

ДИСКОНТНИ ПРЕСМЕТУВАЊА

Самонил Малчески
Скопје
Гуле Гулев
Скопје

1. ПОИМ ЗА ДИСКОНТИРАЊЕ

Во практиката се појавуваат случаи кога една сума пари, земена на заем за определена временски период, се исплаќа предвремено. Во овие случаи треба да се пресмета делот од каматата, за кој треба да се намали крајната сума која се должи и кој го нарекуваме дисконт. Според тоа, ако имаме дадено номинално задолжување, кое треба да се плати после определен период, и ако истото го плаќаме пред истекот на рокот, тогаш сумата за која се намалува номиналното задолжување во моментот на предвремено плаќање на долгот ја нарекуваме *дисконт*. Постапката на претворање на едно задолжение кое треба да се плати на определена дата, во задолжение кое предвремено се плаќа на определена дата, т.е. наоѓањето на сегашната вредност се нарекува *дисконтирање* (*есконтирање*). Суштината на дисконтирањето се состои во извршување на дисконтните пресметувања. При реализирање на дисконтните пресметувања ќе ги користиме следниве ознаки:

- N - номинална сума (*вредност*) на задолжението, т.е. сумата која треба да се плати после определено време,
- p - каматна стапка која се користи при дисконтирањето,
- d - дисконтна (*есконтна*) стапка, сума која се одобрува при предвремено плаќање на 100 денари номинална вредност,
- D - дисконт (*есконт*), кој е еднаков на сумата за која се намалува номиналната вредност на задолжувањето,
- дисконтен (*есконтен*) рок, кој е еднаков на времето изразено во денови t , месеци m или години n , на предвремено плаќање на долгот, и

- E - реалната (*ефективната*) сума со која се отплаќа номиналното задолжение во моментот на предвремено плаќање.

Пресметувањето на дисконтот може да се изврши на два начини, што значи постојат и два вида дисконти и тоа:

- *банкарски или трговски (практичен) дисконт*, кај кој за основа на пресметувањата на дисконтот се зема номиналната вредност, а ефективната вредност се добива како разлика на номиналната вредност и дисконтот, и
- *математички (точен) дисконт*, кај кој номиналната вредност се добива како збир на ефективната вредност и соодветната камата, која се пресметува за ефективната вредност.

2. МАТЕМАТИЧКИ ДИСКОНТ

Како што рековме, кај математичкиот дисконт се оперира со ефективната вредност на која се пресметува соодветна камата. Вака пресметаната камата всушност е еднаква на дисконтот, што значи дека номиналната вредност се добива како збир на ефективната вредност и пресметаната камата, т.е. $N = E + D$. Според тоа, ако дисконтниот рок е даден во денови, тогаш во случај на проста камата дисконтот ќе го пресметаме според формулата $D = \frac{Ept}{360 \cdot 100}$ и ако замениме во $N = E + D$ добиваме

$$N = E + \frac{Ept}{36000}, \text{ од каде наоѓаме}$$

$$E = \frac{N}{1 + \frac{pt}{36000}}. \quad (1)$$

Аналогно, во случаите кога дисконтниот рок е даден во месеци, односно во години, за пресметување на ефективната сума важат формулите:

$$E = \frac{N}{1 + \frac{pm}{1200}}, \quad (2)$$

$$E = \frac{N}{1 + \frac{pn}{100}}. \quad (3)$$

Пример 1. Компанијата X и должи на банката B сума од 250000 денари, која

треба да се плати на 15.05. Компанијата ја исплаќа сумата предвремено, на 6.04 истата година. Пресметајте ја ефективната вредност со која на 6.04 се отплаќа долгот, ако банката применува проста годишна каматна стапка од 8%.

Решение. Бидејќи дисконтниот рок е даден во денови ќе ја искористиме формулата (1). Во случајов имаме $N = 250000$ денари, $t = 40$ денови и $p = 8\%$, па затоа

$$E = \frac{N}{1 + \frac{pt}{36000}} = \frac{250000}{1 + \frac{8 \cdot 40}{36000}} = 247797,36 \text{ денари. } \blacklozenge$$

Пример 2. На 1.01 лицето A му дава на лицето B заем од 100000 денари за период од една година со проста годишна каматна стапка од 12%. Но, на 1.07 истата година лицето A решава да купи автомобил од салонот на лицето B . После пресметката лицето A заклучува дека му недостасуваат средства, па решава да ја искористи позајмицата која му ја дал на лицето B и која на крајот на годината треба да се валозира на 112000 денари. За таа цел му предлага на лицето B позајмицата да ја врати со дисконт. Лицето B се согласува позајмицата да ја врати со дисконт, но само ако тој му обезбедува проста годишна камата од 16%, на што лицето A се согласува, т.е. разликата од 4% ја прифаќа како свој трошок. Колкава е ефективната вредност!

Решение. Бидејќи дисконтниот рок е даден во месеци ќе ја искористиме формулата (2). Во случајов имаме $N = 100000$ денари, $m = 6$ денови и $p = 16\%$, па затоа

$$E = \frac{N}{1 + \frac{pm}{1200}} = \frac{112000}{1 + \frac{16 \cdot 6}{1200}} = 103703,70 \text{ денари.}$$

Да забележиме дека, ако лицето B , по истекот на шесте месеци, заедно со пристигнатата камата му ги вратеше парите на лицето A , тогаш сумата ќе изнесуваше

$$100000 \cdot (1 + \frac{6 \cdot 12}{1200}) = 106000 \text{ денари. } \blacklozenge$$

Од претходниот пример, станува јасно дека дисконтните пресметувања ни овозможуваат да извршиме пресметки кај кредитните процеси кои на друг начин не сме во состојба да ги направиме.

Да ја разгледаме формулата за нарастување на капиталот при сложена каматна

стапка. Тогаш во случај кога дисконтниот рок е даден во години добиваме

$$N = E(1 + \frac{p}{100})^n,$$

т.е.

$$E = \frac{N}{(1 + \frac{p}{100})^n}. \quad (4)$$

Аналогно, кога дисконтниот рок е даден во месеци, односно во денови ги добиваме формулите:

$$E = \frac{N}{(1 + \frac{p}{1200})^m}, \quad (5)$$

$$E = \frac{N}{(1 + \frac{p}{36000})^t}. \quad (6)$$

Изразите $\frac{1}{(1 + \frac{p}{100})^n}$, $\frac{1}{(1 + \frac{p}{1200})^m}$ и $\frac{1}{(1 + \frac{p}{36000})^t}$, со

едно име ги нарекуваме дисконтни фактори, при што истите се користат кога дисконтниот рок е зададен во години, месеци и денови, соодветно.

Пример 3. Компанијата X и должи на банката B сума од 250000 денари, која треба да се плати на 15.05. Компанијата ја исплаќа сумата предвремено, на 6.04 истата година. Пресметајте ја ефективната вредност со која на 6.04 се отплаќа долгот, ако банката применува сложена каматна стапка од 8%.

Решение. Бидејќи дисконтниот рок е даден во денови ќе ја искористиме формулата (6). Во случајов имаме $N = 250000$ денари, $t = 40$ денови и $p = 8\%$, па затоа

$$E = \frac{250000}{(1 + \frac{8}{36000})^{40}} = 247787,87 \text{ денари. } \blacklozenge$$

3. БАНКАРСКИ ДИСКОНТ

Како што рековме, кај банкарскиот дисконт за основа на пресметувањата на дисконтот се зема номиналната вредност, а ефективната вредност се добива како разлика на номиналата и дисконтот, т.е. $E = N - D$. Притоа, за пресметување на дисконтот се користи дисконтната стапка. Според тоа, ако дисконтниот рок е даден во денови, тогаш во случај на проста дисконтна стапка дисконтот ќе го пресметаме

според формулата $D = \frac{Ndt}{360 \cdot 100}$ и ако заместиме во $E = N - D$ добиваме

$$E = N(1 - \frac{dt}{36000}). \quad (1)$$

Аналогно, во случаите кога дисконтниот рок е даден во месеци, односно во години за пресметување на ефективната сума важат формулите

$$E = N(1 - \frac{dm}{1200}), \quad (2)$$

$$E = N(1 - \frac{dn}{100}). \quad (3)$$

Пример 4. Компанијата X и должи на банката B сума од 250000 денари, која треба да се плати на 15.05. Компанијата ја исплаќа сумата предвремено, на 6.04 истата година. Користејќи го банкарскиот дисконт пресметајте ја ефективната вредност со која на 6.04 се отплаќа долгот, ако банката одобрува проста дисконтна стапка 8%.

Решение. Бидејќи дисконтниот рок е даден во денови ќе ја искористиме формулата (1). Во случајов имаме $N = 250000$ денари, $t = 40$ денови и $d = 8\%$, па затоа

$$E = 250000 \cdot (1 - \frac{8 \cdot 40}{36000}) = 247777,78 \text{ ден.} \blacklozenge$$

Ако ги споредиме резултатите од примерите 1 и 4, во кои каматната и дисконтната стапка се еднакви, ќе забележиме дека банкарскиот дисконт е поповолен за клиентот. Ќе докажеме дека последното важи и во општ случај. Имено, ако $p = d$, и дисконтниот рок е даден во денови, тогаш од последователно наоѓаме

$$1 - (\frac{pt}{36000})^2 < 1,$$

$$(1 - \frac{pt}{36000}) < \frac{1}{1 + \frac{pt}{36000}},$$

$$N(1 - \frac{dt}{36000}) < \frac{N}{1 + \frac{pt}{36000}},$$

што и требаше да се покаже. Во случај кога дисконтниот рок е даден во месеци, односно години тврдењето се докажува на потполно аналоген начин.

Природно се поставува прашањето, која е врската меѓу дисконтната и каматната стапка, за да при дадени номинална вредност и дисконтен рок се постигне иста ефективна вредност. Во случај кога дис-

контниот рок е зададен во денови имаме: $N(1 - \frac{dt}{36000}) = \frac{N}{1 + \frac{pt}{36000}}$, од што со елементар-

ни трансформации наоѓаме:

$$d = \frac{p}{1 + \frac{pt}{36000}} \text{ и } p = \frac{d}{1 - \frac{dt}{36000}}. \quad (4)$$

Понатаму, ако дисконтниот рок е зададен во месеци, ги добиваме релациите

$$d = \frac{p}{1 + \frac{pm}{1200}} \text{ и } p = \frac{d}{1 - \frac{dm}{1200}}, \quad (5)$$

а ако е зададен во години релациите

$$d = \frac{p}{1 + \frac{pn}{100}} \text{ и } p = \frac{d}{1 - \frac{dn}{100}}. \quad (6)$$

Како што можеме да видиме, дисконтната стапка е секогаш помала од каматната стапка која овозможува да се добие иста ефективна вредност.

Пример 5. Банката X на своите едногодишни кредитни пласмани засметува проста камата од 20%. Компанијата A и нуди да го отплати својот долг кој достасува после една година. Колкава треба да биде дисконтната стапка, која на банката ќе и овозможи остварување на зацртаната кредитна политика?

Решение. Бидејќи дисконтниот рок е една година, т.е. $n = 1$ и каматата е $p = 20\%$, со замена во првата формула во (6) добиваме

$$d = \frac{p}{1 + \frac{pn}{100}} = \frac{20}{1 + \frac{20 \cdot 1}{100}} = 16,66667\%. \blacklozenge$$

Како и каматната стапка, така и дисконтната стапка може да биде и сложена. Во случај кога имаме сложена дисконтна стапка, а дисконтниот рок е зададен во години, тогаш номиналната вредност во првата година се намалува за сума $\frac{Nd}{100}$, па значи сумата која треба да се дисконтира една година порано од денот на доспевањето на долгот изнесува

$$N - \frac{Nd}{100} = N(1 - \frac{d}{100}).$$

Понатаму, последната се намалува за сума $\frac{N(1 - \frac{d}{100})d}{100}$, па значи сумата која треба да се дисконтира две години порано од денот на доспевањето на долгот изнесува

$$N(1 - \frac{d}{100}) - \frac{N(1 - \frac{d}{100})d}{100} = N(1 - \frac{d}{100})^2.$$

Продолжувајќи ја постапката добиваме дека сумата која треба да се дисконтира n години порано од денот на доспевањето на долгот и која е еднаква на ефективната сума е еднаква на

$$E = N(1 - \frac{d}{100})^n. \quad (7)$$

Со аналогни размислувања се покажува дека во случај кога дисконтниот рок е зададен во месеци, односно денови, тогаш ефективната сума се пресметуваат според формулите

$$E = N(1 - \frac{d}{1200})^m, \quad (8)$$

$$E = N(1 - \frac{d}{36000})^t. \quad (9)$$

Изразите

$$(1 - \frac{d}{100})^n, (1 - \frac{d}{1200})^m \text{ и } (1 - \frac{d}{36000})^t$$

ги нарекуваме *дисконтни множители*, при што истите се користат кога дисконтниот рок е зададен во години, месеци и денови, соодветно.

Пример 6. Компанијата X и должи на банката B сума од 250000 денари, која треба да се плати на 15.05. Компанијата ја исплаќа сумата предвремено, на 6.04 истата година. Користејќи го банкарскиот дисконт, пресметајте ја ефективната вредност со која на 6.04 се отплаќа долгот, ако банката применува сложена дисконтна стапка од 8%.

Решение. Бидејќи дисконтниот рок е даден во денови ќе ја искористиме формулата (9). Во случајов имаме $N = 250000$ денари, $t = 40$ денови и $d = 8\%$, па затоа

$$E = 250000(1 - \frac{8}{36000})^{40} = 247787,38 \text{ ден.} \spadesuit$$

Ако ги споредиме резултатите од примерите 3 и 6, во кои каматната и дисконтната стапка се еднакви, ќе забележиме дека банкарскиот дисконт е поповолен за клиентот. Ќе докажеме дека последното важи и во општ случај. Имено, ако $p = d$, и дисконтниот рок е даден во денови, тогаш од последователно наоѓаме

$$1 - (\frac{p}{36000})^2 < 1,$$

$$(1 - \frac{p}{36000})^t < \frac{1}{(1 + \frac{p}{36000})^t},$$

$$N(1 - \frac{d}{36000})^t < \frac{N}{(1 + \frac{p}{36000})^t},$$

што и требаше да се покаже. Во случај кога дисконтниот рок е даден во месеци, односно години тврдењето се докажува на потполно аналоген начин.

Природно се поставува прашањето, која е врската меѓу дисконтната и каматната стапка, за да при дадени номинална вредност и дисконтен рок се постигне иста ефективна вредност. Лесно се покажува дека и во овој случај важат формулите:

$$d = \frac{p}{1 + \frac{p}{36000}}, \quad p = \frac{d}{1 - \frac{d}{36000}}, \quad (10)$$

$$d = \frac{p}{1 + \frac{p}{1200}}, \quad p = \frac{d}{1 - \frac{d}{1200}}, \text{ и } (11)$$

$$d = \frac{p}{1 + \frac{p}{100}}, \quad p = \frac{d}{1 - \frac{d}{100}}. \quad (12)$$

Пример 7. Банката X на своите едно-годишни кредитни пласмани засметува сложена камата од 20%. Компанијата A нуди да го отплати својот долг кој доспева после две години. Колкава треба да биде дисконтната стапка, која на банката ќе и овозможи остварување на зацртаната кредитна политика?

Решение. Бидејќи дисконтниот рок е две години, т.е. $n = 2$ и каматата е $p = 20\%$, со замена во првата формула во (6) добиваме $d = \frac{p}{1 + \frac{pn}{100}} = \frac{20}{1 + \frac{20 \cdot 2}{100}} = 14,2857\%.$ ♦

4. ПРИМЕНА НА ДИСКОНТНИТЕ ПРЕСМЕТУВАЊА

а) *Меница* е хартија од вредност, издадена во строго пропишана законска форма, со која едно лице го задолжува или му наредува на друго лице да му ја исплати на трето лице назначената (*номиналната*) вредност на меницата во *определен рок* (на *определена дата, валута*). Лицето кое ја издава меницата се нарекува *издавач (трасант)*, лицето кое е овластено да го добие износот на меницата се нарекува *реминент (бенифициент)*, а лицето кое ја плаќа номиналната вредност на меницата се наре-

кува *трасат*. Реминентот може да побара издадената меница да биде претходно потврдена (*акцептирана*) од трасатот. Затоа, во повеќето случаи издавачот ја испраќа меницата кај трасатот на акцептирање. Всушност, акцептирањето е писмена потврда на трасатот за плаќање на меницата во предвидениот рок.

Во многу случаи, реминентот има потреба побрзо да дојде до пари, па затоа тој до денот на плаќањето сопственоста на меницата може да ја префрли на други лица. Јасно, последниот сопственик на меницата ја наплатува нејзината номинална вредност од трасатот. Притоа, можно е трасатот да го откаже плаќањето на меницата и тогаш меницата се протестира. При протестирањето на меницата, нејзиниот сопственик има право да побара номиналната вредност да биде платена од било кој од претходните сопственици. На тој начин, по обратен редослед една протестирана меница може да стигне до издавачот, кој е должен да ја плати номиналната вредност заедно со каматите и трошоците за протестирање.

Комерцијален запис е хартија од вредност, со која едно лице се задолжува самото себе на друго лице да ја исплати номиналната вредност на записот во определен рок (на *определена дата*, *валута*). Според тоа, кај комерцијалниот запис трасатот и трасатот се едно исто лице.

Причина за издавање на меница или комерцијален запис е следнава ситуација: лицето *A* нема доволно готови пари за да набави некоја стока, но има одлични деловни врски со своите доставувачи и сигурни пазари, па затоа моменталниот недостиг на готови пари за плаќање на доставената стока се надминува со склучување на кредитна зделка. Имено, доставувачот на стоки се јавува како кредитор на лицето *A*, со тоа што на лицето *A* му ги доставува потребните стоки кои заедно со соодветна камата треба да се платат во определен рок (на определена дата). Притоа, лицето *A* издава меница или комерцијален запис, со што обврзува трето лице или се обврзува самиот себе дека на наведената дата ќе биде платен износот кој се должи.

За сопственикот на меницата (комерцијалниот запис) е важно дека тој не е должен да го чека рокот на нејзино доспевање. Имено, тој може меницата да ја достави на исплаќање на својата банка или на друга специјализирана установа. Притоа, операцијата која ја извршува банката се нарекува дисконтирање на меницата (комерцијалниот запис). Во оваа операција, всушност стоквиот кредит се трансформира во банкарски, со што банката се јавува во улога на кредитор. Јасно, банката на реминентот му ја исплаќа ефективната сума, а не номиналната сума на меницата, со што всушност остварува право да ја наплати главницата на заемот и камата од денот на дисконтирањето на меницата (комерцијалниот запис) до денот на нејзиното доспевање. При дисконтирањето, банката на номиналната вредност пресметува определена провизија, а исто така наплатува и манипулативни трошоци. Провизијата и манипулативните трошоци на крајот се одземаат од пресметаната ефективна вредност. Понатаму, банките дисконтирањето го вршат користејќи го банкарскиот дисконт, т.е. според кој како што знаеме, ако дисконтниот рок е зададен во денови, тогаш ефективната сума која ја добива сопственикот на меницата се пресметува според формулата

$$E = N(1 - \frac{dt}{36000}), \quad (1)$$

а дисконтот според формулата

$$D = \frac{Ndt}{36000}. \quad (2)$$

Пример 8. Трговското друштво *A* продало стока и за тоа добило меница во висина од 3000000 денари, која треба да ја наплати на 20.04. Во меѓувреме трговското друштво има потреба од средства, па затоа одлучило на 21.03 истата година да ја продаде на банката *B* со дисконтна стапка од 6%. Притоа банката наплатува 0,025% провизија и 50 денари манипулативни трошоци. Колку банката му исплатила на трговското друштво?

Решение. Според условот имаме $N = 3000000$ ден., $d = 6\%$, $t = 30$ денови. Ако ја искористиме формулата (1), добиваме дека ефективната сума е

$E = 3000000(1 - \frac{6 \cdot 30}{36000}) = 2985000$ денари,
што значи дисконтот е

$$D = 3000000 - 2985000 = 15000 \text{ денари.}$$

Понатаму, банката ќе наплати провизија

$$3000000 \cdot \frac{0,025}{100} = 750 \text{ денари,}$$

и 50 денари манипулативни трошоци, кои се одземаат од ефективната сума. Според тоа, трговското друштво ќе добие

$$2985000 - 750 - 50 = 2984200 \text{ денари.}$$

Вообичаено е претходните пресметки да се запишуваат на следниов начин:

Дисконтирано на 21.03

Номин: вредност на 20.04: 3000000 ден.

1. Дисконт од 6% за 30 дена: 15000 ден.

2. Провизија од 0,025%: 750 ден.

3. Манипулативни трошоци: 50 ден.

Ефект. сума на 21.03: 2984200 ден.

Нека имаме n меници со номинални вредности $N_i, i = 1, 2, \dots, n$, кои треба да се дисконтираат за периоди $t_i, i = 1, 2, \dots, n$ со дисконтни стапки $d_i, i = 1, 2, \dots, n$. Аналогно, како и во случај на терминската сметка, се покажува дека ако сакаме истите да ги дисконтираме истовремено во време t_s , со заедничка дисконтна стапка d_s , но притоа добисниот дисконт да биде еднаков на збирот на поединечните дисконти, тогаш тоа можеме да го направиме користејќи ги формулите:

$$d_s = \frac{\sum_{i=1}^n N_i d_i}{\sum_{i=1}^n N_i} \text{ и } t_s = \frac{\sum_{i=1}^n N_i d_i t_i}{\sum_{i=1}^n N_i d_i}. \quad (3)$$

Понатаму, ако сите меници се дисконтираат во една банка, логично е за сите меници да имаме иста дисконтна стапка, па ако замениме во втората формула во (3) за периодот на дисконтирање, кој го нарекуваме среден рок (средна дата), ја добиваме формулата

$$t_s = \frac{\sum_{i=1}^n N_i t_i}{\sum_{i=1}^n N_i}. \quad (4)$$

Пример 9. Лицето X во својата банка на 15.12 приложува меница A со номи-

нална вредност од 300000 денари со дата на плаќање 25.12 и меница B со номинална вредност 500000 денари и дата на плаќање 20.03 следната година, со барање дисконтираните вредности на мениците да се префрлат на неговата сметка на средна дата, т.е. на ист ден да располага со двете суми, но притоа ниту банката ниту лицето X да не се оштетени. Која е таа дата?

Решение. Од условот на задачата добиваме:

- за меницата A важи $N_1 = 300000$ денари и $t_1 = 10$ денови, и

- за меницата B важи $N_2 = 500000$ денари и $t_2 = 95$ денови.

Ако замениме во формулата (4) за средниот рок на дисконтирање добиваме

$$t_s = \frac{\sum_{i=1}^n N_i t_i}{\sum_{i=1}^n N_i} = \frac{10 \cdot 300000 + 95 \cdot 500000}{300000 + 500000} \approx 63 \text{ дена. } \blacklozenge$$

б) *Благајничките записи* се хартии од вредност кои во големи серии ги емитува државата и воглавно се користат за покривање на буџетскиот дефицит. По правило рокот за кој се издаваат благојничките записи не е поголем од една година, а најчесто се работи за периоди од три, шест или девет месеци.

Благајничките записи се емитираат со дисконт од номиналната вредност, по која се откупуваат на денот на достасување за наплата на записите. Според тоа, доходот од инвестирањето во благојничките записи е еднаков на разликата меѓу *номиналната вредност* (цената по која ќе бидат исплатени на денот на достасување за наплата) и *дисконтираната вредност* (цената по која се откупени). Понатаму, краткиот рок на благојничките записи и гарантираниот бонитет (платноспособноста) на емитерот (државата) се фактори, кои влијаат купувањето на благојничките записи да е една од најсигурните инвестиции на финансискиот пазар.

Благајничките записи најчесто се продаваат на аукции, каде учествуваат банки и други инвестициони посредници. Притоа, на аукциите најчесто се учествува со два

вида порачки: конкурентски и неконкурентски. При конкурентските порачки секој учесник на аукцијата нуди цена (процент од номиналната вредност со точност до две децимали) и количество благајнички записи (по номинал) кои сака да ги купи од соодветната емисија. Комисијата која ја спроведува аукцијата ги рангира понудите во опаѓачки редослед, при што ги наоѓа кумулативните вредности на количеството благајнички записи. Потоа, почнувајќи од најдобрата понуда се задоволуваат порачките на учесниците на аукцијата. Доколку имаме неконкурентски порачки, тогаш тие се исполнуваат според постигната просечна цена на конкурентските порачки.

Пример 10. На 25.01 е објавена аукција за продажба на тримесечни благајнички записи со достасување за исплата на 26.04, со вкупна номинална вредност од 150000000 денари. На аукцијата се добиени следниве конкурентски порачки: банката *B1* сака да купи благајнички записи во номинална вредност од 35000000 по цена од 89,81; банката *B2* сака да купи благајнички записи во номинална вредност од 55000000 по цена од 89,83; банката *B3* сака да купи благајнички записи во номинална вредност од 15000000 по цена од 89,79; банката *B4* сака да купи благајнички записи во номинална вредност од 41000000 по цена од 89,75; банката *B5* сака да купи благајнички записи во номинална вредност од 55000000 по цена од 89,69. Освен тоа, пристигната е и една неконкурентска порачка на мали инвеститори кои сакаат да купат благајнички записи во номинална вредност од 70000000 денари.

Како ќе ја реализирате продажбата на благајничките записи понудени на оваа аукција? Колкава е цената на благајничките записи која ќе важи за неконкурентската понуда?

Решение. Според претходно опишаниот начин ги подредуваме пристигнатите порачки во следнава табела, при што почнуваме од неконкурентската порачка, која ќе ја задоволиме според постигнатата про-

сечна цена формирана од конкурентските порачки:

Клиент	Цена	Колич.	Кумулир. вредност
Неконкур. порачка	---	7000000	7000000
Банка <i>B2</i>	89,83	55000000	62000000
Банка <i>B1</i>	89,81	35000000	97000000
Банка <i>B3</i>	89,79	15000000	112000000
Банка <i>B4</i>	89,75	41000000	153000000
Банка <i>B5</i>	89,69	55000000	205000000

Од податоците во претходната табела се гледа дека:

- порачките на банките *B2*, *B1* и *B3* ќе бидат целосно задоволени,
- порачката на банката *B4* ќе биде делумно задоволена, т.е. таа ќе купи благајнички записи во номинална вредност од 38000000 денари, а не како што е нејзината понуда за 41000000 денари и
- порачката на банката *B5* во целост нема да биде задоволена.

Притоа, неконкурентската понуда ќе биде задоволена и за истата цената на благајничките записи ќе изнесува

$$\frac{89,83+89,81+89,79+89,75}{4} = 89,79 \text{ . } \blacklozenge$$

5. ДОХОДОВНОСТ ПРИ ИНВЕСТИРАЊЕ ВО БЛАГАЈНИЧКИ ЗАПИСИ

Со оглед на тоа дека купувањето на благајнички записи е инвестиционен потфат, природно е да се запрашаме каков е ефектот од оваа инвестиција, т.е. каква е нејзината доходност. Постојат повеќе показатели на доходноста, од кои овде ќе ги разгледаме:

- доходноста до денот на исплата,
- годишната доходност и
- ефективната годишна доходност.

Доходноста до денот на исплата

R се пресметува со формулата:

$$R = \frac{100D}{K}, \quad (5)$$

каде *D* е дисконтот изразен во проценти и *K* е цената на благајничкиот запис. Всушност, доходноста е остварената до-

бивка, изразена во проценти, која инвеститорот ќе ја добие од вложувањето во благaјничките записи во периодот на траење на благaјничките записи.

Пример 11. Доходовноста до денот на исплатата на купените благaјнички записи од страна на банките од претходниот пример е:

- банката B1: $R = \frac{100 \cdot 10,19}{89,81} = 11,346\%$,
- банката B2: $R = \frac{100 \cdot 10,17}{89,83} = 11,321\%$,
- банката B3: $R = \frac{100 \cdot 10,21}{89,79} = 11,371\%$,
- банката B4: $R = \frac{100 \cdot 10,25}{89,75} = 11,421\%$.

Понатаму, доходовноста на вложувањето на малите инвеститори ќе биде еднаква на доходовноста на банката B3 (зошто?). ♦

Годишната доходовност (инвестиционата доходовност) $R_{p.a.}$ се пресметува со формулата

$$R_{p.a.} = \frac{36000D}{Kt}, \quad (6)$$

каде D е дисконтот изразен во проценти, K е цената на благaјничкиот запис и t е рокот на траење на благaјничките записи, изразен во денови. Годишната доходовност е еднаква на простата годишна камата, која инвеститорот ќе ја добие од вложувањето во благaјничките записи.

Пример 12. Годишната доходовност од вложувањето во благaјнички записи од страна на банките од претходниот пример е:

- B1: $R_{p.a.} = \frac{36000 \cdot 10,19}{90 \cdot 89,81} = 45,385\%$,
- B2: $R_{p.a.} = \frac{36000 \cdot 10,17}{90 \cdot 89,83} = 45,286\%$,
- B3: $R_{p.a.} = \frac{36000 \cdot 10,21}{90 \cdot 89,79} = 45,484\%$,
- B4: $R_{p.a.} = \frac{36000 \cdot 10,25}{90 \cdot 89,75} = 45,682\%$.

Понатаму, годишната доходовност на вложувањето на малите инвеститори ќе биде еднаква на годишната доходовност на банката B3. ♦

Ефективната годишна доходовност $ER_{p.a.}$ се пресметува според формулата

$$ER_{p.a.} = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^n - 1 \right] \quad (7)$$

каде R е доходовноста до денот на исплатата и n бројот на можните инвестирања во текот на една година. Всушност, ефективната доходовност е еднаква на сложената годишна каматна стапка која се остварува од вложувањето во благaјничките записи, ако вложувањето се реинвестира определен број пати во текот на годината при непроменети услови за инвестирање.

Пример 13. Брокерското друштво A е убедено, дека на претстојната аукција на тримесечни и шестмесечни на благaјнички записи ќе може да постигне цена од 90,45 и 83,23 на сто денари номинална вредност, соодветно. Кај кои благaјнички записи имаме поголема ефективна годишна доходовност?

Решение. Ако ја искористиме формулата (5), тогаш за доходовноста на денот на исплатата добиваме:

- за тримесечните благaјнички записи:

$$R_1 = \frac{100D}{K} = \frac{100 \cdot 9,55}{90,45} = 10,5583\% \text{ и}$$

- за шестмесечните благaјнички запис

$$R_2 = \frac{100D}{K} = \frac{100 \cdot 16,77}{83,23} = 20,149\%.$$

Понатаму, во случај на тримесечните благaјнички записи бројот на реинвестирањата е $n = 4$ и ако замениме во формулата (7) добиваме:

$$ER_{p.a.} = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{10,5583}{100} \right)^4 - 1 \right] = 49,4051\%.$$

Во случај на шестмесечни благaјнички записи бројот на реинвестирањата е $n = 2$ и ако замениме во формулата (7) добиваме:

$$ER_{p.a.} = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{20,149}{100} \right)^2 - 1 \right] = 44,3578\%.$$

Според тоа, купувањето на тримесечните благaјнички записи е со поголема ефективна годишна доходовност за 5,0473%. ♦

Ефективноста на враќање на инвестицијата се пресметува со формулата

$$ER = \frac{36000}{t} \cdot \left[\left(1 + \frac{R_{p.a.}}{100} \right)^m - 1 \right] \quad (8)$$

каде $R_{p.a.}$ е годишната доходовност, n е бројот на реинвестирањата во текот на годината, m е бројот на реинвестирањата во базичниот инвестиционен период и t е

бројот на деновите во базичниот инвестиционен период.

Пример 14. Брокерското друштво A има можност да купи тримесечни и шестмесечни благајнички записи по цена од 90,45 и 83,23 на сто денари номинална вредност, соодветно. Ако инвестициониот период е 180 денови, која е подобра инвестиција?

Решение. Ако ја искористиме формулата (6), тогаш за годишната доходност добиваме:

- за тримесечните благајнички записи:

$$R_{p.a.} = \frac{36000 \cdot 9,55}{90,45 \cdot 90} = 42,2332\% \text{ и}$$

- за шестмесечните благајнички записи

$$R_2 = \frac{36000 \cdot 16,77}{83,23 \cdot 180} = 40,298\% .$$

Понатаму, во случај на тримесечните благајнички записи бројот на реинвестирањата е $n = 4$ и бројот на реинвестирањата во базниот период е $m = 2$, па ако замениме во формулата (8) добиваме

$$ER = \frac{36000}{180} \cdot \left[\left(1 + \frac{42,2332}{100 \cdot 4} \right)^2 - 1 \right] = 44,4628 .$$

Во случај на шестмесечни благајнички записи бројот на реинвестирањата е $n = 2$ и бројот на реинвестирањата во базниот период е $m = 1$, па ако замениме во формулата (8) добиваме

$$ER = \frac{36000}{180} \cdot \left[\left(1 + \frac{40,298}{100 \cdot 2} \right)^1 - 1 \right] = 40,298\% .$$

Според тоа, и според овој показател купувањето на тримесечните благајнички записи е подобра инвестиција (види пример 13). ♦

ЛИТЕРАТУРА

1. **Barnet, R.; Zeigler, M.:** *Finite Mathematics for Management, Life and Social sciences*, Dellen Publishing Company, 1987
2. **Budnik, S. F.:** *Applied mathematics for business, economics and the social sciences*, McGraw-Hill book company, New York, 1988
3. **Йовкова, Ѕ.; Петков, Б.:** *Финансова математика*, Нова звезда, Софија, 2001
4. **Малчески, Р.; Малчески, С.:** *Финансиска математика*, АЛФА 94, Скопје, 2007
5. **Rosser, M.:** *Basic Mathematics for Economists*, Routledge, London-New York, 2003

Статијата прв пат е објавена во списанието СИГМА на Сојузот на математичарите на Македонија