# XX ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

**28 февраля 2016г**

*Младшая группа, 1 класс.*

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

**Задача 1.** Моль проела в свитере большую дырку. Баба Маня связала несколько заплаток. Какая из них подойдёт для починки свитера?

(*Е.Иванова*) *Ответ.* Заплатка Г.

**Задача 2.** У меня есть три друга: Антон, Боря и Коля. Вчера я играл с Борей и Антоном. Одному из них 8 лет, а другому 9 лет. А сегодня я гулял с Антоном и Колей. Одному из них 10 лет, а другому 8 лет. Сколько лет каждому из моих друзей? (*Т.Антошкина*)

*Ответ.* Антону 8 лет, Боре 9 лет, Коле 10 лет.

*Решение*. Так как Антон был на обеих прогулках, то ему 8 лет, так как 8 лет встречается и вчера, и сегодня.

**Задача 3.** Вместо звёздочек поставьте какие-нибудь цифры, чтобы получилось верное равенство $2^* - * - * = 3$ (*А.Бронников*)

*Ответ.* 21 – 9 – 9 = 3 или 20 – 9 – 8 = 3 или 20 – 8 – 9 = 3.

*Решение*. Заметим, что из двузначного числа вычитается два однозначных. Максимально можно вычесть 18. Значит, наибольшее уменьшаемое равно 18 № = 21. Но оно не может быть меньше 20.

**Задача 4.** В клетке доски сидит жук (как на рисунке). Он прополз через 2 клетки, а на третьей остановился. Укажите, в какой клетке он мог оказаться. (*Е.Орехова*)

*Ответ.* На рисунке клетки закрашены серым.

**Задача 5.** Арбуз разрезали тремя прямыми разрезами так как на рисунке. Сколько получилось корок после того, как арбуз съели? (*Е.Иванова*)

*Ответ.* 8 корок.

*Решение 1*. Видимых корок 7. Осталось выяснить, есть ли ещё корка, которая на рисунке не видна. Её нет только в том случае, если все разрезы проходят через одну общую точку. Значит на «оборотной стороне арбуза» ситуация симметрична видимой. И корок 8.

*Решение 2*. Будем рассматривать разрезы арбуза как резинки, натянутые на мячик. Сначала натянем 2 резинки. Они разобьют поверхность мячика (корку арбуза) на 4 части. (см. рисунок)

Как может проходить третий разрез – третья резинка?

Либо пересекая все 4 части ( и тогда получится 8 частей, поскольку каждая часть делится пополам), либо пересекая 3 части как на рисунке. Легко видеть, что второй вариант в условии не реализуется.

*Комментарий для родителей:* Мы умышленно не приводим здесь строгое доказательство, основанное, например, на кривизне сторон сферического треугольника. В этой задаче для первоклассников требовалось лишь внимательно изучить картинку и понять, что ситуация на оборотной стороне симметрична. Чтобы лучше разобраться с этой задаче, можно поэкспериментировать дома с резинками и мячиком.

**Задача 6.** Вася, Гоша и Казимир, нарисовали масляными красками белый треугольник, серый круг и чёрный квадрат (каждый ребёнок нарисовал одну фигуру). Известно, что Вася рисовал позже Казимира, и фигура Васи не белая. Кто какую фигуру нарисовал? (*Н.Михайловский*)

*Ответ.* Казимир – чёрный квадрат, Вася – серый круг, Гоша – белый треугольник.

*Решение*. Чем раньше нарисована фигура, тем она на рисунке ниже. Поэтому фигуры нарисованы в порядке: квадрат, круг, треугольник. Раз Вася рисовал позже кого-то, то он не мог нарисовать квадрат. По условию он не рисовал треугольник. Значит, Васина фигура – круг. Тогда Казимир нарисовал квадрат, а Гоша – треугольник.

**Задача 7.** Дети придумали складывать из спичек цифры:

Аня выложила неверное равенство. Переложите 2 спички, чтобы равенство стало верным: (*Е.Иванова*)

*Ответ.*

**Задача 8.** Трое друзей Тихон, Егор и Виталик поменялись игрушками. Виталик стал играть пожарной машиной. Хозяину самосвала приглянулся экскаватор. А самосвал взял хозяин пожарной машины. Определите, какая игрушка чья, если известно, что у Тихона не было пожарной машины. (*Т.Антошкина*)

*Ответ.* Пожарная машина – Егора, самосвал – Тихона, экскаватор – Виталика.

*Решение*. Поскольку игрушку все поменяли, то пожарная машина не Виталика. Также по условию она и не Тихона. Значит, пожарная машина – Егора, сам Егор стал играть самосвалом. Самосвал – не Виталика, так как иначе он играл бы экскаватором. Следовательно Виталик – хозяин экскаватора, а самосвал – Тихона.

*Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте http://mathbaby.ru/ после 28 марта 2016г*
*Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 24 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте*

# XX ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

**28 февраля 2016г**

*Младшая группа, 2 класс.*

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

**Задача 1.** Добавьте знаки действий, чтобы получилось верное равенство:

2 8 2 = 2 0 1 6

(Т.*Антошкина*)

<u>*Ответ.*</u> 2 · 8 + 2 = 2 + 0 + 1 6

**Задача 2.** На стол бросили несколько колец. Некоторые из них сцеплены друг с другом. Какие кольца нужно разрезать, чтобы конструкция распалась на отдельные кольца? Резать нужно как можно меньше колец. (*Е.Иванова*)

<u>*Ответ.*</u> Нужно разрезать серое кольцо под номером 4.

<u>*Решение*</u>. Легко видеть, что все кольца кроме серого не сцеплены друг с другом.

**Задача 3.** Пятеро друзей – ОХ, АХ, ЭХ, АЙ и ОЙ, пошли на рыбалку. Каждый из них поймал ровно 1 рыбу. Двое поймали окуней, а трое – карасей. ОЙ и ОХ поймали разных рыб, ОХ и АХ тоже разных, АХ и АЙ – разных, и даже АЙ и ЭХ – поймали разных. Кто какую рыбу поймал? (*Е.Орехова*)

<u>*Ответ.*</u> ОЙ, АХ и ЭХ поймали карасей, а ОХ и АЙ – окуней.

<u>*Решение 1*</u>. Так как ОХ поймал рыбу, отличающуюся от рыб ОЙ и АХ, то у ОЙ и АХ рыбы одинаковые, так как всего два вида рыб. Точно так же АХ и ЭХ поймали одинаковых рыб, отличающихся от рыбы АЙ. Но тогда АХ, ЭХ и ОЙ поймали один вид рыб и, значит, это караси. А у ОХ и АЙ – окуни.

<u>*Решение 2*</u>. Разделим лист пополам и будем писать имена друзей с одной стороны или по разные в зависимости от того, одинаковые у них рыбы или нет.

По одну сторону будут находиться те, кто поймал одинаковых рыб, а по разные – разных. Тогда видно, что по одну сторону находятся ОЙ, АХ и ЭХ, а по другую – ОХ и АЙ. Это значит, что первые поймали карасей, а вторые – окуней.

**Задача 4.** На выставке собак и кошек собрались вместе несколько хозяев и их питомцев. Умная собачка Соня сосчитала, что всего собралось вместе 6 голов и 20 ног. Сколько среди собравшихся было кошек, если их было больше, чем собак? (Себя Соня сосчитала, лапы считала тоже ногами) (*С.Клименко, Е.Иванова*)

<u>*Ответ.*</u> 3 кошки.

<u>*Решение*</u>. Если бы все шестеро были людьми, то ног было бы только 12. Значит «лишние» 8 ног – питомцев. Поскольку у кошки или собаки на 2 ноги больше, чем у человека, то 8 ног – это «дополнительные» ноги для 4 питомцев. Значит, питомцев было 4. Поскольку Соня себя тоже сосчитала и она – собака, то собак не может быть 0. Тогда по условию кошек не меньше двух. Но если кошек – две, то собак тоже две и их поровну, что противоречит условию. Значит, кошек 3, так как 4 их уже быть не может.

**Задача 5.** Разрежьте фигуру на рисунке на две одинаковые. (*А.Бронников*)

<u>*Ответ.*</u> Приведён на рисунке.

**Задача 6.** Незнайка и Растеряйка спешно собирались в путешествие. Незнайка надел сначала майку, потом фуфайку, потом рубашку и потом жилетку. Растеряйка надел такую же одежду, но ни одну вещь он не надевал той же по счёту, что и Незнайка, и если какая-то одежда была соседней у Незнайки, то у Растеряйки эти вещи соседними не были. В каком порядке одевался Растеряйка, если первой он надел не рубашку? (*Е.Иванова*)

<u>*Ответ.*</u> Фуфайка, жилетка, майка, рубашка..

<u>*Решение*</u>. Пусть Ф – фуфайка, М – майка, Р – рубашка, Ж – жилетка. Тогда Незнайка одевался так: МФРЖ. Поскольку первой Растеряйка надел не рубашку, то первой он надел жилетку или фуфайку. Разберём оба случая. 1) первая – Жилетка. Тогда на втором месте не может быть Ф, потому что она на втором же месте у Незнайки. И не может быть Р, так как у Незнайки Ж и Р соседние. Значит вторая надетая вещь – Майка. Но тогда на третьем месте не может быть ни Р (она третья у Незнайки), ни Ф – она соседняя с М у Незнайки. Этот случай невозможен. 2) первая – Фуфайка. Тогда на втором месте Ж, та как М и Р соседние с Ж у Незнайки. На третьем месте не может быть Р, значит получается ФЖМР, что удовлетворяет условию. Других вариантов нет.

**Задача 7.** У двух жадных медвежат есть две головки сыра – массой 4 кг и 8 кг. Они хотят поделить сыр поровну. Лиса умеет делить любой кусок сыра на две равные части, но за это она потом съедает 1 кг сыра от любого куска, который укажут медвежата. Как медвежата могут разделить сыр, чтобы отдать лисе как можно меньше? (*Е.Иванова*)

<u>*Решение*</u>. Заметим, что после каждого дележа и съедания лисой 1 кг сыра чётность общего количества кг сыра меняется. После первого дележа все куски сыра будут составлять целое число килограмм, и поделить их поровну на двоих нельзя, так как сумма нечётная. Значит, придётся давать лисе делить сыр 2 раза. А это уже можно: дадим лисе 8кг, она поделит на два куска по4 и от одного съест 1кг. Получит кучки 3, 4, 4. Теперь дадим кусок 4 кг, она поделит, и дадим съесть 1кг от 2кг. Получатся куски 1кг, 2кг, 3 кг и 4 кг. Тогда один забирает куски 1 и 4, а второй 2 и 3.

**Задача** В комнате пять ламп. Петя сказал: «В этой комнате есть включенная лампа». Вася ему ответил: «Ты не прав. В этой комнате есть выключенная лампа». Оказалось, что из трёх сделанных утверждений только одно верное. Какое? (*И.Гагуа*)

<u>*Ответ.*</u> Верно утверждение Пети «В этой комнате есть включенная лампа».

<u>*Решение*</u>. Если в комнате есть и включенные и выключенные лампы, то оба утверждения про лампы будут верны. Значит, это не так. То есть либо все лампы выключены, либо все включены. Но тогда одно из утверждения про лампы точно верно. Значит утверждение «Ты не прав» – неверно. Поэтому Петя прав и его утверждение верно.

---

*Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте http://mathbaby.ru/ после 28 марта 2016г*
*Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 24 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте*

# XX ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

**28 февраля 2016г**

*Средняя группа, 3 класс.*

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

**Задача 1.** Найдите хотя бы одно решение ребуса ААА + ББ + А + В = 2016. (*А.Бронников*) Был дан комментарий, что неоднозначное число не может начинаться с 0.

*Ответ.* 1111 + 888 + 11 + 6 = 2016

*Решение*. Поскольку в правой части первые две цифры 20…, то для А есть только одна возможность – А=1. Тогда ББ + В = 2016 – 1111 – 11 = 894. Отсюда ясно, что для Б тоже только одна возможность – Б=8. Вычитая, находим В.

**Задача 2.** У Деда Мороза было 5 шоколадок в стопке в обёртках разных цветов: красной (К), жёлтой (Ж), синей (С), оранжевой (О) и зелёной (З). Пятеро детей встали в круг, и Дед Мороз стал раздавать шоколадки через одного. В каком порядке могли лежать шоколадки, если последняя была в жёлтой обёртке, а в результате все получили шоколадки как на рисунке? (*Е.Иванова*) *Комментарии в аудиториях: Если есть несколько вариантов, укажите их все. Дед Мороз при счете пропускает тех, кому уже выдал.*

*Ответ.* Сверху вниз: КОЗСЖ (если раздавать против часовой стрелки) или ОКСЗЖ (если раздавать по часовой стрелке).

*Решение*. Для решения достаточно начать с кого-нибудь и посмотреть, в каком порядке люди получают шоколадки. Например, по часовой стрелке они получают так, как на рисунке слева. После того, как шоколадки выдали троим, следующим получает шоколадку Б, а не А, так как мы даём через одного, не считая получивших

**Задача 3.** Расставьте в клеточки цифры 1, 2, 3, 4 так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце присутствовали все 4 цифры и были выполнены указанные неравенства. (*Из японских головоломок*)

*Ответ.* Приведён на рисунке.

*Решение*. Нужно заметить цепочку в левом верхнем углу. Очевидно, что можно расставить только так : 4 > 3 > 2 > 1. Во второй строчке снизу тоже цепочка из трёх цифр. И раз 1 уже в столбце есть, то только 2 < 3 < 4. Далее восстанавливаются остальные цифры.

**Задача 4.** Разрежьте прямоугольник размером 3 × 4 клетки по линиям сетки на две фигуры равного периметра, но неравной площади. (*Я.Абрамов*)

*Ответ.* Один из вариантов приведён на рисунке.

**Задача 5.** Обычно Малыш перед сном смотрит по телевизору 5 мультиков. Но если Малыш шалит днём, Фрекен Бок запрещает ему смотреть некоторые мультики. За показывание языка Фрекен Бок Малыш лишается мультиков №1, 2 и 3. За таскание плюшек – мультиков №2, 4 и 5. За гуляние по крыше – мультиков №1 и 5. За взрыв паровой машины – мультиков №1 и 4. За игру с котом – мультика №5. Утром Малыш решил, что хочет сегодня посмотреть хотя бы один мультик. Какое наибольшее количество шалостей из перечисленных может позволить себе Малыш в этот день? (*А.Михайловская*)

*Ответ.* Малыш может позволить себе 4 шалости из 5.

*Решение*. Заметим, что если Малыш шалит без ограничений, то ни одного мультика посмотреть не удастся. Значит, если он хочет посмотреть хотя бы один мультик, то шалить можно не более 4 раз. Мультика №3 можно лишиться только, если показать язык Фрекен Бок. Следовательно, если делать всё, кроме этого, то мультик №3 точно посмотреть получится.

**Задача 6.** Эдуард всегда говорит по два утверждения, одно из которых верно, а другое нет. Однажды он сказал: «Вчера была среда. Послезавтра будет вторник». Потом он подумал немного и сказал: «Сегодня среда. Вторник был позавчера». В какой день недели это было? (*Н.Михайловский*)

*Ответ.* В четверг.

*Решение*. Перефразируем каждое предложение так, чтобы это была фраза про «сегодня». Получаем: «Сегодня четверг». «Сегодня воскресенье». «Сегодня среда». «Сегодня четверг». Мы видим, что две совпадают. Значит, именно они верные, так как среди четырёх фраз Эдуарда должно быть две верных и две неверных.

**Задача 7.** В правой нижней клетке доски сидит жук (как на рисунке). Он пропол вдоль линий сетки через ещё четыре разные клетки, а на пятой решил отдохнуть. Укажите, какая это может быть клетка, если известно, что за всё время путешествия жук совершил поровну как левых, так и правых поворотов. (*Е.Орехова*)

*Комментарии в аудиториях: После того, как жук заполз в последнюю клетку, он больше не поворачивается. В каждой клетке он может повернуться налево или направо не более одного раза.*

*Ответ.* Возможные две клетки отмечены точками на рисунке.

*Решение*. Раскрасим доску в шахматном порядке. Поскольку каждым своим ходом жук меняет цвет поля, то пятая клетка, на которой он окажется, может быть только тёмного цвета. Таких клеток 4. Для первых двух есть примеры. Они приведены на рисунках.

В первом случае повороты ЛЛПП, во втором – ЛППЛ.

Докажем, что в две оставшиеся тёмные клетки жук не сможет попасть, соблюдая условие.

Действительно, если путь жука проходит через клетку, отмеченную звёздочкой или две клетки, отмеченные точками, то длина пути будет больше 5 клеток. Значит, если такой путь существует, то он лежит целиком в прямоугольнике 2x3 клетки, содержащем начальную. Но в каждом таком прямоугольнике есть только два пути через разные клетки, и ни один из них не удовлетворяет условию.

**Задача 8.** На столе в ряд лежат 4 монеты, из них 2 фальшивые, которые весят одинаково и легче настоящих. При этом известно, что фальшивые монеты не лежат рядом. Как за одно взвешивание на чашечных весах без гирь найти обе фальшивые монеты? (*Н.Михайловский*)

*Решение*. Занумеруем монеты 1 2 3 4. Тогда взвесим монеты 2 и 3. Если они равны, то это настоящие монеты (так как фальшивые не рядом). Если перевесила монета 2, то фальшивые 1 и 3. Если же тяжелее монета 3, то фальшивые 2 и 4.

*Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте http://mathbaby.ru/ после 28 марта 2016г*
*Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 24 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте*

# XX ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

**28 февраля 2016г**

*Старшая группа, 4 класс.*

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

**Задача 1** У трёх братьев разное количество марок. Если старший даст среднему 1 марку, а средний даст младшему 3 марки, то у всех станет поровну. Сколько марок должен отдать старший младшему, чтобы у них двоих стало поровну? (*Т.Антошкина*)

*Ответ.* 2 марки.

*Решение 1*. После раздачи марок у старшего станет на 1 меньше, чем было, у среднего – на 2 меньше, чем было (+1–3), у младшего – на 3 больше, чем было. Значит, у старшего изначально на 4 марки больше, чем у младшего. Следовательно, для уравнивания он должен дать младшему 2 марки.

*Решение 2*. Пусть старший не даёт марку среднему, а даст её сразу младшему. Тогда, чтобы уравнять марки старшего и младшего, среднему нужно дать младшему 2 марки. Значит, если старший даст ещё одну свою марку младшему, то у них будет поровну.

**Задача 2.** Расставьте в клеточки цифры 1, 2, 3, 4 так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце присутствовали все 4 цифры и были выполнены указанные неравенства. (*Из японских головоломок*)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 3 > | 1 |
| 1 | 3 | 4 | 2 |
| 3 > | 1 | 2 | 4 |
| 2 | 4 | 1 | 3 |

*Ответ.* Приведён на рисунке.

*Решение*. Нужно заметить цепочку в правом верхнем углу. Там может быть только цепочка 4 > 3 > 1. Далее восстанавливаются остальные цифры.

**Задача 3** Разрежьте квадрат 6×6 клеток на два равных 24-угольника. (*И.Гагуа*)

*Комментарии в аудиториях: Резать можно только по линиям сетки.*

*Ответ.* Некоторые из возможных вариантов приведены на рисунке.

**Задача 4.** У Екатерины Михайловны была стопка из 10 блокнотов с обложками разных цветов: красной (К), белой (Б), чёрной (Ч), жёлтой (Ж), синей (С), фиолетовой (Ф), оранжевой (О), голубой (Г), розовой (Р) и зелёной (З). 10 детей встали в круг и ЕМ стала раздавать блокноты, каждому третьему, считая по кругу и пропуская тех, кому уже дала. В каком порядке лежали блокноты, если Егор получил жёлтый блокнот, и он был третьим, кто получил блокнот? Какие в результате все получили блокноты, изображено на рисунке. (*Е.Иванова*) *Комментарии в аудиториях: Если остаётся двое, то они считаются «первый, второй, третий», а затем выдаётся блокнот последнему. При счете ЕМ пропускает тех, кто уже получил блокнот.*

*Ответ.* Сверху вниз: РБЖГКФСЧЗО.

*Решение*. Будем идти в обратном порядке. Понятно, что перед жёлтым был выдан белый блокнот, а до этого – розовый. Теперь у нас выдано 3 блокнота. Продолжим раздавать. Следующий будет голубой, а тем блокнот получит человек, отмеченный на рисунке серым, потому что люди с розовым и белым блокнотом будут пропущены.

**Задача 5.** Найдите хотя бы одно решение ребуса (Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным – разные). (*К.Кноп*)

```
  ДУГА
×    6
 ------
  КРУГ
```

*Ответ.* 1305x6=7830.

*Решение*. Очевидно, что Д=1. Так как 6хА оканчивается не на А, то А – нечётно, то есть 3, 5, 7 или 9, а Г, наоборот, чётно – 8, 0, 2 или 4. Но тогда Гх6 заканчивается на Г и, следовательно, должен быть переход через разряд, так как У не равно Г. Поэтому А не 0. Разбирая остальные случаи, получаем искомое.

**Задача 6.** Маша и Саша взяли с собой в школу по одинаковой пачке печенья и условились есть его на каждой перемене по 2 или 3 штуки. У Саши к концу четвёртого урока осталось только 1 печенье, а у Маши к шестому уроку печенье закончилось. Сколько печенья в пачке? (*В.Попов*)

*Ответ.* В пачке 10 печений.

*Решение*. У Саши к концу четвёртого урока осталось одно печенье. Прошло 3 перемены. Значит, он съел минимум 6 и максимум 9 печений. И в пачке от 7 до 10 штук. У Маши закончилось печенье к 6 уроку, значит, прошло 5 перемен, и она съела минимум 10 и максимум 15. Маша съела пачку печений. Поскольку пересечение возможных значений только 10, то 10 и есть количество печений в пачке.

**Задача 7.** Встретил как-то Принц трёх ведуний и спросил про свою судьбу.

Арта сказала: Будет у Принца супруга ленива. А победит он больше 100 Драконов.

Бина: Нет-нет, победит Принц меньше 100 Драконов. Зато жена будет трудолюбива.

Веда: Нет, жена, увы, будет ленивица. Зато хоть одного Дракона Принц точно победит.

Что ждёт Принца, если он знает, что одна из них вечно лжёт, другая всегда говорит правду, а третья сначала говорит правду, а потом лжёт? (*И.Шпаковская*)

*Комментарии в аудиториях: Кто именно лжёт, а кто говорит правду, а кто попеременно – неизвестно.*

*Ответ.* Принц победит ровно 100 драконов и жена будет ленива..

*Решение 1*. Пусть Арта говорит только правду. Тогда оба утверждения Бины неверны, оба утверждения Веды правдивы. Что невозможно, так как нет той, кто говорит полуправду. Пусть правду говорит Бина. Тогда оба утверждения Арты – ложь и одно из утверждений Веды – про ленивую жену – тоже ложь. Но должно быть наоборот – сначала правда, потом ложь. Поэтому этот случай тоже не подходит. Пусть правду говорит Веда. Тогда первое утверждение Арты верно, следовательно, второе – ложь. А у Бины оба утверждения должны быть ложны. То есть неверно, что Принц победит больше 100 и меньше 100 драконов. Значит, победит ровно 100 драконов.

*Решение 2*. Среди первых утверждений 2 должны быть верны, а третье – ложь. Но там 2 одинаковых утверждения, значит именно они и верны. То есть жена – ленивица. Следовательно, оба утверждения Бины – ложь. Но тогда Принц победит больше или равно 100 драконов. Следовательно, хотя бы одного победит – верно. То есть Веда говорит правду, Бина лжёт. Значит, Арта говорит полуправду и неверно, что Принц победит больше 100 драконов. Следовательно, победит ровно 100.

**Задача 8.** В ряд лежит 9 монет, известно, что среди них ровно три фальшивые, и они лежат подряд. Все фальшивые монеты весят одинаково и легче настоящих монет. Все настоящие монеты весят одинаково. Как за 2 взвешивания на чашечных весах без гирь найти все три фальшивые монеты? (*Н.Михайловский*)

*Решение*. Занумеруем монеты 1, 2, …, 9. Тогда взвесим монеты 3 и 7. Если они равны, то это настоящие монеты (так как фальшивые все подряд) и фальшивые 4, 5, 6. Если перевесила монета 3, то фальшивая – 7. И возможны варианты: фальшивые 5, 6, 7 или 6, 7, 8 или 7, 8, 9. Тогда взвесим 5 и 9. Если они равны, то это настоящие и фальшивые – 7,8,9, если тяжелее 5, то фальшивые – 7,8,9, а если 9, – 5,6,7. Аналогично разбираются случаи, когда перевесила монета 7.

*Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте http://mathbaby.ru/ после 28 марта 2016г*
*Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 24 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте*

# *Краткие решения задач олимпиады 5 класса*
# *31 января 2016*

## *Часть А*

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. Запишите наименьшее пятизначное число, делящееся на 3, все цифры которого различны. (*фольклор*)

**Ответ**. 10236.

2. В приведённом ниже выражении поставьте знаки арифметических действий («+», «–», «×» или «÷», можно одинаковые) и один знак равенства, чтобы получилось верное равенство.

3 1 0 1 2 0 1 6 (*Г.Кондаков*)

**Ответ**. Один из вариантов: 3 + 1 + 0 – 1 + 2 – 0 + 1 = 6.

3. У квадратного листа бумаги загнули один угол так, что вершина оказалась в центре квадрата. (см.рис.). Площадь получившегося пятиугольника на 2см$^2$ меньше площади исходного квадрата. Чему равна сторона квадрата? (*фольклор*)

**Ответ**. 4см.

**Решение**. Площадь загнутого треугольника равна одной восьмой части площади квадрата. Поэтому площадь квадрата равна 16 см$^2$.

4. Разрежьте правильный 9-угольник ровно на 7 равнобедренных треугольников. (*К.Кноп*)

**Ответ**. Один из вариантов приведён на рисунке.

5. В 5Ю классе 7 человек едят мороженое каждый день, 9 человек едят мороженое через день, а остальные не едят мороженого вообще. Вчера 13 учеников этого класса ели мороженое. Сколько учеников будут есть мороженое сегодня? (*Е.Фисенко*)

**Ответ**. 10 учеников.

**Решение**. Поскольку вчера ели мороженое 13 человек, то из них 7 – те, кто есть мороженое каждый день. Значит, 6 – те, кто едят через день. Но тогда эти 6 завтра есть не будут, но будут есть оставшиеся трое.

6. Обычно Илья Яковлевич отдыхает только по субботам и воскресеньям. Но в феврале 2010 года Илье Яковлевичу предоставили отпуск длиной 12 дней подряд. Какое максимальное и какое минимальное количество дней непрерывного отдыха могло получиться у ИЯ в феврале? (Если суббота или воскресенье попадают в дни отпуска, то они считаются днями отпуска). (*И.Сиротовский*)

**Ответ**. Максимум – 16 дней, минимум – 12 дней.

**Решение**. В феврале 2010 года ровно 4 недели. То есть 4 пары суббота-воскресенье, которые наступают через каждые 5 рабочих дней. Поэтому максимальное количество дней отдыха получится, если в отпуск попадёт как можно меньше суббот и воскресений, а минимальное – как можно больше.

Минимум – ООС(О)В(О)ОООООС(О)В(О)О = 12 дней  О – отпуск, С – суббота

Максимум – СВОООООС(О)В(О)ОООООСВ = 16 дней  В – воскресенье

7. Одиннадцать друзей Оушена, он сам и Терри встали в круг, чтобы считалкой определить, кто будет играть в шахматы. Считает Терри, он начинает с соседа слева и далее по часовой стрелке. Где нужно встать Оушену, чтобы в результате выбыли все кроме него и Терри? Известно, что Терри всегда использует считалку «Вышел-месяц-из-тумана-вынул-ножик-из-кармана» (*Е.Иванова*)

**Ответ**. Нужное место закрашено.

8. Из 4 фигурок, каждая из которых состоит из 4 кубиков, сложили прямоугольный параллелепипед как на рисунке. Каждая фигурка окрашена в свой цвет. Как выглядит белая фигурка? (*Казанские олимпиады*)

**Решение**. Поскольку в верхнем ряду кубиков белой фигурки нет, то все они в нижнем. Причём 1 кубик впереди, а три в заднем ряду кроме крайнего правого.

Принимались картинки вида

9. Ваня шёл по левой стороне улицы и считал сумму цифр всех номеров домов, что видел на этой стороне. В некоторый момент (когда он прошёл не менее двух домов) у него получилось 51. В этот момент он остановился и на другой стороне улицы увидел номер 17. У какого максимального количества домов он мог сосчитать сумму? А у какого минимального? (*А.Бронников*)

**Ответ**. Максимум – 11 домов, минимум – 2.

**Решение**.а)Поскольку на противоположной стороне 17, то на Ваниной стороне только чётные номера домов. Рассмотрим сумму цифр первых 5 домов: 2, 4, 6, 8, 10. Заметим, что единиц любых пяти последовательных номеров на чётной стороне равна 20. Значит, у первых 10 сумма единиц равна 40. Однозначных номеров не более 4. Следующие имеют в десятках 1, а следующие – 2. Значит минимальная сумма цифр у первых 10 домов равна 20+20+1x5+2=47. Следующий номер 22, добавление суммы цифр которого и даёт 51. б)Поскольку по условию Ваня прошёл не менее двух домов, то приведём пример для двух: 399998 и 400000.

10. Мальчики Паша, Коля, Толя и девочки Маша и Света собрались на каток. Но в результате пошли не все. На вопрос, кто же все-таки ходил, ребята ответили так:

***Толя***: нас было четверо. ***Маша***: мальчиков было больше девочек.
***Паша***: нас было трое. ***Света***: мы с Машей обе были.
***Коля***: Толи не было.

Кто ходил на каток, если правду сказали только те, кто ходил, а остальные солгали? Укажите все возможные варианты . (*Е.Иванова*)

**Ответ**. Маша, Паша, Коля.

**Решение**.Из утверждения Коли следует, что либо сам Коля ходил на каток, а Толя не ходил, либо Толя ходил, а Коля не ходил. Если бы Света сказала правду, то Маша тоже бы сказала правду, и все 3 мальчика ходили бы на каток. В частности, и Толя, и Коля пошли на каток. Противоречие. Следовательно, Света солгала. Если бы Маша тоже солгала, то мальчиков бы на каток ходило бы больше, чем девочек (девочек бы там совсем не было). Следовательно, Маша сказала правду и на каток ходила. Но тогда там было два или больше мальчика. Так как Толя и Коля не могли пойти на каток одновременно, то Паша точно ходил, а всего на каток ходило три человека. Следовательно, Толя соврал и на каток не ходил.

## *Часть Б*

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

**1.** Можно ли числа 3, 1, 0, 1, 2, 0, 1, 6 расставить в вершинах куба так, чтобы суммы чисел на всех рёбрах были различны? (*фольклор*)

**Ответ**. Нельзя.

**Решение 1**. Так как сумма двух наибольших из данных чисел равна 9, то мы можем получить не более 10 различных сумм. А рёбер в кубе – 12.

**Решение 2**. Заметим, что в концах диагоналей грани не могут стоять одинаковые числа, так как иначе суммы на двух соседних рёбрах будут равны. Но если две 1 стоят на концах одного ребра, то для третьей 1 нет места – для любой оставшейся вершины она будет либо на конце ребра с уже одной 1 либо по диагонали от 1.

**2.** На клетчатой бумаге нарисовали пятиугольник и частично закрасили его серым цветом (см. рисунок). Какая часть пятиугольника имеет большую площадь: закрашенная или незакрашенная? (*по мотивам Уральских турниров.*)

**Ответ**. Площади равны.

**Решение 1**. Разделим исходную фигурку на 4 части, как на рисунке. Тогда легко видеть, что в трех частях линия делит прямоугольник пополам – на белый и серых треугольники.

Рассмотрим оставшуюся часть. Заметим, что тёмный и выделенный белый треугольники равны. Кроме того равны маленькие треугольники на втором рисунке и, значит, равны площади серого белого выделенного кусков.

**Решение 2**. Площадь всего пятиугольника равна площади прямоугольника размером 3x5 клеток без половины прямоугольника 1x2 клетки. То есть площадь пятиугольника равна 14. Площади белых треугольников вычисляются и в сумме дают 7. Значит, на серую часть также приходится 7 клеток.

**3.** Кощей Бессмертный решил собрать сундук изумрудов и в первый день положил в пустой сундук 1 изумруд. На следующий день положил туда 2 изумруда и так далее – каждый следующий день он клал в сундук на 1 изумруд больше, чем в предыдущий. Однако во вторую ночь Баба Яга стащила из сундука 1 изумруд и каждую следующую ночь тащила на 1 изумруд больше. Как только в сундуке наберётся 2016 изумрудов, Кощей его запечатает и спрячет, и баба Яга не сможет красть. На какой день это произойдёт? (*Е.Иванова*)

**Ответ**. На 1009 день.

**Решение1**. В первый день в сундуке 1 изумруд, во второй 1+2, но сразу после второй ночи 1+2 – 1 = 2. На третий день их уже 2+3, а на третью ночь 2+3 – 2 = 3. То есть на n-ю ночь в сундуке n изумрудов, а днем (поскольку это уже n+1 день) изумрудов 2n+1. Далее ночью изумрудов уже n+1. И так далее. Нам нужно найти n, когда впервые 2n+1 будет 2016 или больше. Так как 2n+1 нечетно, то должно быть равно 2017. И тогда n = 1008. А день, соответственно 1009.

**Решение2**. Заметим, что поскольку днём добавляется сколько-то изумрудов, а ночью крадётся на 1 изумруд меньше, то каждой ночью количество изумрудов по сравнению с предыдущей увеличивается на 1. При этом в первую ночь был 1 изумруд, во вторую – 2 и так далее. Значит на 1008 ночь в сундуке будет 1008 изумрудов. Днём добавится ещё 1009 и получим 2017 > 2016 в первый раз.

**4.** На день рождения Карлсон получил коробку шоколадных конфет. Кристер съел меньше всех конфет, а Гунилла – больше всех. Малыш съел чётное число конфет, в 3 раза больше, чем Кристер и в 2 раза меньше Гуниллы. Все остальные конфеты съел Карлсон. Могло ли в коробке быть 65 конфет? (*Е.Иванова*)

**Ответ**. Не могло.

**Решение**. Пусть Кристер съел какую-то часть конфет, тогда Малыш съел в 3 раза больше, чем Кристер. То есть три таких части. Так как по условию Малыш съел чётное число конфет, то будем считать, что он съел 6x, тогда Кристер 2x, а Гунилла – 12x. Тогда все вместе они съели 20x конфет. А Карлсон съел все остальное, то есть 65 – 20x. При этом Карлсон должен был съесть меньше Гуниллы и больше Кристера. То есть меньше 20x и больше 2x. 2x < 65 – 20x < 12x.

| Кристер 2x | Карлсон 65 – 20x | Гунилла 12x |
|---|---|---|
| 2 | 45 | 12 |
| 4 | 25 | 24 |
| 6 | 5 | 36 |

Остальные случаи невозможны.

Но и эти случаи не подходят, поскольку в первых двух Карлсон съел больше Гуниллы, а в последнем – меньше Кристера.

**5.** Паша, Коля, Леша и Саша сыграли в шахматном турнире в один круг (каждый с каждым по одной партии). Оказалось, что все набрали разное количество очков, и ничьих не было. После турнира каждый высказался:

Паша: Я набрал больше всех очков.
Коля: У Леши очков больше, чем у Паши.
Леша: У Коли и Паши столько же очков в сумме, сколько и у Саши.
Саша: Мой результат лучше результата Леши.

Определите, кто какое занял место в турнире, если известно, что все солгали. (За победу в шахматах даётся 1 очко, за проигрыш – 0) (*Е.Иванова*)

**Ответ**. Коля – 1, Паша – 2, Леша – 3, Саша – 4.

**Решение**. Заметим, что если не было ничьих и у всех разное количество очков, то очки могли быть только такие: 0, 1, 2, 3. И чем больше очков, тем выше место.

Поскольку все соврали, то:

1) Паша не занял 1 место.
2) Леша не занял 1 место. Так как иначе, у него было бы больше всех очков, в том числе и больше, чем у Паши.
3) Саша не занял 1 место, так как иначе его результат был бы лучше, чем у любого другого, в том числе и у Леши.

Значит, 1 место занял Коля.

4) Так как 1 место не у Леши, то у Саши не может быть 2 места, иначе он выступил бы лучше Леши.
5) Аналогично у Леши не 2 место.

Значит, 2 место, у Паши.

6) Поскольку Саша лжет, что выступил лучше Леши, то у Леши 3 место, а у Саши - последнее

---

Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла (если пунктов несколько, то каждый пункт стоит 2 балла).

В части Б оценивается решение – от 0 до 5 баллов.

# *Творческая Лаборатория «Дважды Два»*

Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Ближайшая школа планируется ***с 30 апреля по 10 мая***.

Летняя школа – ***с 3 по 24 августа*** – для школьников 4–8 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалях на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран. В частности в 2015 году два наших десятиклассника были включены в состав сборной России на международной Олимпиаде по математике

В этом году мы набираем 5 и 6 математические классы на базе школ 1329 (5 класс), 1210 (5 класс), 2086 (6 класс)

Более подробно со всеми направлениями нашей работы в можете познакомиться на сайте.

## *Олимпиада 5 класса*

### Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы ***после 15 февраля*** на нашем сайте. http://mathbaby.ru

### Устный тур.

Устный тур пройдёт 13 марта в помещении МИРЭА. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.