

## КАМАТА И КАМАТНИ ПРЕСМЕТУВАЊА

Самоил Малчески, Скопје  
Гуле Гулев, Скопје

### 1. ПОИМ ЗА КАМАТА

*Камата (интерес)* е паричната сума, која се плаќа за користење на туѓи парични средства (капитал).

Оваа дефиниција на каматата се однесува и на вложените парични средства, при што институцијата, во која тие се вложени за определен временски период, ги користи средствата и на вложувачите, на кои како надомест, им плаќа камата.

Каматата е резултат на кредитен однос, во кој учествуваат две страни: кредитобарател (должник) и кредитор (доверител). Притоа кредиторот му позајмува финансиски средства на кредитобарателот, со што всушност му прави еден вид услуга. Затоа, каматата која ја плаќа кредитобарателот можеме да ја разгледуваме како цена на претходно споменатата услуга.

Големината на каматата, која кредитобарателот треба да ја плати на кредиторот, е определена со големината на позајмената сума  $K$  и договорената каматна стапка. Најчесто каматната стапка се изразува во проценти, т.е. во стоти делови од едно целo. Така на пример, каматна стапка од 5% означува дека за користење на 100 денари се плаќа 5 денари камата, или што е исто  $100 \cdot \frac{5}{100} = 5$ . Каматната стапка може да се определи за период од една година или за период помал од една година: полугодие (семестар), тримесечие (квартал), месец итн. Притоа во зависност од периодот за кој е определена каматната стапка разликуваме *годишно* и *внатрегодишно* вкаматување.

Во економската теорија, но и во практиката каматите се делат според неколку критериуми, како што се:

- начинот на пресметување и плаќање на каматата, и
- според моетот на пресметување на каматата и плаќањето на каматата и

основата на која се пресметува каматата.

Според начинот на пресметување на каматата, таа може да биде: *проста* и *сложена*.

*Простата камата* се добива кога основата за нејзиното пресметување (вложените или позајмените средства) не се менува. Тоа значи, дека пресметаната камата во секој каматен период (година) не се додава на основницата (вложените или позајмените средства), туку таа се префрла на одделна бескаматна сметка.

*Сложена камата* или *камата на камата* е онаа камата, која, откако ќе се пресмета, се додава на основата (вложените или позајмените средства) за понатамошно вкаматување. Според тоа, сложената камата после секој период на вкаматување се додава на капиталот, за да во следниот период се пресмета камата и на каматата.

Според моментот на пресметувањето и на плаќањето на каматата и основата на која се пресметува каматата, таа може да биде: *антиципативна* и *декурзивна*.

*Антиципативната камата* се пресметува и се плаќа на почетокот на секој период на вкаматување. Притоа, основата за пресметување на антиципативната камата е капиталот на крајот од периодот на вкаматување. Во натамошните разгледувања процентот кај антиципативното вкаматување ќе го означуваме со  $p$ .

*Декурзивната камата* се пресметува и плаќа на крајот од периодот на вкаматување. Притоа, основата за пресметување на декурзивната камата е капиталот на почетокот од периодот на вкаматување. Во натамошните разгледувања процентот кај декурзивното вкаматување ќе го означуваме со  $p$ .

Од досега изнесеното следува, дека при означувањето на каматната стапка, покрај тоа што треба да се назначи начинот на вкаматување (декурзивен или антиципативен), потребно е да се каже и за кој период се однесува дадената каматна стапка. Во практиката имаме:

- годишно декурзивно вкатување со годишна каматна стапка  $p\%$  во ознака  $p\%p.a.(d), v.g.$ ,
- полугодишно декурзивно вкатување со годишна каматна  $p\%$  стапка во ознака  $p\%p.a.(d), v.s.$ ,
- тримесечно декурзивно вкатување со годишна каматна стапка  $p\%$  во ознака  $p\%p.a.(d), v.q.$ ,
- месечно декурзивно вкатување со годишна каматна стапка  $p\%$  во ознака  $p\%p.a.(d), v.m.$ ,
- годишно антиципативно вкатување со годишна каматна стапка  $p\%$  во ознака  $p\%p.a.(a), v.g.$ ,
- полугодишно антиципативно вкатување со годишна каматна  $p\%$  стапка во ознака  $p\%p.a.(a), v.s.$ ,
- тримесечно антиципативно вкатување со годишна каматна стапка  $p\%$  во ознака  $p\%p.a.(a), v.q.$  и
- месечно антиципативно вкатување со годишна каматна стапка  $p\%$  во ознака  $p\%p.a.(a), v.m.$

## 2. ПРОСТА КАМАТА

При пресметување на каматите, како кај простата, така и кај сложената камата се среќаваме со следниве четири елементи:

- а) *основната сума (основен капитал)*, која е предмет на вкатување и која може да биде:
  - *почетен капитал*, т.е. вложената или позајмената сума пари  $K_0$ ,
  - *зголемена сума (зголемен капитал)*, која е еднаква на збирот на основната сума и пресметаната камата  $L$ , т.е.  $K = K_0 + L$ , и
  - *намалена сума (намален капитал)*, која е еднаква на разликата меѓу основната сума и пресметаната камата  $L$ , т.е.  $K' = K_0 - L$ ;
- б) *каматна стапка* ( $p$  или  $\pi$ ), која е еднаква на каматата исплатена за

100 денари за единица каматена период,

- в) *каматен период*, кој е еднаков на времето за кое се вложуваат или користат паричните средства, и
- г) *камата*, која е еднаква на сумата  $L$  која кредитобарателот треба да ја плати на кредиторот, пресметана според договорената каматна стапка и договорениот каматен период.

Ќе ги изведеме формулите за наоѓање проста камата во случај кога каматниот период е изразен во години, месеци и денови. Нека имаме годишна каматна стапка од  $p\%$ . Бидејќи 1% од почетниот капитал  $K_0$  е еднаков на  $\frac{1}{100} K_0$ , во случајот каматата за една година добисена со каматна стапка од  $p\%$  ја пресметуваме според формулата

$$L = \frac{K_0 p}{100}. \quad (1)$$

Понатаму, ако каматниот период изнесува  $n$  години, тогаш од дефиницијата за проста камата добиваме, дека каматата  $L_n$  е дадена со формулата:

$$L_n = \frac{K_0 p n}{100}. \quad (2)$$

Од дефиницијата на проста камата следува, дека при дадена годишна каматна стапка од  $p\%$ , ако вкатуваме месечно

со  $\frac{p}{12}\%$ , тогаш после дванаесет вкатувања ќе имаме ист финансиски ефект како да сме вкатуваме еднаш годишно со каматна стапка од  $p\%$ . Според тоа, во случај на месечно вкатување, при каматен период од  $m$  месеци простата камата можеме да ја пресметаме според формулата

$$L_m = \frac{K_0 \frac{p}{12} m}{100} = \frac{K_0 p m}{12 \cdot 100}. \quad (3)$$

Со аналогни размислувања може да се докаже, дека во случај на дневно вкатување, земајќи дека годината има 360 денови, при каматен период од  $d$  денови простата камата можеме да ја пресметаме според формулата

$$L_d = \frac{K_0 p d}{360 \cdot 100}. \quad (4)$$

**Пример 1.** Лицето  $A$  вложило во банка сума од 10000 денари со 9% проста годишна каматна стапка. Колку пари ќе поседува после 9 месеци?

**Решение.** Во случајов имаме

$K_0 = 10000$  денари,  $p = 9\%$ ,  $m = 9$  месеци и ако ја искористиме формулата (3) добиваме дека каматата која лицето  $A$  ќе ја добие после 9 месеци е

$$L_9 = \frac{10000 \cdot 9 \cdot 9}{12 \cdot 100} = 675 \text{ денари.}$$

Според тоа, бараната сума која е еднаква на зголемиениот капитал е еднаква на

$$K = 10000 + 675 = 10675 \text{ денари. } \blacklozenge$$

### 3. ДЕКУРЗИВНО ПРЕСМЕТУВАЊЕ НА СЛОЖЕНА КАМАТА

Како што веќе рековме, сложена камата или камата на камата е онаа камата, која, откако ќе се пресмета, се додава на основата (вложените или позајмените средства) за понатамошно вкатување. Во овој дел ќе се осврнеме на декурзивното пресметување на сложената камата.

Нека имаме камата  $p\%$ . Почетниот капитал  $K_0$ , при декурзивното вкатување после првиот период ќе се наголеми за  $\frac{K_0 p}{100}$  и ќе се добие капитал

$$K_1 = K_0 + \frac{K_0 p}{100} = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

Сега каматата треба да ја пресметуваме на капиталот  $K_1$  и овој капитал после вториот период ќе изнесува

$$K_2 = K_1 + \frac{K_1 p}{100} = K_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2.$$

Забележуваме дека во случајот капиталот  $K_1$  е вториот член на геометриската прогресија со прв член  $K_0$  и количник  $1 + \frac{p}{100}$ , а  $K_2$  е нејзиниот трет член. Понатаму, од дефиницијата на сложениот интерес следува дека при декурзивното пресметување капиталот  $K_n$  кој се добива на крајот од  $n$ -от период е  $(n+1)$ -от член на геоме-

триската прогресија со прв член  $K_0$  и количник  $1 + \frac{p}{100}$ , па затоа

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n. \quad (1)$$

Притоа изразот  $r = 1 + \frac{p}{100}$  го нарекуваме *декурзивен каматен (интересен) фактор* и со негова помош формулата (1) можеме да ја запишеме во видот

$$K_n = K_0 r^n. \quad (2)$$

Вкатувањето може да се врши не само на крајот на една година, туку и на крајот на  $\frac{1}{m}$  години, каде  $m$  е природен број.

Притоа, за период од  $\frac{1}{m}$  години процентот се добива кога годишниот процент ќе се подели на бројот на периодите и тој ќе изнесува  $\frac{p}{m}$ . Понатаму, аналогно како и при годишното вкатување за  $n$  периоди со должина  $\frac{1}{m}$  години при декурзивното вкатување ја добиваме формулата

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{\frac{p}{m}}{100}\right)^n. \quad (3)$$

**Пример 2.** На која сума ќе нараснат 51400 ден. за 8 год. со 6%p.a.(d), ако вкатувањето е

а) годишно, б) тримесечно.

**Решение.** а) Од условот на задачата имаме

$$K_0 = 51400, p = 6\% \text{ p.a. (d) и } n = 8.$$

Ако ја искористиме формулата (1) добиваме

$$K_8 = 51400 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^8 = 81923,791 \text{ ден.}$$

б) Бидејќи во една година имаме 4 тримесечја, во период од 8 години вкупно имаме  $8 \cdot 4 = 32$  тримесечја. Значи, во случајов  $K_0 = 51400$ ,  $p = 6\% \text{ p.a. (d), v.q., } m = 4$  и  $n = 32$ . Ако ја искористиме формулата (3) добиваме

$$K_{32} = 51400 \cdot \left(1 + \frac{\frac{6}{4}}{100}\right)^{32} = 82770,670 \text{ ден. } \blacklozenge$$

**Забелешка.** Во претходните разгледувања рековме дека вкатувањето може да биде за период од една година, но и за пе-

риод помал од една година. Како што веќе рековме, во случај кога каматната стапка е дадена за период од една година велиме дека е зададена номиналната каматна стапка. Во случај кога периодот на вкатување е помал од една година во формулата (1) наместо каматната стапка  $p$  ја искори-

стивме каматната стапка  $\frac{p}{m}$  и ја добивме формулата (3). Во овој случај велиме дека станува збор за *релативна каматна стапка*, која се добива кога номиналната каматна стапка  $p$  се подели со бројот на вкатувањата за една година  $m$ .

Во практиката се среќава и таканаречената *ефективна каматна стапка*, која е еднаква на каматната стапка која се остварува при дадена номинална каматна стапка со даден период на вкатување. Јасно, ако временскиот период на вкатување е ист со периодот за кој е позната номиналната каматна стапка, тогаш номиналната, ефективната и релативната каматна стапка се меѓусебно еднакви. Меѓутоа, ако временскиот период на вкатување не е еднаков со периодот за кој е позната номиналната каматна стапка, тогаш како што видовме декурзивните номинална и релативна каматна стапка не се еднакви меѓу себе.

Нека со  $p_n = p$  ја означиме номиналната декурзивна годишна каматна стапка и нека имаме  $m$  вкатувања во текот на една година. Тогаш, релативната декурзивна каматна стапка е  $p_r = \frac{p}{m}$ . Ако со  $p_e$  ја означиме ефективната декурзивна каматна стапка на годишно ниво, тогаш очигледно

$$K_0 \left(1 + \frac{p_r}{100}\right)^m = K_0 \left(1 + \frac{p_e}{100}\right),$$

од каде наоѓаме

$$p_e = 100 \cdot \left[ \left(1 + \frac{p_r}{100}\right)^m - 1 \right]. \quad (4)$$

**Пример 3.** Разликата меѓу номиналната и ефективната декурзивна каматна стапка во зависност од бројот вкатувања, при фиксирана номинална декурзивна каматна стапка од  $p = 8\% \text{ p.a. (d)}$  може да се види во следнава табела:

| Вкатув. | Ном. | Релат.          | Ефек. |
|---------|------|-----------------|-------|
| Год.    | 8%   | 8%              | 8%    |
| Полуг.  | 8%   | 4%              | 8,16% |
| Триме.  | 8%   | 2%              | 8,25% |
| Мес.    | 8%   | $\frac{2}{3}\%$ | 8,30% |

што значи дека со зголемувањето на бројот на периодите на вкатувања, при иста номинална каматна стапка ефективната каматна стапка се зголемува, па затоа при одредувањето на номиналната каматна стапка пожелно е одделно да се пресмета и ефективната каматна стапка, бидејќи таа е онаа која го дава крајниот резултат. ♦

Како што видовме примената на релативната декурзивна каматна стапка доведува до ефективна декурзивна каматна стапка која е поголема од номиналната декурзивна каматна стапка. За да се избегне оваа недоследност ќе ја користиме таканаречената *конформна декурзивна каматна стапка*, која всушност е модификација на релативната декурзивна каматна стапка и со нејзината примена, во случај кога периодот на вкатување е помал од една година, се добива ист интерес како и при примената на номиналната декурзивна каматна стапка.

Нека со  $p_n = p$  ја означиме номиналната декурзивна годишна каматна стапка и нека имаме  $m$  вкатувања во текот на една година. Ако со  $p_k$  ја означиме конформната декурзивна каматна стапка, тогаш од нејзината дефиниција следува дека

$$K_0 \left(1 + \frac{p_k}{100}\right)^m = K_0 \left(1 + \frac{p_r}{100}\right),$$

од каде наоѓаме

$$p_k = 100 \left( \sqrt[m]{1 + \frac{p_r}{100}} - 1 \right). \quad (5)$$

**Пример 4.** На која сума ќе нараснат 2000 денари за време од 10 години со  $p = 8\% \text{ p.a. (d)}$  интерес на интерес, ако вкатувањето е:

- годишно,
- тримесечно со примена на релативната каматна стапка и
- тримесечно со примена на конформната каматна стапка.

**Решение.** а) Ако ја искористиме формулата (1) добиваме

$$K = 2000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{10} = 4317,85 \text{ денари.}$$

б) Имаме  $m = 4$  и  $n = 4 \cdot 10 = 40$  и ако замениме во формулата (3) добиваме

$$K = 2000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{40} = 4416,08 \text{ денари.}$$

в) Во дадениот случај конформната стапка е  $p_k = 100\left(\sqrt[4]{1 + \frac{8}{100}} - 1\right) = 1,942655$ , и ако ја искористиме релацијата (1), при што  $n = 4 \cdot 10 = 40$  добиваме

$$K = 2000 \cdot \left(1 + \frac{1,942655}{100}\right)^{40} = 4317,85 \text{ ден.} \blacklozenge$$

## 5. АНТИЦИПАТИВНО ПРЕСМЕТУВАЊЕ НА СЛОЖЕНА КАМАТА

Антиципативното пресметување на каматата го дефинираме како пресметување на каматата на почетокот на временскиот период. Ќе ја објасниме разликата меѓу декурзивното и антиципативното пресметување на каматата. Нека банката одобрила заем со  $p\%$  р.а.(а), кој треба да се врати за една година и со  $K$  да ја означиме сумата која ќе ја прими клиентот после антиципативното пресметување на каматата, а со  $K_1$  сумата која треба да ја врати на крајот од годината. Од дефиницијата на антиципативното пресметување на каматата следува дека сумата  $K$  се добива кога од сумата  $K_1$  ќе ја одземеме каматата, т.е. ќе го одземеме износот  $\frac{K_1 p}{100}$ . Значи,

$$K = K_1 - \frac{K_1 p}{100} = K_1 \frac{100-p}{100}, \quad (1)$$

од што следува

$$K_1 = K \frac{100}{100-p} = K \left(1 + \frac{p}{100-p}\right), \quad (2)$$

при што  $p = \frac{100}{100-p}$  го нарекуваме *антиципативен каматен фактор*.

**Пример 5.** Банката на клиентот му одобрила едногодишен заем со  $5\%$  р.а.(а) и му исплатила 95000 денари. Колку денари треба да врати клиентот на крајот од годината? Вкаматувањето е годишно.

**Решение.** Бидејќи вкаматувањето е на годишно ниво со  $5\%$  р.а.(а) и се исплатени  $K = 95000$  денари, за да ја пресметаме сумата  $K_1$  која клиентот треба да ја врати ќе ја искористиме формулата (2). Имаме,

$$K_1 = 95000 \cdot \frac{100}{100-5} = 100000 \text{ ден.} \blacklozenge$$

Често пати, сме во ситуација да имаме две или повеќе понуди за добивање заем. Притоа, ако едната каматна стапка е дадена декурзивно, а другата антиципативно, тогаш за да донесеме одлука која понуда ќе ја прифатиме потребно е да ги изразиме и двете каматни стапки како декурзивни или како антиципативни. Притоа, за нас е важно на иста сума за една година да платиме иста камата, т.е. да вратиме ист износ  $K_1$ . Затоа ако имаме каматна стапка  $p$  и каматна стапка  $p$ , тогаш за сума од  $K$  денари ќе биде вратена сума  $K_1 = K \frac{100}{100-p}$  и

сума  $K_1 = K \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ , соодветно. Според

тоа,  $K \frac{100}{100-p} = K \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ , т.е.  $\frac{p}{100-p} = \frac{p}{100}$ .

Конечно, ако ни е позната каматната стапка  $p$ , тогаш соодветната декурзивна каматна стапка можеме да ја пресметаме според формулата

$$p = \frac{100p}{100-p}, \quad (3)$$

а ако ни е дадена каматната стапка  $p$ , тогаш соодветната антиципативна каматна стапка можеме да ја пресметаме според формулата

$$p = \frac{100p}{100+p}. \quad (4)$$

**Пример 7.** Ист износ на кредит може да се користи од две банки. Банката А дава кредит со камата  $6\%$  р.а.(д), а банката Б со камата  $5,5\%$  р.а.(а). Кај која банка условите се поповолни ако рокот за враќање на кредитот е една година.

**Решение.** Ако ја искористиме формулата (3), ќе ја претвориме дадената антиципативна каматна стапка во декурзивна. Имаме:

$$p = \frac{100p}{100-p} = \frac{100 \cdot 5,5}{100-5,5} = 5,82010582.$$

Според тоа, кредитот што го дава банката *B* е со 5,82010582%р.а.(d) и тој е поповолен од кредитот што го дава банката *A* каде каматната стапка е 6%р.а.(d). ♦

Како што видовме, ако имаме капитал *K* кој се оплодува со каматна стапка *p*%р.а.(a), тогаш на крајот од првиот период имаме капитал  $K_1 = K(1 + \frac{p}{100-p})$ . Понатаму, на крајот од вториот период ќе имаме капитал

$$K_2 = K_1(1 + \frac{p}{100-p}) = K(1 + \frac{p}{100-p})^2.$$

Забележуваме дека, во случајот, капиталот  $K_1$  е вториот член на геометриската прогресија со прв член *K* и количник  $1 + \frac{p}{100-p}$ , а  $K_2$  е нејзиниот трет член. Понатаму, од дефиницијата на сложената камата следува дека при антиципативното пресметување капиталот  $K_n$  кој се добива на крајот од *n*-от период е (*n*+1)-от член на геометриската прогресија со прв член *K* и количник  $1 + \frac{p}{100-p}$ , па затоа

$$K_n = K(1 + \frac{p}{100-p})^n. \quad (5)$$

Притоа ако го искористиме антиципативниот каматен фактор  $\rho = \frac{100}{100-p}$ , тогаш формулата (5) можеме да ја запишеме во видот

$$K_n = K\rho^n, \quad (6)$$

кој е аналоген на видот на формулата при декурзивното вкатување.

Како и декурзивното, така и антиципативното вкатување може да се врши и на почетокот на  $\frac{1}{m}$  години, каде *m* е природен број. Притоа, за период од  $\frac{1}{m}$  години процентот се добива кога годишниот процент ќе се подели на бројот на периодите и тој ќе изнесува  $\frac{p}{m}$ . Понатаму, аналогно како и при годишното вкатување за *n* периоди со должина  $\frac{1}{m}$  години при антиципативното вкатување ја добиваме формулата

$$K_n = K(1 + \frac{\frac{p}{m}}{100 - \frac{p}{m}})^n. \quad (7)$$

**Пример 8.** На која сума ќе нараснат 50000 ден. за 8 год. со 6%р.а.(a), ако вкатувањето е

а) годишно, б) тримесечно.

**Решение.** а) Од условот на задачата имаме  $K = 50000$ ,  $p = 6\%$ р.а.(a) и  $n = 8$ . Од формулата (5) добиваме

$$K_8 = K(1 + \frac{p}{100-p})^8 = 50000 \cdot (1 + \frac{6}{100-6})^8 = 82025,17687 \text{ ден.}$$

б) Бидејќи во една година имаме 4 тримесечја, во период од 8 години вкупно имаме  $8 \cdot 4 = 32$  тримесечја. Значи, во случајов

$$K = 50000, p = 6\%$$
р.а.(a),  $m = 4$  и  $n = 32$ .

Од формулата (7) добиваме

$$K_{32} = K(1 + \frac{\frac{p}{m}}{100 - \frac{p}{m}})^{32} = 50000 \cdot (1 + \frac{\frac{6}{4}}{100 - \frac{6}{4}})^{32} = 81098,09047 \text{ ден.}$$

**Забелешка.** Како и кај декурзивното вкатување, така и кај антиципативното вкатување разликуваме: номинална, релативна и ефективна антиципативна каматна стапка, кои се аналогно дефинирани. И во овој случај ќе не интересира врската меѓу номиналната, релативната и ефективната каматна стапка. За таа цел ги воведуваме ознаките:

- $p_n = p$  - номиналната антиципативна каматна стапка,
- $p_r$  - релативна антиципативна каматна стапка и
- $p_e$  - ефективна антиципативна каматна стапка.

Од претходно изнесеното непосредно следува дека  $p_r = \frac{p}{m}$ , каде *m* е бројот на вкатувањата за една година.

Понатаму, за релативната и ефективната антиципативна каматна стапка очигледно важи

$$K(1 + \frac{\frac{p}{m}}{100 - \frac{p}{m}})^m = K(1 + \frac{p_e}{100 - p_e}),$$

од каде наоѓаме:

$$p_e = 100(1 - \frac{1}{(\frac{100}{100 - \frac{p}{m}})^m}). \quad (8)$$

**Пример 9.** Разликата меѓу номиналната и ефективната антиципативна каматна стапка во зависност од бројот вкатувања, при фиксирана номинална каматна стапка од  $p = 8\%$  р.а.(а) може да се види во следнава табела:

| Вкамат. | Ном. | Релат.          | Ефек. |
|---------|------|-----------------|-------|
| Год.    | 8%   | 8%              | 8%    |
| Полут.  | 8%   | 4%              | 7,84% |
| Трime.  | 8%   | 2%              | 7,76% |
| Мес.    | 8%   | $\frac{2}{3}\%$ | 7,71% |

што значи дека со зголемувањето на бројот на периодите на вкатувања, при иста номинална антиципативна каматна стапка ефективната антиципативна каматна стапка се намалува, па затоа при одредувањето на номиналната каматна стапка пожелно е одделно да се пресмета и ефективната каматна стапка, бидејќи таа е онаа која го дава крајниот резултат. ♦

Како што видовме примената на релативната антиципативна каматна стапка доведува до ефективна антиципативна каматна стапка која е помала од номиналната антиципативна каматна стапка. За да се избегне оваа недоследност ќе ја користиме таканаречената *конформна антиципативна каматна стапка*, која всушност е модификација на релативната антиципативна каматна стапка и со нејзината примена, во случај кога периодот на вкатување е помал од една година, се добива ист интерес како и при примената на номиналната антиципативна каматна стапка.

Нека со  $p_n = p$  ја означиме номиналната антиципативна годишна каматна стапка и нека имаме  $m$  вкатувања во текот на една година. Ако со  $p_k$  ја означиме конформната антиципативна каматна стапка, тогаш од нејзината дефиниција следува дека  $K(1 + \frac{p}{100 - p}) = K(1 + \frac{p_k}{100 - p_k})^m$ , т.е.

$$\sqrt[m]{\frac{100}{100 - p}} = \frac{100}{100 - p_k},$$

од каде наоѓаме

$$p_k = 100(1 - \sqrt[m]{1 - \frac{p}{100}}). \quad (9)$$

**Пример 10.** Ако номиналната антиципативна каматна стапка е  $p = 8$  р.а.(а), тогаш користејќи ја формулата (9) за конформната антиципативна каматна стапка при полугодишно вкатување добиваме

$$p_k = 100(1 - \sqrt[2]{1 - \frac{8}{100}}) = 4,0833695,$$

а при тримесечно вкатување добиваме

$$p_k = 100(1 - \sqrt[4]{1 - \frac{8}{100}}) = 2,062963866. \spadesuit$$

## 6. ТЕРМИНСКА СМЕТКА

Во овој дел ќе се задржиме на таканаречената *терминска сметка*, која ни овозможува плаќањето на сумите  $K_i, i = 1, \dots, n$ , на кои треба да се пресметаат камати  $p_i, i = 1, 2, \dots, n$  и кои треба да се платат за временски периоди  $t_i, i = 1, \dots, n$  да се изврши за време  $t_s$ , со камата  $p_s$ , но притоа ниту должникот ниту доверителот да не бидат оштетени.

Нека во еден ист временски период треба да се изврши плаќање на суми  $K_i, i = 1, 2, \dots, n$  денари на кои се пресметуваат камати  $p_i, i = 1, 2, \dots, n$ , соодветно. Според тоа, во овој временски период се плаќа камата  $\sum_{i=1}^n \frac{K_i p_i}{100}$  денари. Понатаму, бидејќи во дадениот временски период вкупно се плаќаат  $\sum_{i=1}^n K_i$  денари, на оваа сума е платена просечна каматна стапка

$$p_s = 100 \frac{\sum_{i=1}^n \frac{K_i p_i}{100}}{\sum_{i=1}^n K_i} = \frac{\sum_{i=1}^n K_i p_i}{\sum_{i=1}^n K_i}. \quad (1)$$

Нека, сега сумите  $K_i, i = 1, \dots, n$  на кои се пресметуваат камати  $p_i, i = 1, \dots, n$ , соодветно, треба да се платат за временските периоди  $t_i, i = 1, \dots, n$ , соодветно, изразени во исти временски единици. Како што видовме, просечната каматна стапка за овие суми можеме да ја пресметаме според фор-

мулата (1). Понатаму, ако вкупната сума  $\sum_{i=1}^n K_i$ , со каматната стапка (1) се плаќа одеднаш за време  $t_s$  денови, но притоа да не биде оштетен ниту должникот, ниту доверителот, тогаш ја добиваме равенката

$$\sum_{i=1}^n \frac{K_i p_i t_i}{36000} = \frac{p_s \sum_{i=1}^n K_i}{36000} t_s$$
. Ако во последната равенка, за просечната каматна стапка замениме од (1), после средувањето ја добиваме равенката  $\sum_{i=1}^n K_i p_i t_i = t_s \sum_{i=1}^n K_i p_i$ , од каде за времето  $t_s$  добиваме:

$$t_s = \frac{\sum_{i=1}^n K_i p_i t_i}{\sum_{i=1}^n K_i p_i} \quad (2)$$

**Пример 11.** Господинот  $A$  на банката  $B$  треба да исплати четири долгови и тоа: 45000 денари со 6%р.а.(д) треба да плати на 10.04; 10000 денари со 8%р.а.(д) треба да плати на 25.04; 70000 денари со 9%р.а.(д) треба да плати на 20.05; и 100000 денари со 4%р.а.(д) треба да плати на 31.05. На кој ден и со која каматна стапка господинот  $A$  може да ги исплати сите долгови, но така што ниту тој ниту банката да не бидат оштетени.

**Решение.** За да ги извршиме потребните пресметувања, условно ќе земеме дека сумата која најрано треба да се плати се плаќа веднаш, т.е.  $t_1 = 0$  денови. Според тоа,  $t_2 = 15$ ,  $t_3 = 40$  и  $t_4 = 51$  денови. Пресметувањето на сумите кои фигурираат во формулите (1) и (2) можеме да го направиме користејќи ја табелата

| $i$ | $K_i$  | $t_i$ | $p_i$ | $K_i p_i$ | $K_i p_i t_i$ |
|-----|--------|-------|-------|-----------|---------------|
| 1   | 45000  | 0     | 6     | 270000    | 0             |
| 2   | 10000  | 15    | 8     | 80000     | 1200000       |
| 3   | 70000  | 40    | 9     | 630000    | 25200000      |
| 4   | 100000 | 51    | 4     | 400000    | 20400000      |
| Св. | 225000 | ---   | ---   | 1380000   | 46800000      |

Конечно, ако замениме во (1) и (2), добиваме

$$p_s = 6\frac{2}{15}\% \text{ и } t_s = 33,913 \approx 34 \text{ денови.}$$

Според тоа, господинот  $A$  треба сите долгови да ги плати со камата  $6\frac{2}{15}\%$  и тоа 34 денови сметајќи од 10.04, т.е. плаќањето треба да се изврши на 14.05. ♦

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Barnet, R.; Zeigler, M.:** *Finite Mathematics for Management, Life and Social sciences*, Dellen Publishing Company, 1987
2. **Budnik, S. F.:** *Applied mathematics for business, economics and the social sciences*, McGraw-Hill book company, New York, 1988
3. **Йовкова, Й.; Петков, Б.:** *Финансова математика*, Нова звезда, Софија, 2001
4. **Малчески, Р.; Малчески, С.:** *Финансиска математика*, АЛФА 94, Скопје, 2007
5. **Rosser, M.:** *Basic Mathematics for Economists*, Routledge, London-New York, 2003

Статијата прв пат е објавена во списанието СИГМА на Сојузот на математичарите на Македонија