

Ристо Малчески, Скопје
Валентина Гоговска, Скопје

ЧЕТИВО ЗА ЧЕТВРТО И ПЕТТО ОДДЕЛЕНИЕ: ВО СВЕТОТ НА БРОЕВИТЕ

Драги пријатели, во ова наше дружење ќе се задржиме на задачите кои се однесуваат на броевите и операциите со истите. Притоа ќе разгледаме неколку задачи со деливост. Сметаме дека решавањето на овие задачи, како и на текстуалните задачи кои се поместени на крајот од ова наше дружење ќе ви помогнат подобро да се подготвите за учество на натпрварите по математика.

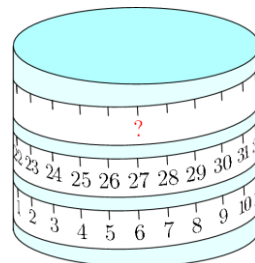
1. Кога четирите делчиња од сложувалката ќе ги сложиме точно, се добива правоаголник на кој е запишан определен израз.



Кој е резултатот на добиениот израз?

Решение. Јасно, лево е бројот 1, десно е бројот 2, а знакот + е меѓу броевите 3 и 2. Значи, при правилно поврзување на делчињата се добива изразот $13 + 2$ и неговата вредност е 15.

2. Лента за мерење на должина е замотана околу еден цилиндар. Кој број треба да стои на местото означено со прашалникот?



Решение. Местото означено со прашалникот се наоѓа над бројот 27, а овој се наоѓа над бројот 6. Од бројот 6 до бројот 27 има $27 - 6 = 21$ места и исто толку има од бројот 27 до бројот кој е на местото на прашалникот. Значи на местото на прашалникот треба да е бројот $27 + 21 = 48$.

3. Пабло, со сива боја, ги обоил оние квадратчиња кај кои вредноста на изразот е 20. Која форма по бојењето ја добил Пабло?

$16 + 4$	$19 + 1$	$28 - 8$
$2 \cdot 10$	$16 - 4$	$7 \cdot 3$

Решение. Вредностите на бројните изрази запишани во квадратчињата во првиот ред се:

$$16 + 4 = 20, 19 + 1 = 20, 28 - 8 = 20.$$

Значи, Пабло ги обоил сите квадратчиња во првиот ред. Вредностите на бројните изрази запишани во квадратчињата во вториот ред се:

$$2 \cdot 10 = 20, 16 - 4 = 12, 7 \cdot 3 = 21.$$

Значи, Пабло го обоил само левото квадратче од вториот ред (цртеж десно).



4. Нека важи

$$\bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \blacksquare = \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare.$$

Во каков сооднос се кругчињата и квадратите?






Решение. Ако на двете страни на даденото равенство избришеме по едно квадратче, добиваме дека две квадратчиња се еднакви на четири кругчиња. Според тоа, едно квадратче е еднакво на $4 : 2 = 2$ кругчиња,

т.е. важи: $\bullet + \bullet = \blacksquare$

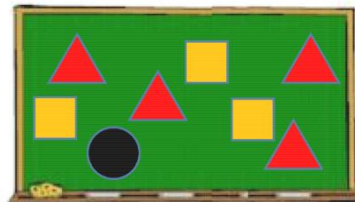
5. Символите , , , ,  ги означуваат броевите 1, 2, 3, 4, 5. Познато е дека

$$\text{atom} + \text{atom} = \text{fish}, \quad \text{sun} + \text{sun} = \text{atom} \quad \text{и} \quad \text{sun} + \text{fish} = \text{hand}$$

Со кој симбол е означен бројот 3?

Решение. Од првото и второто равенство добиваме дека со  и  се претставени парни броеви и тоа се броевите 2 и 4. Тоа значи дека со  и  се претставени броевите 1 и 2, во некој редослед. Сега, од третото равенство следува дека бројот 3 е претставен со .

6. Броевите од 1 до 8 се запишани на табла. Наставникот ги покрил броевите со триаголници, квадрати и кругови како на цртежот десно. Ако се соберат четирите броеви покриени со триаголници, се добива збир 10. Ако се соберат трите броеви покриени со квадрати, се добива збир 20. Кој број е покриен со кругот?



Решение. Збирот на броевите од 1 до 8 е:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36.$$

Бидејќи броевите кои се покриени со триаголници имаат збир 10, а броевите покриени со квадрати имаат збир 20, заклучуваме дека бројот кој е покриен со кругот е $36 - (10 + 20) = 6$.

7. Горјан ги заменил буквите во изразот $\overline{KAN} - \overline{ROO} + \overline{GA}$ со цифрите од 1 до 9 и потоа го пресметал резултатот. Исти букви се заменети со исти цифри, а различни букви со различни цифри. Која е најголемата можна вредност на изразот?

Решение. Најголемиот можеен резултат се добива ако збирот на броевите $\overline{KAN}, \overline{GA}$ е најголем можеен, а бројот \overline{ROO} е најмал можеен трицифрен број запишан со цифрите од 1 до 9. Најмалиот можеен трицифрен број запишан со цифрите од 1 до 9 е бројот 122, а најголемиот може збир на броеви $\overline{KAN}, \overline{GA}$ запишани со цифрите од 3 до 9 се добива ако броевите се: 986 и 78. Значи најголемата можна вредност на изразот е

$$986 - 122 + 78 = 942.$$

8. Збирот на три броја е 50. Пабло, од секој од трите собироци одзел еден таен број и како резултат ги добил броевите 24, 13 и 7. Определи ги почетните три броја?

Решение. Нека x е бројот кој Пабло го одзел од почетните броеви. Значи, почетните броеви се $24 + x, 13 + x$ и $7 + x$. Според тоа,

$$(24 + x) + (13 + x) + (7 + x) = 50,$$

$$44 + 3x = 50,$$

$$3x = 50 - 44$$

$$x = 2.$$

Значи, почетните броеви се $24 + 2 = 26, 13 + 2 = 15$ и $7 + 2 = 9$.

9. Во секое мало квадратче на 4×4 квадрат е запишан по еден број (види цртеж десно). Андреј ги определил сите 2×2 квадрати кај кои збирот на броевите запишани во малите квадратчиња е најголем. Колку изнесува тој збир?

1	2	1	3
4	1	1	2
1	7	3	2
2	1	3	1

Решение. Најголемиот збир на четирите броја во 2×2 квадратите се добива од квадрат во кој се наоѓа бројот 7 (Зошто?). Такви квадрати се четири и збирите на броевите запишани во нив се:

$$4 + 1 + 1 + 7 = 13,$$

$$1 + 1 + 7 + 3 = 12,$$

$$1 + 7 + 2 + 1 = 11,$$

$$7 + 3 + 1 + 3 = 14.$$

1	2	1	3
4	1	1	2
1	7	3	2
2	1	3	1

Според тоа, најголемиот збир е еднаков на 14 и тој се добива во квадратот кој на десниот цртеж е означен со црвена рамка.

10. На цртежот десно секоја точка означува 1, а секоја црта означува 5. Така на цртежот е означен бројот 8. Со кој цртеж е прикажан бројот 12, а со кој бројот 19?



Решение. При делење на еден број со бројот 5 се добиваат остатоци 0, 1, 2, 3 и 4. Значи, за секој број a имаме $a = 5q + r$, каде q е количникот, а r е остатокот. Од цртежот е јасно дека при претставување на бројот a со цртеж на дадениот начин со q е означен бројот на цртите, а со r е означен бројот на точките.

Имаме, $12 = 5 \cdot 2 + 2$, т.е. $q = 2$ и $r = 2$. Според тоа, бројот 12 ќе биде прикажан со две црти и две точки (цртеж десно).



Имаме, $19 = 5 \cdot 3 + 4$, т.е. $q = 3$ и $r = 4$. Според тоа, бројот 19 ќе биде прикажан со три црти и четири точки (цртеж десно).



11. Горјан на подот со креда нацртала голем квадрат (цртеж десно). Тој почнал да скока од полето со број 1 и продолжува со скокањето така што од полето на кое се наоѓа скока на полето во кое бројот е за 3 поголем од бројот на полето во кое се наоѓа. Кој е најголемиот број на кој при ваквото скокање може да се најде Горјан?

1	5	8	11
4	7	10	14
24	23	13	18
21	19	16	20

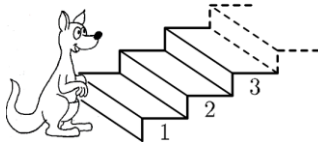
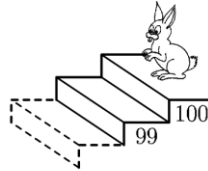
Решение. При секое скокање бројот се зголемува за 3, а Горјан почнал да скока од бројот 1. Затоа Горјан скока на последователни броевите од видот $3k + 1$.

Меѓу запишаните броеви деливи со 3 се броевите: 18, 21 и 24, броевите 5, 8, 11, 14, 20 и 23 при делење со 3 даваат остаток 2, а броевите 1, 4, 7, 10, 13, 16 и 19 се последователни броеви кои при делење со 3 даваат остаток 1. Значи, најголемиот број на кој при вакво скокање може да дојде Горјан е 19.

12. Неколку тимови дошле на летен фудбалски камп. Секој тим има 5 или 6 членови. Вкупно, на кампот дошле 43 деца. Колку тима има во кампот?

Решение. Бидејќи $43 = 8 \cdot 5 + 3$ заклучуваме дека во кампот има најмалку 3 тима со по 6 деца. Сега, од $45 - 3 \cdot 6 = 25 = 5 \cdot 5$ следува дека во кампот има 5 тимови со по 5 деца. Значи, во кампот има $5 + 3 = 8$ тимови.

13. Секогаш кога кенгурот скока 7 скалила нагоре, зајакот скока 3 скалила надолу.



На кое скалило кенгурот и зајакот ќе се сретнат?

Решение. Бидејќи кенгурот скока по 7 скалила нагоре, тој скока на скалилата означени со броевите $7k$, каде k е редниот број на скокот. Значи, кенгурот последователно скока на скалилата:

$$7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, \dots$$

Зајакот тргнува од скалилото означено со бројот 100 и скока по 3 скалила надолу, што значи дека тј скока на скалилата означени со броевите $100 - 3n$, каде n е редниот број на скокот. Значи, зајакот последователно скока на скалилата:

$$97, 94, 91, 88, 85, 82, 79, 76, 73, 70, 67, 64, 61, 58, 55, 52, 49, \dots$$

Заеднички број кој во двете низи се наоѓа на исто место е само бројот 70. Навистина, $70 = 7 \cdot 10$ и $70 = 100 - 3 \cdot 10$, за бројот 91 имаме

$$91 = 7 \cdot 13 = 100 - 3 \cdot 3,$$

за бројот 49 имаме

$$49 = 7 \cdot 7 = 100 - 3 \cdot 17$$

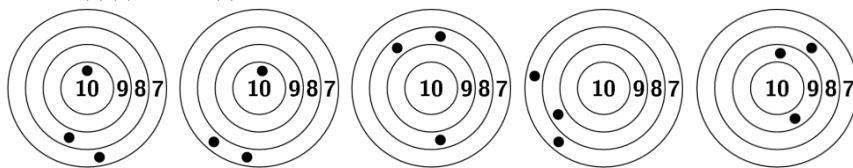
и слично и за другите заеднички броеви.

Според тоа, зајакот и кенгурот ќе се сретнат на скалилото означено со бројот 70.

14. Во една кутија има помалку од 50 колачиња. Колацињата може да се поделат подеднакво меѓу 2, 3 или 4 деца. За да колацињата се поделат подеднакво меѓу 7 деца, се потребни уште 6 колациња. Колку колациња има во кутијата?

Решение. Бидејќи за да се поделат колачињата на 7 деца се потребни уште 6 колачиња, бројот на колачињата е помалод 50 и е од видот $7k + 1$. Затоа, бројот на колачињата може да биде 1, 8, 15, 22, 29, 36 или 43. Но, бројот на колачињата треба да е делив со 2, 3 и 4, што значи дека треба да е делив со 4 и со 3. Од дадените броеви само 8 и 36 се деливи со 4, а од овие два броја само 36 е делив со 3. Значи, во кутијата има 36 колачиња.

15. Пет момчиња се натпреваруваат во стрелање. Постигањата на момчињата се дадени на долните мети.



Филип постигнал најмногу поени. Колку поени освоил Филип?

Решение. Резултатите кои ги постигналемомчињата се:

$$7 + 8 + 10 = 25,$$

$$7 + 7 + 10 = 24,$$

$$8 + 8 + 8 = 24,$$

$$7 + 7 + 8 = 22 \text{ и}$$

$$9 + 9 + 8 = 26.$$

Значи, Филип постигнал 26 поени.

16. Седум карти се наредени како што е прикажано на цртежот десно. Секоја карта има два броја, така што еден е напишан превртено (види цртеж).

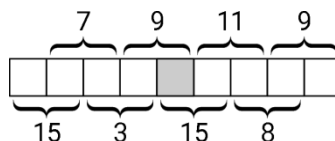
7	5	4	2	8	3	2
4	8	5	5	7	7	4
A	B	C	D	E	F	G

Наставникот сака да ги прераспoredи картите така што збирот на броевите во горниот ред да е еднаков на збирот на броевите во долниот ред. Тој тоа може да го направи со вртење на една карта. Која карта треба да ја заврти?

Решение. Ако на една карта се запишани броевите a и b , $a > b$, тогаш со нејзиното вртење едниот збир се зголемува за $a - b$, а другиот збир се намалува за $a - b$. Збирот на броевите во горниот ред

е еднаков на $7+5+4+2+8+3+2=31$, а збирот на броевите во долниот ред е еднаков на $4+3+5+5+7+7+4=35$. Разликата на збирите е еднаква на $35-31=4$, па затоа едниот збир треба да се намали за $4:2=2$, а другиот збир треба да се зголеми за 2. Според тоа, треба да се заврти карта на која разликата на броевите е еднаква на 2, а тоа е картата G , бидејќи $4-2=2$.

17. Броевите од 1 до 9 се запишани во квадратчињата прикажани на цртежот десно, така што е запишан само еден број во секое квадратче. Збирите на сите парови од соседни броеви се дадени на цртежт. Кој број е запишан во квадратчето обоено со сиво?



Решение. Збирот на сите броеви од 1 до 9 е еднаков на

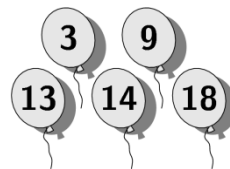
$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45.$$

Збирот на броевите запишани во осумте десни квадратчиња е еднаков на $7+9+11+9=36$. Сега, почнувајќи од крајното лево квадратче во квадратчињата последователно се запишани броевите

$$46-36=9, 15-9=6, 7-6=1, 3-1=2 \text{ и } 9-2=7.$$

Според тоа, во сивото квадратче е запишан бројот 7.

18. Маја стрела во балони, за кои доколку ги погоди добива 3, 9, 13, 14 и 18 поени. Таа добила вкупно 30 поени. Кој балон Маја сигурно го погодила?



Решение. Од дадените пет број, три броја даваат збир 30 само во два случаја и тоа:

$$3+13+14=30 \text{ и } 3+9+18=30.$$

Во двата збира се повторува само бројот 3, што значи дека Маја со сигурност го погодила бројот 3.

19. Малиот Филип е на возраст 7 седмици и 2 дена. По колку денови Филип ќе биде на возраст 8 седмици?

Решение. Една седмица има 7 денови. Од осмата седмица поминале 2 дена, па за Филип е на возраст 8 седмици треба да поминат уште $7-2=5$ дена. Значи, Филип по 5 дена ќе биде на возраст 8 седмици.

20. Денис испукал златна и сребрена ракета во исто време. Ракетите експлодирале на 20 парчиња вкупно. Златната ракета експлодирала на

6 парчиња повеќе отколку сребрената ракета. На колку парчиња експлодирала златната ракета?

Решение. Ако златната и сребрената ракета експлодирале во еднаков број парчиња, тогаш бројот на парчињата ќе биде еднаков на $20 - 6 = 14$. Според тоа, сребрената ракета експлодирала во $14 : 2 = 7$ парчиња. Конечно, златната ракета експлодирала во $7 + 6 = 13$ парчиња.

21. Во еден двор се наоѓаат 15 животни: крави, мачки и коњи. Се знае дека точно 10 животни не се крави и точно 8 животни не се мачки.

Колку коњи има во дворот?

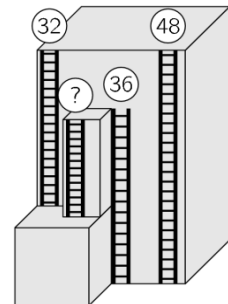
Решение. Бидејќи 10 животни не се крави, бројот на мачките и коњите е еднаков на 10. Слично, бројот на кравите и коњите е еднаков на 8. Сега, збирот $10 + 8 = 18$ се добива кога на бројот на сите животни се додаде бројот на коњите. Значи, во дворот има $18 - 15 = 3$ коњи.

22. Една коала изела листови од 3 гранки. Секоја гранка има 20 листови. Коалата изела неколку листови од првата гранка, а потоа изела онолку листови од втората гранка колку што останале на првата гранка. Потоа, коалата изела 2 листа од третата гранка. Колку вкупно листови останале на трите гранки?

Решение. На гранките има $3 \cdot 20 = 60$ листови. Бидејќи од првата гранка коалата изела неколку листови, а потоа од втората гранка изела листови колку што останале на првата гранка, таа од првите две гранки изела вкупно 20 листови. Значи, бројот на листовите кои ги изела коалата е еднаков на $20 + 2 = 22$, па на гранките останале $60 - 22 = 38$ листови.

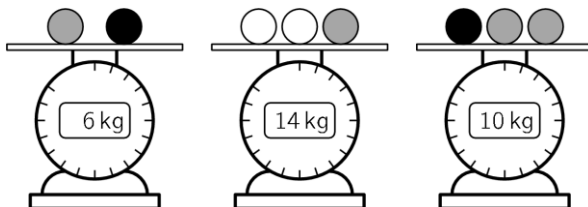
23. На една висока зграда има 4 противпожарни скали, како на цртежот. Висините на три од тие скали се дадени на нивните врвови. Која е висината на најкратката скала?

Решение. Висината на малиот долен дел од зградата е еднаква на разликата на висината на најдолгата скала и висината на скалата која се наоѓа на малиот долен дел од зградата, т.е. таа е еднаква на $48 - 32 = 16$. Сега, збирот на висината на најкратката скала и висината на малиот долени дел е еднаков на 36, па затоа висината на најкрат-



ката скала е еднаква на $36 - 16 = 20$.

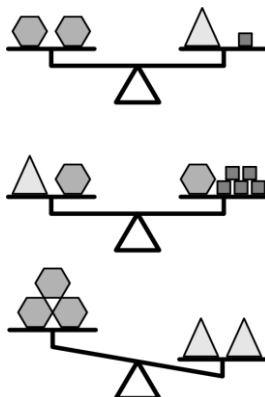
24. Росана има топки со три различни бои. Топките со иста боја имаат иста маса.



Колкава е масата на една бела топка?

Решение. На десната вага има 1 сива топка повеќе отколку на левата вага, што значи дека масата на една сива топка е $10 - 6 = 4 \text{ kg}$. На средната вага има 2 бели и 1 сива топка, па затоа масата на 2 бели топки е еднаква на $14 - 4 = 10 \text{ kg}$. Конечно, масата на 1 бела топка е еднаква на $10 : 2 = 5 \text{ kg}$.

25. Мартин поставил 3 различни фигури: шестаголници \hexagon , квадрати \square и триаголници \triangle , поставени на три ваги без тегови, како на цртежот десно.



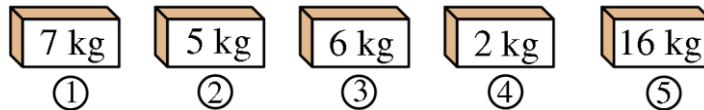
Што треба да се постави на левата страна на третата вага за да и оваа вага биде во рамнотежа?

Решение. Ако од втората вага од двете страни се отстрани по еден шестаголник, добиваме дека еден триаголник има маса колку 5 квадрати. Значи, 2 шестаголници имаат маса колку $1 + 5 = 6$ квадрати, па затоа еден шестаголник има маса колку $6 : 2 = 3$ квадрати.

Сега на левата страна масата на шестаголниците е еднаква на масата на $3 \cdot 3 = 9$ квадрати, а масата на триаголниците на десната страна е

едмаква на $2 \cdot 5 = 10$ квадрати. За да вагата биде во рамнотежа треба да ставиме 1 квадрат.

26. Секоја од пет кутии содржи или јаболки или банани, но не содржи истовремено и јаболки и банани. Вкупната маса на кутиите со банани е трипати поголема од масата на кутиите со јаболки. Кои кутии содржат јаболки?



Решение. Збирот на масите во сите три кутии е еднаков на:

$$7 + 5 + 6 + 2 + 16 = 36 \text{ kg} .$$

Бидејќи масата на кутии со банани е трипати поголема од масата на кутиите со јаболка, заклучуваме дека масата на кутиите со јаболка и четири пати помала од вкупната маса на кутиите. Според тоа, масата на кутиите со јаболка е еднаква на $36 : 4 = 9 \text{ kg}$. Бидејќи меѓу броевите 2, 5, 6, 7 и 16 само броевите 2 и 7 даваат збир 9, заклучуваме дека кутиите со јаболка имаат маси 2 kg и 7 kg .

27. За да го победи змејот, витезот Горјан мора да му ги отсеке сите глави. Со секое замавнување на мечот Горјан на змејот му отсекува произволен број глави. Меѓутоа, на секои три отсечени глави на змејот му расте една нова глава. Горјан го победил змејот откако му отсекол точно 13 глави. Колку глави имал змејот на почетокот?

Решение. Змејот не може да има 10 или повеќе глави, бидејќи кога ќе се отсечат 10 или повеќе глави на змејот му растат најмалку 3 нови глави кои треба Горјан да ги отсеке. Потоа кога овие глави ќе ги отсеки му расте најмалку уште 1 глава, па Горјан ќе отсеке најмалку $10 + 3 + 1 = 14$ глави. Слично се заклучува дека ако змејот има 8 или помалку глави, тогаш Горјан ќе отсеке помалку од 13 глави. Значи, змејот на почетокот имал 9 глави.