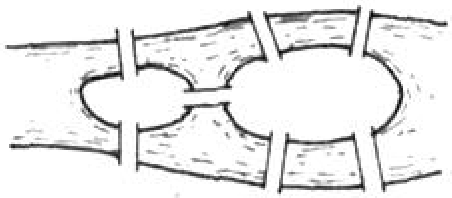
# ПРОБЛЕМ СЕДАМ МОСТОВА*

**1.** Кроз град Калињинград (СССР), који се раније звао Кенигсберг, протиче река Прегел, која се у центру града рачва у два рукавца заобилазећи два острва (сл. 1). Обале Прегела повезане су преко тих острва са 6 мостова, а и сама острва су међу собом везана једним мостом.

За тај град и његове мостове везан је један стари проблем, такозвани проблем седам кенигсбершких мостова, који је постављен још на почетку XVIII века. Тај проблем гласи:



Сл. 1

Да ли би шетач могао да пређе преко свих седам мостова тако да преко сваког моста прелази само по једанпут?

Очигледно, на постављено питање могућна су само два одговора: или потврдан или одречан.

Проблем седам мостова решио је 1736. године велики швајцарски математичар Леонард Ојлер (1707—1783), који је доказао да је немогућно прећи преко свих мостова а да се при том преко сваког моста пређе само по једанпут.

**2.** Ево како је Ојлер решио проблем седам мостова.

Пре свега, шетач може поћи у шетњу било са једне било или друге обале, било са једног или другог острва. Обележимо те могућне полазне тачке са $A$, $B$, $C$, $D$ и између њих повуцимо путање преко мостова: по две путање од $B$ до $D$ и од $C$ до $B$ и по једну путању од $C$ до $A$, од $B$ до $A$ и од $D$ до $B$ (сл. 2)

Добили смо фигуру састављену од 4 тачке и 7 линија, коју можемо схематски представити као на сл. 3. Ако пратимо сада шетачев пут повлачећи писаљком дуж линија те схеме, тада проблем седам мостова можемо и овако изразити:

Да ли се слика 3 може нацртати једним потезом, то јест не дижући врх писаљке са слике и повлачећи дуж сваке линије само по једанпут?

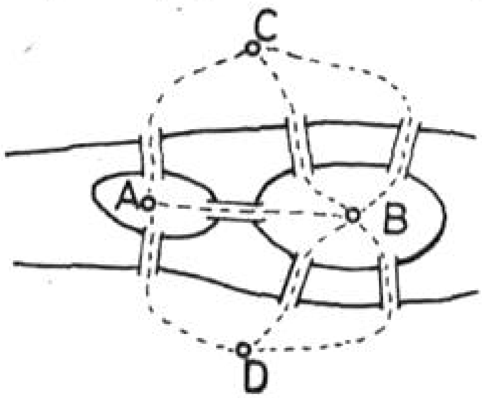
Фигуре састављене од тачака и линија као она на сл. 3 зову се *графови*; тачке $A$, $B$, $C$, $D$ зову се *чворови графа*. Чвор је непаран ако из њега полази непаран број линија, а паран ако из њега полази паран број линија.

О графовима се може доказати следеће:

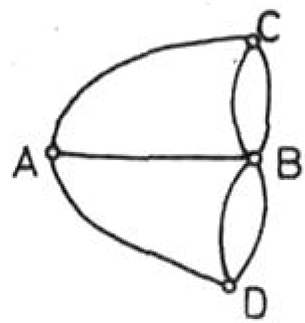
*Граф се може на наведени начин нацртати једним потезом само ако нема ниједан непаран чвор или има два непарна чвора.*

Граф на сл. 3, који одговара проблему седам мостова, има 4 непарна чвора; услед тога не можемо га нацртати једним потезом.

На основу тога, ни шетач који жели да пређе преко свих седам кенигсбершких мостова, прелазећи преко сваког моста само по једанпут, неће моћи то да оствари.




Сл. 2




Сл. 3

**Задаци**

**1.** Од времена кад је постављен проблем седам мостова прошло је више од двеста година. Касније је саграђен и осми мост, који спаја обале реке тамо где се она не рачва. Да ли је шетач после тога могао да пређе преко свих осам мостова, прелазећи преко сваког моста само по једанпут? Покажите како је то могао да учини.

**2.** У најновије време саграђен је и девети мост, који спаја мање острво на сл. 2 са једном обалом. Да ли сад може пешак да пређе сваки мост само једаред и да се врати на место са кога је пошао?

Др М. И.-Д.

**Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија**