МАТЕМАТИЧКИ ЦРТИЧКИ ИЛИ ЗА СЕКОГО ПО НЕШТО

1. Андреј има два часовника од кои еден воопшто не работи, а другиот касни една минута дневно. Кој часовник повеќе пати покажува точно време?

Решение. Часовникот кој не работи дневно два пати покажува точно време, т.е. на секои 12 часа. Часовникот кој што касни една минута дневно ќе покажува пак точно време кога ке касни 12 часа. Со закаснување од една минута дневно, часовникот ќе закасни 12 часа по $60 \cdot 12 = 720$ дена. Значи овој часовник точно време ќе покажува само еднаш во 720 дена. Значи, точно време повеќе пати ќе покажува часовникот кој воопшто не работи.

2. Трговски патник стигнал во хотел во 10 часот навечер. Сакајќи да се наспие добро за да стигне на бизнис ручек, тој го навил часовникот да му ѕвони во 12 часот следниот ден. Колку часа спиел трговскиот патник?

Решение. Бидејки 10 часот навечер е всушност 22 часот, трговскиот патник навивајќи го часовникот да му ѕвони во 12 часот напладне, всушност го навил да звони во 24 часот. Значи трговскиот патник спиел само 2 часа.

3. Во еден празничен ден на една прошетка се запознале еден постар и еден помлад човек. Постариот човек го прашал помладиот колку години има. Тој му одговорил: Завчера имав 19 години, а идната година ке имам 22 години.

Дали е можно помладиот човек да ја зборува вистината?

Решение. Да, можно е. Празничниот ден на кој се запознале луѓето е всушност 1-ви јануари, т.е. Нова Година. Завчера е 30-ти декември кога помладиот имал 19 години. На 31-ви декември наполнил 20 години, а на 31-ви декември во годината која започнува ќе наполни 21 година. Значи на 31-декември идната година ќе има 22 години.

4. Двајца татковци ги однесле своите синови во продавница. Секој татко и секој син купил по едно чоколадо.Сите заедно купиле три чоколади. Како е тоа можно?

Решение. Бидејќи сите заедно купиле три чоколади, а секој купил по една чоколада заклучуваме дека татковците и синовите биле тројца. Тоа е можно само ако во продавницата влегле син, татко и дедо.

5. Горјан сака да купи тетратка која чини 19 денари. Тој има само монети од по 2 денари, а во продавницата имаат само монети од по 5 денари. Дали Горјан може да ја купи тетратката?

Решение. Да, Горјан може да ја купи татретката. Тој ќе даде 12 монети од по 2 денари, а продавачот ќе му врати една монета од 5 денари. Така Горјан ќе плати $12\cdot 2-5=19$ денари.

6. Една бактерија се размножува така што секоја секунда од една се добиваат две, од две четири, од четири осум итн. За 30 секунди се наполнила половина чаша. За колку секунди ќе се наполни чашата?

Решение. Бројот на бактериите всушност се удвојува секоја секунда. Бидејќи по 30 секунди е полна едната половина од чашата, во следната 31-ва секунда ќе се наполни и другата половина од чашата. Значи, целата ќаша ќе се наполни за 31секунда.

7. Зоки, Гоки, Вале и Кате сакаат да поминат еден мост преку ноќ. Тие имаат само една лампа, која им е неопходна за поминување на мостот. Само двајца може да го поминат мостот истовремено. Секој од нив пешачи со различна брзина. На Зоки му е потребна 1 минута, на Гоки 2, на Вале 5, а на Кате 10 минути.

Кога одат во пар мора да пешачат со брзина на поспората личност.

Како тие ќе го поминат мостот за 17 минути.

Решение. Прво Зоки и Гоки го поминуваат мостот за 2 минути. Зоки се враќа назат со лампата за 1 минута.

Потоа Зоки го поминува мостот со Кате за 10 минути. Гоки се враќа назад за 2 минути.

Најпосле Гоки и Вале поминуваат мостот за 2 минути. Така сите го поминале мостот за $2+1+10+2+2=17$ минути.

8. Ако 5 мачки ловат 5 глувци за 5 минути, колку мачки ќе фатат 100 глувци за 100 минути?

Решение. *Прв начин*. Бидејќи 5 мачки ловат 5 глувци за 5 минути, заклучуваме дека 5 мачки за една минута ловат петпати помалку глувци, т.е. ловат 1 глушец за 1 минута. Значи, 5 мачки за 100 минути ќе уловат 100 глувци.

Втор начин. Бидејќи 5 мачки ловат 5 глувци за 5 минути, заклучуваме дека 1 мачка за 5 минуи лови 1 глушец. Според тоа, 1 мачка за 20 глувци за 100 минути. Последното значи дека за да се уловат 100 глувци за 100 минути потребни се 5 мачки.

9. Со помош на 4 тега може да ја измериме секоја целобројна маса од 1 до 40 килограми. Кои се масите на овие тегови?

Решение. Масите на теговите се $1\,kg, 3\,kg, 9\,kg$ и $27\,kg$. Навистина:

$1=1$	$11=9+3-1$	$21=27-9+3$	$31=27+3+1$
$2=3-1$	$12=9+3$	$22=27-9+3+1$	$32=27+9-3-1$
$3=3$	$13=9+3+1$	$23=27-3-1$	$33=27+9-3$
$4=3+1$	$14=27-9-3-1$	$24=27-3$	$34=27+9-3+1$
$5=9-3-1$	$15=27-9-3$	$25=27-3+1$	$35=27+9-1$
$6=9-3$	$16=27-9-3+1$	$26=27-1$	$36=27+9$
$7=9-3+1$	$17=27-9-1$	$27=27$	$37=27+9+1$
$8=9-1$	$18=27-9$	$28=27+1$	$38=27+9+3-1$
$9=9$	$19=27-9+1$	$29=27-3+1$	$39=27+9+3$
$10=9+1$	$20=27-9+3-1$	$30=27+3$	$40=27+9+3+1$.

10. Во чаша, бокал и канта се наоѓаат лимонада, млеко и вода. Во кантата не се лимонадата и млекото, а во чашата не е лимонадата. Каде се наоѓа секоја од течностите?

Решение. Лимонадата не е во кантата и чашата, што значи дека таае во бокалот.

Сега, млекото не е во бокалот и кантата, што значи дека млекото е во чашата. Конечно, водата е во кантата.

11. Изјавата на Петар: „Јас не сум лош ученик!“ е невистинита. Дали тоа значи дека Петар е добар ученик?

Решение. Бидејќи изјавата „Јас не сум лош ученик!“ е невистинита, заклучуваме дека вистинита е изјавата „Јас сум лош ученик!“. Според тоа, Петар не е добар ченик.

12. Во секоја од две кошници (кошница А и кошница Б) има по 100 јајца. Ако од кошницата А се земат неколку јајца, а од кошницата Б онолку јајца колку што останале во кошницата А, колку јајца ќе останат вкупно во двете кошници?

Решение. Во почетокот во кошниците А и Б има вкупно 200 јајца. Ако од кошницата А се земат x јајца, тогаш, од кошницата Б се земени $100-x$ јајца. Според тоа, вкупно се земени $x+(100-x)=100$ јајца, што значи, од 200 јајца во двете кошници се земени 100 јајца. Значи, во двете кошници останале вкупно 100 јајца.

13. Течноста од 16 литри која се наоѓа во сад од 16 литри само со помош на садови од 6 и 10 литри подели ја на два еднакви дела.

Решение. Претурањата за бараната поделба се дадени во следнава табела:

Канта	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
16 литри	16	6	6	12	12	2	2	8
10 литри	0	10	4	4	0	10	8	8
6 литри	0	0	6	0	4	4	6	0

14. Кој број недостасува $\boxed{2}\boxed{5}\boxed{10}\boxed{17}\boxed{}\boxed{37}$?

Решение. Имаме: $2+3=5, 5+5=10, 10+7=17$ и $37-17=20=9+11$. Според тоа, првите три броја по бројот 2 се добиваат со последователно додавање на броевите 3, 5 и 7, а разликата меѓу шестиот е четвртиот број е $20=9+11$. Значи, недостасува бројот $17+9=26$ и на крајот добиваме $26+11=37$.

15. Разликата на еден четирицифрен и еден троцифрен број е 4, т.е.

$$****-***=4,$$

каде секоја ѕвездичка претставува по една цифра. Најди ги сите решенија.

Одговор. Имаме: $1003-999; 1002-998; 1001-997; 1000-996.$

16. Бројот 1000 запиши го со помош на 8 исти цифри. Покрај цифрите користи ги и операциите собирање, множење, делење и одземање.

Одговор. Едно рашение на задачата е $888+88+8+8+8=1000.$ Провери деали задачата има и други решенија.

17. Реши го бројниот ребус:

$$\overline{ABC}\cdot\overline{DEF}=232323,$$

во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри.

Решение. Имаме

$$\overline{ABC}\cdot\overline{DEF}=232323=23\cdot 10101=23\cdot 3\cdot 3367=23\cdot 3\cdot 7\cdot 481=3\cdot 7\cdot 13\cdot 23\cdot 37.$$

Сега ако се искористи дека на различните букви соодветствуваат различни цифри со непосредна проверка добиваме дека едно решение на задачата е

$$851\cdot 273=232323.$$

Провери дали задачата има и други решенија.

18. Ако меѓу цифрите на двоцифрен број вметнеме нула, се добива трицифрен број кој што е 9 пати поголем од почетниот број. Одреди ги тие два броја.

Решение. Нека почетниот број е $10x+y$. Трocифрениот број, добиен со вметнување нула меѓу цифрите на двоцифрениот број, ќе има облик: $100x+y$. Значи, според условот на задачата ја добиваме равенката:

$$100x+y=9(10x+y).$$

Оттука:

$$10x=8y, 5x=48, y=\frac{5}{4}x.$$

Со оглед на тоа што x и y се цифри, последното равенство е задоволено за $x=4, y=5$. Значи, бараните броеви се 45 и 405.

19. Летало едно јато гуски. Во пресрет им долетала една гуска и ги поздравила: „Добро утро, сто гуски!". „Не сме сто, - одговорила една гуска од јатото, - туку, кога би биле уште толку колку што сме, па уште половина, па уште четвртина од сегашниот наш број, па и со тебе, ако ни се придружиш, би биле 100 гуски". Колку гуски имало во јатото?

Решение. Ако x е непознатиот број на гуски во јатото, добиваме дека равенката што ги задоволува условите во задачата е:

$$x+x+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+1=100,$$

а нејзиното решение е 36.

20. На роденденската забава кај Маја биле 19 нејзини другари и другарки. Маја го пуштила новиот популарен диск со музика што сите ја сакаат и, се разбира, сите танцувале и убаво се забавувале. Маја танцувала со седум нејзини другари, Оља со осум, Биби - со девет, и така натаму, до Ана, која танцувала со сите момчиња на забавата. Колку момчиња - другари на Маја биле на забавата?

Решение. Првата, Маја, танцувала со $6+1$ другари; втората, Оља, со $6+2$; третата, Биби, со $6+3$; ...; x-тата, Ана, со $6+x$. Така, ја добиваме равенката:

$$x+(6+x)=20,$$

од каде $x=7$, од што следи дека на забавата биле $20-7=13$ другари на Маја.

21. Таткото е постар од синот 24 години. Колку години има синот, ако по 3 години тој ќе биде 5 пати помлад од таткото?

Решение. Ако синот има x години, тогаш таткото има $x+24$ години. Од условот на задачата, дека по 3 години синот ќе биде 5 пати помлад од таткото, ја добиваме равенката:

$$5(x+3)=(x+24)+3.$$

Со нејзино решавање добиваме дека $x=3$, што значи дека синот има 3 години.

22. Квадратна 4×4 табла е разделена на 16 единечни квадратчиња, кои ги нарекуваме полиња. Таблата е покриена со 13 домина со димензии 1×2 така што секое од двете полиња на домината покрива точно едно поле на таблата. Докажи, дека едно од домината може да се отстрани и таблата да остане покриена.

Решение. Бидејќи $13\times 2=26>16$, очигледно е дека некои од полињата на домината се препокриваат. Од таа гледна точка постојат два случаја на распоредување на домината. Ако меѓу 13-те домина има едно, чии две половинки се препокриваат со други домина, тогаш очигледно тоа домино може да биде отстрането и задачата е решена. Во вториот случај важи спротивното, т.е. за секое од 13-те домина барем едната половинка не се препокрива со друго домино. Значи, сега имаме 13 половинки, кои покриваат точно 13 полиња на таблата и не се препокриваат со други половинки. Останатите 3 полиња на таблата ($4\cdot 4=16$ и $16-13=3$) се покриваат со другите 13 половинки. Од принципот на Дирихле следува, дека барем едно од тие 3 полиња е покриено со најмалку 5 половинки, т.е. во покривањето на такво поле од таблата учествуваат најмалку 5 домина. Но, едно поле од таблата може со домина да се покрие најмногу на четири различни начина и тоа: слободната половинка на доминото е налево, надесно, нагоре или надолу. Значи, барем две домина целосно се препокриваат и едното од нив може да биде отстрането.

Погоре разгледавме 22 различни математички задачи, некои од кои беа доста едноставни, но некои не. Во продолжение ќе дадеме три задачи кои ти предлагаме самостојно да ги решиш. Внимавај, задачите не се така едноставни.

23. Дедо Богатиноски сакал да ги израдува своите внуци делејќи им дијаманти. На првиот внук му дал 10 дијаманти и $\frac{1}{6}$ од преостанатите дијаманти, на вториот внук 20 дијаманти и $\frac{1}{6}$ од новиот остатаок, на третиот внук 30 дијаманти и $\frac{1}{6}$ од новиот остаток итн. Неправедно? Не, се покажало дека секој внук добил ист број дијаманти.

Колку внуци имал дедо Богатиноски и колку дијаманти добил секој внук?

24. Еден ден се сретнале Итар Пејо, Баj Гањо и Насрадин Оџа и седнале да се надмудруваат. Поминале неколку саати и резултатот од нивното надмудрување бил нерешен. Затоа решиле малку да отспијат, па потоа да го продолжат натпреварот. Речено, сторено! Веднаш заспале. Додека тие спиеле, поминал Еро и на сите тројца им ги намачкал челата со јагленова прашина. Кога се разбудиле и се погледнале еден со друг, почнале слатко да се смеат. Но, тоа ниеден од нив не го возбудувало, бидејќи секој сметал дека другите двајца се смеат еден на друг.

Наеднаш Итар Пејо престанал да се смее, бидејќи заклучил дека и неговото чело исто така е намачкано.

Како размислувал Итар Пејо?

25. Во следново таинствено множење речиси две третини од цифрите се означени со x.

$$
\begin{array}{r}
x1x \\
\cdot \quad \underline{xxx} \\
x3x \\
3x2x \\
x2x5 \\
\hline
xxxx30
\end{array}
$$

Обидете се да откриете која цифра треба да стои место секоја буква x, така што множењето да биде точно. Проблемот има само едно решение.

Подготвиле
Зоран Мисајлески, Скопје
Самоил Малчески, Скопје