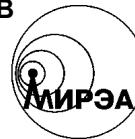




XVII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

24 февраля 2013г

Младшая группа, 1 класс.



Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

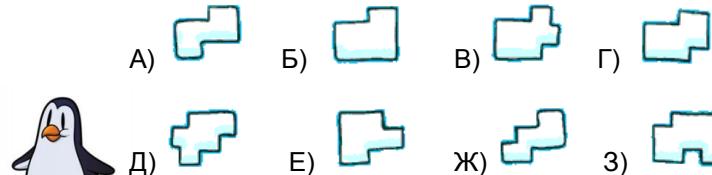
Задача 1. На поляне собрались Маугли, пантера Багира, удав Каа, медведь Балу и двое волчат. Сколько всего ног и лап у собравшихся?

Ответ. Всего 18 ног и лап.

Решение. У Маугли 2 ноги, у Багиры и Балу по 4 лапы. У волчат тоже по 4 лапы. У удава ни ног, ни лап нет. Всего $2 + 4 + 4 + 4 + 4 = 18$.

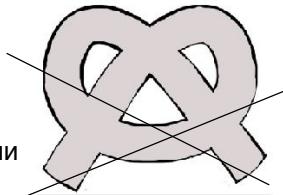


Задача 2. Пингвин строит себе домик из льдинок. Осталось вставить один кусочек. Какой именно?



Комментарий. Кусочки можно переворачивать.

Ответ. Кусочек Г.



Задача 3. Разрежьте двумя прямолинейными разрезами крендель на рисунке на 6 частей.

Ответ. На рисунке приведён один из возможных вариантов разрезов.

Задача 4. У марсиан по три руки. Группа марсианского детского сада построилась парами на прогулку (см.рис.) По правилам каждый ребёнок должен взять за одну руку каждого своего соседа, слева, справа, спереди или сзади. Сколько после этого останется свободных рук у детей этой группы?



Ответ. Останется четыре свободные руки.

Решение. Заметим, что у средних детей (на рисунке они выделены серым) свободных рук не останется, поскольку у каждого из них ровно три соседа. У остальных детей по два соседа. Значит, у них одна рука будет не задействована.

Задача 5. Древние римляне вместо привычных нам цифр 1, 2, 3, ... записывали цифры по-другому: вместо 1 они писали I, вместо 2 – II, вместо 3 –



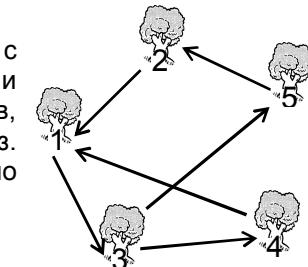
III, вместо 4 – IV, вместо 5 – V, вместо 6 – VI, вместо 7 – VII. Вася написал на листе римское число «5», а Юля – римское число «4».

Они подошли со своими листами к зеркалу. У кого в зеркале число больше: у Васи или у Юли?

Ответ. Число в зеркале больше у Юли.

Решение. Вася написал «V», а Юля – «IV». В зеркале взаимное расположение галочки и палочки изменится и Юлины четвёрка превратится в шестёрку. Васино число в зеркало по-прежнему будет равно пяти.

Задача 6. Чебурашка каждое утро бегает в парке с пятью дубами. Нарисуйте маршрут Чебурашки и укажите, в каком порядке он пробегает мимо дубов, если по каждой дорожке он бежит ровно один раз. Направление движения Чебурашки показано стрелками.



Ответ. Маршрут Чебурашки: 3 – 4 – 1 – 3 – 5 – 2 – 1.

Решение. Заметим, что от дуба номер 3 ведут две стрелки, а ещё две стрелки ведут к дубу 1. Это значит, что от дуба 3 Чебурашка должен два раза убежать и один раз прибежать. Но это возможно, только если он от него начинает свой бег. Аналогично, в дубу 1 он должен два раза прибежать и один раз убежать. А это возможно, только если это конец маршрута.

Задача 7. На поляне по кругу растут сыроежки и два мухомора. Виталик считал по кругу, ничего не пропуская, так: «Две сыроежки, мухомор, семь сыроежек, мухомор». А Егор с другого места так: «Три сыроежки, мухомор, пять сыроежек, мухомор». Сколько на поляне сыроежек?

Комментарий. Нигде не сказано, что они сосчитали все грибы на поляне.

Ответ. На поляне 12 сыроежек.

Решение. На поляне растут два мухомора, а между ними сыроежки с одной стороны и с другой. Поскольку каждый из ребят сосчитал оба мухомора, то каждый из них какой-то промежуток между мухоморами сосчитал полностью. Но так как между мухоморами у них получились разные числа, то они сосчитали разные промежутки. Следовательно, в одном промежутке 7 сыроежек, а в другом – 5. Всего на поляне $7 + 5 = 12$ сыроежек.

Задача 8. Крош, Ёжик и Нюша тянули жребий (три палочки разной длины), кому водить. Крош сказал: «У меня самая короткая палочка!». Нюша сказала: «Я буду водить!» Кто на самом деле стал водить, если оба сказали неправду, а водил тот, кто вытянул самую короткую палочку?

Ответ. Водил Ёжик.

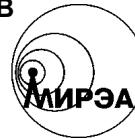
Решение. Поскольку Крош сказал неправду, то у него не самая короткая палочка, значит, водил не он. Нюша также сказала неправду, значит, она не водила. Остаётся Ёжик – он и водил.



XVII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

24 февраля 2013г

Младшая группа, 2 класс.



Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

Задача 1. Никита с сестрой Олей живут в своей квартире вместе с мамой, папой, собакой, тремя кошками и пятью золотыми рыбками. Сколько всего ног и лап у обитателей этой квартиры?

Ответ. Всего 24 ног и лап вместе.

Решение. У людей по две ноги, а у животных по 4 лапы. У рыбок ни ног, ни лап нет. Поэтому всего $2 + 2 + 2 + 2 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$.

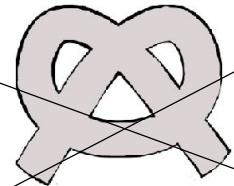
Задача 2. Замените в выражении $M + A > T < E < M > A + T > I > K + A$ буквы цифрами от 1 до 6 так, чтобы получились верные неравенства (одинаковые буквы = одинаковые цифры, разные буквы = разные цифры).

Ответ. $6 + 2 > 3 < 5 < 6 > 2 + 3 > 4 > 1 + 2$.

Решение. Поскольку два самых маленьких однозначных числа 1 и 2, то $K + A$ не может быть меньше 3. Поэтому I не меньше четырёх, $A + T$ не меньше пяти, а M не меньше 6. Так как больше 6 чисел по условию быть не может, то $M = 6$. Тогда $I = 4$ и $K = 1$, $A = 2$ или же $A = 1$, $K = 2$. Раз $M = 6$, а $I = 4$, то $A + T = 5$. Если бы $A = 1$, то $T = 4$, но 4 уже занято цифрой I . Поэтому $A = 2$, $T = 3$. Тогда E больше 3 и меньше 6. Таких числа два: 4 и 5. Но 4 уже занято. Следовательно, $E = 5$.

Задача 3. Разрежьте двумя прямолинейными разрезами крендель на рисунке на 7 частей.

Ответ. На рисунке приведён один из возможных вариантов разрезов.



Задача 4. У марсиан по пять рук. Группа марсианского детского сада построилась парами на прогулку (см.рис.) По правилам каждый ребёнок должен взять за одну руку каждого своего соседа, слева, справа, спереди или сзади. Сколько после этого останется свободных рук у детей этой группы?



Ответ. Останется 24 свободные руки.

Решение. Заметим, что у средних детей (на рисунке они выделены серым) свободными останутся по две руки, поскольку у каждого из них ровно три соседа. У остальных детей по два соседа. Значит, у них будет не задействовано по три руки. Таким образом, получаем всего свободных рук $6 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 24$.

Задача 5. Древние римляне вместо привычных нам цифр 1, 2, 3, ... записывали цифры по-другому: вместо 1 они писали I, вместо 2 – II, вместо 3 – III, вместо 4 – IV, вместо 5 – V, вместо 6 – VI, вместо 7 – VII. Вася написал на листе пример «VI – V = I», а Юля – пример «II = VI – IV». Они подошли со своими листами к зеркалу. У кого в зеркале получится верное равенство?

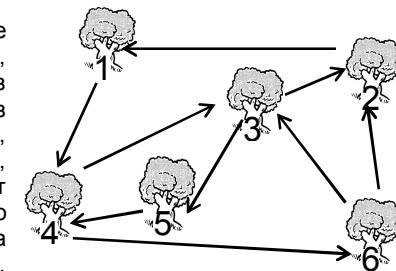
Ответ. У обоих.

Решение. Васино равенство в зеркале будет выглядеть как «I = V – IV» (что означает «1 = 5 – 4»), а Юлино – как «VI – IV = II» (что означает «6 – 4 = 2»). Очевидно, что оба равенства верны.

Задача 6. Чебурашка каждое утро бегает в парке с шестью дубами. Нарисуйте маршрут Чебурашки и укажите, в каком порядке он пробегает мимо дубов, если по каждой дорожке он бежит ровно один раз. Направление движения Чебурашки показано стрелками.

Ответ. Маршрут Чебурашки: 6 – 2 – 1 – 4 – 6 – 3 – 5 – 4 – 3 – 2.

Решение. Заметим, что у всех дубов, кроме второго и шестого, сколько стрелок приходит, столько и выходит. Это означает, что сколько раз Чебурашка к этому дереву прибежит, столько раз и убежит. Значит, его маршрут начинается там, где выходящих стрелок больше, а заканчивается, где больше приходящих. От дуба номер 6 ведут две стрелки, а к дубу – одна. Следовательно, это начало маршрута. Две стрелки ведут к дубу 2, а от него только одна. Значит, это конец маршрута. Теперь несложно записать весь маршрут.



Задача 7. На поляне по кругу растут сырояшки и два мухомора. Виталик считал по кругу, ничего не пропуская, так: «Две сырояшки, мухомор, семь сырояшек, мухомор». А Егорка с другого места так: «Три сырояшки, мухомор, пять сырояшек, мухомор». Сколько на поляне сырояшек?

Комментарий. Нигде не сказано, что они сосчитали все грибы на поляне.

Ответ. На поляне 12 сырояшек.

Решение. На поляне растут два мухомора, а между ними сырояшки с одной стороны и с другой. Поскольку каждый из ребят сосчитал оба мухомора, то каждый из них какой-то промежуток между мухоморами сосчитал полностью. Но так как между мухоморами у них получились разные числа, то они сосчитали разные промежутки. Следовательно, в одном промежутке 7 сырояшек, а в другом – 5. Всего на поляне $7 + 5 = 12$ сырояшек.

Задача 8. Крош, Ёжик и Нюша тянули жребий (три палочки разной длины).

Крош сказал: «У меня средняя палочка!».

Ёжик сказал: «У меня короче, чем у Кроша»,
а Нюша сказала: «А у меня короче, чем у Ёжика!»

Кому досталась самая длинная палочка, если все сказали неправду?

Ответ. Самая длинная палочка досталась Нюше.

Решение. Ёжик солгал, что его палочка короче, чем у Кроша. Значит, его палочка длиннее палочек Кроша, поскольку равных палочек нет. Нюша солгала, что её палочка короче, чем у Ёжика. Значит, её палочка длиннее палочки Ёжика. А раз у Нюши длиннее, чем у Ёжика, а у Ёжика длиннее, чем у Кроша, то выходит, что самая длинная палочка досталась Нюше.



XVII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

24 февраля 2013г

Средняя группа, 3 класс.

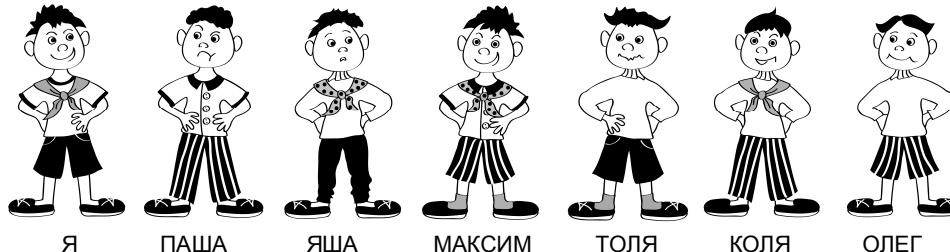


Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

Задача 1. В примере одинаковые цифры заменили одинаковыми буквами, а разные – разными. Получилось ОЛИМ + ПИ + АДА = 2013. Укажите, какие цифры могли стоять вместо букв.

Ответ: Например, могли стоять такие цифры: $1674 + 57 + 282 = 2013$.

Задача 2. Мой брат всегда стремится одеться не так, как я. Поэтому его одежда и обувь во всем отличаются от моей. Определите, как зовут моего брата.



Ответ. Моего брата зовут Максим.

Решение. Я ношу ботинки со шнурками, значит, моим братом могут быть только Максим или Коля, так как они единственные, кто носит ботинки без шнурков. Но у Коли такой же галстук, как у меня. Значит, мой брат – Максим. Действительно, можно проверить, что у нас с Максимом все предметы одежды – разные.

Задача 3. В 3Ю классе 6 человек едят мороженое каждый день, 8 человек едят мороженое через день, а остальные не едят мороженого вообще. Вчера 12 учеников этого класса ели мороженое. Сколько учеников будут есть мороженое сегодня?

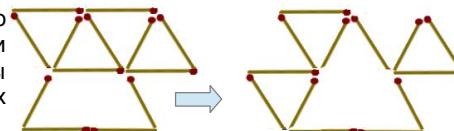
Ответ. 8 учеников.

Решение 1. Будем называть тех, кто ест мороженое каждый день, – мастерами, а тех, кто через день, – любителями. Все 6 мастеров вчера ели мороженое. Значит, остальные $12 - 6 = 6$ вчерашних едоков – любители и поэтому завтра не будут есть мороженое. Зато его будут есть остальные $8 - 6 = 2$ любителя. Кроме них, завтра его будут есть и все 6 мастеров. Итого, ответ $6 + 2 = 8$ учеников.

Решение 2. Посмотрим, сколько всего раз дети будут есть мороженое в эти два дня. Мастера будут есть каждый по 2 раза, а любители – каждый по 1 разу. Значит, всего за два будет мороженое будет съедено $6 \times 2 + 8 \times 1 = 20$ раз. Вчера его ели 12 раз, значит, сегодня его будут есть $20 - 12 = 8$ раз.

Задача 4. На рисунке, выложенном из спичек, можно насчитать пять треугольников – четыре маленьких и один большой. Переложите две спички так, чтобы было видно ровно четыре треугольника. Лишних спичек быть не должно.

Ответ. Один из вариантов приведён на рисунке.



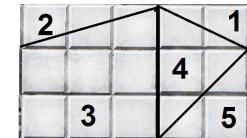
Задача 5. У юного физика Илюши есть две одинаковые резинки. Он отметил у каждой из них середину и повесил на их концы гирьки так, чтобы одна резинка стала в два раза длиннее другой. Илюша измерил, насколько теперь одна отметка находится ниже другой. Во сколько раз это расстояние меньше длины более длинной резинки?



Ответ. В 4 раза.

Решение. Так как длинная резинка в 2 раза длиннее короткой, то конец короткой резинки находится прямо напротив середины длинной резинки. Значит расстояние, измеренное Илюшей, равно расстоянию от нижнего конца короткой резинки до середины короткой резинки. Очевидно, это расстояние в 2 раза меньше длины короткой резинки, а значит, в 4 раза меньше длины длинной резинки.

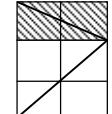
Задача 6. Аня, Боря, Вася и Гаяя решили съесть шоколадку. Но она упала на пол и, когда её развернули, оказалось, что она разбилась на пять кусков (см. рис.) Боря съел самый большой кусок. Гаяя и Аня съели одно и то же количество шоколада, но Гаяя съела два куска, а Аня – один. Остальное съел Вася. Какой кусок шоколадки достался Васе?



Ответ. Васе достался кусок под номером 2.

Решение 1. Найдём площади кусков в клеточках. Площадь куска №1 равна половине площади прямоугольника размером 1×2 клеточки, то есть 1 клеточка. Аналогично, площади кусков №2 и №5 равны, соответственно, $\frac{1}{2}$ и 2 клеточкам. Кусок №3 – это прямоугольник из 9 клеток без куска №2. Значит, его площадь равна $\frac{7}{2}$. Кусок №4 состоит из половинки прямоугольника из 2 клеточек и половинки прямоугольника из 4 клеток. Значит, его площадь равна 3. Теперь, зная площади, легко ответить на вопрос задачи. Боря съел кусок №3. Остались куски с площадями 1, $\frac{1}{2}$, 2 и 3. Гаяя съела 2 куска, а значит, не менее $2\frac{1}{2}$ клеточек шоколада. Но Аня съела столько же, при этом одним куском. Значит, она съела кусок площади 3, то есть кусок №4. Два куска, которые дают в сумме столько же – это только куски №1 и №5, значит, Гаяя съела их. Тогда, получается, что Васе остался кусок №2.

Решение 2. Очевидно, что самый большой кусок – №3. Он содержит в себе как минимум 6 клеточек, а все остальные куски этим похвастаться не могут (три куска – №1, №4 и №5 вместе образуют 6 клеточек, а №2 – половина от трёх клеток). Значит, этот кусок съел Боря. Кусок №4 равен сумме кусков №1 и №5. Это видно из рисунка справа. Части, раскрашенные одинаково, равны. Часть №2 больше части №1 и меньше части №5. Поэтому, если заменить любую из них на часть №2, то равенство нарушится. Значит, это часть Васи.



Задача 7. Жестянщик делает таблички с буквами. Однаковые буквы он гравирует за одинаковое время, разные – возможно, за разное. На две таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» он потратил 50 минут, а одну табличку «ДЫМОХОД В» сделал за 35 минут. За какое время он сделает табличку «ВЫХОД»?

Ответ. 20 минут.

Решение. Заметим, что таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» содержат те же буквы, что и табличка «ВЫХОД» и две таблички «ДОМ». Табличка же «ДЫМОХОД В» содержит те же буквы, что и таблички «ДОМ» и «ВЫХОД». Следовательно, на табличку «ДОМ» жестянщик потратил $50 - 35 = 15$ минут. Тогда на табличку «ВЫХОД» $35 - 15 = 20$ минут.

Задача 8. Однажды на вечеринке разговаривали трое друзей.

Гlorия заявила: «Я всегда говорю меньше шести слов».

Алекс высказался: «Все фразы длиннее шести слов ложны».

Марти мрачно добавил: «Хотя бы один из нас сейчас лжёт».

Определите, кто в этот раз солгал, а кто сказал правду.

Ответ. Солгали Гlorия и Алекс. Сказал правду Марти.

Решение. Поскольку во фразе Гlorии ровно шесть слов, то она лжёт. А значит, один из них солгал, то есть Марти сказал правду. И так как фраза Марти содержит ровно 7 слов, то это больше шести, и, следовательно, не все фразы длиннее шести слов ложны. Значит, Алекс тоже солгал.

Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте <http://mathbaby.ru/> после 13 марта 2013г

Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 14 апреля в МИРЭА, подробности будут на сайте



XVII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

24 февраля 2013г

Старшая группа, 4 класс.

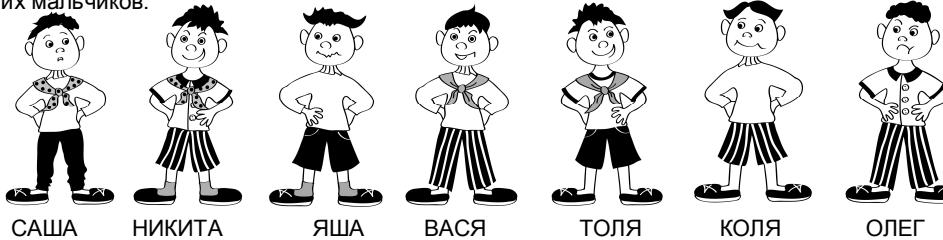


Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

Задача 1. В примере одинаковые цифры заменили одинаковыми буквами, а разные – разными. Получилось ОЛИМ + ПИ + АДА = 2013. Укажите, какие цифры могли стоять вместо букв.

Ответ: $1674 + 87 + 252 = 2013$.

Задача 2. У меня есть два друга, которые терпеть не могут одинаковую одежду и обувь. Поэтому они всегда одеваются так, что все у них отличается. Среди семерых ребят найдите этих мальчиков.



Ответ: Толя и Никита.

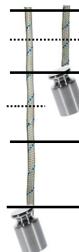
Решение 1. У остальных ребят есть что-то одинаковое в одежде или обуви. У Саши, Яши, Толи, Коли и Олега – тапочки. У Саши и Никиты – шейный платок. У Саши и Васи – джемпер. У Никиты и Васи – тапочки, у Никиты и Олега – рубашка, у Никиты и Яши – носки, у Никиты и Коли – шорты. У Яши, Васи и Коли – джемпер, у Яши и Олега – тапочки. У Васи и Толи – шейный платок, у Васи и Олега – штаны.

Решение 2. У Саши, Яши, Толи, Коли и Олега – одинаковые тапочки, у Никиты и Васи – тоже, но другие. Значит, один из искомых мальчиков – Никита или Вася. Но у Васи, Яши, Саши и Коли – одинаковые джемпера. Поэтому, если один из мальчиков – Вася, то второй только Толя или Олег. Но с Толей у них одинаковые платки на шее, а с Олегом – штаны. Значит, один из мальчиков точно Никита. Проверяя его с остальными, находим Толю (рубашки у них разные – у Никиты с пуговицами, а у Толи – без)

Задача 3. У юного физика Илюши есть две одинаковые резинки. Он отметил у каждой из них середину и повесил на их концы гирьки так, чтобы одна резинка стала в три раза длиннее другой. Илюша измерил, насколько теперь одна отметка находится ниже другой. Во сколько раз это расстояние меньше длины более длинной резинки?

Ответ: В три раза.

Решение 1. Если мы разделим длинную резинку на три части (сплошная линия на рисунке), а затем отметим середины резинок (пунктирные линии), то видно, что если расстояние от места повеса до середины маленькой резинки – один кусочек (вообще говоря, это шестая часть длинной резинки), то от места подвеса до середины длинной резинки три таких кусочка. Значит, расстояние между серединами – два кусочка, то есть третьей длинной резинки.



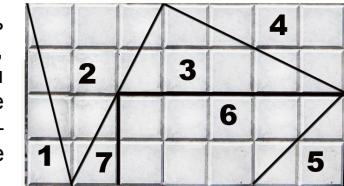
Решение 2. Поскольку одна резинка в три раза длиннее другой, то расстояние от подвеса до середины резинки у длинной также в три раза больше. (Половина длинной равна по длине трём половинам короткой). Тогда расстояние между серединами равно две трети от половины длинной резинки или треть от всей длинной резинки.

Задача 4. Под Новый Год хакер Костя через равные промежутки времени провёл 17 вирусных атак на сайт Coca-Cola. Первая атака началась 31 декабря в 21:54, а последняя – 1 января в 11:30. Какой был промежуток времени между атаками?

Ответ: 51 минута.

Решение. От 21:54 до полуночи 2 часа 6 минут или 126 минут, а от полуночи до 11:30 пройдёт 690 минут. Всего 816 минут. За это время будет 17 атак и 16 промежутков между ними. Следовательно, между атаками проходит $816:16=51$ минута.

Задача 5. Аня, Боря, Вася, Галя и Даша решили съесть шоколадку. Но она упала на пол и, когда её развернули, оказалось, что она разбилась на семь кусков (см. рис.) Боря съел самый большой кусок. Галя и Даша съели одно и то же количество шоколада, но Галя съела три куска, а Даша – один. Вася съел седьмую часть всей шоколадки, а остальное съела Аня. Какой кусок шоколадки достался Ане?



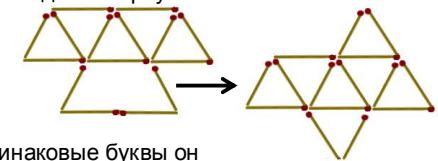
Ответ. Ане достался кусок под номером 2.

Решение. Найдём площади кусков в клеточках. Площадь куска №1 = половине площади прямоугольника размером 1x4 клеточки, то есть 2 клеточки. Аналогично, площади кусков №4 и №5 равны, соответственно, 1, 4 и 2 клеточкам. Кусок №6 – это прямоугольник из 10 клеток без куска №5. Значит, его площадь равна 8. Кусок №2 состоит из половинки прямоугольника из 4 клеточек и половинки прямоугольника из 8 клеток. Значит, его площадь равна 6. Аналогично, площадь куска №3 равна 5 клеточкам. Зная площади, ответим на вопрос задачи. Боря съел кусок №6. Вася съел кусок площади 4, так как вся шоколадка состоит из 28 клеток. Это кусок №4. Остались куски №1, №2, №3, №5 и №7 площадей 2, 6, 5, 2 и 1 клетки. Самые маленькие кусочки – это 1, 2 и 2. Значит, Даша не могла съесть кусок меньше, чем 5. Если она съела кусок площади 6, то из остальных нельзя выбрать три куска, сумма площадей которых равна 6. Поэтому Даша съела кусок №3, а Галя – куски №1, №5 и №7. Остался единственный кусок №2.

Задача 6. На рисунке, выложенном из спичек можно насчитать шесть треугольников. Переложите четыре спички так, чтобы было видно ровно девять треугольников. Лишних спичек быть не должно.

Ответ. Один из вариантов приведён на рисунке.

(переложены 4 нижние спички – две вверх, две вниз)
7 маленьких треугольников и два больших



Задача 7. Жестянщик делает таблички с буквами. Однаковые буквы он гравирует за одинаковое время, разные – возможно, за разное. На две таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» он потратил 50 минут, а одну табличку «ДЫМОХОД В» сделал за 35 минут. За какое время он сделает табличку «ВЫХОД» ?

Ответ. 20 минут.

Решение. Заметим, что таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» содержат те же буквы, что и табличка «ВЫХОД» и две таблички «ДОМ». Табличка же «ДЫМОХОД В» содержит те же буквы, что и таблички «ДОМ» и «ВЫХОД». Следовательно, на табличку «ДОМ» жестянщик потратил $50 - 35 = 15$ мин. Тогда на табличку «ВЫХОД» $35 - 15 = 20$ мин

Задача 8. Однажды на вечеринке разговаривали четверо друзей.

Гlorия заявила: «Я всегда говорю меньше шести слов».

Рико ответил: «А в моем предложении не больше восьми слов!»

Алекс высказался: «Гlorия и Рико сейчас говорят правду».

Марти мрачно добавил: «Но сегодня кто-то: Алекс или Гlorия солгал».

Определите, кто в этот раз солгал, а кто сказал правду.

Ответ. Солгали Гlorия и Алекс. Сказали правду Рико и Марти.

Решение. Поскольку во фразе Гlorии ровно шесть слов, то она лжёт. Так как Алекс сказал, что Гlorия говорит правду, то он тоже лжёт. Поскольку Марти отметил, что кто-то среди Алекса и Гlorии солгал, то он сказал правду. (Заметим, что для того, чтобы Марти был прав достаточно, чтобы солгал хотя бы один из них). И так как фраз Рико содержит ровно 8 слов, то это не больше восьми, и, следовательно, он также говорит правду.

Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте <http://mathbaby.ru/> после 13 марта 2013г

Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдёт 14 апреля в МИРЭА,
подробности будут на сайте

Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

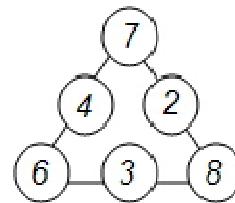
- Какая буква будет стоять на третьем с конца месте, если все буквы слова «МАТЕМАТИКА» выписать в алфавитном порядке?

Ответ. М.

Решение. Буквы, выписанные в алфавитном порядке, будут выглядеть так:
АААЕИКММТТ.

- Расставьте числа 2,3,4,6,7,8 в вершинах и серединах сторон треугольника так, чтобы суммы чисел, стоящих на каждой из сторон были равны 17.

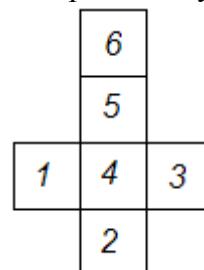
Ответ. .



- Виталик написал на грани кубика 1, повернул и на соседней грани написал 2, затем вновь повернул и написал 3, и т.д. Так он пронумеровал все грани кубика числами от 1 до 6. Какая максимальная сумма может быть у номеров двух противоположных граней?

Ответ. 10.

Решение. Максимальная сумма двух различных натуральных чисел от 1 до 6 равна $5+6=11$, причём любая другая пара чисел, очевидно, даёт меньшую сумму. Однако числа 5 и 6 по условию задачи стоят на соседних гранях кубика, значит, суммы 11 добиться нельзя. Можно ли добиться суммы 10? Оказывается да. На рисунке числа 4 и 6 находятся на противоположных гранях и их сумма равна 10. А путь от 1 до 6 проходит по соседним граням.



- Прямоугольный участок периметра 4км прямоугольных участка садоводов, а в центре построен бассейн. Каков периметр бассейна, если суммарная длина парадных ворот (отмечено на рисунке жирным) равна 1700м ?

Ответ. 600м.

Решение. Представим, что мы построили новые парадные ворота – парадные ворота в пруд (также отмечены жирным на новом рисунке). Заметим, что длина парадных ворот в пруд равна половине периметра пруда.

Теперь чтобы решить задачу посчитаем половину периметра участка двумя способами.

Первый способ. Периметр участка равен 4км, значит, половина периметра равна 2км (2000м).

Второй способ. Общая длина парадных ворот (как старых, так и новых) равна половине периметра. Действительно отрезки, выделенные на рис.1 в сумме дают одну сторону участка, а отрезки, выделенные на рис. 2 в сумме дают другую сторону участка.

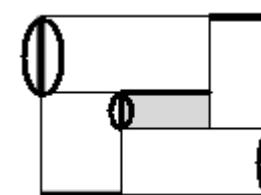


Рис. 1

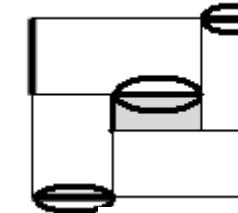


Рис. 2

Итак, $2000\text{м} = \text{общая длина парадных ворот} = \text{длина старых ворот} + \text{длина новых} = 1700\text{м} + \text{длина новых} = 1700\text{м} + \text{половина периметра пруда}$. Таким образом, $2000\text{м} = 1700\text{м} + \text{половина периметра пруда}$, а значит половина периметра пруда = 300м. Соответственно периметр пруда равен 600м.

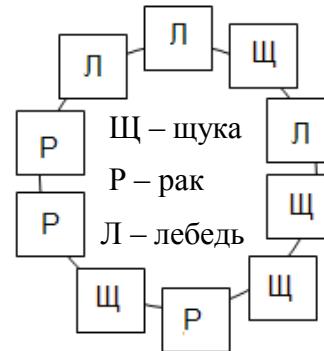
- В настольной игре перед её началом одну карточку кладут на стол, а остальные раздают поровну между игроками. Какое наименьшее число карточек может быть в этой игре, чтобы в ней можно было играть вдвоём, втроём, вчетвером, впятером, вшестером?

Ответ. 61.

Решение. Выясним, какое количество карточек раздают между игроками. Это количество должно делиться на 3, 4 и 5. Числа 3, 4 и 5 попарно взаимно просты, следовательно, это количество должно делиться на произведение этих трёх чисел – 60. Это число делится и на 2, и на 6. Наименьшее натуральное число делящееся на 60 – это 60, ещё одну карточку кладут на стол в начале игры, следовательно, наименьшее число карточек – 61.

- Три лебедя, три рака и четыре щуки собрались тащить воз с поклажей. Оказалось, что для этого им необходимо расположиться по кругу так, чтобы ни три лебедя, ни три рака, ни три щуки не оказались рядом. Кроме того, не рекомендуется, чтобы три соседних места занимали лебедь, рак и щука в каком угодно порядке. Расположите их всех по кругу так, чтобы выполнялись все эти условия.

Ответ. .



7. Найдите такое число, что если его треть умножить на его пятую часть, то получится само это число.

Ответ. 15.

Решение. Пусть искомое число равно X. Тогда $(X/3)(X/5)=X$, то есть $X/15=1$.

8. Пятачок, Иа-Иа и Винни-Пух считали морковки на двух грядках Кролика:

Пятачок: «На первой грядке морковок больше 18. На второй – не больше 14».

Иа-Иа: «На первой меньше 20. На второй – 14».

Винни-Пух: «На первой – 17. На второй больше 14».

Известно, что один из них оба раза ошибся, а два других оба раза были правы. Сколько морковок на грядках?

Ответ. На первой 19, на второй – 14.

Решение. Первый способ. Разберём три случая, кто мог ошибиться.

1) Ошибся Пятачок. Пятачок сказал, что на второй грядке не больше 14 морковок, значит на самом деле там больше 14, но Иа-Иа сказал, что на второй грядке 14, а он должен говорить правду. Противоречие.

2) Ошибся Иа-Иа. Однако Пятачок сказал, что на первой грядке морковок больше 18, а Винни-Пух сказал, что на первой 17 и оба они должны быть правы. Противоречие.

3) Ошибся Винни-Пух. Посмотрим, что говорят о первой грядке Пятачок и Иа-Иа, которые должны быть во всем правы. Один говорит, что там больше 18 морковок, а другой что меньше 20. Значит на первой грядке их должно быть 19. Что Пятачок и Иа-Иа говорят о второй грядке? Один говорит, что там 14, а другой, что там не больше 14 морковок. Следовательно, на второй грядке 14 морковок. Итак, на первой грядке 19 морковок, а на второй 14. Заметьте, что Винни-Пух в этом случае действительно оба раза ошибся.

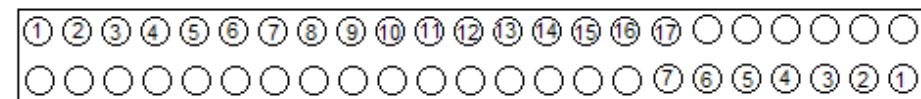
Второй способ. Рассмотрим три утверждения про вторую грядку. «Не больше 14», «Ровно 14» и «Больше 14». Два из этих утверждений должны быть верны, а одно нет. Очевидно, что утверждения «Не больше 14» и

«Больше 14» противоречат друг другу. Следовательно, ложное утверждение среди них. Тогда оставшееся утверждение точно верно. Значит, на второй грядке ровно 14 морковок и правду сказали Иа-Иа и Пятачок. Тогда утверждения «На первой меньше 20» и «На первой больше 18» оба верны. Следовательно, морковок 19, т.к. $18 < 19 < 20$.

9. На эскалаторе в метро через равные промежутки с обеих сторон установлены лампы. Все лампы пронумерованы, начиная с 1. Слева – сверху вниз, а справа – снизу вверх. Дима, стоя на эскалаторе, с одной стороны увидел лампу с номером 7, а с другой – 17. Сколько ламп на эскалаторе?

Ответ. 46.

Решение.



Из рисунка видно, что лампы с номерами от 1 до 16 на той стороне, где Дима увидел 17, вместе с лампами от 1 до 7 на той стороне, где Дима увидел 7, составляют ровно половину всех ламп на эскалаторе. Значит $16+7=23$ – это половина всех ламп. Следовательно, 46 – общее число ламп.

10. На лепестках цветика-семицветика написано, какой лепестки надо сорвать после него. На красном: «голубой», на оранжевом: «зелёный», на жёлтом: «фиолетовый», на зелёном: «синий», на голубом: «жёлтый», на синем: «оранжевый», на фиолетовом: «зелёный или красный». За один раз можно сорвать только один лепесток. Женечке удалось сорвать все лепестки. Какой лепесток был сорван первым?

Ответ. Красный .

Решение.



Запишем условие задачи в виде схемы. На схеме овалы обозначают лепестки, а стрелочки – какой лепесток можно сорвать следующим. Выбор лепестка кроме начала у нас есть только, когда срывается фиолетовый лепесток, для других последовательность жёстко определена. После фиолетового можно сорвать либо красный, либо зелёный. На схеме

на красный овал указывает только одна стрелочка и на зелёный овал указывает только одна стрелочка, следовательно, перед красным лепестком может быть сорван только фиолетовый и перед зелёным лепестком тоже только фиолетовый. Это означает, что или красный или зелёный лепесток не будет иметь предшествующего, а значит один из этих лепестков должен быть сорван первым.

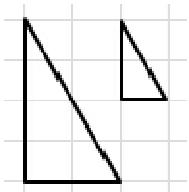
Предположим, что первым был сорван зелёный лепесток, тогда после него надо сорвать синий, а потом оранжевый. Но после оранжевого необходимо срывать зелёный, а зелёный уже сорван. Итак, мы не можем больше срывать лепестки, но ещё 4 лепестка остались несорванными. Значит, зелёный лепесток не мог быть сорван первым.

Остаётся проверить, что с красным лепестком нет никаких проблем. И действительно: лепестки будут сорваны в следующем порядке: красный, голубой, жёлтый, фиолетовый, зелёный, синий, оранжевый.

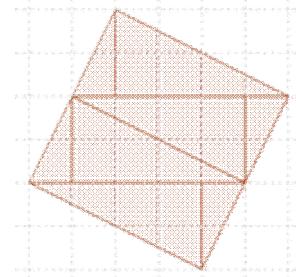
Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

- У Кости есть четыре больших треугольника и четыре маленьких (см.рис.) Помогите Косте, используя все эти треугольники без дыр и наложений, сложить один квадрат. (К.Кноп)



Ответ.



- Три бородатых мудреца спорили, у кого самая длинная борода.

Первый сказал: «У меня самая длинная борода среди вас!».

Второй: «Нет, у меня длиннее, чем у тебя!».

Третий: «Хотя бы один из вас ошибается».

У кого из мудрецов самая короткая борода, если длины всех бород разные и правду сказал только мудрец с самой длинной бородой? (И.Сидоров)

Ответ. У второго.

Решение. Заметим, что третий мудрец обязательно говорит правду, ведь если предположить, что он ошибается, то получится, что и первый, и второй сказали правду, чего не может быть, так как правду сказал только один мудрец. Значит, у третьего мудреца самая длинная борода, а первый и второй сказали неправду. Однако второй сказал, что у него длиннее, чем у первого, а значит на самом деле у него борода короче, чем у первого. Также очевидно, что у второго борода короче, чем у третьего, так как у третьего борода самая длинная. Таким образом, у второго самая короткая борода.

- В спортивной команде шесть человек. Все они участвовали в пяти соревнованиях. Могло ли так оказаться, что сумма мест, занятых каждым, равна одному и тому же числу? (А.Солынин)

Ответ: Нет.

Решение. Давайте посчитаем общую сумму мест. В каждом соревновании есть 1,2,3,4,5 и 6 место и всего соревнований 5. Значит, общая сумма мест

равна $(1+2+3+4+5+6) \cdot 5 = 105$ – нечётное число. Однако если сумма мест, набранная каждым равна n , то общая сумма равна $6n$ – чётное число. Поэтому требуемое условие не может быть выполнено.

4. Тётя Груша продаёт кабачки. Три кабачка она продаёт за 5 долларов, четыре кабачка – за 6 долларов, а пять кабачков – за 7 долларов. Ни в каком другом количестве тётя Груша кабачки не продаёт. Вчера она продала 100 кабачков и выручила за них 160 долларов. Сколько продаж совершила вчера тётя Груша? (Е.Бакаев)

Ответ. 30.

Решение. Будем считать, что по доллару с продажи каждого кабачка тётя Груша кладёт в фартук, а остальное (получается как раз 2 доллара с каждой продажи) – в карман. Тогда в конце дня в фартуке окажется 100 долларов. Значит, в кармане окажется $160 - 100 = 60$ долларов, а раз с каждой продажи в карман шло по 2 доллара, то продаж было 30.

5. В аудитории А сидят 20 участников олимпиады, причём среди любых 10 из них есть 3 одноклассника. Верно ли, что в аудитории А обязательно есть 5 человек из одного класса?

Ответ: да, верно.

Решение. Предположим противное. Пусть в этой аудитории нет пяти человек из одного класса. Тогда максимальное количество одноклассников – 4. Разобьём 20 участников олимпиады на группы одноклассников. Если в группе одноклассников ровно один человек, назовём эту группу малой. Если в группе больше одного человека, назовём её большой.

Теперь разделим 20 участников олимпиады на 2 команды. В первую команду возьмём по одному человеку из каждой малой группы и по два человека из каждой большой. После этого в каждой большой группе останется не более двух человек. Объединим их всех во вторую команду. Заметим, что в каждой команде нет трёх одноклассников, однако мы разбили 20 человек на 2 команды и следовательно в одной из команд не менее 10 человек. Возьмём эту команду и, если там больше 10 человек, то выберем любых 10, и среди этих десяти не будет трёх одноклассников. Противоречие.

Творческая Лаборатория «Дважды Два»



Творческая лаборатория « 2×2 » – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто состоянием математического математиков, обеспокоенных образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Ближайшая школа планируется *с 30 апреля по 10 мая*.

Летняя школа – *с 3 по 24 августа* под г. Владимир на базе ДОЛ «Лесной Городок» – для школьников 4–8 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалей на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран.

Более подробно со всеми направлениями нашей работы вы можете познакомиться на сайте.

Олимпиада 5 класса

Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы *после 10 февраля* на нашем сайте. <http://mathbaby.ru>

Устный тур.

Устный тур пройдёт *24 марта* в помещении МИРЭА. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.