

Самоил Малчески
Скопје

ПРЕСМЕТУВАМЕ ВРЕДНОСТИ НА ИЗРАЗИ И РЕШАВАМЕ РАВЕНКИ

На бројните натпревари често пати се задаваат задачи во кои треба да пресметаме вредност на даден израз или да решиме равенка. Во ова наше дружење прво ќе се задржиме на неколку задачи воведни задачи, а потоа ќе се задржиме на решавање задачи во кои во суштина фигурираат равенки и на нивната примена.

1. Збирот на цифрите на годината 2016 е еднаков на 9. Која е следната година на која збирот на цифрите повторно ќе биде еднаков на 9?

Решение. Годините по 2016 се: 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, Збирите на цифрите во овие години соодветно се: 10, 11, 12, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ... Според тоа, следната година во која збирот на цифрите ќе биде 9 е 2025 година.

2. Ласте треба да ги запише сите цифри: 2, 0, 1 и 9 $\square\square\square + \square$ во квадратчињата на цртежот десно и тоа по една цифра во едно квадратче. Тој сака да го добие најголемиот можен збир. Која цифра треба да ја запише на местото на знакот прашалник?

Решение. Најголемиот можен збир на трицифрениот и едноцифрениот број се добива ако се формира најголемиот можен трицифрен број и потоа се собере со преостанатиот едноцифрен број. Според тоа, имаме $921 + 0 = 921$. Но, исто така $920 + 1 = 921$, па затоа на местото на знакот прашалник може да се запише една од цифрите 0 или 1.

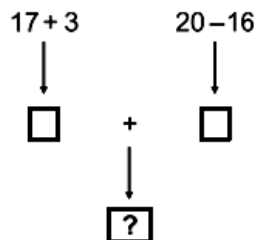
3. На цртежот десно е дадена шема за пресметување. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

Решение. Имаме:

$$17 + 3 = 20,$$

$$20 - 16 = 4,$$

$$20 + 4 = 24.$$



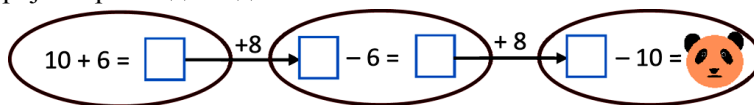
Значи, на местото на прашалникот треба да стои бројот 24.

4. Ема, Бојан, Кире, Дена и Елена фрлиле по две коцки и го собрале бројот на паднати точки. Кој добил најголем, а кој најмал збир?



Решение. Ема добила $6+1=7$, Бојан добил $3+3=6$, Кире добил $2+3=5$, Дена добила $4+4=8$ и Елена добила $5+4=9$. Според тоа, Елена добила најголем збир еднаков на 9, а Кире добил најмал збир еднаков на 5.

5. Кој број се крие зад пандата?



Решение. Последователно добиваме:

$$10 + 6 = 16,$$

$$16 + 8 = 24,$$

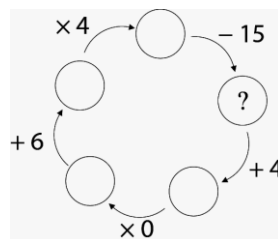
$$24 - 6 = 18,$$

$$18 + 8 = 26,$$

$$26 - 10 = 16.$$

Според тоа, зад пандата се крие бројот 16.

6. Разгледај го цртежот десно. Кој број треба да се запише на кругчето во кое се наоѓа прашалникот?



Решение. Секој број помножен со 0 дава резултат 0. Според тоа, во кругчињата почнувајќи од кругчето во кое се добива бројот при множење со 0 се броевите: 0, $0+6=6$, $6 \cdot 4=24$, $24-15=9$ и $9+4=13$. Значи, во кругчето во кое е прашалникот треба да стои бројот 9.

7. На цртежот десно е истурено мастило, па така еден негов дел не се гледа. Во табелата сите збирови се точни. Кој број треба да стои во полето во кое се наоѓа прашалникот?

+	11	7	2
6	17	13	8
	?		10

Решение. *Прв начин.* Броевите во вториот ред се добиваат кога бројот 6 кој е надвор од табелата

Збирот на четирите бројеви е 32. Кои се броевите на страните кои не можеме да ги видиме?

Решение. Збирот на броевите на двете страни на секоја карта е еднаков на $32 : 2 = 16$. Според тоа, на едната карта вториот запишан број е $16 - 5 = 11$, а на другата карта вториот запишан број е $16 - 12 = 4$.

12. Ана и нејзините пет другарки поделиле неколку јаболки. Секоја од нив добила по половина јаболко. Колку јаболки поделиле Ана и другарките?

Решение. Бидејќи секое од девојчињата добило по половина јаболко, заклучуваме дека две девојчиња добиле едно јаболко. Но, имаме 6 девојчиња и $6 : 2 = 3$, што значи дека девојчињата поделиле 3 јаболки.

13. Балоните се продаваат во пакети од по 5, 10 и 25 балони. Марко купил точно 70 балони. Кој е најмалиот број на пакети кои тој може да ги купи?

Решение. Најмалиот број пакети се добива ако Марко купи најголемиот можен број пакети со по 25 балони, па потоа најголемиот можен број пакети со по 10 балони и на крајот ако е потребно купи пакети со 5 балони. Но, $70 = 2 \cdot 25 + 2 \cdot 10$, што значи дека најмалиот број пакети кои Марко може да ги купи е $2 + 2 = 4$.

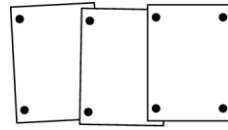
14. Моите кучиња имаат 18 нозе повеќе од носеви. Колку кучиња имам?

Решение. Секое куче има по 4 нозе и 1 нос, што значи $4 - 1 = 3$ нозе повеќе. Значи, бројот на нозете кои се повеќе теба да го поделиме со 3 и така го добиваме бројот на кучињата. Според тоа, јас имам $18 : 3 = 6$ кучиња.

15. Училиштето организира турнир во фудбал. За турнирот прво се пријавиле 13 ученици, а потоа се пријавиле уште 19 други ученици. Одлучено е сите пријавени ученици да учествуваат на турнирот и да се формираат 6 екипи со еднаков број играчи. Колку најмалку ученици треба да се пријават за да може да се формираат 6-те екипи?

Решение. За учество на турнирот се пријавиле вкупно $13 + 19 = 32$ ученици. Бидејќи, $32 = 6 \cdot 5 + 2$, од овие ученици можеме да формираме 6 екипи со по 5 играчи и преостануваат 2 ученика. Значи, за да се формираат 6-те екипи треба да се пријават најмалку уште $6 - 2 = 4$ ученици.

16. Марија, користејќи 8 иглички, прикачила три фотографии на плутена табла (цртеж десно). Ласте сака на истиот начин да прикачи 7 фотографии. Колку иглички му се потребни на Ласте?



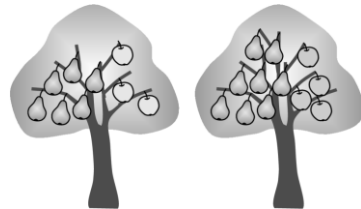
Решение. Од цртежот е јасно дека Марија за последната фотографија искористила 4 иглички, а за секој претходна фотографија таа искористила по 2 иглички. Ласте, сака на истиот начин да прикачи 7 фотографии, па затоа тој ќе искористи $4 + (7 - 1) \cdot 2 = 4 + 6 \cdot 2 = 16$ иглички.

17. Зајчето Ушко има 20 моркови. Тоа јаде секој ден по 2 моркова. Ушко го изел 12-тиот морков во среда. Во кој ден од неделата Ушко почнал да ги јаде морковите?



Решение. Ушко изел 12 моркови. Тој јадел по 2 моркови на ден, што значи дека овие 12 моркови ги изел за $12 : 2 = 6$ дена. Но, 12-тиот морков го изел во среда, па затоа Ушко морковите почнал да ги јаде пет дена порано, т.е. во петок.

18. Во една магична градина растат магични дрвја. На секое магично дрво има или по 6 круши и 3 јаболки или по 8 круши и 4 јаболки. На дрвјата има 25 јаболки. Колку круши има на дрвјата?

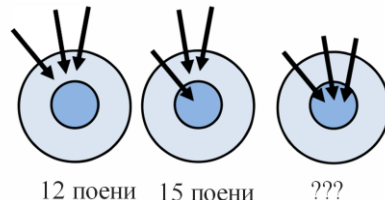


Решение. Имаме,

$$25 = 7 \cdot 3 + 4 = 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4,$$

што значи дека во градината може да има или 7 дрва со по 3 јаболки и 1 дрво со 4 јаболки, или 3 дрва со по 3 јаболки и 4 дрва со по 4 јаболки. Во првиот случај на дрвата има $7 \cdot 6 + 8 = 50$ круши, а во вториот случај има $3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 = 50$ круши. Според тоа, во секој случај на дрвата има 50 круши.

19. Дијана изиграла три игри пикадо, при што во секоја игра фрлала по три стрелички. Нејзините погодоци во секоја од трите игри се прикажани на цртежот десно. Во првата игра освоила 12, а во втората 15 поени. Колку поени освоила Дијана во третата игра?



Решение. Во првата игра Дијана со секоја стреличка освоила еднаков број поени. Според тоа, погодокот во надворешниот прстен се вреднува $12:3=4$ поени. Во втората игра таа има 2 погодока во надворешниот прстен и еден погодок во кругот и освоила 15 поени. Според тоа, погодокот во кругот се вреднува $15-2\cdot 4=7$ поени. Конечно, во третата игра Даниела има три погодока во кругот, што значи дека таа освоила $7\cdot 3=21$ поен.

20. Марко, Мирко и Митко се тројка (тројца браќа родени во ист ден). Нивниот брат Петар е точно три години постар. Збирот на годините на тројцата браќа е поголем од 29, а е помал од 33. Колку години има секој од четирите браќа?

Решение. Бидејќи Петар е точно три години постар, заклучуваме дека кога Петар би имал исто толку години колку и секој негов брат, тогаш тие заедно би имале повеќе од $29-3=26$, а помалку од $33-3=30$ години. Единствен број кој е делив со 4, а е поголем од 26 и е помал од 30 е бројот 28. Според тоа, Марко, Мирко и Митко имаат по $28:4=7$ години, а Петар има $7+3=10$ години.

21. Имаме десет пакетчиња со различен број на бонбони. Секое пакетче содржи најмалку 1, а најмногу 10 бонбони. Пет момчиња зеле по две пакетчиња со бонбони. Марко добил 5 бонбони, Бојан добил 7 бонбони, Никола 9, Дејан 15. Иван ги зел последните две пакетчиња. Колку бонбони добил Иван?

Решение. Бидејќи имаме 10 пакетчиња и секое пакетче содржи најмалку 1, а најмногу 10 бонбони, во пакетчињата имало 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 бонбони. Според тоа, во пакетчињата вкупно имало

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=$$

$$=(1+10)+(2+9)+(3+8)+(4+7)+(5+6)=5\cdot 11=55$$

бонбони. Марко, Бојан, Никола и Дејан заедно зеле $5+7+9+15=36$ бонбони. Значи, Иван зел $55-36=19$ бонбони.

Забелешка. Ваквата распределба е можна. На пример, Иван зел 9 и 10 бонбони, Дејан зел 7 и 8 бонбони, Никола зел 6 и 3 бонбони, Бојан зел 5 и 2 бонбони и Марко зел 1 и 4 бонбони.

22. Круша и јаболко заедно чинат 5 денари, јаболко и банана заедно чинат 7 денари, круша и банана заедно чинат 10 денари. Колку пари вкупно чинат круша, банана и јаболко?

Решение. Според условот на задачата 2 јаболки, 2 круши и 2 банани вкупно чинат $5+7+10=22$ денари. Значи, 1 јаболко, 1 круша и 1 банана чинат двапати помалку, т.е. чинат $22:2=11$ денари.

23. Една грмушка од рози има 8 цветови. На неколку цветови седат пеперутки и вилински коњчиња. На секој цвет седи најмногу еден инсект. Повеќе од половина од цветовите се зафатени. Бројот на пеперутките на цветовите е два пати поголем од бројот на вилински коњчиња на цветовите. Колку пеперутки седат на цветовите?

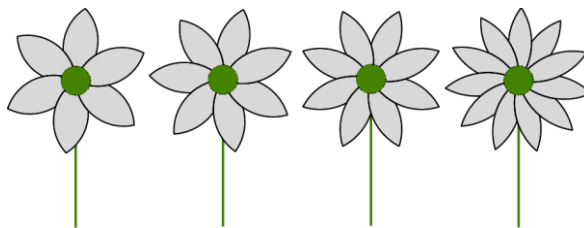


Решение. Според условот на задачата повеќе од половината од цветовите се зафатени од некој инсект, што значи дека се зафатени повеќе од $8:4=4$ цветови, т.е. се зафатени 5, 6, 7 или 8 цветови. Понатаму, на цветовите бројот на пеперутките е двапати поголем од бројот на вилинските кончиња, од каде заклучуваме дека бројот на инсектите кои се наоѓаат на цветовите е делив со 3. Меѓу броевите 5, 6, 7 и 8 само бројот 6 е делив со 3, што значи дека на 6 цветови има инсекти и тоа на $6:3=2$ вилински кончиња и $6-2=4$ пеперутки.

24. Четири браќа изеле вкупно 11 колачиња. Секој од нив изел барем едно колаче и било кои двајца браќа не изеле еднаков број колачиња. Тројца од браќата изеле вкупно 9 колачиња и еден од нив изел точно 3 колачиња. Колку колачиња изел братот кој изел најмногу колачиња?

Решение. Од 11 колачиња тројца браќа изеле 9 колачиња, што значи дека четвртиот изел $11-9=2$ колачиња. Еден од тројцата браќа изел 3 колачиња, па заклучуваме дека преостанатите двајца браќа изеле $9-3=6$ колачиња. Но, секој од браќата изел различен број колачиња и како $6=1+5=2+4=3+3$, а броевите 2 и 3 се веќе зафатени, заклучуваме дека последните двајца браќа изеле 1 и 5 колачиња.

25. Катерина има 4 цветови и тоа: еден со 6 ливчиња, еден со 7 ливчиња, еден со 8 ливчиња и еден со 11 ливчиња. Катерина кине по едно ливче од три различни цветови. Ова постапка ја повторува неколку пати, при што секогаш прави избор од кои три цветови ќе скине по едно ливче. Катерина престанува кога не може да скине по едно ливче од три различни цветови.



Кој е вкупниот најмал број на ливчиња кои на крајот може да останат на цветовите?

Решение. Бројот на ливчињата на цветовите е еднаков на

$$6 + 7 + 8 + 11 = 32$$

и бидејќи во секој чекор се кинат по 3 ливчења, во најдобар случај најмалиот број ливчиња кој ќе остане е $32 - 10 \cdot 3 = 2$. Во следнава табела ќе покажеме како остануваат точно 2 ливчиња.

Прв цвет	Втор цвет	Трет цвет	Четврт цвет
6	7	8	11
6	6	7	10
6	5	6	9
5	5	5	8
4	4	5	7
4	3	4	6
3	3	3	5
2	2	3	4
2	1	2	3
1	1	1	2
1	0	0	1

26. Страниците на една книга се нумерирани (означени со броеви) и тоа: 1, 2, 3, 4, 5 итн. Во нумерирањето на страниците цифрата 5 се јавува точно 16 пати. Кој е најголемиот број на страници кој може да го има оваа книга?

Решение. Цифрата 5 последователно 16 пати се јавува во броевите:

5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58 и 59,

а потоа се јавува дури во бројот 64. Значи, најголемиот број страници кои може да го има книга во чија нумерација на страниците цифрата 5 се јавува 16 пати е книга која има 64 страници.