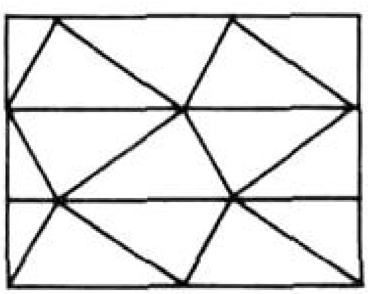
Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија

Платон Димиќ,
Београд

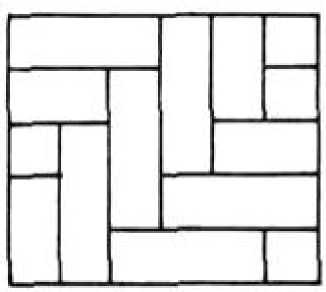
РЕЧ ДВЕ О ПАРКЕТИРАЊУ

Под паркетирањем се подразумева покривање дела равни (обично правоугаоног облика) подударним фигурама или подударним групама фигура. Притом се те фигуре нигде ни делимично међусобно не смеју поклапати, а само поред ивица паркетираног дела равни могу се јављати, сем целих фигура, и њихови делови.

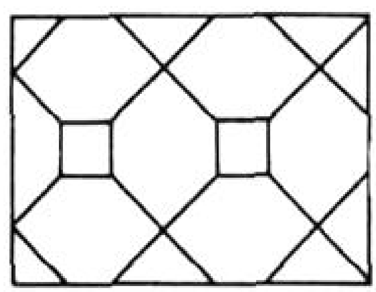
Тако, на пример, на сл. 1, 2 и 3 видимо правоугаонике паркетиране подударним троуглима, правоугаоницима и комбинацијама шестоуглова и квадрата, као и њиховим деловима.



Sl. 1



Sl. 2

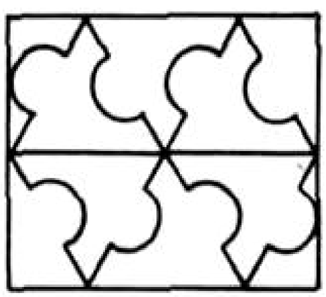


Sl. 3

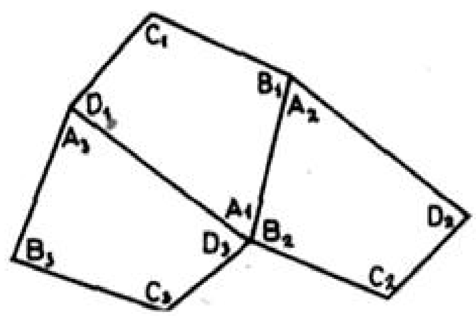
Паркетирање се може вршити, као што се види, на разне начине, но не и помоћу било каквих подударних фигура или група фигура. Тако, на пример, паркетирање дела равни не може се извршити само помоћу правилних петоуглова или седмоуглова. Не може се извршити ни помоћу самих кругова. Стога се у вези са паркетирањем јављају и неки математички проблеми.

Ми ћемо се овде задржати само на неким најпростијим питањима могућности паркетирања једноставним геометријским фигурама.

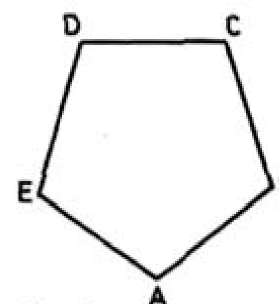
Тако, на пример, лако се увиђа да се паркетирање може извршити и само помоћу било каквих троуглова (сл. 1). Но, ако су у питању једнакокраки, или чак једнакостранични троуглови, онда је на основу њих лако могуће формирати и подударне „криволинијске троугле", којима се такође могу паркетирати ограничени делови равни, као што се то види на сл. 4.



Sl. 4



Sl. 5



Sl. 6

Лако се доказује да је паркетирање могуће извршити и помоћу било каквих паралелограма, па и трапеза. Међутим, мало је теже утврдити да је то увек могуће учинити и помоћу било каквих подударних четвороуглова, као што је то учињено на слици са насловне стране овог броја МЛ. Да видимо како бисмо то доказали.

Претпоставимо да нам је дат четвороугао $A_1B_1C_1D_1$ (сл. 5) чије странице и углови могу бити било какви. Ако поред њега поставимо два исто таква четвороугла, четвороуглове $A_2B_2C_2D_2$ и $A_3B_3C_3D_3$, тако да се теме B_2 другог четвороугла и теме D_3 трећег четвороугла поклапају са теменом A_1 и да се странице A_2B_2 другог четвороугла односно A_3D_3 трећег четвороугла поклапају са страницама A_1B_1 и A_1D_1 првог троугла, онда ће у околини темена A_1 остати непокривен још само део равни који припада углу између страница B_2C_2 и C_3D_3 четвороуглова $A_2B_2C_2D_2$ и $A_3B_3C_3D_3$. Но, тај угао представља допуну збира углова код темена A_1, B_2 и D_3 ових четвороуглова до два пуна угла, па је зато једнак углу код темена C_1, C_2 и C_3 поменутих четвороуглова. Зато, кад се још један (четврти) четвороугао, подударан четвороуглу $A_1B_1C_1D_1$, постави тако да његово теме C_4 падне у тачку A_1, исти се може довести у положај да његова страница B_4C_4 падне на страницу B_2C_2 четвороугла $A_2B_2C_2D_2$, а да његова страница C_4D_4 падне на страницу C_3D_3 четвероугла $A_3B_3C_3D_3$. На тај начин ће бити покривен сав део равни у околини тачке A_1.

Пошто се на сличан начин може поступити кад је у питању било које теме датог четвороугла, цела се раван може покрити самим подударним четвороуглима.

Докажимо још и да се само помоћу правилних подударних петоуглова не може извршити паркетирање дела равни.

Код правилног петоугла сваки унутарњи угао има 108°. Зато постављањем подударних правилних петоуглова једно до другог тако да у некој тачки P имају једно заједничко теме није могуће постићи то да раван у околини тачке P буде потпуно покривена оваквим петоуглима, пошто се 108° не налазе цео број пута у 360°. Но, то није могуће постићи ни ако се поред датог петоугла постави други истоветан петоугао тако да једно његово теме падне у неку тачку које било странице датог петоугла (нпр. странице AB петоугла $ABCDE$ на сл. 6). Углови који се јављају између страница датог петоугла и страница овог придодатог му петоугла у сваком случају су такви да се не могу покрити само угловима датог петоугла.

Напослетку, приметимо да се паркетирање може вршити и помоћу слика које нису геометријске, као шт се то види на сл. 7 и сл. 8.

Sl. 7

Sl. 8

Задаци

1. Испитајте каквим се све шестоуглима може извршити паркетирање дела равни.

2. Нека је $ABCD$ четвороугао чије су две несуседне странице подударне. На колико се начин може помоћу оваквих четвороуглова паркетрирати део равни?

3. Нека је $ABCD$ четвороугао чије су две суседне странице подударне. Можете ли помоћу истих нацртати „криволинијски четвороугао" (слично ономе што је учињено на сл. 4) којима се може покрити део равни?

4. Покажите да постоје петоуглови којима се може вршити паркетирање.

5. Направите разне комбинације троуглова, четвороуглова и многоуглова којима се може паркетирати део равни.

6. Можете ли, слично ономе што се види на сл. 7 и сл. 8, да нацртате фигуре ограничене кривим линијама којима се може извршити паркетирање равни?