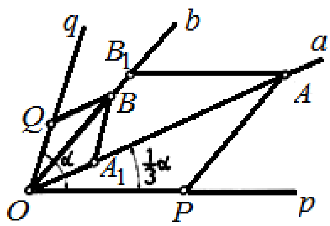
Владимир Стојановиќ, Белград

ПОДЕЛБА НА АГОЛ НА ТРИ ЕДНАКВИ ДЕЛА СО ПОМОШ НА ТРИСЕКТОР

Третата статија од овој дел на рубриката Математички четива се однесува на античкиот проблем на трисекција на произволен агол. Ако го прочита ова четиво, се запозна како Архимед користејќи шестар и скалиран линијар успеал да го „реши“ дадениот проблем.

Бидејќи со употреба само на линијар и шестар, т.е. со конструкцција на прави и кружници, не може да се изврши поделба на даден агол на три еднакви дела, логично е да се запрашаме дали за таа цел може да се конструира некој друг погоден инструмент. Барајќи одговор на ова прашање низ вековите биле конструирани посебни направи, наречени *трисектори*. Подолу ќе се увериме дека со помош на трисектор може поедноставно да се изврши поделба на агол на три еднакви дела, отколку што со симетрала на агол, конструкција само линијар и шестар, да се преполови даден агол.



На цртежот десно е прикажан еден едноставен трисектор. Трисекторот е направен така што лостовите Op, Oa, Ob и Oq лежат во иста рамнина и истовремено може да се движат околу заедничката точка O. Тие се поврзани со подвижни спојки AP, AB_1, BA_1 и BQ, па затоа не може да се движат независно еден од друг. Кога ги оддалечуваме лостовите Op и Oq, или кога ги приближуваме еден кон друг, подвижните зглобови A и B се движат по лостовите Oa и Ob, додека точките P, Q, A_1 и B_1 имаат фиксирани положби на лостовите Op, Oa, Ob и Oq. Притоа важи

$$\overline{OP} = \overline{PA} = \overline{AB_1} = \overline{B_1O} \text{ и } \overline{OQ} = \overline{QB} = \overline{BA_1} = \overline{A_1O},$$

што значи дека четириаголниците $OPAB_1$ и $OQBA_1$ се ромбови. Да забележиме дека должините на отсечките OP и OQ може да се изберат произволно. Но, за да може да се поделат сите агли помали од 180° мора да важи $2\overline{OQ} < \overline{OP}$. Вака конструираниот трисектор може да дели агли помали или еднакви на 225°.

За да аголот α се подели на три еднакви дела, треба точката O да се постави во темето на аголот и лостовите Op и Oq да се поклопат со неговите краци. Тогаш лостовите Oa и Ob ќе го поделат аголот Opq на три еднакви дела.

Дали оваа постапка е точна?

Одговорот на поставеното прашање е позитивен.

Навистина, како што рековме четириаголниците $OPAB_1$ и $OQBA_1$ се ромбови. Сега, бидејќи OA и OB се дијагонали соодветно на $OPAB_1$ и $OQBA_1$, тие ги преполовуваат соодветните агли на ромбовите. Оттука следува дека

$$\measuredangle QOB = \measuredangle BOA_1 = \measuredangle B_1OB = \measuredangle AOP = \beta .$$

Според тоа,

$$\alpha = \measuredangle POQ = \measuredangle POA + \measuredangle AOB + \measuredangle BOQ = 3\beta ,$$

т.е. $\beta = \frac{\alpha}{3}$, што е требаше да се докаже.

На крајот предлагаме самостојно да ги решиш следниве задачи.

Задача 1. Зошто за да се поделат сите агли помали од 180° мора да важи $2\overline{OQ} < \overline{OP}$:

Задача 2. Покажи дека може да се конструираат слични инструменти со кои даден агол може да се подели на $4, 5, 6, ..., n$ еднакви делови.

Задача 3. Нека е конструиран инструмент сличен на нашиот трисектор со кој даден агол може да се подели на пет еднакви делови. Ако страната на најмалиот ромб е еднаква на $2cm$, колкава треба да биде страната на најголемиот ромб за да може да се подели секој агол помал од 180° ?

Статијата прво е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија