Милутин Богданов (Сремска Митровица)

ЛОГИЧКО КОМБИНАТОРНИ ПРОБЛЕМИ

На страницама Математичког листа често су објављивани задаци логичко комбинаторног типа или текстови у којима је разматрана нека проблематика у којој се такви задаци срећу. У овом тексту ћемо навести још неколико задатака поменутог типа, за које претпостављамо да ће бити интересантни нашим читаоцима.

Задатак 1. ЛОВЦИ. Тројица ловаца провели су неколико дана у лову. Последњег дана, док су пролазили мочваром, један од њих се саплео и, пошто се ослонио на другог ловца, обојица су пали и смочили све своје патроне, који су тако постали неупотребљиви. Када су изашли из мочваре, да им овај немио догађај не би покварио расположење, поделише на једнаке делове патроне трећег ловца и наставише са ловом. Након што је сваки од њих четири пута пуцао, сва тројица имали су заједно толико патрона колико их је након поделе имао сваки од њих сам. Први ловац уловио је тога дана једног зеца и две дивље патке, други само зеца, а трећи фазана.

Колико патрона је добио сваки након поделе после изласка из мочваре, а са колико патрона су пошли у лов, ако се зна да су у оба случаја сва тројица ловаца имали једнак број патрона?

Решење: Обележимо са x број патрона које је добио сваки ловац приликом поделе после изласка из мочваре. На основу задатих услова можемо саставити следећу једначину:

$$3 \cdot (x-4) = x.$$

Решавањем ове једначине добијамо да је $x = 6$. Значи, сваки од ловаца добио је по 6 патрона, тј. по трећину од броја патрона које је имао сваки ловац када су полазили у лов. Дакле, при поласку у лов сваки ловац је имао $3 \cdot 6 = 18$ патрона, а укупно су имали $18 \cdot 3 = 54$ патрона. (Наоружани са 54 патрона ловци су уловили два зеца, две дивље патке и једног фазана. У ловачким причама улов је обично богатији.)

Задатак 2. ТУРНИР. Андрић, Божић, Цигановић, Дукић и Ерић ученици су седмог разреда и сви чланови секције за стони тенис, баш као и њихове сестре. За време летњег распуста, да би се добро спремили за наредно такмичење договорили су се да одрже турнир. Турнир ће се одржати по систему мешовитих парова са следећим посебним правилима: сваки младић играће у пару са сваком девојчицом осим са властитом сестром, против свих осталих парова, али тако да ни у једној партији брат неће играти против своје сестре. Осим тога, договорили су се да дневно играју тачно три партије. Турнир ће почети 1. јула и играће се сваког дана све до завршетка турнира.

Колико дана ће трајати тај турнир и ког датума ће се завршити?

Решење: Означимо великим почетним словом презимена играча, а малим презимена њихових сестара и размотримо колико ће партија одиграти пар Aa. Тај пар ће играти против следећих 6 парова: Cd, Ce, Dc, Ec, Ed, De. На исти начин закључујемо да ће A одиграти по 6 партија у пару са c, са d и са e. Према томе, A ће одиграти укупно $6 \cdot 4 = 24$ партије. Исто важи и за све остале учеснике турнира (да подсетимо има их 10), а пошто у свакој партији наступају два младића и две девојке, то је укупан број партија једнак $(24 \cdot 10) : 4 = 60$. Пошто се сваког дана играју три партије, то ће турнир трајати 20 дана и завршиће се 20. јула.

Задатак 3. ПУТНИЦИ. Авион лети из Њујорка за Београд и на својој маршрути треба да се спусти у Лондон и Беч. У авиону се осим пилота налазе само четири путника. За време лета одвија се овај разговор:

Пилот Андрија: „На једном од успутних аеродрома замениће ме мој колега.“

Путник Бранко: „Ја силазим заједно са Цицом.“

Путница Цица: „Са мном не силази нико.“

Путник Дарко: „Елизабета не силази у Београду, а са мном силази једна особа.“

Путница Елизабета: „Дарко силази пре него Бранко, а после мене.“

Од путника у авиону само једна особа не говори истину. Где ће сићи сваки од путника?

Решење: Прво размотримо изјаву коју је дала Елизабета. Како се авион спушта овим редом Лондон-Беч-Београд, она уствари тврди да ће сићи са авиона у Лондону, Дарко у Бечу, а Бранко у Београду. Али како по овој изјави Елизабета, Дарко и Бранко силазе на различитим аеродромима, то се не слаже са Цициним изјавом, јер она тврди да силази из авиона сама. Значи, лаже или Цица или Елизабета. Осим тога, Бранко тврди да силази заједно са Цицом, па следи да лаже или Бранко или Цица. Пошто по услову задатка лаже само једна особа, то следи да та особа може бити само Цица (у противно би следило да лажу и Елизабета и Бранко). Према томе, Елизабета је рекла истину и Бранко је рекао истину. То занчи да Бранко силази у Београду са Цицом, Елизабета силази у Лондону, а Дарко силази у Бечу. Пошто Дарко не силази сам, то следи да и пилота Андрију колега замењује у Бечу.

Задатак 4. МАЈМУНИ. Један истраживач Африке по имену Мајкл причао је једног дана свом пријатељу:

— Гледао сам у џунгли једног дана мајмуне. Квадрат половине укупног њиховог броја дошао је на извор да пије воду, а један је висио на лијанама и дречао из свег гласа.

Колико је мајмуна истраживач Мајкл видео у том моменту?

Решење: Обележимо са x укупан број мајмуна које је у том моменту видео истраживач Мајкл. Према његовој причи биће:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 1 = x.$$

Ову једначину можемо еквивалентно трансформисати на овај начин:

$$x^2 + 4 = 4x,$$
$$x^2 - 4x + 4 = 0,$$
$$(x-2)^2 = 0.$$

Сада лако закључујемо да је $x = 2$ једино решење те једначине. Значи, Мајкл је видео само два мајмуна: једног крај извора, а другог на лијанама.

Задатак 5. ТРЕШЊЕ. Анкица на столу има три гомиле трешања. Са прве гомиле трешања пренела је на другу онолико трешања колико је на другој гомили већ било. Затим је са друге гомиле пренела на трећу онолико трешања колико их је пре тога било на трећој гомили. На крају је са треће гомиле пренела на прву онолико трешања колико их је пре тога било на првој гомили. После свих ових премештања она је на свакој гомили имала једнак број трешања. У све три гомиле било је укупно 48 трешања.

Колико је Анкица имала у свакој гомили трешања пре него што је почела да их премешта?

Решење. На крају је Анкица у све три гомиле имала једнак број трешања. Пошто је укупан број трешања једнак 48, то је на крају у свакој гомили било $48 : 3 = 16$ трешања.

Пре тог стања пренела је са треће гомиле на прву онолико трешања колико их је било на првој гомили. Значи, пре трећег премештања на првој гомили је било $16 : 2 = 8$ трешања, а у трећем премештању је на прву гомилу стављено 8 трешања. Према томе, пре трећег премештања било је 8 трешања на првој гомили, 16 на другој и $16 + 8 = 24$ на трећој.

Ово стање је Анкица добила тако што је у другом премештању са друге гомиле пренела на трећу онолико трешања колико их је било на трећој гомили. Значи, пре другог премештања на трећој гомили је било $24 : 2 = 12$ трешања, на другој је било $16 + 12 = 28$ трешања, а на првој је било 8 трешања.

Аналогно закључујемо да је пре првог премештања трешања (са прве на другу гомилу) на другој гомили било $28 : 2 = 14$ трешања, на првој $8 + 14 = 22$, а на трећој 12 трешања.

Значи, Анкица је на почетку у првој гомили имала 22 трешње, у другој 14 трешања, а у трећој 12 трешања.

Задатак 6. ЛАНАЦ. Светозар жели да споји пет делова једног искиданог ланца. Један део састоји се од три карике, два од четири, један од пет и један од шест карика. Светозар жели да добије један цео ланац тако да му почетак и крај не буду спојени. Осим тога, он жели да прође што јевтиније, јер му ковач тражи за кидање једне карике 10 динара, а за њено поновно заваривање још 20 динара.

На који начин треба Светозар да изврши спајање свих делова ланца, а да при том ковачу плати најмању суму новца?

Решење: Да би прошао најбоље Светозар треба да каже ковачу да узме део од три карике и да их све три раздвоји. Са те три карике ковач сада може да споји преостала четири дела ланца у један ланац. Трошак око резања износи 30 динара, а за заваривање 60 динара. Значи, Светозар ће морати да плати укупно 90 динара ковачу.

На крају наводимо још неколико задатака и предлажемо читаоцима да покушају да их реше самостално.

Задаци:

1. За једну утакмицу владало је велико интересовање. За време трајања утакмице на паркингу су били паркирани аутомобили и бицикли. Аутомобила је било трипут више.
   Колико је било аутомобила, а колико бицикла, ако се зна да је на паркингу било укупно 546 точкова?

2. Проналаском Дурбина 1610. године, познати астроном Галилеј, открио је четири пратиоца (природна сателита — месеца) планете Јупитер. Један од њих обиђе Јупитер за 24 часа, други за 85 часова, трећи за 172 часа и четврти за 400 часова. Одредити после колико часова ће пратиоци имати први пут положај у коме се сада налазе, као и број пуних обртаја сваког пратиоца за то време.

3. Четворица пријатеља, доктор Антић, наставник Јокић, студент Ђонлић и статистичар Вујић, учествовали су на изложби паса сваки са по четири пса различите врсте. Сваки од пријатеља изложио је по једног кокера, боксера, пекинеза и сетера. Сваки од њихових паса пласирао се на једно од прва четири места међу представницима своје расе, па су пријатељи на крају вечером прославили свој успех. Сваки од њих је са својим псима освојио по једно прво, друго, треће и четврто место.
   Антић је добио другу награду за Пекинеза, а Вујић, чији је пекинез био победник, добио је другу награду за боксера. Јокић је добио трећу награду за кокера.
   Коју је награду добио Антићев сетер?

Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија