

## РÓЛҮА – МАТЕМАТИЧАР КОЈИ ЈЕ ПРЕБРОЈАО ГРУПЕ, ГРАФОВЕ И ХЕМИЈСКА ЈЕДИЊЕЊА

*др Иван Гуїлман, др Бранислав Поїовић, Крагујевац*

У овом чланку говоримо о математичару који се презива Рóлуа (читај: Поја), а чије име је прво било Gyögy (читај: Ђерђ), а касније George (читај: Џорџ). Родио се у Будимпешти 1887. године, а умро у Palo Alto-у у Калифорнији 1985. године. Родитељи су му били Јевреји који су годину дана пре његовог рођења прешли у католичанство. Тада су презиме Pollák променили у Рóлуа. Син који им се родио 1887. добио је типично мађарско име Gyögy.



Gyögy Рóлуа се школовао у Будимпешти. Године 1905. на Будимпештанском универзитету је почео да студира права, затим је прешао на књижевност и језике, где је и дипломирао. Онда се заинтересовао за филозофију. Његов професор га је саветовао да одслуша неки курс из математике и физике, јер ће му то требати за разумевање филозофских проблема. И тако је Gyögy стигао у математику, да би у њој остао до краја живота. У шали је једном рекао: *Нисам био довољно добар за физику, а био сам превише добар за филозофију. Математика је била између.*

Рóлуа је из Будимпеште прешао у Беч, па у Göttingen, па у Париз, где је учио од водећих математичара оног времена. На крају је добио запослење на Eidgenössische Technische Hochschule [Савезна висока техничка школа] у Zürich-у (Швајцарска), где је радио од 1914. до 1940; редовни професор је постао 1928, а 1938–1940. био је декан. Године 1940, због политичке ситуације у Европи, иселио се у Сједињене Америчке Државе, где је име променио у George. Прво је био на Универзитету Brown (у граду Providence, Rhode Island), а од 1942. на Универзитету Stanford у Калифорнији. Тамо је 1953. пензионисан, али је наставио да држи предавања до дубоке старости; још 1978, са више од 90 година, водио је курс из комбинаторике.

Рóлуа је био свестрани математичар. Његова истраживања обухватају теорију бројева, функционалну анализу, математичку статистику, геометрију, математичку физику и комбинаторику, кратко се бавио математичким проблемима астрономије и хемије, а значајни су и његови прилози настави и методици математике.

Рад који је објавио 1937. године, а који излаже оно што се данас обично назива *Рóлуа-ина теорема* или *Рóлуа-ина теорија*, представља један од централних резултата комбинаторике. Тај рад носи наслов „*Kombinatorische Abzählbestimmungen für Gruppen, Graphen und chemische Verbindungen*“ (Комбинаторно пребројавање група, графова и хемијских једињења). О томе говоримо у наставку овог чланка.

Без обзира на значај овог открића (који су његови савременици одмах схватили и прихватили), Рóлуа се овом темом бавио врло кратко. Укупно је објавио 6 радова, све у периоду 1936–1937. Од тих радова чак 5 се односи на пребројавање изомера хемијских једињења, а само један (чији наслов смо већ навели) је објављен у математичком часопису.

Знатно више пажње и времена Рóлуа је посветио методологији и настави математике. Још док је боравио у Швајцарској, написао је књигу о општим методама помоћу којих се решавају математички проблеми и долази до математичких открића. Ту књигу су издавачи,

један за другим, одбијали да објаве. Тек у Америци је нашао издавача и књига „*How to Solve It – A New Aspect of Mathematical Method*“ (Како то решити – Нови аспект математичке методе) објављена је 1945. године. Био је то незапамћен успех: продато је преко милион примерака, а књига је преведена на двадесетак језика.

У вези математичких истраживања, вредно је забележити следећи Рóлуа-ин савет: *Ако не можеш решити неки проблем, постоји једноставнији проблем који можеш решити: нађи га!*

У вези наставе математике рекао је: *Држање наставе није наука, оно је уметност.* Заговарао је (данас веома актуелну) активну наставу, позивајући се на кинеску пословицу: „*Када чујем онда заборавим, када видим онда зајамћим, када урадим онда разумем.*“

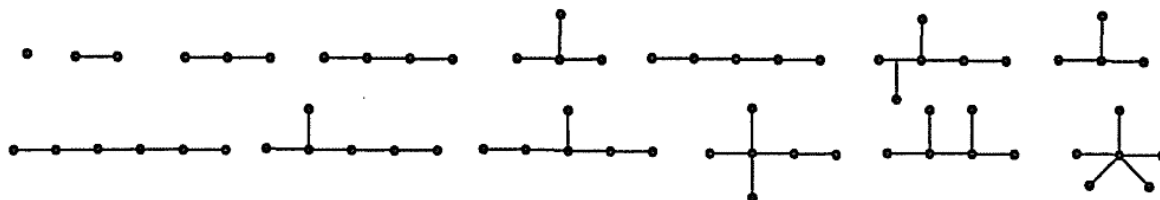
## РóЛУА-ИНА ТЕОРИЈА

Рóлуа је пронашао опште решење проблема пребројавања, то јест налажења броја различитих (коначних) група и графова. Поступак је сувише компликован да би овде био описан. Читаоци ће се у то лако уверити из примера који следи.

Стабло је повезани граф без циклора. На слици 1 приказали смо сва стабла са  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  чворова. Обележимо број међусобно различитих стабала са  $n$  чворова са  $t_n$ . Из слике 1 се види да је  $t_1 = t_2 = t_3 = 1, t_4 = 2, t_5 = 3, t_6 = 6$ . Дефинишимо функцију генератрису

$$t(x) = \sum_{n=1}^{\infty} t_n x^n.$$

Из наведених примера видимо да је  $t(x) = x + x^2 + x^3 + 2x^4 + 3x^5 + 6x^6 + \dots$ . Јасно је да ако на неки начин одредимо функцију  $t(x)$  онда ћемо знати колико је  $t_n$  за свако  $n$ .



Слика 1. – Стабла са  $n$  чворова,  $n \leq 6$

Помоћу Рóлуа-ине теорије се доказује да важи следеће:

$$t(x) = T(x) - \frac{1}{2} [T^2(x) - T(x^2)]$$

где је  $T(x)$  једна помоћна функција која задовољава функционалну једначину

$$\ln \frac{T(x)}{x} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{T(x^k)}{k}.$$

Компликовано, зар не?

Помоћу ових релација може се израчунати (што није лако, и за шта се данас користе компјутери) да је

$$\begin{array}{llll} t_7 = 11 & t_8 = 23 & t_9 = 47 & t_{10} = 106 \\ t_{20} = 823065 & t_{30} = 14830871802 & t_{40} = 363990257783343 & t_{50} = 10545233702911509534 \end{array}$$

Бројеви  $t_n$  покуравају се асимптотском закону:  $t_n \sim C \tau^n n^{-5/2}$  где су  $C$  и  $\tau$  константе,  $C = 0.5349\dots$ ,  $\tau = 2.9557\dots$ .

Примена Рóлуа-ине теорије на хемијска једињења омогућује да се (у неким повољним случајевима) одреди број могућих изомера. Ево једног типичног резултата: са  $\alpha_n$  је означен број структурних изомера алкохола формуле  $C_n H_{2n+1} O H$ .

$n$	$\alpha_n$	$n$	$\alpha_n$	$n$	$\alpha_n$	$n$	$\alpha_n$
1	1	7	39	13	7639	19	2156010
2	1	8	89	14	19241	20	5622109
3	2	9	211	15	48865	21	14715813
4	4	10	507	16	124906	22	38649152
5	8	11	1238	17	321198	23	101821927
6	17	12	3057	18	830219	24	269010485
						25	712566567
						26	1891993344
						27	5034704828
						28	13425117806
						29	35866550869
						30	95991365288

**Статијата прв пат е објавена во списанието ТАНГЕНТА на ДМ на Србија во 2004/05 година**