренесуваме на десната страна од вертикалната права за ист број отсечки колку што има на левата страна до верти-калната права (наоѓаме симе-трични точки). Потоа точките ги поврзуваме на ист начин како што се поврзани точките од кои се добиени на левата страна на елката. На овој начин се добива цртежот лево.



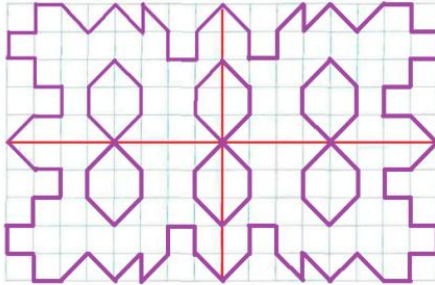
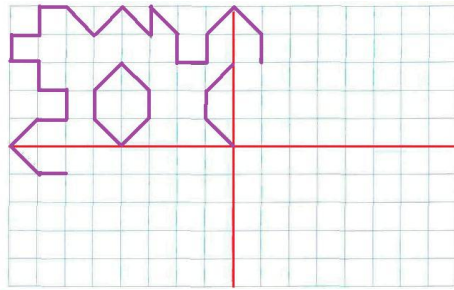
35. Марко почнал во квадратна мрежа да црта снешко (цртеж десно). Доцртај ја другата половина на снешкото.

Решение. Првин крајните точки на отсечките од левата половина ги прене-суваме на десната страна така што колку што се на растојание од десната права на левото око, толку да се на растојание од левата права на десното око (наоѓаме симетрични точки).



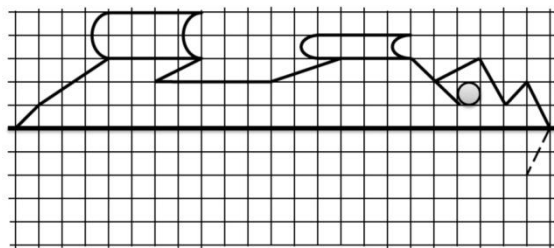
Потоа точките ги поврзуваме на ист начин како што се поврзани точките од кои се добиени на левата страна на ел-ката. На овој начин се добива цртежот лево.

36. На долниот цртеж во 10×16 правоаголник е прикажана четвртина од шара. Шарата е симетрична во однос на двете прави кои го делат правоаголникот на по два еднакви дела. Доцртај ја шарата.

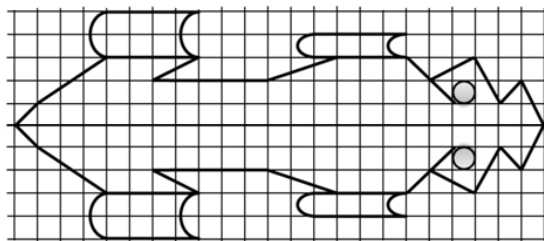


Упатство. Постапи на ист начин како во претходните две задачи. Решението е дадено на цртежот лево.

37. На долниот цртеж е прикажана половина од ракета нацртана во квадратна мрежа. Доцртај ја другата половина од ракетата.

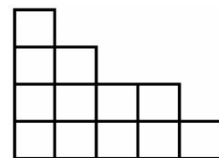


Решение. Решението на задачата е прикажано на долниот цртеж.

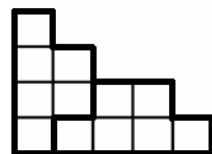


38. Подели ја фигурата дадена на цртежот десно на два исти делови.

Решение. Јасно, горното лево и долното десно квадратче на дадената фигура мора да припаѓаат на различни делови.



Долното лево квадратче мора да припаѓа на ист дел како и горното лево квадратче. Понатаму, фигурата има 12 квадратчиња и бидејќи $6+1=12$, а левата колона веќе има 4 квадратчиња, во едниот дел треба да се содржат уште $6-4=2$ квадратчиња. Сега лесно се гледа дека поделбата на фигурата е како на цртежот десно.



39. Даден е триаголник со должини на страни 5 cm , 4 cm и 3 cm . Определи го периметарот на триаголникот чии должини на страни се подолги за 1 cm од должините на страните на дадениот триаголник.

Решение. *Прв начин.* Должините на страните на новиот триаголник се еднакви на $5+1=6\text{ cm}$, $4+1=5\text{ cm}$ и $3+1=4\text{ cm}$. Според тоа, неговиот периметар е еднаков на $6+5+4=15\text{ cm}$.

Втор начин. Периметарот на дадениот триаголник е еднаков на $5+4+3=12\text{ cm}$. Секоја страна на новиот триаголник е за 1 cm подолга од соодветната страна на дадениот триаголник. Затоа периметарот на новиот триаголник е за $1+1+1=3\text{ cm}$ поголем од периметарот на дадениот триаголник и е еднаков на $12+3=15\text{ cm}$.

40. Имаме три стапчиња со должини 1 cm , три стапчиња со должина 2 cm и две стапчиња со должина 3 cm . Испиши ги сите рамнострани триаголници кои може да се направат со помош на неколку од дадените стапчиња, без притоа тие да се кршат или виткаат. Колку различни можности постојат?

Решение. Збирот на должините на сите стапчиња е еднаков на

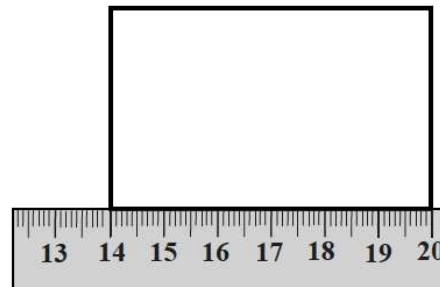
$$1+1+1+2+2+2+3+3=15\text{ cm}.$$

Ако должината на рамностраниот триаголник е еднаква на 6 cm , тогаш збирот на должините на неговите страни ќе биде $6+6+6=18\text{ cm}$, т.е. ќе биде поголем од вкупната должина на сите стапчиња. Значи должината на страната на триаголникот треба да е помала или еднаква на 5 cm .

Ред. бр.	Должини на искористените стапчиња		
1.	1 cm	1 cm	1 cm
2.	2 cm	2 cm	2 cm
3.	2 cm	2 cm	1 cm + 1 cm
4.	3 cm	3 cm	2 cm + 1 cm
5.	3 cm	3 cm	1 cm + 1 cm + 1 cm
6.	3 cm	2 cm + 1 cm	2 cm + 1 cm
7.	2 cm + 1 cm	2 cm + 1 cm	2 cm + 1 cm
8.	3 cm + 1 cm	3 cm + 1 cm	2 cm + 2 cm
9.	3 cm + 1 cm	2 cm + 2 cm	2 cm + 1 cm + 1 cm
10.	3 cm + 2 cm	3 cm + 2 cm	2 cm + 1 cm + 1 cm + 1 cm
11.	3 cm + 2 cm	3 cm + 1 cm + 1 cm	2 cm + 2 cm + 1 cm

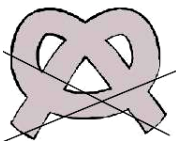
Од табелата гледаме дека со дадените стапчиња можеме да составиме рамнострани триаголници на 11 различни начини.

41. Даден е правоаголник кај кој должината е за 2 cm поголема од ширината. Вера, за да ја измери должината на правоаголникот го поставила линијарот како што е прикажано на цртежот десно. Определи ја ширината на правоаголникот.

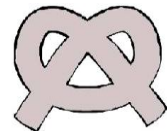


Решение. Од цртежот наоѓаме дека должината на правоаголникот е еднаква на $20 - 14 = 6 \text{ cm}$. Понатаму, ширината е за 2 cm покуса од должината, што значи дека таа е еднаква на $6 - 2 = 4 \text{ cm}$.

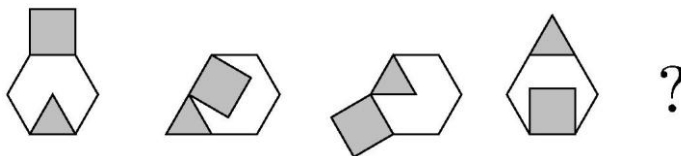
42. Со две прави линии подели го на шест делови бисквитот даден на цртежот десно.



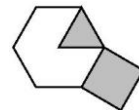
Решение. Со помош на две прави линии бисквитот може да се подели на шест дела на повеќе начини. Еден начин на поделба е даден на цртежот лево.



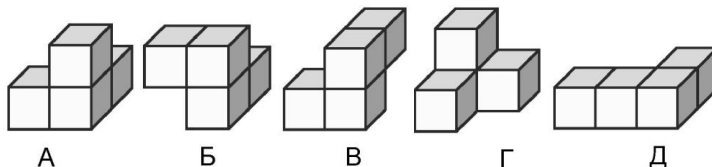
43. На долниот цртеж е дадена низа од четири фигури. Која фигура треба да стои на местото на прашалникот?



Решение. Сите фигури се составени од шестаголник, квадрат и триаголник. Забележуваме дека квадратите се наизменично надвор од и шестаголникот внатре во него и последователно се конструирани над страни во насока обратна од насоката на движењето на стрелките на часовникот. Слично, триаголниците се внатре во шестаголникот и надвор од него и последователно се конструирани над страни во насока на движењето на стрелките на часовникот. Затоа на местото на прашалникот треба да стои фигурата прикажана на цртежот десно.



44. Кои од дадените фигури направени од четири коцки се еднакви?



Решение. Јасно, фигурата Д не е еднаква на ниту една од другите четири фигури. Понатаму, фигурите Б и В се различни меѓу себе, што може да се види ако фигурата Б ја превртиме еднаш надесно. Овие фигури се различни и од фигурите А и Г бидејќи над трите коцки, четвртата коцка не е поставена над аголната коцка. Конечно, еднакви се само фигурите А и Г, што може да се види, на пример, ако фигурата А двапати ја завртиме без да ја креваме од подлогата.

45. Лубеницата е расечена со три сечења како на цртежот десно. Колку парчиња за јадење се добиени со ова сечење?

Решение. Ќе ги разгледуваме последователните сечења на лубеницата.





Со првото сечење лубеницата се дели на 2 дела, а со второто сечење таа се дели на 4 дела (види цртеж лево). Каде може да поминува третото сечење на лубеницата? Третото сечење на лубеницата

може или да ги сече сите четири дела или да сече три дела, како на цртежот десно. Во првиот случај лубеницата е расечена на 8 парчиња бидејќи секое парче се дели на два дела, а вториот случај не е возможен (Зошто?).

